

PAPPI ET
QVIDIVBALD
MATHEMATI.



E 1



P A P P I
ALEXANDRINI
MATHEMATICÆ
COLLECTIONES.

P. A. P. I.

ALEXANDRINI

MATHEMATICAE

COLLECTIONES.

P A P P I
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
COLLECTIONES
A F E D E R I C O
C O M M A N D I N O
V R B I N A T E

In Latinum conuersæ, & Commentarijs illustratæ.

*In hac nostra editione ab innumeris, quibus scatebant mendis, & præcipuè in
Græco contextu diligenter vindicatæ.*

ET SERENISSIMO PRINCIPI

LEOPOLDO GVLIELMO
ARCHIDVCI AVSTRIAE, &c.
D I C A T A E.

BIBLIOTHECA
DELL
UNIVERSITA'
DI PISA.



Fontana F.

BONONIAE Ex Typographia HH. de Duccijs. M.DC.LX.

SVPERIORVM PERMISSV.

P A P I
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
COLLECTIONES
A F E D E R I C O
C O M M A N D I N O
V E R I N A T E

In Latinum conversas, & Commentarijs illustratas.
In hac nostra editione ad immunitatem, quibus seculum munitis, & praecipue in
Graeco contextu diligenter revidentur.

ET SERRAVALLO PRINCIPIS
LEOPOLDO GALILEMO
ARCHIDUCI AVSTRIAE, &c.
D I C A T A E

UNIVERSITATIS
DE
PADOVA



HONORATIS Ex Typographia H. de Duccis. MDCCLX.
SERRAVALLO PRINCIPIS







SERENISS.^{MO} PRINCIPI

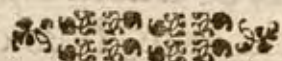
LEOPOLDO GVLIELMO
ARCHIDVCI AVSTRIÆ

Magno Teutonici Ordinis Magistro

Belgij, & Burgundiæ Gubernatori emerito

*Augustissimi Imperatoris LEOPOLDI Primi Regnantis
Patruo fortunatissimo, &c.*

FELICITATEM, VICTORIAS, TRIUMPHOS.



Inuturnis Virorum Sapientum Votis, & precibus, è tumulo excitatus in Lucem, & Vitam, liber hic Pappi Alexandrini, horoscopante Serenissimi nominis Tui clarissimo sydere, renasci debuit, Archidux Inuietissime Leopoldæ. Tu scilicet ille es, qui docto-

rum hominum laboribus tamquam sydus affulges. Tu ille es, quo Patre rediit istæ Græci partus ingenij gloriari potuisset potius quam Patrono; In aliorum enim pectoribus sedem, in tuo Augustale suum Mathesis collocavit. Nec sanè absq; iucundæ voluptatis fructu (audeo dicere) erudito huic Volumini benigno semel impertieris obtutu supercilium illud, cuius augustam planè maiestatem subditi Populi venerantur, hostes Religionis,

& Austriacæ Domus perhorrescunt: Nam res egregiè gestas, & præclara Virtutis Tuæ monumenta, quam suspexit Belgium, Germania iterum suspicit, reuocabit in mentem. Si enim oculis occurrent lineæ in longum extensæ; occurret menti victoriarum tuarum cursus nullibi interruptus, nullo pugnae infelicitis exitu definitus. Si angulos intuebere; videbis angustias, quibus armatam hæresim conclusisti, non gloriam tuam, quæ longè, latèq; diffusa, iisdem, quibus terrarum Orbis, limitibus continetur. Si circulos aspicias; recordaberis quoties gladij Tui mucrone, tamquam circino, deuictis perduellibus locum circumpseris vbi degerent, quò se militaribus ornamentis spoliati reciperent: Quoties eosdem obsidionali corona, orbe veluti ferreo, Austriacæ ditionis Vrbes, & castra circumuallantes perculeris, atque disieceris. Sic Brema à te Cæsarearum Copiarum Præfecto arctissimis obsidionis vinculis exoluta; sic Hafsia effusissimis populationibus diuexata; sic per plurimarum arcium expugnationem expugnata, & fracta Bannieri, cæterorumq; coniuratorum audacia ante Tuæ cogitationis obtutum versabitur. Exinde deduceris in Belgium; statimq; Contracum, Dixmunda, reliquæ Vrbes hostium manibus ereptæ, sed in primis obuium fiet Armenterium, Gubernationis initio, cum vix in Prouinciam illam pedem intulisses, tam celeriter occupatum, vt exclamare posses absquè iactantiâ, Veni, Vidi, Vici. Si hisce in paginis machine subijcientur aspectui, quibus pondera attolluntur; offeret se se ipsa tibi mens Tua, quâ, velut Archimedeo vecte, tot Populos, tot Prouincias regendo moues, & imperando: Hoc tamen vno absimilis Archimedi, quod locus tibi non est exquirendus vbi consistas; Austriaca enim Virtus, & Fortuna, siue inter Pacis otia, siue inter Bellorum tumultus, siue Mari, siue degat in Terris, atq; versetur, consistit vbiquè, vbiquè centrum habet, in quadro vbiquè stat immobiliter collocata. Quòcumquè demum te vertas propriæ libertatis assertorem Prouinciæ, Victorem ho-

stes

res, Propugnatorem Religio, Hæresis, & Impietas Pro-
fligatorem, inconcussum Column Fides, Fulcimentum
ingens, & Decus Domus Austriaca, Orbis vniuersus il-
lum Te agnoscet, & admirabitur, quem vt ad Augu-
stissimum Leopoldum nominis, & sanguinis affinitate,
ita consortio dignitatis proximè videt accedere cuius sci-
licet Herculeis humeris Romani culmen incumbit Im-
perij.

Dabis igitur non confidentiæ meæ, sed præstantissi-
mis dotibus Tuis, dabis Humanitati veniam, & Clemen-
tiæ Tuæ, Serenissime Princeps, quod Italus ego erudi-
tum hoc tributum offerre præsumpserim. Vestigale tibi
Vrbes ferro reddidisti, Athenæa reddis sapientiâ. Au-
gustis itaque manibus, admirando sedere gladium volu-
mini sociantibus, se se Mathematicæ Collectiones præ-
bent confouendas. Licebit in posterum fortunatum
hunc librum appellare, qui diuturno, ac penè dixerim,
sepulchrali squallore deformatam faciem, Tui nominis
nitidissimâ luce detergit; me verò fortunatissimum, cu-
ius laboribus Patrocinijs sui radijs tam serenum Sydus
affulsit.

Celsitudinis Tuæ Sereniss.

Addictiss. atq; Obsequentiss. Seruus

Bononiæ Kalendis Maij 1659.

Carolus Manolesius.

CANDIDO LECTORI.



HABES, candide Lector, Pappi Alexandrini Mathematicas collectiones à Federico Commandino in Latinam linguam translatas, & commentarijs illustratas, iamdiu tibi promissas, & fortasse a te desideratas. Quod nunc habeas, & diutius illas morari non coactus fueris, id totum Francisco Mariæ Serenissimo Urbini Duci, acceptum referre debes: is enim tua, & Commandini causa, quia illius Hæredes nunquam hucusque in hanc impressionem concordēs fuerunt, suis hortationibus, & impensis, ut ederentur curauit. Quod huic operi Primus, & Secundus liber desint, edaci rerum tempori, non Commandini negligentiae est adscribendum: tantam enim diligentiam in illis perquirendis adhibuit, quamta forsitan in reperiendis tot alijs antiquorum Mathematicorum libris illi opus fuit: non tamen propterea quod ita sit, timeas, te ex eo parum in Geometria profecturum, & operam in illius lectione ponendam perditurum: nam nisi ego decipior, & Commandinus ipse decipiebatur, contrarium experire. Si hoc opus non ita, ut alia ab eodem Authore edita expolitum videbitur, mortem, quæ illum nobis nimis propere surripuit, & ne summam illi imponeret manum, impediuit, accusa; non illum, nec eius Hæredes; nam licet tu primo aspectu forsitan ab eis, ut nonnulli ante impressionem cupiebant, desideres, ut onus libri corrigendi, & poliendi alicui mandauissent, & non tibi reseruassent: tamen re maturius perspecta, cognosces eos, quamuis id commodè facere potuissent, quia non deerant viri Geometriæ periti, qui hanc curam suscepissent, prudenter iudicasse, cum consenserint magis tibi, & Commandino expedire, si, ut repertus est liber, nulla ne addita quidem, nec dempta syllaba, imprimeretur. Quod igitur ita factum fuit, æqui bonique consule, & libenter librum lege, & cum tibi Authoris labores profuisse perspicies, gratias pro illo Diuinam Misericordiam implorando, referre non detrectabis. Vale.

LECTORI MATHESEOS STUDIOSO

CAROLVS MANOLESSIVS.



*Idem meam dudum in Galilei operibus tibi oppigneratam
ut liberare incipiam, Pappi Mathematicas profero Col-
lectiones, in quibus emaculandis qualem, quantamue in-
sumpserim operam facile tibi periculum prioris illius cum
mea hac editione facienti innotescet. Usus siquidem la-
bore, & iudicio Virorum tum Græcæ lingue, tum Ma-
thematicarum, quos Studiorum Mater Bononia educat, peritiorum effeci ut
deterse sint menda propè innumera, quibus Græcus undique scatebat contex-
tus, & (quod caput est) resituti litterarum Characteres in figuris quam-
plurimis perperam dispositis, qui quantum operi adderent difficultatis ne-
mo alium demonstrationum, nuperrimè licet, initiatus est qui nesciat. La-
tina quoque seu Versio, seu Commentatio diligentissima interpunctione
quantum fieri potuit ab amphibologico sensu est vindicata; adeò ut emacu-
latur, aut diligentior editio nulla fieri posse hac nostra existimem. Sed id ante
animum esto. Iam tum menti obuersantur Apollonij Conica, Archimedis Ope-
ra, ut Trigonum priscorum summorum in Mathesi Virorum perficiam.
Hisce addam Neotericos primæ notæ Auctores, Guidonem Vbaldum è Mar-
chionibus Montis, Federicum Commandinum, Lucam Valerium, Bona-
uenturam Caualerium, Benedictum Castellum, quorum Opera vel capere for-
mis nostris iterum viuere, vel partum secundum iisdem ab Typis præstolan-
tur. Opus (sat scio) ingens est, cum non modo impressos horum labores re-
uulgare audeam, verum & optima M. SS. (si qua mihi nancisci dabitur)
sim diuulgaturus: quare omnes probos Viros qui gemmas hasce possident eni-
xè oro, atque obtestor, ut eas transcribendi mihi faciant potestatem, de uni-
uersa scilicet Mathematica disciplina penes litterarium Orbem eternum opti-
mè promerituri. Vale, benigne Lector, hisque laboribus nostris interim
fruere.*

LECTORI MATHESEOS STUDIO
CAROLVS MANOLIVS
Vidit D. Inuentius Torti Clericus Regularis S. Pauli
Pœnitentiarius in Metropolitana Bononiensi; pro
Illustriss. ac Reuerendiss. D. Hieronymo Boncomp.
Archiepiscopo, & Principe.

Vidit Ouidius Montalbanus Philosophiæ, & Legum
Doctor, &c. pro Reuerendiss. Pater Fr. Gulielmus
Focus Inquisit. Bonon.

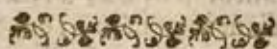
Imprimatur.

Fr. Ioan. Thom. Vicarius S. Off. Bonon.

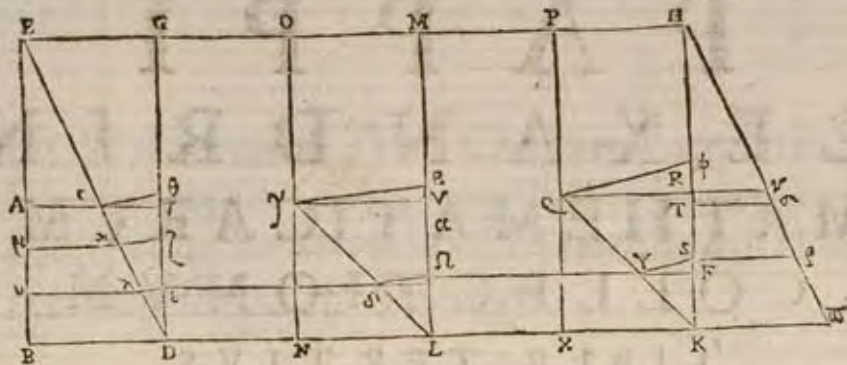
P A P P I
A L E X A N D R I N I
M A T H E M A T I C A R V M
C O L L E C T I O N V M
L I B E R T E R T I V S.

C V M C O M M E N T A R I I S

F E D E R I C I C O M M A N D I N I V R B I N A T I S.



VICVMQVE ea, quæ in Geometria inuestigantur, diligentius expendere volunt, ò Cratiste, omne problema appellari existimant, in quo aliquid faciendum, & construendum proponitur. Theorema vero, in quo aliquibus positis consequens ad ea, & omnino contingens consideratur, cum antiquorum alij problemata omnia, alij theoremata esse dixerint. Qui igitur theorema proponit, sciens quodammodo consequens eius, putat questione dignum, & non aliter recte proponat. Qui vero proponit problema, siquidem indoctus est, & omnino rudis, quamquam proponat id, quod construi quodammodo non possit, dignus venia est, & culpa vacat. quærentis enim officium est, & hoc determinare, & id, quod fieri, & quod minime fieri potest, & si fieri potest, quando, & quomodo, & quotupliciter fieri possit. Quòd si quis imperite proponat, cum mathematicas scientias profiteatur, non est extra culpam. Nuper quidam eorum, qui mathematicas scientias profitentur, per tuas problematum propositiones imperite nobis determinarunt, de quibus, & similibus oportebat nos ad tuam & studiosorum utilitatem in tertio libro collectionum mathematicarum demonstrationes afferre. Primum igitur problema quidem, qui magnus Geometra videbatur, inscite determinavit. etenim datis duabus rectis lineis duas medias proportionales in continua analogia inuenire, sese dixit per planorum contemplationem. voluitque vir ille nos, cum constructionem ab ipso factam diligenter expendissemus, de ea respondere. Quæ quidem hoc modo se habet.



Sint duæ rectæ lineæ AB AC ad rectos inter se angulos: & a puncto B ducatur BD ipsi AC parallela: ponaturque ipsi AB æqualis BD , & iungatur DC quæ ipsi BA in B occurrat. a puncto autem B ducatur BE parallela ipsi AC ; producanturque BD : & a puncto D ducatur DE parallela BE & ipsi BD æquales ponantur DN , NI , IX , XK . deinde per puncta NI , XK . ducantur NO , LM , XP , KH ipsi BE parallele: & ponatur KR æqualis BA , seceturque bifariam in puncto S : & ut KH ad HS , ita fiat SH ad HT . ut autem, SH ad HT , ita TH ad HQ ; & a recta linea XP auferatur QX æqualis AB . iunganturque QK QO . atque a puncto S ipsi QO parallela ducatur ST . a puncto autem T ducatur TO parallela KX . & sit ut LM ad MO , ita OM ad MA , utque OM ad MA , ita AM ad MB , & ab ipsa ON auferatur NY æqualis AB : iunganturque YI YB . Deinde a puncto O ipsi YB parallela ducatur OD , & a D ipsi LN parallela DE , & ut DE ad GE , ita sit EG ad GC . ut autem EG ad GC , ita CG ad CH iunganturque HC , & ipsi HC parallele ducantur IZ , EL . postremo ducantur a punctis K A ipsi AC BD parallele KM , AL . ostendendum est ipsarum AC , BD medias proportionales esse KM , AL .

Hæc igitur ille conscribens mihi tradidit, non continentia demonstrationem propositi problematis. Sed quoniam, & Hieronymus philosophus, & alij complures ex eius amicis, qui mihi cogniti erant, voluerunt me de proposita constructione interim respondere, cum ille demonstrationem facere promississet. hæc habui nunc, quæ dicerem. Eum scilicet non recte, sed perperam constructione usum fuisse. bipartito enim secans rectam lineam HK in S , & ut KH ad HS , ita faciens SH ad HT ; constituit in eadem proportionem, & TH ad HQ . necesse autem omnino est neque illum, neque nos punctum sectionis in tertia proportionem, velut Q inuenire. Hæc igitur dubitatione ad causam eius consequente, ostendit se non intelligere hoc consequens. nam cum determinari non possit sectionis punctum, ut Q in tertia proportionem, nisi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR , hoc est BE ad EA , non solum ipse conatur querere, quod inueniri non potest, sed etiam nos censet. Itaque posita proportione, quam KH habet ad HR ; hoc est BE ad EA , & data HK , datur minor recta linea tertiæ proportionis. datum autem est punctum H , ergo & alterum extremum minimæ rectæ lineæ est datum. quod vel inter HR , vel inter RT cadere manifesto constat. At punctum T etiam cadere inter RS demonstrabimus. & prius punctum Q aliquando quidem cadere inter HR , aliquando autem inter RT iuxta positionem proportionis, quam habet KH data ad HR . ponatur enim primum data proportio KH ad HR , hoc est BE ad EA , vel BA ad AC dupla. proportio igitur, & KH ad HR est ea quam habent duo ad unum, videlicet quattuor ad duo. quare & proportio KH ad HS est, quam habent quattuor ad tria. atque est ut KH ad HS . videlicet, ut quattuor ad tria, ita SH ad HT , hoc est ita 3 ad 2. Ut autem 3 ad 2, ita 2 ad aliā quandam. Si igitur ita fiat, erit ad minorem, quam sint 2, hoc est, quam sit HR , ita ut minor recta linea tertiæ proportionis, & omnium minima minor sit, quam HR ; & sectionis punctum ut Q inter HR cadat. Sed sit data proportio quadrupla. ergo ipsius KH ad HR proportio est, quam habent 8 ad 2: & proportio KH ad HS , quam habent 8 ad 5. est autem ut 8 ad 5, ita 5. ad 3. & ut 5. ad 3, ita 3 ad minorem, quam sint 2. quare rursus tertiæ proportionis sectio inter HR cadit. ponatur deinde proportio KH ad HR quintupla. ergo proportio KH ad HR est, quam habent 10 ad 2. & proportio KH ad HS , quam habent 10. ad 6. Sed ut 10 ad 6, ita 6 ad 3. & hoc est ad 3. & ut 6 ad 3, ita 3 ad maiorem, quam 2. atq; est HR 2. cadit igitur sectionis punctum tertiæ proportionis inter RT . & manifestum est omnes quidem proportionem, quæ sunt minores quadrupla face

re talem sectionem inter rn ; quæ vero maiores quintupla facere sectionis punctum inter rt , quemadmodum, & lemma huiusmodi proportionis utile premisimus. Itaque quoniam ostendimus sectionis punctum ut ϕ aliquando cadere inter nr , aliquando inter rt , quod ab eo animaduersum non est ob eam, quam diximus, causam. ipse autem dicit, propositum ostendit, siue punctum ϕ sit inter nr , siue inter rt : illud ante omnia considerare oportet. Vbi cumque sumat punctum ϕ siue infra r , siue supra, non esse, ut sn ad nt , hoc est ut kn ad ns , ita & tn ad nr . Si igitur dixerit, fiat ut kn ad ns , ita sn ad nt , & tn ad nr , ipse per se se redarguitur, sumens quæsitum ut concessum; protracta enim xk , ipsique xk facta æquali $k\tau$, & iuncta πn , atque per puncta str ductis parallelis ipsi $k\tau$, factum erit, quod quæritur. & perspicuum est quopæcto hoc sequatur. Erat namque & ut $k\tau$ ad sp , ita sp ad ts , & ts ad rv æqualis autem est $k\tau$ ipsi ed , & kr ipsi ba , & be ipsi kn , ita ut & ac sit æqualis rv , & duarum bd , ac , hoc est duarum $k\tau$, rv inuente sint duæ mediæ proportionales sp , ts , quod fieri non potest: nimirum recta linea existente nk , & puncto in ipsa r non enim per contemplationem eam, quæ in plano sit inter rk , duo puncta velut ts sumi possunt, ita ut sit sicut kn ad ns , sic sn ad nt , & tn ad nr . & quamquam sumat r pro s , tamen problema fieri nequit, quod natura solidum est, quare, & ipse sciens quæsitam ut concessum sumi, non ausus est dicere alterum minimæ rectæ lineæ terminum esse punctum r . supra vero, hoc est inter rn sumens ipsum ad ϕ reliquam constructionem complet, ut vult. & nihilominus imprudens in difficultatem ab initio propositum delabitur, non enim quod pluribus agens falsa scribere voluerit; ut quoscumque in errorem induceret, sed quod in ipsis rationes non rectæ concludentes afferat, ut ostendam prius in corrupto, ac sano modo percurrens id, quod proponitur. deinde reprehendens eius positionem non recte sumptam. Quoniam igitur data est proportio kn ad nr , atque est data $k\tau$ (hoc enim ponere oportet) data erit & nr , & reliqua rk . Sed & sr , quæ dimidia est ipsius rk erat autem n & rn data tota igitur ns data erit quare, & data proportio kn ad ns , atque est ut kn ad ns , ita sn ad nt . & data est sn , ut ostensum fuit, ergo & nt erit data. Eadem ratione data erit & no quare & data differentia rectarum linearum nr , no : & inuentum est ϕ inter nr , sicut & per numeros demonstratum iam fuit. Et quoniam data est differentia ϕr & ro recta linea coniungens, quæ est æqualis xk , datum erit specie & magnitudine triangulum orthogonium ϕqr , angulus igitur roq est datus, qui est æqualis angulo exteriori $ks\psi$. ergo & producta $\omega\psi$ ad r datum erit $sr\psi$ triangulum orthogonium, & specie, & magnitudine, quoniam enim data est utraque ipsarum rk , ro data erit & rk & proportio rk ad $k\psi$ est data; quod eadem sit datæ proportioni ϕk ad ks . quare & data ψk . sed & ψs est data, siquidem & ut ϕk ad ks , ita ϕ ad ψs . & ostensa est data ϕq data igitur & ψs . erat autem, & angulus ψsk datus: ergo & triangulum ψsr orthogonium specie & magnitudine dabitur. quare & ψr parallela ipsi xk & in directum ipsi ψo . data igitur & ωl æqualis rk . & quoniam nk est æqualis ml , minor autem ωl , quam sk . etenim ωl est æqualis ipsi $k\tau$, atque est ut kn ad ns , ita sn ad nt , & tn ad no ut autem lm ad mo , ita om ad ma , & am ad $m\beta$ erit $m\beta$ maior, quam no . etenim & hoc deinceps demonstrabitur. ergo & reliqua βl minor est, quam ϕk . Rursus quoniam data est ωl , cum ostensa sit æqualis ipsi rk datæ; data autem & lm , quod & kn : erit proportio lm ad mo data. atque est, ut lm ad mo , ita & om ad ma : & data est om , ergo & ma , dabitur. Eadem ratione dabitur quoque $m\beta$ quare, & punctum β , est datum; quod positum sit ubi vult, vel inter vm , ut nunc est, vel inter va , nempe recta linea vl æquali posita vnicuique ipsarum rk , ab , qx , tn . Si enim dicit β cadere in v , quæsitum nihilominus, ut concessum fuit, apparet namque rursus in recta linea ml positione data, & puncto aliquo in ipsa dato v sumere inter lv duo puncta ω , λ , & facere ut lm ad mo , ita om ad ma , & am ad mv ; quod nullus ipsorum concedit. Hoc enim & antiqui querentes dubitarunt, per plana inuenire, ut etiam demonstrabo illorum verba apponens. & ipse nihil habet dicere, quod hoc refellat. cum dicamus, Si v necessario est sectionis punctum tertiæ proportionis, ostende neque inter va , neque inter mv cadere posse. etenim nos in principio ostendimus punctum ϕ cadere & supra r & infra. cadit namque iuxta positionem propositionis. Similiter igitur resolutione procedente ex eo, quod datur triangulum $v\beta\tau$, specie & magnitudine, quamuis β sectionis punctum cadat inter va . dato autem & δ , ω , ϵ , triangulo quemadmodum supra, & data δ , ϵ , dabitur enim proportio dg ad ge . hoc est proportio, ζg ad gd & nullo modo rursus dg ad ge , cum æquales ponantur, & nunc kr , hoc est ab ipsi $d\tau$, quamquam θ velit cadere inter, ζ , τ , nihil enim ha-

bet dicere, quod refellat; audiens a nobis, ostende neque inter τ, ϵ , neque inter τ, ζ , cadere. Si autem ex concessione simpliciter velit huiusmodi sectionis punctum esse in τ , quæsitum etiam nunc ut concessum sumit. Quod si ipsi non concedatur sectionem esse in puncto τ , quoniam neque R concedimus in recta linea $\kappa\eta$ demonstrationem facere, & si aliquid aliud inter ϵ, ζ sumere velit, ut ζ . ipse non nouit, quomodo deceptus θ sumit. Sed ut vult, ponatur separabilis esse secundum τ , & coniungens θ, ϵ , ducensque ipsi ϵ, θ parallelas, $\zeta, \kappa, \epsilon, \lambda$, per κ, λ , vero ipsi $\alpha\epsilon$ parallelas. $\kappa\mu, \lambda\nu$, ostendit se non intellexisse problema. etenim recta linea $\theta\epsilon$ non facta parallela ipsi $\epsilon\epsilon$ angulus $\epsilon\theta\epsilon$ obtusus quidem est, puncto θ inter $\epsilon\tau$, cadente, acutus autem θ cadente inter $\tau\zeta$, namque angulus ad τ , rectus est, secundum quem duntaxat problema efficitur. Quod si quis concedat, quemadmodum supra diximus, in recta linea $\nu\epsilon$ positione data, & puncto dato τ , sumere duo puncta, velut ϵ, ζ , ita ut quam proportionem habet $\nu\epsilon$ ad ϵ, ϵ , habeat $\epsilon\epsilon$ ad $\epsilon\zeta$, & $\zeta\epsilon$ ad $\epsilon\tau$. hoc autem non dato, quod propositum est ab eo per plana inueniri non poterit; ut etiam per numeros ipsos congruenter resolutioni, ijs, qui velint, persuadere licebit, utentibus tabula Ptolemæi de rectis lineis in circulo datis. Sed de hoc dubitare vna cum alijs satius erat, quam ita inuenire, Nos autem ea, quæ superius posita sunt, nunc ostendemus.

COMMENTARIUS.

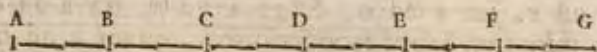
- A Et fit ut LM ad $M\Omega$, ita ΩM ad Ma] *Græcus codex mendose habebat. καὶ ἐστὶν ὡς λ μ πρὸς μ ω, οὕτως ἢ ω μ πρὸς μ θ cum legendum sit πρὸς μ α.*
- B Et ipsi $\theta\epsilon$ parallelæ ducantur, $\zeta, \kappa, \epsilon, \lambda$. postremo ducantur et punctis κ, λ ipsi $\alpha\epsilon, \nu\epsilon$ parallelæ $\kappa\mu, \lambda\nu$. ostendendum est ipsarum $\alpha\epsilon, \nu\epsilon$ medias proportionales esse $\mu\kappa, \nu\lambda$.] *Græcus codex καὶ ἄχθωσαν τῇ θ Π παράλληλοι αἱ ζ κ ε α, καὶ ἀπὸ τῶν κ α τῶς α γ, β α παράλληλοι αἱ κ μ α ν δείξαι, &c. αἱ μ κ ν α. Sed legendum καὶ ἄχθωσαν τῇ θ γ παράλληλοι αἱ ζ κ ε ν, καὶ ἀπὸ τῶν κ λ τῶς α γ β δ παρὰλληλοι αἱ κ μ, λ ν δείξαι αἱ μ κ, ν λ.*
- C Nisi prius ponatur proportio, quam habet $\kappa\eta$ ad $h\epsilon$, hoc est BE ad EA] *Græcus codex μὴ πρότερον ὑποθέμενος τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἢ κ δ πρὸς κ ρ τοῦτέστι τοῦ ὃ ἔχει ἢ η πρὸς την β α. Sed legendum puto ex ijs, quæ deinceps sequuntur. ὃν ἔχει ἢ κ θ πρὸς θ ρ τοῦτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἢ β ε πρὸς την ε α.*
- D Ut autem 3 ad $2\frac{1}{2}$, ita $2\frac{1}{2}$ ad aliam quamdam] *Græcus codex ὡς δὲ καὶ τὰ γ πρὸς τὰ δύο καὶ δ, οὕτως αὐτὰ τὰ β δ πρὸς αἷλληα. Sed legendum πρὸς αἷλλην τίτα.*
- E Et proportio $\kappa\eta$ ad $h\epsilon$, quam habet 10 . ad 6 .] *Græcus codex καὶ τῆς κ θ ἀρα πρὸς την θ σ λόγος ἐστίν, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ ε. Sed legendum ὃν τὰ ι πρὸς τὰ ε.*
- F Ipse per sese redarguitur, sumens quæsitum ut concessum] *Græcus codex αὐτοθεν ἐλέγχεται τὸ ζητούμενον ἐν ὁμολογούμενον λαβὼν lege τὸ ζητούμενον ὡς ὁμολογούμενον λαβὼν.*
- G Atque per puncta STB ductis parallelis ipsi $\kappa\pi$ factum erit quod quæritur] *Græcus codex hoc loco, & infra corruptus erat, quem nos restitimus.*
- H Erat namque & ut $\kappa\pi$ ad $\epsilon\rho$, ita $\epsilon\rho$ ad $\tau\sigma$] *Sequitur hoc ex 4. sexti elementorum ob triangulorum similitudinem.*
- K Quoniam igitur data est proportio $\kappa\eta$ ad $h\epsilon$.] *Græcus codex ἐπεὶ τὴν δὲ δοθείσιν ἐστίν ὁ τῆς κ θ πρὸς θ ρ lege ἐπεὶ τὴν δοθείσιν ἐστίν ὁ τῆς κ θ πρὸς θ ρ.*
- L Angulus igitur $\rho\phi\chi$ est datus, qui est æqualis angulo exteriori $\kappa\sigma\psi$] *Græcus codex δοθείσα ἀρα ἢ ὑπὸ ρ φ γωνία καὶ ἰση ἐστίν τῇ ὑπὸ κ σ φ ἔκτος γωνία. Sed legendum δοθείσα ἀρα ἢ ὑπὸ ρ φ χ γωνία. καὶ ἰση ἐστίν τῇ ὑπὸ κ σ ψ ἔκτος γωνία.*
- M Ergo & producta $A\psi$ ad F datum erit $\sigma\epsilon\psi$ triangulum orthogonium specie, & magnitudine] *Græcus codex ἐκβληθείσιν ἀρα, &c. τῷ εἶδει οὕτως. Legendum arbitror τῷ εἶδει καὶ μεγέθει, quod ex ijs, quæ sequuntur manifesto apparet.*
- N Si N necessario est sectionis punctum tertiæ proportionis] *Græcus codex ἐν τῷ ε ἐστίν ἐξ ἀνάγκης τὸ τῆς τομῆς σημεῖον τοῦ τρίτου λόγου. Sed pro ε ego libenter ponerem β. hoc est ν ut nos vertimus.*

THEOREMA PRIMVM, PROPOSITIO I.

Sit quædam recta linea AG diuisa in partes æquales ad puncta BCDEF. Dico vt AC ad CB, ita esse BC ad ipsius CB dimidiam: & vt AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipsius CB: vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, C & ipsius CB quartam: & vt AF ad FB, ita BF ad FC, & quintam CB: Denique vt AG ad GB, ita BG ad GC, & ipsius CB sextam.

Per spicuum autem est numeris semper hoc pacto assumptis, vt datus rectarum linearum æqualium numerus a puncto A ad numerum vnitatem minorem, ita esse nume-

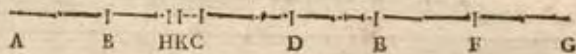
rum vnitatem minorem ad alium adhuc eo minorem vnitatem, & particulam ipsius CB, quæ datæ rectarum linearum æqualium multitudini respondeat.



COMMENTARIVS.

Dico vt AC ad CB, ita esse BC ad ipsius CB dimidiam] *Vt enim AC ad eius dimidiam A CB, ita & BC ad eius dimidiam.*

Et vt AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipsius CB] *Fiat enim vt AB ad BD, ita B BH ad HD. erit componendo, vt AD ad DE, ita BD ad DH; & quarum partium AD est 9, earum DB est 6: & DH 4. ergo BH est 2, & HC 1. Vt igitur AD ad DB, ita BD ad DC & CH, hoc est ipsius CB tertiam.*



Vt autem AB ad BE, ita BE ad EC, & ipsius BE quartam] *Rursus fiat vt AB ad BE, ita BK ad KE: quare & componendo, vt AE ad BE, ita erit BE ad BK. Quarum vero partium AB est 16, earum BE est 12, & BK 9. ergo BK erit 3, & KC, 1. Vt igitur AB ad BE, ita BE ad EC, & CK, videlicet quartam ipsius CB. eodem modo, & reliquæ demonstrabuntur.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sint æquales rectæ lineæ, A, B; & CD minor, quàm vtrique ipsarum AB; maior vero, quàm N: fiatque vt A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH: vt autem B ad N, ita fiat N ad P, & P ad R. Dico ipsam R, quàm GH minorem esse.

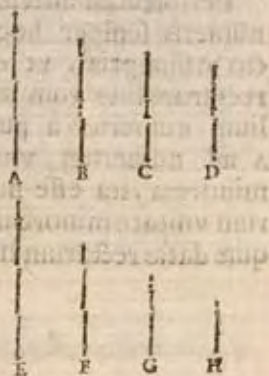
Quoniam enim CD maior est, quàm N; ponatur ipsi N æqualis CK. ergo vt A ad CK, ita B ad N. Rursus quoniam vt A ad CD, ita CD ad EF; fiat vt A ad CK, ita CK ad EL. est autem & vt B ad N, ita N ad P: atque est A quidē ipsi B æqualis; CK vero æqualis N. ex æquali igitur vt A ad EL, ita B ad P: ideoque EL ipsi P æqualis erit. Eadem ratione, cum sit vt A ad CD ita CD ad EF, & EF ad GH; erit & vt A ad CK, ita CK ad EL, & EL ad minorem, quàm GH sit ad GM. Itaque quoniam vt CK ad EL, ita EL ad GM: & vt N ad P, ita P ad R; est autem CK æqualis N, & EL æqualis P; erit GM ipsi R æqualis; ac propterea R minor, quàm GH.



A L I T E R

Sit A æqualis E , maior autem B , quàm F : & fiat ut A quidem ad B , ita B ad C , & C ad D . ut vero E ad F , ita F ad G , & G ad H . Dico D maiorem esse, quàm H .

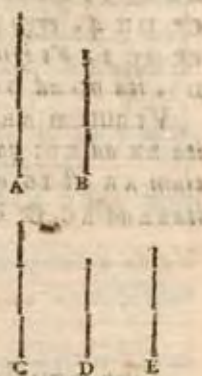
Quoniam enim B maior est, quàm F , & A ipsi E est æqualis; habebit B ad A maiorem proportionem, quàm F ad E : & contra A ad B minorem habebit, quàm E ad F . ut autem B ad A , ita F ad G , & ut A ad B , ita E ad F ; ergo B ad C minorem habet proportionem, quàm E ad G . & ut B ad C , ita C ad D . quare C ad D minorem proportionem habet, quàm E ad G . Sed ut F ad G , ita G ad H . ergo C ad D minorem habet, quàm G ad H . Quoniam igitur A ad B minorem habet proportionem, quàm E ad F . E vero ad C minorem, quàm F ad G ; & C ad D minorem, quàm G ad H ; habebit ex æquali A ad D minorem proportionem, quàm E ad H , ut deinceps ostendetur, & sunt A & E inter se æquales. maior igitur est D quàm H , quod demonstrare oportebat.



THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Habeat A ad B minorem proportionem, quàm C ad D . Dico & permutando A ad C minorem proportionem habere, quàm B ad D .

Fiat ut A ad B , ita C ad E maior igitur est B quàm D . Et quoniam ut A ad B , ita C ad E ; erit permutando, ut A ad C , ita B ad E . Sed B ad E minorem habet proportionem, quàm B ad D . ergo & A ad C minorem proportionem habebit, quàm B ad D .



THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Hoc demonstrato, habeat A ad B minorem proportionem, quàm D ad E : & B ad C proportionem minorem habeat, quàm E ad F . Dico ex æquali A ad C minorem habere proportionem, quàm D ad F .



Quoniam

Quoniam .n. A ad B minorem proportionem habet, quam D ad E; habebit permutando A ad D minorem proportionem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E minorem, quam C ad F. ergo rursus permutando A ad C minorem habet proportionem, quam D ad F.

Quæ igitur me præmisisse oportebat, hæc sunt. Itaque omittens explicare & tibi, & ijs, qui in geometria exercitati sunt ea, quæ ille scripsit de constructione, & quæ nos obiecimur; optimum fore iudicavi, si exponerem quid antiqui de dicto problemate senserint & primum nonnulla dicerem de problematibus, quæ in geometria considerantur, inde sumpto initio.

Problematum geometricorum antiqui tria genera esse statuerunt, & eorum alia quidem plana appellari, alia solida, alia linearia, Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam solui possunt, merito plana dicuntur; etenim lineæ, per quas eiusmodi problemata solvuntur, in plano ortum habent. Problemata vero quæcumque solvuntur, assumpta in constructionem aliqua conic sectione, vel pluribus, solida appellantur namque ad constructionem necesse est solidarum figurarum superficiebus, nimirum conicis uti. Restat tertium genus, quod lineare appellatur. Lineæ enim aliæ præter iam dictas in constructionem assumuntur, varium, & transmutabilem ortum habentes, quales sunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant, nos quadrantes dicere possumus, conchordes, & cissoïdes, quibus quidem multa, & admirabilia accidunt. Cum igitur tales sint problematum differentia, antiqui geometræ problema ante dictum in duabus rectis lineis, quod natura solidum est, geometrica ratione innixi construere non potuerunt, quoniam neque conic sectiones facile est in plano designare. Instrumentis autem ipsum in operationem manualet, & commodam, aptamque constructionem mirabiliter traduxerunt, quod videre licet in eorum voluminibus, quæ circumferuntur, ut in Eratosthenis mesolabo, in Philonis, & Heronis mechanicis, & catapulticis. Hi enim asserentes problema solidum esse, ipsius constructionem instrumentis tantum perfecerunt, congruenter Apollonio Pergæo, qui & resolutionem eius fecit per conic sectiones: alij per locos solidos Aristæi: nullus autem per ea, quæ proprie plana appellantur. At Nicomedes, & ratione illud fecit per lineam conchoidem, per quam & angulum tripartito diuisit. Exponemus igitur quattuor eius constructiones una cum quadam nostra tractatione. Quarum prima quidem est Eratosthenis, secunda Nicomedis, tertia Heronis, maxime ad manuum operationem accommodata, ijs, qui Architecti esse volunt, ultima autem est a nobis inuenta. Solido enim quocumque dato, alterum solidum dato simile constituitur ad datam proportionem, si duabus datis rectis lineis, duæ mediæ in continua analogia assumantur, ut inquit Hero in mechanicis, & catapulticis.

C O M M E N T A R I V S.

Problematum vero quæcumque solvuntur, assumpta in constructionem aliqua conic sectione, vel pluribus, solida appellantur] Græcus codex sic habet, παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μίας τῶν τοῦ κώνου τομῶν. ego libentius legerem παραλαμβανομένης εἰς τὴν κατασκευὴν μίας τῶν τοῦ κώνου τομῶν.

Quales sunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant] Græcus codex minus est, qui sic habet, ὅπῃαι τυγχάνουσιν . . . καὶ τετραγωνίζουσαι. Fortasse autem legendum erit, ὅπῃαι τυγχάνουσιν αἱ ἑλικες, καὶ τετραγωνίζουσαι.

Quoniam neque conic sectiones facile est in plano designare] In Græco codice legitur. ἐπὶ μὴ δὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥαδίον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἂν, quæ vero sequuntur supernuacanea, & abolenda censeo. Ut pote librarij errore inserta. ὥς δὲ δύο δοθεισῶν εὐθεῶν ἂν ἀνίσταν δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχῇ ἀναλογίᾳ.

Solido enim quocumque dato, alterum solidum dato simile constituitur ad datam proportionem] Græcum codicem ita corrigemus. σπεῖον γὰρ πατὴρ δεδομένου, ἐτι-
ρον σπεῖον ὁμοῖον τῷ δεδομένῳ κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον.

PROBLEMA I. PROPOSITIO V.

Duabus datis rectis lineis, duas medias proportionales in continua analogia inuenire.

VT ERATOSTHENES.

Sit plinthium compactum ABCD, & in ipso triangula orthogonia æqualia ABH, MFK, NGL; quæ rectos angulos habeant ad puncta BFG: & triangulum quidem AEH affixum maneat, triangulum vero MFK

moueatur in regulis AB, CD,

ita vt ME in regula AB feratur,

canalem per totum habente, & vertex K in CD; nempe canali per totam longitudi-

nem excuato: Similiter & triangulum NGL in regulis AB, CD, per dictos canales

moueatur. His igitur hoc modo præparatis, si quis velit cubum cubi duplum facere,

assumens AC ipsius LX duplam, distrahensque triangula MFK, NGL, quoad puncta

AX in eadem recta linea constituentur, in qua triangulorum sectiones PO, contingat

rectam lineam APOX occurrentem ipsi CD in R; hoc enim necessario fieri oportet.

Et ita quod propositum est, assequetur. Nam cum sit, vt AC ad PH, ita AR ad RP,

& AH ad PK, & HR ad RK, & PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL,

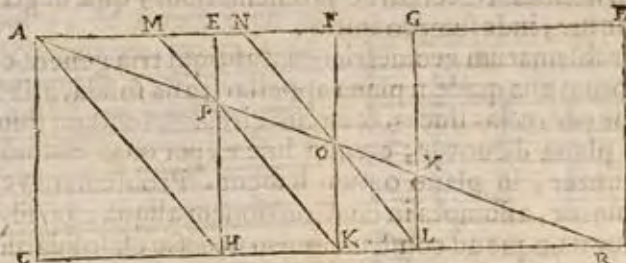
& OK ad LX; erunt linearum AC, LX, duæ mediæ PH, OK, in continua analogia;

atq; est AC dupla LX. Cubus igitur, qui sit ex AC duplus erit eius, qui ex PH

cubi. Quod si cubus ad cubum aliam quandam proportionem habeat, eandem habere

oportet AC ad LX, & reliqua simili ratione construentur. Ex quo perspicue constat

fieri non posse, vt propositum per plana soluatur.



COMMENTARIUS.

A Et triangulum quidem AEH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD] Ex epistola Eratosthenis, quæ legitur in commentarijs Eutocij in secundum librum Archimedis de Sphæra, & Cylindro, apparet ipsum Voluisse medium parallelogrammum, seu triangulum affixum esse, & manere, non primum. Sed res in idem recidit, nam etiam si ultimum maneat, & alia duo moueantur, idem planè continget. græcus autem codex corruptus est, & mancus, qui fortasse ita restitueretur. τὸ δὲ μὲν ζ κ τὴν κίνησιν ἐχέτω ἐπὶ τῶν α β, B γ δ κινώμεν, adscribantur reliqua ex codice manuscripto.

Nam cum sit vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK] Ex quarta propositione sexti libri elementorum; sunt enim triangula ARC, PRH inter se similia, itemque similia ARH, PRK. quare vt AC ad PH, ita AR ad RP: & Vt AR ad RP, ita & AH ad PK, & HR ad RK.

C Et PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX] Rursus enim sunt triangula PRH, ORK similia, & similia PRK, ORL, Vt igitur HR ad RK, ita est & PH ad OK, & PR ad RO. Sed vt PR ad RO, ita PK ad OL, & KR ad RL. atque ob eandem causam, Vt KR ad RL, ita OK ad XL. Ex quibus sequitur per undecimam quinti elementorum, Vt AC ad PH, ita esse PH ad OK, & OK ad XL.

VT NICOMEDES.

Duabus datis rectis lineis CD, DA; duæ mediæ in continua analogia, hoc modo assumuntur.

Compleatur $ABCD$ parallelogrammum; & utraque ipsarum AB , BC bifariam secetur in punctis EB : iunctaque LD producat: & occurrat CB productæ in G ; ipsi vero BC ad rectos angulos ducatur BE : & CF iungatur, quæ sit æqualis AL . iungatur præterea FG , & ipsi parallela sit CH . Quod cum angulus contineatur KCH , a dato puncto F ducatur FHK , quæ facit lineam HK ipsi AL , vel CF æqualem. hoc enim fieri posse per lineam conchoidem ostensum est. & iuncta KD producat, occurratque ipsi BA productæ in puncto M . dico ut DC ad CK , ita esse CK ad MA , & MA ad AD . Quoniam enim BC bifariam secta est in E ; & ipsi adijcitur CK ; rectangulum BKC una cum quadrato ex EB æquale est quadrato ex BK . commune apponatur ex BE quadratum. ergo rectangulum BKC una cum quadratis ex CB , BE ; hoc est una cum quadrato ex CF æquale est quadratis ex KE , EF , hoc est quadrato ex FK . Et quoniam ut MA ad AB , ita est MD ad BK ; ut autem MD ad BK , ita BC ad CK ; erit ut MA ad AB , ita BC ad CK , atque est ipsius AB dimidia AL & ipsius BC dupla CG . est igitur & ut MA ad AL , ita CG ad CK , sed ut GC ad CK , ita GH ad HK , propter lineas parallelas CF , CH . quare, & componendo ut ML ad LA , ita FK ad KH . Sed AL ponitur æqualis HK , quoniam & ipsi CF . ergo, & ML æqualis erit FK & quadratum ex ML quadrato ex FK æquale. est autem quadrato ex ML æquale rectangulum BMA una cum quadrato ex AL : & quadrato ex FK æquale ostensum est rectangulum BKC una cum quadrato ex CF ; quorum quidem quadratum ex AL est æquale quadrato ex CF ; ponitur enim AL ipsi CF æqualis. ergo reliquum BMA rectangulum æquale est reliquo BKC . ut igitur MB ad BK , ita CK ad MA . Sed ut MB ad BK , ita DC ad CK . quare ut DC ad CK , ita est CK ad MA . ut autem MB ad BK , ita MA ad AD . ergo & ut DC ad CK , ita CK ad MA , & MA ad AD .

2. Sexti

B C

D

2. Sexti.

6. secundi

14. Sexti.

4. Sexti.

4. Sexti.

COMMENTARIUS.

Hoc enim fieri posse per lineam conchoidem ostensum est] *Quomodo illud per lineam A conchoidem fiat, vide in quarto libro propositione 24. & apud Eutocium in commentariis in secundum librum Archimedis de sphaera & cylindro.*

Et ipsius BC dupla CG] *Ob similitudinem namque triangulorum DGC , LGE , ut DC ad LB , ita est CG ad GE . Sed AB hoc est DC dupla est ipsius LB . ergo & CG ipsius GB dupla erit. ac propterea etiam dupla ipsius BC .*

Est igitur, & ut MA ad AL , ita GC ad CK] *Quoniam enim est ut MA ad AB , ita BC ad CK : & ut BA ad AL , ita CG ad BC ; erit ex æquali in perturbata ratione, ut MA ad AL , ita GC ad CK .*

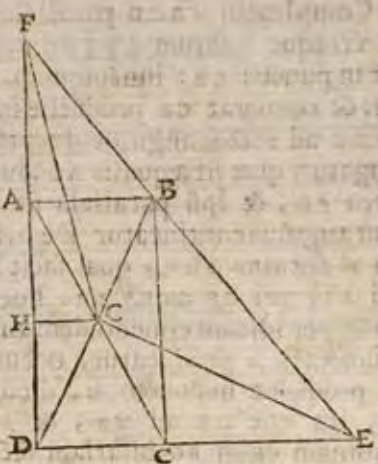
Quare, & componendo, ut ML ad LA , ita FK ad KH , sed AL ponitur æqualis HK , quoniam & ipsi CF . ergo & ML æqualis erit FK] *Ex ante dictis namque & Undecima quinti libri elementorum sequitur, ut MA ad AL , ita esse GH ad HK . ergo & componendo, ut ML ad LA , ita FK ad KH , permutandoque ut ML ad FK , ita LA ad KH . sed LA est æqualis KH , quare & ML ipsi FK æqualis erit.*

V T H E R O.

Quo autem modo possimus, duabus rectis lineis duas medias proportionales organicè inuenire, ostendemus; quoniam problema hoc, ut etiam inquit Hero, solidum est. exponemus igitur demonstrationem ad manuum operationes maximè accommodatam.

Sint enim datæ rectæ lineæ AE , BC ad rectos inter se angulos constitutæ, quarum oporteat duas medias proportionales inuenire. Compleatur $ABCD$ parallelogrammum, & DC , DA producantur; iunganturque DB , AC : & aptetur regula ad punctum B , quæ quidem mota secet lineas CB , AF , quoad ea, quæ a puncto G ducitur ad sectionem CE . æqualis fiat illi, quæ ab eodem puncto G ad sectionem AF ducitur. Itaque factum iam sit, & regulæ positio sit BEF , æquales autem AG , GF . Dico rectas lineas AF , CB medias pro-

A
B
14 Sexti
4
Quoniam enim parallelogrammum $ABCD$ rectangulum est, quattuor rectæ lineæ DG , GA , BG , GC , æquales sunt inter sese. & quoniam æquales sunt DG , GA ; & ducta est GF , rectangulum DFA una cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF . Et eadem ratione rectangulum DEC una cum quadrato ex CG , æquale est quadrato ex GE . & sunt æquales FG , GE . ergo & rectangulum DFA una cum quadrato ex AG erit æquale rectangulo DEC una cum quadrato ex CG quorum quadratum ex CG est æquale quadrato ex GA . reliquum igitur rectangulum DEC rectangulo DFA est æquale. ergo ut ED ad DF , ita EA ad CE . ut autem ED ad DF , ita & BA ad AF , & EC ad CB . quare & ut BA ad AF , ita & EA ad CE ; & EC ad CB , rectarum igitur linearum AB , BC mediæ proportionales sunt AF , CB .



COMMENTARIUS.

A Quoniam enim parallelogrammum $ABCD$ rectangulum est, quattuor rectæ lineæ DG , GA , BG , GC , æquales sunt inter sese] Sunt enim trianguli ABC duo latera CB , BA equalia duobus lateribus BC , CD trianguli DCB , & angulus ad B rectus equalis recto ad C . ergo & basis AC basi BD equalis erit. Sed AGB angulus est equalis angulo DGC , quod sint ad verticem; & angulus ABG equalis est angulo CDG , angulusque BAG ipsi DCG . triangulum igitur ABG triangulo CDG simile; & ut AB ad BG , ita CD ad DG ; & permutando ut AB ad CD , ita BG ad GD . ergo BG , GD æquales sunt. & eodem modo ostenduntur æquales AG , GC . ut igitur BG ad GD , ita AG ad GC . & componendo ut BD ad DG , ita AC ad CG rursusque permutando ut ED ad AC , ita DG ad GC . Sunt autem BD , AC æquales; quod ostensum fuit. ergo & æquales DG , GC , & propterea BG , GA , & omnes inter se æquales.

B Et quoniam æquales sunt DG , GA ; & ducta est GF ; rectangulum DFA una cum quadrato ex AC æquale erit quadrato ex GF] Ducatur a puncto G ad AD perpendicularis GH . erit triangulum AGH triangulo DGH simile: & ut GH ad HA , ita GH ad HD . ergo AH est equalis HD . Et quoniam AD bisariam secta est in H : & ipsi adicitur AF , rectangulum DFA una cum quadrato ex AH æquale est quadrato ex HE . commune apponatur quadratum ex GH , rectangulum igitur DFA una cum quadratis ex AH , HG : hoc est una cum quadrato ex AG æquale erit quadratis ex FH , HG , videlicet quadrato ex FG . & similiter ducta a puncto G ad DC perpendiculari, rectangulum DEC una cum quadrato ex CG æquale ostendetur quadrato ex GE .

VT IPSE PAPPVS.

Cubus autem cubi non solum duplus inuenitur per subiectum instrumentum, quod a nobis excogitatum est, sed & generaliter proportionem habens quamcumque imperatam.

Describatur enim semicirculus ABC : & a centro D ad rectos angulos ducatur DB ; & moveatur regula circa A punctum, ita ut unus quidem eius terminus clauulo quopiam superponatur puncto A , reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moveatur. His hoc modo constructis propositum fit duos cubos inuenire, qui inter se datam proportionem habeant. Fiat proportio BD ad DB eadem, quæ proportio data; & iuncta CB producat ad F . moveatur autem regula inter BC , donec pars eius interiecta inter lineas FE , BB æqualis sit ei, quæ inter BB rectam lineam & circumferentiam BKC interijcitur. hoc enim tentantes semper, & regulam transferentes facile assequemur. factum igitur iam sit, & regula positionem habeat $AGHK$, ita ut GH , HK inter se sint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex linea DH datam habere proportionem; videlicet quæ est BD ad DE . Inteligatur enim circulus completus: iunctaque KD producat ad L , & LG iungatur. parallela igitur est LG ipsi BD , propterea quod & KH est æqualis HG , & KD ipsi DL . Iungantur etiam AL , LC . Et quoniam angulus GAL in semicirculo rectus est; & perpendicularis AM : erit ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA , hoc est, ut recta linea CM ad rectam MA , ita quadratum ex LM ad quadratum ex MG : etenim ut LM ad MA , ita est MA ad MG . ergo & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA , ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG , & recta linea CM ad MA . communis apponatur proportio AM ad MG . ergo proportio composita ex proportione CM ad MA , & proportione AM ad MG , videlicet proportio CM ad MG , eadem est, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG ; & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG . Sed proportio composita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG , & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG , eadem est, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG . ergo & CM ad MG proportio, eadem est, quæ cubus ex AM habet ad cubum ex MG . Sed ut CM quidem ad MG , ita CD ad DE , hoc est BD ad DE . Ut autem AM ad MG , ita AD ad DH , hoc est BD ad DH . ergo & ut BD ad DE , quæ est proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum: Si igitur fiat ut BD ad DH , ita DH ad aliam quampiam, ut DX ; erunt rectarum linearum BD , DE duæ mediæ proportionales, DH , DX .

2. Sexti.

Cor. 2.

A

B

C

4. Sexti.

COMMENTARIUS.

Ergo & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA , ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG .] ex 22. Sexti.

Et recta linea CM ad MA] Rursus enim quoniam angulus ALC in semicirculo est rectus & perpendicularis LM , erunt tres rectæ lineæ CM , ML , MA in continua analogia. quare ut CM ad MA , ita quadratum ex CM , ad quadratum ex ML , hoc est quadratum ex LM ad quadratum ex MA .

Sed proportio composita ex proportione quadrati AM ad quadratum MG , & proportionem lineæ AM ad MG eadem est, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG] Prisma namque omnia, & pyramides inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro gravitatis solidorum, propositione xxi . demonstravimus. Est enim cubus prisma quoddam, cuius basis latus ipsius altitudini est æquale.

SECUNDVM PROBLEMA HOC ERAT.

In semicirculo tres medietates sumere.

- Hoc autem quidam alius dixit, & semicirculum exponens AEC , cuius centrum E , assumensque in recta linea AC quodvis punctum D & ab eo ad rectos angulos EC ducens DB , ipsam EB coniunxit. ad quam
- A a puncto D ducta DF perpendiculari, tres medietates simpliciter in semicirculo exponi asseruit. ipsam quidam EC mediam arithmetica, DB geometricam, & BF harmonicam. At vero ED mediam esse inter AD , DC in geometrica analogia, & EC mediam inter AD , DC in medietate arithmetica
- B. Sexu. C perspicuum est ut enim AD ad DB , ita est DB ad DC : & ut AD ad seipsam, ita excessus ipsarum AD , AB , hoc est AD , EC ad excessum EC , CD . Quo autem pacto ED media sit in harmonica medietate, vel qualium rectarum linearum, non dixit, sed tantum affirmavit tertiam esse proportionalem rectarum linearum EB , BD , ignorans ab ipsis EB , BD , BF , quæ sunt in geometrica analogia, medietatem harmonicam formari. ostendetur enim a nobis inferius, duas EB , & tres DB , & unam BF , coaceruatas efficere maiorem extremitatem harmonicæ medietatis; & duas BD , & unam BF efficere mediam; unam vero BD , & unam BF , minimam. Sed primum de tribus medietatibus differendum est; secundo loco de ijs, quæ in semicirculo, deinde de alijs tribus, quæ ipsis opponuntur secundum antiquos: postremo de quatuor medietatibus, quæ sunt apud recentiores, ex eorum sententia, & quo pacto unaquæque decem medietatum per geometricam analogiam inueniri possit. ut & id quod propositum est, pluribus redarguamus.



DEFINITIONES.

μεσότης
medietas:
ἀναλογία
analogia.
Arithme-
tica me-
dieta.
Differt autem medietas ab analogia, nam siquid est analogia, hoc & medietas est, sed non contra: medietates enim tres sunt arithmetica, geometrica, & harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus existentibus terminis medius unum extremorum pari excessu quantitate superat, & a reliquo superatur, ut habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando sit ut primus terminus ad seipsum, ita primus excessus ad secundum, prima vero intelligere oportet superantia.

Geomet-
rica.
Geometrica medietas, quæ proprie analogia dicitur; quando sit ut medius terminus ad unum extremorum, ita reliquus ad medium, ut habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando sit ut primus terminus ad secundum, ita primus excessus ad secundum.

Harmoni-
ca.
E Harmonica autem medietas est, quando medius terminus eadem parte & superat unum extremorum, & a reliquo superatur; ut habet 3 ad 2 & ad 6; vel quando sit ut primus terminus ad tertium, ita primus excessus ad secundum, ut habent. 6 3 2.

F His positis inueniemus simul tres medietates in minimis relictis lineis numero quinque.

COMMENTARIUS.

A Ipsam quidem AC mediam arithmetica[m]] *Græcus codex τὴν μὲν δμῶν ἀριθμητικὴν sed mendose; legendum enim est τὴν μὲν γ' μὲν ἀριθμητικὴν.*

B Et EC mediam inter AD DC in medietate arithmetica perspicuum est] *Et hoc loca Græcus*

Græcus codex mendosus est, in quo legitur, $\eta \delta \epsilon \delta \epsilon \tau \eta \varsigma \alpha \delta \delta \gamma$. corrige $\eta \delta \epsilon \gamma \tau \eta \varsigma \alpha \delta \delta \gamma$.

Et ut AD ad seipsam, ita excessus ipsarum AD, AB, hoc est AD, BC ad excessum BC, CD.] Ostendit BC mediam esse inter AD DC in medietate arithmetica ex definitione ipsius, est enim arithmetica medietas, ut ipse inferius scribit, quando tribus existentibus terminis medius unum extremorum pari excessu superat, & à reliquo, superatur. ut habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando sit, ut primus ad seipsum ita primus excessus ad secundum, est igitur ut AD ad seipsam, ita excessus primi, & secundi AD, BC, hoc est AD, AB, qui est BD ad excessum secundi, & tertij BC, CD, qui est idem BD, sunt enim AB BC inter se æquales, cum B circuli centrum ponatur.

Ostendetur enim a nobis inferius duas BE, & tres DB &c.] in 20. huius.

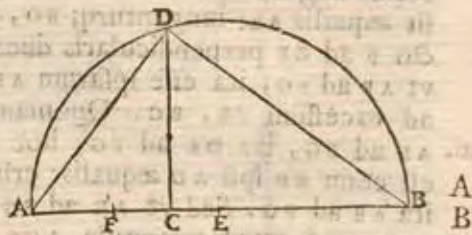
Harmonica autem medietas est, quando medius terminus eadem parte & superat unum extremorum & à reliquo superatur, ut habet 3 ad 2 & ad 6] Nam 3 superat 2 dimidia parte ipsius 2, & separatur à 6 itidem dimidia ipsius 6.

His positis inueniemus simul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque] De his posteriùs in xv. huius

PROBLEMA II. PROPOSITIO VI.

Oporteat autem primum datis rectis lineis AB, BC mediam in geometrica analogia inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CD, & AB in puncto B bifariam secetur: circa centrum vero B per B circumferentia descripta secet eam, quæ ad rectos angulos ducta est in D; & coniungenti puncta BD æqualis auferatur BF, erit BF media, quam quærebamus. iuncta enim DA, rectum angulum continet cum BD, propterea quod utraque ipsarum BB, BA æqualis est ei, quæ DB puncta coniungit: est autem & angulus ad C rectus, æquiangulum igitur ABD triangulum triangulo BCD; & ob id latera, quæ circa B communem ipsorum angulum, sunt proportionalia, ergo ut AB ad BD, ita DB ad BC: linearum igitur AB, BC media est BD, & ipsi æqualis BF.



COMMENTARIUS.

Propterea quod utraque ipsarum BE, BA æqualis est ei, quæ DB coniungit.] est enim ADB semicirculi circumferentia, quæ rectum angulum comprehendit, ex 33. tertij libri elementorum.

Æquiangulum igitur est ABD triangulum triangulo BCD] ex octaua sexti elementorum.

PROBLEMA III. PROPOSITIO VII.

Datis rectis lineis AB, BF; minorem extremam sumere.

Secetur AB bifariam in E, & circa centrum B per B circumferentia describatur; quam circumferentia circa B centrum per F descripta secet in puncto D: & perpendicularis ducatur DC. facta est igitur BC tertia proportionalis ipsarum AB BF, quod ex antedictis in media proportionali demonstrari facile potest.



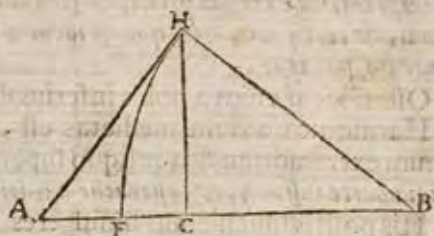
Et manifestum est si data analogiæ proportio dupla sit, ita ut AB sit quadrupla BC, quæ ipsi BD æqualis ponitur dimidia erit AB, videlicet BE. Et si proportio maior sit, quam dupla, erit dimidia minor: Si vero minor, quam dupla, dimidia maior erit.

PRO-

PROBLEMA IV. PROPOSITIO VIII.

Datis rectis lineis FB , BC maiorem extremam inuenire.

Ducatur ad rectos angulos CH , quam circumferentia circa B centrum per F descripta fecet in H , & ipsi BH iunctæ ad rectos angulos ducatur HA . ergo AB est tertia proportionalis ipsarum CB , BF , hoc enim ex ante demonstratis perspicue constat.

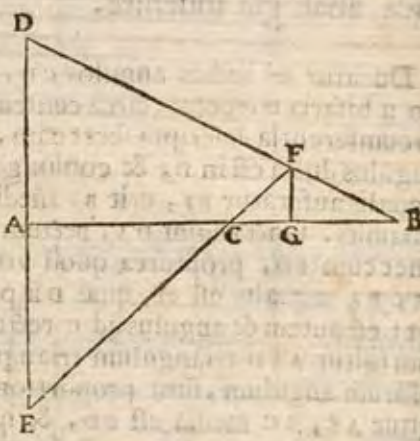


PROBLEMA V. PROPOSITIO IX.

A Datis rectis lineis AB , BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire.

Rursus sint duæ rectæ lineæ AB , BC ; & ad rectos angulos ipsi AB ducatur DAE , ita ut DA sit æqualis AB : iunganturq; BD , BCF : & a puncto F ad CB perpendicularis ducatur FG . Dico ut AB ad BG , ita esse ipsarum AB , BC excessum ad excessum CB , BG . Quoniam enim est, ut AB ad BG , ita DA ad FG ; hoc est AB ad FG : est enim AB ipsi AD æqualis: erit ut AB ad BG : ita AB ad FG . Sed ut AB ad FG ita AC ad CG : propterea quod triangula ACB , CFG æquiangula sunt. ut igitur AB ad BG , ita AC ad CG : atq; est AC excessus rectarum linearum AB , BC . & CG excessus ipsarum CB , BG . ergo ut AB BG , ita ipsarum AB BC excessus ad excessum CB BG .

B Hoc autem theorema utile est ad harmonicam medietatem. prima enim est AB , secunda BC , tertia BG .

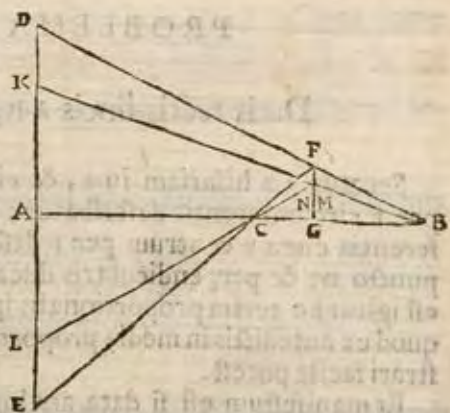


COMMENTARIUS.

A Datis rectis lineis AB , BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire.

Propositionem hanc nos addidimus perspicuitatis causa, quemadmodum, & in iis, que sequuntur.

Animaduertendum autem est Pappum non determinare magnitudinem rectarum linearum DA , AB propterea quod utcumq; sumantur, siue maiores, siue minores, idem prorsus contingat necesse est. Sumantur enim aliæ duæ KA AL , ita tamen ut inter se æquales sint: & iuncta KB , quæ rectam lineam FG in puncto M secet, ducatur LC . Dico LC productam occurrere ipsi FG in M . Si enim fieri potest, occurrat in alio puncto, videlicet in N . Quoniam igitur demonstrauimus, ut AB ad BG , ita esse AC ad CG : Ut autem AB ad BG , ita KA ad MG : & ut AC ad CG , ita AL ad NG . Ob similitudinem triangulorum ALC , CNG ; erit ut KA ad MG , ita AL ad NG : permutandoque ut KA ad AL , ita



AL , ita

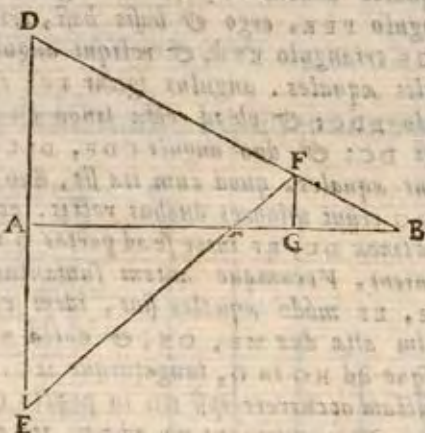
AL, ita MG ad GN. est autem KA equalis AL. ergo & MG ipsi GN equalis erit. Sed & inequalis, quod fieri non potest. recta igitur linea LC occurrit FG in M. Quod cum KB, LC inter se conveniant in FG ad punctum M, perpendicularis ab eo ducta in idem punctum G cadet. & omnia similiter atque in superioribus contingent.

Hoc autem theorema utile est ad harmonicam medietatem] Theorema pro problema improprie usurpavit.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

Datis rectis lineis AB, BG mediam in harmonica medietate inuenire.

Quod si extremis AB, BG datis mediam inquiramus, iungentes BD, & a puncto G ducentes GF ad rectos angulos GB, a puncto autem F ad B ducentes FCE, habebimus CB mediam inter AB, BG. & demonstratio manifesta est.



PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

Datis rectis lineis CD, BE in harmonica medietate maiorem extremam inuenire.

Datis autem rectis lineis CB, BE maiorem extremam inueniemus, a puncto E ad rectos angulos ducentes DE, BE, iungentesque BF, DC, & ad G producentes. quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abscindit HB æqualem ei, quam quærebat; nam CD, BE vt ad partes G inter se conuenient. oportet enim ponere BE maiorem, quam BC.



COMMENTARIVS.

A puncto E ad rectos angulos ducentes DE, BE] Intelligendum autem DE, BE inter se æquales esse, vt in superioribus.

Quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abscindit HB æqualem ei, quam quærebat] Vt enim HE ad BE, ita est HG ad BE, hoc est 4. Sexti. ad DB ei æqualem. Sed vt HG ad DE, ita est HC ad CE ob similitudinem triangulorum CGH, CDB. Vt igitur HE ad BE, hoc est vt primus terminus ad tertium, ita HC ad CB, videlicet excessus primi, & secundi ad excessum secundi, & tertij.

Nam CD, BE vt ad partes G inter se conuenient. Oportet enim ponere BE maiorem,

16 PAPPUS MATHEM. COE. 1.
iorem, quàm B C] In Græco codice legitur δὲ γὰρ ὑποτίθεσθαι τὴν Β γ μείζονα τῆς θ γ.
Sed puto legendum τὴν Β ε μείζονα τῆς θ γ. qua-
niam in medietate harmonica tertius terminus ma-
ior est excessu, quo medius ipsum tertium superat.

15 *Ut enim* HB ad BE, *ita* HC ad CE: & *permutando* Ut BE ad EC, *ita* BH ad HC. Sed BH ma-

ior est, quàm HC. ergo & BE, quàm EC maior erit.

Itaque a recta linea BE abscindatur EK equalis CE ,

& innēta KF producatur ad L. erunt duæ DE, EC

27 primi. & iuncta KF producatur ad L. erunt duæ DE, EC

29 primi. *aequales* duabus FE, EK & *angulus* DEC *aequalis*

angulo FER. ergo & basis basi, triangulumque

CDE triangulo KFE, & reliqui anguli reliquis an-

gulis æquales. angulus igitur EPK est æqualis an.

gulo EDC: & ob id recta linea KFL parallela est
inf. & duo anguli CDE, DEL duobus rectis

ipsi DC: & duo anguli CDE, DEF duobus rectis
sunt aequales quod cum ita sit duo anguli CDE

Junta equales, quod cum ita sit, duo anguli CDE,

DEF erunt minores duobus rectis, ac propterea re-

et alinea DC, BF inter se ad partes G necessario con-

DE EE modo saules fnt. idem continget fnt

DE, EF modo aequales [int, licet continget. Sint enim alie due ME DN et ducta EN producantur

entim alla due ME, ON, & alla EN produeatur
 rursus ad HC in O, iungaturque MC. Dico MC pro-

usque ad HG in O , tanganturque MC . Dico MC pro-
tractam occurrere ipsi HG in puncto O . Si enim f

tractam occurrere ipsi EG in puncto G. Si enim
 sit D. Et quoniam ut HB ad BE ita est HC ad CE.

ut H.C. ad C.E.; ita H.B. ad E.M. erit H.O. ad E.N. 315

ut HC ad CE, HA HF ad EN, EH HO ad EN, ut
ut NE ad EM. est autem NE equalis EM. ergo et

De NE ad EM. in unum NE aequalis EM. ergo &
lis. quod fieri non potest. convenient igitur auxe

O. quare perpendicularis ab eo ducta in idem punctum

rioribus sequuntur.

Нормы естественные.

4. Sexti.

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO XII.

Datis rectis lineis AB, c , mediam in arithmetica medietate inuenire.

Rursus datis rectis lineis AB, C , quarum maior AB , mediam in æquali excessu inueniemus hoc modo. Ponatur ipsi C æqualis BD , & DA bifariam secetur in E : & ipsi BE ponatur æqualis F . constat igitur F rectam lineam esse quam quærebat.

COMMENTARIVS.

Ponatur ipsi c æqualis BD, & DA bifariam diuiditur in E] Græcus codex χαλιδω
 τῇ γ ἰση ἢ δ ε, καὶ ἡ δ α δίχα τετυμένω τὸ ε κ. Sed legendum erit hoc παλτο, ut arbi-
 tror, καίτω τῇ γ ἰση ἢ β δ, καὶ δ α δίχα τετυμένω κατὰ τὸ ε.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.

Datis rectis lineis FC maiorem extremam in medietate arithmetica inuenire.

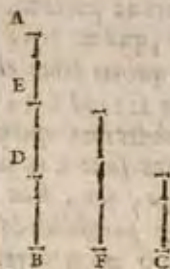
Similiter autem si dentur FC , excessum earum addentes ipsi F habebimus rectam lineam ipsi AB æqualem.

PRO-

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIV.

Datis rectis lineis AB, F, minorem extremam in arithmetica medietate inuenire.

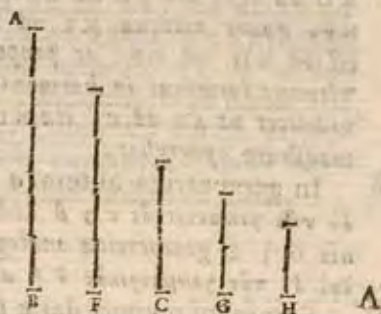
Rursus si AB, F datae sint, excessu earum ablato ab ipsa F, fiet c tertia linea.



PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Tres medietates simul in minimis rectis lineis numero quinque inuenire.

Sit igitur F media inter AB C in excessu æquali, erit rectarum linearum AB, F, c arithmetica medietas. Itaque fiat ut F ad c, ita c ad g; & erit ipsarum F, c, g, medietas geometrica, quæ proprie analogia appellatur. Quod si per ea quæ ostensa sunt, datis rectis lineis c g, quarum maior sit c, tertiam inueniamus h, ita ut sit sicut c ad h, sic excessus ipsarum c g ad ipsarum c h excessum, erit & rectarum linearum c g h harmonica medietas. Eadem autem proportio est rectæ lineæ AF ad c, quæ est c ad h; qui sunt extremi termini in arithmetica, & harmonica medietate. ergo quinque numero erunt minimæ rectæ lineæ, tres medietates continentes, quæ etiam inter se incommensurabiles esse possunt.



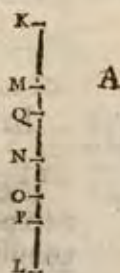
A L I T E R.

Idem in minimis numeris inuenire.

Simul autem & per quinque minimos numeros constituuntur in multiplicibus, superparticularibus, & reliquis proportionibus. posita nimirum vnitatem indiuisibili. In dupla enim proportionem ipsius AB ad c, erunt minimi numeri facientes id, quod propositum est, 12, 9, 6, 4, 3. In tripla autem proportionem. 18, 12, 6, 3, 2. & manifestum est quomodo oporteat & in alijs proportionibus minimos numeros trium medietatum inuenire. At si seorsum vnamquamque in tribus terminis exponere quis velit; ex ijs, quæ antedicta sunt, illud perspicue constat. In arithmetica quidem medietate erunt minimi numeri 3, 2, 1; in geometrica autem 4, 2, 1. Et minimi numeri datæ proportionis in æquemultiplices, & superparticulares, & in reliquos transmutentur. Vt in proportionem dupla AB ad c, quam habet 2 ad 1, ordinabimus pro 2, 4; & pro 1, 2: in excessu æqualis 2. & quoniam ipsorum medium est, quod & pari quantitate superat, & superatur, fiet recta linea F vnitatum trium media. proportio autem F ad c est sesquialtera, ut 3 ad 2, & cum eadem sit c ad g, non faciet problema vnitatem indiuisibili manente. Omnia igitur ter multiplicentur, & fient pro 4 quidem 12, pro 3 vero 9, & pro 2, 6, & recta linea c fiet vnitatum 4, & h 3. ergo trium medietatum numeri erunt, 12, 9, 6, 4, 3.

C O M M E N T A R I V S.

Eadem autem proportio est rectæ lineæ AB ad c, quæ est c ad h. Exponatur recta linea KL ipsi AB æqualis, quæ secetur in punctis MNO ita ut LM quidem sit æqualis lineæ F; LN vero c æqualis, & LO, ipsi g. Quoniam igitur in lineis KL, LM, LN medietas arithmetica consistit, erunt excessus KM, MN inter se æquales. & quoniam in ipsis ML, LN, LO consistit geometrica medietas siue analogia, ut ML ad LN, ita erit NL ad LO. hoc est ut tota ad totam, ita pars



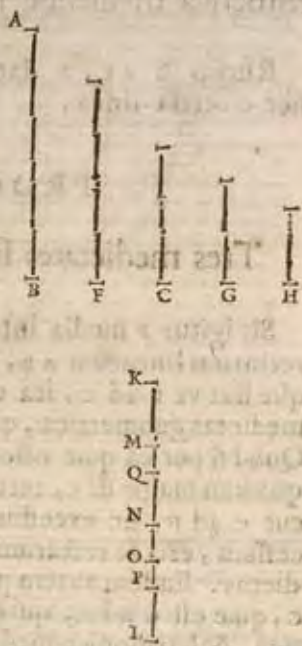
16 quieti. ita pars ad partem. ergo & MN reliqua ad reliquam NO, ut ML ad LN. Sed cum ML sit maior, quam LN, erit & MN quam NO maior, ex demonstratis a nobis ad sextamdecimam quinti libri elementorum, abscindatur a linea MN ipsa NQ, quæ sit æqualis NO. ut autem ML ad LN, ita & omnes antecedentes MN, ML ad omnes consequentes NO, LN, ex duodecima quinti libri elementorum. Sed lineis MN, ML æquales sunt KM ML, hoc est KL: ipsis vero NO NL sunt æquales QN, NL, hoc est QL. Ut igitur KL ad LQ, ita ML ad LN & permutando ut KL ad LM, ita QL ad LN. ergo reliqua KQ ad MN reliquam erit ut KL ad LM. Sed ut MN ad NO, ita ML ad LN: quod superius demonstratum fuit. quare ex æquali ut KQ ad NO, hoc est ad QN, ita KL ad LN. Itaque fiat, ut KQ ad QN, hoc est ut KL ad LN, ita NO ad OP. erit componendo ut KN ad NQ, ita NP ad PO, permutandoq; ut KN ad NP, ita NQ ad PO hoc est NO ad OP. erat autem NO ad OP, ut KL ad LN. Ut igitur KL ad LN, ita KN ad NP. quare reliqua NL ad LP reliquam, ut KL ad LN, hoc est ut NO ad OP: ac propterea LP æqualis erit lineæ H; & ultimus terminus in harmonica medietate. Ut igitur KL ad LN, videlicet ut AB ad C, ita NL ad LP, hoc est C ad H. quod demonstrare oportebat.

B In geometrica autem 4 2 1] Græcus codex sic habet ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ε γ β Sed mendose. non enim in his terminis 6 3 2 geometrica analogia consistit. legendum autem puto ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς δ β α Vel θ γ α.

C Et minimi numeri datæ proportionis in æque multiplices, & superparticulares, & reliquos transmutentur] In Græco codice legitur. καὶ τῶν κατὰ τὸν διδόμενον λόγον πεινῶν εἰς τοὺς ἰσάμει ε πολλαπλασίους, καὶ τοὺς ἐπιμορίου μεταλαμβάνομένων, καὶ τοὺς λοιποὺς quamquam nonnulla desiderari videantur. per πεινῶν autem intellige numeros in qualibet proportionem minimos, qui sunt veluti radices quedam, a quibus reliqui gignantur. Diophantes ὑποτάξις appellat, Videtur autem docere quo pacto inveniuntur minimi numeri, tres medietates continentes.

Si enim Velimus primum terminum in arithmetica medietate ad ultimum, ut AB ad C proportionem habere duplam, ita faciemus. Primum exponentur minimi numeri in proportionem duplam, qui sunt 2 1. Sed quoniam inter hos non cadit numerus medius, pro 2 quidem 4, & pro 1, 2 accipiemus, quorum medius in arithmetica medietate est 3. oportet autem 2 ad alium numerum eam proportionem habere, quam habet 3 ad 2. videlicet sesquialteram, quod cum fieri non possit, unitate indivisibili manente, necesse erit ad alios transire. eos igitur duplabimus, & erunt 8 6 4. Sed cum rursus non detur tertius numerus in geometrica analogia, eosdem triplabimus, ut sint 12, 9, 6. & si fiat ut 9 ad 6, ita 6 ad alium, erit is numerus 4. tertius autem in medietate harmonica, & ultimus erit 3; nam ut 6 ad 3, ita excessus ipsorum 6, 4, qui est 2 ad excessum 4, 3; videlicet ad 1. At si velimus AB ad C triplam proportionem habere, exponentur minimi numeri eius proportionis, qui sunt 3, 1, & horum dupli 6, 3, quorum medius est 4. ut autem 4 ad 2, ita 2 ad 1. cumque ulterius progredi non liceat, ad eorum duplos deveniemus, videlicet 12, 8, 4. in quibus tertius quidem numerus geometricæ medietatis datur qui est 2, tertius autem harmonicæ dari non potest. Itaque triplabimus, & fient 18, 12, 6. quartus autem erit 3, & ultimus 2. Numeri igitur trium medietatum in tripla proportionem minimi erunt 18. 12. 6. 3. 2. & eodem modo in aliis.

D Omnia igitur ter multiplicentur] Græcus codex πάντα ἀπὸ τριῶν. lege τριῶν.



PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

In semicirculo tres medietates constituere.

Hæc igitur de tribus medietatibus ex antiquorum sententia dicta sint; At vero fieri posse, ut semicirculo etiam tres medietates in minimis rectis lineis numero sex constituentur, ex his manifestum fiet.

Exponatur enim semicirculus, habens BD perpendicularem, & BB eam, quæ ex centro, & rursus perpendicularem DF . ducatur autem per B recta linea HG circulum contingens, productaq; EGG , ponatur ipsi BG æqualis BH , & DKH iungatur. Dico BK in harmonica medietate inter BB & EF , mediam esse, quarum maxima BB , & EF minima.

Quoniam enim anguli ad BF recti sunt, parallela est DF ipsi HG . atque est BGB triangulum triangulo BFD æquiangulum, & triangulum BHK triangulo KDF . ut igitur BE ad EF , ita BG ad FD . est autem BG æqualis BH . ergo & ut BE ad EF . ita BH ad DF . sed ut BH ad DF , ita BK ad KF . atque est BK rectarum linearum BB & EF excessus: & KF excessus ipsarum KE , & EF . quare ut BE ad EF , ita excessus rectarum linearum BB & EF ad ipsarum KE & EF excessum. harmonicam igitur medietatem continent rectæ lineæ BE , EK , EF , quarum media EK , maxima BE , & EF minima. Oñsum autem est rectas lineas quidem AD , EC , CD arithmeticam medietatem continere. ipsas vero EG , EC , ED geometricam. tres igitur medietates in semicirculo ordinatæ sunt.



COMMENTARIUS.

Habens BD perpendicularem] *Græcus codex* ἔχον τὴν $βδ$ καὶ ἐκαστον. lege ἔχον τὴν $βδ$ καὶ ἐκαστον.

Et DKH iungatur] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τὴν $κδ$ ἢ $κθ$. lege ἢ $δκδ$.

Et triangulum BHK triangulo KDF .] *Græcus codex* τὸ δὲ $βθ$ καὶ τριγώνον τὸ $εζδ$.

Iplas vero EG , EC , ED geometricam] *Est enim ex corollario octavae sexti elementorum, hoc est* EC , *media proportionalis inter* EG & ED .

Quoniam autem Nicomachus Pythagoreus, & quidam alij non solum de primis tribus medietatibus disernerunt, quæ maxime utiles sunt ad antiquorum lectiones; sed etiam de alijs tribus ex antiquorum sententia; & insuper de quatuor alijs, quæ à iunioribus inuentæ sunt: conabimur etiam de ijs accurate, diligenterque conscribere, veteres imitati, qui quidem a maiori termino ordientes; tres prædictas medietates exposuerunt; a minori vero maiora metientes, tres alias, quæ a primis differunt.

DEFINITIONES.

Quando enim sit, ut tertius terminus ad primum, ita primi termini excessus ad excessum secundi, medietatem harmonicæ contrariam vocant. Quando autem sit, ut tertius terminus ad secundum, ita primi excessus ad excessum secundi, medietas quinta appellatur, & geometricæ contraria; sic enim nonnulli eam nominant. Quando denique sit, ut secundus terminus ad primum, ita primi excessus ad excessum secundi, vocatur medietas sexta; sed & ipsa geometricæ contraria dicitur; ob contrariam rationem consequentium, ut ex eorum sententia sex sint medietates. A iunioribus autem, ut dixi, quatuor aliæ medietates inuentæ sunt, aliqua ex parte utiles; qui quidem & proprijs terminis vtuntur. excessum enim, quo primus terminus superat secundum, primum excessum vocant; eum vero, quo secundus superat tertium, secundum: & quo primus tertium superat, tertium

Medietas.

Quarta.
Quinta.

Sexta.

Excessus
primus.
Secundus.
Tertius.

Medietas
septima.
Octaua.
Nona.
Decima.
analogia.
Propor-
tionis cu-
iusq; prin-
cipium
æqualitas
est.
Geome-
trica me-
dieta &
seipsam,
& alias
medietates
consti-
tuit.

appellant; intelligentes, ut etiam in principio diximus, pro primo ter-
mino maximum, pro secundo medium, & pro tertio minimum. Et
quando sit, ut tertius excessus ad primum, ita secundus terminus ad
tertium; vocant septimam medietatem. Quando sit, ut tertius excessus
ad primum, ita primus terminus ad secundum, octavam medietatem
nominant. Quando sit, ut tertius excessus ad primum, ita primus ter-
minus ad tertium, nonam. Quando autem sit ut tertius excessus ad se-
cundum, ita secundus terminus ad tertium; decimam medietatem ap-
pellant. His igitur terminis positis ortus decem medietatum explicabi-
mus & per geometricam analogiam, ut dictum est. Analogia autem
ex proportionibus constat. At proportionis cuiusque principium æqua-
litas est. Geometrica igitur medietas, cum ex æqualitate primum or-
tum habeat, & ipsa seipsam, & alias medietates constituit, ostendens
(quemadmodum diuissimus Plato inquit) analogiæ naturam, causam
harmoniciæ omnibus; & rationalis, ordinarique ortus. Dicit enim unū vinculum
esse mathematicum omnium. Causa autem ortus, & vinculum omnibus ijs,
quæ generantur est analogiæ diuina natura. Itaque decem medietatum
constitutio per geometricam analogiam ostendetur; hoc prius considerato.

THEOREMA V. PROPOSITIO XVII.

Sint tres termini proportionales ABC , & utrique
 AC una cum duobus B æqualis ponatur D : Vtri-
que autem BC æqualis sit E , & ipsi C æqualis F . Di-
co DEF terminos proportionales esse.

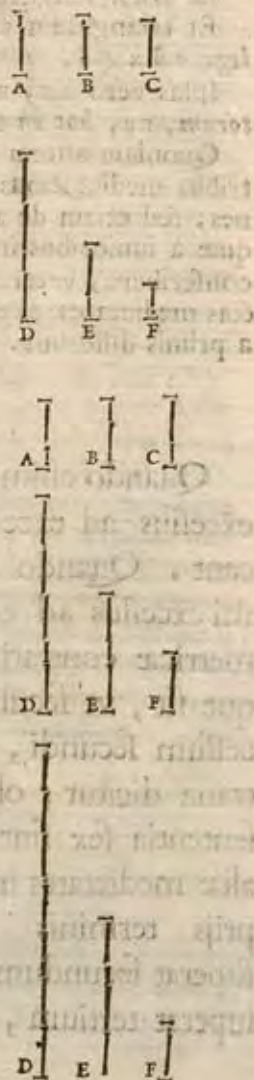
Quoniam enim est, ut A ad B , ita B ad C , erit & com-
ponendo ut uterque AB ad B , ita uterque BC ad C . ergo &
omnes antecedentes ad omnes consequentes sunt in eadem
proportionem, videlicet, ut uterque AB una cum utroque
 BC ad utrumque BC , ita uterque BC ad C . & est utrique
 AB una cum utroque BC æqualis D ; utrique autem BC
æqualis E ; & F ipsi C æqualis. tres igitur termini DEF pro-
portionales sunt in ea proportionem, quā habet uterq; AB ad B .

PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.

Geometricas medietates per analogiam inuenire.

Itaque si ponantur æquales ABC , fient DEF in dupla ana-
logia. Uterque enim AC una cum duobus B duplus est utrius-
que BC . Uterque vero BC ipsius C est duplus. At ABC in
dupla analogia constitutis, si quidem A eorum maximus sit,
fient DEF in tripla analogia. Si vero sit minimus in ses-
quialtera. Uterque enim AB ipsius B triplus est, si quidem
 A sit duplus ipsius B ; sesquialter vero si A sit ipsius B dimi-
dius. & ita a proportionibus, quæ deinceps sunt, conse-
quentes, & multiplices, & superparticulares inuenientur.
& rursus si unitates sint ABC , geometrica medietas, quæ
est DEF in minimis numeris 4, 2, 1 consistere dicetur.

COM-



COMMENTARIVS.

Vterque enim AB ipsius B triplus est, siquidem A sit duplus ipsius B , sesquialter A vero si A sit ipsius B dimidius.] *In Græco codice sic legitur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρου $\alpha \beta \gamma$ τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἐστίν, ἢ διπλάσιος ἐστὶν ὁ β τοῦ α . ἡμίσιος δὲ ἢ θ α τοῦ β ἡμισις ἐστίν. *Sed legendum videtur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρως $\alpha \beta$ τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἐστίν, ἢ διπλάσιος ἐστὶν ὁ α τοῦ β , ἡμίσιος δὲ ἢ α τοῦ β ἡμισις ἐστίν. Est enim D ad E , vt AB ad B , vel VE BC ad C ex iis, quæ ante demonstrata sunt. Postquam vero ostendit ex analogia equalitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum sesquialtera. Sint enim ABC in dupla analogia, ita vt A sit 4, B 2, C 1, fiet D 9, E 3, F 1. in quibus tripla analogia consistit. Sit rursus A 1, B 2, C 4, erit D 9 E 6 F 4; in quibus est sesquialtera. Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & sesquitercia. nam si ABC ponantur 9, 3, 1 fient DEF , 16, 4, 1: & si ponantur 1, 3, 9. fient 16, 12, 9. & ita ex quadrupla oritur quintupla, & sesquiquarta. & deinceps reliquæ tum multiplices, tum superparticulares. Ex superparticularibus vero & multiplices superparticulares nascuntur & superpartientes. quippe cum ex sesquialtera 9, 6, 4 nascatur dupla sesquialtera 25, 10, 4; ex qua rursus sit tripla sesquialtera, 49, 14, 4; & deinceps alia. Ex subsequaltera vero 4, 6, 9 nascitur superbipartiens tertias 25, 15, 9. ex qua sit dupla superbipartiens tertias, 64, 24, 9. deinde reliquæ. At ex sesquitercia 16, 12, 9, sit dupla sesquitercia 49, 21, 9. deinde tripla sesquitercia 100, 30, 9. deinde alia. Ex subsequitercia vero 9, 12, 16 sit supertripartiens quartas 49, 28, 16. ex qua dupla supertripartiens quartas 121, 44, 16; & reliquæ. Ex quibus perspicue apparet ipsam equalitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, superparticulares, superpartientes, multiplices superparticulares, & multiplices superpartientes generare.

Et rursus si unitates sint ABC geometrica medietas, quæ est DEF in minimis numeris 4, 2, 1, consistere dicetur.] Sunt enim 4, 2, 1 minimi numeri in dupla analogia, quemadmodum & 9, 3, 1, in tripla. & 16, 4, 1, in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quod ABC unitates ponuntur. In græcis codicibus sequitur harmonica medietas, Sed quoniam geometrica, & seipsam & reliquas generat. Vt dictum est, videtur desiderari arithmetica medietas, quæ fortasse intercidit, quemadmodum, & septima. Nos igitur eam, vt fieri poterit supplere aggrediemur.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam constituere.

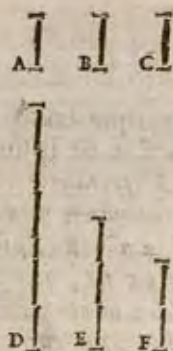
Exponentur tres termini proportionales ABC , & duobus quidem A , & duobus B , & vni C æqualis sit D . Vni vero A , vni B ; & vni C sit E æqualis; & vni C æqualis F . Dico DEF arithmeticam medietatem constituere. Vt enim duo A , duo B , & vnus C sunt ad seipsos, hoc est vt D ad seipsum, ita AB ad seipsos. Sed AB sunt excessus, quo duo A , duo B , & vnus C superant ABC , hoc est ipsorum DE excessus: suntque iidem AB excessus, quo ABC superant ipsum C , hoc est excessus BE , ergo vt D ad seipsum, ita DE excessus ad excessum BE . Quando autem sit, vt primus terminus ad seipsum, ita primus excessus, ad excessum secundum, arithmetica medietas est. Quod si ABC unitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 1 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam constituere.

Harmonica medietas per analogiam ita constituetur, Ponantur tres termini A propor-

- B proportionales ABC, & duobus quidem A, & tribus B & vni c fit æqualis D. duobus autem B & vni c fit E æqualis, & vni B & vni c æqualis F. Dico DEF harmonicam constituere medietatem. Quoniam enim proportionales
- C sunt ABC, erunt vt duo A vna cum B ad B, ita duo B vna cum c ad c. & omnes ad omnes, videlicet vt duo A vna
- D cum tribus B & vno c ad BC, hoc est vt D ad F, ita duo A vna cum B ad E. Sunt autem duo A vna cum B excessus, quo duo A vna cum tribus B, & vno c superant duos B, & vnum c, hoc est excessus ipsorum DE: & vnus B excessus est, quo duo B, & vnus c superant BC, hoc est excessus EF. Quando autem sit, vt D ad F, ita excessus DE ad EF excessum; medietas harmonica est. & manifeste patet, si ABC vnitates
- E ponantur, eam consistere in minimis numeris 6, 3, 2.



COMMENTARIUS.

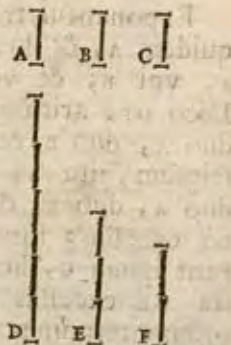
- A Harmonica medietas per analogiam ita constituetur] In Græcis codicibus hæc leguntur, quæ nos omittenda censuimus, tamquam supernuacanea, & ab alio aliquo inserta. καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφέρουσιν πανταῦτα καὶ πῶς ἐξῆς παραλαμβάνομεν.
- B Et duobus quidem A, & tribus B, & vni c fit æqualis D] Græcus codex. καὶ δύο μὲν τοῖς δ, καὶ τρισὶ τοῖς ε. Sed corrige. καὶ δύο μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ τοῖς β.
- C Ita duo B vna cum c ad c, & omnes ad omnes, videlicet vt duo A & c.] Græcus codex. οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α. Sed legendum, οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α.
- D Ita duo A vna cum B ad E] Græcus codex οὕτω δὲ οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. lege οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β.
- E Et manifeste patet, si ABC similiter vnitates ponantur, eam consistere in minimis numeris 6, 3, 2.] Græcus codex καὶ δῆλον ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. lege καὶ δῆλον ὅτι λέγει τ' αὖ ἐν.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam constituere.

Harmonicæ contraria medietas ex analogia sic constituetur. Positis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & tribus B, & vni c æqualis sit D. duobus vero A, & duobus B, & vni c sit E æqualis: & vni B & vni c æqualis F.

Dico DEF medietatem dictam efficere. Rursus enim similiter atque in iis, quæ ostensa sunt, vt D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B. & sunt duo A vna cum B excessus, quo duo A, & duo B & vnus c superant vnum B, & vnum c, hoc est excessus EF. Vnus autem B excessus est, quo duo A, & tres B, & vnus c superant duos A, & duos B, & vnum c, hoc est excessus DE. Vt igitur F ad D, ita DE excessus ad excessum EF, quod pertinet ad medietatem harmonicæ contrariam. perspicuum autem est, si ABC vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris constitui 6, 5, 2. & figura est eadem.



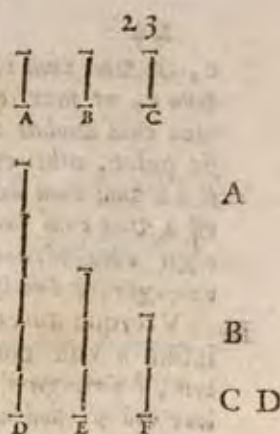
PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatē per analogiā constituere.

Quinta medietas ex analogia in hunc constituetur modum. Exponentur tres propor,

LIBER TERTIVS.

proportionales termini ABC, & vni quidem A, & tribus B, & vni C, æqualis sit D; vni autem A, & duobus B, & vni C æqualis E; sitque F vni B, & vni C æqualis. Dico DEF quintam medietatem constituere. Quonia enim ob analogiam est vt A vna cum B ad B, ita B vna cum C ad C; erit & vt vterque antecedens AB vna cum vtroque BC ad vtrumque consequentem BC, hoc est vt E ad F, ita vterque AB ad B. Est autem vterque AB excessus, quo vnus A, & duo B, & vnus C superant vnum B, & vnum C. hoc est excessus EF; & B. est excessus, quo vnus A, & tres B, & vnus C superant vnum A, & duos B, & vnum C; hoc est excessus DE. Vt igitur F ad E, ita DE excessus ad excessum EF, quod quintam medietati accidit & dicitur consistere in minimis numeris, 5, 4, 2. cum ABC vnitates ponentur. figura autem eadem erit.



COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens AB & C.] *Græcus codex* ἔσαι καὶ συναμφοτέρω. Sed A legendum ἔσαι καὶ ὡς συναμφοτέρω.

Hoc est excessus EF] *Græcus codex* τούτῃς ἢ τῶν δ ε ὑπεροχῇ. *corrigere* τούτῃς ἢ τῆς B ε ζ ὑπεροχῇ.

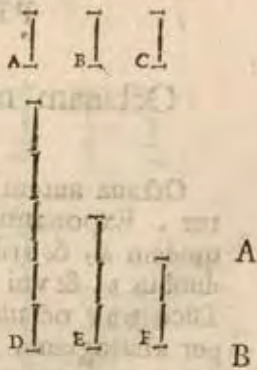
Hoc est excessus DE] *Græcus codex* τούτῃς ἢ τῆς ε ζ ὑπεροχῇ. *lege* τούτῃς ἢ τῆς C δ ε ὑπεροχῇ.

Vt igitur F ad E, ita DE excessus ad excessum EF] *Græcus codex* ὡς ἀρα ὁ ε πρὸς D τὸν ζ, ὅτως ἢ τῆς δ ε ὑπεροχῇ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχῇ, Sed legendum vt opinor ὡς ἀρα ὁ ζ πρὸς τὸν ε, ὅτως ἢ τῆς δ ε ὑπεροχῇ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχῇ. Quoniam enim ex antedictis sequitur, vt E ad F, ita esse EF excessus ad excessum DE, erit & conuertendo vt F ad E, ita excessus DE ad EF excessum. Eodem modo & in sequenti problemate concludit.

PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIII.

Sextam, & geometricæ contrariam medietatē per analogiā constituere.

Sexta medietas ex analogia sic constituetur. Exponatur eadem analogia terminorum ABC; & vni quidem A, & tribus B, & duobus C sit æqualis D. Vni vero A & duobus B, & vni C æqualis E; & sit F excessus, quo vterque AB superat C. Dico DEF propositam efficere medietatem. Quoniam enim per analogiam est, vt A vna cum duobus B ad vtrumque AB, ita B vna cum duobus C ad vtrumque BC; & omnes antecedentes ad omnes consequentes in eadem sunt proportione. vt A & tres B & duo C ad vtrumque AB vna cum vtroque BC, hoc est vt D ad E; ita B vna cum duobus C ad vtrumque BC. & est E quidem vna cum duobus C excessus, quo A vna cum duobus B & vno C superat excessum, quo vterque AB ipsum C superat; hoc est excessus EF. Vterque autem BC est excessus, quo A vna cum tribus B, & duobus C superat ipsum A vna cum duobus B, & vno C, hoc est DE excessus. Vt igitur E ad D, ita DE excessus ad excessum EF. Quare DEF sextam medietatem efficiunt. quæ quidem similiter constituitur in minimis numeris 6, 4, 1. si ABC vnitates ponantur. Et est eadem figura.



COMMENTARIVS.

Et est B quidem vna cum duobus C excessus, quo A vna cum duobus B, & vno A C superat excessum, quo vterque AB ipsum C superat] *Est enim* B vna cum duobus C, & vna

c, & una cum excessu, quo uterque AB superat c aequalis ipsi A una cum duobus B, & uno c, ut mox ostendetur. quare sequitur ut B una cum duobus C sit excessus, quo A una cum duobus B & uno C superat excessum, quo uterque AB superat c. Illud autem sic patet. nihil enim aliud est excessus, quo AB superat c, nisi AB dempto ab eis c. ergo si AB una cum duobus C, & cum AB dematur c relinquentur duo B una cum c & A, hoc est A una cum duobus B & uno C, Græcus autem codex ita habet, τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει συναμφοτέρος ο' α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. sed legendum puto, τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει συναμφοτέρος ο' α β τοῦ γ.

- B Uterque autem BC est excessus, quo A una cum tribus B, & duobus C superat ipsum A una cum duobus B & uno C] Græcus codex συναμφοτέρος δὲ ο' β γ ὑπεροχῆς εἶναι, ἢ ὑπερέχει ο' α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τῆς τριῶν ἐνός τοῦ α, καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἐνός τοῦ γ. sed mendose, corrigendus enim est hoc modo. συναμφοτέρος δὲ ο' β γ ὑπεροχῆς εἶναι, ἢ ὑπερέχει ο' α μετὰ τριῶν τῆς β, καὶ δύο τῆς γ, ἐνός τοῦ α, καὶ δύο τῆς β, καὶ ἐνός τοῦ γ.
- C Ut igitur E ad D, ita DE excessus ad excessum EF.] Convertendo scilicet. Ostensum enim est, ut D ad E, ita esse excessum EF ad excessum DE.

Sequens problema intercudit in græcis codicibus, quod nos ne quid desideretur supplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIV.

Septimam medietatem per analogiam constituere.

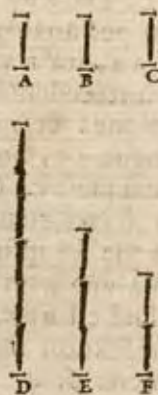
Exponentur tres proportionales termini ABC, & vni quidem A, duobus B, & duobus C sit D aequalis: vni vero A, vni B, & vni C sit aequalis E, & vni B, & vni C aequalis F. Dico DEF septimam medietatem constituere. est enim ut B ad F, ita ABC ad BE. Sed ABC sunt excessus, quo vnus A, duo B, & duo C superant BC, hoc est DE excessus. & BE sunt excessus, quo vnus A duo B, & duo C superant ABC, hoc est excessus DB. Ut igitur E ad F, ita DE excessus ad excessum DB. quod ad septimam pertinet medietatem. Constituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC unitates ponantur.



PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

Octauam medietatem per analogiam constituere.

- Octaua autem medietas ex analogia hoc modo constituitur. Exponentur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & vni C aequalis sit D. vni vero A, & duobus B, & vni C sit B equalis; & duobus B, & vni C equalis F. Dico DBF octauam medietatem constituere. Quoniam enim per analogiam, ut duo A una cum B ad vtrumque AB, ita duo B una cum C ad vtrumque BC; & omnes ad omnes, ut duo A, & tres B, & vnus C ad vnum A, & duos B, & vnum C, hoc est ut D ad B, ita duo A una cum B ad vtrumque AB.
- A & sunt duo A una cum B excessus, quo duo A, & tres B, & vnus C superant duos B, & vnum C, hoc est excessus ipsorum
- B DEF: uterque autem AB est excessus, quo duo A, & tres B, & vnus C superant vnum A, & duos B & vnum C, hoc est DE excessus. Ut igitur D ad B, ita excessus DF ad DE excessum. quod octauam medietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3. cum ABC unitates ponantur.
- C



C O M M E N T A R I V S.

Ita duo A vna cum B ad vtrumque AB] *Græcus codex* οὗτος δύο, εἰ α' μετὰ τοῦ β A
 πρὸς συναμφοτέρων τὸν ζ ε. lege πρὸς συναμφοτέρων τὸν α β.

Vt igitur D ad B, ita excessus DF ad DE excessum. *Græcus codex* καὶ ὡς ἀρα ο' δ B
 πρὸς τὸν ζ, ἢ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχὴν. Sed corrigendum, Vt opinor, καὶ
 ὡς ἀρα ο' δ πρὸς τὸν ε, ἢ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχὴν.

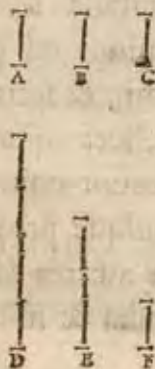
Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3.] *Græcus codex* καὶ C
 λέγειτ' ὅτι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς κ δ γ. lege ε δ γ. qui numeri harmonicam quoque
 medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus excessus ad secundum.

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

Nonam medietatem per analogiam constituere.

Nona medietas ex analogia ita constituetur.

Positis enim ABC proportionalibus, vni quidem A, & duo-
 bus B, & vni C æqualis sit D. vni vero A, & vni B, &
 vni C sit E æqualis. & vni B & vni C æqualis F. Dico
 DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim est, vt
 vterque AB ad B, ita vterque BC ad C. & omnes ad om-
 nes. Vt A vna cum duobus B, & vno C ad vtrumque BC,
 hoc est vt D ad F, ita vterque AB ad B. Sed vterque AB
 est excessus, quo vnus A, & duo B, & vnus C superant
 vtrumque BC, hoc est DE excessus, B vero est excessus, quo
 vnus A, & duo B, & vnus C superant vnum A, & vnum
 B, & vnum C, hoc est excessus BE. Vt igitur D ad F, ita
 DE excessus ad excessum BE. quod nonæ medietatis pro-
 prium est. & continent ipsam minimi numeri 4, 3, 2 si ABC vnitates similiter
 ponantur: atque est eadem figura.

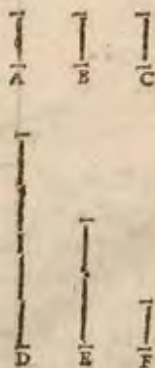


PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam constituere.

Decima medietas ex analogia hoc modo constituetur.

Rursus positis tribus proportionalibus ABC, sit ipsis quidem
 ABC æqualis D; ipsis vero BC sit E æqualis, & ipsi C æqua-
 lis F. Dico DEF decimam medietatem constituere. Quo-
 niam enim est, vt vterque BC ad C, hoc est vt B ad F, ita
 vterque AB ad B. & est vterque AB excessus, quo ABC su-
 perant ipsum C, hoc est DE excessus. B vero excessus, quo
 BC superant C; hoc est excessus EF. est igitur vt B ad F, ita
 DE excessus ad excessum EF, quod decimæ medietati acci-
 dit. & constituunt ipsam minimi numeri 3, 2, 1. positis
 nimirum ABC vnitatibus.



C O M M E N T A R I V S.

Quoniam enim est, vt vterque BC ad C.] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφοτέρων A
 α β πρὸς τὸν γ, lege β γ πρὸς τὸν γ.

B vero excessus, quo BC superant C.] *Græcus codex* ο' δὲ β ἢ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ B
 τοῦ γ. lege οἱ β γ τοῦ γ.

Exponuntur autem commoditatis causa, & numeri deinceps, a quibus unusquisque terminus analogiæ multiplicatus singulas medietates constituit. & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: ut in tabula sextæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum semel sumptum, & secundum ter, & tertium bis sumptum, coaceruatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, significat primum analogiæ terminum semel, & secundum bis, & tertium semel sumptum complere secundum terminum medietatis. tertius autem ordo in alijs quidem medietatibus simpliciter, ut descriptum est, compositus; propriè autem in hac 1, 1, 1, uti ante diximus, significat tertium medietatis terminum fieri ab excessu, quo primus terminus analogiæ semel sumptus, & secundus item semel, coaceruati tertium terminum semel sumptum superant, at numeri, qui sunt in tabula 6, 4, 1, ipsam continent medietatem. Ut enim secundus terminus ad primum, hoc est ut quattuor unitates ad sex, ita excessus primi, & secundi, hoc est excessus, quo sex unitates superant quattuor, videlicet unitates duæ ad excessum secundi, & tertij termini, quo scilicet quattuor unitates unam superant, hoc est unitates tres. Vtraque enim utriusque proportio subsesquialtera est. nam quattuor unitates ad sex, & duæ ad tres eandem habent proportionem, nimirum subsesquialteram. Similia & in alijs tabulis intelligentur.

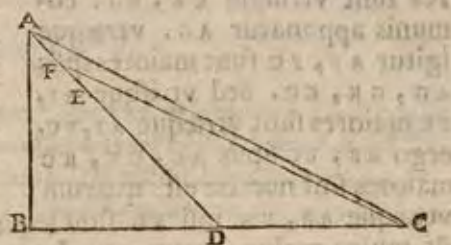
Medietates	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2 1	3 1	1 1	6	4	2
Geometrica.	1	2 1	1 1	4	2	1
Harmonica.	2	3 2 1	1 1 1	6	3	2
Contraria.	3 2 1	3 2 1	1 1 1	6	5	2
5	1 4	3 4 1	1 1 1	5	4	2
6	1 1 1	3 4 1		6	4	1
7	7	Atticus.		7	4	3
8	2 1 1	3 2 2		6	4	3
9	1 1	3 4 1		4	3	2
10		1 1		3	2	1
11						

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiusmodi.

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B , & ducatur quædam recta linea AD : ponatur autem DE ipsi AB æqualis, & EA bifariam secta in F ; iunctaque FC , ducere duo latera DE & FC intra triangulum, maiora utrisque simul BA & AC , quæ sunt extra. Et id quidem manifestum est. Quoniam enim CF & FA hoc est CE & EB maiores sunt, quam CA : æqualis autem DE ipsi AB ; erunt CE & ED duabus CA & AB maiores. Satis autem erat illud in hunc modum proponere.

Triangulo orthogonio quouis dato ABC , sumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipso rectas lineas ducere: unam quidem, quæ secet BE ; aliam vero, quæ ad C tendat, ita ut utraque simul maiores sint ijs, quæ sunt extra. Ut scilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit utcumque, feceritque DE æqualem ipsi AB ; & secuerit bifariam AB in F , ostendat punctum F problema efficere. iuncta enim CF , duæ rectæ lineæ CE & ED duabus, quæ sunt extra CA & AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite ostendi posse manifestum est. Non inopportunitum autem videtur generalius de eiusmodi problematibus differere, à paradoxis Erycemi, quæ circumferuntur, initium facientes.



PROBLEMA XXIV. PROPOSITIO XXIX.

In omni triangulo præterquam in æquilatelo, & æquicruri basim latere minorem habente, fieri potest, ut in basi intra constituentur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ sunt extra, simul sumptæ.

Sit prius triangulum non æquicrurum ABC , quod habeat AB maiorem, quam BC , & secentur utraque simul AB , BC bifariam in D ; & inter DB sumatur quodvis punctum E ; ipsi vero AC parallela ducatur EF , in qua sumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipsi AB , & iuncta GC producat.

Itaque quoniam BE , BF maiores sunt, quam EF ; & CE , FG maiores, quam CG , erunt utraque BE , BC una cum GF maiores utrisque EF & GC . communis auferatur FG , ergo & utraque BE , BC utrisque EG & GC maiores sunt: & multo maiores, quam CC . Sit utrisque BE , BC æqualis GL : & circa centrum G per L describatur circuli circumferentia LKO , quæ utramque CH , HG secabit, propterea quod AB . hoc est HC maior B sit utrisque BE , BC , hoc est GL . iungatur KG . Dico utrasque HC , GK , utrisque AB , BC æquales esse; quod quidem manifeste constat. est enim GH ipsi AB æqualis; & KG æqualis GL , videlicet utrisque BE , BC : & hoc infinite fieri potest. Sit deinde triangulum æquicrurum ABC , habens AB quidem ipsi BC æqualem, AC vero maiorem utraque ipsarum, & circa centrum A per B describatur circuli circumferentia BED ; & ducatur recta linea quidem ABF secans BC extra circuli circumferentiam: sumaturque in linea BF quodvis punctum G , & ipsi AC parallela ducatur GH . sumpto autem in linea GH puncto K , ducatur KL parallela AF ; iunctaq; KC ad M producat: & ipsi BC æqualis abscindatur BN . erit igitur AG , hoc est KL æqualis utrisque AB , BN , & reliqua NC minor, quam KL . Et quoniam HF , FG maiores sunt,



est angulus FDA , ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF maior est, quam FD . Et quoniam angulus AFB maior est, quam BCA : & BCA ob A hypotesim non minor, quam ABC , erit AFB maior, quam ABF ; & propterea AB quam AF maior. Sed AF maior ostensa est, quam FD , ergo AB quam FD est maior, B & multo maior, quam ED . Similiter ostendetur & BC maior, quam GE . minores C igitur sunt DE , EG ipsis AB , BC .

COMMENTARIUS.

Et BCA ob hypotesim non minor, quam ABC] Si enim triangulum ABC æquila- A terum sit, angulus BCA æqualis est angulo ABC : si vero æquicrura, quod basim habeat late- re minorem, angulus BCA angulo ABC est maior: quippe cui maius latus subtenditur.

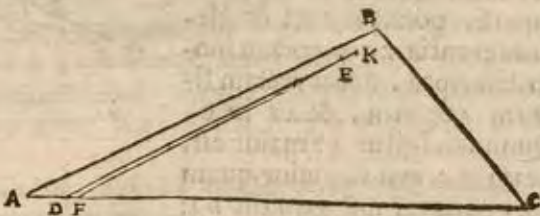
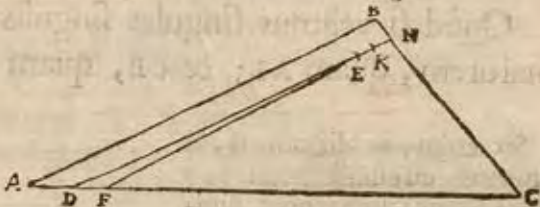
Similiter ostendetur & BC maior, quam GE] producta nimirum GE vsque ad AB , B ut in punctum H , & iuncta CH .

Minores igitur sunt DE EG ipsis AB , BC .] Græcus codex $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\epsilon\varsigma \alpha\rho\alpha \epsilon\iota\sigma\iota\nu \alpha\iota \delta \epsilon \epsilon \eta$. τῶν $\alpha \beta \beta \gamma$. $\tau\eta\varsigma \alpha \beta$, corrige, $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\epsilon\varsigma \alpha\rho\alpha \epsilon\iota\sigma\iota\nu \alpha\iota \delta \epsilon \epsilon \eta$. τῶν $\alpha \beta \beta \gamma$.

PROBLEMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

In quibus triangulis intra constituuntur rectæ lineæ æquales ijs, quæ sunt extra, in his & maiores intra constitui possunt simul sumptæ.

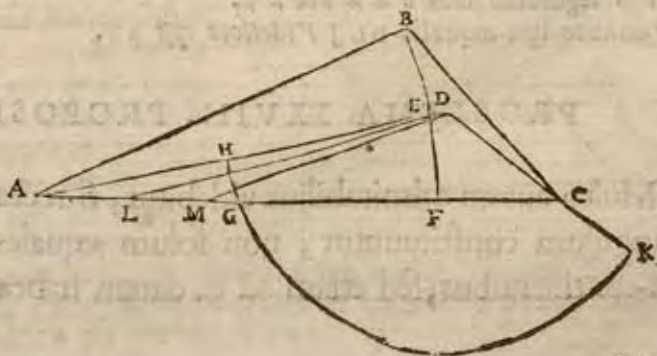
Sint enim in triangulo ABC lineæ $DEEF$ æquales ipsis $ABBC$: & producat vna ipsarum intra, ut DE vsque ad N ; & inter EN sumatur quod vis punctum K , iungaturque KF . erunt utique DK , KE maiores, quam $DEEF$: & ideo maiores, quam ABC . Manifestum autem est etiam si intra triangulum ABC sumatur punctum K , ita ut rectæ lineæ $DEEF$. ab ipsis $DKKE$ contineantur, quemadmodum apparet in secunda figura; nihilominus idem continget. & utroque modo infinite erit propositum.



PROBLEMA XXVI. PROPOSITIO XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometricæ ignari sunt, admirabilius erit, non solum utramque utriusque æqualem esse, vel maiorem, sed etiam singulas earum, quæ intra constituuntur singulis earum, quæ extra, & æquales, & maiores esse posse, quod ita ostenditur.

Sit triangulum ABC habens AB quidem non minorem BC ; AC vero utraque ipsarum maiorem: & circa centrum A per B describatur circuli circumferentia BEF ; sumaturque inter ipsam, & rectam lineam BC quodvis punctum D ; & AD , DC iungantur. Itaque quoniam AD maior est, quam AB , & prop.



erhy:

pter hypothese[m] maior, quam BC ; DC vero, quam BE minor: si producentes DE unamquamque ipsarum DH DK ipsi BC æqualem faciamus, circulus, qui circa centrum D per BC describitur, rectam lineam AF secabit. secet in puncto G ; & inter AG quævis puncta sumantur LM . perspicuum est iunctis LD DM , singulas ipsarum singulis AB , BC esse maiores.

COMMENTARIUS.

- A Non solum utramque utrique æqualem esse, vel maiorem.] *Græcus codex τὸ μὴ μόνον συναμφοτέρων συναμφοτέρως. legendum ut opinor τὸ μὴ μόνον συναμφοτέρων συναμφοτέρως.*
 B Perspicuum est iunctis LD DM singulas ipsarum singulis AB BC esse maiores.] *Græcus codex hoc loco mendosus videtur, neque enim LD DM necessariò sunt maiores ipsis AB BC , nam quamquam LD , vel DM sit maior, quam BC , nulla est necessitas ut etiam sit maior quam AB . præterea non video cur inter AG duo puncta sumantur, cum unum satis sit, quare ita legendum suspicor, & inter AG quod vis punctum sumatur L . perspicuum est iuncta DL singulas ipsarum AD DL singulis AB BC maiores esse. vel si placet etiam duo puncta sumere, ita legemus. & inter AG quævis puncta sumantur LM . perspicuum est iunctis LD DM singulas ipsarum AD DL , vel AD DM singulis AB BC maiores esse.*

PROBLEMA XXVII. PROPOSITIO XXXIII.

Quòd si velimus singulas singulis æquales esse, oportebit ponere AC maiorem, quam AB ; & CB , quam BA minorem.

- Sit enim, ut dictum est, & similiter circumferentia BBF describatur; sumaturq; punctum D , & iungantur DA DC . producta autem DC ipsi BC æqualis ponatur DK ; & circumferentia KGH eodem modo descripta. Secet rectam lineam AD in H , & AF in G . Quoniam igitur AB maior est, quam BC ; erit & maior, quam DH . ponatur ipsi æqualis DL ; & circa centrum D per L circumferentia descripta secet AG in M . Quare constat iunctis MD , DG , singulas ipsarum singulis AB BC æquales esse.

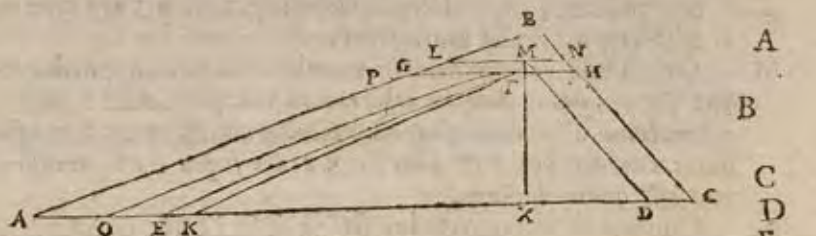
COMMENTARIUS.

- A Secet rectam lineam AD in H , & AF in G .] *Græcus codex τεμένετα τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ ν. lege τεμένετα τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ η.*
 B Quoniam igitur AB maior est, quam BC] *Græcus codex ἐστὶ δὲ μείζων ἢ α δ τῆς β γ. Ego legendum puto ἢ α β τῆς β γ.*
 C Ponatur ipsi æqualis DL] *Videlicet ipsi AB .*

PROBLEMA XXVIII. PROPOSITIO XXXIV.

Multo autem admirabilius videbitur, si rectæ lineæ, quæ in basi intra triangulum constituuntur, non solum æquales, vel maiores sint lateribus continentibus, sed etiam ad ea datam habeant proportionem.

se in principio dictum est:
& secantur vtræq; simul
AB, BC bifariam in P: ip-
si vero AC parallela du-
catur GFH: & FE paral-
lela sit ipsi AB: sitq; pro-
portio EA ad AI eadem,
quæ proportio data: &
parallela ducatur LMN:



& in LMN sumatur punctum M, ita ut per ipsum ductæ MO MD ipsiſ BABC parallelae punctum F comprehendant. erit & utrarumque ABBC, hoc eſt EFFK ad utraſque AL, NC, hoc eſt ad OM MD proportio data. In triangulo igitur OMD intra exiſtentes EFFK ad rectas OM MD quæ ipſas continent, datam habent proportionem. Sed quoniam LMN debet cadere ſupra GEH, oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quàm duplicam ipſius AL. quare & proportio data neceſſario minor erit, quàm dupla. Conſtat autem quo maior ſit AB ipſa BC, & quo angulus E ſit obtuſior, eo rectas lineas EFFK ad duplicam proportionem magis accedere, & multo magis, ſi EFFK non ſint æquales ipſis ABBC, ſed maiores. & adhuc magis ſi ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EFFK cum ipſis OM MX comparentur, poſſumus autem & alijs modis idem efficere, ſed vnus hic nobis ad oſtenſionem ſatis ſit.

COMME NTAR IVS.

Quod quidem fieri posse in principio dictum est] In 29 huius.

Et secentur utraque simul ABBC bifariam in P, 1 *Græcus codex mendosus est*, A qui sic habet, καὶ τὸν μὲν π διῆξα συναμφοτέρων τῶν α β γ. fortasse autem B legendum erit, quemadmodum in 29. καὶ τετραμῶθεν μὲν συναμφοτέρας ἢ α β γ κατὰ τὸ π. quāquam supernacanea omnino esse videantur, neque enim recte lineæ EF FK ipsis ABBC æquales constitui possunt, nisi prius ABBC simul sumptæ bifariam secentur, ut in 29. apparet.

Ipsi vero AC parallela ducatur GFH] hoc est ducatur per F ipsi AC parallela GH. C
Græcus codex η δὲ θ η ζ παράλληλος ἰχθὺς τῇ α γ. Sed corrigendum η δὲ κ ζ θ &c.

Sitque proportio BA ad AL eadem, que proportio data] Græcus codex corrigendus est, in quo legitur καὶ τῷ διθέντι λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔσω ὁ τῆς α β πρὸς β λ. lege ὁ τῆς β α πρὸς α λ:

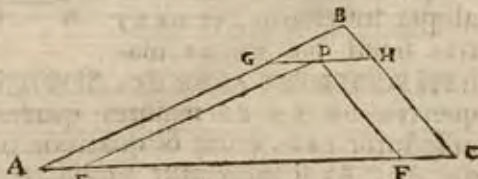
Et parallela ducatur LMN] hoc est parallela ipsi AC Græcus codex καὶ παράλληλος E
 ἔχθω ἢ δ μ ν. lege ἢ λ μ ν, vel ἢ λ ν, quod magis placet.

Et in LMN sumatur punctum M I Græcus codex $\kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\iota\ \tau\eta\varsigma\ \lambda\ \zeta\ \nu$. lege $\lambda\ \mu\ \nu$, vel po-
tius $\lambda\ \nu$.

Ita ut per ipsam ductæ MO MD ipsius BA BC parallele punctum F comprehendant.] G
Greecus codex ὥσαι διὰ τοῦ τὰς β α, β γ παραλλήλους ἀγομίνας τὰς μ θ. μ δ περιλαμβάνειν
 τὸ ζ. *corrigere* ὥσαι διὰ τοῦ μ τὰς β α, β γ παραλλήλους ἀγομίνας τὰς μ ο, μ δ περι-
 λαμβάνειν τὸ ζ.

Erit & utrarumque AB, BC. hoc est EBFK ad utrasque AL NC, hoc est ad OM MD proportio data] *Utraque enim latera AB, BC ad Utraque OM MD eandem habent proportionem, quam BA ad AL. quod nos sequenti lem. nate demonstrabimus.*

Sit triangulum ABC, intra quod sumpto quouis puncto D, ducantur ad basim DE, DF, ita Ut DE parallela sit ipsi BA, & DF ipsi BC: & per D ducatur GH ipsi AC parallela; dico Utraque latera AB, BC trianguli ABC simul sumpta ad Utraque latera simul ED DF trianguli EDF eandem proportionem habere, quam BA ad AG. Est enim DE equalis ipsi GA, & DF equalis HC: & Ut AB ad BG, ita CB ad BH ob triangulorum ABC, GBH similitudinem, quare per conversionem rationis, Ut BA ad AG, ita BC ad CH: & Ut omnes ad omnes, ita Una ad Unam; Videlicet Ut AB BC ad AG, HC, hoc est ad ED DF, ita BA ad AG.



34 primi
elem.

4. Sexti.
12. quinti.

In triangulo igitur OMD intra existentes EF FK ad lineas OM , MD , quæ ipsas K
conti-

continent, datam habent proportionem] *Græcus codex* ἐν ἀρα τὸ ο μ δ τρίγωνο ἐν τῷ εῖσα αἱ ε ζ κ πρὸς τὰς α β γ περιχοῦσας &c. lege πρὸς τὰς ο μ δ περιχοῦσας.

L Sed quoniam LMN debet cadere supra GFH] nisi enim supra caderent rectæ lineæ OM MD ipsas EF EK non continerent.

M Oportebit rectam lineam BA minorem esse, quam duplam ipsius AL] Secentur Utræque AB EC simul sumptæ bisariam in puncto P, erit BA minor, quàm dupla ipsius AP. recta autem lineæ GFH cadit supra P, alioqui non essent EF EK æquales ipsis AB BC, ut ex 29. huius constare potest & cum LMN cadat supra GFH, necesse est BA ipsius AL multo minorem esse quàm duplam.

N Constat autem quo maior sit AB ipsa BC, & quò angulus B sit obtusior, eò rectas lineas EF EK ad duplam proportionem magis accedere] quò enim AB magis superat BC, eò punctum P magis accedit ad A, & proportio BA ad AL augeri potest, ut ad duplam propius accedat. Quò autem angulus B obtusior est, eò maior sit basis adeo ut rectæ quidem lineæ EF EK augeantur, si non æquales esse debent; rectæ vero ipsas continentes OM, MX minuantur; nempe ducta MX perpendiculari, quæ minor est, quàm MD. ut in subiecta figura apparet, manentibus enim lateribus AB, BC si angulus obtusior sit, augetur quidem basis AC; perpendicularis vero ad basim ducta imminuitur. Quando autem hoc facere velimus, oportebit punctum M ita sumere, ut ducta perpendicularis MX punctum P intra triangulum OMX comprehendat.

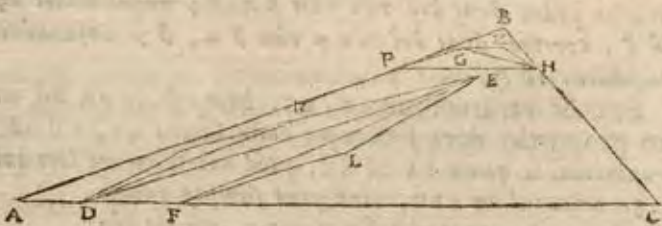
O Et multo magis si EF EK non sint æquales ipsis AB BC, sed maiores] hoc est rectæ lineæ EF EK cum ipsis OM MD comparate ad duplam proportionem magis accedent, si eas non æquales ipsis AB BC, sed maiores efficere voluerimus. In quibus enim triangulis intra constituuntur rectæ lineæ æquales ijs, quæ sunt extra, in his & maiores intra constitui possunt, ut demonstratum est in 21. huius.

P Et adhuc magis, si ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF EK cum ipsis OM MX comparentur] hoc est accedent EF EK adhuc magis ad duplam proportionem, si ducta perpendiculari MX non amplius cum OM MD, sed cum ipsis OM MX comparentur. *Græcus codex* καὶ μᾶλλον ἐπὶ καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμενα. forte legendum erit καὶ μᾶλλον καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμενα, vel hoc modo καὶ μᾶλλον ἐν καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρίσμενα.

PROBLEMA XXIX. PROPOSITIO XXXV.

Non solum autem in trianguli basi rectæ lineæ intra constituuntur, utraq; simul maiores ijs, quæ sunt extra, sed etiam in quadrilatero duæ tribus maiores, & tres item maiores tribus, & similiter in alijs, quæ plura habeat latera, possunt quotquot intra constitui maiores quotquot ijs, quæ sunt extra.

Si enim sit triangulū ABC, in quo constituantur rectæ lineæ DE EF maiores, quam AB BC; & ducatur quævis linea PH supra E; erunt DE EF maiores ipsis AP, PH, HC in quadrilatero APHC & si aliqua inflectatur, ut DKE, tres simul DK KB EF maiores erunt tribus AP PH HC. Si vero inflectatur PGE; rursus erunt duæ DE EF; itemque tres DK KB EF maiores quattuor AP PG GH HC in quinquilatero, & si inflectatur ELF, erunt & quattuor DK KE EL LF maiores, quam quattuor AP PG GH HC. At si inflectatur PGZH, & ad plura puncta, quam CZ, & ipsorum KP inflexio fiat, idem planè continget, atque hoc infinite; quotquot proponat quis intra, quotquot ijs, quæ sunt extra maiores esse, eodem modo constructur.



COMMENTARIVS.

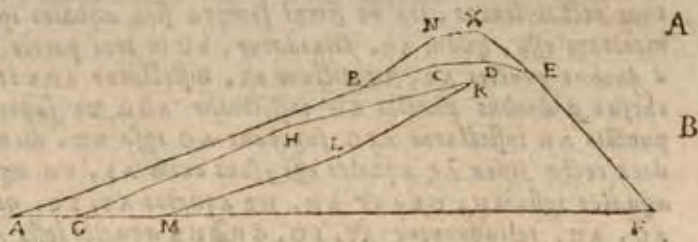
Erunt DE , EF maiores ipsis AP , PH , HC .] Nam tres lineæ AP , PH , HC , minores sunt duabus AB , BC ; quod PE , BH ipsi PH sunt maiores ex 20. primi libri elementorum.

Si vero inflectatur PGH] Græcus codex mancus est, quem nos ita restituendum censuimus. B Rursus erunt duæ DE , EF , itemque tres DK , KE , EF maiores quattuor AP , PG , CH , HC] Sunt enim PG , GH adhuc minores ipsis PB , BH ex 21. primi libri elementorum.

PROBLEMA XXX. PROPOSITIO XXXVI.

Fieri autem potest, ut & quæ intra continentur, quotquot ijs, quæ extra, simul sumptæ omnes sint æquales.

Si enim constituentur, ut demonstratum est, GH , HK , KL , LM maiores ipsis AB , BC , CD , DE , EF . & inflectatur $BNXE$ æque maior ipsa $BCDE$. factum iam erit, quod proponebatur.



COMMENTARIVS.

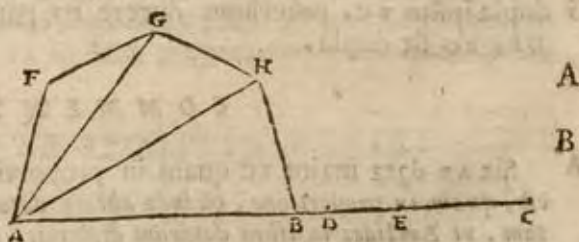
Si enim constituentur] Græcus codex κατασκευαστέων γὰρ μείζων ὄσων δὴ τῶν α β. A forte legendum μείζων ὄσων τῶν α β.

Et inflectatur $BNXE$ æque maior ipsa $BCDE$. factum iam erit, quod proponebatur] Hoc est inflectatur $BNXE$, ita ut sit æqualis ipsi $BCDE$, & excessui, quo $GHIKLM$ superat $ABCDEF$. atque illud quidem facile fiet ex ijs, quæ sequuntur.

PROBLEMA XXXI. PROPOSITIO XXXVII.

At facile est à duobus punctis BE inflectere $BNXE$ generaliter cuiusque datæ lineæ æqualem, quæ datum numerum habeat earum, quæ inflectuntur.

Sint enim data puncta AB : & recta linea magnitudine data AC , maiorque AB ; & diuidatur BC in quotcumque rectis lineis BD , DE , EC vna minores, quam sit numerus earum, quæ inflectuntur, & AFG quidem inflectatur adeo, ut superet AG quantitate lineæ BD . hoc enim facile fieri potest. AGH vero inflectatur, ut superet AH quantitate DE , & AHB superet AB ipsa EC . numerus igitur rectarum linearum AF , FG , GH , HB est æqualis dato, & quæ ex omnibus constat, est ipsi AC æqualis: etenim hoc ex constructione ipsa intelligere haud difficile erit; & quod infinite fieri potest.



COMMENTARIVS.

Et diuidatur BC in quotcumque rectas lineas BD , DE , EC vna minores, quam sit A
E numerus

B

PROBLEMA XXXII. PROPOSITIO XXXVIII.

A diagram of a triangle ABC with vertices A (bottom left), B (top right), and C (bottom right). A line segment DE is drawn parallel to the base AC , with D on side AB and E on side BC . A horizontal force F is applied at point D , pointing to the right.

COMME^NTARIVS.

D Quoniam AB data maior est BC , quam in proportionem, erit proportio ipsius AB ad BC una cum data, quae sit F sit AB maior BC quam in proportionem, data linea AG , iungaturque GC ; & per A ducatur AF ipsi GC parallela, habebit GB ad BC proportionem datam ex definitione: ut autem GB ad BC , ita AB ad EF . reliqua igitur AG ad reliquam CF erit ut AB ad EF . Et est data AG , quare & CF data erit. ex quibus sequi

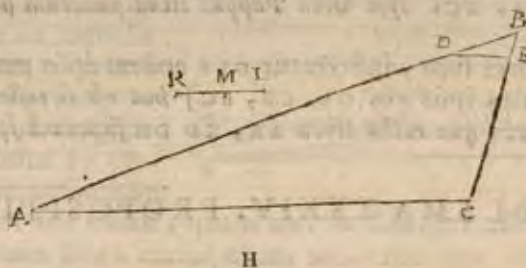
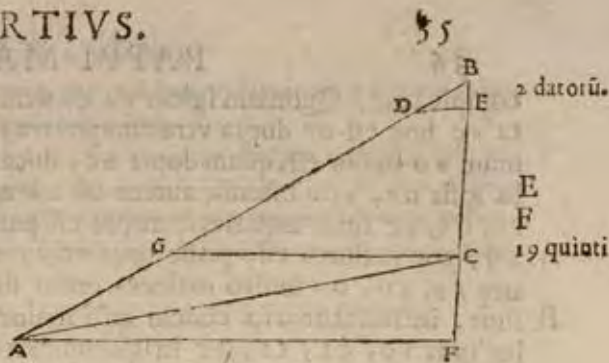
LIBER TERTIVS.

tur ut AB ad BC una cum data CF proportionem datam habeat. quam vero nos CF dicimus, ipse vno tantum elemento F expressit.

Eadem autem est proportio AD ad utrasque DE, EC] expositione scilicet.

Ergo & reliqua BD eadem erit ad excessum ipsarum F, DE] quoniam enim ut AB ad BC una cum F, ita est AD ad BC una cum DE, erit reliqua BD ad id quod relinquitur, demptis BC & DE ab ipsis BC, & F, hoc est dempta DE ab F, ut AB ad BC una cum F, quare BD datam habebit proportionem ad excessum, quo ipsam F DE excedit.

Sed F est data, data igitur DE, & ideo positione data] obscure nimis, & angulose hoc explicasse videtur Pappus, ex quibus non facile appareat, quo loco D ipsam AB secet non enim compositionem, & fortasse non integram resolutionem apposuit. quamobrem nos ut ea, quae desiderari videntur, suppleamus. pro viribus enitemur.

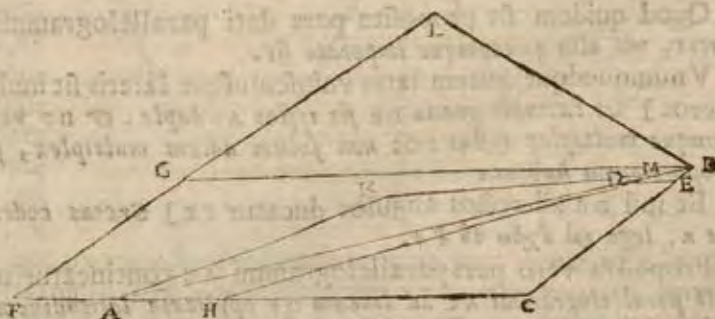


Ponatur iam factum esse, & sit ipsi DE aequalis KM. quoniam igitur AB data maior est BC, quam in proportionem, habebit AB ad BC una cum alia aliqua data, quae sit KL eandem proportionem. Sed & eandem habet AD ad utrasque DE, EC, hoc est KM, EC. ergo reliqua BD ad reliquam ML eandem proportionem habeat necesse est. ut autem CA ad AB, ita est BD ad DE. triacula enim ABC, DBE inter se sunt similia ob lineas parallelas, & ut DB ad ML, ita fiat alia quæpiam, in qua H ad CA. erit ex æquali in perturbata ratione ut H ad AB, ita DE, hoc est KM ad ML.

Compositio resolutioni congruens erit. fiat enim H ad AC in data proportionem; & diuidatur KL in puncto M, ita ut KM ad ML eam proportionem habeat, quam H ad AB. Rursus ut CA ad AB, ita fiat KM ad aliam, quae sit ED; & a puncto D ipsi AC parallela ducatur DE. Dico AD ad utrasque DE, BC in data proportionem esse. nam cum DE parallela sit ipsi AC, triacula ABC, DBE inter se similia erunt: & ut CA ad AB, ita BD ad DE. Sed & ita erat KM ad eandem DE. ergo DE ipsi KM est aequalis. Præterea ut H ad AB, ita facta est KM ad ML, hoc est DE ad ML: & ut BA ad AC, ita BD ad DE. quare ex æquali in perturbata ratione ut H ad AC, ita BD ad ML. & ideo DB ad ML est in data proportionem. Itaque quoniam ut AB ad BC, & KL ita est DE ad ML, erit & reliqua AD ad reliquas KM, & EC, hoc est DE, BC, ut AB ad BC, & KL. ergo AD ad utrasque DE, BC in data proportionem erit. quod ipsum facere oportebat.

PROBLEMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIX.

Exponatur huiusmodi triangulum ABC, ita ut AB maior sit, quam dupla BC: sitque AC ipsius BC dupla. & ducatur DE parallela, quae faciat ad duplam utrarumque DB, BC: ipsius vero DE dupla ponatur FA in recta linea AC: & parallelogrammum



E 2

complea-

compleatur. Quoniam igitur FA quidem dupla est DE , AC vero dupla CB , erit tota FC hoc est GB dupla utrarumque DE , BC : & propterea ipsi AD æqualis. & quoniam AD maior est, quam dupla BC , ducatur DH ipsius BC dupla. ergo DH est æqualis ipsis GF , BC . ostensa autem est DA æqualis GB . rectæ igitur lineæ AD , DH ipsis FG , GB , BC sunt æquales. atque est parallelogrammum FG , BC . Constat præterea

A AD , DH maiores esse posse ipsis FG , GB , BC . & sumpto aliquo puncto K rectæ lineæ AK , KD , DH multo maiores erunt iis, quæ sunt extra. At si quo illæ maiores

B sunt, inflectatur GLB eodem ipso maior, quam GB ; erunt & AK , KD , DH æquales ipsis FG , GL , LB , BC in quinquelatero, & in alijs, quæ plura latera habent, idem seruabitur modus, quemadmodum & in ijs, quæ in quouis quadrilatero constituntur, prius demonstratum fuit.

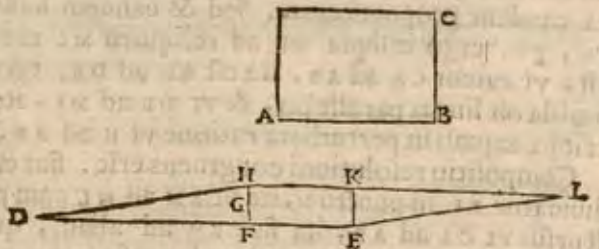
COMMENTARIUS.

- A Constat præterea AD , DH maiores esse posse ipsis FG , GB , BC] Si enim inter D , & B aliud punctum sumatur, ut M , & AM , MH iungantur, erunt hæ maiores, quam AD , DH , videlicet quam FG , GB , BC . Ipse vero Pappus illud punctum similiter eodem elemento D notauit.
- B At si quo ille maiores sunt, inflectatur GLB eodem ipso maior, quam GB , erunt & AK , KD , DH æquales ipsis FG , GL , LB , BC] hoc est si inflectatur GLB , quæ superet GB eadem quantitate, qua rectæ lineæ AK , KD DH superant ipsas FG , GB , BC .

PROBLEMA XXXIV. PROPOSITIO XL.

Ex ijs, quæ ante dicta sunt, & hæc sequuntur.

- Dato spacio parallelogrammo fieri posse ut alterum parallelogrammum inueniatur, quod quidem sit proposita pars dati parallelogrammi; vnumquodque autem latus vniuscuiusque lateris sit multiplex secundum datos numeros. Sit enim parallelogrammum ABC , & sumatur vtræque ED , DE
- A multiplex vtriusque AB , BC secundum numeros datos, & ipsi DE ad rectos angulos ducatur EK , proposita vero pars parallelogrammi AC contineatur DBK ; perque K ipsi DE parallela ducatur HKL : & circa centrum D per F circumferentia FGH descripta rectam lineam HKL in puncto H secet: iunctæque DH parallela ducatur EL . Iam ex constructione constat ipsum parallelogrammum DL datam partem esse parallelogrammi AC : vnumquodque autem ipsius latus vniuscuiusque esse multiplex secundum numeros datos.



COMMENTARIUS.

- A Quod quidem sit proposita pars dati parallelogrammi] hoc est vel dimidia, vel tertia, vel alia quæcumque imperata sit.
- B Vnumquodque autem latus vniuscuiusque lateris sit multiplex secundum datos numeros] ut exempli gratia DE sit ipsius AB dupla, & DF vel dupla, vel tripla, vel utcumque multiplex ipsius BC : non solum autem multiplex, sed & quæcumque datam proportionem habens.
- C Et ipsi DE ad rectos angulos ducatur EK] Græcus codex καὶ ἡχθω ἡ δ' ἐπὶς ὁρθῶς ἢ ἐκ. lege καὶ ἡχθω τῇ δ' ἐκ.
- D Proposita vero pars parallelogrammi AC contineatur DBK] hoc est pars proposita dati parallelogrammi AC ad lineam DE applicata latitudinem faciat EK , ita ut rectangulum DEK dictæ parti sit æquale. Græcus codex καὶ ἀπειράσθω τὸ ὑπὸ δ' ἐκ τὸ ἐπιταχθέν μέγεθος τοῦ α γ παραλληλογράμμου. Sed corrige τὸ ὑπὸ δ' ἐκ.

Iunctæque

Iun&que DN parallela ducatur EL] Græcus *ei dex καὶ ἐπιζευχθεῖσαι τῇ δ θ παράλληλος* E καὶ ἄχθω $\tilde{\eta} \epsilon \lambda$. lege καὶ ἐπιζευχθεῖσαι τῇ δ θ παράλληλος ἄχθω $\tilde{\eta} \epsilon \lambda$.

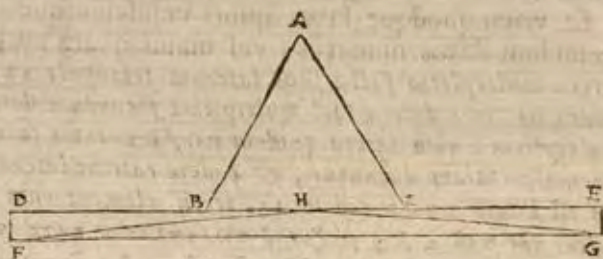
Iam ex constructione constat ipsum parallelogrammum DL datam partem esse pa- F rallelogrammum AC] Græcus *eodem δηλοῦσι ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλογραμμὸν τοῦ δοθέντος μέρους ἐστὶ τοῦ α γ ὀρθογώνιον sed fortasse legendum δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλογραμμὸν τὸ δοθέν μέρος ἐστὶ τοῦ α γ παραλληλογραμμοῦ.*

PROBLEMA XXXV. PROPOSITIO XLII.

Rursus triangulo dato minus triangulum inuenitur habens vnumquod- que laterum vnoquoque latere maius.

Sit enim triangulum ABC : & producaturs basis BC ex vtraque parte; ponaturque ipsi quidem AB æqualis BD , ipsi vero AC æqualis CE ; & ad rectam lineam DE triangulo ABC æquale parallelogrammum DG applicetur: & sumpto quouis puncto H in linea BC iungantur FH , HG . quoniam igitur

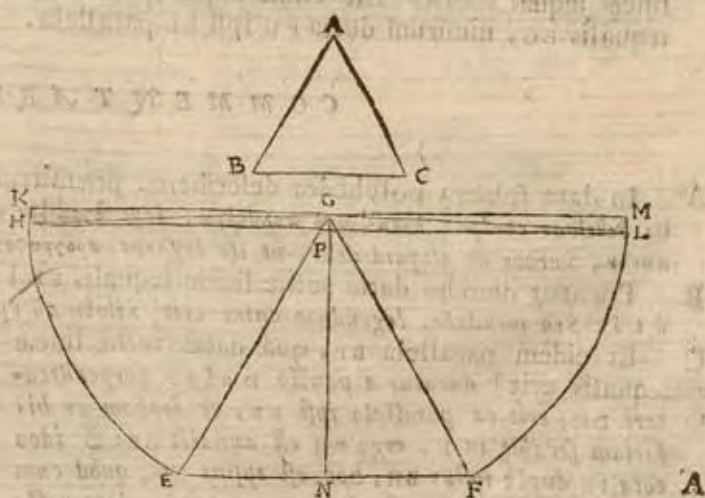
AB æqualis est BD , erit DH maior, quam BA . & similiter ostendemus BH quam AC maiorem esse. est autem & FG maior quam BC . ergo tres lineæ HF , FG , GH maiores sunt ipsis AB , BC , CA . & quoniam parallelogrammum DG duplum est trianguli FHG , & triangulo ABC æquale, erit ABC triangulum, quod minora latera habet, triangulo FGH maius.



PROBLEMA XXXVI. PROPOSITIO XLII.

Hoc quidem inter admirabilia numeratur. fiet autem admirabilius, si triangulum inueniatur, quod sit pars dati trianguli, & vnumquodque latus vniuscuiusque lateris multiplex sit secundum datos numeros, vt in parallelogrammo ante dictum est.

Sit enim triangulum ABC : & aliud triangulum EFG constituitur, habens vnumquodque latus vniuscuiusque lateris trianguli ABC multiplex secundum datos numeros, vel etiam maius quam multiplex: & circa centrum G per B quidem circumferentia describatur BHK , per F vero circumferentia FLM : & per G ipsi EF parallela ducatur KGM ; a puncto autem G ad BF perpendicularis agatur GN : sitque pars proposita trianguli ABC , que KM , & GP continetur: & ipsi KM parallela ducatur HPL , & HG , GL iungantur. Patet igitur ex constructione triangulum HGL minus esse, quam



dimidium sumptæ partis trianguli ABC , nam HL minor est, quam KM . & vnumquodque latus ipsius vniuscuiusque lateris trianguli ABC multiplex secundum datos numeros, vel etiam maius, quam multiplex etenim HL maior est, quam EF .

C O M

COMMENTARIUS.

- A Sitque pars proposita trianguli ABC , quæ KM , GP continetur] hoc est sit rectangulum, quod KM , GP continetur, æquale distæ parti trianguli ABC . Græcus codex. $\epsilon\sigma\omega$ τοῖς ἐπιταχθῆν μέρους τοῦ $\alpha\beta\gamma$ τριγώνου τοῦ ὑπὸ $\kappa\mu\eta\pi$. lege τοῦ ὑπὸ $\kappa\mu$, ἢ π . quæ vero sequuntur τοῦτο γὰρ παραδεδάκται nos consulto omisimus. neque enim hoc a Pappo ante demonstratum est, sed ex elementis petitur.
- B Patet igitur ex constructione HGL triangulum minus esse, quam dimidium sumptæ partis trianguli ABC] est enim rectangulum, quod HL , GP continetur, minus contento KM , & GP , quod HL minor sit, quam KM ex quintadecima tertij libri elementorum. triangulum autem HGL dimidium est eius, quod HL , & GP continetur, ergo triangulum HGL minus est dimidio rectanguli ex KM , & GP ; hoc est minus dimidio sumptæ partis trianguli ABC .
- C Et unumquodque latus ipsius uniuscuiusque lateris trianguli ABC vel multiplex secundum datos numeros, vel maius quam multiplex] quoniam enim trianguli EGF latera multiplicia facta sunt laterum trianguli ABC secundum datos numeros, erunt & trianguli HGL latera vel multiplicia secundum datos numeros, vel etiam maiora, quam multiplicia: nam latera quidem HG , GE inter se aequalia sunt, utpote quæ a centro ad circumferentiam ducuntur; & eadem ratione latera LG , GF aequalia. latus vero HL maius est latere BE ex eadem 15. tertij elementorum. Græcus codex $\epsilon\kappa\alpha\sigma\eta$ δὲ αὐτοῦ πλευρὰ $\epsilon\kappa\alpha\sigma\eta$ τῆς τοῦ $\alpha\beta\gamma$ μείζον ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς legendum autem $\epsilon\kappa\alpha\sigma\eta$ δὲ αὐτοῦ πλευρὰ $\epsilon\kappa\alpha\sigma\eta$ τῆς τοῦ $\alpha\beta\gamma$ ἢ πολλαπλασία κατὰ τὴν δοθέντα ἀριθμὸς ἢ μείζον ἢ πολλαπλασία.

PROBLEMA XXXVII. PROPOSITIO XLIII.

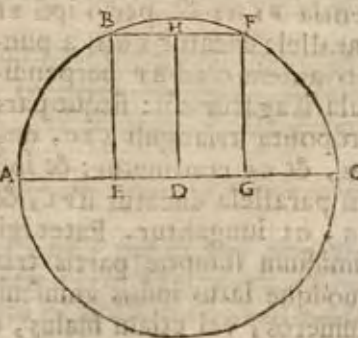
- A In data sphaera polyhedra describere, præmittuntur autem hæc.



- Sit in sphaera circulus ABC , cuius diameter AC , & centrum D . & propositum sit in circulo aptare rectam lineam parallelam diametro AC , & æqualem
- B rectæ lineæ datæ, quæ quidem non sit maior ipsa diametro. Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqualis ED ; & ipsi AC diametro ad rectos angulos ducatur EB , & eidem parallela BF , quæ datæ rectæ lineæ æqualis erit. Est enim dupla ipsius ED , & æqualis EG , nimirum ducta FG ipsi BE parallela.

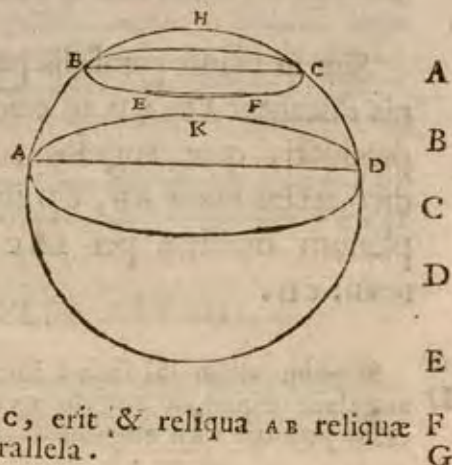
COMMENTARIUS.

- A In data sphaera polyhedra describere. præmittuntur autem hæc] In Græco codice $\epsilon\iota\varsigma$ δοθέντων σφαίραν ὑπάρχει πολυέδρα. lege ὑπάρχει τὰ πολυέδρα in $\eta\varsigma$ vero, quæ sequuntur, vercor ne aliquid desit, ut ita legatur προγράφεται δὲ τὰδε $\epsilon\sigma\omega$ ἐν σφαίρα κύκλος.
- B Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqualis ED] Græcus codex $\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$ ἢ δοθεὶς $\sigma\eta\iota\sigma\theta\omega$ ἢ ϵ δ . Sed mendose. legendum enim erit $\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega$ τῇ ἡμισείᾳ τῆς δοθείσης $\iota\sigma\eta$ ἢ ϵ δ .
- C Et eidem parallela BF , quæ datæ rectæ lineæ æqualis erit] ducatur a puncto D ad BF perpendiculari DH , erit ea parallela ipsi EB , & lineam BF bifariam secabit in H . ergo BH est æqualis HF : & ideo tota BF dupla ipsius BH , hoc est ipsius ED , quod cum data recta lineæ etiam sit dupla ED , erit BF datæ rectæ lineæ æqualis.



PROBLEMA XXXVIII. PROPOSITIO XLIV.

Sint in sphaera paralleli circuli AKD, BEFC, & per puncta BC ducta recta linea sit circuli diameter. propositum autem sit ducere diametrum circuli AKD ipsi BC diametro parallelam.



Ducatur per puncta BC planum ad circulum rectum, quod faciat sectionem circulum maximum ABCD. ergo ABCD circulus transibit per polos ipsorum, & circulum quoque AKD bifariam secabit. iuncta igitur recta linea AD diameter est ipsi BC parallela. & id quidem manifestum est. secetur namque circumferentia BC bifariam in puncto H. & quoniam HA est aequalis HD, ex polo enim sunt, quarum HB est aequalis HC, erit & reliqua AB reliquæ CD aequalis; diameter igitur AD diametro BC est parallela.

COMMENTARIIVS.

Ipsi BC diametro parallelam] *Græcus codex παράλληλον τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ, quæ A* verba nos ita vertenda duximus, & infra in aliquot locis.

Quod faciat sectionem circulum maximum ABCD] *Græcus codex καὶ ποιήσει τὸ μὲν α β γ δ μέγιστος κύκλος. corrige καὶ ποιήσει τομήν α β γ δ μέγιστον κύκλον.*

Ergo ABCD circulus transibit per polos ipsorum, & circulum quoque AKD bifariam secabit] *Ex 13. primi libri sphericorum Theodossi. Græcus codex α β γ δ ἀρα ἕξι διὰ τῶν πολλῶν αὐτῶν. corrige διὰ τῶν πόλων αὐτῶν.*

Iuncta igitur recta linea AD diameter est ipsi BC parallela, & id quidem manifestum est] *Græcus codex ὁ ἀρα ἐπὶ τὰ α β ἐπιζευγυμένη διαμέτρος ἐστὶ τῇ ἐπὶ τὰ β γ παράλληλος, ἐστὶ δὲ φανερόν. Sed legendum ὁ ἀρα ἐπὶ τὰ α δ.*

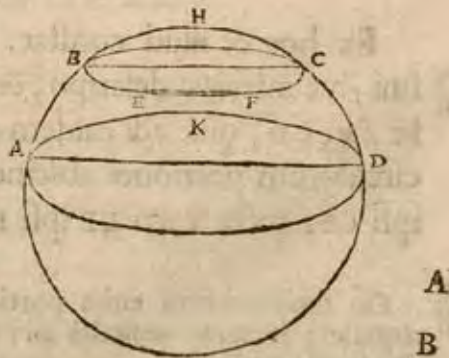
Et quoniam HA est aequalis HD, ex polo enim sunt] *Græcus codex ἐπὶ οὐκ ἔστι θ α E τῇ θ δ ἴση ἐστὶν ἐκ πόλων γάρ. corrige ἐκ πόλου γάρ, Vel ἐκ πόλου γάρ.*

Erit & reliqua AB reliquæ CD aequalis] *illud etiam per se patet ex 10. secundilibr*

Diameter igitur AD diametro BC est parallela] *Ex 16. undecimi elementorum. H Græcus codex παράλληλος ἀρα ἡ ἐπὶ τὰ α δ διαμέτρῳ τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ. corrige ἡ ἐπὶ τὰ α δ διαμέτρος.*

PROBLEMA XXXIX. PROP. XLV.

Sed non sit recta linea EF diameter, & propositum sit ducere diametrum circuli AKD lineæ EF parallelam.



Ponatur vtraque BE, FC aequalis dimidio excessus, quo semicirculus circumferentiam EF excedit: & per BC similiter describatur circulus maximus ABCD. erit igitur AD diameter circuli AKD parallela ipsi EF; quoniam & ipsi BC est parallela.

COMMENTARIIVS.

Et per BC similiter describatur circulus maximus ABCD] *Græcus codex καὶ διὰ τῶν Α β γ γεγράφθω ὁμοίως μέγιστος ὁ α β γ δ. corrige μέγιστος κύκλος α β γ δ.*

Quo-

B Quoniam & ipsi BC est parallela] *Ex 9. undecimi elementorum. Græcus codex* ὅτι καὶ αὐτὴν παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ β γ. *leg:* ὅτι καὶ αὐτὴ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ β γ.

THEOREMA VII. PROPOSITIO XLVI.

Sint in planis parallelis parallelæ rectæ lineæ AE CF, & in eisdem planis ducantur AB, CD ad easdem partes plani per AE CF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant, dico rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse. hoc est planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD.



C Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea vna cum CF
D angulum æqualem angulo BAE. quod est absurdum. æqualis enim ponitur BAE angulus angulo DCF.

COMMENTARIUS.

A Et in eisdem planis ducantur AB, CD ad easdem partes plani per AE, EF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant] *Græcus codex* καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ α β, γ δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ δια τῶν α ε γ περιβαλλομένου ἐπιπέδου.

B Dico rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse, hoc est planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD] *Idem enim est dicere rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse, & ab eodem fieri plano. nam cum plana parallela ab aliquo plano secantur, communes ipsorum sectiones parallelae sunt ex 16. Undecimi libri elementorum.*

C Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea vna cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod est absurdum] *Si enim planum per BAC ductum non faciet rectam lineam CD, sed aliam quampiam, erit ea parallela lineæ AB ex 16. Undecimi iam dicta. & ex decima eiusdem, cum CF angulum continebit æqualem angulo BAE, quod fieri non potest. ponebatur enim angulus DCF angulo BAE æqualis. Græcus codex mendosus est, ut arbitror, qui sic habet. ἐπὶ γὰρ ἐτέραν ποιήσει ἐκείνῃ περιέξει μετὰ τῆς γ δ γωνίας ἴσων τῇ ὑπὸ β α γ ὅπερ ἐστίν. ego ita legerem ἢ γὰρ ἐτέραν ποιήσει ἐκείνῃ, περιέξει μετὰ τῆς γ ζ γωνίας ἴσων τῇ ὑπὸ β α ε ὅπερ ἐστίν ἄτοπον.*

D Aequalis enim ponitur BAE angulus angulo DCF] *Græcus codex* ἴση γὰρ, ὑποχίσθω δ' ὑπὸ β α ε τῇ ὑπὸ δ γ ζ *puto legendum ἴση γὰρ ὑποκύπτει, &c.*

THEOREMA VIII. PROP. XLVII.

Ex hoc & illud constat. Si in planis parallelis circuli sint, ut inferius descripti, & in ipsis rectæ lineæ parallelæ AB, CD, quæ ad easdem partes centrorum EF similes circulorum portiones abscindant, recta quidem linea AE ipsi CF; recta vero BE ipsi DF parallela erit.



A Ob similitudinem enim portionum fiunt anguli AC inter se
B æquales; itemque æquales BD: & parallelæ AE, CF, & BE, DF in planis parallelis.



COMMENTARIUS.

A Recta quidem linea AE ipsi CF; recta vero BE ipsi DF parallela erit] *Græcus codex* παράλληλος ἔσται ἢ μὲν α θ τῇ γ ζ, ἢ δὲ β η τῇ δ ζ. *lege* ἢ μὲν α ε τῇ γ ζ, ἢ δὲ β δ τῇ δ ζ.

Ob si.

Ob similitudinem enim portionum fiunt anguli AC inter se æquales, itemque B
æquales BD. & parallelæ AE, CF, & BE, DF] Similes enim circulorum portiones con-
tinentur similibus circumferentijs, & rectis lineis, quæ eas abscindunt, ut in propositis
portionibus circumferentiæ AB, CD similes sunt, quibus æquales insistant anguli AEB, CDE.
reliqui igitur anguli AB reliquis angulis CD sunt æquales. & cum latera sint æqualia,
erit angulus A æqualis angulo B, & eadem ratione angulus C angulo D æqualis. ergo
angulus BAE est æqualis angulo DCF, & angulus ABE æqualis ipsi CDE. itaq; cum AB
parallela sit CD, & angulus BAE sit æqualis angulo DCF, erit ex antecedente AE ipsi CF
parallela, & BE parallela DF. Græcus codex ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς
τμημάτων ἴσαι α β καὶ αὐτὸ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις. καὶ παράλληλοι αὐτοὶ α ε γ ζ. καὶ β ε δ
ζ ἐν παράλληλοις ἐπιπέδοις. corrigendum autem ut opinor. ἴσας γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιό-
τητά τῆς τμημάτων αὐτὴ α ν, καὶ αὐτὸ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ παράλληλοι αὐτοὶ α ε γ ζ,
καὶ β ε δ ζ.

THEOREMA IX. PROPOSITIO XLVIII.

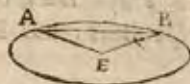
Si vero rectæ lineæ parallelæ, quæ similes circulorum portiones abscin-
dunt, non sint ad easdem partes centrorum; quæ a centris ad terminos
parallelarum, non similiter positos ducuntur, parallelæ erunt.

Ostenditur enim hoc similiter, atque in superiori figura.

COMMENTARIIVS.

Si vero rectæ lineæ parallelæ, quæ similes circulorum portiones abscindunt] A
Græcus codex ἴαν δὲ ἐπὶ τὰ ὅμοια τῆς τμημάτων τῆς κύκλων, &c. forte legendum ἴαν δὲ τὰ
ὅμοια τμήματα τῆς κύκλων.

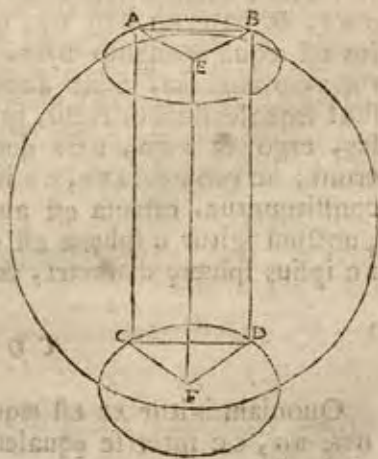
Ostenditur enim hoc similiter, atque in superiori figura] A
producantur enim CF, DE usque ad circumferentiam in puncto GH,
& HG iungatur. erunt trianguli FGH duo latera GF, FH æqualia
duobus lateribus CF, FD trianguli FCD. & angulus GFH æqualis
angulo CFD. ergo & basis basi, triangulumque triangulo, & reli-
qui anguli reliquis angulis æquales. cum igitur angulus FGH sit
æqualis angulo FCD, & angulus FHG angulo FDC; recta linea HG
ipsi CD parallela erit: & circulorum portiones HG, CD inter se
æquales erunt, & similes. ergo HG portio similis est portioni AB,
suntque ad easdem partes centrorum: & HG parallela est ipsi AB,
quoniam & ipsi CD. sequitur igitur ex antecedenti rectam lineam
HF, hoc est DF ipsi AE, & GF, hoc est CF ipsi BE parallelam esse.



THEOREMA X. PROPOSITIO XLIX.

Sint in sphaera circuli æquales, & paralle-
li AB, CD: & ad easdem partes centrorum
æquales, & parallelæ rectæ lineæ AB, CD. di-
co rectas lineas, quæ earum terminos AB, CD
coniungunt, æquales, & parallelas esse, &
ad plana circulorum perpendiculares.

Manifestum autem est ex ijs, quæ prius ostensa
sunt iunctæ enim AB, CF parallelæ erunt, & sunt,
inter se æquales. ergo & AC, BF tum æquales sunt,
tum parallelæ. similiter & BE, BD. est autem EF
perpendicularis ad circulorum plana, etenim circa
eosdem polos sunt; & recta linea per polos ipso-

A
B
CD
E
F
G

F

rum du.

- G rum ducta ad vtrumque est perpendicularis, & per eorum centra, & sphaerae transibit, vt est in sphaericis. rectae igitur lineae AC, BD & aequales sunt, & parallelae
H inter sese, atque ad plana circulorum perpendiculares.

COMMENTARIUS.

- A. Sint in sphaera circuli aequales, & paralleli] *Græcus codex* ἴσων ἐν σφαίρα παράλληλοι κύκλοι. Sed videtur legendum. ἴσων ἐν σφαίρα ἴσοι, καὶ παράλληλοι.
B. Et ad easdem partes centrorum aequales & parallelae rectae lineae AB, CD] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρον ἴσαι, καὶ παράλληλοι, quibus hæc addenda videntur αὖ α β, γ δ.
C. Dico rectas lineas, quæ earum terminos ABCD coniungunt aequales, & parallelas esse] *Græcus codex* ὅτι αὖ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα αὐτῆς τὰ γ η. videtur legendum τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ α β γ δ.
D. Iunctæ enim AE, CF parallelae erunt] *Ex* 47. huius.
E. Et sunt inter se aequales] *Sunt enim ex centro circulorum.*
F. Etenim circa eisdem polos sunt] *Ex prima secundi libri Sphaericorum Theodofii.*
G. Et recta linea per polos ipsorum ducta ad vtrumque est perpendicularis, & per eorum centra, & sphaerae transibit] *Ex decima primi libri sphaericorum.*
H. Rectae igitur lineae AC, BD & aequales sunt, & parallelae inter sese, atque ad plana circulorum perpendiculares] *Aequales quidem sunt, & parallelae inter se, quod & aequales, & parallelas AB, CD coniungunt; perpendiculares vero ad circulorum plana hoc modo ostenduntur. Quoniam enim AC, EF parallelae sunt, atque est EF perpendicularis ad circulorum plana; erit AC ad plana eorundem perpendicularis ex 8. Unde tunc elementorum. Rursus quoniam AC, BD sunt parallelae, & AC perpendicularis ad circulorum plana, necesse est BD ad plana eorundem perpendicularem esse. Græcus codex καὶ αὖ α γ β δ ἴσων ἴσων τε καὶ ὀρθαὶ εἰσι πρὸς τοῖς κύκλοις. Sed legendum censeo, vt propositioni respondeat. καὶ αὖ α γ β δ ἴσων ἴσων τε καὶ παράλληλοι, καὶ ὀρθαὶ πρὸς τοῖς κύκλοις.*

THEOREMA XI. PROPOSITIO L.

Non sint autem ad easdem partes centrorum aequales & parallelae AB, CD. Dico rectas lineas, quæ earum terminos coniungunt, & inter sese, & sphaerae diametro aequales esse.

Secent enim sese in puncto G: & ad centra ducantur AE, GE: & DF, GF.

- A. Quoniam igitur AB est æqualis CD, & ipsas coniungunt AD, BC; erunt rectae lineae BG, GC inter se aequales. hoc enim manifeste constat, ergo & AG æqualis est GD. Sed & AE ipsi DF est æqualis,
C sunt enim ex centro æqualium circulorum: & est parallela; angulus igitur GAB æqualis est angulo GDF. & basis EG basi GF. quare & AGE angulus est æqualis angulo DGF. communis apponatur EGD angulus. fient anguli AGE, EGD, qui sunt aequales duobus rectis, ipsis EGD, DGF aequales, ergo & BGD, DGF duobus rectis aequales erunt; ac propterea BG, GF in eadem recta linea
D constituuntur. ostensa est autem EG æqualis GF.
E punctum igitur G sphaerae est centrum, cum circuli aequales ponantur: lineæque AD, BC ipsius sphaerae diametri, & inter se aequales.



COMMENTARIUS.

- A. Quoniam igitur AB est æqualis CD, & ipsas coniungunt AD, BC: erunt rectae lineae BG, GC inter se æquales, hoc enim manifeste constat] *et enim angulus AGB aduer.*

ad verticem æqualis angulo CGD, & angulus DAB angulo ADC æqualis ob lineas paral-
lelas: angulusque CBA angulo BCD. triangulum igitur AGE triangulo CGD æquiangulum
est; & ideo ut AB ad EG, ita DC ad CG: & permutando ut AB ad CD, ita BG ad CG.
& sunt AB, CD inter se æquales. ergo & BG ipsi GC æqualis erit. & eadem ratione AG
ipsi GD æqualis demonstrabitur. In Græco autem codice nonnulla interciderunt, quæ ego
ita restituerem: δ, ἀρα β x γ ἴσαι ἀλλήλους εἰσι. post quæ Verba statim sequitur. τοῦτο
γάρ μιν πρὸν ἐστίν. Sed vel legendum est τὸντο γὰρ φανερόν ἐστίν. Vel ita intelligendum, ut
illud perfacile, & nullo negotio ostendi possit.

Ergo, & AG æqualis est GD] quomodo hoc sequatur iam diximus. Græcus autem B
codex mancus est, qui fortasse sic restitueretur. ὥστε καὶ ἡ δ η τὴν η α ἴση ἐστίν.

Et est parallela] parallela enim est AE ipsi DF, ut in 48. huius demonstratum fuit. C

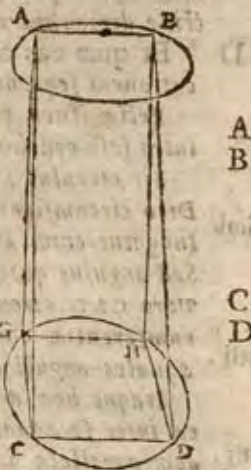
Punctum igitur G sphaeræ est centrum, cum circuli æquales ponantur] ex 6. pri- D
mi libri sphericorum.

Lineæque AD, BC ipsius sphaeræ diametri, & inter se æquales] cum enim AD, BC E
sint sphaeræ diametri, necessariò æquales sunt, ex quo sequitur AD, BC & inter sese, &
sphaeræ diametro æquales esse, quod ostendere oportebat.

THEOREMA XI. PROPOSITIO LI.

Si vero ad easdem partes iungantur AC, BD, æqua-
les erunt inter sese, & cum AB, CD rectos angulos con-
tinebunt.

Aptata enim in circulo recta linea GH ipsi CD æquali, & pa-
rallela, erit HG perpendicularis ad utramque ipsarum GC, GA,
& ad earum planum. quare & CD. rectus igitur est angulus
ACD. similiter & reliqui recti erunt.



COMMENTARIUS.

Si vero ad easdem partes iungantur AC, BD] hoc est, si non intersecant sese, ut A
proxime dictum est, sed A cum C, & B cum D iungantur.

Æquales erunt inter sese] Hoc non demonstravit Pappus, quod perspicue appareat. B
nam cum rectas lineas AB, CD æquales, & parallelas ad easdem partes coniungant, &
æquales, & parallelae sint, necesse est.

Aptata enim in circulo recta linea GH ipsi CD æqualis & parallela] in eodem, C
circulo, in quo est CD, aptetur ex altera parte recta linea GH ipsi CD æqualis, & pa-
rallela, ut sit portio GH similis portioni CD; & portioni AE, quæ est in opposito circulo
ad easdem centri partes. quod quomodo fieri oporteat, nos in 48. huius ostendimus.

Erit HG perpendicularis ad utramque ipsarum GC, GA, & ad earum planum. D
quare & CD] iunctis enim AG, BH, CG, DH; erunt AG, BH, ad circulorum plana
perpendiculares, ut in 49. huius demonstratum est. quare anguli AGH, BHG sunt recti.
sed & recti sunt CGH, DHG, quod in semicirculo sunt, ut nos proxime demonstrabimus.
Cum igitur recta linea GH duabus rectis lineis AG, GC in communi sectione ad angulos
rectos insistat, ducto etiam per ipsas plano ad rectos angulos erit, ex 4. Undecimi ele-
mentorum. quare ex 8 eiusdem & CD, quæ ipsi est parallela. Eodem modo ostendimus
CD ad angulos rectos esse plano per BH, HD ducto, anguli igitur ACD, BDC, CAB,
DEA omnes recti erunt. Græcus codex ἴσαι ἡ θ η ὁρῶν πρὸς ἑκατέραν τῆς θ γ α γ. Sed le-
gendum πρὸς ἑκατέραν τῶν η γ η α.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO LII.

Si sint in sphaera rectæ lineæ parallelae, quæ ipsarum terminos ex ea- A B
dem parte coniungunt, æquales erunt inter sese. Si vero etiam æquales
sint parallelae, & illæ parallelae erunt; & cum subiectis parallelis rectos
angulos continebunt.

- C Illud autem manifeste patet. producto namque per lineas parallelas plano, fiet
 D circulus in quo sunt dictæ parallelæ. quæ eas coniungunt, cum sint inæquales,
 E trapezium faciunt. Si vero etiam æquales sint parallelæ, quæ ipsas coniungunt,
 non amplius trapezium, sed vel quadratum, vel altera parte longius, quod Græ-
 ce ἑτερόμηνες dicitur, continent.

COMMENTARIUS.

- A Si sint in sphaera rectæ lineæ parallelæ] Græcus codex ἐὰν ᾖσιν αἱ σφαίραι παράλλη-
 λαι. lege ἐὰν ᾖσιν ἐν σφαίραι παράλληλοι.

- B Quæ ipsarum terminos ex eadem parte coniungunt] Græcus codex αἱ τὰ ὁμοταγῆ
 πέρατα τὰ αὐτῶν ἐπιζευγνύσονται τὰ πέρατα ὁμοταγῆ si Verbum verbo reddere velimus, di-
 cemus terminos eiusdem ordinis, sed nos ita vertere maluimus.

- C Producto namque per lineas parallelas plano, fiet circulus, in quo sunt dictæ
 parallelæ] Ex prima primi libri sphericorum Theodosii, nam lineæ parallelæ in uno &
 eodem sunt plano, ex earum definitione. quod tamen Vitellio in principio sua perspe-
 ctivæ demonstrare aggressus est.

- D Et quæ eas coniungunt cum sint inæquales trapezium faciunt] Ad horum expli-
 cationem sequens Lemma præmittemus.

Rectæ lineæ parallelæ in circulo circumferentias æquales
 intra sese concludunt.

- 39 primi. Sit circulus ABCD & in eorecta lineæ parallelæ AD, BC.
 Dico circumferentiam AB circumferentiæ CD æqualem esse.
 Iungatur enim AC. erit angulus ACB æqualis angulo CAD.
 Sed angulus quidem ACB circumferentiæ AB insistit; angulus
 vero CAD circumferentiæ CD, circumferentiæ igitur AB cir-
 cumferentiæ CD. est æqualis. in æqualibus enim circulis
 36 tertij. æquales anguli æqualibus circumferentijs insistant.

- Itaque hoc demonstrato, iungantur AB, CD. erunt igitur
 39 tertij. eæ inter se æquales, quoniam & circumferentiæ. & si qui-
 dem parallelæ inæquales ponantur, trapezium continebunt,
 ut in superiori figura; si vero æquales, non trapezium, sed vel quadratum, vel altera
 parte longius, quod parallelas ad rectos angulos coniungant.

- Sint enim æquales AD, BC, &
 iungantur AC, BD, quæ circuli
 38 tertij. diametri erunt, cum eius circum-
 ferentiam in partes æquales se-
 cent. nam circumferentiæ BC est
 æqualis circumferentiæ AD, & cir-
 cumferentiæ AB circumferentiæ
 CD, ut demonstratum fuit. anguli
 igitur ABC, CDA in semicirculo
 recti sunt, & similiter recti & CDB
 DAB. Græcus codex καὶ αἱ ἐπιζευ-
 γνύσονται τὰς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλους ἀννούσας τραπέζιον ποιήσουσιν. forte per ἀννούσας lo-
 gendum est ἀρίστας.

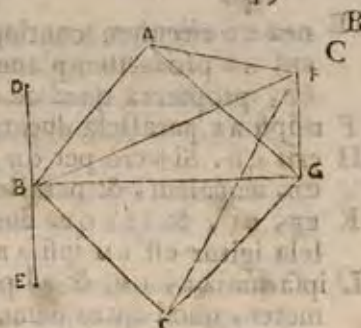
- E Si vero etiam æquales sint parallelæ, quæ ipsas coniungunt, non amplius tra-
 pezium, sed vel quadratum, vel altera parte longius continent] Hunc locum nos re-
 stituimus, nam in Græco codice legitur ἐν δὲ καὶ ἴσαι ᾖσιν αἱ παράλληλοι, ἐμίζειν γνύσονται
 αὐτὰς οὐκ ἔστι τραπέζιον, ἀλλὰ ἑτερόμηνες περιέξουσιν. lege ἀλλὰ τετράγωνον, ἢ ἑτερόμη-
 κες περιέξουσιν. nihil enim prohibet, quo minus etiam quadratum constituatur.

THEOREMA XIV. PROPOSITIO LIII.

- A Sint in subiecto plano rectæ lineæ AB, BC, quæ cum DBE in eodem
 plano existente æquales angulos contineant; & erigatur BE, ita ut cum
 utraque AB, BC æquales faciat angulos. Dico FB ad DE perpendiculari-
 rem esse.

Duca-

Ducatur ad subiectum planum perpendicularis EG ; & ad ipsas AB, BC perpendiculares ducantur GA, GC ; iunganturque FA, FC, GB . erunt FA, FC ad AB, BC perpendiculares. & cum anguli ABF, CBF sint æquales, & AB, BC inter se æquales erunt. itemque æquales AF, FC , & AG, GC . & angulus ABG æqualis angulo CBG . Sed & DBA angulus angulo ABC æqualis ponitur. ergo & totus æqualis toti. ac propterea GB ad DE est perpendicularis ad planum. recta igitur linea FE ad DE perpendicularis erit.



COMMENTARIUS.

Et erigatur BF , ita ut cum utraque AB, BC æquales faciat angulos] Erigatur adeo A ut sit ad planum inclinata.

Ducatur ad subiectum planum perpendicularis EG] Græcus codex corruptus est, & B mancus, qui fortasse ita restituitur. $\eta\chi\theta\omega$ ἐπὶ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπίπεδον ὀρθὴ ἡ $\zeta\eta$.

Et ad ipsas AB, BC perpendiculares ducantur GA, GC ; iunganturque FA, FC, GB . C erunt FA, FC ad AB perpendiculares] Quoniam enim EG perpendicularis est ad subiectum planum, etiam planum, quod per GF, FA ducitur, ad idem planum rectum erit. ergo FA ad AB est perpendicularis. Et eodem modo perpendicularis ostendetur FC ad BC . 18 unde cimi. Græcus codex etiam hoc loco corruptus, & mancus est, qui forte ita restituitur. $\chi\theta\iota$ ἐπὶ τὰς $\alpha\beta\gamma\eta\eta\alpha\eta\gamma$. αἱ δὲ ἐπὶ $\zeta\eta\chi\theta\omega$ $\zeta\alpha\zeta\gamma$ ὀρθαὶ εἰσὶν ἐπὶ τὰς $\alpha\beta\beta\gamma$.

Et cum anguli ABF, CBF sint æquales, & AB, BC inter se æquales erunt: itemque D æquales AF, FC , & AG, GC .] Ponantur enim æquales anguli ABF, CBF , & angulus FAB rectus est æqualis recto FCB . ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ABF simile triangulo CBF . Ut igitur FB ad BA , ita FB ad BC . quare AB ipsi BC est æqualis. & eodem modo ostendetur æqualis AF ipsi FC . Rursus trianguli ABG duo latera GB, BA sunt æqualia duobus lateribus GB, BC trianguli CBG , & angulus GAB rectus æqualis re- E cto GCB . ergo ex septima sexti libri elementorum triangulum ABG triangulo CBG simile erit, & AG ipsi GC æqualis. Græcus codex ita, ut opinor, corrigitur. $\chi\theta\iota$ δὲ τὸ ἴσας εἶναι τὰς $\alpha\beta\zeta\gamma\beta\zeta\gamma\omega\iota\alpha\varsigma$ ἴσας εἰσὶν, $\chi\theta\iota$ αὖτὰς $\alpha\beta\beta\gamma$, $\chi\theta\iota$ $\zeta\alpha\zeta\gamma$, $\chi\theta\iota$ $\eta\alpha\eta\gamma$.

Et angulus ABG æqualis angulo CBG] Quod triacula ABG, CBG sunt similia, ut ostensum est.

Est autem & EG perpendicularis ad planum; recta igitur linea FE ad DE perpen- F dicularis erit] Cum EG sit perpendicularis ad subiectum planum, & planum, quod per 18 unde cimi. EG, GB transit, ad illud rectum erit, ex quo sequitur, ut FE ad DE , hoc est ad DE sit perpendicularis.

PROBLEMA XL. PROPOSITIO LIV.

In data sphaera pyramidē describere.

Sit iam descripta, & sint angulorum puncta, quæ ab ipsa efficiuntur in superficie sphaeræ $ABCD$. ducatur autem per A recta linea EF ipsi CD parallela, quæ cum AE, AD æquales angulos continebit: videlicet unumquemque duarum tertiarum recti, in eo scilicet, in quo ipsa existens plano. & erecta est AB faciens cum AC, AD æquales angulos. ergo per ea, quæ ante demonstrata sunt, EF perpendicularis erit ad AB , & sphaeram continget. Si enim per DA, AC planum producat, faciet circulum, in quo triangulum æquilaterum ADC describitur, atque est ipsi CD parallela EF . recta igitur li-



- E nea EF circulum continget. quare & ipsam sphaeram. Itaque per rectas lineas EF, AB productum planum sectionem faciet in sphaera circulum, cuius diameter AB, propterea quod ad contingentem EF similiter est perpendicularis. & si per F D ipsi AB parallela ducatur GH, sphaeram continget, & ad ipsam perpendicularis
- G H erit CD. Si vero per GH, CD planum producat circulum faciet, cuius diameter CD, aequalem, & parallelum circulo diametrum habenti AB, parallelæ enim sunt
- K EF, CD, & AB, GM. ducatur per K centrum ipsi CD ad rectos angulos LM. parallela igitur est LM ipsi AB. & si iungantur BL, BM, erit BM quidem ad utramque
- L ipsarum AB, LM, & ad plana circulorum perpendicularis: BL vero sphaeræ erit diameter, quod antea demonstratum est. Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM
- M quadrato ex MC est duplum, erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM. &
- N O rectus est angulus BMC. ergo BM est æqualis MC: & propterea quadratum ex LM
- P quadrati ex MB duplum: quadratum igitur ex BL sesquialterum est quadrati ex LM.
- Q est autem data BL sphaeræ diameter. data igitur erit & LM diameter circuli. quare & AB; circuli que positione dati; & data ABCD puncta.
- R Compositio autem manifesta erit. Oportebit namque in sphaera describere duos circulos æquales, & parallelos, ita ut diameter sphaeræ potestate sesquialtera sit
- S vniuscuiusque eorum diametri. & duas diametros ducere parallelas AB, LM, quemadmodum docuimus. atque per centrum ipsi LM ad rectos angulos ducatur CD, ut ABCD sint puncta angularum ipsius pyramidis. At demonstratio resolutioni contrario modo respondebit: eritque simul demonstratum sphaeræ diametrum lateris pyramidis potestate sesquialteram esse.

C O M M E N T A R I I S.

- A Quæ cum AC, AD æquales angulos continebit, videlicet vnumquemque duarum
29 primi. tertiarum recti] Nam cum recta linea EAF parallela sit ipsi CD, erit angulus DAF æqualis angulo ADC: & angulus CAB ipsi ACD. Sed anguli ADC, ACD in triangulo æquilatere inter se æquales sunt, continentque duas tertias recti, ergo & unusquisque angulorum DAF, CAE duas rectas tertias continebit.
- B Et erecta est AB æquales angulos faciens cum AC AD] Sunt enim anguli quoque BAC, BAD duarum tertiarum recti.
- C Ergo per ea, quæ ante demonstrata sunt EF perpendicularis erit ad AB] Videlicet in antecedente.
- D Atque est ipsi CD parallelæ EF, recta igitur linea EF circulum continget, quare & ipsam sphaeram] Quoniam enim EF parallela est ipsi CD, si a puncto A ipsi EF ad rectos angulos ducatur AK, secabit ea CD bifariam, atque ad angulos rectos, & per centrum transibit quare EF circulum & propterea ipsam sphaeram contingat necesse est, ex 16 tertij libri elementorum, & 17 primi libri conicorum Apollonij.
- E Itaque per rectas lineas EF, AB productum planum sectionem faciet in sphaera circulum, cuius diameter AB, propterea quod ad contingentem EF similiter est perpendicularis] Recta enim linea circulorum contingens ad diametrum est perpendicularis. ex eadem 16 tertij libri elementorum.
- F Et si per D ipsi AB parallela ducatur GH sphaeram continget] Continget enim circulum factum a plano per GH, DA ducto, in quo est triangulum DAB.
- G Et ad ipsam perpendicularis erit CD] Ex antecedenti scilicet.
- H Si vero per GH, CD planum producat circulum faciet, cuius diameter CD, æqualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB: parallelæ enim sunt EF, CD, & AB, GH] Sequitur illud ex 15. undecimi elementorum etenim duæ rectæ lineæ sese tangentes EF, AB duabus rectis lineis sese tangentibus CD, GH parallelæ sunt, & non in eodem plano. ergo plana, quæ per ipsas ducuntur parallela erunt. circuli autem sunt æquales cum æquales habeant diametros ABCD.
- K Parallela igitur est LM ipsi AB] Ex 9. undecimi libri elementorum. Utraque enim LM, AB eidem GH est parallela.
- L Et si iungantur BL, BM, erit BM quidem ad utramque ipsarum AB, LM, & ad plana circulorum perpendicularis; BL vero sphaeræ erit diameter, quod antea demonstratum est] Videlicet in 49. & 50. huius. Græcus codex ναὶ ἐπὶ τοῖς ὅμοιαις αὐτῶν β γ δ ν
- M Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadratum ex MC est duplum] Iungantur

gantur MC, CL, quæ inter se æquales sunt, & ideo quadratum ex MC quadrato ex CL p̄. primi. est æquale. quadratum autem ex LM æquale est duobus quadratis ex MC, CL, cum angulus MCL in semicirculo sit rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MC duplum erit. Græcus codex ἐπὶ τῆς τὸ ἀπὸ τῆς λ μ διατάξιον τῶν ἀπὸ τῆς α μ γ ἐπιτευχθείσης. Forte legendum ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς λ μ διατάξιον τῶν ἀπὸ τῆς μ γ.

Erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM] Est enim BC ipsi AB, videlicet N ipsi LM æqualis. Græcus codex ἔσαι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς β γ διατάξιον τῶν ἀπὸ τῆς γ β. lege ἀπὸ τῆς γ μ.

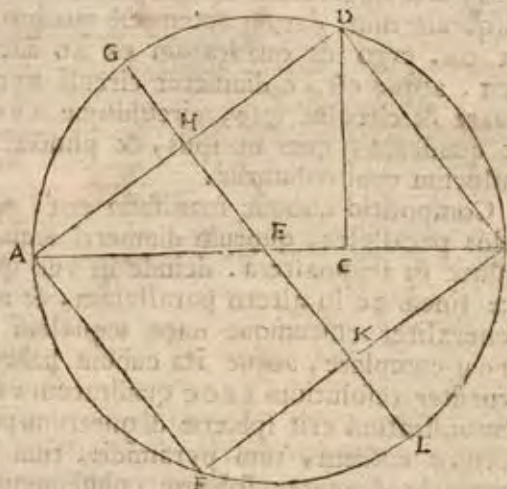
Et rectus est angulus BMC] Nam cum BM sit perpendicularis ad planum circuli D MCL, O. & ad omnes rectas lineas, quæ ipsam contingunt, in dicto plano rectos efficit angulos.

Ergo BM est æqualis MC, & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplum.] P Est enim quadratum ex BC æquale duobus quadratis ex BM, MC, & est duplum quadrati ex MC, ut ostendimus. quadratum igitur ex BM quadrato ex MC est æquale. ideoque quadratum ex BC, hoc est quadratum ex LM. quadrati ex MB duplum erit. Græcus codex ἔσαι διατάξιον ἢ ἀπὸ λ μ. lege ἔσαι διατάξιον τοῦ ἀπὸ λ μ.

Quadratum igitur ex BL sesquialterum est quadrati ex LM.] Rursus enim quoniam Q rectus est angulus BML, erit quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BM, ML, quorum quadratum ex LM duplum est quadrati ex MB, ergo quadratum ex BL quadrati ex LM sesquialterum erit. Græcus autem codex restituendus est. ἡμίλιον ἀρα τὸ ἀπὸ β λ τῶν ἀπὸ λ μ. καὶ ἐστὶ δοθείσα ἡ β λ διάμετρος τῆς σφαίρας. δοθείσα ἀρα καὶ ἡ λ μ τοῦ κύκλου διάμετρος.

Oportebit namque in sphaera describere duos circulos æquales, & parallelos, R ita ut diameter sphaeræ potestate sesquialtera sit uniuscuiusque eorum diametri.] Quomodo hoc efficiatur ipse non docet, sed nos breuiter explicabimus.

Sit enim sphaera, cuius centrum B, seceturque plano per E ducto; ut sit sectio maximus circulus ABD: & iungatur AEB, quæ circuli diameter erit. Itaque secetur AB in C, ita ut AC sit dupla ipsius CB, & per C ipsi AB ad rectos angulos ducatur CD, iunganturque AD, DB. erunt triangula ABD, ADC inter se similia, & ut BA ad AD, ita DA ad AC, quare ut prima ad tertiam, ita quadratum, quod fit a prima ad quadratum, quod a secunda; hoc est ut BA ad AC, ita ex AB quadratum ad quadratum ex AD. est autem BA sesquialtera AC, cum ipsius CB sit tripla. ergo & quadratum ex BA quadrati ex AD sesquialterum erit. Compleatur parallelogrammum ADBF: & per E ipsis AE, BD parallela du-



Cor. 8. Se
xti.
4. Sexti.
Co. 10. Se
xti.

catur altera diameter GHEKL, ut secet AD in H, & FB in K. Si igitur sphaera secetur per HK duobus planis ad diametrum GL rectis, erunt sectiones circuli æquales, & paralleli: & unius quidem diameter erit AD, centrum H, & polus G: al terius vero diameter FB, centrum K, & polus L. cum enim GL per centrum ducta secet AD, FB ad angulos rectos, & bisariam secabit. ergo in sphaera descripti sunt duo circuli æquales & paralleli, ita ut diameter sphaeræ potestate sesquialtera sit uniuscuiusque eorum diametri, quod facere oportebat.

Et duas diametros ducere æquidistantes AB, LM, quemadmodum docuimus] S Describantur igitur in sphaera duo circuli, ut dictum est, & per polos eorum ducto plano, fiet sectio maximus circulus, cuius & circulorum parallelorum communes sectiones sint AB, LM. erunt hæ circulorum diametri inter se æquales, & parallele, ut in sphaericis demonstratum est. Deinde per centrum circuli, cuius diameter LM, atque ipsi ad angulos rectos ducatur CD. Dico ABCD esse puncta angulorum ipsius pyramidis in sphaera descriptæ.

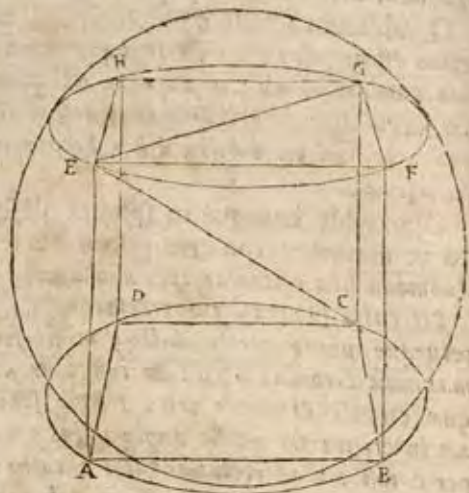
Iungatur enim BL, quæ diameter erit ipsius sphaeræ, ut superius demonstratum est in 50. huius. Et quoniam quadratum diametri sphaeræ sesquialterum est uniuscuiusque quadratorum ex AB, LM, erit quadratum ex BL sesquialterum quadrati ex LM; & est angulus BML rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MB est duplum. Sed & duplum est quadrati ex MC; estque angulus BMC rectus. quadratum igitur ex BC duplum est quadrati ex BM. & propterea quadratum ex BC æquale quadrato ex LM: & recta linea BC ipsi

ipsi LM, hoc est ipsi AB æqualis. Eodem modo ostendetur CA æqualis AB. ergo triangulum ABC æquilaterum est. rursus quoniam quadratum ex LM duplum est quadrati ex MB, & duplum quadrati ex MD iuncta, angulusque BMD rectus, sequitur, ut etiam quadratum ex BD sit duplum quadrati ex BM. & ob id recta linea BD æqualis LM, videlicet ipsi AB. Non aliter ostendetur AD æqualis AB. est autem CD ipsi AB æqualis, cum sint æqualium circularum diametri. triângula igitur ABC, ADB, BDC, CDA æquilatera sunt, & inter se æqualia, ex quibus pyramis ipsa constat. ergo pyramis in sphaera descripta est, cuius quidem anguli sunt ABCD, ut proponebatur.

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LV.

In data sphaera cubum describere.

- A Sit iam descriptus: & sint in superficie
 sphaeræ puncta angulorum ipsius ABCD, EFGH:
 & per ea producantur plana, quæ facient
 sectiones circulos æquales, & parallelos,
 etenim quadrata cubi, quæ in ipsis æqua-
 lia, & parallela sunt. Iungatur CB sphaeræ
 diameter, & EG. Quoniam igitur quadra-
 tum ex GB duplum est quadrati ex GH, hoc
 est quadrati ex GC, & est angulus CGB re-
 ctus, erit quadratum ex CE quadrati ex EG
 sesquialterum: datum autem est quadratum
 ex CB. ergo & quadratum ex EG datum
 erit. atque est AG diameter circuli BFGH.
 quare & circulus ipse, circulusque ABCD,
 & quadrata, quæ in ipsis, & puncta an-
 gulorum cubi dabuntur.
- D Compositio quoque manifesta erit. oportet enim in sphaera describere duos cir-
 culos parallelos, quorum diametri æquales sint, & earum sphaeræ diameter po-
 testate sit sesquialtera. deinde in vno ipsorum describere quadratum ABCD: & re-
 ctæ lineæ BC in altero parallelam, & æqualem ducere EG, quemadmodum antea
 generaliter cuicumque datæ æqualem ducere ostendimus. & ab ipsa quadratum
 EFGH complere, atque ita cubum habere descriptum. demonstrabitur enim con-
 gruenter resolutioni BEGC quadratum esse, & reliqua, quæ sequuntur; simulque
 demonstratum erit sphaeræ diametrum potestate triplam esse lateris ipsius cubi, &
 circulos eisdem, tum pyramidis, tum cubi angulos continere. siquidem in ipsa
 pyramide diameter sphaeræ cuiuscumque circularum diametri potestate erat ses-
 quialtera.



COMMENTARIUS.

- A In data sphaera cubum describere] *Græcus codex* εἰς τὴν δοδίσαν σφαῖραν κύβον ἐγ-
 γράψαι. lege κύβον ἐγγράψαι.
- B Etenim quadrata cubi, quæ in ipsis æqualia, & parallela sunt] *Græcus codex.*
 καὶ γὰρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα τοῦ τοῦ κύβου. legendum πρὸ τοῦ κύβου.
- C Iungatur CE sphaeræ diameter] *Græcus codex.* καὶ εἶναι ἐπεζευγμένην ἡ γ ε, sed legen-
 dum, ut arbitror, καὶ εἶναι ἐπεζευγμένην ἡ γ ε.
- D Oportet enim in sphaera describere duos circulos parallelos, quorum diametri
 æquales sint: & earum sphaeræ diameter potestate sit sesquialtera.] hoc est oportet
 in sphaera describere duos circulos æquales & parallelos, ita ut diameter sphaeræ vniuf-
 cuiusque eorum diametri potestate sit sesquialtera, quod quomodo fiat, nos proxime ostendimus.
- E Et rectæ lineæ BC in altero circulo parallelam & æqualem ducere EG] Primum
 enim ex 45 huius ducemus in altero circulo diametrum parallelam ipsi BC deinde ex 43.
 in eodem circulo aptabimus EG diametro quidem parallelam, ipsi vero BC æqualem.
- F Quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere ostendimus]

In 43. huius. oportet tamen datam rectam lineam diametro non esse maiorem.

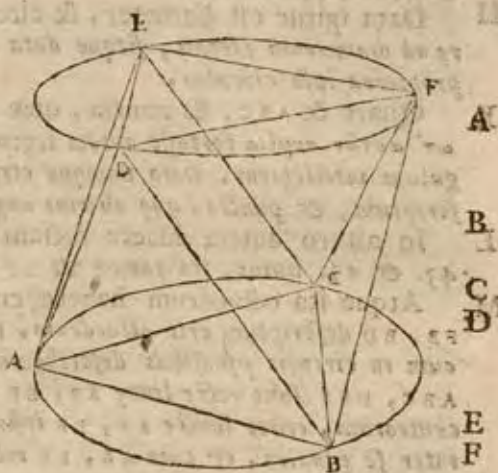
Atque in cubum habere descriptum] Græcus codex. καὶ ἔχει τὸν κύβον ἐγγεγραμ. G

Demonstrabitur enim congruenter resolutioni BEGO quadratum esse & reliqua, H
quæ sequuntur] iungantur CE, EG, erit CE ipsius sphaerae diameter ex 50. huius: & EG
diameter circuli ex ijs, quæ demonstramus in 52. huius. angulus autem CGE est rectus,
nam CG, EF perpendiculares sunt ad plana circularum, ex 49. huius, quare & ad omnes
rectas lineas, quæ in eis ipsis contingunt. Cum igitur quadratum ex CE sesquialterum sit
quadrati ex EG, & quadratum ex EG duplum quadrati ex EG: sitque angulus CGE re-
ctus: erit quadratum ex CE, quadrati ex EG triplum. Rursus quadratum ex CE cum ses-
quialtera sit quadrati ex EG; erit quadrati ex GC triplum. quadratum igitur ex EG
quadrato ex GC est æquale: & recta linea EG æqualis ipsi GC. Sunt autem FB, GC inter
se æquales, & anguli CGF, BFG recti. ergo BEGC quadratum erit, & eadem ratione
AEFB, ABHD, DHGC quadrata demonstrabitur. Cubus igitur constitutus est in data sphæ-
ra, quod facere oportebat.

PROBLEMA XLII. PROPOSITIO LVI.

In data sphaera octaedrum describere.

Descriptum iam sit. sintque puncta angu-
lorum ipsius in superficie sphaerae ABC, DEE:
& plana, quæ per ea ducuntur, circulos fa-
ciant ABC, DEE. Quoniam igitur a puncto D
in superficiem sphaerae æquales rectæ lineæ in-
cidunt DA, DB, DE, DF, erunt puncta AB,
FE in eodem plano: etenim quæ a centro sphæ-
rae ad ipsa ducuntur, æquales sunt: & sunt
æquales inter se AB, AE, BF, FE, & in cir-
culo. quadratum igitur AEFB, & EF ipsi AB
parallela. Similiter & DE parallela est BC, &
DE ipsi AC. circuli igitur paralleli sunt, &
æquales inter se, quoniam & quæ in ipsis
triangula æquilatera sunt æqualia. Et cum in
sphæra æquales, & paralleli circuli sint, atq;
in ipsis rectæ lineæ æquales, & parallelæ AB,
BF, quæ non sunt ad easdem partes centrorum,
erit iuncta AF diameter sphaerae, & AB, BF cum AB, BF rectos angulos contine-
bunt; vt ante demonstratum fuit. sunt autem æquales AB, BF. ergo quadratum
ex AF quadrati ex BF est duplum. Sed cum quadratum diametri circuli DEF sit ses-
quialterum quadrati ex BF, erit quadratum ex AF quadrati diametri circuli DEF
sesquialterum. data igitur est diameter, & circulus, quare & ABC, & puncta,
quæ ab ipsis fiunt.



Compositio autem manifesta erit. oportet enim similiter in sphaera describere
duos circulos æquales, & parallelos, quorum vniuscuiusque diametri sphaerae dia-
meter potestate sit sesquialtera. & in altero quidem ipsorum describere triangu-
lum æquilaterum ABC; in altero autem ducere rectam lineam EF ipsi AB æqualem,
& parallelam. & ab ipsa triangulum DEF describere. atque ita octaedrum habere
constitutum. simul vero demonstrata est sphaerae diameter potestate dupla lateris
octaedri. constatque ad pyramidis, cubi, & octaedri descriptionem eosdem assumi
circulos, quorum polyedra in eandem sphaeram accommodantur: & eundem cir-
culum cubi quadratum, & octaedri triangulum comprehendere.

COMMENTARIUS.

Quoniam igitur a puncto D in superficiem sphaerae æquales rectæ lineæ cadunt
DA, DB, DE, DF, erunt puncta AB, FE in eodem plano] erunt enim in plano cir-
culi, cuius polus est D, ex poli definitione apud Theodosium in primo libro sphaericorum.
Etenim

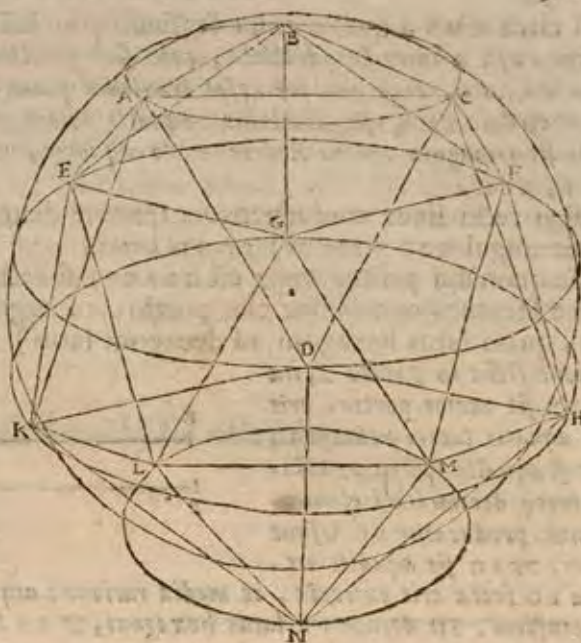
- B** Etenim quæ à centro sphæræ ad ipsa ducuntur æquales sunt] *Ex lineis, quæ à centro ad ea puncta superficiei sphere ducuntur, ostendere possumus, communem sectionem sphere, & plani illius, quod per dicta puncta transit, circulum esse, quemadmodum in prima propositione primi libri sphericorum Theodosii.*
- C** Similiter & DE parallela est BC, & DF ipsi AC] *rursus enim quoniam à puncto A æquales rectæ lineæ AB, AC, AD, AC in sphæræ superficiem cadunt, erunt puncta BCDE in circumferentia eiusdem circuli, cuius polus est A: & sunt inter se æquales BC, CE, ED, DE. ergo BCED quadratum erit, & DE ipsi BC parallela. Eadem quoque ratione sumpto B polo, DF ipsi AC parallela demonstrabitur.*
- D** Circuli igitur paralleli sunt] *ex 15. Undecimi libri elementorum, quippe cum non solum due rectæ lineæ sese tangentes duabus rectis lineis sese tangentibus parallele sint, sed etiam tres, quæ non sunt in eodem plano.*
- E** Erit iuncta A diameter sphæræ] *ex 50. huius.*
- F** Et AE, FB cum AB, FE rectos angulos continebunt] *ex 51. huius, quamquam hoc etiam aliter pateat. nam puncta ABFE in circumferentia eiusdem circuli esse, & quadratum continere supra demonstratum est.*
- G** Sed cum quadratum diametri circuli DEF sit sesquitertium quadrati ex EF] *est enim quadratum ex EF triplum quadrati eius, quæ ex centro circuli, ut demonstratum est in duodecima tertijdecimi libri elementorum. Sed quadratum diametri circuli est eiusdem quadruplum. ergo quadratum diametri ad quadratum ex EF est, ut quattuor ad tria, hoc est ipsius sesquitertium.*
- H** Data igitur est diameter, & circulus] *cum enim data sit proportio diametri sphere ad diametrum circuli; sitque data sphere diameter, & diameter circuli dabitur, ac propterea ipse circulus.*
- K** Quare & ABC, & puncta, quæ ab ipsis fiunt] *Græcus codex ἀσαι καὶ ο' α β γ. καὶ α γ αὐτῶν σφαιρὰ fortasse autem legendum erit ἀσαι καὶ το' α β γ, ut per α β γ. triangulum intelligatur. Dato namque circulo, datur & triangulum equilaterum in ipso descriptum, & puncta, quæ ab eius angulis efficiuntur.*
- L** In altero autem ducere rectam lineam EF ipsi AB æqualem & parallelam] *ex 43. & 45. huius, ita tamen ut EF ad alteras centri partes aptetur.*
- M.** Atque ita octaedrum habere constitutum] *iunctis videlicet DA, AB, BC, CF, FB, BD descriptum erit octaedrum. triangula enim equilatera ABC, DEF equalia sunt, cum in circulis equalibus describantur. Et quoniam in circulis equalibus, & parallelis ABC, DEF sunt rectæ lineæ AB, EF æquales, & parallele, non tamen ad easdem partes centrorum, erunt iunctæ AF, BE ipsius sphere diametri ex 50. huius, & ex 51. AB, BF inter se æquales, & cum AB, EF rectos angulos continebunt; quadratum igitur ex AF æquale est duobus quadratis ex AB, BF, est autem duplum quadrati ex AB, ut superius ostensum fuit; ergo & ipsius quadrati ex BF duplum erit. & ob id quadrata ex AE, BF inter se equalia, & æquales rectæ lineæ AB, BF. Sed AE est equalis BF. quare omnes AB, BF, FB, EA inter se æquales erunt. Rursus quoniam BC, DE æquales sunt, & parallele, & non ad easdem partes centrorum, erunt iunctæ BE, CD diametri sphere. & eodem modo BC, CE, ED, DE inter se æquales ostendentur. postremo cum AC, DF æquales, & parallele sint, similiter demonstrabimus CA, AD, DF, FC æquales esse. ergo sequitur triangula ABD, DAE, ACE, ECF, CBF, FED æquilatera esse, & ipsis ABC, DEF equalia, ex quibus octaedrum constat. Octaedrum igitur in data sphere constitutum est, quod fecisse oportebat.*

PROBLEMA XLIII. PROPOSITIO LVII.

In data sphæra icosaedrum describere.

- Sit iam descriptum: & in superficie sphæræ sint puncta angulorum ipsius ABC, DEF, GHK, LMN. Itaque quoniam a puncto B ad superficiem cadunt rectæ lineæ AB, BC, BF, BG, BE inter se æquales, puncta A C F G E in vno erunt plano: etenim quæ a centro sphere ad ipsa ducuntur, æquales sunt. & æquales inter se AC, CF, FG, GE, EA, & sunt in circulo. æquiangulū igitur est ABGFC pentagonum. similiter, & pentagona KBB'CD, DHFBA, AKLGE, AKNHC, CHMGB, æquilatera sunt, & æquiangula, & in vno plano sita. atque erit AC quidem ipsi EF iunctæ parallela, EF
- vero

vero parallela KH , & KH ipsi EM , quoniam $LGEM$ pentagonum est. Eodem modo ostendentur rectæ lineæ coniungentes puncta BC , ED , GH , LN parallelae esse, & eisdem parallelae, quæ puncta BA , FD , GK , MN coniungunt. Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus ostendetur circulo qui est circa LMN ; æqualia enim & similia in ipsis triangula sunt ABC , LMN . Circuli vero, qui circa puncta DEF , KGH æquales sunt, & paralleli, siquidem triangula, quæ in ipsis æqualia, & æquilaterra sunt, vnumquodque enim latus pentagoni angulum subtendit. Quoniam igitur circuli in sphaera circa DEF , KGH æquales sunt, & in ipsis æquilatorum triangulorum latera parallela EF , KH , quæ non sunt ad easdem centrorum partes; erit recta linea coniungens FK diameter sphaeræ: & angulus FBK rectus; quod ante demonstratum est. Et quoniam pentagonum est $GEACF$, si recta linea EF extrema, ac media ratione secetur: erit maior eius portio AC . ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus: & vtriusque potest FK , propterea quod FK ipsi AC est æqualis, habebit igitur FK diameter sphaeræ ad EF proportionem eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni: ad AC vero, eandem quam pentagoni latus ad latus decagoni. atque est data sphaeræ diameter. ergo & vtrique EF , AC data erit, & ob id quæ ex centro circulorum, quæ sunt potestate tertia pars restarum linearum EF , AC . & circuli ipsi, & qui item eis sunt æquales, & paralleli iuxta puncta angulorum ipsius polyedri.



Compositio autem manifesta erit. oportebit enim exponere duas rectas lineas, ad quas diameter sphaeræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni. & in sphaera duos circulos describere, quorum quæ ex centro sint potestate tertia pars dictarum linearum, vtrique vtriusque, ut circuli DEF , ABC : & ad alteras partes centri sphaeræ describere circulos æquales ipsis, & parallelos KGH , LMN : & in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC , EF , KH , LM ad oppositas centri partes: & omnia triangula similiter iuxta polygones angulos describere. & demonstratio ex ipsa resolutione in promptu erit. Simul vero deprehensum est sphaeræ diametrum potestate triplam esse lateris pentagoni in circulo DEF descripti. etenim KF ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. At FE ad latus hexagoni in eodem circulo descripti habet eam proportionem, quam latus trianguli ad hexagoni latus: atque est latus trianguli potestate triplum lateris hexagoni. Tripla est igitur potestate KF sphaeræ diameter ad latus pentagoni in circulo DEF descripti.

COMMENTARIUS.

Etenim quæ a centro sphaeræ ad ipsa ducuntur, æquales sunt] *Græcus codex* A καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Sed legendum ut opinor καὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, quemadmodum in antecedente.

Similiter & pentagona $KEBCD$, $DHEBA$, &c.] *Corrigendus Græcus codex, ut ex B nostra versione apparet.*

Atque erit AC quidem ipsi EF iunctæ parallela] *Hoc nos demonstravimus in libro C de centro gravitatis solidorum propositione prima. in Græco codice desideratur παράλληλος, ut ita legendum sit καὶ ἔσται ἡ μὲν α γ τὸ ε ζ ἐπιτελευλήσει παράλληλος.*

EF vero parallela KH] *Vtrique enim ipsi AC est parallela.*

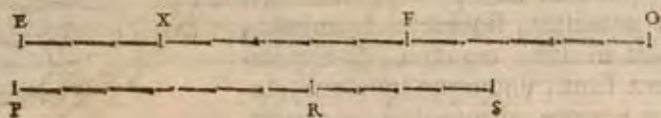
Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus ostendetur circulo, qui

15 vndec. qui circa LMN, qualia enim & similia in ipsis triangula sunt ABC, LMN] Sunt enim AC, LM inter se parallela, quod sint parallela eidem KH. & eadem ratione parallela CB, LN. ergo quæ per ipsas transeunt plana, parallela sunt, proptereaque circulus AEG circulo LMN est parallelus. equalis autem est, cum triangulum ABC æquale & simile sit triangulo LMN. Eodem modo æquales, & paralleli ostendentur circuli circa DEF, KGH.

F Erit recta linea coniungens FK sphaeræ diameter] ex 50. huius.

G Et angulus FEK rectus] ex 51. huius.

H Et quoniam pentagonum est GRACF, si recta linea EF extrema, ac media ratione secetur, erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus] Sit recta linea EF extrema, ac media ratione secta in puncto X, ita ut FX sit maior portio. erit FX equalis lateri pentagoni, hoc est equalis ipsi AC ex octava tertij decimilibri elementorum. producaturs EF usque ad O, ut FO sit equalis FX.

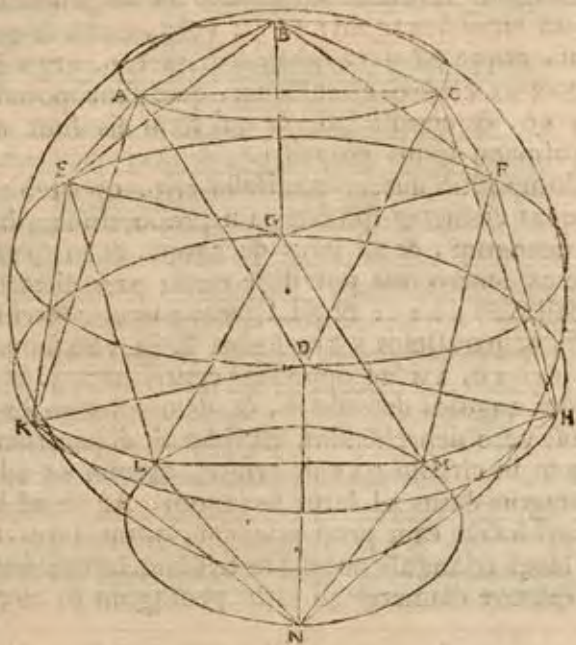


Ex vlti.
14. elem.
vel ex 44
quinti li
bri Pappi

tota EO secta erit extrema, ac media ratione; atque eius maior portio erit EF, ex quinta eiusdem. Sit deinde PR latus hexagoni, & RS latus decagoni in eodem circulo descripti. rursus ex nona eiusdem erit PS extrema, ac media ratione secta in puncto R, & PR erit maior portio ipsius. Quoniam igitur duæ rectæ lineæ EO, PS extrema, ac media ratione secantur, erit EF ad FO, ut PR ad RS. Sed PR ad RS eam proportionem habet, quam hexagoni latus ad latus decagoni. ergo & EF ad FO, hoc est ad AC eandem proportionem habebit. Græcus codex ἡ ἀρα ε α πρὸς τὴν α γ λόγος ἔχει lege ἡ ἀρα ε ζ πρὸς τὴν α γ.

K Et utraque potest FK, propterea quod EK ipsi AC est æqualis] Quoniam enim angulus FEK rectus est, quadratum ex FK est æquale duobus quadratis ex FE, EK, hoc est FE, AC. est enim EK ipsi AC æqualis. Græcus codex διὰ τοῦ ἴσων ἵσται τὴν τῆ α γ. lege τὴν ε κ τῆ α γ.

L Habebit igitur FK diameter sphaeræ ad EF proportionem eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni] latus namque pentagoni potest & hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo descriptorum ex 10. tertij decimi elementorum.



M Ad AC vero eandem, quam pentagoni latus ad latus decagoni] Nam cum sphaeræ diameter FK ad EF proportionem habeat eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni,

EF vero ad AC eandem habeat, quam hexagoni latus ad latus decagoni, habebit ex æquali sphaeræ diameter ad AC eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni.

N Et ob id quæ ex centris circulorum, quæ sunt potestate tertia pars rectarum linearum BE, AC] Est enim latus trianguli æquilateri potestate triplum eius, quæ ex centro circuli, ex 12. eiusdem. Græcus codex. ὅσαι καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῆς κύκλων τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ. lege τρίτον μέρος ὅσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ.

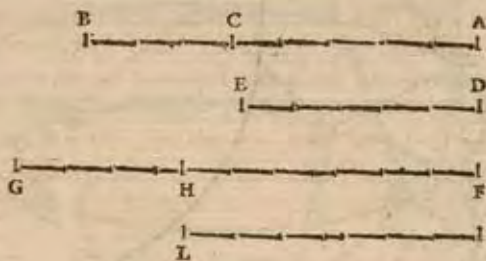
O Et in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC, EF, KH, LM ad oppositas centri partes, & omnia triangula similiter iuxta polygoni angulos describere] Verbi gratia in circulis DEF, ABC ita triangula aptabimus, ut trianguli DBF latus EF parallelum sit lateri AC trianguli ABC, & ad oppositas centri partes statuatur. deinde iungemus AB, BE, AD, DC. & eodem modo in reliquis faciemus.

P Et demonstratio ex ipsa resolutione in promptu erit] Habet enim DE latus trianguli in circulo DBF descripti ad AB latus trianguli descripti in circulo ABC eam proportionem,

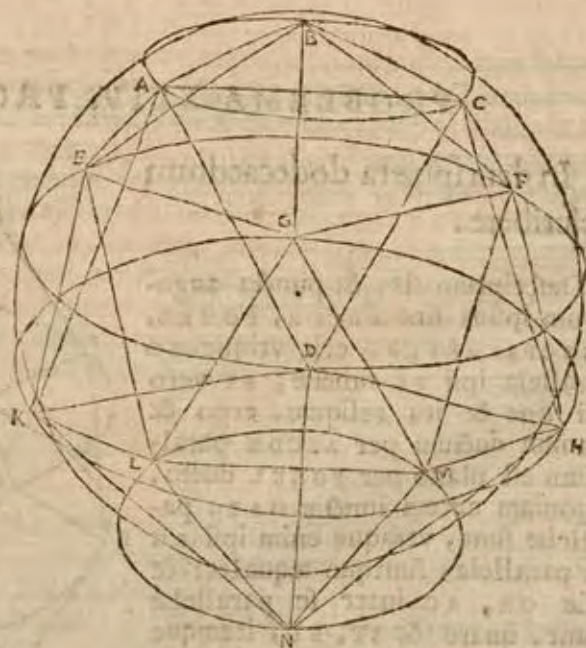
tionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni; Sed quam proportionem habet latus hexagoni ad latus decagoni, in eodem circulo descriptorum, eandem habet recta linea, quae pentagoni aequilateri, & equianguli angulum subtendit ad ipsam pentagoni latus, ut deinceps ostendetur. ergo DE pentagoni angulum subtendit, cuius latus est AB. & propterea DA, AE sunt eiusdem pentagoni latera ipsi AB aequalia. Eadem ratione & DF pentagoni angulum subtendit: eruntque DC, CF eius latera aequalia ipsi AB. Rursus cum EF pentagoni angulum subtendat, erunt EE, BF eidem aequalia. atque ideo omnia triangula aequilatera, & inter se aequalia erunt. Non aliter ad oppositas partes centri sphaerae ex triangulis KGH, LMN ostendemus reliqua triangula aequilatera, & aequalia esse, ex quibus icosaedrum ipsum constat. Icosaedrum igitur in data sphaera descriptum est, quod fecisse oportebat.

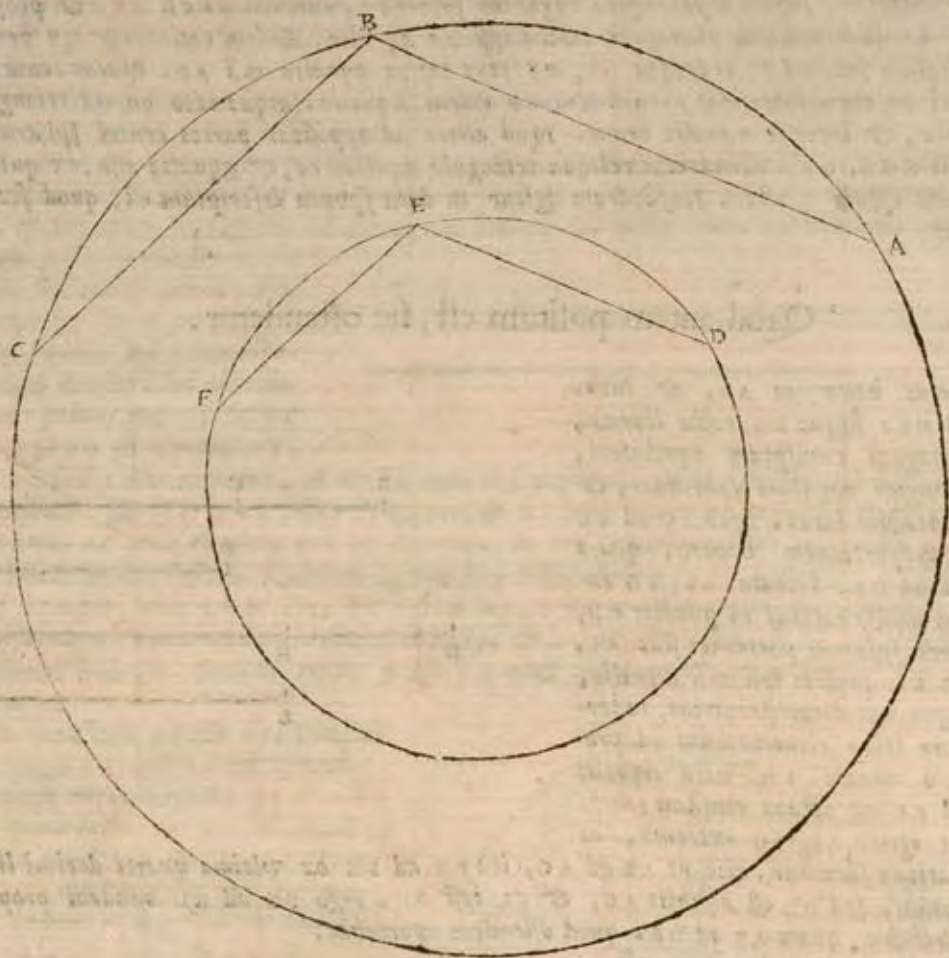
Quod autem positum est, sic ostendetur.

Sit latus hexagoni AB, & latus decagoni DE: sique EG recta linea, quae pentagoni cuiuspiam aequilateri, & equianguli angulum subtendat, & KL sit pentagoni latus. Dico EG ad KL eandem proportionem habere, quam habet AB ad DE. Secentur AB, EG extremi, ac media ratione in punctis CH, FH. erit AC quidem ipsi DE aequalis, ex ijs, quae nos demonstravimus, in tertio decimo libro elementorum ad propositionem nonam. FH vero aequalis erit ipsi KL ex octava eiusdem libri. Quoniam igitur AB, EG extrema, ac media ratione secantur, erit ut AB ad AC, ita EG ad FH ex ultima quarti decimi libri elementorum. Sed DE est aequalis AC, & KL ipsi FH. ergo EG ad KL eandem proportionem habebit, quam AB ad DE. quod ostendere oportebat.



Simul vero deprehensum est sphaerae diametrum potestate triplam esse lateris pentagoni in circulo DDE descripti, etenim KE ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni.] Describatur circulus ABC, cuius ea, quae ex centro aequalis ipsi EF: & in ipso latus pentagoni AB, & latus hexagoni BC. erit AB aequalis KE diametro sphaerae, & BC aequalis EF. describatur etiam circulus DEF, cuius ea, quae ex centro sit potestate tertia pars ipsius EF, & rursus in ipso latus pentagoni DE & hexagoni EF, habebit AB ad BC proportionem eandem, quam DE ad EF. Sed latus BC est potestate triplum lateris EF. ergo & latus AB, hoc est sphaerae diameter KE potestate tripla erit ipsius DE lateris pentagoni in circulo DEF descripti.

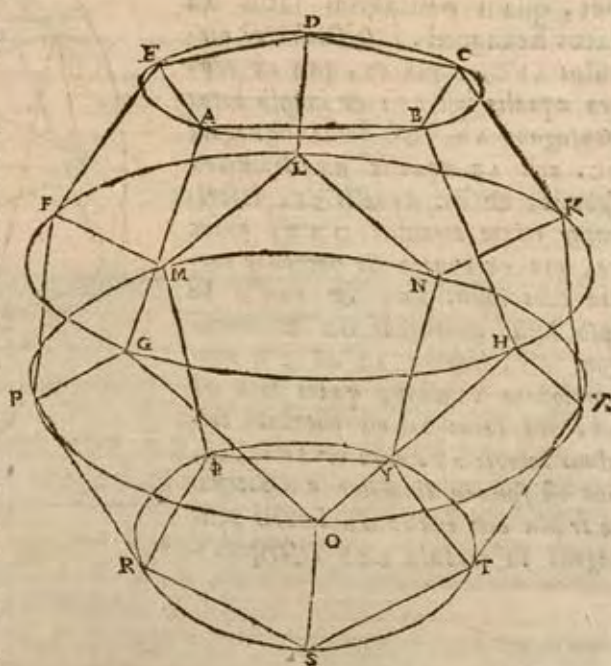




PROBLEMA XLIV: PROPOSITIO LVIII

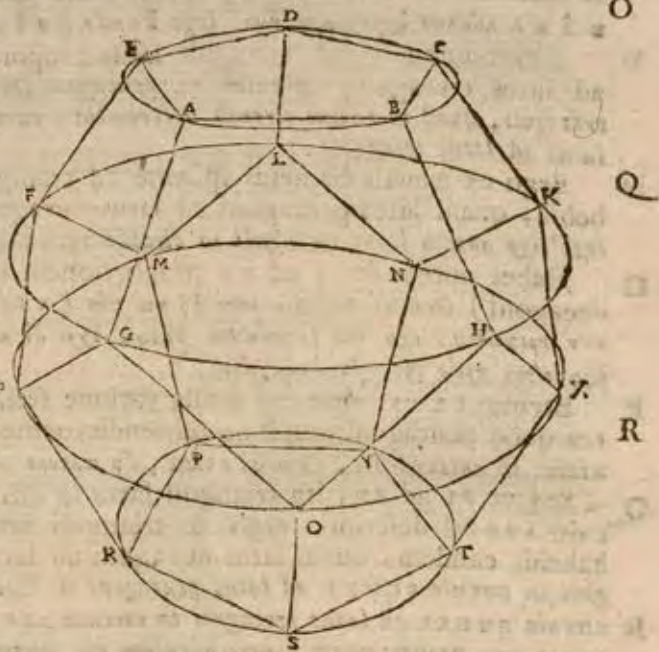
In data sphaera dodecaedrum
describere.

Descriptum sit, & puncta angulorum ipsius sint $ABCDE$, $FGHKL$, $MNOP$, $RSTY$, erit utique BD parallela ipsi FL iunctae; AE vero ipsi FG : & ita reliquae. ergo & planum ductum per $ABCDE$ parallelum est plano per $FGHKL$ ducto. Quoniam autem iunctae $OAXC$ parallelae sunt, utraque enim ipsi BH est parallela, suntque aequales: & ipsae OX , AC inter se parallelae erunt. quare & ST , BD , itemque SR , CD , & reliquae: plana insuper omnia, quae per ipsas ducuntur parallela sunt. Intelligantur igitur circuli per ipsa descripti inter se paralleli. erit circulus quidem circa



$ABCDE$

ABODE æqualis ei, qui circa RSTVΦ, nam pentagona in ipsis descripta æqualia sunt: circulus vero circa FGHKL æqualis ei, qui circa MNXOP; cum pentagona sint æqualia. atque est CL parallela XY, vtraque enim ipsi KN est parallela. puncta igitur LCXY in vno erunt plano. & ipsa iungentes æquales sunt: quod pentagonorum æqualium angulos subtendant, sunt autem in circulo. ergo LCXY quadratum est. & ob id recta linea XL iuncta potestate dupla est ipsius LC, hoc est ipsius FL, & angulus XLF rectus; in æqualibus enim circulis æquales, & parallelæ sunt OX, FL: quadratum igitur ex FX triplum est quadrati ex FL. & est FX sphaeræ diameter ex ijs, quæ ante demonstrauimus, neque enim OX, FL sunt ad easdem partes centrorum. quare diameter sphaeræ ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL descriptorum. habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli. ergo ex æquali diameter sphaeræ ad latus trianguli eandem proportionem habebit, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. habet autem & FL ad ED proportionem eam, quam latus hexagoni ad decagoni latus. etenim FL extrema, ac media ratione secta, maior eius portio est ED, propterea quod pentagoni angulum subtendit, cuius latus ED. Sed vt FL ad ED ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABODE descripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. habebit igitur sphaeræ diameter ad latus trianguli in circulo ABODE descripti eandem proportionem, quæ pentagoni latus ad latus decagoni. ideoque trianguli latus in vtroque circulo datum erit. quare & quæ ex centro circulorum, quæ sunt potestate tertia pars dictorum laterum: & circuli ipsi, & qui eis æquales sunt, & paralleli iuxta puncta, quæ in ipsis angulorum polyedri.



Oportet igitur in compositione duas rectas lineas exponere, ad quas diameter sphaeræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni; quas etiam in icosaedro exposuimus: & describere duos circulos parallelos in superficie sphaeræ ad easdem partes centri locatos, vt FGHKL, ABODE, quorum quæ ex centris potestate sunt tertia pars expositarum rectarum, vtraque vtriusque. & alios duos circulos his æquales, & parallelos ad alteras partes centri sphaeræ, vt MNXOP, RSTVΦ & aptare latera pentagonorum ED, FL, OX, ST inter se parallela, ab ipsisque pentagona describere, per quæ polygoni anguli constituentur. manifestum autem est ex constructione, circulos continentes dodecaedri angulos eosdem esse, qui angulos icosaedri continent. & præterea eundem circulum comprehendere triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem sphaera descriptorum.

COMMENTARIVS.

Et ita reliquæ] Hoc est AB ipsi GH parallela, BC ipsi HK, & CD ipsi KL.

A

Et ipsæ OX, AC inter se parallele erunt] Græcus codex καὶ αἱ ἐπὶ ταῖς α' & γ' ἀρὰ παραλλήλοι. lege καὶ αἱ ἐπὶ ταῖς οξ, α' γ' ἀρὰ παραλλήλοι.

B

Atque est CL parallela XY] Græcus codex καὶ ἐστὶν ἡ ἐπὶ γ λ παραλλήλος τῇ ἐπὶ τα' C ξ ν, lege ἐπὶ τα' ξ ν.

C

Puncta igitur LCXY in vno erunt plano] Ex 2. undecimi. Græcus codex, ἐν ἐνὶ D ἐπιπέδῳ ἔσαι τα' λ γ ξ η lege λ γ ξ ν.

D

Quod pentagonorum æqualium angulos subtendant] Græcus codex ἴσων γὰρ τε E τριγώνων ὑποτίθουσιν γωνίας. lege ἴσων γὰρ πενταγώνων.

E

Sunt

- F** Sunt autem in circulo] Nam si per puncta l, c, x, y planum ducatur, sectio circuli erit ex prima sphericorum Theodosii.
- G** Ergo l, c, x, y quadratum est] Quæ enim æquales, & parallellas rectas lineas in circulo coniungunt, cum ipsis rectos continent angulos, ex 52. huius. Græcus codex. τετραγώνος ἀρα ἢ $λ, γ, ξ, υ$ lege τετράγωνον ἀρα τὸ $λ, γ, ξ, υ$.
- H** Et angulus k, l, f est rectus, in equalibus enim circulis æquales, & parallele sunt ox, fl] Ex 51. huius.
- K** Et est x, f sphaeræ diameter ex ijs, quæ ante demonstrauiamus. neque enim ox, fl sunt ad easdem partes centrorum] Ex 50. huius. Græcus codex. οὐ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων εἰσιν αἱ $ε, ζ, ζ, λ$. lege αἱ $ο, ξ, ζ, λ$.
- L** Quare diameter sphaeræ ad fl eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo fg, h, k, l descriptorum) Est enim trianguli æquilateri latus potestate triplum eius, quæ ex circuli centro, hoc est lateris hexagoni, ex 12. tertijdecimi libri elementorum. Græcus codex. ἔχει δὲ οὖν ἡ τῆς $ε, ζ$. πρὸς ἑξαγώνου εἰς τὴν $ζ, ο, θ, κ, λ$ κύκλων ἐγγεγραμμένων. lege εἰς τὸν $ζ, η, θ, κ, λ$ κύκλον ἐγγεγραμμένων.
- M** Habet autem fl ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli) Est enim fl pentagoni latus in circulo fg, h, k, l . quare ad latus trianguli, quod in eodem circulo describitur, eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus trianguli.
- N** Ergo ex æquali diameter sphaeræ ad trianguli latus eandem proportionem habebit, quam latus pentagoni ad latus hexagoni) In perturbata scilicet proportionem. intellige autem latus trianguli in circulo fg, h, k, l descripti.
- O** Habet autem & fl ad ed proportionem eam, quam hexagoni latus ad latus decagoni) Græcus codex. ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς $ζ, λ$ λόγος τῆς $ε, δ$, ὅν ἡ τῶν ἑξαγώνου πρὸς τὴν τῶν πεντάγωνου. ego ita legendum puto. ἔχει δὲ καὶ ἡ $ζ, λ$ πρὸς τὴν $ε, δ$ λόγον, ὅν ἡ τῶν ἑξαγώνου πρὸς τὴν τῶν δεκαγώνου.
- P** Etenim fl extrema, ac media ratione secta, maior eius portio est ed , propterea quod pentagoni angulum subtendit, cuius latus ed) Quomodo hoc sequatur, diximus in antecedente. Græcus codex, οὐ πλευρὰ ἡ $ε, λ$. lege οὐ πλευρὰ ἡ $ε, δ$.
- Q** Sed ut fl ad ed , ita trianguli latus in circulo fg, h, k, l ad latus trianguli in circulo ab, c, d, e descripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni) Hoc est ut latus pentagoni in circulo fg, h, k, l ad latus pentagoni in circulo ab, c, d, e , ita & trianguli latus in circulo fg, h, k, l ad latus trianguli in circulo ab, c, d, e . Sed pentagoni latus ad latus pentagoni eam proportionem habere ostensum est, quam latus hexagoni ad latus decagoni. ergo & trianguli latus ad latus trianguli eandem habebit proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Græcus codex mancus est, qui ita habet. ἔχει ἀρα $ε, ζ$. ὅν ἡ τῶν ἑξαγώνου adde πρὸς τὴν τῶν δεκαγώνου.
- S** Habebit igitur sphaeræ diameter ad latus trianguli in circulo ab, c, d, e descripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni) Ex æquali scilicet, quemadmodum nos supra docuimus.
- T** Et aptare latera pentagonorum ed, fl, ox, st inter se parallela; ab ipsisque pentagona describere, per quæ polygona anguli constituentur) Quoniam igitur latus trianguli in circulo fg, h, k, l ad latus trianguli in circulo ab, c, d, e descripti, habet eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni, habebit & latus pentagoni in circulo fg, h, k, l ad latus pentagoni in circulo ab, c, d, e , videlicet gh ad ae eandem proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Sed quam proportionem habet hexagoni latus ad latus decagoni, eandem habet recta linea, quæ angulo pentagoni æquilateri, & æquianguli subtenditur ad pentagoni latus, ut supra ostensum est. ergo gh subtenditur angulo pentagoni, cuius latus est ab . & sunt go, oh pentagoni latera, ipsi ab æqualia. Quod cum plani $agohb$, & ipsius sphaeræ communis sectio sit circulus, erit circumferentia go, h dupla circumferentiæ ab . & similiter circumferentiæ ag, bh simul sumptæ dupla erunt eiusdem ab circumferentiæ. & sunt æquales, propterea quod ab, gh inter se parallele sunt. ergo & rectæ lineæ ag, bh æquales erunt ipsi ab , & pentagonum æquilaterum, & æquiangulum erit $agohb$, ipsi ab, c, d, e æquale. Eodem modo & reliqua pentagona æqualia ostendentur, tum quæ ad pentagonum ab, c, d, e adherent, tum quæ ex altera parte centri sphaeræ adherent ad ipsum $rsty$. Dodecaedrum igitur in data sphaera constitutum est, quod fecisse oportuit.
- T** Et præterea eundem circulum comprehendere triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem sphaera descriptorum) Hoc seorsum demonstratum est in 2. quinti decimi elementorum; & ab ipso Pappo in 48. quinti libri.

P A P P I

A L E X A N D R I N I

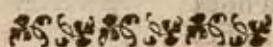
M A T H E M A T I C A R V M

C O L L E C T I O N V M

LIBER QVARTVS.

CVM COMMENTARIIS

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

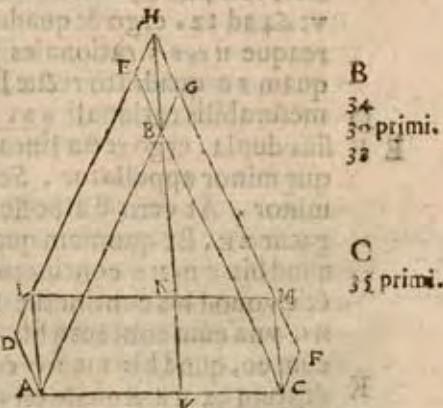


THEOREMA I. PROPOSITIO I.



Sit triangulum ABC , & ab ipsis AB, BC describantur quæuis parallelogramma $ABED, BCFG$, & rectæ lineæ $DEFG$ producantur ad H , iungaturq; HB : fient parallelogramma $ABED, BCFG$ æqualia parallelogrammo contento $ACHB$, in angulo, qui vtriusque BAC, DHB sit æqualis.

Producatur enim HB ad K , & per AC ipsi KH parallela ducantur AL, CM , & LM iungatur. Itaq; quoniam parallelogrammum est $ALHB$, erunt AL, BH æquales, & parallelae. Similiter æquales, & parallelae MG, HB : ergo & LA, MC æquales, & parallelae sint, necesse est, & propterea $LMAC$: parallelogrammum igitur est $ALMC$ in angulo LAC : hoc est in angulo æquali vtriusq; BAC, DHB . est enim angulus DHB ipsi LAB æqualis, & quoniam $DABE$ parallelogrammum est æquale parallelogrammo $LABH$, etenim in eadem basi AB , & in eisdem parallelis AB, DH consistit, parallelogrammum autem $LABH$ parallelogrammo $LAKN$ est æquale, cum sit in eadem basi LA , & in eisdem parallelis LA, HK : erit parallelogrammum $ADHB$ æquale parallelogrammo $LAKN$. & ob eandem causam parallelogrammum $BGFC$ parallelogrammo $KNMC$. parallelogramma igitur $DABE, BGFC$ parallelogrammo $LACM$ æqualia sunt, hoc est ei, quod $ACHB$ continetur, in angulo LAC , qui est æqualis vtriusque BAC, DHB . atque hoc multo vniuersalius est, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonstratur.



COMMENTARIVS.

Et ab ipsis AB, BC describantur quæuis parallelogramma] *Græcus codex. καὶ ἀπὸ τῶν Α α β β γ ἀναγραφῇ τυχόντα σημεῖα παραλληλόγραμμα. lege τυχόντα παραλληλόγραμμα.*
Itaque quoniam parallelogrammum est $ALHB$] *Græcus codex ἐπὶ παραλληλόγραμμοις Β γ. Lege ἐπὶ.*

H

Et quo-

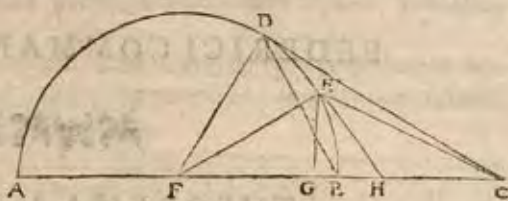
C Et quoniam DABE parallelogrammum] *Græcus codex* $\delta\epsilon\iota\kappa\tau\iota\tau\epsilon\ \tau\omicron\ \alpha\beta\epsilon\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\rho\alpha\mu\mu\omicron\nu$. lege $\tau\omicron\ \delta\ \alpha\beta\epsilon\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\rho\alpha\mu\mu\omicron\nu$.

D Atque hoc multo vniuersalius est, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonstratur] *videlicet in 47. primi lib. elementorum. idem etiam demonstratur in 31. sexti libri de alijs figuris similibus. sed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc in omni triangulo. illud de quadratis tantum vel figuris similibus, hoc vniuersè de omnibus parallelogrammis etiam inter se dissimilibus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit semicirculus in recta linea AB, rationalem habens diametrum: & ei, quæ est ex centro æqualis, & ipsi AB in directum sit BC; contingens autem CD: & circumferentia BD bifariam secetur in puncto E, & CE iungatur. Dico CE irrationalem esse, quæ minor appellatur.

Sumatur enim centrum semicirculi, quod sit F, & iungantur FD, FE. Itaque quoniam angulus FDC est rectus, erit in semicirculo descripto in recta linea FC, cuius centrum B, iunctaq; BD, fiet triangulum æquilaterum BFD. ergo angulus DFB est duæ tertiæ recti, & angulus BFB recti tertia. Ducatur a puncto B ad AB diametrum perpendicularis BG. æquiangulum igitur est CFD triangulū



4. sexti. B Cto B ad AB diametrum perpendicularis BG. æquiangulum igitur est CFD triangulū

triangulo BFG: atque est ut FC ad CD, ita BF ad FG. quadratum autem ex FC sesquitergium est quadrati ex CD. ergo & quadratū ex BF quadrati ex FG sesquitergium erit; habebitque quadratum ex BF ad quadratum ex FG proportionem eam, quam 16 ad 12; sed proportio quadrati ex CF ad quadratum ex FB est, quam habet 64 ad 16. quadratum igitur ex CF ad quadratum ex FG est, ut 64 ad 12. Sit FB quadrupla ipsius BH. atque est ipsius BF dupla FC. quare proportio CF ad FH est ut 8 ad 5, & proportio FH ad HC ut 5 ad 3. proportio igitur quadrati ex CF ad quadratum ex FH erit, ut 64 ad 25. ostensum autem est quadratum ex CF ad quadratum ex FG ita esse, ut 64 ad 12. ergo & quadratum ex HF ad quadratum ex FG est ut 25 ad 12. proptereaque HF, FG rationales sunt potentia solum commensurabiles: & HF plus potest, quam FG quadrato rectæ lineæ sibi incommensurabilis longitudine. estq; tota FH commensurabilis rationali AB. apotome igitur quarta est GH, rationalis autem FC, & ipsius dupla. ergo recta linea, quæ potest id, quod bis continetur FC, GH, irrationalis est, quæ minor appellatur. Sed & CB potest id, quod bis FC, GH continetur. quare CB est minor. At vero CB posse id, quod bis continetur FC, GH, ex his manifestum erit. Iungatur BH. Et quoniam quadratum ex CE æquale est quadratis ex BH, HC una cum eo, quod bis CH, HG continetur. & sunt quadrata ex BH, HF æqualia & quadrato ex BF, & ei, quod bis continetur FH, HG. est igitur ut quadratum ex CB ad quadrata ex BH, HC una cum contento bis CH, HG, ita quadrata ex BH, HF ad quadratum ex BF una cum eo, quod bis FH, HC continetur. & ut vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, & quadratum ex CB æquale est quadratis ex BH, HC, & ei, quod bis CH, HG continetur. quadrata igitur ex CE, BH, HF æqualia sunt quadratis ex BH, HC, BF, & contento bis CH, HG una cum contento bis FH, HG, hoc est ei, quod bis CF, HG continetur. commune auferatur quadratum ex BH. ergo reliqua quadrata ex CB, HF sunt æqualia quadratis ex BF, HC una cum eo, quod bis continetur CF, HG. quorum quadratum ex FH est æquale quadratis ex BF, HC. est enim quadratum ex FH 25, quadratum vero ex HC est 9, & quadratum ex BF 16. reliquum igitur quadratum ex BC est æquale ei, quod bis FC, GH continetur.

D E F G H K prima secundi.

COMMENTARIUS.

A Dico CB irrationalem esse, quæ minor appellatur] *Græcus codex sic habet. τὸν αὐτὸν ἵσχει ὁ αὐτὸς ἵσχει.*

Aequi-

Aequiangulum igitur est CFD triangulum triangulo BFG] Quoniam enim angulus B
 DEC est duæ tertiæ recti, & rectus FDC erit DCE recti tertia. atque est BFG item tertia re-
 cti. angulus igitur DCF est æqualis angulo BFG angulusque FDC rectus æqualis recto FGE .
 quare, & reliquus reliquo æqualis, & triangulum CFD triangulo BFG æquiangulum.

Quadratum autem ex FC sesquitertium est quadrati ex CD] Est enim CF ipsius FD
 dupla & idcirco quadratum ex CF quadruplum est quadrati ex FD . Sed cum angulus FDC sit
 rectus, erit quadratum ex CF quadratis ex FD , DC æquale. ergo quadratum ex FC quadrati
 ex CD sesquitertium est, quod ad illud eam proportionem habeat, quam 4. ad 3. 47. primi

Apotome igitur quarta est HG] Ex 4. tertiarum definitionum decimi libri elem. D

Rationalis autem FC , & ipsius dupla] Est enim FC æqualis diametro AE , quæ ratio-
 nalis ponitur: atque est rationalis ipsius dupla, nimirum ipsi commensurabilis ex 6. definicio-
 ne decimi libri. E

Ergo recta linea, quæ potest id, quod bis continetur FC , CH irrationalis est, quæ mi-
 nor appellatur] ex 95. decimi libri element. Nam quod bis continetur FC , GH est æquale
 contento dupla ipsius FC , quæ itidem est rationalis, ut ipsa GH apotome quarta. Græcus codex
 ἡ ἀρα δυναμένη τὸ ὑπὸ ζυηθ ἀλογόσ ἐστιν, lege ἡ ἀρα δυναμένη τὸ δις ὑπὸ ζυηθ.

Et quoniam quadratum ex CB æquale est quadratis ex EH , HC una cum CO , quod bis
 CH , HG continetur] Ex 12. secundi libri elementorum. G

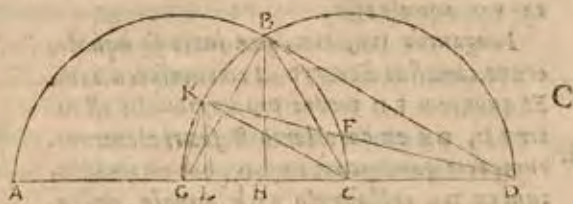
Et sunt quadrata ex BH , HF æqualia & quadrato ex EF , & ci , quod bis continetur
 EH , HG] Ex 13. eiusdem libri. H

Et ut vnum ad vnum, ita omnia ad omnia] Ex 12. quinti libri elementorum. K

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Sit semicirculus in recta linea AC rationalem habens diametrum, & A
 ci , quæ ex centro æqualis sit CD , sitque contingens DB , & angulus
 CDB bifariam secetur recta linea DF . Dico DE esse excessum, quo quæ B
 ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum
 efficit.

Sumatur enim centrum semicirculi,
 quod sit G ; iungaturque BG , & in ipsa
 GD semicirculus GB describatur, & pro-
 ducatur DFK . æqualis igitur est BK cir-
 cumferentia circumferentiæ KG . ducatur
 ad ipsam AC perpendicularis KL . Et
 quoniam BG est latus hexagoni, erit KL
 lateris hexagoni dimidia; producta enim
 duplam circumferentiæ KG subtendit. ergo BG ipsius KL est dupla; hoc est CK dupla
 ipsius KL . atque est angulus LCE rectus. quadratum igitur ex KE sesquitertium est qua-
 drati ex EL : hoc est quadratum ex DE quadrati ex CL . ergo DE , CL rationales sunt
 potentia solum commensurabiles: & DE plus potest; quam CL quadrato rectæ lineæ
 sibi commensurabilis longitudine: & maior DE commensurabilis est rationali AC . er-
 go DE ex binis nominibus est prima. rationalis autem GD . recta igitur linea, quæ po-
 test spacium contentum GD , DL irrationalis est, quæ ex binis nominibus appellatur:
 potest autem ipsum DK . quoniam enim triangulum GDK æquiangulum est triangulo
 DKL , erit ut GD ad DK ita KD ad DL . ergo DK ex binis nominibus est. Et quoniam angu-
 lus BGC est duæ tertiæ recti, & BG est æqualis GC , erit triangulum BGC æquilaterum.
 ducatur perpendicularis BH , dupla igitur est GC , hoc est DE ipsius CH . Oñsum est
 autem quadratum ex DE quadrati ex CL sesquitertium. ergo quadratum ex LE tri-
 plum est quadrati ex CH . ac propterea LE , CH rationales sunt potentia solum com-
 mensurabiles: & LE plus potest, quam CH quadrato rectæ lineæ sibi longitudine incom-
 mensurabilis; minusque nomen CH comensurabile est rationali AC . quare LH apoto-
 me est quinta. oñsum autem est rectangulum, quod DE , LH continetur, quadrato ex
 KE æqual esse, atque est LH quidem apotome quarta, DE vero rationalis: ergo KE est
 quæ cum rationali medium totum efficit, & oñsa est DK ex binis nominibus; quare
 DE est excessus, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium
 totum efficit. L M N



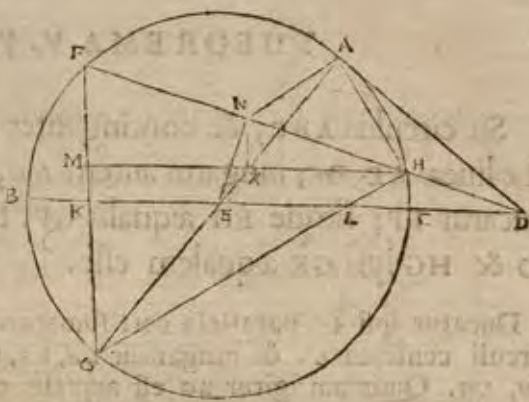
- A Sit semicirculus in recta linea AC] *Græcus codex corruptus est, qui sic habet.* ἡμικύκλιον τὸ ἀπὸ τῆς $α$ γ. *lege* ἡμὶ τῆς $α$ γ.
- B Dico DE esse excessum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.] *Græcus codex* οὕτως ἢ δ ζ. *legendum* ὅτι ἢ δ ζ.
- C Aequalis igitur est BE circumferentia circumferentiæ KE] *Græcus codex* *manus est qui in hunc modum restituitur* ὅσην ἀρὰ ἐστὶν ἢ β κ περιφέρεια τῇ περιφέρεια κ η.
- D Quadratum igitur ex KE sesquitertium est quadrati ex CL .] *quomodo hoc sequatur superius dictum est.*
- E Et DE plus potest, quàm CL quadrato rectæ lineæ sibi commensurabilis longitudine.] *Græcus codex* καὶ ἢ δ γ τῆς γ λ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ' ἀσυμμέτρου ἑαυτοῦ *lege* τῷ ἀπὸ' συμμέτρου.
- F Ergo DE ex binis nominibus est prima] *ex prima secundarum definitionum decimi libri elementorum.*
- G Recta igitur linea, quæ potest spacium contentum GD , DL irrationalis est, quæ ex binis nominibus appellatur.] *ex 55 decimi libri elementorum.*
- H Quoniam enim triangulum GDK æquiangulum est triangulo DKL] *ex 8 sexti elementorum.* *Græcus codex* διὰ γὰρ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ η δ κ τρίγωνον τῷ η λ κ τρίγωνον *lege* τῷ δ λ κ τρίγωνον.
- K Erit ut GD ad DK , ita KD ad DL] *ex 4 sexti libri elementorum.* ex quibus, & ex 17 eiusdem libri sequitur quadratum ex DK rectangulo GDL æquale esse.
- L Quare LH apotome est quinta.] *ex quinta tertiarum definitionum decimi libri post hæc in Græco codice multa leguntur, quæ cum superuacanea visa sint, nos consulto omisimus.*
- M Ostensum autem est rectangulum, quod DG LH continetur quadrato ex KE æquale esse.] *Vbi hoc ostensum sit nondum comperi, nisi fortasse ipse ostenderit in superioribus, quod tamen non apparet. nos autem illud ipsum ostendere sequenti lemmate nitemur.*
Sint duo semicirculi ABC , DBB ; sitque AD æqualis ipsi DC ; & sumpto in circumferentia BD quouis puncto F , ducatur EF , quæ circumferentiam BC secet in G . & à punctis FB ad AC perpendiculares ducantur FH , EK . Dico rectangulum, quod ED HK continetur, quadrato ex FG æquale esse.
Iungantur DB , DG , quæ inter se æquales erunt, cum sint à centro ad circumferentiam. Et quoniam BD media proportionalis est inter ED , DK ex corollario 8 sexti elementorum, erit quadratum ex ED , hoc est quadratum ex DG rectangulo EDK æquale, & eadem ratione iuncta DF , quadratum ex FD æquale est rectangulo EDH . quod cum angulus DFG sit rectus, quadratum ex DG æquale est duobus quadratis, quæ fiunt ex DF , FG , rectangulum autem EDK est æquale duobus rectangulis, rectangulo scilicet EDH , & ei quod ED , HK continetur. quorum rectangulum quidem EDK ostensum est æquale quadrato ex DG , rectangulum vero EDH æquale quadrato ex DF , reliquum igitur rectangulum, quod continetur ED , HK reliquo quadrato ex FG æquale erit, quod oportebat demonstrare.
- N Ergo KE est quæ cum rationali medium totum efficit.] *ex 96 decimi libri elementorum.*



THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Sit circulus ABC , cuius centrum E , diameter BC , & recta linea contingens AD , quæ cum BC in puncto D conueniat. Ducatur autem DE , & iuncta AE producat ad G , & FKG & GLH iungantur. Dico KE ipsi EL æqualem esse.

Factum iam sit, & ipsi KL parallela
ducatur HXM . ergo MX est æqualis XH ,
ducatur etiam a puncto E ad FN perpen-
dicularis EN . æqualis igitur est FN ipsi
 NH . erat autem & MX æqualis XH . er-
go NX ipsi FM est parallela. & angulus
 HNX æqualis est angulo NFM , hoc est
angulo HAX . & in circulo sunt puncta
 $ANXH$. est igitur angulus ANH æqualis
angulo AXH , videlicet angulo AEL . &
propterea in circulo sunt puncta $AEND$;
rectus est enim vterque angulorum EAD
 END .



Componetur autem sic. Quoniam
vterque angulorum EAD , END est re-
ctus, puncta $AEND$ in circulo erunt, æqualis igitur est angulus AND angulo AED . Sed P
angulus AED est æqualis angulo AXH propterea quod parallelae sunt ED , XH . ergo
in circulo sunt $ANXH$ puncta: & angulus HAX angulo HNX est æqualis. angulus au- Q
tem HAX æqualis est angulo HFM . ergo FM ipsi NX est parallela. & est FN æqua-
lis NH . quare & MX ipsi XH æqualis erit. estque ut XG ad GE , & ita XM ad EK , & R
 HX ad LE . ut igitur XM ad EK , ita HX ad LE . & permutando. æqualis autem est S
 MX ipsi XH . ergo & KE ipsi EL est æqualis.

COMMENTARIVS.

Dico KE ipsi EL æquale esse] *Græcus codex* $\delta\tau\omega\varsigma\ \iota\sigma\eta\ \delta\epsilon\iota\gamma\ \eta\ \epsilon\ \chi\ \tau\eta\ \epsilon\ \lambda$. sed forte le- A
gendum erit $\delta\tau\iota\ \iota\sigma\eta\ \delta\epsilon\iota\gamma\ \eta\ \epsilon\ \chi\ \tau\eta\ \epsilon\ \lambda$.

Factum iam sit] hoc est ponatur KE æqualis EL .

Ergo MX est æqualis XH] ob similitudinem triangulorum MGX , KGE ; & XGH , BGL . B
Æqualis igitur est FN ipsi NH] ex 3 tertij libri elementorum. C

Ergo NX ipsi FM est parallela] ex 2 sexti elementorum, intelligatur autem iuncta NX D
Græcus codex $\iota\sigma\eta\ \alpha\pi\alpha\ \delta\epsilon\iota\gamma\ \eta\ \nu\ \xi\ \tau\eta\ \mu\ \zeta$. Sed legendo ut opinor $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omega\varsigma\ \alpha\pi\alpha\ \eta\ \nu\ \xi\ \tau\eta\ \mu\ \zeta$. E

Et angulus HNX æqualis est angulo NFM] Ex 29 primi elementorum. F

Hoc est angulo HAX] Sunt enim anguli HAG , HFG æquales, ex 21 tertij libri ele- G
mentorum.

Et in circulo sunt puncta $ANXH$] Hoc est in circuli circumferentia. Quoniam enim H
anguli HAX , HNX æquales sunt, erunt puncta $HANX$ in circumferentia eiusdem circuli,
ex conuersa 21 tertij libri elementorum.

Est igitur angulus ANH æqualis angulo AXH] Nam cum puncta $HANX$ sint in cir- K
cumferentia eiusdem circuli, anguli ANH , AXH æquales erunt, ex 21 tertij element.

Videlicet angulo AEL] ex 29 primi elementorum, quod XH , EC sunt parallela.

Et propterea in circulo erunt puncta $AEND$] Quippe cum anguli AND , AED æqua- L
les sint. M

Rectus est enim vterque angulorum EAD , END] Ob id etiam puncta $AEND$ erunt N
in circumferentia circuli, quod anguli EAD , END inter se sint æquales, nempe recti.

Componetur autem sic] Hic incipit compositio, quam præcedere debet constructio eadem, O
qua in resolutione facta est.

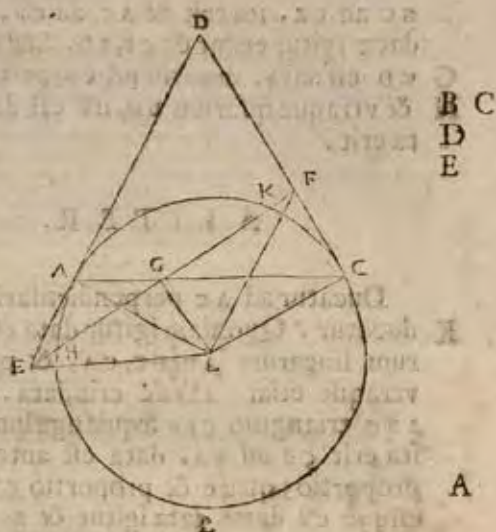
Propterea quod parallelae sint ED , XH] *Græcus codex* $\delta\iota\omega\ \tau\alpha\varsigma\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omega\varsigma\ \tau\alpha\varsigma\ \epsilon\ \delta\ \epsilon\ \chi\ \theta$, P
forte legendum $\delta\iota\alpha\ \tau\alpha\varsigma\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omega\varsigma\ \tau\alpha\varsigma\ \epsilon\ \delta\ \epsilon\ \chi\ \theta$.

Angulus autem HAX est æqualis angulo HFM] Ex 21, tertij elementorum, unde sequi- Q
tur, ut HNX angulus angulo HFM sit æqualis: & idcirco recta linea FM parallela sit ipsi
 NX . *Græcus codex* $\alpha\lambda\lambda\ \eta\ \nu\alpha\theta\ \theta\ \alpha\ \xi\ \iota\sigma\eta\ \delta\epsilon\iota\gamma\ \tau\eta\ \nu\alpha\theta\ \theta\ \nu\ \xi$. Sed legendum $\tau\eta\ \nu\alpha\theta\ \theta\ \xi\ \mu$.

Estque ut XG ad GE , ita & XM ad EK , & HX ad LE] *Græcus codex* $\chi\ \delta\epsilon\iota\gamma\ \alpha\varsigma\ \eta\ \xi\ \nu$ R
 $\alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \epsilon\ \epsilon$, $\delta\tau\omega\varsigma\ \eta\ \mu\epsilon\nu\ \xi\ \mu\ \alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \epsilon\ \chi$; $\tau\eta\ \delta\epsilon\ \theta\ \xi\ \alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \lambda\ \epsilon$. legendum autem $\chi\alpha\iota\ \delta\epsilon\iota\gamma\ \alpha\varsigma\ \eta\ \xi\ \nu$
 $\alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \eta\ \epsilon$, $\delta\tau\omega\varsigma\ \eta\ \mu\epsilon\nu\ \xi\ \mu\ \alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \epsilon\ \chi$, $\eta\ \delta\epsilon\ \theta\ \xi\ \alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \lambda\ \epsilon$.

Ut igitur XM ad EK] *Græcus codex* $\chi\alpha\iota\ \alpha\varsigma\ \alpha\pi\alpha\ \eta\ \xi\ \mu\ \alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \theta\ \chi$. lege $\alpha\rho\acute{o}\varsigma\ \epsilon\ \chi$. S

Sumatur circuli centrum, quod sit L , & EL , LA , LC , LG , LF iungantur. itaque quoniam rectus est uterque angulorum BAL , EGL , erunt puncta $BAGL$ in circulo quare angulus GEL est æqualis angulo GAL rursus quoniam rectus est uterque angulorum LCK , LCF , erunt puncta $LGFC$ in circulo. æqualis igitur est angulus GCL , hoc est angulus GEL , angulo GFL . & propterea BL est æqualis LF , estque LG ad rectos angulos. ergo & EG ipsi GF æqualis erit.



COMMENTARIUS.

Dico EG ipsi GF æqualem esse] *Græcus codex* $\epsilon\upsilon\tau\omega\varsigma \kappa\alpha\iota \eta \epsilon \eta \tau\eta \eta \zeta \epsilon\sigma\iota\nu \iota\sigma\eta$ Ego similiter *legerem* $\epsilon\tau\iota \kappa\alpha\iota \eta \epsilon \eta \tau\eta \eta \zeta \epsilon\sigma\iota\nu \iota\sigma\eta$.

Erunt puncta $BAGL$ in circulo] *Hæc nos addidimus quæ in Græco non erant, sed tamen desiderari videbantur.*

Quare angulus GEL est æqualis angulo GAL] *Græcus codex* $\iota\sigma\eta \epsilon\sigma\iota\nu \eta \upsilon\pi\omicron \tau\omega\nu \eta \lambda \gamma\omega\nu\iota\alpha$ &c. Ego totum hunc locum ita restituerem. $\epsilon\pi\epsilon\iota \delta\omicron\upsilon\theta\eta \epsilon\sigma\iota\nu \epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha \tau\eta\varsigma \upsilon\pi\omicron \tau\eta\varsigma \epsilon\iota\alpha \lambda \epsilon \eta \lambda$, $\epsilon\nu \kappa\upsilon\kappa\lambda\omega \epsilon\sigma\iota \tau\alpha \epsilon \alpha \eta \lambda$ $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha \iota\sigma\eta \kappa\epsilon\alpha \epsilon\sigma\iota\nu \eta \upsilon\pi\omicron \tau\omega\nu \eta \epsilon \lambda \gamma\omega\nu\iota\alpha \tau\eta \upsilon\pi\omicron \eta \epsilon \lambda$.

Rursus quoniam rectus est uterque angulorum LCK , LCF , erunt puncta $LGFC$ in circulo] *Græcus codex corruptissimus est, in quo sic legitur.* $\epsilon\pi\epsilon\iota \delta\omicron\upsilon\theta\eta \epsilon\sigma\iota\nu \epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha \tau\eta\varsigma \upsilon\pi\omicron \tau\eta\varsigma \lambda \eta \kappa \lambda \gamma \zeta \kappa\upsilon\kappa\lambda\omega\nu$, $\epsilon\sigma\iota \tau\alpha \lambda \eta \gamma \zeta \sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha$. ego sic legendum arbitror $\epsilon\pi\epsilon\iota \delta\omicron\upsilon\theta\eta \epsilon\sigma\iota\nu \epsilon \kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha \tau\eta\varsigma \upsilon\pi\omicron \tau\eta\varsigma \lambda \eta \kappa \lambda \gamma \zeta \epsilon\nu \kappa\upsilon\kappa\lambda\omega \delta\epsilon\iota \tau\alpha \lambda \eta \gamma \zeta \sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha$.

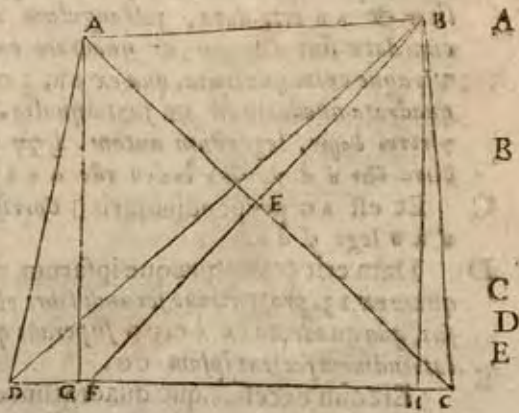
Æqualis igitur est angulus GCL , hoc est angulus GEL angulo GFL] *Est enim angulus GCL æqualis angulo GAL in triangulo æquicruri ALC . Sed angulo GAL æqualis erat angulus GEL . ergo anguli GCL , GEL inter se æquales sunt.* *Græcus codex* $\iota\sigma\eta \alpha\pi\alpha \delta\omicron\upsilon\theta\eta \eta \upsilon\pi\omicron \tau\eta\varsigma \eta \lambda \gamma \gamma\omega\nu\iota\alpha$ lege $\eta \upsilon\pi\omicron \tau\eta\varsigma \eta \lambda \gamma \lambda \gamma\omega\nu\iota\alpha$.

Si sint tres circuli positione, & magnitudine dati, qui sese contingant, & qui ipsos comprehendit circulus magnitudine datus erit, præmittuntur autem hæc.

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Sit quadrilaterum $ABCD$, rectum angulum habens ABC , & datam vnamquamque rectarum linearum AB , BC , CD , DA . ostendendum est rectam lineam, quæ BD puncta coniungit, datam esse.

Iungatur AC , & perpendiculares ducantur, ad CD quidem recta linea AG ; ad AC vero ipsa BEF . & data est in numeris vnaquæque ipsarum AB , BC ; angulusque ABC est rectus, & perpendicularis BE . data igitur erit, & vnaquæque ipsarum AE , EC , AC , BE . rectangulum enim ACB cum sit æquale quadrato ex BC est datum; & data AC . quare & AB , BC datæ erunt. Rursus quoniam vnaquæque rectarum linearum AC , CD , DA est data: & est AG perpendicularis, data erit & vnaquæque ipsarum DG , GC . etenim excessus, quo quadratum ex AC superat quadratum ex DA , ad rectam lineam CD applicatus datum fecit excessum, quo recta linea CG ipsam CD superat, quod lemmate demonstratum est, adeo ut GC , AG datæ sit. Et quoniam triangulum AGC triangulo CBF æquiangulum est, ut F GC ad



ALITER.

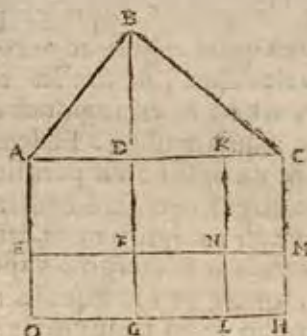
COMMENTARIVS.

Etenim excessus, quo quadratum ex A c superat quadratum ex B A ad rectam lineam CD applicatus datum facit excessum, quo recta linea CG ipsam CD superat, quod lem-
mate demonstratum est. *Ubi hoc lemma sit non vidi. Sed tamen nos illud idem demonst-
rare aggrediemur.*

L E M M A.

Sit triangulum ABC , cuius latus BC maius sit latere AB ; & a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BD . Dico si excessus, quo quadratum ex CB superat quadratum ex BA ad rectam lineam AC applicetur, latitudinem facere excessum, quo recta linea CD ipsam DA superat.

Fiat enim ex recta linea AD quadratum $AEDF$, & ex recta linea DC quadratum $DGHC$. deinde a recta linea DC abscissa DK ipsi AD æquali, per K ducatur KL parallela DG , & EF producat ad M , vt rectam lineam KL in puncto N fecet, & parallelogrammum $ACHO$ compleatur. erit DN quadratum æquale quadrato DE , ac propterea gnomon KHF erit excessus, quo quadratum DH superat quadratum DE . Sed parallelogrammum EG est æquale parallelogrammo GN , cum rectæ lineæ EF , FN sint æquales: & parallelogrammum GN æquale parallelogrammo NC . ergo parallelogrammum EG ipsi NC æquale erit, & totum BH parallelogrammum gnomoni KHF æquale. Quoniam igitur quadrato ex



47. primi

AB æqualia sunt vtrique quadrata ex AD , DB , & quadrato ex BC æqualia quadrata ex BD , DC , sublato communi quadrato ex BD , erit excessus, quo quadratum ex CD superat quadratum ex DA idem, quo quadratum ex CB quadratum ex BA superat. Sed quadratum ex CD superat quadratum ex DA gnomone KHF , hoc est parallelogrammo BH . ergo parallelogrammum BH est excessus, quo quadratum ex CB superat quadratum ex BA . qui quidem excessus applicatus ad rectam lineam EM , hoc est ad AC latitudinem efficit HM , hoc est HL , vel KC . atqui est KC excessus, quo recta linea CD ipsam DA superat. pater igitur verum esse illud, quod proponebatur.

Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum est] Est enim angulus ACG vtrique communis, & angulus FEC rectus æqualis recto AGC . quare, & reliquis reliquo equalis.

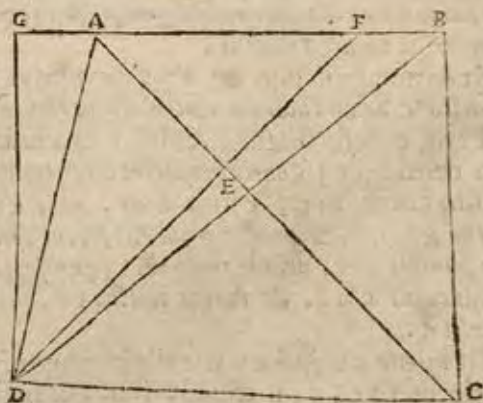
Data igitur sunt FH , HC , BH] Ex præmisso lemmate, quemadmodum ex DG , GC , AG . G

Angulus autem BHD est rectus] Græcus codex χ ορθὸν ὂν ἢ $\alpha\pi\delta'$ $\beta\theta$ & corrige ἢ $\alpha\pi\delta'$ $\beta\theta\delta$. H

Quoniam igitur data est vnaquæque rectarum linearum AD , DC , CA , & perpendicularis DE , erit, & vtrique ipsarum AE , EC data] Hoc concludetur quemadmodum in antecedente. Græcus codex $\epsilon\pi\alpha\iota$ $\delta\alpha\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ ὂν ἐκδὲν τῇ $\alpha\delta$, $\delta\gamma\gamma\alpha$, καὶ $\alpha\delta\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ ἢ $\delta\epsilon$, $\delta\alpha\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ ἢ $\epsilon\sigma\alpha$ ἐκὰς τῆς $\alpha\epsilon$ & γ . lege καὶ ἐκὰς τῆς $\alpha\epsilon$, & γ .

Et data est proportio AC ad CB . quare & proportio FC ad CE dabitur, & est CE data. data igitur & CF] Cum autem CF data sit, & tota CB , erit & BF data. In Græco codice multa desiderari videntur; qui sic habet. χ $\delta\alpha\theta\epsilon\iota\sigma$ ο' τῆς $\alpha\gamma$ πρὸς $\gamma\beta$ λόγος. ego hæc addenda censeo. $\delta\alpha\theta\epsilon\iota\sigma$ ἀρα χ ο' τῆς $\zeta\gamma$ πρὸς $\gamma\epsilon$ λόγος. χ $\delta\alpha\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ ὂν ἢ $\gamma\epsilon$. $\delta\alpha\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ ἀρα καὶ ἢ $\gamma\zeta$.

Quare & BD data erit] Hoc modo propositum demonstrabitur, quando recta linea DE producta cadit in BC . Quod si in AB cadat, vt in subiecta figura, erit triangulum AED triangulo ABC simile, quare vt AB ad BC , ita AB ad ED . & est AB data. ergo & ED Sed & data DE . & tota igitur DF data erit. vt autem BC ad CA , ita EF ad FA . & data est EF . quare & FA . Sed & AB data. ergo & BF dabitur. Rursus a puncto D ad AB perpendicularis ducatur DG erunt AG , GF , DG data. ergo & GB , atque est angulus ad G re-
ctus. & BD igitur data erit.



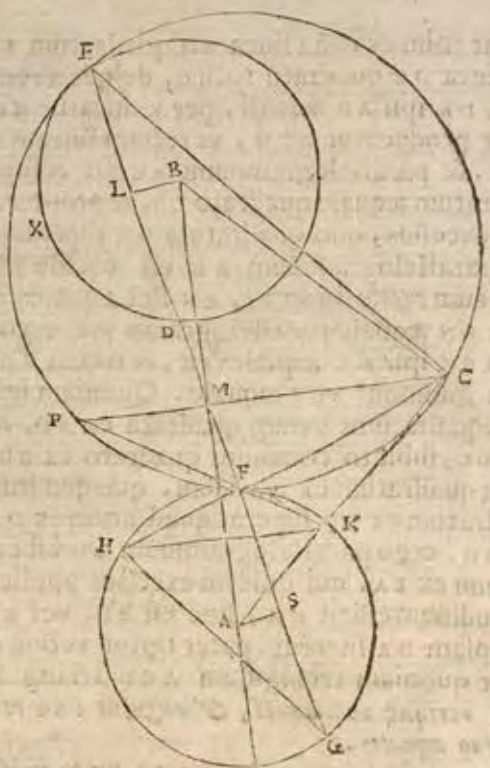
THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

^A Sint æquales circuli positione, & magnitudine dati, quorum centra
^B ^C ^A B, & datum punctum c, perque c describatur circulus c E F, con-
tingens circulos, quorum centra A B. Dico ipsius diametrum datam esse.

D lungantur BFG, CFH, CMP, AB, CB, PFK,

E N K. fit igitur cū ipsi cū parallela, pro-
pterea quod anguli ad verticem EFC, GFH
æquales sunt, & similes circumferentiæ
 EPF, GKF ; & triangulum CEF triangulo

F H G æquiangulum. Eadem quoque ratio-
ne & H K ipsi P C est parallela, & æquales
sunt circuli, quorum centra A B. æqualis



COMMENTARIVS.

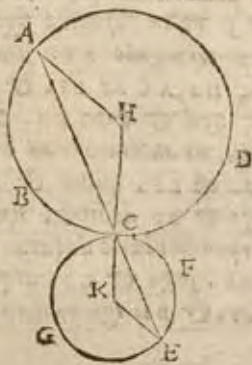
A Sint equales circuli positione, & magnitudine dati, quorum centra AB] Circulos magnitudine datos hoc loco intelligere oportet, ut arbitror, quemadmodum supra, nempe quorum diametri in numeris dantur.

B Et datum punctum c] *Vt data quoque sint recta linea, que a puncto c ad circularum centra AB pertinent.*

C Perq; e describatur circulus c ef contingens circulos quorum centra a b] Contingat dictos circulos in punctis ef.

D Iungantur EFG, CFH, CMP, AB, CE, PFK, HK] Iun-
gantur EF, CF, & producantur, Ut secent circulum, cuius centrum
4 in punctis GH. deinde iuncta AB, quæ secet rectam lineam EF in
M, ducatur CMP, & rursus iuncta PF, productaque ad K, iun-
gatur HK.

E Fit igitur GH ipsi CE parallela propterea, quod anguli ad verticem EFC , $G FH$ æquales sunt, & similes circumferentiæ EFF , GKF , & triangulum ECF , triangulo FHG est æquiangulum.] *Ad hoc demonstrandum infra scripto lemmate utemur.*



L E M M A.

Si duo circuli se mutuo, siue intus, siue extra contingant, recta linea, quæ per contactum ducitur, similes eorum circumferentias abscindit.

Sint duo circuli $ABCD$, $EFCG$, qui sese in puncto C cõtangent: & per C ducatur recta linea AE vtrumque eorum secans. Dico circumferentiam ABC circumferentiæ EFC similem esse. Sumantur enim circulorum centra HK , vt circuli $ABCD$ centrum sit H , circuli vero $EFCG$ sit centrum K , iunganturque HA , KB , & HK , quæ per contactum C transibit ex 11. & 12. tertij libri elementorum. Itaque quoniam angulus AHC est æqualis angulo EKC , & circa alios angulos, qui ad HK latera sunt proportionalia, est enim AH æqualis HC , quod à centro ad circumferentiam, & BK ipsi KC , & reliquorum vterq; est recto minor: triangu- AHC , BKC inter se similia erunt, & angulus AHC , angulo BKC æqualis, circumferentia igitur ABC similis est circumferentiæ EFC . & idcirco reliqua AD reliquæ BGC similis. atq; illud est quod oportebat demonstrare.



Cum igitur circumferentia EFC similis sit circumferentiæ GKE , erit angulus ECF æqualis angulo FHG . Sed anguli ad verticem EFC , GTH sunt æquales. reliquus igitur angulus CBF reliquo HGF æqualis erit. & triangulum triangulo æquiangulum. quare ex 28. primi sequitur rectam lineam HC ipsi CE parallelam esse.

Eadem quoque ratione & HK ipsi PC est parallela] Est enim ex ijs, quæ demonstrata sunt, circumferentia PE similis circumferentiæ FK , & circumferentia CF ipsi PH . quare & angulus PCF angulo FHK est æqualis, angulusque CPF angulo HKF ; & qui ad verticem PCF ipsi HFK , & triangulum PCF triangulo FHK æquiangulum. recta igitur linea HK rectæ PC est parallela.

Æqualis igitur est FG ipsi DE] Quoniam enim circumferentia EXD similis est circumferentiæ EPE , atque eidem similis est FKG circumferentiæ; erit & circumferentia EXD circumferentiæ FKG similis, & sunt æqualium circularum. recta igitur linea FD rectæ FG æqualis erit.

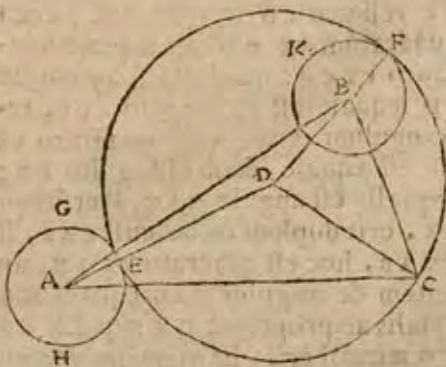
Ergo AS ipsi BE est æqualis] In circulo enim æquales rectæ lineæ æqualiter à centro H distant.

Quare & BM est æqualis MA , & LM ipsi MS] Nam cum angulus ad verticem EMI sit K æqualis angulo AMS , & rectus angulus ad L æqualis recto ad S ; erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. Vt igitur LE ad SA , ita BM ad MA . Sed LE est æqualis SA . ergo & BM ipsi MA æqualis erit; & eadem ratione LM demonstrabitur æqualis ipsi MS .

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Sit triangulum ABC , habens vnumquodque latus datum, & punctum intra D : & quo superat AD ipsam DC , eo superet CD ipsam DB ; sitque excessus datus Dico vnamquamque ipsarum AD , DC , DB datam esse.

Quoniam enim excessus ipsarum AD , DC est datus, sit excessui æqualis vtraq; ipsarum AB , BC . tres igitur rectæ lineæ BD , DC , DF inter se æquales sunt. describatur circa centrum D



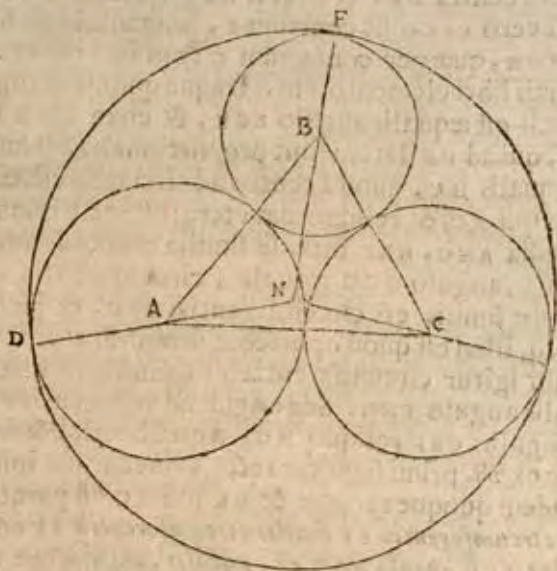
circulus CEF . quare ex eo, quod antea diximus, data est DF , quarum BF est data. reliqua igitur BD data erit. Sed & ipsarum AD , DC ; DC , DB excessus erit datus.

Lemmata igitur hæc sunt. Illud autem est, quod imprimis quaeritur.

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

Sint tres circuli inæquales, qui sese contingant, & datas habeant diametros, quorum centra ABC : & circa ipsos sit circulus contingens DEF , cuius oporteat diametrum inuenire.

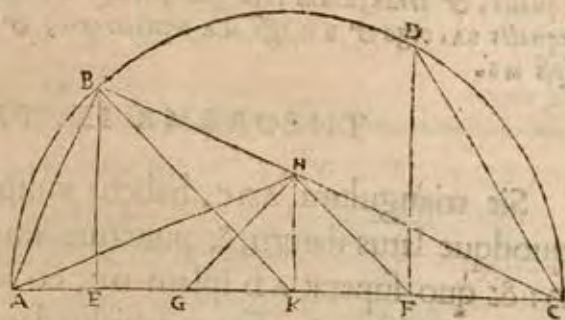
Sit autem ipsius centrum N : & centra ABC iungantur, AB , AC , CB , & præterea NAD , NBF , NCE ducantur. Itaque, quoniam diametri circulorum, quorum centra ABC , datae sunt, fiet etiam vnaquæque ipsarum AB , BC , CA data, & differentiae ipsarum AN , NC , NB datae. ex eo igitur, quod ante descriptum fuit, data est AN . sed & AD data, quare circuli DEF diameter dabitur, & hoc quidem vnum terminum habet. reliqua autem subscribam.



THEOREMA XI. PROPOSITIO XI.

A Sit semicirculus ABC , & inflectatur CBA , ducaturque CD ita, ut CB sit æqualis vtrisque simul AB , CD , & perpendiculares BE , DF ducantur. Dico AF ipsius BE duplam esse.

B Ponatur enim ipsi AB æqualis EG : & BH æqualis AB , iunganturque AH , HG , HF : & ducta KH perpendiculari, iungatur BK . Quoniam igitur CB æqualis est vtrisque AB , DC , quarum BH ipsi BA est æqualis, reliqua HC reliquæ CD æqualis erit; ergo quadratum ex CD est æquale quadrato ex CH . quadratum autem ex CD æquale est rectangulo ACF . rectangulum igitur ACF quadrato ex CH est æquale, & ob id angulus FHC



E æqualis est angulo HAG . Rursus quoniam rectangulum CAE æquale est quadrato ex AB , erit duplum rectanguli CAE , hoc est rectangulum CAE , æquale duplo quadrati AG ex AB , hoc est quadrato ex AN . angulus igitur HCF æqualis est angulo HAG . est **H** autem & angulus HAG æqualis angulo FHC . ergo reliquus AGH reliquo HFC est æqualis ac propterea CH æqualis HF . & ducta est HK perpendicularis; quare FK ipsi **L** KG æquali erit. Et quoniam vterque angulorum ABH , AKH rectus est, & quadrilaterum **M** ABH est in circulo, angulus BHA æqualis erit angulo BKA : angulus autem BHA **N** est dimidia pars recti, ergo & dimidia recti est BKA . rectus autem BVK angulus. quare **FC** BE ,

re BE , EK æquales sunt. Sed ipsius EK dupla est AB , quoniam AB quidem est æqualis $6. primi.$
 EG , EK vero æqualis KG . sequitur igitur rectam lineam AF ipsius BE duplam esse
 quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sit semicirculus ABC , & inflectatur CBA , ducaturque CD , ita ut CB sit æqualis
 utrisque simul AB , CD] Græcus codex *mignæ* ex parte manens est, quem ita restituendum
 puto. $\epsilon\sigma\tau\iota\ \eta\mu\iota\kappa\upsilon\kappa\lambda\iota\omicron\nu\ \tau\omicron\ \alpha\ \beta\ \gamma$, $\kappa\iota\ \kappa\epsilon\lambda\lambda\acute{\alpha}\delta\omicron\ \eta\ \gamma\ \beta\ \alpha$, $\kappa\iota\ \delta\iota\mu\chi\theta\omicron\ \eta\ \gamma\ \delta$; $\kappa\alpha\iota\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \iota\sigma\eta\ \eta\ \gamma\ \beta$
 συναιμφοτέρω τῶν $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta$, $\kappa\iota\ \kappa\alpha\theta\acute{\epsilon}\tau\omicron\iota\ \eta\chi\theta\omicron\sigma\alpha\nu\ \beta\epsilon\ \delta\ \zeta$. $\delta\tau\iota\ \eta\ \alpha\ \zeta\ \delta\iota\mu\chi\alpha\sigma\iota\omicron\nu\ \delta\epsilon\iota\ \tau\eta\varsigma\ \beta\epsilon$.

Ponatur enim ipsi AB æqualis EG] Græcus codex $\kappa\iota\ \kappa\acute{\alpha}\delta\omicron\ \gamma\alpha\rho$. lege $\kappa\acute{\alpha}\delta\omicron\ \gamma\alpha\rho$.

Quadratum autem ex CD æquale est rectangulo ACF] est enim CD media proportio-
 nalis inter AC , CF , nam ducta AD erit ex octaua sexti elementorum triangulum ADC simi-
 le triangulo CFD , & ut AC ad CD , ita DC ad CF .

Et ob id angulus FHC æqualis angulo HAG] Quoniam ob similitudinem triangulorum
 ADC , CFD , ut AC ad CD , hoc est ad CH , ita DC ad CF , hoc est HC ad CF . erit triangu-
 lum AHC triangulo HCF simile ex 6 sexti elementorum, cum circa eundem angulum, qui
 adest ad C latera proportionalia sint, ergo & anguli angulis æquales, quibus eisdem rationis
 latera subrenduntur.

Rursus quoniam rectangulum CAE æquale est quadrato ex AB] namque AB media
 proportionalis est inter CA , AB ex octaua sexti elementorum.

Erit duplum rectanguli CAE , hoc est rectangulum CAG æquale duplo quadrati ex
 AB , hoc est quadrato ex AH] ponitur enim AB æqualis EG , quare AG ipsius AB est dupla.
 & sunt AB , EH æquales, angulusque ABH in semicirculo rectus, ergo quadratum ex AH
 duplum est quadrati ex AB .

Angulus igitur HCF æqualis est angulo AHG] quoniam rectangulum CAG æquale est
 quadrato ex AH , ut demonstrandum fuit, AH media proportionalis erit inter CA , AG , qua-
 re ut CA ad AH , ita HA ad AG . rursus igitur triangulum AHG simile est triangulo ACH ,
 & angulus AHG angulo ACH æqualis. Græcus codex mancus est, & ita restituendus. $\iota\sigma\eta\ \alpha\ \rho\alpha$
 $\delta\epsilon\iota\nu\ \eta\ \iota\omega\delta\ \tau\eta\varsigma\ \theta\ \gamma\ \zeta\ \gamma\omega\iota\alpha$, $\tau\eta\ \iota\omega\delta\ \tau\eta\varsigma\ \alpha\ \theta\ \eta\ \gamma\omega\iota\alpha$.

Est autem & angulus HAG æqualis angulo FHC] ex eo, quod proxime demonstratum est.

Ergo reliquis AGH reliquo HFC est æqualis] hoc est reliquus angulus trianguli AGH
 æqualis reliquo trianguli HCF , ut etiam triangula AGH , HCF similia sint.

Ac propterea GH æqualis HF] cum enim anguli AGH , HFC sint æquales, & reliqui
 ex duobus rectis HGF , HFC æquales erunt, itemque æquales rectæ lineæ GH , HF .

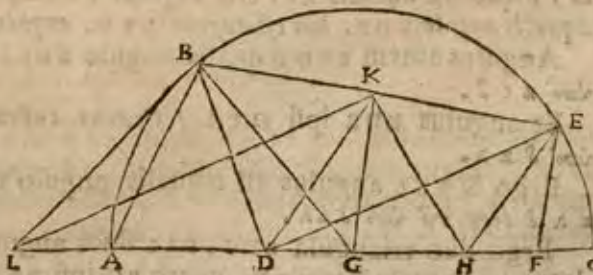
Et quadrilaterum $ABHK$ est in circulo] Si enim circa diametrum AH circulus descri-
 batur, per BK puncta transibit.

Angulus BHA æqualis erit angulo BKA] Quippe cum in eadem circuli portione con-
 sistant.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit semicirculus ABC , & inflectatur ABD , sitque AB æqualis BD : ipsi
 vero BD ducatur ad rectos angulos DE , & BE iungatur, cui ad rectos an-
 gulos ducatur EF : sitque centrum G ; & ut AG ad GD , ita sit DH ad HF ,
 & iungatur HE . Dico angulum BED angulo DEH æqualem esse.

Ducatur a puncto G ad BE per-
 pendicularis GK , & iungatur KD ,
 ergo BK est æqualis KE , atque est
 angulus BDE rectus: tres igitur re-
 ctæ lineæ BK , KD , KE inter se æ-
 quales sunt; & GK parallela est
 ipsi BE . Itaque quoniam angulus
 KED est æqualis angulo DEH , at-
 que est DK æqualis KE ; erit angu-
 lus KDB æqualis angulo KED , &



idcirco

ita LB ad BG & LA ad DG . est autem AB æqualis BD . ergo & LB ipsi BG , & LA ipsi DG est æqualis.

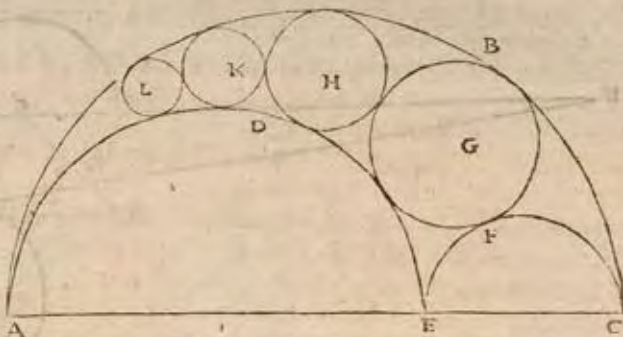
Est autem & LG ad GK , ita DF ad FE ex quarta sexti elementorum. Nam cum N rectæ lineæ LK , DE parallelæ sint, itémque parallelæ KG , EF , erunt triangula LKG , DEF inter se similia.

Et LG ad GD , ita EF ad FH Est enim LG ad GK , ita DF ad FE , & conuerterendo LG ad GL , ita EF ad ED . Sed LG ad GD , ita DF ad FH . ergo ex equali ut KG ad GD , ita EF ad FH .

Ergo angulus BHF angulo KDG est æqualis Nam cum sit LG ad GD ita EF ad FH & angulus ad G sit æqualis angulo ad F : erunt & reliqui anguli reliquis angulis æquales, ex 6. sexti libri elementorum.

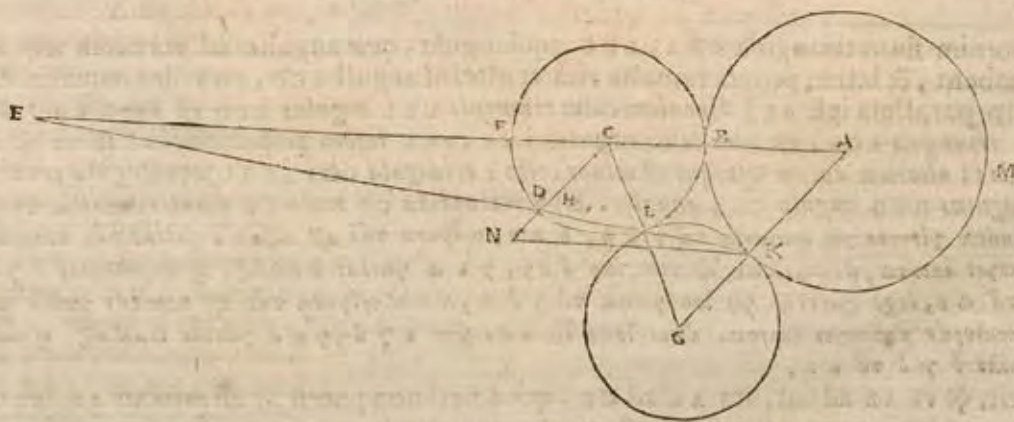
Circumfertur in quibusdam libris antiqua propositio huiusmodi.

Ponantur tres semicirculi sese contingentes ABC , ADE , BFC ; & in spacio inter ipsorum circumferentias interiecto, quod ἀρσενλον vocant, describantur quotcumque circuli, qui tum semicirculos, tum sese mutuo contingant, ut circa centra $GHIKL$; ostendendum est perpendicularem quidem quæ ex centro G ad AC ducitur, diametro circuli circa G descripti æqualem esse. perpendicularem vero, quæ ab H ducitur, duplam esse diametri circuli circa H descripti: & quæ AK ducitur, triplam: & quæ deinceps, multiplices esse propriarum diametrorum iuxta numeros deinceps sese unitate superantes, infinite facta circularum descriptione. Sed prius lemnata nonnulla demonstrabuntur.



THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Sint duo circuli FB , BM circa centra A , C , quæ sese in B contingant, & eorum maior sit BM , sit præterea alius circulus KL circa centrum G , ipsos contingens in KL , & iungantur CG , AG quæ per KL transibunt, iunctaque KL , & producta secabit quidem circulum CB , rectæ vero lineæ, quæ per centra A , C producitur, occurret: propterea quod trapezij $AKLC$ latus AK maius est latere CL , occurrat autem in B , secans

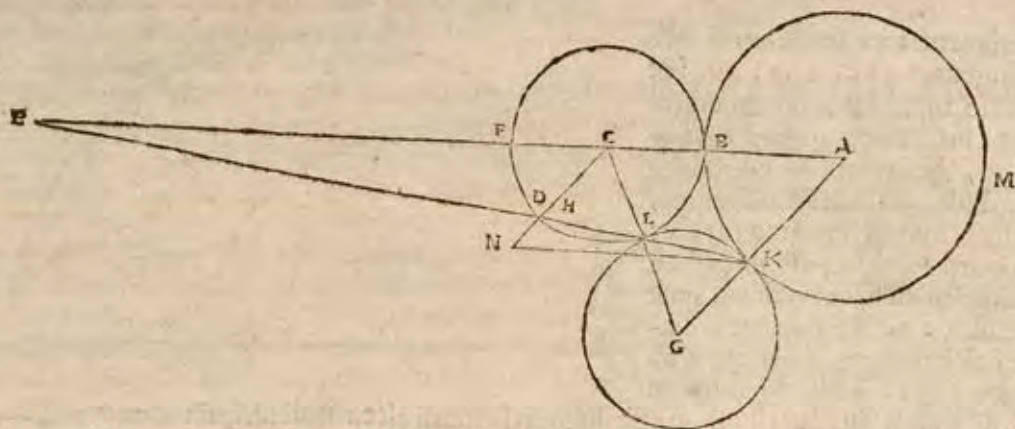


circulum in D . ostendendum est ut AB ad BC , ita esse AE ad EC . Est autem manifestum; iuncta CD etenim sunt triangula CDL , LKG æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli CGD , CGA sint æquales, & sit CD parallelæ ipsi AK . Ut igitur AE ad EC , ita AK ad CD , hoc est ita AB ad BC .

Conuer-

Conuersum quoque huius perspicuum est. si enim sit ut AB ad BC , ita AE ad EC , erit KD in eadem recta linea, in qua DE .

Parallela enim est AK ipsi CD . & ut AB ad BC , hoc est ut AE ad EC , ita AK ad CD . In eadem igitur recta linea est KD , in qua DE . Si enim recta linea, quæ per KE ducitur non transeat per D , sed per H , erit ut AB ad BE , ita AK ad BH , quod fieri non potest. similiter neque extra D transibit, secans CD productam, ut in puncto N nam rursus erit ut AB ad BC , ita AK ad CM , quod itidem fieri non potest. ut enim AB ad BC , ita est AK ad CD . vel hoc modo. Ducatur per K ipsi AB parallela KN . erit $ACKN$. parallelogrammum, & AK æqualis CN . Et quoniam ut AB ad BC , ita AK ,



hoc est CN ad CD ; erit diuidendo ut AC ad CB , ita ND ad DC ; & permutando, ut AC , hoc est ut KN ad ND , ita BC ad CD . suntque circa æquales angulos, qui ad N & C latera proportionalia. Simile igitur est triangulum EDC triangulo DNK . quare angulus EDC angulo DNK est æqualis. & est CN recta linea. ergo & KDE recta erit. Dico præterea KEL rectangulum quadrato ex BE æquale esse. Quoniam enim ut AE ad BC , ita AB ad BC , hoc est ad CF ; erit & reliqua BE ad reliquam EF , ut AB ad BC , hoc est ut KE ad ED . Sed ut KE ad ED , ita KEL rectangulum ad rectangulum LED . ut autem BE ad BF , ita quadratum ex BE ad rectangulum BEF . atque est rectangulum LED æquale rectangulo BEF . rectangulum igitur KEL quadrato ex BE æquale erit.

COMMENTARIUS.

- A** Et enim fiunt triangula CDL , LKE æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli CDL , CEA sint æquales: & sit CD parallela ipsi AK Quoniam enim trianguli CDL angulus CLD est æqualis angulo KLK trianguli LKE , & circa alios angulos DCL , LKE latera proportionalia, immo vero æqualia, aliorum autem uterque est minor recto: triangula CDL , LKE æquiangula erunt, & angulus CDL angulo CEA æqualis. ergo recta linea CD recta AK parallela erit. Græcus codex γίνεταί γὰρ ἰσογώνια τὰ γ δ λ, λ κ η, τρίγωνα τὰς καὶ κορυφὴν γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥσαι, ἴσας εἶναι τὰς ὑποὶ δ η γ, γ η α γωνίας ἐναλλάξ, καὶ παραλλήλων τὴν γ δ καὶ τὴν α κ, lege γίνεταί γὰρ ἴσο γωνία τὰ γ δ λ, λ κ η τρίγωνα τὰς καὶ κορυφὴν γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥσαι ἴσας εἶναι τὰς ὑποὶ η γ δ, γ η α γωνίας ἐναλλάξ. καὶ παραλλήλων τὴν γ δ τὴν α κ.
- B** Erit, & ut AB ad BC , ita AK ad CH , quod fieri non potest.] Est enim ut AE ad BC , ita AK ad CD . quare CH ipsi CD est æqualis, pars videlicet toti, quod fieri non potest.
- C** Et est CN recta linea. ergo & KDE recta erit] Nam cum angulus BDC sit æqualis angulo NDK , opposito utrique communi CDK : erunt anguli EDC , CDK æquales CDK , KDN . Sed anguli CDK , KDN sunt æquales duobus rectis, quod recta linea sit CDN . ergo & EDC , CDK duobus rectis æquales erunt: & idcirco EDK recta linea erit.
- D** Sed ut KE ad ED , ita KEL rectangulum ad rectangulum LED] Ex prima sexti elementorum sumpta nimirum LE communi altitudine. Græcus codex αλλὰς μὲν ἢ κ ε αἰεὶς ε δ, ὅτ' ας

$\epsilon \delta$, $\delta \tau \alpha \varsigma \tau \omicron \delta \lambda \omicron \nu \omicron \delta \kappa \epsilon \lambda \alpha \rho \delta \epsilon \tau \omicron \delta \lambda \omicron \nu \omicron \delta \alpha \epsilon$, $\epsilon \delta$. lege $\alpha \rho \delta \epsilon \tau \omicron \delta \lambda \omicron \nu \omicron \delta \lambda \epsilon \delta$. & p^{ri}mo post $\alpha \rho \delta \epsilon \tau \omicron \delta \lambda \omicron \nu \omicron \delta \beta \epsilon \zeta$. lege $\alpha \rho \delta \epsilon \tau \omicron \delta \lambda \omicron \nu \omicron \delta \beta \epsilon \zeta$.

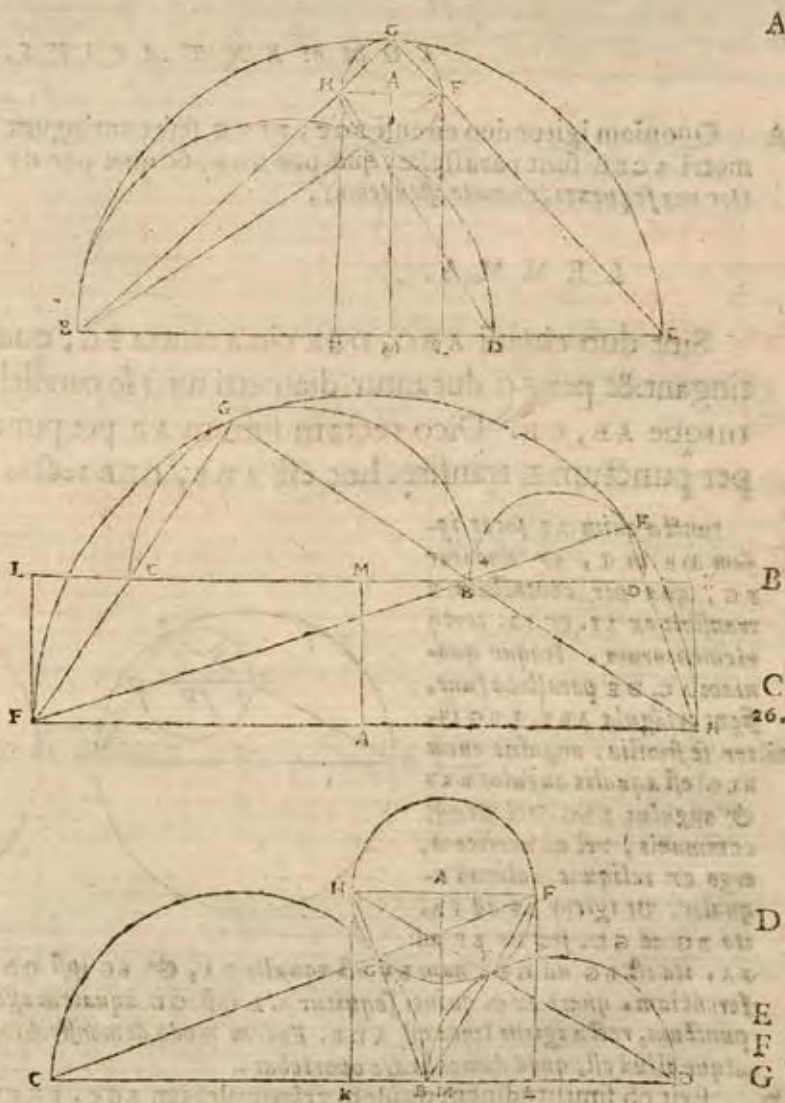
Vt autem BE ad BF, ita quadratum ex BE ad rectangulum BEF. Ex lem^{ma}te in E 23. decimi elementorum.

Atque est rectangulum LED æquale rectangulo BEF. Ex 36. tertij elementorum, videlicet ex primo corollario, quod nos in ipsam conscripsimus.

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XIV.

Sint duo semicirculi BGC, BED: & ipsos contingat circulus EFGH: a cuius centro A ad BC basim semicirculorum perpendicularis ducatur AM. Dico vt MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita esse in prima figura vtramque simul CB, BD ad earum excessum CD; in secunda vero, & tertia figura, ita esse excessum CB, BD ad vtramque ipsarum CB, BD.

Ducatur per A ipsi BC parallela HF. Quoniam igitur duo circuli BGC, EFH sese contingunt in puncto G, & eorum diametri BC, FH sunt parallelæ, quæ per GHE, & quæ per GFC ducitur recta linea erit. Rursus quoniam duo circuli BED, EFGH sese in puncto H contingunt, & parallelæ sunt eorum diametri HF, BD; recta linea erit tum quæ per FBB, tum quæ per HED transit. Ducantur etiam à puncto HF perpendiculares HK, FL. erit ob similitudinem quidem triangulorum BGC, BHK, vt GB ad BG, ita HB ad BK; & rectangulum CBK æquale rectangulo GEK. ob similitudinē vero triangulorum BFL, BED, vt DB ad BE, ita FB ad BL & DBL rectangulum æquale rectangulo FBE. rectangulum autem GEH est æquale ipsi FBE. ergo & CBK rectangulum rectangulo DBL æquale erit. Quod si à puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale



quadrato ex DB. In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK. quare & vt vtraque CB, BD ad earum excessum CD, ita vtraque LB, BK ad earum excessum KL. & est vtriusque LB, BK dimidia EM, propterea quod KM est æqualis HA. In ipsius vero LK dimidia est MK. vt igitur vtraque CB, BD ad DC, ita BM ad MK. In secunda autem & tertia figura, quoniam rectangulum CBK communiter ostensum est æquale rectangulo DBL, erit vt CB ad BD, ita LB ad BK, & componendo vt CB ad BD, ita

K

BD, ita

K BD, ita LK ad KB. quare & vt CD ad excessum CB, BD ita KL ad excessum LB, BK.
 L atque est ipsius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM. & BM dimidia ex-
 M cessus LB, BK; quod LM sit æqualis AF. ergo & vt MB ad eam, quæ ex centro circu-
 N li EFGH, ita in prima quidem figura vtrique CB, BD ad excessum ipsarum CD: in se-
 O cunda autem, & in tertia figura, ita excessus CB, BD ad vtramq; CB, BD, hoc est ad
 CD ex conuersa scilicet ratione.

P Dico insuper rectangulum contentum BK, LC quadrato ex AM æqua-
 le esse.

Q Ob similitudinem enim triangulorum BHK, FLC. vt BK ad KH, ita est FL ad LC.
 36. Sexti. & quod continetur BK, LC est equale contento HK, FL; hoc est quadrato ex AM.

R Quod cum sit vt BC ad CD, ita BL ad LK, rectangulum contentum BC & KL, hoc
 est diametro circuli æquale erit contento BL & DC. & cum sit vt BD ad DC, ita BK
 S ad KL, rectangulum, quod continetur BD & KL, hoc est diametro circuli, rectangu-
 lo contento BK & DC æquale erit.

COMMENTARIUS.

A Quoniam igitur duo circuli BGC, EFGH sese contingunt in puncto G, & eorum dia-
 metri BCFH sunt parallelæ; quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit]
 Hoc nos sequenti lemmate ostendemus.

LEMMA.

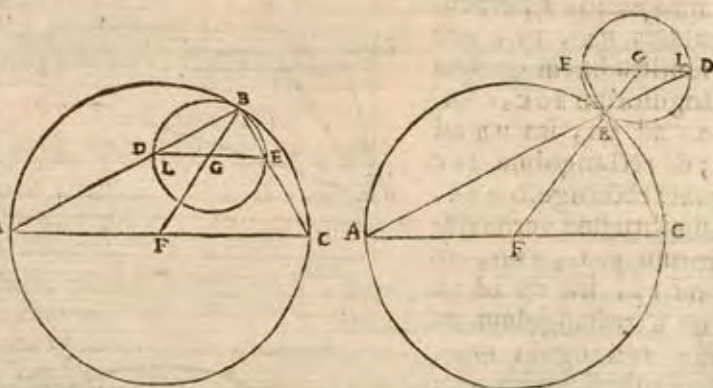
Sint duo circuli ABC, DBE circa centra FG, quæ sese in puncto B con-
 tingant: & per FG ducantur diametri inter se parallelæ AFC, DGE, iungan-
 turque AB, CB. Dico rectam lineam AB per punctum D, & rectam CB
 per punctum E transire. hoc est ADB, CEB rectas lineas esse.

Iuncta enim AB secet ip-
 sam DE in L, & ducatur
 FG, quæ per contactum B
 transibit ex 11. & 12. tertij
 elementorum. Itaque quo-
 niam AG, DE parallelæ sunt,
 sent triagula ABF, LBG in-
 29. primi. ter se similia. angulus enim
 BLG est æqualis angulo BAF
 & angulus LBG vel utriq;
 communis, vel ad verticem,
 ergo & reliquis reliquo æ-
 qualis. Ut igitur BF ad FA,
 ita BG ad GE. sed ut BF ad

FA, ita est BG ad GD. nam BF est æqualis FA, & BG ipsi GD, cum sint à centro ad circum-
 ferentiam. quare ex 9. quinti sequitur GL ipsi GD æqualem esse. & LD unum, atque idem
 punctum, recta igitur linea est ADB. Eodem modo demonstrabimus CEB rectam lineam esse;
 atque illud est, quod demonstrare oportebat.

B Erit ob similitudinem quidem triangulorum BGC, BHK &c.] Est enim angulus ad B,
 vel utrique communis, vel ad verticem: angulus autem BGC in semicirculo rectus æqualis
 recto ad K. ergo & reliquis reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile erit. triagula
 quoque BFL, BED similia sunt, cum angulus ad B sit utrisque communis, vel ad verticem
 & BED rectus æqualis recto qui ad L.

Vt CB ad BG, ita HB ad BK.] Græcus codex. ας ιβγ ος βν, δτος ιβθ ος δ
 [x lege ος δ βκ.



Rectan-

Rectangulum autem GBH est inæquale ipsi FBE] *Ex 36. tertij libri elementorum in D prima, & tertia figura, in secunda Verò ob similitudinem triangulorum BEH , BGF erit ut GB ad BF , ita EB ad EH .*

Quod si a puncto F perpendicularis ducta cadat in D , erit rectangulum CBK æqua- *E* le quadrato ex DB] *Erit enim punctum L idem quod D , & recta linea DE eadem, quæ BL .*

In prima igitur figura erit ut CB ad BD , ita LB ad BK] *Quoniam rectangulum CBK F est æquale rectangulo DBL , ut CB ad BD , ita est LB ad BK , ex 14. sexti elementorum qua- re per conuersionem rationis ut BC ad CD , ita BL ad LK . Sed ut utraque CB , BD ad CB , ita utraque LB , BK ad LB . ex æquali igitur ut CB , BD ad DC , hoc est ad earum excessum, ita LB , BK ad earum excessum KL . Ut autem LB , BK ad excessum KL , ita dimidia ipsarum LB , BK ad dimidium excessus KL ; hoc est ita BM ad MK , ut ostendetur: ergo ut CB , BD ad DC , ita BM ad MK . At vero BM dimidiam esse ipsarum LB , BK perspicue constat. namque LB excedit BK magnitudine KL , & eius dimidia est KM , quæ ipsi BK addita totius dimi- diam reddit.*

Quare ut utraque CB , BD ad earum excessum CD , ita & utraque LE , EK ad earum *G* excessum KL] *Græcus codex manens est, quem ita restituendum puto. ὡς καὶ ὡς συναρπότερος ἢ γ β, β δ ἀπὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῆς τὴν γ δ, ὥτως καὶ συναρπότερος ἢ λ β, β κ ἀπὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν κ λ.*

Propterea quod KM est æqualis HA , ipsius vero LK dimidia est MK] *est enim KM ipsi H* HA , quæ est ex centro circuli $EFGH$ æqualis, & ML æqualis AF , ergo ipsius KL dimidia est KN , quemadmodum & ipsius HF dimidia est HA . *Græcus codex διὰ τὸ ἴσιν τὴν κ μ τὴν μ α. sed legendum puto. τὴν μ λ, vel potius τὴν θ α.*

Quare & ut CD ad excessum CB , BD , ita KL ad excessum LB , BK .] *Quoniam enim K ut CB ad BD , ita LB ad BK , erit per conuersionem rationis, ut CB ad excessum CB , BD , ita LB ad excessum LB , BK . Ut autem utraque CB , BD ad CB , ita utraque LB , BK ad LB . ergo ex æquali ut CB , BD , hoc est ut CD ad excessum CB , BD , ita LB , BK , hoc est LK ad excessum LB , BK . sed ut LK ad excessum LB , BK , ita dimidia LK , hoc est LM ad dimidium excessus LB , BK , hoc est ad MB . ut igitur LM ad MB , ita CD ad excessum CB , BD . & conuertendo ut BM ad ML , hoc est ad eam, quæ ex centro circuli $EFGH$, ita excessus CB , BD ad CD .*

Atque est ipsius KL dimidia, quæ ex centro circuli $EFGH$ pro LM] *Nam KL est æ-* *L* *qualis ipsi HF diametro circuli $EFGH$, quare eius dimidia est AF , quæ ex centro eiusdem circuli, hoc est LM .*

Et BM dimidia excessus LB , BK , quod LM sit æqualis AF] *Absciudatur à recta linea M LM ipsa MN æqualis MB . & cum LM sit æqualis MK , & NM ipsi MB , erit, & reliqua LN æqualis BK . ergo BN est excessus, quo LB ipsam LK excedit, & eius dimidia est BM . Græcus codex. διὰ τὸ ἴσιν τὴν λ μ τὴν α κ. lege τὴν α ζ.*

Ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli $EFGH$, ita in prima quidem figu- *N* *ra utraque CB , BD ad excessum ipsarum CD] Hoc superius conclusum est. Græcus codex ὡς ἡ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. Sed legendum videtur ὡς ὅτι μὲν τῆς πρώτης κατα-* *γραφῆς.*

In secunda autem, & tertia figura, ita excessus CB , BD ad utramque CB , BD hoc est *O* *ad CD , ex conuersa scilicet ratione] Ut nos proximè ostendimus.*

Dico insuper rectangulum contentum BK , LM &c.] *Græcus codex τα δ' ὅτι καὶ τὸ P* *τὸ τῆς β κ λ γ. Sed forte legendum erit λέγα ὅτι καὶ τὸ τῆς β κ λ γ quemadmodum in* *antecedente.*

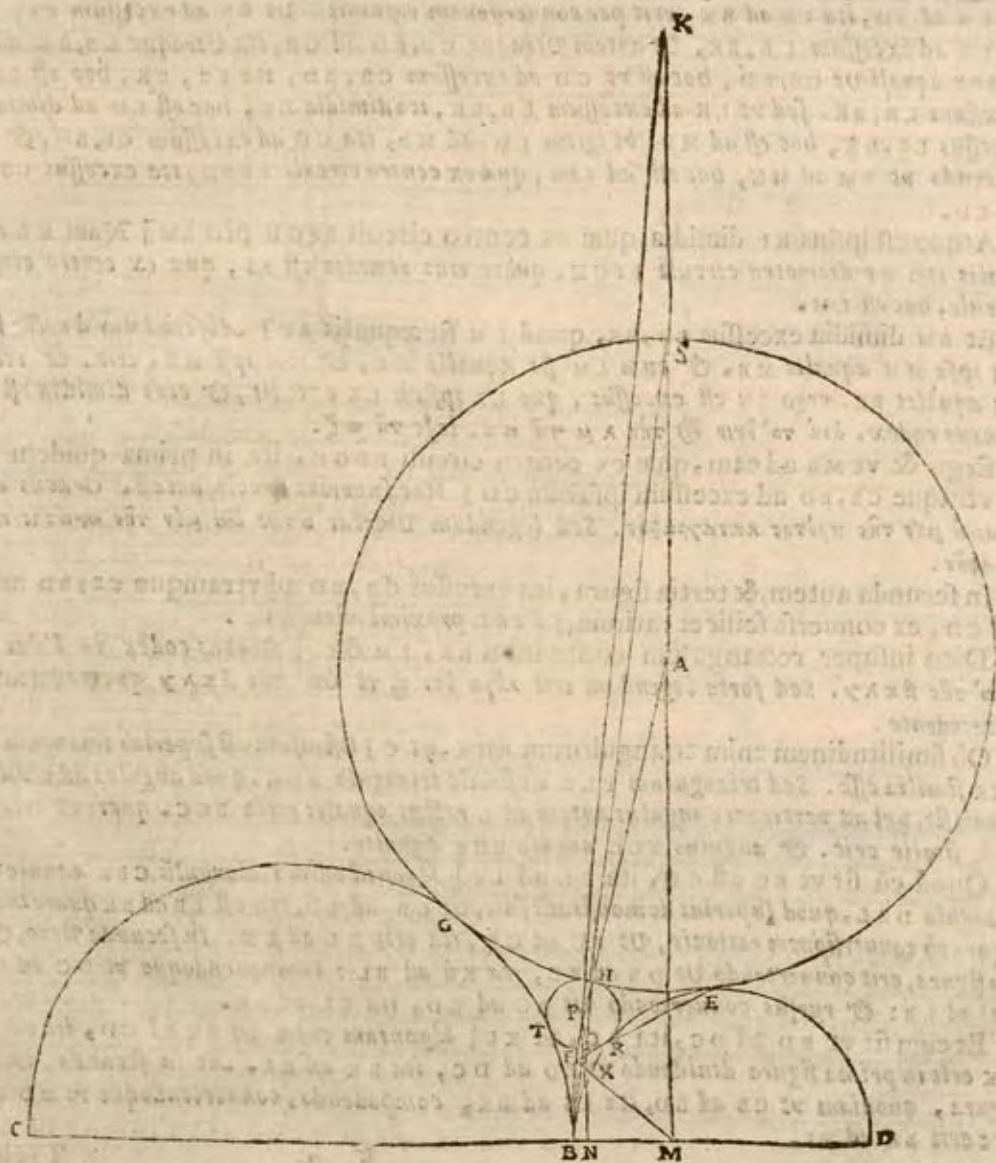
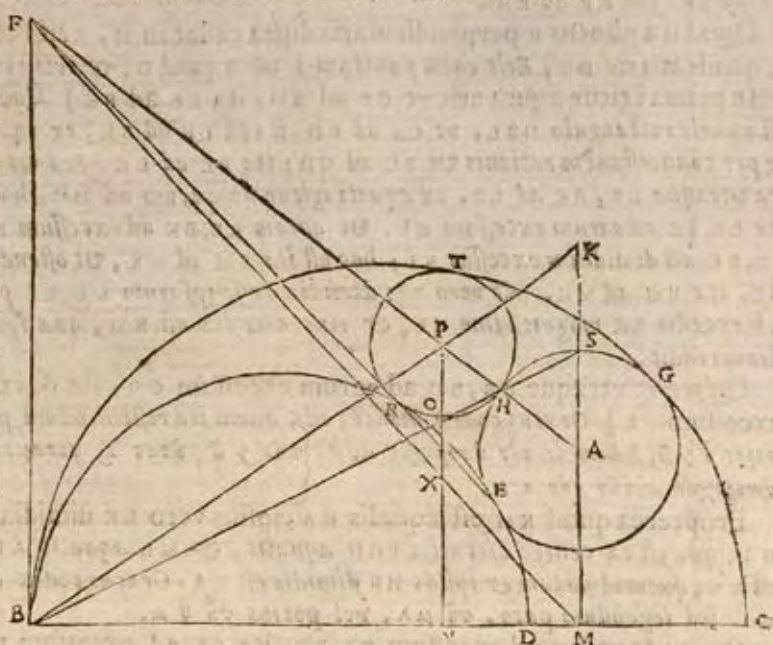
Ob similitudinem enim triangulorum BHK , FLC] *Ostensum est superius triangula BGC , Q* *BHK similia esse. Sed triangulum FLC est simile triangulo BGC , quod angulus ad C vel com-* *munis sit, vel ad verticem: angulus autem ad L rectus æqualis recto BGC . quare & triangulo* *BHK simile erit. & angulus FCL angulo BHK æqualis.*

Quod cū sit ut BC ad CD , ita BL ad LK] *Quoniā enim rectangulū CBK æquale est re-* *R* *ctangulo DBL , quod superius demonstratū fuit, ut CB ad BD , ita est LB ad BK quare in prima* *figura ob conuersionem rationis, ut BC ad CD , ita erit BL ad LK . In secunda vero, & ter-* *tia figura, erit conuertendo ut DB ad BC , ita KB ad BL : componendoque ut DC ad CB ita* *KL ad LB : & rursus conuertendo ut BC ad CD , ita BL ad LK .*

Et cum sit ut BD ad DC , ita BK ad KL] *Quoniam enim ut BC ad CD , ita est BL ad S* *EK erit in prima figura diuidendo ut BD ad DC , ita BK ad KL . At in secunda, & tertia* *figura, quoniam ut CB ad BD , ita LB ad BK , componendo, conuertendoque ut BD ad DC ,* *ita erit BE ad KL .*

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Iisdem positis de-
scribatur circulus HR
T, qui & semicircu-
los iam dictos, & cir-
culum EGH contin-
gat in punctis HRT,
atq; a ceteris AP ad BC
basim perpendicular-
res ducantur AM, PN.
Dico ut AM vnà cum
diametro circuli EGH
ad diametrum ipsius,
ita esse PN ad circuli
HRT diametrum.



Ducatur

triangulorum AFM, PFX similitudinem. ergo ut MB ad FN, ita AF ad FP. Sed ut MB ad BN, ita erit AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Ut igitur AF ad ad FP, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT.

D Sed quadrato ex FB æquale est rectangulum BFR] Ex 36. tertij libri elementorum; re. Ita enim linea FB contingit circulum BRED, & FB in punctis RE eundem secat.

E Et triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum.] Ex 6. sexti elementorum. sunt enim circa æquales angulos HAS, HPO latera proportionalia.

F Atque est APF recta linea, recta igitur linea est, & quæ per SHO ducitur] Quomodo hoc sequatur diximus in 13. huius.

G Transibit autem, & per B] Hoc est recta linea OS, quæ transfit per H, ut demonstratum est, transibit etiam per B. Græcus codex ἡγεῖ δὲ τὸ διὰ τῆς βεῖ lege διὰ τῆς β.

H Recta enim linea est HOB, propterea quod ut BF ad FH, ita est OP ad PH &c.] Etenim ostensa est BF æqualis FH. atque est OP æqualis PH, quod a centro ad circumferentiam. & cum circa æquales angulos latera proportionalia sint, erunt triangula BFH, OPH inter se similia, & ut HF ad FB, ita HP ad PO quare si BH non transiret per O, sed per aliud punctum, sequeretur totum parti æquale esse. quod fieri non potest.

K Hoc est ut KB ad BP] Ob similitudinem videlicet triangulorum KBM, PBN.

L Ita AF ad FP] Quod superius demonstratum fuit.

M Erit & ut KB ad BP, ita AS ad PO] Erit enim ut KB ad BP, ita AH ad HP, hoc est ita AS ad PO, nam HA, AS æquales sunt, itemque æquales HP, PO.

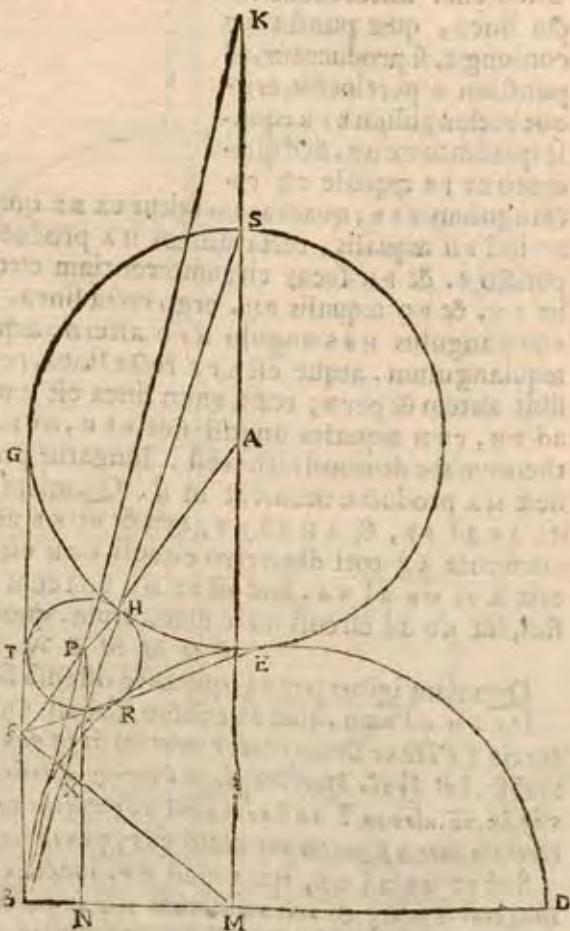
N Et SK ad PO] Ob similitudinem triangulorum KES, PEO, erit ut KB ad BP, hoc est ut AS ad PO, ita KS ad PO. ergo AS, SK inter se æquales sunt. In Græco codice legitur καὶ ὁ σκ, σκ. Sed legendum arbitror καὶ ὁ σκ πρὸς π ο.

O Et ut MK ad KS, ita NP ad PO] Rursus ob similitudinem triangulorum SBM, OEN, itemque triangulorum KES, PEO erit ut SB ad EO, ita MS ad NO, & ita SK ad OP. quare ut MS ad NO, ita SK ad OP; permutandoque ut MS ad SK, ita NO ad OP. & componendo ut MK ad KS, ita NP ad PO.

P Erit & ut MK ad KA, hoc est ut MA vna cum diametro circuli EGH &c.] Videlicet ad consequentium dupla, ut MK ad duplam KS, hoc est ad KA, ita NP ad duplam PO; hoc est ad circuli HRT diametrum.

Quod si pro circumferentia semicirculi BGC sit recta linea BG ad ipsam BD perpendicularis, nihilominus circa descriptos circulos eadem contingent.

Describatur enim circulus EGH circa centrum A, qui & circumferentiam BED, & rectam lineam BG contingat. in punctis BG. deinde circa P alius circulus HRT describatur, contingens circulum EGH, circumferentiam BED, & rectam lineam in punctis HRT, & a centris AP ad BD basim ductis perpendicularibus AM, PN fiant alia omnia, quæ dicta sunt, ut in quarta figura apparet. Quoniam igitur perpendiculari BG contingit circulos EGH, HRT, & ipsis AM, PN est parallela, erit BM æqualis ei, quæ ex centro circuli EGH, & BN æqualis ei, quæ ex centro circuli HRT quare ut MB ad BN, ita est AH ex centro circuli EGH ad PH ex centro circuli HRT. & similiter atq; in superioribus tandem ostendemus, ut MA vna cum diametro circuli EGH ad ipsam diametrum, ita esse NP ad diametrum circuli HRT.



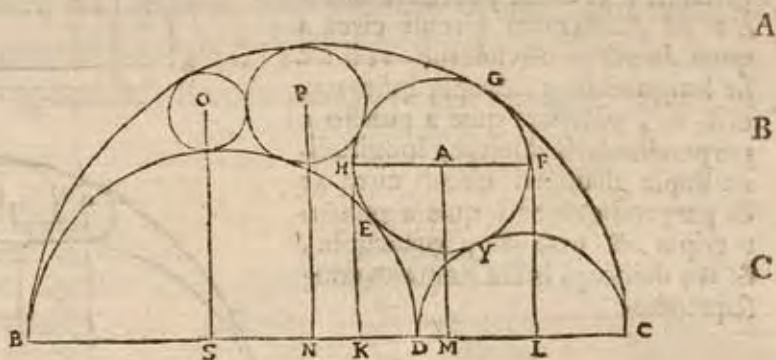
THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

His præmonstratis, exponatur semicirculus BGC , & in basi ipsius quodvis punctum sumatur D . & in BD , DC semicirculi describantur BED , DYC . describantur etiam in loco inter tres circumferentias interiecto, qui ἀρβηλον appellatur, circuli quocumque sese mutuo, & semicirculos contingentes circa centra APO , a quibus ad BC perpendiculares ducantur AM , PN , OS . Dico rectam quidem lineam AM diametro circuli circa A descripti æqualem esse; ipsam vero PN duplam diametri circuli circa P ; & OS diametri circa O triplam, & quæ deinceps propriarum diametrorum multiplices esse iuxta numeros sequentes, qui sese unitate superant.

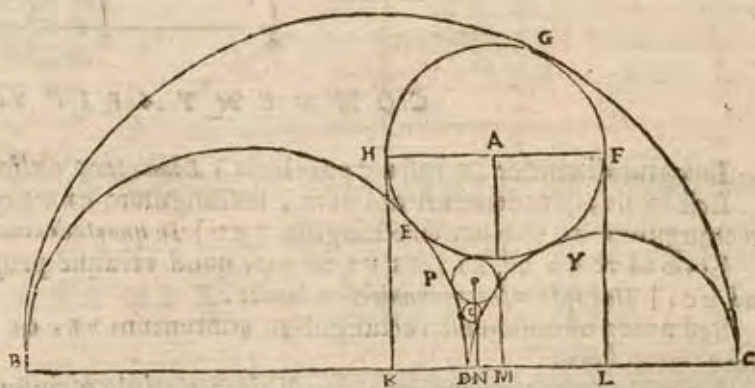
Ducatur diameter HF ipsi BC parallela, & perpendiculares ducantur HK , FL erit ex ijs quæ demonstrata sunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD , & rectangulum BCL rectangulo KCD . & ob id ut BK ad KL , ita KL ad LC , quod utraque proportio eadē sit, quæ BD ad DC , Quoniam enim rectangulum CBK æquale est rectangulo LBD , ut CB ad BD , ita erit DB ad BK . & permutando ut CB ad BD ita LB ad BK , diuidendoque ut CD ad DF , ita LK ad KB . & conuertendo ut BD ad DC , ita BK ad KL . rursus quoniam rectangulum BCL rectangulo KCD est æquale, erit ut BC ad CK , ita DC ad CL . & permutando ut BC ad CD , ita KC ad CL . diuidendoque ut BD ad DC , ita KL ad LC . erat autem & ut BD ad DC , ita BK ad KL . ergo & ut BK ad KL , ita KL ad LC . &

propterea rectangulum, quod BK , CL continetur, quadrato ex KL est æquale. sed antea ostensum est rectangulum contentum BK , CL æquale esse quadrato ex AM . recta igitur linea AM est æqualis KL , hoc est ipsi FH diametro circuli circa A descripti. Et quoniam ut AM una cum FH ad FH , ita est PN ad diametrum circuli circa P descripti, quod etiam demonstratum fuit; atque est AM una cum FH dupla ipsius FH ; erit & PN diametri circuli circa P dupla. ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla est ipsius diametri, & eandem proportionem habet OS ad diametrum circuli circa O . recta igitur linea OS diametri circuli circa O est tripla, & similiter perpendicularis circuli sequentis diametri, quadrupla erit. & perpendiculares, quæ deinceps sunt, propriarum diametrorum multiplices inueniuntur iuxta numeros unitate se inuicem superantes, & hoc infinite contingit.

Si autem

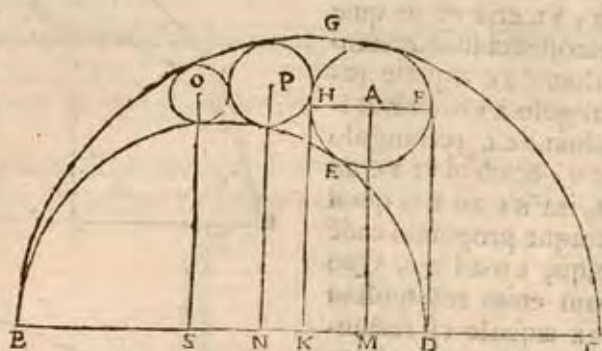
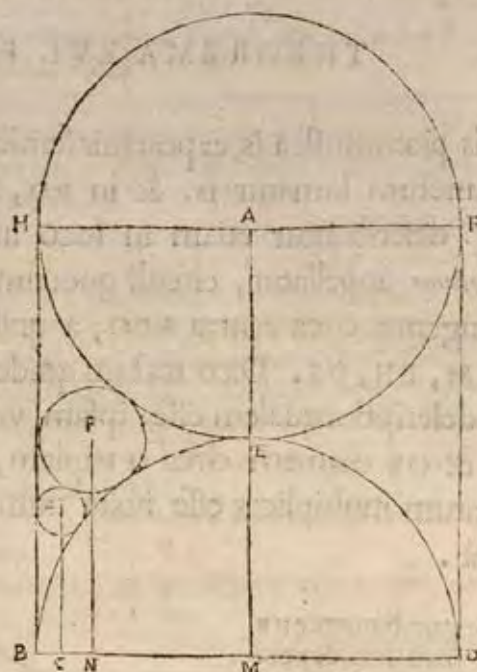


14. sexti



17. sexti.

- F** Si autem pro circumferentijs BGC , DYC sint rectæ lineæ perpendicularares ad BD , vt apparet in tertia figura, circa descriptos circulos eadem contingent. nam quæ a puncto A ad BD perpendicularis ducitur, per sese diametro circuli circa A descripti fit æqualis. Quod si circumferentiæ BGC , BED maneant pro circumferentia vero DYC , vt in quarta figura, recta linea ponatur DE perpendicularis ad BC , quæ in numeris quadratam rationem habeat, erit perpendicularis ducta a puncto A commensurabilis diametro circuli circa A descripti; sin minus, incommensurabilis. Generaliter enim quam proportionem habet BC ad CD longitudine, eandem potestate habet DE ad diametrum circuli circa A quod deinceps ostendetur. vt si BC sit longitudine quadrupla ipsius CD , erit DE , videlicet quæ a puncto A perpendicularis ducitur, longitudine dupla diametri circuli circa A : & perpendicularis, quæ a puncto P tripla, & quæ ab O quadrupla, & ita deinceps iuxta numeros consequentes.



COMMENTARIUS.

- A** Ducatur diameter HF ipsi BC parallela] Diameter videlicet circuli circa A descripti.
B Erit ex ijs, quæ demonstrata sunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LED , & rectangulum BCL æquale rectangulo KCD] In quartadecima huius.
C Et ob id vt BK ad KL , ita KL ad LC , quod vtraque proportio eadem sit, quæ ED ad DC .] Hoc ipse inferius manifeste ostendit.
D Sed antea ostensum est rectangulum contentum BK , CL æquale esse quadrato ex AM] in 14. huius.
E Ergo PN vna cum diametro circuli circa P tripla est ipsius diametri, & eandem proportionem habet OS ad diametrum circuli circa O] rursus quoniam est vt NP vna cum diametro circuli circa P ad ipsam diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O ; & NP vna cum diametro circuli circa P tripla est eiusdem diametri erit, & OS diametri circa O tripla.
F Si autem pro circumferentijs BGC , DYC sint rectæ lineæ perpendicularares ad BD , vt apparet in tertia figura circa descriptos circulos eadem contingent] sint rectæ lineæ BH , DE ad BD perpendicularares: & describatur circulus HEF circa centrum A , ita vt semicirculi BED circumferentiam, & lineas BH , DE contingat; sitque eius diameter HF ipsi BD parallela, erit HF æqualis BD : & a puncto A ducta perpendicularis AM æqualis erit ipsi HF ; etenim ex duabus circularum æqualium semidiamentris AE , EM constabit. deinde in loco intermedio describantur circuli quotcumque, qui tum sese, tum circumferentias circularum, tum rectam lineam BH contingant, vt circa centra PO . & ad basim BD perpendicularares ducantur PN , OS Dico in his quoque idem, quod in superioribus contingere. Quoniam enim ex ijs, quæ nos in antecedentem demonstrauimus, vt MA vna cum diametro circuli circa A ad ipsam diametrum, ita est PN ad diametrum circuli circa P ; atque est MA vna cum diametro circuli circa A dupla ipsius diametri: erit & PN dupla diametri circuli circa P . rursus quoniam vt

niam ut PN vni cum diametro circuli circa P ad eandem diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O; erit OS diametri circuli circa O tripla: & ita in alijs.

Quæ in numeris quadratam rationem habent] hoc est quæ ad diametrum circuli circa A descripti proportionem habent eandem, quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Græcus codex ἡ δὲ ὁρθὴ πρὸς τὴν β γ τετραγωνικὴν ἐν ἀριθμοῖς λόγον ἔχουσα vel legendum ἡ δὲ ὁρθὴ &c. λόγον ἔχουσα. Vel aliqua desiderantur, in ijs vero, quæ sequuntur pro δ ξ ubique scribendum δ ζ.

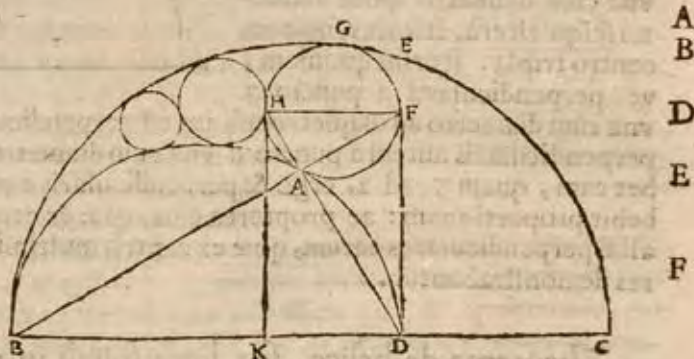
Generaliter enim quam proportionem BC ad CD longitudine, eandem potestate H habet DF ad diametrum circuli circa A] Græcus codex κατ'ὸς γὰρ ὃν ἔχει λόγον ἡ β γ πρὸς τὴν γ δ, ἣ δὲ ἔχει τὸν λόγον δυνάμει ἡ δὲ ζ πρὸς τὴν διάμετρον τὴν περὶ τὸ ἀκύκλον: Ego addendum censeo μήκει; ut ita legitur. κατ'ὸς γὰρ ὃν ἔχει λόγον μήκει ἡ β γ πρὸς τὴν γ δ &c.

Vt si BC sit longitudine quadrupla ipsius CD, erit DF &c.] Si enim BC ad CD longitudine sit ut 4. ad 1. erit & DF ad FH ut 4. ad 1. longitudine vero ut 2. ad 1.

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Quod autem positum est, sequenti lemmate ostendetur. Sint semicirculi BGC, BAD, & perpendicularis DF, & circulus contingens HGFA. Dico ut BC ad CD longitudine, ita esse potestate DF ad diametrum circuli HGFA.

Ducatur diameter HF. ergo rectæ lineæ sunt FAB, HAD. & ducta perpendiculari HK, erit ex iam demonstratis rectangulum CBK quadrato ex BD æquale. Vt igitur BC ad CD, ita ED ad LK; hoc est ad HF. Sed ut BD ad HF, ita DA ad AH: & ut DA ad AH, ita quadratum ex DF ad quadratum ex FH. triangulum enim rectangulum est HFD: & ad subtenfam perpendicularis ducitur FA. ergo & ut BC ad CD, ita quadratum ex FD ad quadratum diametri circuli HGFA.



COMMENTARIUS.

Ducatur diameter HF] Diameter scilicet circuli contingentis, quæ ipsi BC sit parallela. A
Ergo rectæ lineæ sunt FAB, HAD] Hoc est FAB est una, & eadem recta linea, & similiter HAD, quod apparet ex lemmate in 14. huius a nobis conscripto. B

Erit ex iam demonstratis rectangulum CBK quadrato ex BC æquale] In quartadecima huius. C

Vt igitur BC ad CD, ita ED ad DK] Quoniam rectangulum CBK æquale est quadrato ex BD, erit ut CB ad BD, ad BK ita DB, quare per conuersionem rationis, ut BC ad CD, ita BD ad DK. D

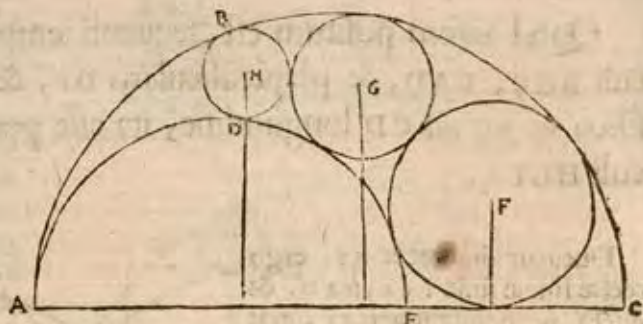
Sed ut BD ad HF, ita DA ad AH] Ex 4. sexti elementorum, propterea quod triangula E BAD, HAF similia sunt.

Et ut DA ad AH, ita quadratum ex DE ad quadratum ex FH] Cum enim in triangulo orthogonio HFD ab angulo recto ad HD subtenfam perpendicularis ducta sit FA, sunt triangula similia toti & inter sese. ergo ut DA ad AF, ita FA ad AH. Sed ut DA ad AF, ita DF ad FH. ut igitur DA ad AH, hoc est ut prima ad tertiam ita quadratum prima ad quadratum secundæ, quadratum videlicet ex DA ad quadratum ex AF; hoc est quadratum ex DF. ad quadratum ex FH quare ut DA ad AH, ita quadratum ex DE ad id, quod ex FH describitur quadratum. F

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

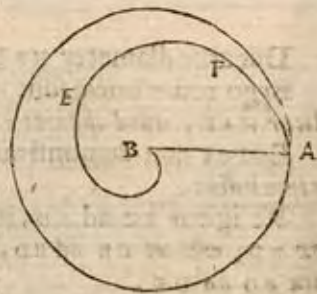
Ex iam dictis lemmatibus & illud demonstratur. Sint semicirculi ABC , ADE , & describantur circuli eorum circumferentias contingentes, ut circa centra FGH , & alij deinceps, qui ipsis cohaereant, quemadmodum in superioribus. manifestum est: perpendicularem, quæ ab F ad AC ducitur, ei, quæ ex centro circuli circa F descripti æqualem esse. Dico perpendicularem a puncto G ductam eius, quæ ex centro circuli circa G esse triplam; perpendicularem vero ab H quintuplam, & quæ sequuntur perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices esse iuxta numeros deinceps impares:

Quoniam enim ante demonstratum est, ut perpendicularis, quæ a puncto F ducitur una cum diametro ad ipsam diametrum, ita esse perpendicularem a puncto G ad propriam diametrum. & est perpendicularis a puncto F una cum diametro ipsius diametri sesquialtera, erit eius, quæ ex centro tripla. Rursus quoniam, ut perpendicularis a puncto G una cum diametro ad diametrum, ita est perpendicularis ab H ad diametrum ipsius. perpendicularis autem a puncto G una cum diametro ad diametrum proportionem habet eam, quam 5. ad 2. ergo & perpendicularis a puncto H ad diametrum eandem habebit proportionem: ac propterea eius, quæ ex centro quintupla erit. Similiter, & alia perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices iuxta numeros deinceps impares demonstrabuntur.



Theorema de helice, seu linea spirali in plano describenda, proposuit quidem Conon Hamius geometra: Archimedes vero admirabili quidam aggressione demonstravit. Itaq; dicta linea eiusmodi ortum habet.

Sit circulus, cuius centrum B , & ea quæ ex centro BA : moveaturque BA , ita ut punctum B maneat, & ipsum A æqualiter feratur in circuli circumferentia. Simul vero aliquod punctum ab ipso B incipiens in recta linea BA feratur æqualiter usque ad A . & in æquali tempore B permeet rectam lineam BA , & A ipsam circuli circumferentiam. Punctum igitur in ipsa BA motum secundum circulationem describet lineam, qualis est $BBFA$. & eius quidem principium erit punctum B ; principium circulationis BA ; ipsa vero linea, helix, seu linea spiralis appellatur, cuius principale accidens eiusmodi est.



THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Si ad lineam spiralem quæpiam recta linea ducatur, ut BF , & producat, erit ut tota circuli circumferentia ad circumferentiam ADC , ita recta linea AB ad rectam BF .

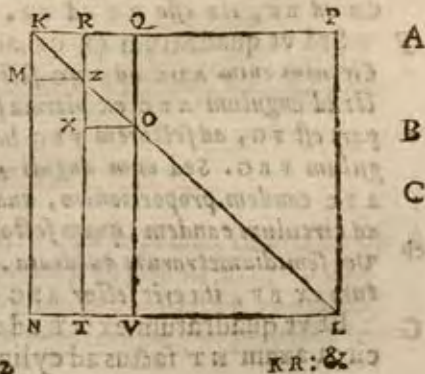
Hoc

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

COMMENTARIUS.

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

Sit enim, & circulus, & prædicta linea: & exponatur parallelogrammum rectangulum $KNLP$: sumaturque AC circumferentia, pars quædam circumferentiæ circuli: & sumatur recta linea KR ipsius KP eadem pars, iungantur præterea CB, BA : & rectæ lineæ quidem KN parallela ducatur RT , ipsi vero KR parallela MZ , & circa B centrum describatur circumferentia FG . Quoniam igitur est ut recta linea BA ad AG , hoc est BC ad CF , ita tota circuli circumferentia ad circumferentiam CA . hoc enim spiralis lineæ principale est accidens. Ut autem circuli circumferentia ad ipsam CA , ita PK ad



D KR: & vt PK ad KR, ita LK ad KZ, hoc est TR ad RZ.
 E vt igitur BC ad CF, ita TR ad RZ: & per conuerfio-
 nem rationis. quare vt quadratum ex CB ad quadra-
 tum ex BF, ita quadratum ex RT ad id, quod ex TZ
 F quadratum. Sed vt quadratum ex CB ad quadratum ex
 G BF: ita ABC feftor ad feftorem FBG. & vt quadratum
 ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a paralle-
 logrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum a paralle-
 logrammo MT circa eundem axem. Vt igitur
 ABC feftor ad feftorem FBG, ita cylindrus a parallelo-
 grammo KT circa axem NT, ad cylindrum a parallelo-
 grammo MT circa eundem axem. Similiter quoque
 fi circumferentiæ AC ponamus æqualem CD, ipsi au-
 tem KR rectæ lineæ æqualem ponamus RG, & eadem
 construamus, erit vt DBC feftor ad feftorem EBH, ita
 cylindrus a parallelogrammo KV circa axem TV ad
 cylindrum a parallelogrammo VX circa eundem axem.
 Simili ratione procedentes demonftrabimus, vt totus
 circulus ad omnes figuras ex feftoribus infcriptas lineæ
 fpirali, ita effe cylindrum a parallelogrammo NP cir-
 ca axem NL ad omnes figuras ex cylindris ipfi cono,
 qui fit a triangulo KNL circa autem LN infcriptus. &
 rursus vt circulus ad omnes figuras ex feftoribus circumfcriptas lineæ fpirali, ita effe
 cylindrum ad omnes figuras ex cylindris eidem cono circumfcriptas. Ex quo manife-
 ftum est circulum ad eam figuram, quæ inter lineam fpiralem, & rectam AB interijci-
 tur, ita effe vt cylindrus ad conum. Circulus igitur triplus est prædictæ figuræ, quod
 demonftrare oportebat.



Eodem modo demonftrabimus. Si etiam ducatur quæ-
 diam recta linea ad fpiralem, vt BE, & per E circa B cen-
 trum, defcribitur circulus: figuram contentam lineæ fpirali
 FEB, & recta EB tertiam partem effe figuræ eius, quæ cir-
 cumferentia circuli FGH, & rectis lineis FB, BH contine-
 tur.



COMMENTARIUS.

- A Sumaturque AC circumferentia pars quædam circumferentiæ circuli. *Græcus codex*
 καὶ ἀπληθὺς ἡ μὲν α β γ περιφέρεια μέρος ἐστὶ τῆς τῆς κυκλῆς περιφέρειας. *Videtur legen-*
dum καὶ ἀπληθὺς ἡ μὲν α γ περιφέρεια μέρος τῆς τῆς κυκλῆς περιφέρειας.
 B Iungantur præterea CE, EA] *Græcus codex καὶ ἀπὸ τοῦ ἑξῆς ἴτε γ β καὶ ἡ κ α λεγε*
ἴτε γ β καὶ ἡ β α.
 C Ipsi vero KR parallela MZ] Iungatur enim KL, qua lineam RT in z secet, & a pun-
 cto z ipsi KR parallela ducatur ZM.
 D Hoc est TR ad RZ] Vt enim LK ad KZ, ita PL, hoc est TR ipsi æqualis ad RZ.
 E Quare vt quadratum ex CB, ad quadratum ex BF, ita quadratum ad RT ad id, quod
 ex TZ quadratum] Ex 22. sexti elementorum, sequitur enim per conuerfionem rationis, vt
 CB ad BF, ita effe RT ad TZ.
 F Sed vt quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita ABC feftor ad feftorem FBG]
 Circulus enim ADC ad ABC feftorem eandem proportionem habet, quam quattuor anguli re-
 cti ad angulum ABC ex vltima sexti elementorum: similiter circulus, cuius circumferentiæ
 pars est FG, ad feftorem FBG habet eandem proportionem, quam quattuor anguli recti ad an-
 gulum FBG. Sed cum anguli ABC, FBG sint æquales, habebit circulus ADC ad feftorem
 ABC eandem proportionem, quam alius circulus ad feftorem FBG. & permutando circulus
 ad circulum eandem, quam feftor ad feftorem. circuli autem inter fe sunt, vt diametrorum,
 vel semidiametrorum quadrata. ergo & feftores ipsi. quare vt quadratum ex CB ad quadra-
 tum ex BF, ita erit feftor ABC ad FBG feftorem.
 G Et vt quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a parallelogrammo KT
 circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem] Cy-
 lindrus

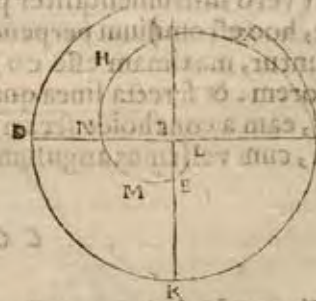
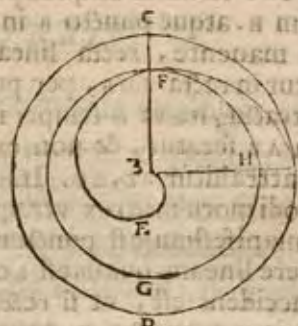
lindrus a parallelogrammō NT circa axem NT factus basi n habet circulū, cuius semidiameter est KN, vel RT, & altitudinem NT: cylindrus autem factus a parallelogrammo MT circa eundem axem, basim habet circulum, cuius semidiameter MN, vel ZT, & altitudinem eandem. Hi igitur cylindri cum altitudinem eandem habeant, inter se sunt, ut eorum bases: bases autem ut diametrorum, vel semidiametrorum quadrata. Ut igitur quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus factus a parallelogrammo RT circa axem NT ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem.

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Deinceps autem theorema circa eandem lineam notatione dignum conscribimus. Sit enim & circulus pradietus in ortu, & linea spiralis eadem AF, EB. Dico iam si ducatur quæpiam recta linea, ut BF, esse figuram contentam tota linea spirali, & recta AB, ad eam quæ FEB, & BF recta continetur, ut cubus, qui fit à recta linea AB ad cubum, qui ab ipsa FB.

Describatur enim circulus per F circa centrum B, qui sit FGH. Itaque quoniam ut figura, quæ linea spirali AFCB, & recta AB continetur ad figuram contentam spirali FEB & recta FB, ita est ACD circulus ad figuram circumferentia FGH, & FB, BH rectis lineis contentam. Virumque enim utriusque tertiam partem esse iam ostensum fuit. circulus autem ACD ad spaciū contentum rectis lineis FB, FH & circumferentiam FGH proportionem habet compositam ex ea, quam habet ACD circulus ad circulum FGH, & ex ea, quam circulus FGH habet ad spaciū rectis lineis FB, BH, & FGH circumferentia contentū. Sed ut ACD circulus ad circulum FGH, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BF: & ut circulus FGH ad dictum spaciū, ita tota ipsius circumferentia ad circumferentiam FGH; hoc est ACD circuli circumferentia ad ipsam CDA, hoc est propter accidens spiralis lineæ, recta linea AB ad BF rectam; figura igitur, quæ linea spirali & recta AB continetur, ad contentam spirali, & recta BF proportionem habet compositam ex ea, quam habet quadratum ex AB ad quadratum ex BF, & ex ea, quam recta linea AB habet ad BF. hæc autem proportio eadem est, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum.

Ex hoc constat, si posita linea spirali, & circulo circa ipsam, producatu AB ad D, & ad rectos angulos ipsi ducatur recta linea CFEK, quarum partium una est spaciū contentum linea spirali BLE, & recta BE, earum illud quidem quod continetur spirali NME & rectis NB, BE esse septem, & quod continetur spirali FHN, & rectis FB, BN vndeiginti: quod vero spirali AXF, & rectis AB, BF continetur triginta septem. perspicua enim hæc sunt ex præostenso theoremate. Et quarum AB recta est quattuor, earum ipsam quidem FB esse triū, NB autem duarum, & BE unius, quod etiam perspicuum est ex accidente lineæ spiralis, & ex eo, quod circumferentia AE, CD, DK, KA, inter se æquales sunt.



COMMENTARIUS

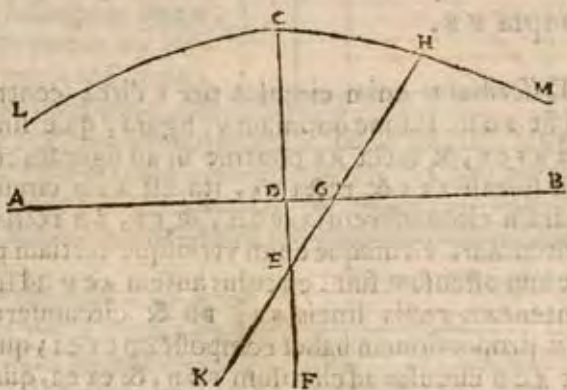
Hæc autem proportio eadem est, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF A cubum] Hæc nos ostendimus in libro de centro gravitatis solidorum propositione 21.

Ex hoc constat, si posita linea spirali, & circulo circa ipsam producatu AB ad D, & c.] B Quoniam enim tota circuli circumferentia in quatuor partes æquales divisa est per diametros AD, CK,

AD, CK, quæ sese ad rectos angulos secant, si AB ponatur esse partium quattuor, erit BE trium, NB duarum, & EE unus. Quoniam igitur figura, quæ continetur linea spirali, & recta AB ad figuram lineam spiralem BLE & recta BE contentam, est ut cubus ex recta linea AB factus ad cubum ex ipsa EE; & cubus ex AB est partium 64. cubus autem ex BE partis unius: quarum partium figura contenta lineam spiralem, & recta AB est 64. earum unus est figura contenta lineam spiralem BLE, & BE recta. Rursus quarum partium figura contenta lineam spiralem, & recta AB est 64. earundem 8. est figura, quæ lineam spiralem NMEEB, & NE recta continetur. quare figura contenta lineam spiralem NME, & rectis NB, BE est septem, & similiter quarum partium figura contenta lineam spiralem, & recta AB est 64. earum 27. est figura contenta lineam spiralem FHNMELEB, & EF recta: figura igitur contenta spiralem FHN, & FB, EN rectis lineis est partium 19. ergo reliqua figura, quæ spiralem AXF, & rectis AB, BF continetur, erit partium 37.

Ad cubi duplationem excogitata est a Nicomede quædam linea, quæ huiusmodi ortum habet.

Exponatur recta linea AB, cui ad rectos angulos ducatur CDF, & in ipsa CDF sumatur aliquod punctum datum B. atque puncto B in eodem loco manente, recta linea CDEF feratur in recta ADB, per punctum B attracta, ita ut D semper in recta linea AB feratur, & non excidat. dum attrahitur BD, BE. Itaque huiusmodi motu facto ex utraque parte, manifestum est punctum C describere lineam, qualis est LCM, cuius accidens est, ut si recta linea quæpiam a puncto B ductæ lineæ



LCM occurrat, ipsam CD æqualem esse ei, quæ inter AB & LCM interijcitur. manente enim AB, & puncto B manente, quando D ad G se applicauerit, congruet recta CD cum GH, & C ad H se applicabit. ergo CD ipsi GH est æqualis. similiter, & si alia quædam a puncto B ad lineam ducatur, erit ea, quæ inter lineam, & AB rectam interijcitur, ipsi CD æqualis. Vocatur autem, inquit, recta linea quidem AR, regula; punctum B polus: CD intervallum: quoniam huic æquales sunt, quæ ipsi LCM occurrunt. linea vero LCM vocatur conchoides prima. nam & secunda, & tertia, & quarta exponitur, quæ ad alia theoremata utiles sunt.

At vero instrumentaliter posse lineam describi, & semper ad regulam magis accedere, hoc est omnium perpendicularium, quæ ab aliquibus punctis lineæ LCM ad AB ducuntur, maximam esse CD; quæ autem ipsi propinquior est, semper remotiore esse maiorem. & si recta linea quædam inter regulam, & conchoidem cadat, producaturque, eam a conchoide secari Nicomedes ipse demonstravit, & nos in Analemma Diodori, cum vellemus angulum tripartito secare, prædicta linea vfi sumus.

COMMENTARIUS.

* Nicomedes ipse demonstravit] Vide Eutocium in commentarijs in secundum librum Archimedis de sphaera, & cylindro; ubi & hoc demonstratur, & alia omnia fusius explicantur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXIII.

Ex his autem manifestum est fieri posse, ut angulo dato, videlicet GAB, & puncto extra ipsum c, ducatur CG, ita ut KG, quæ interijcitur media inter lineam, & ipsam AB fiat æqualis rectæ lineæ datæ.

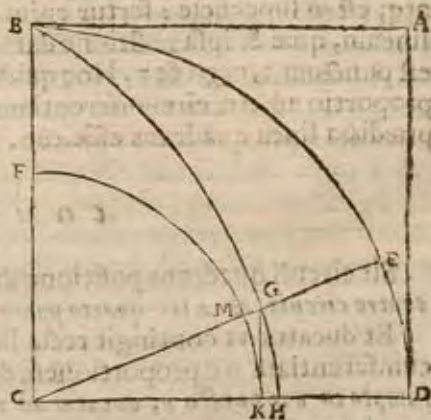
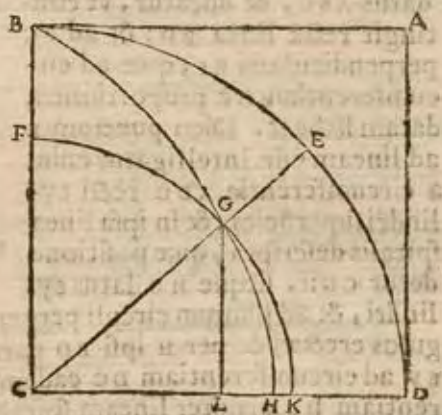
Duca-

quadraturam, videlicet quo loco punctum fecer rectam lineam AD non inuenitur. Intelligentur enim quæ dicta sunt in proposita figura, quando rectæ lineæ CB , BA motæ simul restituantur, congruant rectæ lineæ AD , neque sese amplius secant, cessat enim sectio antequam ipsi AD congruant. quæ quidem sectio terminus factus est lineæ, in quo cum ipsa AD recta linea conuenit: ni forte intelligamus lineam productam, quemadmodum posuimus rectas lineas vsque ad ipsam AD . quod tamen ex eorum principijs non sequitur. Sed vt cumque sumatur punctum G , præcedere debet proportio circumferentiæ ad rectam lineam. nisi enim ea detur, illud fieri nequaquam potest. An oportet nos eorum, qui talem lineam inuenerunt, opinionem secutos, ipsam admittere, quæ quodammodo mechanica est, & ad multa problemata ipsis mechanicis conducit? Sed multo magis admittendum est problema, quod per ipsam demonstratur.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

Quadrato enim existente $ABCD$, & circumferentia BED circa centrum C , & linea quadrante BHG facta, sicuti dictum est, ostenditur vt DEB circumferentia ad rectam lineam BC , ita esse BC ad ipsam CH .

Si enim non ita est, vel erit ad maiorem, quam CH , vel ad minorem. Sit prius si fieri potest ad maiorem videlicet ad CK : & circa centrum C describatur circumferentia FGK , secans lineam in puncto G , & ducatur perpendicularis GL : iunctaq; CG ad E producat. Quoniam igitur est vt DEB circumferentia ad rectam lineam BC , ita BC hoc est DC ad CK . vt autem DC ad CK , ita BED circumferentia ad circumferentiam FGK . vt enim circuli diameter ad diametrum, ita eius circumferentia ad circumferentiam. Quare constat circumferentiam FGK rectæ lineæ BC æqualem esse. Et quoniam propter accidens lineæ, vt BED circumferentia ad circumferentiam BD , ita est recta linea BC ad GL , erit vt circumferentia FGK , ad CK circumferentiam, ita BC ad GL . & ostensa est FGK circumferentia rectæ lineæ BC æqualis; æqualis igitur est circumferentia GK ipsi GL rectæ. quod est absurdum. ergo non est vt circumferentia BED ad rectam BC ita BC ad maiorem, quam CH . Dico præterea neque ad minorem. Si enim fieri potest, sit ad CK : & circa C centrum describatur circumferentia FMK . & ad rectos angulos ipsi CD ducatur KG secans lineam quadrantem in G : & iuncta CG producat ad E . Similiter iam dictis ostendemus circumferentiam FMK rectæ lineæ BC esse æqualem. & vt BED circumferentia ad circumferentiam BD , hoc est vt circumferentia FMK ad MK , ita esse BC rectam ad rectam GK . ex quibus sequitur circumferentiam MK rectæ lineæ KG æqualem esse. quod est absurdum. non igitur erit vt circumferentia BED ad rectam BC , ita BC ad minorem, quam CH . ostensum autem est, neque ad maiorem. ergo vt circumferentia BED ad rectam BC , ita est BC ad ipsam CH . Sed & illud manifestum est, tertiam proportionalem ipsarum HC , CB circumferentiæ BED æqualem esse; & eius quadruplam æqualem circumferentiæ totius circuli.



PROBLEMA III. PROPOSITIO XXVII.

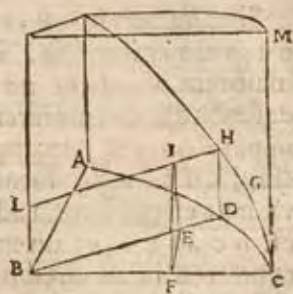
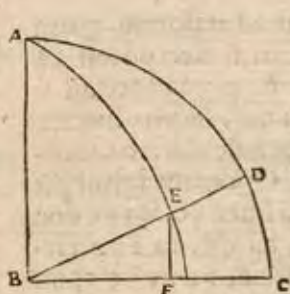
Itaque inuenta recta linea circumferentiæ circuli æquali, perspicuum est quomodo oporteat, & ipsi circulo æquale quadratum facile, & nullo negotio constituere.

Etenim quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, duplum est ipsius circuli, vt Archimedes demonstrauit.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXVIII.

Hic igitur lineæ ortus magis mechanicus est, vt dictum fuit, geometrice vero per locos, qui ad superficies dicuntur, resolui potest, hoc modo.

- A** Sit circuli quadrans positione
B datus ABC , & ducatur, vt contingit recta linea BD : & ad BC perpendicularis EF , quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat. Dico punctum E
C ad lineam esse. Intelligatur enim a circumferentia ADC recti cylindri superficies, & in ipsa linea spiralis descripta, quæ positione
D detur CGH , sitque HD latus cylindri, & ad planum circuli perpendiculares ducantur EI , EL , videlicet ad rectos angulos erectæ, & per H ipsi BD parallela HL . Itaque quoniam proportio rectæ lineæ EF ad circumferentiam DC eadem est, quæ proportio CE , hoc est DH ad circumferentiam DC propter lineam spiralem, & data est proportio rectæ lineæ CE ad DC : & proportio EF ad DC erit data: suntque FB , BI positione, ergo & iuncta FI positione erit. & est ad BC perpendicularis. est autem FI in plano, quare & punctum I : atq; est in superficie: fertur enim IL & per lineam spiralem HGC , & per IB rectam lineam, quæ & ipsa positione datur, cum sit subiecto plano parallela. ad lineam igitur est punctum I , ergo & E . Hoc quidem vniuerse resolutum est. Si autem rectæ lineæ EF proportio ad DC circumferentiam eadem sit, quæ rectæ BA ad circumferentiam ADC , prædicta linea quadrans efficitur.



COMMENTARIUS.

- A** Sit circuli quadrans positione datus ABC] Sit enim B circuli centrum, & BA , BC ex centro circuli, & ADC quarta pars circumferentiæ ipsius.
B Et ducatur vt contingit recta linea BD , & ad BC perpendicularis EF , quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat] Ex centro B ducatur vt cumque BD , & sumpto in BD puncto E , ducatur ad BC perpendicularis EF , ita vt EF ad circumferentiam DC datam habeat proportionem, videlicet eam, quam recta linea AB habet ad circumferentiam ADC .
C Dico punctum E ad lineam esse] Hoc est punctum E esse in lineâ quadrante.
D Intelligatur enim a circumferentia ADC recti cylindri superficies] Hoc est intelligatur cylindri recti quarta pars cuius basis sit circumferentia ADC , & altitudo CM ipsi AB æqualis.
E Et in ipsa linea spiralis descripta, quæ positione detur CGH] Describetur autem linea spiralis in dicti cylindri superficie, si intelligatur in linea CM punctum aliquod incipiens a C æqualiter ferri vsque ad M , & eodem tempore lineam CM rectam ad planum circuli permeare cir.

re circumferentiam CD punctum etenim illud lineam spiralem describet, cuius principale accidens est, ut sumpto quouis puncto in ipsa, quod exempli gratia sit H , ductaque HD ad planum perpendiculari, habeat HD ad circumferentiam DC eam proportionem, quam tota CM habet ad circumferentiam CD . illud vero ita esse ex ipso ortu manifestò apparet.

Sitque HD latus cylindri] Hoc est sit DH perpendicularis ad circuli planum, instar lateris cylindri. Græcus autem codex sic habet $\kappa\alpha\iota\ \pi\ \lambda\ \tau\ \kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\varsigma\ \eta\ \theta\ \delta$. Sed scribendum puto $\kappa\alpha\iota\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\ \tau\ \kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\varsigma\ \eta\ \theta\ \delta$.

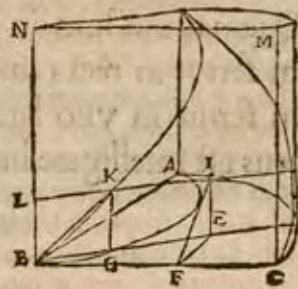
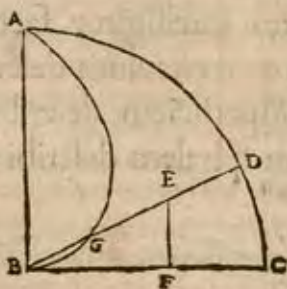
Videlicet ad rectos angulos erectæ] Græcus codex $\alpha\upsilon\tau\epsilon\sigma\alpha\mu\epsilon\nu\alpha\iota\ \epsilon\rho\theta\alpha\iota$, quæ tamen mihi G quodammodo superuacanea videntur.

Et per H ipsi BD parallela HL] Occurret autem HL recta EI in puncto I , quoniam H DH est æqualis ipsi EI , quod utraque eidem EF sit æqualis. Cum enim DH ad circumferentiam DC eandem proportionem habeat, quam tota CM , hoc est AB ad circumferentiam ADC propter lineam spiralem in cylindri superficie descriptam, habeatque EF ad DC eandem proportionem, quam AB ad circumferentiam ADC expositione; habebit DH ad DC eandem proportionem, quam EF ad DC , ac propterea DH ipsi EF , hoc est ipsi EI æqualis erit.

PROBLEMA VI PROPOSITIO XXIX.

Potest etiam illud per lineam spiralem in plano descriptam resolui simili ratione.

Sit enim rectæ lineæ BF ad circumferentiam DC proportio eadem, quæ ipsius AB ad circumferentiam ADC . & in quo tempore recta linea AB circa B punctum mota pertransit circumferentiā ADC , punctum, quod est in ea incipiens a B peruenit ad C , ipsius AB positionem assumens & faciat lineam spiralem BGA .



est igitur ut AB ad BG , ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD : & permutando ut BA ad circumferentiam ADC , ita BG ad CD circumferentiam. Sed & BF ad CD eandem proportionem habet. æqualis igitur est BG ipsi EF . ducatur ad planum perpendicularis GK , ipsi BG æqualis. ergo punctum K est in superficie cylindrica; in qua est linea spiralis. sed est etiam in superficie conica. iuncta enim BK in conica sit superficie, quæ per dimidium recti inclinata est ad subiectum planum, ducta per datum punctum B . ergo ad lineam est ipsum K . ducatur per K ipsi BB parallela LKI , & ad planum perpendiculares erigantur BL , BI in $\pi\lambda\eta\kappa\tau\omicron\epsilon\iota\delta\epsilon\iota$. igitur est superficie LKI . fertur enim per rectam lineam BL , & per lineam spiralem positione datam. ergo K & I sunt in superficie. Sed & in plano. est enim FE ipsi BI æqualis, quoniam & ipsi BG . & sit positione FI , FI quippe quoad BC est perpendicularis. ad rectam igitur lineam est punctum I . ergo & B . & manifestum est, si angulus ABC sit rectus, lineam quadrantem, de qua proxime dictum est, oriri.

COMMENTARIVS.

Et in quo tempore recta linea AB circa B punctum mota pertransit circumferentiam ADC , punctum quod in ea est, incipiens a B , peruenit ad C , ipsius AB positionem assumens] Hæc pertinet ad descriptionem lineæ spiralis in plano, de qua superius dictum est.

Est igitur ut AB ad BG , ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD] hoc linea spiralis in plano descriptæ peculiare est accidens, ut ipse etiam adnotauit.

Ergo punctum K est in superficie cylindrica in qua est linea spiralis] recta enim linea a puncto H , quod est in superficie cylindrica, & in linea spirali ducta æquidistans ipsi BD , occurrit lineæ GK in puncto K , cum GK sit æqualis ipsi BG , hoc est LF , & ob id ipsi etiam DH .

h descripta ad circumferentiam KL , eandem habeat circumferentia LH ad ipsam HO . Dico si exponatur quarta pars maximi circuli in sphaera descripti, cuius circumferentia ABC , & centrum D ; iungatur CA ; vt dimidia sphaerae superficies ad superficiem, quae inter lineam spiralem $HOIK$, & circumferentiam HNK interijcitur, ita esse $ABCD$ sectorem ad circuli portionem ABC . ducatur enim recta linea circumferentiam contingens CEF , & circa centrum C per A describatur circumferentia AEE . aequalis igitur est $ABCD$ sectori sectori $AEEC$: angulus enim ad punctum D duplus est anguli ACE , & quadratum, quod sit ex DA dimidium est eius, quod ex AC . Dico igitur, & vt iam dictae superficies inter se sunt ita esse $ABEC$ sectorem ad portionem circuli ABC . & quae pars est circumferentia KL totius circuli circumferentiae, eadem pars sit circumferentia EB ipsius EA . iungaturque EC . erit & circumferentia BC ipsius ABC eadem pars. quae autem pars est KL totius circumferentiae, eadem est & HO ipsius HOL . atque est aequalis HOL ipsi ABC . ergo HO ipsi BC est aequalis. Describatur circa punctum H circumferentia ON : & per B circa centrum C describatur BO . Quoniam igitur vt superficies sphaerica LKH ad superficiem OHN , ita tota dimidia sphaerae superficies ad superficiem portionis sphaerae, cuius ea, quae ex polo est HO ; vt autem dimidia sphaerae superficies ad superficiem portionis sphaerae, ita est quadratum rectae lineae, quae HL puncta coniungit ad quadratum eius, quae coniungit HO : hoc est quadratum ex EC ad OD , quod sit ex CB quadratum: erit & vt sector in superficie sphaerae LKH ad sectorem OHN , ita sector HEC ad sectorem BEC . Similiter demonstrabimus, & vt omnes in dimidia sphaera sectores aequales sectori KLH . qui scilicet sunt tota dimidia sphaerae superficies ad sectores circa lineam spiralem descriptos; respondentesque ipsi NHO , ita esse omnes sectores in AEC ipsi EEC aequales, hoc est totum AEC sectorem ad sectores descriptos circa portionem circuli ABC , qui ipsi BEC respondent. Eodem modo ostendetur, & vt dimidia sphaerae superficies ad sectores inscriptos lineae spirali, ita esse sectorem AEC ad sectores portioni ABC inscriptos. quare & vt dimidia sphaerae superficies ad superficiem, quae inter lineam spiralem, & circumferentiam HNK interijcitur, ita erit sector AEC , hoc est quarta pars circuli $ABCD$ ad ABG portionem. Itaque concluditur ex hoc superficiem, quae inter lineam spiralem, & circumferentiam HNK interijcitur, portionis circuli ABC octuplam esse. quoniam & dimidia sphaerae superficies sectoris $ABCD$ est octupla. Superficies autem inter lineam spiralem, & basin dimidia sphaerae interiecta octupla est trianguli ACD . hoc est aequalis ei, quod a diametro sphaerae fit, quadrato.

C O M M E N T A R I V S.

Et praeterea dum punctum fertur in vno latere, superficiem describente] Hoc dictum est, propter lineam spiralem, quae in superficie conica, & cylindra describitur. in quo enim tempore punctum latus conici, vel cylindri pertransit, in eo & dictum latus fertur in superficie conici vel cylindri, quod rursus in eundem locum, a quo moueri coeperat, restituatur.

Atque a puncto H maximi circuli quarta pars describatur HNK] Hoc est describatur quarta pars circumferentiae maximi circuli.

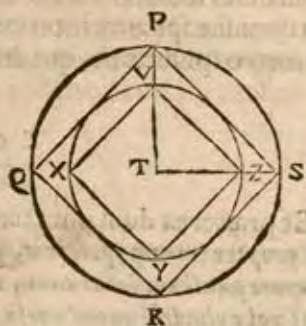
Et quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H descripta ad circumferentiam KL , eandem habeat circumferentia LH ad ipsam HO] Sit autem nunc circumferentia LH quadrupla circumferentiae HO . quoniam posita est tota maximi circuli circumferentia KLM circumferentiae KL quadrupla.

Aequalis igitur est $ABCD$ sectori sectori $AEEC$: angulus enim ad punctum D duplus est anguli ACE , & quadratum, quod sit ex DA dimidium est eius, quod ex AC] Quoniam enim circulus, cuius semidiameter AD dimidius est eius, cuius semidiameter AC . Sunt enim circuli inter sese vt diametrorum, vel semidiametrorum quadrata; erit quarta pars circuli, cuius semidiameter AD aequalis octauae parti circuli, cuius semidiameter AC . Sed $ABCD$ sector est quarta pars circuli, cuius semidiameter AD , & sector $AEEC$ octaua pars eius, cuius semidiameter AC , etenim angulus ADC rectus est; & angulus ACE dimidius recti, cum sit aequalis angulo CAD . quare sequitur sectorem $ABCD$ sectori $AEEC$ aequalem esse.

Dico igitur, & vt iam dictae superficies inter se sunt, ita esse $ABEC$ sectorem ad portionem circuli ABC] Hoc est dico vt dimidia sphaerae superficies ad superficiem, quae inter spiralem lineam $HOIK$, & circumferentiam HNK interijcitur, ita esse $ABCD$ sectorem hoc est sectorem $ABEC$ ipsi aequalem ad portionem circuli ABC .

Et quae

- F** Et quæ pars est circumferentia KL totius circuli circumferentiæ, eadem pars sit circumferentia FE ipsius FA .] Sit autem circumferentia EB quarta pars ipsius FA circumferentiæ, quoniam & KL circumferentia eadem pars est circumferentiæ totius circuli.
- G** Erit & circumferentia BC ipsius ABC eadem pars.] Quoniam enim est, ut circumferentia EF ad circumferentiam FA , ita angulus ECF ad FCA angulum. & ut angulus ECF ad FCA angulum, ita circumferentia BC ad circumferentiam CA : erit ut circumferentia EF ad circumferentiam FA , ita circumferentia BC ad CA circumferentiam. Sed circumferentia EF quarta pars est circumferentiæ FA . ergo & circumferentia BC circumferentiæ CA eadem pars erit.
- H** Quoniam igitur ut superficies sphaerica LKH ad superficiem OHN , ita tota dimidiæ sphaeræ, superficies ad superficiem portionis sphaeræ, cuius ea, quæ ex polo est HO .] Ex 15. quinti libri elementorum, est enim superficies sphaerica LKH , hoc est sector in superficie sphaeræ LKH , quarta pars superficiei dimidiæ sphaeræ, & sector OHN portionis sphaeræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO , eadem pars. Græcus codex corruptus est, ut puto, qui sic habet. ἡ ἐκ τοῦ ἡμισφαίριου διπλάσια πρὸς τὴν Γ ἡμισφαίριου διπλάσια δ' ἐκ τῆς πόλεως ὅτιν ἡ θ . Sed legendum erit ἡ ἐκ τοῦ ἡμισφαίριου διπλάσια πρὸς τὴν Γ τμήματος διπλάσια δ' ἐκ τῆς πόλεως ὅτιν ἡ θ .
- K** Ut autem dimidiæ sphaeræ superficies ad superficiem portionis sphaeræ, ita est quadratum rectæ HL neæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO , hoc est quadratum ex BC ad id quod fit ex CB quadratum.] Nam superficies dimidiæ sphaeræ ex ijs, quæ Archimedes demonstravit in primo libro de sphaera, & cylindro propositione 31. dupla est circuli in sphaera maximi, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HL : & superficies portionis sphaeræ cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO , cum sit equalis circulo, cuius semidiameter est HO ex demonstratis ab Archimede eodem in loco propositione 40. dupla est eius circuli, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HO , ut mox demonstrabitur. Quare ut superficies dimidiæ sphaeræ, ad superficiem portionis sphaeræ cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO , ita est circulus in sphaera maximus ad circulum, in quo quadratum describitur, cuius latus est HO . Ut autem circulus ad circulum, ita est quadratum ad quadratum. ergo ut superficies dimidiæ sphaeræ, ad superficiem portionis sphaeræ cuius ea, quæ ex polo est HO , ita est quadratum rectæ lineæ HL ad quadratum rectæ HO .
- Sit circulus $PQRS$ circa centrum T , cuius semidiameter sit equalis rectæ lineæ HO , & in eo quadratum $PQRS$. rursus in quadrato $PQRS$ describatur alius circulus $VXYZ$, & in eo quadratum $VXYZ$. erit circulus $PQRS$ circuli $VXYZ$ duplus, quoniam, & quadratum $PQRS$ duplum est quadrati $VXYZ$, quod nos in commentarijs in secundam proportionem duodecimi libri elementorum demonstravimus. Dico semidiameterum circuli $PQRS$ equalem esse lateri quadrati $VXYZ$, hoc est rectam lineam PT ipsi VX esse equalem. quod quidem manifeste patet. Quoniam enim quadratum ex PS æquale est duobus quadratis ex PT , TS , erit quadratum ex PS quadrati ex PT duplum. Sed est etiam duplum quadrati ex VZ . ergo quadratum ex PT æquale est quadrato ex VZ . & ob id recta linea PT rectæ VZ equalis. Circulus autem $PQRS$ est equalis superficiei portionis sphaeræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO . quare superficies dimidiæ portionis dupla est eius circuli, in quo quadratum describitur cuius latus est recta linea HO . quod oportebat demonstrare. Græcus codex. ἀπὸ τῆς ἐκ τῆς θ $\tau\alpha$ $\theta\omega\iota$ τὸ ἀπὸ τῆς $\epsilon\gamma$ τετραγώνου. Sed corrigendum πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τῆς θ $\tau\alpha$ $\theta\omega\iota$, τῆς $\epsilon\gamma$ τὸ ἀπὸ τῆς $\epsilon\gamma$ τετραγώνου.
- L** Erit & ut sector in superficie sphaeræ LKH ad sectorem OHN , ita sector EFC ad sectorem BGC .] Sequitur ex iam dictis per 11. quinti elementorum, ut sector in superficie sphaeræ LKH ad sectorem OHN , ita esse quadratum ex BC ad quadratum ex CB . Sed ut quadratum ex BC ad quadratum ex CB , ita est sector EFC ad sectorem BGC . quod nos supra demonstravimus. Ut igitur sector in superficie sphaeræ LKH ad sectorem OHN , ita sector EFC ad BGC sectorem.
- M** Quoniam, & dimidiæ sphaeræ superficiei sectoris $ABCD$ est octupla.] Est enim superficies dimidiæ sphaeræ dupla maximi in sphaera circuli, hoc est circuli eius, cuius quarta pars est sector $ABCD$.
- N** Hoc est æqualis ei, quod a diametro sphaeræ fit, quadrato.] Quadratum enim, quod fit a diametro sphaeræ duplum est quadrati, cuius latus est AC . triangulum autem ACD , huius ipsius



ipſius quadrati quarta pars eſt. ex quo ſequitur, quadratum diametri ſphærae trianguli ACD octuplum eſſe.

Antiqui Geometræ datum angulum rectilineum tripartito ſecare volentes ob hanc cauſam hæſitarunt. Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus, & eorum alia quidem plana, alia ſolida, alia vero linearia appellari. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito dicuntur plana; lineæ enim per quas talia problemata inveniuntur, in plano ortum habent. Quæcumque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua conſeſſione, vel etiam pluribus, ſolida appellata ſunt, quoniam ad conſtructionem ſolidarum figurarum ſuperficiebus videlicet conicis vii neceſſarium eſt. Relinquitur tertium genus problematum, quod lineare appellatur; lineæ enim aliæ præter iam dictas in conſtructionem aſſumuntur, quæ varium, & difficilem ortum habent, ex inordinatis ſuperficiebus, & motibus implicatis factæ. Eiſmodi vero ſunt etiam lineæ, quæ in locis ad ſuperficiem dictis inveniuntur, & aliæ quædam magis variæ, & mutæ a Demetrio Alexandrino ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐπιτάξεσι hoc eſt in linearibus aggreſſionibus, & a Philone Tyaneo ex implicatione πλεκτοειδῶν, & aliarum varij generis ſuperficierum inuentæ, quæ multa, & admirabilia ſymptomata continent. & nonnullæ ipſarum iunioribus dignæ exiſtimatæ ſunt, de quibus longus ſermo haberetur. Vna autem aliqua ex ipſis eſt, quæ & admirabilis a Menelao appellatur.

Ex hoc genere ſunt lineæ helices, & quadrantes, & conchoides, & ciſſoides. videtur autem quodammodo peccatum non paruum eſſe apud Geometras, cum problema planum per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur. & vt ſummatim dicam, cum ex improprio ſoluitur genere, quale eſt in quinto libro conicorum Apollonij problema in parabola: & in libro de lineis ſpiralibus Archimedis: aſſumpta ſolida inclinatio in circulo. fieri enim poteſt, vt nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus. Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam demonſtrare æqualem rectæ lineæ, quæ a principio lineæ ſpiralis ad rectos angulos ducitur ei, quæ eſt circulationis principium, & a recta linea ſpiralem contingente terminantur: Itaque cum huiusmodi fit problematum differentia, antiqui Geometræ problema iam dictum in angulo, quod natura ſolidum eſt, per plana inquirentes inuenire non potuerunt. nondum enim ipſis cognitæ erant conſeſſiones, & ob eam cauſam hæſitarunt. Poſtea vero angulum tripartito diuiferunt ex conicis, ad inuentionem inſcripta inclinatione vtentes.

COMMENTARIVS.

Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus] De his A eadem ferè in tertio libro conſcripta ſunt.

Quæcumque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua conſeſſione] B Græcus codex ὅσα δὲ λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς τομῆς. Nos corrigendum diximus εἰς τὴν χρεωστικὴν.

Fieri enim poteſt, vt nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus] C Vitellio enim in primo libro perſpectiue propoſitione 128. problema illud per rectas lineas, & circuli circumferentiam abſoluit.

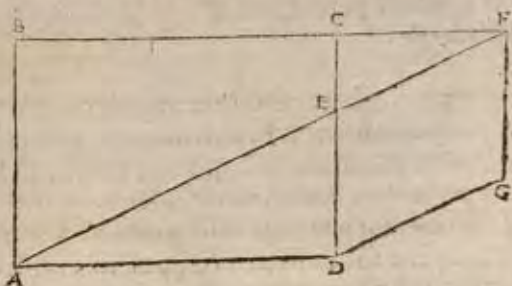
Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam, &c] Græcus D codex λέγει δὲ &c. τὴν πρὸς ὀρθὰς ἀγομένην εὐθεῖαν τῆς γένεσος τῆς τῆ ἐκ ἱσφατομένης τῆς ἐλικοῦς. Nos ex ipſo Archymede hunc locum reſtituimus. quam vero Arch. medes τὰν ἀρχὴν τῆς περιφορᾶς, Pappus τὴν ἐκ τῆς γένεσος videtur appellare; tum hic, tum inferius propoſitione 35 Sed fortaffe ſic legendum erit. τὴν ἐκ τῆς γένεσος καὶ παραταμίαν ἐπὶ τῆς ἱσφατομένης τῆς ἐλικοῦς.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XXXI.

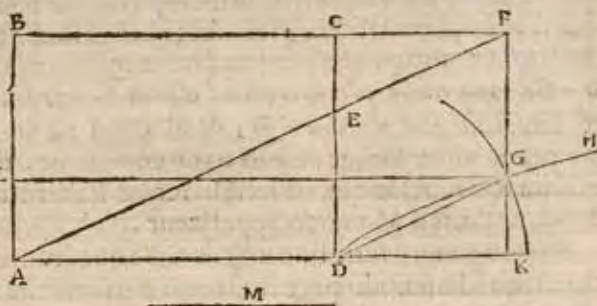
Dato parallelogrammo rectangulo $ABCD$, & producta BC , opus ſit du. A cere rectam lineam AE , & facere EF data rectæ lineæ æqualem.

Factum

- B Factum iam sit, & ipsis EF, ED parallelae ducantur DG, GF. Quoniam igitur data est EF, & est equalis ipsi DG, erit etiam DG data: & datum est punctum D. ergo G est ad circumferentiam circuli positione datam. Et quoniam rectangulum BCD datum est, atque est aequale rectangulo contento BF, DE; datum erit, & quod BF, DE continetur, hoc est rectangulum BFC.
- E punctum igitur G est ad hyperbolen, sed etiam ad circuli circumferentiam positione datam. ergo & ipsum G datum erit.



Componetur autem problema hoc modo. Sit datum parallelogrammum ABCD: & recta linea M magnitudine data. sit autem ipsi aequalis DK, & per D quidem circa asymptotos ABC hyperbole describatur DGH; hoc enim deinceps ostendemus: per K vero circa centrum D describatur circuli circumferentia KG, secans hyperbolen in puncto G: & ducta GF ipsi DC parallela, iungatur FA. Dico BF rectae lineae M equalem esse. Iungatur enim GD, & ipsi KA parallela ducatur GL. rectangulum igitur FGL, hoc est BFG equale est rectangulo CDA, hoc est BCD.



14. sexti. 9. quinti. quare ut FB ad BC, videlicet ut CD ad DE, ita DC ad FG. ergo BD est equalis FG, & ideo parallelogrammum est DEFG. est igitur BF ipsi DG, hoc est DK, hoc est ipsi M aequalis.

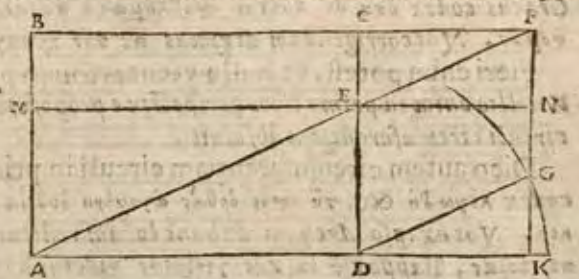
COMMENTARIUS.

- A Et producta BC opus sit ducere rectam lineam AB, & facere BF datae rectae lineae aequalem.] Hoc est producta BC opus sit ducere rectam lineam AEF, quae cum BC conveniat in puncto F, ita ut EF sit data recta linea equalis.

- B Et ipsis EF, ED parallelae ducantur DG, GF.] Graecus codex καὶ τὰς εἰς ξ, ξ δ παραλλήλοις ἡχῶσαν αἰ δ η, η θ. Sed legendum καὶ τὰς εἰς ζ, ε δ παραλλήλοις ἡχῶσαν αἰ δ η, η ζ.

- C Ergo G est ad circumferentiam circuli positione datam.] Nam si centro D, & intervallo DK circuli circumferentia describatur, erit ea positione data: & per punctum G transibit.

- D Et quoniam rectangulum BCD datum est, atque est aequale rectangulo contento BF, DE; datum erit, & quod BF, DE continetur, hoc est rectangulum BFC.] Ducatur per E recta linea MEN ipsi ECF parallela, erit ex 43. primi libri elementorum rectangulum BCE aequale rectangulo DEN, hoc est ei, quod DE, CE continetur. Cum igitur rectangulo contento BF, DE equalia sint duo rectangula, videlicet rectangulum BC, DE contentum, hoc est ADB; & contentum CF, DE. hoc est BCE ipsi aequale: erit totum rectangulum BCD aequale ei, quod BF, DE, hoc est quod BF, FG continetur. Graecus codex καὶ εἴναι ἴσον τὸ ὑποβ ε, ζ δ. δὲν ἄρα καὶ τὸ ὑποβ ε ζ δ, ταῦτα τὸ ὑποβ θ η. Sed ita legendum arbitror. καὶ εἴναι ἴσον τὸ ὑποβ ζ ε δ δὲν ἄρα καὶ τὸ ὑποβ ζ ε δ ταῦτα τὸ ὑποβ θ η.



- E Punctum igitur G est ad hyperbolen.] Ex conuersa 12. secundi libri conicorum Apollonij. sequitur enim ut punctum G sit ad hyperbolen eandem, in qua est punctum D. Graecus codex τὸ ἡ ἔρα ὅπως ὑπερβολῇ ego legerem ὅπως ὑπερβολῇ. Ut alibi sapius.

- F Rectangulum igitur FGL, hoc est BFG equale est rectangulo CDA, hoc est BCD.] Ex 12. secundi libri conicorum Apollonij.

- G Quare ut FB ad BC, videlicet ut CD ad DE, ita DC ad FG.] Est enim ut FC ad CB, ita FB

ita FE ad EA : componendoque ut FB ad BC , ita FA ad AB : & ob similitudinem triangulorum CFE , AED , ut FE ad EA , ita CB ad ED . & rursus componendo ut FA ad AB , ita CD ad DE . Ut igitur FB ad BC , ita erit CD ad DE . 2. sexti. 11. quinti

PROBLEMA VIII PROPOSITIO XXXII.

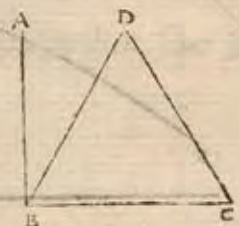
Hoc autem demonstrato . datus angulus rectilineus tripartito secabitur in hunc modum.

Sit enim primum angulus acutus ABC , & ab aliquo puncto F ducatur perpendicularis AC : completoq; parallelogrammo CF producat FA vsque ad E . Cum igitur parallelogrammum rectangulum sit, ponatur inter



EAC recta linea ED tendens in B , quæ duplæ ipsius AB sit æqualis . hoc enim fieri posse iam demonstratū est . Itaque dati anguli ABC , dico tertiam partem esse BEC . secetur ED bifariam in puncto G , & AG iungatur . Tres igitur rectæ lineæ DG , GA , GB æquales sunt : & DB dupla ipsius AG . Sed & ipsius AB est dupla . ergo BA est æqualis AG , & ABD angulus angulo AGD æqualis . angulus autem AGD est duplus anguli AED , hoc est ipsius BEC . Quod si angulum ABD bifariam secemus, erit angulus ABC tripartito sectus .

Si vero datus angulus sit rectus, assumemus quandam rectam lineam BC atque ab ipsa triangulum æquilaterum BDC describemus . & angulum, quem ipsa DC subtendit, bifariam secantes, habebimus angulum ABC tripartito sectum . At si angulus obtusus sit, ipsi BC ad rectos angulos ducatur BD : & anguli quidem BDC assumatur tertia pars DBF ; anguli vero ABD itidem tertia pars assumatur EBD . hæc enim a nobis ante demonstrata sunt . ergo totius anguli ABC tertia pars erit BF . & ipsi BBF æqualem constituentes ad utramque ipsarum AB , BC , datum angulum tripartito secuerimus.



COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri posse iam demonstratum est] In antecedente .

Tres igitur rectæ lineæ DG , GA , GB æquales sunt] Nam si centro G & intervallo GE circulus describatur, transibit per puncta A , D angulus enim EAD est rectus . ergo DG , GE , GA inter se æquales sunt, necesse est .

Atque ab ipsa triangulum æquilaterum BDC describemus] Trianguli enim æquilateri angulus videlicet BDC duas recti tertias continet . ergo angulus ABD ipsius ABC tertia pars est .

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XXXIII.

Problema autem positum nunc resoluemus.

COMMENTARIVS.

Et a puncto D ducatur ADC hyperbolen contingens] *Rectius, ut opinor, diceretur, A*
 & per punctum D ducatur ADC, &c.

Erunt igitur GD, DH positione datae] *Ex 26. & 28. libri datorum Euclidis.*

Et datum punctum H] *Ex 25. Datorum eiusdem.*

Hæc enim in secundo libro conicorum demonstrata sunt] *In positione tertia.*

Et data est BH] *ex 26. Datorum.*

Data igitur & HA] *Ex 2. Datorum.*

Quare & A est datum] *Ex 27. Datorum.*

Ergo quadratum, quod fit ex AC est datum] *Græcus codex ὅτι καὶ τὸ δ γ δὲν ἔστι. H*
ego legerem ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ α γ δὲν ἔστι.]

Et æquale est figuræ ad GD constitutæ] *Est enim quadratum ex AD quarta pars qua-*
drati ex AC, & itidem quarta pars figuræ, quæ ad GD constituitur. quadratum igitur ex AC
figuræ ad GD constitutæ æquale erit.

Ergo rectum figuræ latus est datum] *Ex 57. Datorum.*

Cuius ea, iuxta quam possunt, sit recta linea K] *Græcus codex, ἡς καὶ τὸ δὲν ἔστι. M*
ἔστι ἡ λοιπὴ εὐθεία ego legendum puto ὅτι εὐθεία.

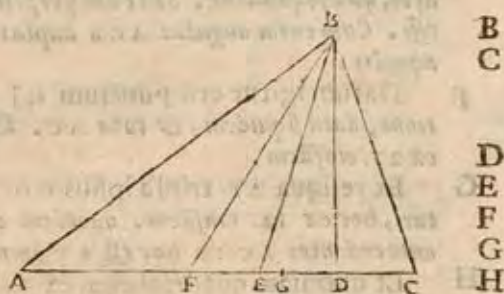
Hoc autem resolutum est in primo libro conicorum] *Videlicet in propositione 53.*

PROBLEMA X. PROPOSITIO XXXIV.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abscinditur sine inclinatione A
 per solidum locum huiusmodi.

Sit recta linea positione data, quæ per AC
 ducitur: & a datis in ea punctis AC inflectatur
 ABC, quæ faciat angulum ACB duplum anguli
 CAB. Dico punctum B esse ad hyperbolen.
 Ducatur perpendicularis BD, & ipsi CD æqua-
 lis abscindatur DB. ergo iuncta BB æqualis erit
 BA, ponatur etiam ipsi DB æqualis BF. quare
 FC tripla est CD. sit & AC ipsius CG tripla. da-
 tum igitur erit punctum G; & reliqua AF tri-
 pla ipsius GD. & quoniam quadratorum ex BE
 BF excessus est quadratum ex BD; est autem & rectangulum DAF eorundem excessus;
 rectangulum DAF, hoc est quod ter ADG continetur, quadrato ex BD æquale erit.
 ergo punctum B est ad hyperbolen, cuius transversum quidem latus figuræ ad axem
 constitutæ est AG, rectum vero ipsius AG tripla. Et manifestum est punctum C ab-
 scindere ad verticem sectionis rectam lineam CG, quæ est dimidia transversæ lateris si-
 guræ, videlicet ipsius AG.

Compositio autem manifesta est; oportebit enim rectam lineam AC ita secare, ut AG
 sit dupla ipsius GC: & circa axem AG per G hyperbolen describere, cuius rectum si-
 guræ latus sit ipsius AG tripla. & ostenditur eam facere duplam angulorum propor-
 tionem, quam diximus. perspicue etiam constat hyperbolen ita descriptam datæ circu-
 ferentiæ tertiam partem abscindere, si modo puncta AC termini circumfe-
 rentiæ ponantur.



COMMENTARIVS.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abscinditur sine inclinatione per solidum A
 locum huiusmodi] *Solidos locos appellare consueverunt Geometre, quando lineæ per quas*
problema resolutur, à solidorum sectione ortum habent, quales sunt conicæ sectiones, & aliæ
nonnullæ. Vtitur autem hoc loco hyperbole. neque enim ab uno duntaxat puncto, sed à
pluribus

pluribus problema efficitur, quod inferius perspicue apparet. Græcus codex $\chi\alpha\rho\iota\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \nu\epsilon\upsilon\sigma\epsilon\omega\varsigma$ sed legendum $\chi\alpha\rho\iota\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \nu\epsilon\upsilon\sigma\epsilon\omega\varsigma$.

B Sit recta linea positione data, quæ per A c ducitur] Hic incipit resolutio problematis, in quo primum queri videtur, datum angulum tripartito secare, quamquam ex eo, & data circumferentia tripartito secari possit.

C Inflectatur ABC, quæ faciat angulum ACB duplum anguli CAB] Græcus codex $\kappa\epsilon\lambda\lambda\acute{\alpha}\sigma\theta\iota\ \eta\ \alpha\beta\gamma$ διπλασίαν ποίῃσα τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τῆς ὑπὸ γαβ legendum autem $\kappa\epsilon\lambda\lambda\acute{\alpha}\sigma\theta\iota\ \delta\ \alpha\beta\gamma$ διπλασίαν ποίῃσα τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τὴν ὑπὸ γαβ.

D Ducatur perpendicularis BD, & ipsi CD æqualis abscindatur DE] cum perpendicularis BD cadit inter A & C, ut in prima figura, abscinditur DE ex parte A; cum vero cadit extra C, ut in secunda figura, abscinditur ex altera parte: & ita intelligendum de linea BF. quod si cadat in ipsum C, neque puncto E, neque puncto F ad demonstrationem opus erit.

E Ergo iuncta BE æqualis erit EA] Quoniam enim ED est æqualis DC, & BD utrique communis, angulique ad D recti; erit & basis EB basi BC æqualis, & angulus BEC æqualis angulo BCE, quare BEC est duplus angulis BAE, & est æqualis utrisque BAB ABE, ergo & ipsi inter se sunt æquales, & æqualia, quæ ipsis subtenduntur latera BB, BA, & ita quidem argumentabimur, cum perpendicularis BD cadit inter A & C.

Cum autem extra cadit, ut in secunda figura, hoc modo. quare reliquus ex duobus rectis BEF æqualis est angulo BCA & idcirco duplus anguli BAE, & alia, quæ sequuntur. Sed cum perpendicularis cadit in C, sequitur AC, CB inter se æquales esse. Cum enim angulus ACB duplus sit anguli BAC, erit reliquus ABC ipsi BAC necessario æqualis.

F Datum igitur erit punctum G] Data enim erit magnitudine CG ex 2. datorum, & positione, data siquidem, & tota AC. Quod, cum datum sit punctum C, etiam ipsum G dabitur ex 27. eiusdem.

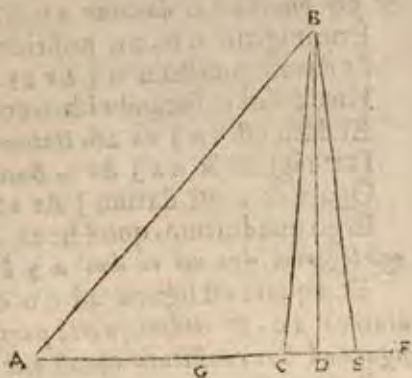
G Et reliqua AF tripla ipsius GD] Ex 19. quinti elementorum. At in secunda figura sequitur, hoc ex 12. eiusdem. quoniam enim AC est tripla CG, & FC tripla CD, erunt omnes antecedentes AC, CF hoc est AF omnium consequentium GC, CD, hoc est GD tripla.

H Et quoniam quadratorum ex BE, EF excessus est quadratum ex ED] Facta est enim FE æqualis ED; quadratorum vero ex BE, EF excessus est quadratum ex ED, quod quadrata ex BD, DE quadrato ex EE sint æqualia ex 47. primi libri elementorum. Græcus codex $\kappa\alpha\iota\ \delta\tau\iota\ \tau\omicron\ \alpha\pi\omicron\ \beta\epsilon, \epsilon\zeta\ \upsilon\pi\epsilon\rho\chi\eta\iota\ \delta\epsilon\iota\upsilon$. Sed legendum puto, $\kappa\alpha\iota\ \delta\tau\iota\ \tau\omicron\ \alpha\pi\omicron\ \beta\epsilon, \epsilon\zeta\ \upsilon\pi\epsilon\rho\chi\eta\iota\ \delta\epsilon\iota\upsilon$ τὸ ὑπὸ βδ.

K Est autem, & rectangulum DAF eorundem excessus] Nam cum recta linea DF bifariam secetur, in puncto E, atq; ei adijciatur FA erit rectangulum DAF una cum quadrato ex FE æquale ei, quod sit ex CA quadrato, ex 6. secundi libri elementorum. ergo rectangulum DAF est excessus quo quadratum ex AE, hoc est quadratum ex EE superat quadratum ex EF. Quare colligitur rectangulum DAF quadrato ex BD æquale esse. In secunda vero figura ita dicemus. Quoniam recta linea FD bifariam secatur in E, atque ei adijciatur DA, rectangulum EAD una cum quadrato ex DE æquale est quadrato ex EA, & reliqua, quæ sequuntur.

L Rectangulum DAF, hoc est, quod ter ADG continetur, quadrato ex BD, æquale erit] Quoniam AF tripla est ipsius GD, sumpta communi altitudine AD, erit rectangulum DAF rectanguli ADG triplum. ergo quod ter continetur ADG rectangulo DAF æquale erit.

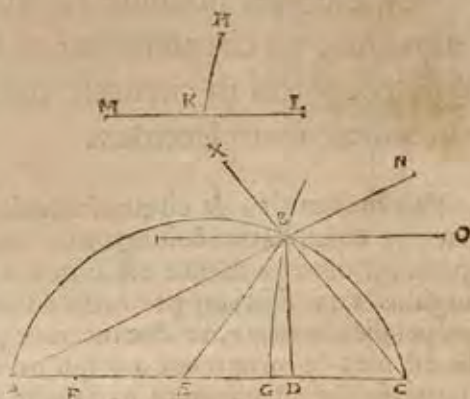
M Ergo punctum B est ad hyperbolen cuius, &c. Cum enim rectangulum DAF, hoc est quadratum ex BD triplum sit rectanguli ADG, habebit quadratum ex BD ad rectangulum ADG proportionem eandem, quam figura rectum latus ad transversum. quare ex conueta 21. primi libri conicorum punctum B in hyperbola erit. At sit perpendicularis cadit in C, ut in tertia figura, ita argumentabimur. Quoniam AC tripla est ipsius CG, habebit quadratum ex AC, hoc est quadratum ex BC ad rectangulum ACG triplam proportionem, nempe eam, quam rectum



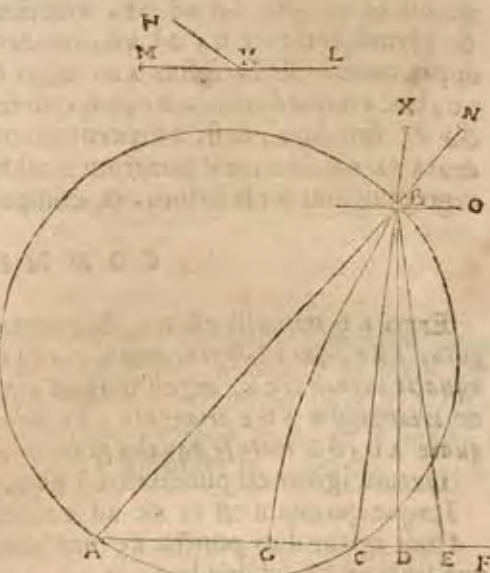
rectum figure latus habet ad transversum, ac propterea punctum n in hyperbola sit necesse est.

Et manifestum est punctum c abscindere ad verticem sectionis rectam lineam cg , N quæ est dimidia transversus lateris figuræ. Facta est enim ac ipsius cg tripla. ergo cg , quæ inter punctum c & verticem sectionis interjicitur transversus lateris figuræ dimidia erit.

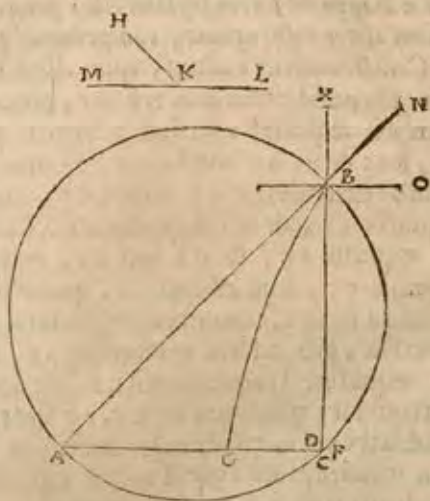
Compositio autem manifesta est. Sit recta linea ac positione, & magnitudine data, quæ ita secetur in puncto g , ut ag sit dupla ipsius gc , datus autem angulus rectilineus, quem tripartito secare oporteat, sit hkl : & producta lk ad m , erit angulus hkm reliquus ex duobus rectis etiam datus. Itaque in data recta linea ac describatur portio circuli capiens angulum dato angulo hkm aequalem: & circa axem ag per g describatur hyperbole, cuius transversum quidem figuræ latus sit ag , rectum vero ipsius ag triplum, & secet circuli circumferentiam in b deinde a puncto b ad ac perpendicularis ducatur; quæ vel cadet intra punctum c , vel extra, vel in ipsum c . cadat primum intra, vel extra, & sit bd . & ipsius dg tripla sit af , & id bisariam in puncto b secetur: iunganturque ab , be , bc quadratum igitur ex bd ad rectangulum gda eandem proportionem habet quam figuræ rectum latus ad transversum, ex 21. 1. lib. conicorum, & ideo quadratum ex bd triplum est rectanguli gda , rectangulum autem daf est eiusdem triplum, quod af tripla sit ipsius gd . ergo rectangulum daf quadrato ex bd æquale erit. Sed quadratum ex bd est excessus, quo quadratum ex bc superat quadratum ex ed rectangulum autem daf est excessus, quo quadratum ex ab superat quadratum ex be , hoc est quadratum ex ed . Est enim rectangulum daf una cum quadrato ex be æquale quadrato ex ae . quare sequitur, ut quadratum ex ab quadrato ex be sit æquale ergo recta linea ac est æqualis bb , & angulus abb angulo bab . Cum igitur ab sit tripla ipsius gc , & af tripla gd erit reliqua fc ipsius cd tripla. & ob id fd dupla dc . Sed est etiam dupla ipsius ed . ergo ed , dc æquales sunt. ac propterea æquales inter se bb , bc : angulus bcb angulo bcc æqualis. Sed in prima figura angulus bcc , insecunda autem angulus bcb duplus est anguli bac . angulus igitur bca anguli cab est duplus: id, eoque circumferentia ab circumferentiæ bc dupla erit. Quod si perpendicularis cadat in punctum c , ostendetur similiter quadratum ex bd triplum rectanguli gda , & cum ac sit tripla cg , erit & quadratum ex ac rectanguli gca triplum, quadratum igitur ex ac æquale est quadrato ex cb : & recta linea ac rectæ cb , angulusque abc angulo bac æqualis. ergo angulus bca rectus anguli bac est duplus: & circumferentia ab dupla circumferentiæ bc . Itaque producantur ab , cb in puncta nx , & per b ducatur bo ipsi ac parallela. Dico angulum nbo anguli hkl dati tertiam partem esse. Quoniam enim circuli portio abc capit anulum æqualem dato angulo hkm , erit abc angulus, hoc est xbn angulo hkm æqualis, ergo reliquus ex duobus rectis nbc est æqualis ipsi hkl , angulus autem bca , hoc est cbo duplus est anguli cab , videlicet ipsius nbo , ut de-



4. dator.

33. tertij
element.

1. sexti

6. secund
dilib.

5. primi

vi. sexti

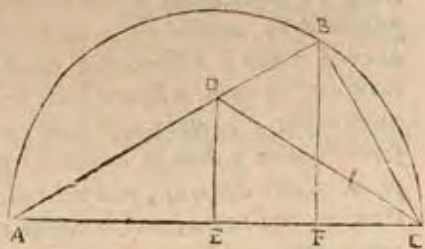
ut de-

ut demonstratum fuit. angulus igitur NEO tertia pars est anguli NEC ; hoc est HKL . At si angulum OBC bisariam secuerimus, erit datus angulus HKL tripartito sectus.

A L I T E R.

Expofuerunt nonnulli resolutionem eius problematis, in quo quaritur angulum, vel circumferentiam tripartito fecare sine inclinatione. Sit autem proportio in circumferentia, nihil enim differt siue angulum, siue circumferentiam fecemus.

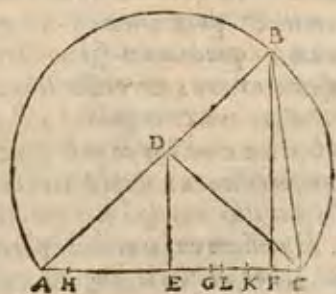
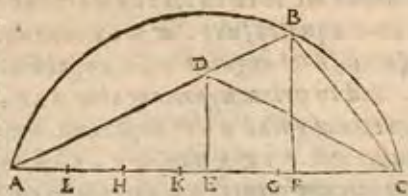
- Factum iam fit, & circumferentiæ ABC tertia pars BC abscindatur: & iungantur $\text{AB}, \text{BC}, \text{CA}$. angulus igitur ACB duplus est anguli BAC . secetur angulus ACB bisariam per rectam lineam CD : &
- A** perpendiculares DE, BF ducantur. ergo AD æqualis est DC ; & propterea AB ipsi BC est æqualis.
- B** datum igitur est punctum B . Itaque quoniam est ut AC ad CB , ita AD ad DB , videlicet AE ad BF ; & permutando ut CA ad AE , ita erit BC ad BF : dupla autem est CA ipsius AE . ergo & BC ipsius EF est dupla: & ideo quadratum ex BC , hoc est quadrata ex BF, FC quadrupla sunt quadrati ex EF . Cum igitur duo puncta BC sint data; & sit BF perpendicularis, sitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF, FC ; erit punctum B ad hyperbolen. Sed & ad circuli circumferentiam.
- E** ergo punctum B est datum. & compositio manifesta est.



C O M M E N T A R I V S.

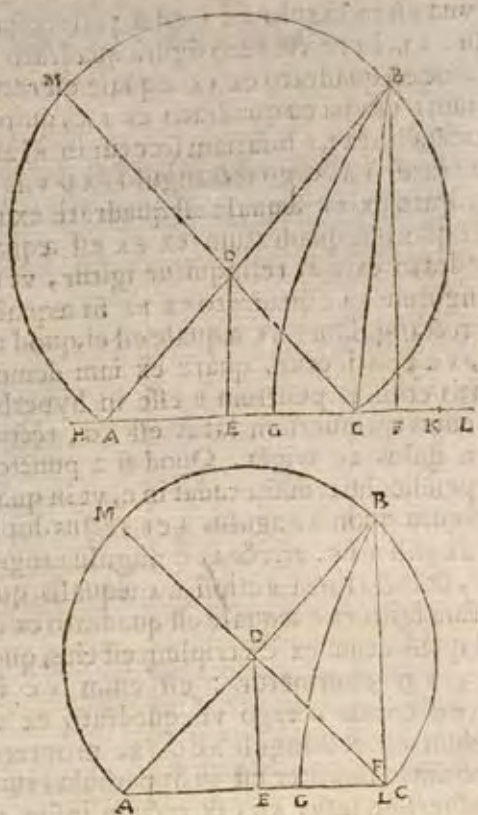
- A** Ergo AD æqualis est DC , & propterea AE ipsi EC est æqualis] Quoniam enim angulus ACB , qui est duplus anguli CAB , bisariam sectus est recta linea CD , erit angulus DAB æqualis angulo DCB , anguli vero ad E utrique recti sunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ADE triangulo EDC æquiangulum. Ut igitur ED ad DA , ita ED ad DC . quare AD, DC inter se æquales sunt. & eodem modo AE, EC æquales ostenduntur.
- B** Datum igitur est punctum B] Ex 7. & 27. Datorum.
- C** Itaque quoniam est ut AC ad CB , ita AD ad DB] Ex 3. sexti elementorum.
- D** Cum igitur duo puncta BC sint data, & sit BF perpendicularis, sitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF, FC ; erit punctum B ad hyperbolen] Demonstratur hoc a Pappo ad finem septimi libri propositione 237. Sed tamen nos id, quod propositum est,
- E** etiam aliter resolvemus, componemusque in hunc modum.

Construantur eadem, quæ dicta sunt, & ductis perpendicularibus DE, BF , ponatur ipsi quidem FE æqualis EH , ipsi vero CF æquales sint FK, KL : & sit AG dupla GC . Eodem quo supra, modo ostendetur AL tripla GF , atque erit AH æqualis CF , & AL æqualis HK . Cum enim AE sit æqualis EC , & HE ipsi EF , relinquetur AH æqualis FC , hoc est ipsi KL . quare in prima, & secunda figura, communi HL ablata, vel addita in tertia vero addita communi AK , erit AL ipsi HK æqualis. Itaque quoniam, ut ante demonstratum est, quadrata ex BF, FC sunt quadrupla quadrati ex FE , quadratum autem ex FH est eiusdem quadruplum, quod FE sit æqualis EH , erit quadratum ex FH æquale quadratis ex BF, FC . Sed in prima, & secunda figura quadrato ex FH æqualia sunt quadrata ex FK, KH . vna cum duplo rectanguli FKH , hoc est vna cum rectangulo FLA : est enim LF dupla ipsius FK , & LA æqualis KH . quadrato autem ex KH , hoc est quadrato ex



LA vna

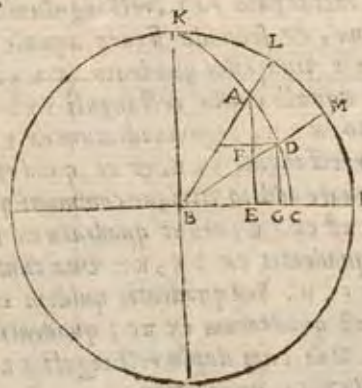
Intertia autem figura cum quadratum ex BF sit aequale rectangulo FAL, addito utrique communi quadrato ex C, hoc est ex FK, erunt quadrata ex BF, FC hoc est quadratum ex BC aequalia rectangulo FAL una cum quadrato ex FK: hoc est aequalia quadrato ex KA, hoc est quadrato ex FH. 6. secun. Quadratum igitur ex BC quadrato ex FH est aequale, & recta linea BC aequalis recta FH, & ob id BC ipsius FE dupla. ergo ut CA ad AE, ita BC ad FE: & permutando ut AC ad CB ita AB ad BF, hoc est AD ad DB. quare angulus ACD angulo DCB est equalis. At in quarta figura cum perpendicularis a puncto B cadit in C, erit propter hyperbolen quadratum ex BC triplum eius, quod AC, CG continetur. sed quadratum ex AC est eiusdem triplum, quod AC tripla sit ipsius CG. ergo quadratum ex AC quadrato ex CB est aequale, & ipsa AC aequalis CB. Et quoniam CE est dimidia ipsius AC, erit & ipsius BC dimidia. Rursus igitur, ut CA ad AE, ita est BC ad CE: & permutando ut AC ad CB, ita AB ad BC hoc est AD ad DB; quare angulus DCA angulo DCB est equalis. & producta CD ad circumferentiam in M, erit circumferentia CB aequalis circumferentiae BM. Quoniam igitur aequales sunt AB, EC, & DE utrique communis, angulique ad B recti, erit & basis AD basi DC aequalis, & triangulum ADE triangulo DBC simile ergo angulus DAC equalis est angulo DCA, & circumferentia CB circumferentiae AM. sed, etiam equalis erat circumferentiae BM. circumferentia igitur ABC in tres partes aequales AM, MB, BC secta est quod fecisse oportuit.



PROBLEMA XI. PROPOSITIO XXXV.

Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito secare solidum est, ut ante ostendimus, sed datum angulum, vel circumferentiam secare in datam proportionem lineare est, & à iunioribus demonstratum fuit: conscribetur tamen à nobis dupliciter.

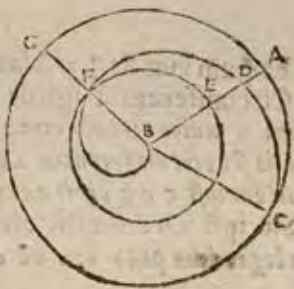
- A Sit enim circuli KLB circumferentia LH, & oporteat ipsam in datam proportionem secare. Ducantur ad centrum rectae lineae LB, BH. & ipsi BH ad rectos angulos attollatur BK, per K vero linea quadrans KADC describatur. & perpendicularis ducta AE secetur in F. ita ut AF ad FE datam proportionem habeat, in quam volumus angulum secare; & ipsi quidem BC parallela sit FD.
- B Iungatur autem BD, & DG perpendicularis ducatur.
- C Quoniam igitur ob lineam accedens est, ut AB ad DG hoc est ad FE, ita angulus ABC ad BDC angulum, erit diuidendo ut AF ad FE, hoc est ut data proportio, ita ABD angulus, ad angulum DBC, hoc est circumferentia LM ad MH circumferentiam.



ALITER

Altero autem modo circuli AGC secatur circumferentia AC .

Ducantur enim similiter ad centrum rectæ lineæ AB, BC , & per B linea spiralis describatur $BFD C$, cuius recta linea; quæ in ortu sumitur, sit CB . proportio autem DB ad BB sit eadem, quæ proportio data. & per B circa centrum B describatur circuli circumferentia EF , quæ lineam spiralem in puncto F secet. iunctaque BF ad G producat. est igitur propter lineam spiralem ut DB ad BF , hoc est ad BE , ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG : & diuidendo, ut DB ad BB , ita circumferentia AG ad ipsam GC . At proportio DB ad EB est eadem, quæ proportio data. proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit.



COMMENTARIVS.

Et oporteat ipsam in datam proportionem secare] *Vel legendum, & oporteat ipsam, A vel angulum in datam proportionem secare, vel illud subintelligendum, quod & ante propositum est, & in fine concluditur.*

Iungatur autem BD] *Intelligendum autem rectam lineam BD produci ad circumferentiam in M .*

Quoniam igitur ob lineæ accidens, est ut AB ad DG , hoc est ad FE , ita angulus C ABC ad DBC angulum] *Est enim ob lineæ quadrantis accidens, ut circumferentia LH ad ipsam HM , ita recta linea AB ad DG . Ut autem LH ad HM , ita angulus LEH ad angulum MBH . ergo ut AE ad DG , hoc est ad FE , ita angulus LEH ad MBH angulum: & diuidendo.*

Altero autem modo circuli AGC secatur circumferentia AC] *Si enim circumferentia AC , quam secare oporteat in datam proportionem.*

Et per B linea spiralis describatur $BFD C$, cuius recta linea, quæ in ortu sumitur BC] *E sit linea spiralis in prima circulatione descripta quæ terminetur in puncto C . Græcus codex $\alpha\iota\ \gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\theta\omega\ \delta\iota\alpha\ \tau\delta\ \beta\ \eta\ \beta\ \xi\ \delta\gamma$. Sed scribendum $\alpha\iota\ \gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\theta\omega\ \delta\iota\alpha\ \tau\delta\ \beta\ \eta\ \epsilon\lambda\iota\ \xi\ \beta\ \xi\ \delta\gamma$.*

Proportio autem DB ad BB sit eadē, quæ proportio data] *Secet enim recta linea AB F lineam spiralem in D , & diuidatur DB in datam proportionem ad punctum E .*

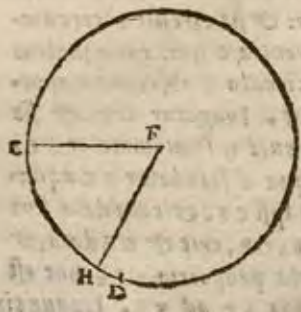
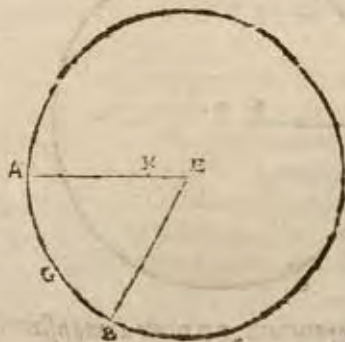
Est igitur propter lineam spiralem ut DB ad BF , hoc est ad BE , ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG] *Ex 14. libri Archimedis de lineis spiralibus. Græcus codex $\omega\epsilon\ \eta\ \alpha\ \beta\ \alpha\pi\acute{o}\varsigma\ \beta\ \zeta$ legendum autem $\omega\epsilon\ \eta\ \delta\ \beta\ \alpha\pi\acute{o}\varsigma\ \beta\ \zeta$.*

Proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit] *Sed & angulus vel potius H spaciū AEC in datam proportionem secatur. Ut enim circumferentia AG ad circumferentiam GC , ita angulus ABG ad GBC angulum.*

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XXXVI.

Ex hoc manifestum est fieri posse, ut à duobus circulis inæqualibus æquales circumferentiæ abscindantur.

Factum enim sit, & abscissæ sint æquales circumferentiæ AGE, CHD . sit autem maior circa centrū B . circumferentia igitur similis ipsi CHD maior est, quàm AGE . sit ipsi AGE similis circumferētia CH . ergo proportio circumferentiæ AGB ad CH est data, eadem enim est, quam habent totæ circulorum



O

circum-

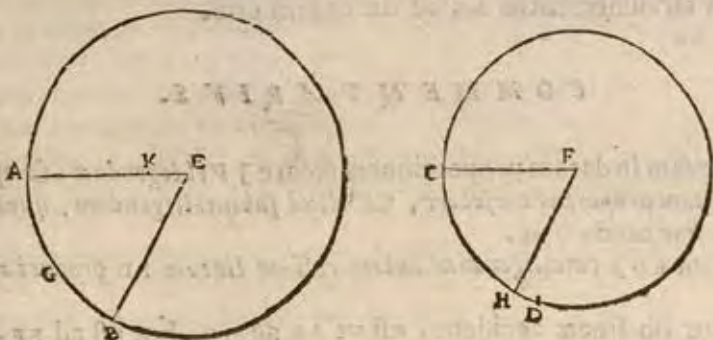
circumferentiæ, vel circulorum diametri. æqualis autem est circumferentia AGB ipsi CHD . proportio igitur CHD ad CH data est: & diuidendo quare circumferentiam CHD in datam proportionem secabimus, quemadmodum antea traditum est.

COMMENTARIUS.

A Factum iam sit] resolutio est problematis.

B Circumferentia igitur similis ipsi CHD maior est, quam AGB] sit circulus circa centrum E maior circulo circa centrum F . Itaque cum circumferentia maioris circuli CHD æqualis sit circumferentia AGB circuli maioris, si à circulo AGB abscindamus circumferentiam similem ipsi CHD , erit ea maior, quàm circumferentia AGB .

C Sit ipsi AGB similis circumferentia CH] Græcus codex $\epsilon\sigma\omega\ \alpha\upsilon\tau\ \tau\eta\ \alpha\eta\beta\ \acute{\iota}\sigma\upsilon\lambda\alpha\ \eta\ \gamma\ \lambda$. ego legendum puto $\epsilon\sigma\omega\ \tau\eta\ \alpha\eta\beta\ \acute{\iota}\sigma\upsilon\lambda\alpha\ \eta\ \gamma\ \theta$.

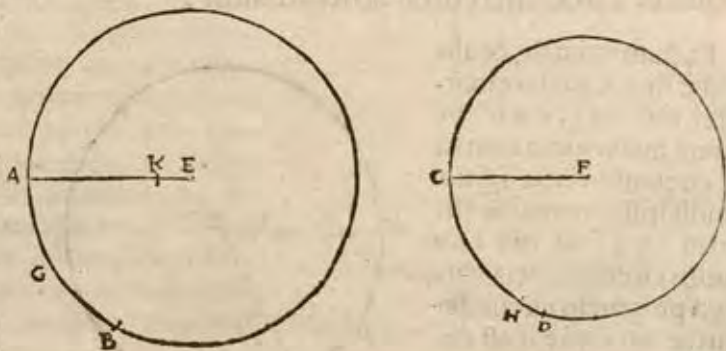


D Ergo proportio circumferentiæ AGB ad CH est data, eadem enim est, quam habent totæ circulorum circumferentiæ, vel circulorum diametri. Iungantur AB , EB , CF , FH . quoniam igitur circumferentia AGB similis est circumferentiæ CH , erit angulus ABB æqualis angulo CFH . ergo quattuor anguli recti ad angulum ABB eandem habent proportionem quam ad angulum CFH . Ut autem quattuor recti ad angulum ABB , ita tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB . & Ut quattuor recti ad angulum CFH , ita tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH . ergo Ut tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB , ita tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH , & permutando Ut tota circuli E circumferentia ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH . Sed Ut tota circuli E circumferentia ad totam circumferentiam circuli E , ita diameter circuli E ad diametrum circuli F . hoc est ita semidiameter circuli E ad circuli F semidiametrum, illud autem a Pappo demonstratum est in quinto libro propositione 11. & in octauo propositione 22.

E Proportio igitur CHD ad CH data est, & diuidendo] Sequitur enim ex antedictis circumferentiam AGB , hoc est CHD ipsi æqualem ad circumferentiam CH ita esse, Ut semidiameter AB ad semidiametrum CF . fiat ipsi CF æqualis AK . erit circumferentia CHD ad circumferentiam CH , Ut EA ad AK . & diuidendo circumferentia CHD ad CH circumferentiam, Ut EK ad KA . conuertendoque circumferentia CH ad HD , ut AK , hoc est CF ad KE .

F Quare circumferentiam CHD in datam proportionem secabimus, quemadmodum antea traditum est] Hoc ut arbitror ad compositionem attinet.

Sint circuli inequales magnitudine dati circa centra E , F : sitque circulus E maior: & sit circuli F circumferentia CHD , cui æqualem a circulo E abscindere oporteat. Iungatur CF , & sit circuli E semidiameter AE , a qua abscindatur AK æqualis ipsi CF . & cum data sint AB , CF , erit & KB data, & data proportio CF , hoc est



ipsius AK ad KB . Itaque circumferentiam CHD ex demonstratis in datam proportionem secabimus

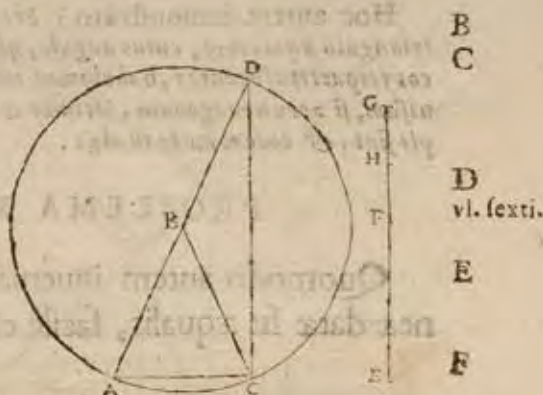
bitimus in puncto H ; ita ut CH ad HD eam proportionem habeat, quam AK habet ad KE : & circumferentia CH similis abscindatur a circulo E , quæ sit AGB . Dico circumferentiam AGB circumferentia CHD æqualem esse. Quoniam enim ut AK ad KE , ita est circumferentia CH ad HD circumferentiam: & conuertendo ut EK ad KA , ita circumferentia DH ad HC : componendoque ut BN ad AK hoc est ad CF , ita circumferentia DHC ad CH . ut autem AB ad QB , ita tota circuli B circumferentia ad totam circumferentiam circuli F : & ut tota circumferentia circuli E ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB , ad circumferentiam CH , ut igitur circumferentia DHC ad circumferentiam CH , ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH . ergo circumferentia AGB circumferentia CHD est æqualis. 9. quinti.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO XXXVII.

Aequicrurum triangulum constituere, cuius vterque angulorum qui ad A basim, habeat ad reliquum proportionem datam.

Factum iam illud sit; constituaturque triangulum ABC : & circa centrum B per puncta A & C circulus describatur ADC : producatique AB in D , & DC iungatur. Itaque quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data est, atque est anguli ABC dimidius angulus, qui ad D ; erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data. quare & circumferentia DC ad circumferentiam AC . Et cum circumferentia ACD semicirculi in datam proportionem secetur, datum erit & punctum C , & triangulum ABC specie erit datum.

Componetur autem hoc modo. Sit enim proportio data EF ad FG , quam vtrumque angulorum, qui ad basim, habere oportet ad reliquum: & FG bitariam secetur in puncto H . exponaturque circulus ADC circa centrum B , & diametrum AD : & secetur ACD circumferentia in C , ita ut circumferentia DC ad CA eam proportionem habeat, quam BF ad FH ; hoc enim ante traditum est, & vniuersè quo pacto data circumferentia in datam proportionem secetur. & iungantur BC , CA , CD . Quoniam igitur ut circumferentia DC ad CA circumferentiam, hoc est ut DA & angulus ad angulum ADC , ita est BF ad FH , & per consequens α dupla. ergo ut angulus CAB ad angulum ABC , ita BF ad FG . æquicrurum igitur triangulum constitutum est ABC , cuius vterque angulorum, qui ad basim, ad reliquum proportionem habet datam. K



COMMENTARIVS.

Aequicrurum triangulum constituere, &c.] *Græcus codex* ἰσοσκελές τρίγωνον συστήσας A lege συστήσαι.

Producatique AB ad D] *Græcus codex*, καὶ ἐκβεβλήθω ἡ a d ἐπὶ τὸ d . legendum ἡ a b B ἐπὶ τὸ d .

Itaque quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data est, &c.] *Græcus codex*. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ δόθεις τῆς α β γωνίας πρὸς τὴν α β γ, καὶ ἐστὶ τῆς α β ἡμίση αἱ πρὸς τὸ d lege ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ δόθεις τῆς α β γωνίας πρὸς τὴν α β γ καὶ ἐστὶ τῆς α β ἡμίση αἱ πρὸς τὸ d .

Erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data] *Ex 8. libri datorum*.

Datum erit punctum C & triangulum ABC specie erit datum] Quoniam enim circumferentia ACD semicirculi data in datam, proportionem secatur, data erit utraque ipsarum AC , CD ex septima libri datorum. Sed est datum punctum A vel D , ergo & C datum erit ex 27. datorum. Quod cum data sint circumferentia, in quibus anguli consistunt, & ipsi anguli dabuntur, quare triangulum ABC specie datum erit ex 40. eiusdem. *Græcus codex* δόθειν ἐστὶ καὶ δόθειν τὸ εἶδει τὸ a β γ τρίγωνον. lege δόθειν ἐστὶ τὸ γ καὶ δόθειν τὸ εἶδει τὸ a β γ τρίγωνον.

Componetur autem hoc modo] *Græcus codex* συμβήσεται δὲ ὁ α β γ lege συνήσεται δὲ F β γ .

- G** Hoc fit vt $\triangle DAC$ angulus ad angulum $\triangle DEC$, ita BF ad EH] *Græcus codex.* τριῖσι ὡς αδγ γωνία πρὸς τὸ ὑποαδγ ὅπως ἡεζ καὶ τὰ διπλασία ὅρ' ἐπομένον. *corrigere* τριῖσι ὡς δαγ γωνία πρὸς τὸ ὑποαδγ. ὅπως ἡεζ πρὸς ζθ, καὶ τὰ διπλασία ὅρ' ἐπομένον.
- H** Ergo vt angulus $\triangle CAB$ ad angulum $\triangle ABC$] *Græcus codex* ὡς ἀρα ἡ ὑπογδβ lege ἡ ὑπογαβ.
- L** Cuius vterque angulorum, qui ad basim ad reliquum proportionem habet datam] *Græcus codex.* λόγῳ ἔχουσα τὸ δοθέντα πρὸς τὴ λοιπὴν lege λόγον ἔχουσαν τὸ δοθέντα πρὸς τὴ λοιπὴν.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XXXVIII.

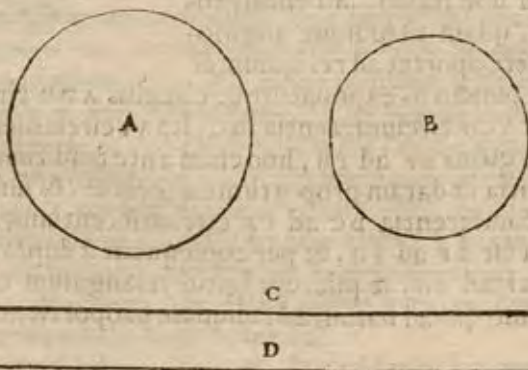
Hoc autem demonstrato perspicuum est fieri posse, vt in circulo describatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum, habens quotquot quis latera proposuerit.

COMMENTARIUS.

Hoc autem demonstrato] Si enim heptagonum in circulo describere velimus, utimur triangulo æquicrure, cuius anguli, qui ad basim, reliqui tripli sint. Deinde ex demonstratis eos tripartito secantes, habebimus totam circuli circumferentiam in septem partes æquales diuisam, si vero nonagonum, utimur triangulo æquicrure, cuius anguli ad basim reliqui quadrupli sint. & eodem modo in alijs.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XXXIX.

Quomodo autem inueniatur circulus, cuius circumferentia rectæ lineæ datæ sit æqualis, facile est cognoscere.



- Inuenta iam fit circumferentia circuli A rectæ lineæ c æqualis. & exponatur
A circulus quouis B; atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem æqualis inueniatur
B recta linea d. vt igitur c ad d, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex cen-
C tro circuli B. sed rectæ lineæ d ad c proportio est data. proportio igitur earum, quæ
D ex centro inter se data erit. atq; est data quæ ex centro circuli B. ergo & quæ ex cen-
E tro circuli A erit data. Quare & datus ipse A circulus, & compositio manifesta est.

COMMENTARIUS.

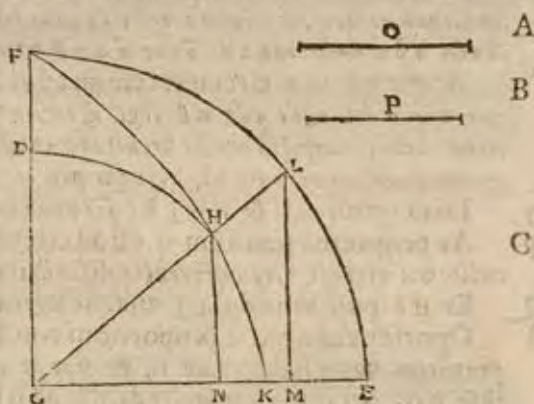
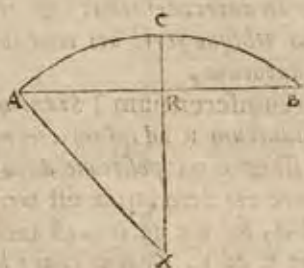
- A** Atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem æqualis inueniatur recta li-
 nea d.] *Ex 27. huius.*
B Vt igitur c ad d, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro circuli B.] *Ex*
ijs, quæ a Pappo demonstrantur in 5. lib. propositione 11. & in 8. propositione 22.
C Sed rectæ lineæ d ad c proportio est data.] *Ex prima datorum* Utraq; enim earum data est
Græcus codex λέγω δὲ τῆς δ πρὸς γ δοθείς ego legendum puto λόγος δὲ τῆς πρὸς γ δοθείς.
D Ergo & quæ ex centro circuli A erit data.] *Ex 2. datorum.*
E Quare, & datus ipse A circulus.] *Per definitionem quinti libri datorum.*
F Et compositio manifesta est.] *Sit recta linea data c, & oporteat circulum inuenire, cuius*
circums.

circumferentia sit æqualis rectæ lineæ C. Exponatur circulus B; atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem, æqualis inueniatur D rectæ lineæ: fiatque ut D ad C, ita quæ ex centro circuli B ad aliam: ex centro A intervallo autem dictæ lineæ circulus A describatur. Dico circumferentiam circuli A datæ rectæ lineæ C æqualem esse. Quoniam enim ut D ad C, ita quæ ex centro circuli B ad eam, quæ ex centro circuli A, ut autem quæ ex centro circuli B ad eam, quæ ex centro circuli A; ita circuli B circumferentia ad circumferentiam circuli A: erit ut D ad C, ita circumferentia circuli B ad circuli A circumferentiam, & permutando ut D ad circumferentiam circuli B, ita C ad circumferentiam circuli A. Sed D est æqualis circumferentia circuli B. ergo & C circumferentiæ circuli A æqualis erit.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XL.

Recta linea A B positione, & magnitudine data, per puncta A B describere circumferentiam circuli, quæ ad rectam lineam A B proportionem datam habeat.

Descripta iam
sit circumferentia
ACB: & expona-
tur quarta pars
circuli FGB ma-
gnitudine data:
describaturque li-
nea quadrās FHK:
& angulo, qui in
circumferētia AC
consistit ad reli-
quam circumferē-
tiam æqualis fiat
EGL; & perpendi-



culares LM, HN ducantur. Erit igitur ob lineæ proprietatem, vt circumferentia BLE D
ad rectam lineam FG, hoc est vt LG ad GK. ita LE circumferentia ad rectam lineam E
HN. Sed & vt HG ad GL, ita HN ad LM. ergo vt HG ad GK, ita BL circumferentia F G
ad LM rectam. Sumatur centrum circuli ACB, quod sit X, & perpendicularis ad AB H
ducatur XYC. ergo angulus CXA angulo BGL est æqualis, & sunt centra XG. Vt igitur K
AC circumferentia ad rectam lineam AR. hoc est vt HG ad GK, ita circumferentia L M
ACB ad AB rectam. atq. e est ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data. N
quare, & proportio HG ad GK dabitur. & data est GK. data igitur erit, & GN, ac O
propterea punctum N est ad circuli circumferentiam. Sed & ad lineam FHK, ergo P
datum erit. & HL positione data, quare & datus angulus BGL. atque est æqualis an- Q
gulo CXA. recta vero linea XC data est positione, & datum punctum A. positione igitur
est AX. quare, & circumferentia ACB.

Compositio autem manifesta est. Oportet a item datæ proportioni constituere ean- R
dem, quæ est DG ad GK, & circa centrum G per D circumferentiam describere, & su-
mere punctum H, in quo ipsa lineam quadrantem secat. præterea iungere HG, & AB
secantes bifariam, perpendicularemque statuentes RX, ducere XA, quæ vna cum XR S
contineat angulum angulo KGH æqualem. & circa centrū X per A describere circuli T
circumferentiā ACB; habereq; proportionē eius ad basim AE datæ proportioni eandem.

COMMENTARIVS.

Descripta iam sit circumferentia $\alpha\beta\gamma$.] *Græcus codex* γὰρ ὁ αὐτὸς ἡ α γ β, scribe ἡ α γ β. A
Et exponatur quarta pars circuli $\tau\epsilon\gamma\epsilon$ magnitudine data] *Græcus codex* ἡ ἐκκεῖθεν B
τετρατημόριον κύκλου θέσει δεδομένου τοῦ ζηθ lege τοῦ ζη θ.

Et angulo qui in circumferentia AC consistit ad reliquam circumferentiam æqualis fiat EGL. *Vereor ne locus corruptus sit. improprie enim dici videtur reliqua circumferentia ea, quæ est quartæ partis circuli FLB.*

Erit igitur ob lineæ proprietatem vt circumferentia BLEF ad rectam lineam F-
hoc est vt LG ad GK] *Est enim vt circumferentia BLEF ad rectam FG, ita FG, hoc est LG*
ad GK.

ad GK quod in propositione 26, huius demonstratum fuit.

E Ita LB circumferentia ad rectam lineam HN] Græcus codex ὅτις ἡ αβ περιφέρεια ἀπὸ τοῦ θ γ εὐθείας lege ὅτις ἡ αβ περιφέρεια.

F Sed & ut HG ad GL, ita HN ad LM] Ex quarta sexti elementorum. Græcus codex ἀλλὰ καὶ ὅς ἡ θ β ἀπὸ τῆς ηλ corrige ὅς ἡ θ η.

G Ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam] Quoniam enim ut LG ad GK, ita est circumferentia LB ad rectam lineam HN; & ut HG ad GL, ita HN ad LM; erit ex equali in perturbata ratione, ut HG ad GK, ita EL ad LM.

H Sumatur centrum circumferentiæ ACB] Græcus codex εἰληφθῶ δὴ τοῦ κέντρον τῆς αβ γ περιφέρειας τοῦ ξ, lege τῆς α γ β περιφέρειας.

K Er go angulus CXA angulo EGL est æqualis] Angulus namque EGL factus est equalis ei, qui in circumferentia AC consistit, hoc est angulo AXC. Græcus codex ἰσὺν ἀρα ἡ γὰρ γ ξ α τῇ γὰρ θ η λ. legendum τῇ γὰρ ε η λ.

L Hoc est ut HG ad GK] Proxime enim ostensum est, ut HG ad GK, ita esse circumferentiam EL ad rectam lineam LM, hoc est circumferentiam AC ad AR rectam. Græcus codex. τῆς α γ β ἀπὸ τῆς η λ. lege ἀπὸ τῆς η λ.

M Ita circumferentia ACB ad AB rectam] Ex 15. quinti elementorum. desunt autem hæc in Græco codice, quare ita restituendus erit. ὅς ἀρα ἡ α γ περιφέρεια ἀπὸ τῆς α γ εὐθείας τῆς α β λ ἀπὸ τῆς η λ, ὅτις ἡ α γ β περιφέρεια ἀπὸ τῆς α β εὐθείας.

N Atque est ACB circumferentia ad rectam AB proportio data] Græcus codex καὶ λόγος τῆς α β λ ἀπὸ τῆς α β lege καὶ λόγος τῆς α γ β ἀπὸ τῆς α β δόξας sed fortasse Verbum illud δόξας consulto omisit breuitatis causa, & in antecedentibus, & in ijs, quæ sequuntur, quemadmodum verbum λέγω. nam pro λέγω ὅτι Ubique ferrè ὅτι tantum scribit.

O Data igitur erit & GH] Ex secunda libri datorum.

P Ac propterea punctum H est ad circuli circumferentiam] Si enim centro G & intervallo GH circuli circumferentia describatur, punctum H ad ipsam circumferentiam erit.

Q Et HL positione data] Vide ne legendum sit & GHL positione data.

R Oportet enim datæ proportioni constituere eandem, quæ est DG ad GK.] Sit data proportio, quam habet O ad P; & fiat ut P ad O, sic KG ad GD. est autem data GK. ergo & ipsa DG. erit igitur conuertendo DG ad GK, ut O ad P. Græcus codex habet. Sed γὰρ ὅτι τῆς ζ η ἀπὸ τῆς δ ε γο legendum puto τῆς δ η ἀπὸ τῆς η λ. quod ex ipsa resolutione colligitur.

S Ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH æqualem] Constituaturs ad rectam lineam AB, & ad punctum in ea A angulus BAX equalis angulo MLC, vel NHG. erit & reliquus AXR reliquo HGK equalis.

T Habereque proportionem eius ad basim AB datæ proportioni eandem] Est enim proportio DG ad GK, hoc est HG ad GK eadem, quæ proportio data. & ut HG ad GK, ita circumferentia EL ad LM rectam, hoc est circumferentia AC ad rectam AR. Ut autem AC ad AR, ita circumferentia ACB ad rectam AB. ergo ut DG ad GK, ita circumferentia ACB ad AB rectam.

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XLI.

A Non incredibile autem est angulos incōmensurabiles inueniri. per hoc enim, & per eundem circumferentia. & quamquam ponamus, vnum angulum, vel circumferentiam rationalem, tam in reliqua irrationalis fiet.

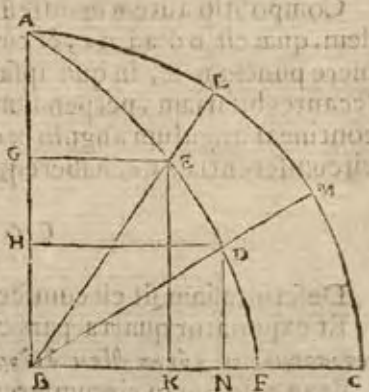
C Exponatur quarta pars circuli ABC, & in ipsa linea quadrans ABDF: ducaturque BB, & ipsi BC parallela

D EG. abscindatur præterea BH ipsi BG longitudine incommensurabilis, & ducatur DH parallela, iungaturque DE.

E Dico BEF angulum angulo DEF incommensurabilem esse. Ducatur perpendicularis DN. est igitur propter ipsam lineam, ut EK ad DN, sic angulus BEF ad DBF angulum.

F incommensurabilis autem est EK ipsi DN, quoniam & GB ipsi FH. ergo & angulus angulo est incōmensurabilis. & quāquam rationalem ponamus angulum ABF, & recti dimidiū, tamen angulus DBF irrationalis erit.

G



Non incredibile autem est angulos incommensurabiles inueniri] *Græcus codex* $\delta\epsilon$ *A*
 $\alpha\pi\lambda\alpha\nu\sigma\epsilon\iota\varsigma$ $\delta\epsilon$ $\delta\delta\epsilon$ α $\gamma\omega\gamma\iota\alpha\varsigma$ $\alpha\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\epsilon\varsigma$ $\epsilon\upsilon\pi\alpha\iota\nu$, ego legendum arbitror $\delta\delta\epsilon$ $\tau\alpha\varsigma$ $\gamma\omega\gamma\iota\alpha\varsigma$ $\alpha\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\epsilon\varsigma$
 $\epsilon\upsilon\pi\alpha\iota\nu$.

Et quinquam ponamus vnum angulum, vel circumferentiam rationalem, tamen B
reliqua irrationalis fiet.] *Cracius codex* καὶ ῥη τὴν ὑποσησάμετα τὴν μίαν γωνίαν, ἢ περιφέ-
ρεια . . . ἢ λοιπὴ γενήσεται. *Sed legendum puto*, καὶ ῥη τὴν ὑποσησάμετα τὴν μίαν γω-
νίαν ἢ περιφέρεια, ἄλογος ἢ λοιπὴ γενήσεται.

Et in ipsa linea quadrans AEDF] *Græcus codex* καὶ ἐν αὐτῇ lege ἐν αὐτῷ.

Abscindatur præterea vñ ipsi vñ longitudine incommensurabilis.] *Ex 11. decimi li. D
bri elementorum.*

Est igitur propter ipsam lineam, ut OK ad DN, sic angulus EBF ad DEF angulum] E
Intelligentur BE, ED produci usque ad circumferentiam circuli in puncta LM. erit ob qua-
drantis lineæ accedens, ut circumferentia LC ad CM circumferentiam, ita recta linea EK ad
rectam DN. Sed & ut circumferentia LC ad CM, ita angulus LBC ad angulum MBC. ergo
ut EK ad DN, ita angulus LBC, hoc est EBC ad angulum MBC, hoc est DBC. Græcus co-
dex. ας ν' ε τω δ ν. Sed videtur legendum ας ν' ε κ πρὸς δ ν.

Incommensurabilis autem BK ipsi DN, quoniam & GB ipsi BH. Est enim BK aequalis FGB, & DN ipsi HB. Græcus codex ἀσύμμετρος δὲ ἡ οὐ τῇ δὲ ἐπὶ καὶ ἡ θ τῇ β καὶ legendum autem ἀσύμμετρος δὲ ἡ ἐκ τῇ δν, ἐπὶ καὶ ἡ β τῇ βθ.

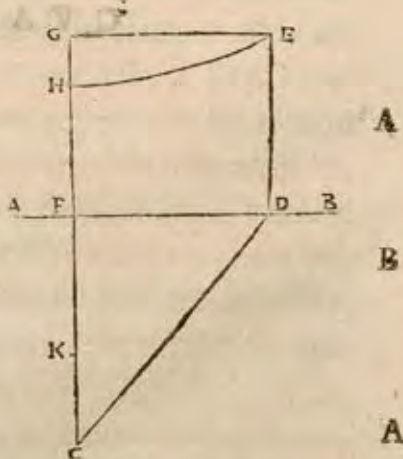
Ergo & angulus angulo est incommensurabilis] Hoc est angulus DEF angulo DBF . Sequitur autem hoc ex 10. Decimi elementorum.

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XLII.

Inclinationis eius, quæ ab Archimede sumpta est in libro de lineis spirali-
bus, resolutionem ordinavi, ut eum librum percurrere hæsitare non
possit. sumuntur autem ad ipsam infra scripti loci, qui ad alia multa pro-
blematum solidorum utiles sunt.

Sit recta linea AB positione data, atque à dato puncto C ipsi occurrat recta linea quædam CD , & ipsi AB ad rectos angulos ducatur DE . Sit autem proportio CD ad DE data. Dico punctum E ad hyperbolam esse.

Ducatur per c recta linea cf ipsi de parallela. datum igitur est punctum f . & ducatur bg parallela ipsi ab . fitque proportio cd ad de . ergo utrumque punctorum hk datum erit. Itaque quoniam ut quadratum ex cd ad quadratum ex de , ita est quadratum ex cf ad quadratum ex fn ; erit & reliqui quadrati ex fd , hoc est bg ad reliquum rectangulum ghn proportio data. & sunt data kn . ergo punctum b est ad hyperbolen, quæ per puncta he transit.



COMMENTARIVS.

Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum
ex DE , ita est quadratū ex CF ad quadratū ex FH , &c.]
Quoniam enim est ut totum quadratum ex CD ad totum
quadratum ex DE , ita quadratum ex CF ad quadratum ex FH , videlicet pars ad partem,
erit reliquum quadratum ex FD , hoc est EG ad reliquum rectangulum KGH , ut totum ad
totum. quadratum namque ex CD est æquale quadratis ex CF , FD : & quadratum ex DE
æquale quadratis ex FH , HG , & duplo rectanguli FHG , hoc est rectangulo KHG . rectangu-
gulum vero KCH æquale est rectangulo KHC Una cum eo, quod sit ex HG quadrato.

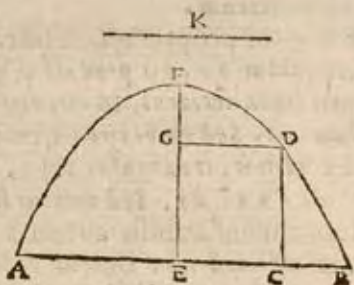
Ergo

- B** Ergo punctum E est ad hyperbolem, quæ per puncta H & F transit] *Erit enim eius hyperbola transversum latus HK , & rectum illud, quod HK est ut quadratum ex EG ad rectangulum HGK , ex 21. primi libri conicorum Apollonij.*

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XLIII.

Sit recta linea AB positione, & magnitudine data, & ad rectos angulos ipsa CD . Sit autem rectangulum ACB æquale ei quod data recta linea, ex CD continetur. Dico punctum D positione parabolam contingere.

- Secetur AB bifariam in puncto E , & ad rectos angulos ducatur EF : quadrato autem ex BE æquale sit quod continetur data recta linea, & ipsa EF . datum igitur est punctum F . & ipsi AB parallela ducatur DG
A ergo reliquum quadratum, videlicet ex EC , hoc est ex DG est æquale ei, quod data recta linea & FG continetur.
B tur. atque est datum punctum F . punctum igitur D positione contingit parabolam, quæ per AFB transit, cuius axis est EF .

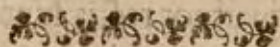


COMMENTARIUS.

- A** Ergo reliquum quadratum, videlicet, ex EC , hoc est ex DG est æquale ei, quod data recta linea, & FG continetur] *Est enim rectangulum ACB una cum quadrato ex EC , æquale ei, quod sit ex BE quadrato. rectangulum vero, quod continetur data recta linea K , & ipsa EF æquale est duobus rectangulis, rectangulo scilicet contento recta linea K & EG : & contento eadem K & ipsa GF .*
B Punctum igitur D positione contingit parabolam, quæ per AFB transit, cuius axis est EF] *Quoniam enim quadratum ex BE æquale est ei, quod data recta linea K , & EF continetur, quadratum autem ex DG est æquale contento eadem K & GF ; erit quadratum ex BE ad quadratum ex DG , ut BE ad FG . quare ex 21. primi libri conicorum, puncta D & E sunt in parabola; cuius axis EF , & recta linea K data iuxta quam possunt, quæ a sectione ad diametrum ordinatim applicantur.*

QUARTI LIBRI FINIS.

P A P P I
A L E X A N D R I N I
M A T H E M A T I C A R V M
C O L L E C T I O N V M
L I B E R Q V I N T V S.
C V M C O M M E N T A R I I S
F E D E R I C I C O M M A N D I N I V R B I N A T I S.



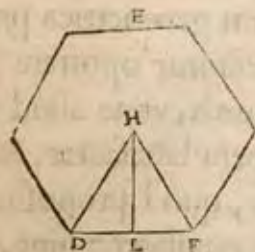
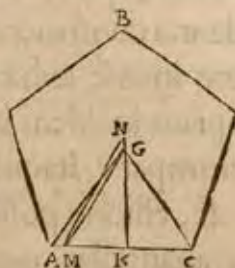
APIENTIAE & disciplinarum cognitionem optimam quidem, & perfectissimam Deus hominibus impartit. Animalium vero rationis expertum nonnullis particulam quandam assignavit. Hominibus igitur tamquam ratione utentibus permisit, ut omnia ratione, ac demonstratione facerent; at reliquis animalibus sine ratione, quod utile est, & vitæ conducens, ipsum solum ex quadam naturali providentia habere donavit. Hoc autem intelligere quis possit ita esse, tum in alijs multis animalium generibus, tum maxime in apibus. ordo enim, & ad eas, quæ in ipsarum republica imperant admirabilis quædam obedientia, ambitio præterea, & munditia mellis copiam congerit. at circa ipsius conservationem providentia, & dispensatio multo admirabilior est; persuasissimum enim habentes, ut par est, à Dijs se ad elegantes homines ambrosiæ particulam quandam reportare, hanc non temere in terram, vel in lignum, vel in aliam aliquam informem, & inordinatam materiam effundunt, sed ex suavissimis floribus, qui in terra nascuntur, colligentes, optima fingunt ex ijs in mellis receptaculum vasâ, quæ græce *κύπελλος*, latine faui appellantur; omnia quidem æqualia, similia, & inter se coherentia, specie autem hexagona. At vero ea ex quadam geometrica providentia construere sic planum fiet. Omnes enim arbitrantur oportere figuras inter se coherentes esse, & latera habere communia, ut ne aliud quippiam incidens in loca, quæ interijciuntur, eorum opera labefactet, & corrumpat. Itaque tres figuræ rectilineæ, & ordinatæ, quod propositum est, efficere possunt. Dico figuras ordinatas, quæ & æquilateræ sunt, & æquiangulæ. ordinatæ vero, & dissimiles ipsis api-

bus non placuerunt. Aequilatera igitur triangula, & quadrata, & hexagona abique alijs figuris dissimilibus loca replentibus possunt appposita sibi ipsis latera habere communia: hæc enim per sese locum, qui est circa idem punctum, replere possunt. alia vero figuræ ordinatæ non possunt. nam locus qui est circa idem punctum repletur, tum a sex triangulis æquilateris, & per sex angulos, quorum unusquisque est duarum tertiarum recti; tum a quattuor quadratis, & quattuor angulis rectis ipsius; tum a tribus hexagonis, & tribus hexagoni angulis, quorum unusquisque rectum, & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora sunt, quàm ut possint replere locum, qui circa idem punctum consistit; quattuor vero sunt maiora. Tres quidem anguli pentagoni quattuor rectis minores sunt; etenim unusquisque continet rectum, & recti quintam: quattuor autem anguli maiores sunt quattuor rectis. At neque heptagona tria circa idem punctum constitui possunt, aptatis inter sese lateribus. tres enim heptagoni anguli quattuor rectis sunt maiores, quod unusquisque rectum, & tres recti septimas contineat. Eadem ratio multo magis accomodabitur ijs, quæ plures angulos habent. Cum igitur tres figuræ sint, quæ per seiplas locum circa idem punctum consistentem replere possunt, triangulum scilicet, quadratum, & hexagonum, apes illam, quæ ex pluribus angulis constat, ad structuram sapienter delegerunt, utpote suspicantes eam plus mellis capere, quàm utramque reliquarum. Et apes quidem illud tantum, quod ipsis utile est, cognoscunt, videlicet hexagonum quadrato, & triangulo esse maius, & plus mellis capere posse; nimirum æquali materia in constructionem uniuscuiusq; consumpta. nos vero, qui plus sapientiæ, quam apes habere profitemur, aliquid etiam magis insigne inuestigabimus; figurarum enim planarum, quæ cum æquilateræ, & æquiangulæ sint, ambitum æqualem habent, ea semper maior est, quæ ex pluribus angulis constat. circulus vero omnium est maximus; si modo æquali ipsis ambitu comprehendatur.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Prius autem ostendemus polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent, ambitum vero æqualem, illud quod ex pluribus angulis constat, semper etiam maius esse.

Sint duo polygona æquilatera, & æquiangula ABC , DEF , & sint æquales quidem ipsorum ambitus: polygonum vero DEF plures angulos habeat. Dico DEF ipso ABC polygono maius esse. Sumptis enim circulorum, circa ipsa descriptorum centrīs G , H demittantur perpendiculares GK , HL ; & iungantur AG , GC , DH , HF . Itaq; quoniam polygonum DEF plures angulos habet, quàm ipsum ABC , recta linea DE pluries me-



ries me-

ries metitur ambitum polygoni DEF, quam AC ambitum ipsius ABC: ergo AC maior est, quam DE; ambitus enim aequales ponuntur. & idcirco AK, quam DL est maior, cum utraque vtriusque dimidia sit. ponatur ipsi DL aequalis KM, & iungatur MG. Quoniam igitur quæ pars est recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem est pars angulus AGC quattuor rectorum. quod polygonum æquilaterum sit: & similiter quæ pars est DE ambitus polygoni DEF, eadem est angulus DHF quattuor rectorum. & sunt ambitus inter sese aequales; itemque duo recti aequales duobus rectis. Ut igitur AC ad ABC ambitum, ita angulus AGC ad quattuor rectos. & ut ambitus DEF, hoc est ABC ad DE, ita quattuor recti ad angulum DHF, ergo ex æquali ut AC ad DE, ita angulus AGC ad DHF angulum. & propterea ut AK ad LD, hoc est ad KM, ita ACK angulus ad ipsum DHL. sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus ACK ad MCK angulum, hoc enim in lemmatibus in sphaerica demonstratum est. ergo ACK angulus ad angulum DHL maiorem proportionem habet, quam ACK angulus ad ipsum MCK. maior igitur est angulus MCK angulo DHL. est autem angulus ad K rectus æqualis recto ad L. quare reliquus GCK angulus reliquo HDL minor erit. fiat angulo HDL æqualis angulus KMN. atque est DL æqualis MK. ergo & ipsi KN est æqualis. maior igitur est LH quam KG. & sunt ambitus inter se aequales. ergo re-
ctangulum contentum LH & ambitu DEF maius est eo, quod KG & ambitu ABC con-
tinetur. suntque polygoni dictorum rectorum dimidia. maius igitur est DEF po-
lygonum polygono ABC.

Est enim altitudo inæqualis, ambitu eodem existente duorum rectorum; & ba-
ses inæquales HL, GK: & ut HL basis ad basim GK, ita parallelogrammum constans
ex HL, & ambitu polygoni DEF ad parallelogrammum ex GK, & ambitu polygoni
ABC; & dimidia polygoni inæqualia. ergo DEF ipso ABC est maius.

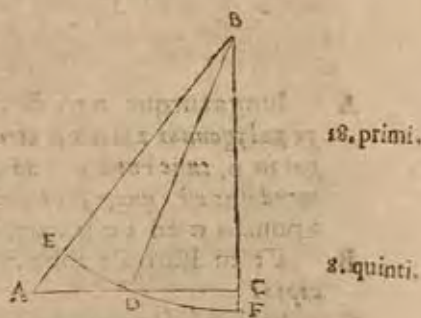
COMMENTARIVS.

Quoniam igitur quæ pars est recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem est pars
angulus AGC quattuor rectorum] Cum enim polygoni latera inter se equalia sint, erunt,
& circumferentiæ, quas auferunt, æquales, quibus etiam æquales anguli ad centrum in-
sistent, & cum circa centrum sit spatium quattuor rectis angulis æquale, si ab eo ad laterum
extrema rectæ lineæ ducantur, diuident quattuor rectos in tot partes æquales, quot sunt poly-
goni latera. ergo quam proportionem habet polygoni latus ad omnia latera, hoc est ad totum
eius ambitum, eandem angulus, qui lateri insidet, habet ad quattuor rectos.

Sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus ACK ad MCK angu-
lum] Illud nos hoc lemmate demonstrabimus.

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens
ad C, & ab angulo B ad AC ducatur ut cumque recta linea
BD. Dico AC ad CD maiorem proportionem habere, quam
ABC angulus ad angulum DEC. Quoniam enim angulus ADB
maior est angulo BAD erit AE, quam BD maior. Eadem quoque
ratione maior erit BD quam EC, quare centro E, interualloque
BD circuli circumferentia RDE descripta, secabit quidem re-
ctam lineam AB (sec t in R) extra ipsam vero BC cadet. &
producat BC ut dist in circumferentiam secet in F. triangu-
lum igitur ABD ad triangulum DEC maiorem proportionem
habet, quam EBD sector ad sectorem DEF. est enim triangu-
lum ABD maius sectore BED, & triangulum DEC sectore DEF minus. Ut autem triangu-
lum ABD ad triangulum DEC, ita recta linea AD ad ipsam DC: & ut sector BED ad secto-
rem DEF, ita angulus ABD ad DEC angulum. ergo recta linea AD ad DC rectam ma-
iorem proportionem habebit, quam ABD angulus ad angulum DEC, & componendo ex 28.
quinti elementorum a nobis addita habebit AC ad CD maiorem proportionem, quam angulus
ABC ad DEC angulum, quod demonstrare oportebat.

Atque est DL æqualis MK, ergo & LH ipsi KN est æqualis] Quoniam enim angulus
KMN factus est æqualis ipsi HDL, & angulus ad K rectus æqualis recto ad L, erit & reli-
quus reliquo æqualis, & NME triangulum triangulo HDL simile. ut igitur DL ad LH ita
MK ad KN. & permutando ut DL ad ME, ita LH ad NK. Sed DL est æqualis MK, ergo &
& LH ipsi KN æqualis erit.

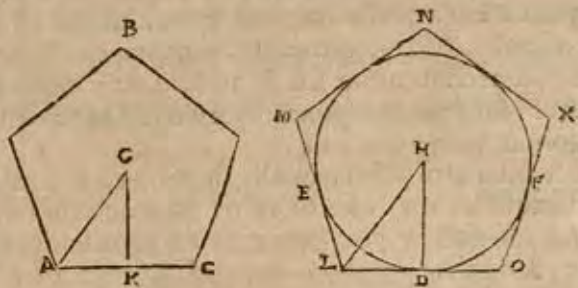


- D** Suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia] Nam triangulum HDE dimidium est rectanguli, quod DE & HL continetur.
- E** Est enim altitudo inæqualis & c.] vide ne hoc scholium quoddam sit, librarij incuria hoc loco insertum.

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit rursus polygonum ABC æquilaterum, & æquiangulum, quod ambitum habeat circuli DEF circumferentiæ æqualem. Dico circulum DEF polygono ABC maiorem esse.

- Sumatur enim circuli DEF centrum H , & circuli circa polygonum ABC descripti centrum G . deinde circa circulum describatur polygonum simile polygono ABC , quod sit $LMNXO$: iungaturque HD , & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK . Quoniam igitur polygoni $LMNXO$ ambitus maior est circumferentia circuli DEF , ut in libro de sphaera, & cylindro ab Archimede ponuntur, quippe quod ipsam comprehendat; circuli vero circumferentia æqualis est ambitui polygoni ABC : erit & polygoni $LMNXO$ ambitus ambitu polygoni ABC maior. suntque polygoni similia. ergo maior est LD , quam AK ; & est triangulum AGK simile triangulo LHD , cum tota polygoni similia sint. maior igitur est DH , quam GK ; æqualis autem circuli DEF circumferentia ambitui polygoni ABC . ergo rectangulum contentum DH , & circuli DEF circumferentia maius est eo, quod GK & ambitu polygoni ABC continetur. atque est rectangulum contentum DH , & circuli DEF circumferentia duplū circuli DEF . ut etiam ab Archimede in libro de circuli dimensione ostensum fuit. quod autem continetur GK & polygoni ABC ambitu duplum est ipsius polygoni ABC , & eorum dimidia circulus igitur polygono ABC maior erit.



COMMENTARIUS.

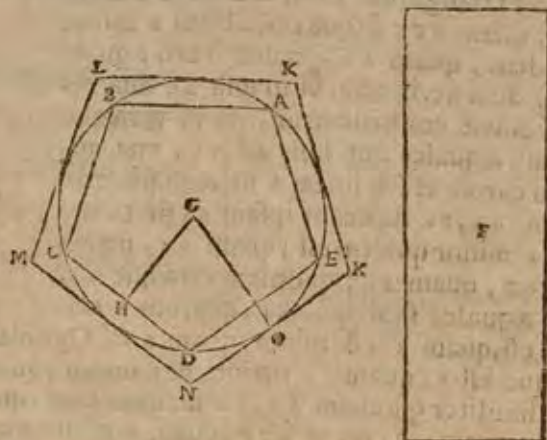
- A** Iungaturque HD , & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK] *vel intellige polygonum $LMNXO$ circa circulum DEF ita descriptum, ut latus LO circulum contingat in D , tunc enim HD ad LO perpendicularis erit ex 18. tertij libri elementorum; vel locus mendosus est. quem ita corrigemus. & ducatur a puncto H ad LO perpendicularis HD & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK , & LH , AG iungantur.*
- B** Ut in libro de sphaera, & cylindro ab Archimede ponitur] *Videlicet in principio.*
- C** Maior igitur est DH , quam GK] *Quoniam enim triangula similia sunt, ut LD ad DH , ita est AK ad KG ; & permutando ut LD ad AK , ita DH ad KG . Sed LD maior est, quam AK . ergo & DH quam KG . est maior.*
- D** Ut etiam ab Archimede in libro de circuli dimensione ostensum fuit] *In Græco codice legitur $\epsilon\nu\ \tau\eta\ \pi\epsilon\rho\iota\ \tau\eta\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \kappa\upsilon\kappa\lambda\eta\ \pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha\varsigma$. Sed puto legendum $\epsilon\nu\ \tau\eta\ \pi\epsilon\rho\iota\ \tau\eta\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \kappa\upsilon\kappa\lambda\eta\ \mu\epsilon\tau\epsilon\eta\sigma\iota\varsigma$.*

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

At vero rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, circuli duplum esse demonstravit Archimedes, tamen nihilo minus

minus deinceps demonstrabitur, vt ne libro Archimedis ob hoc vnum tantum theorema indigeamus.

Sit enim circulus $ABCD$, & rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, dimidium sit spatium F . Dico F spatium circulo ABC æquale esse. Si enim fieri potest, sit spatium F minus. ergo ex ijs, quæ tradentur in duodecimo elementorum libro, possumus in circulo $ABCD$ polygonum describere, ita vt descriptum polygonum spacio F sit maius, si prius in circulo quadratum describatur, & relictarum portionum circumferentiæ semper bifariam secentur quoad relinquantur quædam portiones minores eo excessu, quo circulus $ABCD$ spatium F excedit. describatur, sitque $ABCDE$, & a centro G ad vnum aliquod latus polygoni $ABCDE$, videlicet ad CD perpendicularis GH ducatur. Itaque quoniam circuli $ABCD$ ambitus maior est ambitu polygoni $ABCDE$, & ea, quæ ex centro circuli maior, quam GH ; erit rectangulum contentum ambitu circuli $ABCD$, & ea quæ ex centro maius rectangulo, quod continetur polygoni $ABCDE$ ambitu, & recta linea GH . & ipsorum dimidia. ergo spatium F maius est polygono $ABCDE$, quod fieri non potest. ponitur enim minus. non igitur circulus $ABCD$ spacio F est maior. Dico eam neque minorem esse. Si enim fieri potest, sit minor. ergo circa circulum $ABCD$ polygonum describere possumus, ita vt F spatium polygono descripto iam sit, si prius circa circulum describatur quadratum, & relictis circumferentijs semper bifariam diuisis, contingentes ducantur, quousque figurarum extra descriptarum relinquantur portiones quædam minores excessu, quo spatium F circulum $ABCD$ excedit. hoc enim fieri posse iam demonstratum est. Describatur igitur polygonum sicuti diximus, & sit $KLMNX$. iungaturque a centro G ad vnum contactum, videlicet ad O recta linea GO . itaque quoniam polygoni $KLMNX$ ambitus maior est ambitu circuli $ABCD$, rectangulum factum ex ambitu polygoni $KLMNX$ & recta linea GO , maius est eo, quod sit ex circuli $ABCD$ ambitu, & ea lem GO , & ipsorum dimidia. ergo $KLMNX$ polygonum spacio F est maius. quod sic i nequit. ponitur enim minus. Non igitur spatium F maius est circulo $ABCD$ ostendimus autem neque minus esse. ergo est æquale. atque est spacijs F duplum, illud quod ambitu circuli $ABCD$, & ea, quæ ex centro continetur.



COMMENTARIVS.

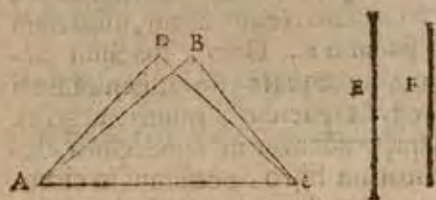
Hoc enim fieri posse iam demonstratum est] videlicet in duodecimo elementorum libro * propositione 2. Nos autem hunc locum emendauimus. nam in Græco codice legebatur τὸ το γὰρ ὡς διατετὸν ἀνάγκη γινέσθαι διεχέσθαι. Ubi fortasse legendum est τὸ το γὰρ ὡς διατετὸν γινέσθαι διεχέσθαι.

Non solum autem planis figuris ordinatis, quæ æquilateræ sunt, & æquiangulæ, circulus maior est, sed etiam ijs, quæ latera inæqualia, & angulos dissimiles habent, quando eodem, quo ipse ambitu contineantur. demonstrabitur enim isoperimetricarum figurarum, quæ multos angulos, & latera numero æqualia habeant; æquilateram, & æquiangulam maximam esse. Prius tamen theoremata, quæ ad demonstrationem huius assumuntur, conscribemus.

THEO.

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

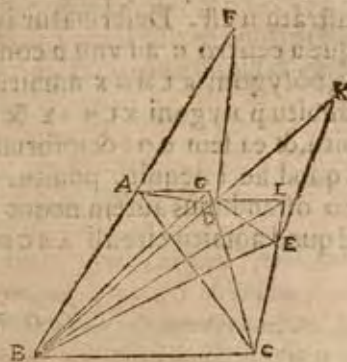
Sit triangulum ABC , maiorem habens AB , quam BC : sitque recta linea B minor quidem, quam AB , maior vero, quam BC , dico fieri posse, ut in ipsa AC duæ rectæ lineæ constituantur, ita ut utraque simul æquales sint ipsis AB, BC , una autem earum rectæ lineæ B sit æqualis. quoniam enim AB, BC superant ipsam B , sit F . ergo F minor quidem est, quam AB , maior autem, quam BC ; quoniam utraque AB, BC æquales sunt ipsis BF ; quarum B maior est, quam F , & minor, quam AB . Quoniam igitur AC, CB maiores sunt, quam AB , atque est B , quam CB maior, & F minor, quam AB : erunt ACF multo maiores, quam F . similiter quoniam AC, CB maiores sunt, quam AB , & F maior, quam CB , & B minor, quam AB : erunt ACF , quam B multo maiores. potest igitur ex AC, BF triangulum constitui. constituatur, & sit ACD . constat igitur si quidem BF æquales sint, triangulum ACD esse æquicrurum. si vero inæquales, maiorem earum rectæ lineæ CD æqualem esse.



THEOREMA V. PROPOSITIO V:

Isoperimetrorum triangulorum, & eandem basim habentium æquicrurum maximum est: & id, quod ad æquicrurum magis accedit, semper est maius.

In basi enim BC sint triacula isoperimetra, æquicrura quidem ABC ; BDC vero ad æquicrurum magis accedens, quam BEC , id quod ex ijs, quæ proxime demonstrata sunt, constitui potest. Dico triangulum ABC maximum esse; & BDC maius quam BEC . producat EA , & ipsi CA æqualis ponatur AF ; iunganturque FD, DA . Quoniam igitur FD, DB maiores sunt, quam BF : erunt etiam maiores, quam BA, AC : est enim AC æqualis AF . Sed BA, AC æquales sunt ipsis BD, DC . ergo & BD, DE , quam BD, DC maiores erunt: & communi ED ablata, reliqua FD maior est, quam DC . duæ igitur FA, AD duabus CA, AD æquales sunt altera alteri, & ED basis maior basi DC . ergo angulus FAD angulo DAC est maior: ac propterea angulus FAC maior est, quam duplus anguli DAC . Sed anguli ABC est duplus, hoc est anguli ACB , cum triangulum æquicrurum, sit: angulus igitur ACB maior est angulo DAC . ponatur ipsi ACB æqualis angulus CAG . erit AG parallela BC : quod anguli alterni æquales sint. producta igitur CD ad G , & iuncta EG , constat ABC triangulum triangulo BDC maius esse: est enim BAC triangulo BDC æquale. Rursus producat ED ad K : ponaturque ipsi DC æqualis DK , & KE, ED iungantur. & quoniam BE, EK maiores sunt, quam BK : hoc est quia BD, DC hoc est quia BE, EC , communi ablata BE : erit reliqua EK , quam BC maior. Itaque duæ KD, DE duabus CD, DE æquales sunt, altera alteri, & basis KE maior basi EC . angulus igitur KDE angulo CDE est maior. quare KDC angulus, maior est, quam duplus anguli CDE ; & anguli DCB minor, quam duplus: etenim DCB angulus maior est angulo DEC , quod ABC, ACB æquales sint: maior igitur est DCB quam CDE . constituatur ad rectam lineam CD , & ad punctum D angulus CDL ipsi DCB æqualis. perspicuum est DL inter DB, DK intermediam parallelam esse ipsi BC , ob angulos alternatim æquales. producta igitur CE usque ad LD parallelam, quæ occurrat in L , & EL .

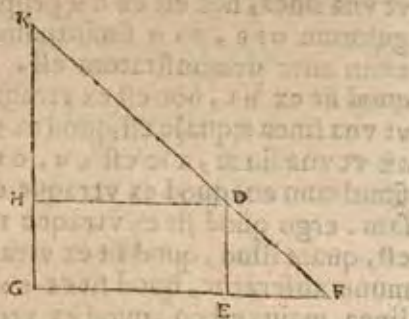
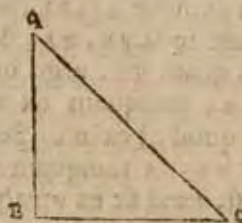


& BL iuncta, erit BDC triangulum æquale triangulo BLC , cum sint in eadem basi BC , & inter duas parallelas BC, DL . quare triangulum ABC maius erit triangulo BEC , quod quidem ipso ELG est minus.

TEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Rursus sint duo triacula orthogonia similia ABC, DEF , quæ angulos C æquales habeant. Dico quadratum quod fit ex AC , DF tanquam ex vna linea æquale esse ei, quod ex BC , EF vt vna linea, & ei, quod ex AB , DE similiter vt vna linea efficitur.

Producatur enim FE ad G , ponaturque EG æqualis BC : & per G ipsi DE parallela occurrant FD pertractæ in K : & per D ducatur DH parallela FG . Quoniam igitur DH æqualis est EG in parallelogrammo, hoc est ipsi BC , & KDH angulus angulo F , hoc est angulo C est æqualis: & rectus angulus H recto E : reliquusque K æqualis reliquo A : erunt triacula KHD, ABC æquiangularia, & inter se æqualia. ergo quadratum quod fit ex KH æquale est eis, quæ ex KG, GF sunt. hoc est quod ex AC, DF tanquam ex vna linea est æquale ei, quod ex AB, DE , vt vna linea, & ei, quod ex BC, EF similiter vt vna linea efficitur.



THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Similia & æquicruria triacula, vtraque simul vtrisque simul triangulis, quæ in eisdem basibus constituuntur æquicruribus, & dissimilibus quidem tum inter sese, tum similibus, isoperimetricis autem, sunt maiora.

Sint similia, & æquicruria triacula DEF, BAC : & in eisdem basibus constituentur alia æquicruria triacula DEB, BLC , quæ simul sumpta sint isoperimetra quidem ipsis DEF, BAC simul sumptis, dissimilia autem necessario, quod anguli inæquales sint: hoc enim construi posse deinceps ostendetur. Dico triacula DEF, BAC vtraque vtrisque DEB, BLC maiora esse. Iungantur EE, AL & ad bases producantur. secabunt vtrique eas bifariam, & ad rectos angulos. sunt enim DE, EF ipsi BE, BF , æquales: & bases æquales DE, FB cum æquicruria triacula sint: angulique æquales, & similia triacula DEF, FEB . quare & æquales anguli extrinseci FF , quod intrinsecis æquales sint æquales autem, & anguli $DB, &$ reliqui item GG . recti igitur sunt: lineæque DG, GB æquales: & similiter æquales EM, MC , & anguli MM recti. Itaque secant in punctis GM : & producatur EG , ipsique ponatur æqualis GH ; & BH iungatur. angulus igitur EBG angulo HBC æqualis erit. Sed EBG angulus maior est angulo ABC , quoniam



& ma-

& maior angulo $\angle BGC$ ipsi æquali. Similia enim triangula sunt $\triangle DEB$, $\triangle BAC$. ergo & $\angle HBG$ angulus angulo $\angle ABC$ est maior: & recta linea coniungens puncta HL ipsam BM , secat posita nimiru recta DEB , & HN extra ipsam AB protracta; quoniam minor est $\angle ABC$ angulus angulo $\angle HBG$, hoc est $\angle NBE$, quod est ad verticem, & multo minor angulus $\angle LBK$, ita ut BM ad HL secetur in K . & manifestum est HL non secari ipsum MC , ut ne LM producta in alio puncto, quam in L secet. Cum igitur DE , EB , BL , LC sint æquales ipsis DF , FB , BA , AC ; ponuntur enim triangula isoperimetrica: & earum dimidia BB , BL , hoc est HB , BL æquales sunt ipsis FB , BA . & HB , BL sunt maiores, quam HL . ergo quod fit ex utraque FB , BA tamquam ex vna linea maius est eo, quod fit ex HL . Sed ei quod fit ex utraque FB , BA tamquam ex vna linea æquale est, quod fit ex utraque FG , AM vna cum eo, quod ex utraque GP , BM ut vna linea, hoc est ex GM propter triangulorum $\triangle GFB$, $\triangle BAM$ similitudinem: hoc enim ante demonstratum est. Ei vero, quod fit ex HL , hoc est ex utraque HK , KL ut vna linea æquale est, quod ex utraque LM , GH ut vna linea, hoc est LM , GE ut vna,

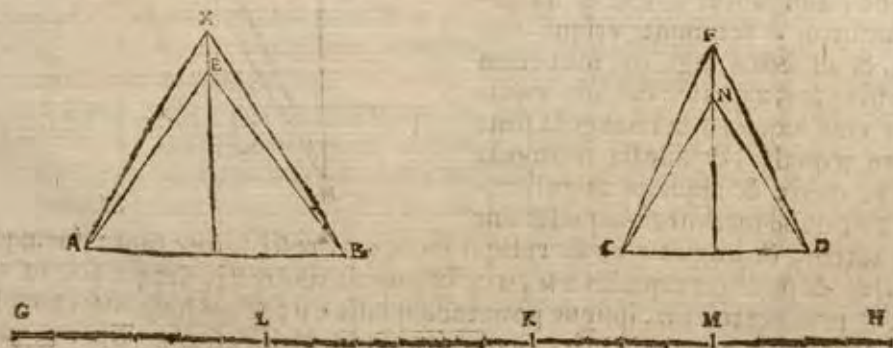
simul cum eo, quod ex utraque GK , KM ut vna: hoc est ex GM , propter eandem causam. ergo quod fit ex utraque FG , AM ut linea vna, simul cum eo, quod ex GM maius est, quam illud, quod fit ex utraque EG , LM ut vna simul cum eo, quod ex GM . Commune auferatur, quod fit ex GM . reliquum igitur, quod ex utraque FG , AM ut vna linea, maius est eo, quod ex utraque EG , LM ut vna. & ob id FG , AM ut vna longitudo maior est, quam EG , LM ut vna linea. Triangula vero, quorum eadem est altitudo, ita se habeat, sic ut bases. ergo ut EG ad GF , ita & dimidia triangulorum $\triangle BGE$ ad $\triangle FGE$; & tota triangula eorum dupla $\triangle DBE$ ad $\triangle DFE$. ut autem LM ad MA , ita $\triangle MLC$ triangulum ad $\triangle MAC$ & duplum $\triangle LBC$ ad $\triangle BAC$. quare & componendo ut EG , LM ad FG , AM , ita $\triangle DBE$, $\triangle LBC$ triangula ad triangula $\triangle DFE$, $\triangle BAC$, etenim & hoc quoque deinceps ostendetur. minor autem est utraque EG , LM , quam utraque FG , AM . ergo & triangula $\triangle DBE$, $\triangle LBC$ utraque utrisque triangulis $\triangle DFE$, $\triangle BAC$ minora erunt.

¶ sexti.

PROBLEMA I. PROPOSITIO VIII.

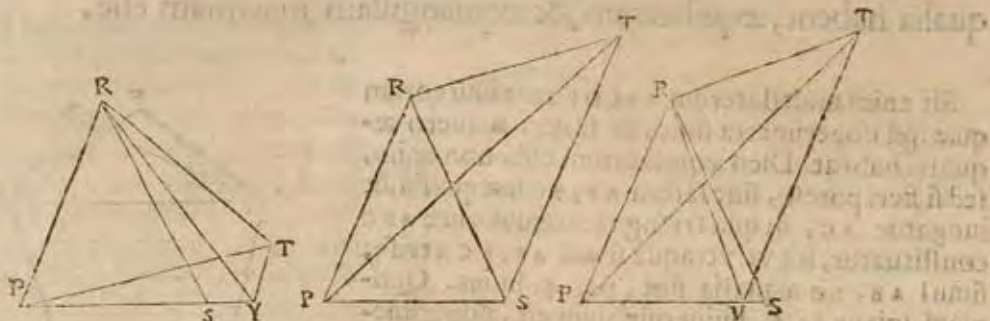
Quod autem positum est, ita ostendetur.

Sint in basibus inæqualibus AB , CD æquicruria triangula $\triangle AEB$, $\triangle CFD$: & sit AE quidem ipsi CF æqualis; AB vero maior, quam CD . triangula igitur dissimilia sunt. Itaque oportet in basibus $ABCD$ similia æquicruria triangula constituere, ita ut quattuor ipsorum latera simul sumpta æqualia sint lateribus AE , EB , EF , FD simul sumptis.



Exponat

Exponatur enim recta linea GH æqualis ipsis AB, EB, CF, FD : & secetur in K , ita ut GK ad KH eandem proportionem habeat, quam AB basis ad basim CD . secetur etiam vtraque ipsarum GK, KH bifariam in LM punctis. Quoniam igitur GH vtrisque AB, CD est maior, quod & ipsæ AE, EB, CF, FD : & ut AB ad CD , ita GK ad KH : erit & GK maior, quam AB : & KH , quam CD maior. secta autem est vtraque ipsarum GK, KH bifariam. ergo rectarum linearum AB, GL, LK quæque duæ reliquæ maiores sunt, quocumque sumptæ. Similiter & ipsarum CD, KM, MH . Constituatur igitur ex AB, GL, LK triangulum AXB . manifestum est ipsum cadere extra rectas lineas AB, EB propterea quod GL, LK maiores sunt, quam AE, EB : sunt enim AB, EB ipsius GH dimidia, cum AB, EB æquales sint ipsis CF, FD : & quattuor latera simul, rectæ lineæ GH æqualia. GK vero maior, quam dimidia GH præterea ex CD, KM, MH constituatur CND triangulum. eadem ratione intra cadent; atque erunt ea trianguula inter se similia, quoniam ut AB ad CD , ita est GK ad KH : earumque dimidiæ GL, KM , & LK ad MH : & quæ ipsis æquales constitutæ sunt, AX ad CN , & BX ad DN . sed ABB triangulum triangulo CFD interdum quidem est maius, interdum minus, interdum vero ipsi æquale.



Sit enim triangulum PRS habens PR æqualem FC , & RS æqualem ED , & PS ipsi CD . æqualia igitur sunt, & similia inter se trianguula CFD, PRS . & quoniam AB maior est, quam CD , hoc est, quam PS , & AB, EB sunt æquales PR, RS , quod & ipsis CF, FD ; vtraque vtrique erit angulus ABE , quam PRS maior, quod & maior, quam CFD . ponatur angulo ABE æqualis angulus PRT , ipsiq; RS æqualis RT , & PT iungatur, ergo triangulum PRT æquale est, & simile triangulo ABE . producatursi PSY , & ipsi AB æqualis sit PY . & iungatur RY . maior igitur est RY , quam RS , & quam RT . vtraque enim PR, RT ipsi RS est æqualis. triangulum autem PRT , vel æquale est triangulo PRS , si ducta TS parallela sit ipsi RP , & alterni anguli RPT, PTS æquales sint, triangu-
B
C
 gula enim in eadem sunt basi RP , & in eisdem parallelis RP, TS . vel ipso est maius, si TY parallela sit ipsi RP : & angulus PTY alterno RPT . sit æqualis. rursus enim PRT triangulum sit æquale triangulo RPY . maius autem triangulum PRY triangulo PRS . ergo & PRT triangulum triangulo PRS est maius. Quod si TV sit parallela RP , ob angulos alternos æquales RPT, PTV : & PRT triangulum æquale erit triangulo RPV , ita ut triangulum PRS maius sit triangulo PRV , hoc est triangulo PRT . ergo ABE triangulum æquale existens ipsi PRT , vel maius est, vel minus, vel æquale triangulo PRS , hoc est CFD .

COMMENTARIVS.

Itaque oportet in basibus AB, CD similia æquicruria trianguula constituere, ita ut quattuor ipsorum latera simul sumpta æqualia sint lateribus AE, EB, CF, FD simul sumptis] *Codex Græcus hoc loco corruptus est, ut opinor, ὅς το' τῶς δ' ἀρευρῆς αὐτῶν ἀμαί-
 κας ἢ τῶς αβ γ δ ἀμα. legendum autem est ὅς τε τῶς δ' ἀρευρῆς αὐτῶν.*

Producatursi PSY , & ipsi AB æqualis sit PY . Non video quam ob causam PY fiat æ-
B
 qualis ipsi AB . nam ubicumque ponatur T extra S . semper RY maior erit, quam RS , quod
 maiori angulo subtendatur. præterea cum a puncto Y ducta parallela ipsi PR cadit extra S ,
 nulla est necessitas, ut semper cadat in V . potest enim etiam inter SY , & extra cadere, qua-
 re videtur legendum, producatursi PS in Y , & RY iungatur, ita enim Y quodlibet punctum
 notabit extra S , quemadmodum & V quodlibet intra S notat.

Triangulum autem PRT vel æquale est triangulo PRS si ducta TS parallela sit ipsi RP , & alterni anguli RPT, PTS æquales sint.] Satis erat alterum ipsorum dixisse, hæc enim sese mutuo consequuntur. nam si TS parallela est ipsi RP , & alterni anguli sunt æquales, & si alterni anguli sunt æquales, & TS parallela est ipsi RP , quod ex 27. & 29 primi libri elementorum manifesto apparere potest.

THEOREMA VIII. PROPOSITIO IX.

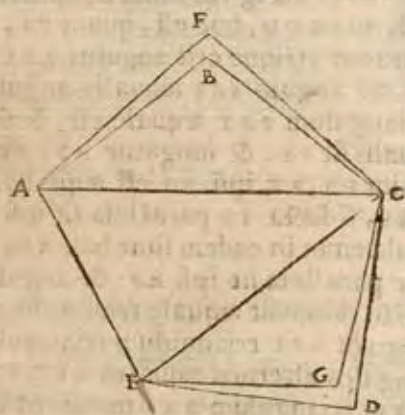
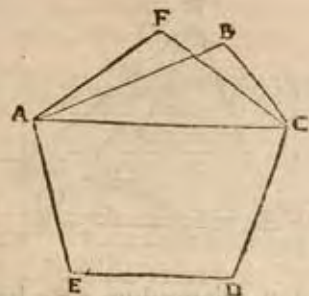
Reliquum eorum, quæ posita sunt.

THEOREMA IX. PROPOSITIO X.

His explicatis propositum ostendemus, videlicet.

Isoperimetricarum figurarum, quæ rectilineæ sunt, & latera numero æqualia habent, æquilateram, & æquiangulam maximam esse.

Sit enim multilaterum $ABCDE$ maximū eorum quæ ipsi isoperimetra sunt, & latera numero æqualia habeat. Dico æquilaterum esse. non enim, sed si fieri potest, sint latera AB, BC inæqualia, & iungatur AC , in qua triangulum æquicrurum AFC constituatur, ita ut utraque simul AF, FC utrisque; simul AB, BC æqualia sint, per 4. huius. Quoniam igitur in 5. huius ostensum est, isoperimetricorum triangulorum, quæ in eadem basi consistant, maximum esse æquicrurum, triangulum AFC triangulo ABC maius erit. quare addito communi $ACDB$ quadrilatero, erit aliquod spacium $FCDBA$ maius maximo $ABCDE$, isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia habens, quod fieri non potest. æquilaterum igitur est $ABCDE$. & quod ad æquilaterum magis accedit, semper maius est; quippe cum ostensum sit, triangulum quod magis ad æquicrurum accedit, semper esse maius. Dico præterea quinque laterum $ABCDE$ æquiangulum esse. non enim, sed si fieri potest, sit angulus B angulo D maior ergo, & recta AC maior erit, quam CE . æquales enim sunt AB, BC, CD, DE . Constituantur in basibus inæqualibus AC, CE similia æquicruria triangula, ut in 8. huius ostensum est, AFC, CGB . quæ utraque latera AF, FC, CG, GB simul sumpta æqualia habeant utrisque AB, BC, CD, DE simul sumptis. triangula igitur constituta AFC, CGB simul maiora erunt, iis quæ a principio AFC, CDE . etenim hoc quoque in 7. ostensum est, & communi appposito ACB triangulo idem absurdum sequetur. nam $AFCGB$ maius erit maximo $ABCDE$, & isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia habens. ergo æquiangulum est $ABCDE$, quinque laterum. Isoperimetricarum igitur figurarum, quæ rectilineæ sunt, & latera numero æqualia habent, maxima est æquilatera, & æquiangula, & simul constat omnium isoperimetricarum figurarum circulum maximum esse, quoniam circulus isoperimetra figura ordinata, quæ æquilatera est, & æquiangula, maior ostensus est.



COMMENTARIUS.

A Quoniam igitur in 5. huius ostensum est, &c.] in Græco codice legitur. ἐπεὶ δὲ ἀποδείχθη. sed cum propositio ea quinta sit iuxta nostram divisionem, ita vertere malimus, & idem observavimus in alijs locis.

Nam

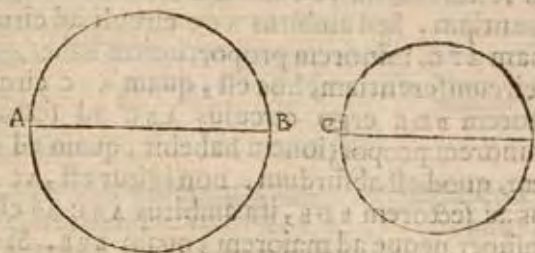
Nam $AFCGE$ maius erit maximo $ABCD$, & isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia habens. ego æquiangulum est $ABCD$ quinquelaterum] *Hoc loco corruptus est Græcus codex, qui fortasse ita restituatur. τὸ γὰρ αζγη μίζον ἔσαι τῶ αβγδ ε μίζον, ἰσοπερίμετρον αὐτῶ, ὃν ἰσοπλάγους πλευρὰς ἔχον. ἰσογώνιον ἄρα ὅτι τὰ αβγδ ε πᾶνδ᾽ ἀπλευροί.*

Eiusdem contemplationis est & illud. Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima est semicirculus. Hoc autem demonstrabimus, si prius ea, quæ ad id sumuntur, conscribemus.

THEOREMA X. PROPOSITIO XI.

Circulorum circumferentiæ inter se sunt, vt diametri.

Sint duo circuli AB, CD . Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD , ita esse rectam lineam AB ad ipsam CD . Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD , ita est quadratum ex AB ad quadratum ex CD ; sed circuli AB quadruplum est rectangulum, quod continetur recta linea AB , & circuli circumferentia; circuli vero CD quadruplum est rectangulum recta linea CD , & circuli circumferentia contentum, quod quidem antea demonstratum est: erit vt rectangulum, contentum AB recta linea, & circumferentia circuli AB , ad rectangulum, quod recta linea CD , & circuli CD circumferentia continetur, ita quadratum ex AB ad id, quod fit ex CD quadratum. & permutando vt rectangulum contentum recta linea AB , & AB circumferentia ad quadratum ex AB , ita rectangulum, quod continetur CD recta linea, & circumferentia CD ad quadratum ex CD . Vt igitur circuli AB circumferentia ad rectam lineam AB , ita circumferentia circuli CD ad rectam CD & permutando vt AB circuli circumferentia ad circumferentiam circuli CD , ita recta linea AB ad CD rectam.



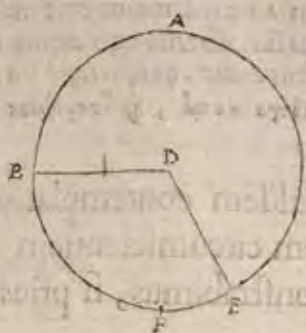
ALITER.

Hoc etiam demonstrabitur non assumendo rectangulum, quod diametro circuli, & circumferentia continetur, circuli quadruplum esse. polygona enim similia in circulis descripta, vel circumscripta ambitus habent, qui quidem inter se sunt, vt quæ ex centris circulorum. ergo & circulorum circumferentiæ eandem inter se, quam diametri proportionem habent.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XII.

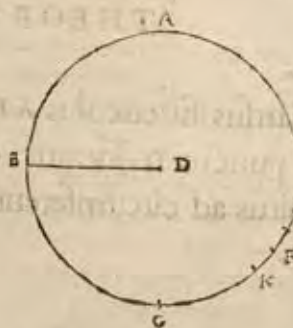
Rursus sit circulus ABC circa centrum D , cuius ea quæ ex centro D & a puncto D ducatur quædam recta linea DE . Dico vt circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE , ita esse circulum ABC ad BDE sectorem.

- Si igitur circumferentia BFE commensurabilis est ambitui circuli ABC , quoniam diuiso ambitu ABC in mensuras, & a punctis diuisionum ductis ad centrum rectis lineis, sectores omnes inter se congruunt, atque est eorum multitudo æqualis multitudini mensurarum: erit ut totus circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE , ita circulus ABC ad BDE sectorem, ex
- A** 15. quinti libri elementorum. Quod si ambitus non est commensurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad sectorem BDE , ita ambitus ABC ad BFE circumferentiam. Sit enim, si fieri potest, ut ABC circulus ad sectorem BDE , ita ambitus ipsius ABC ad circumferentiam BF prius
- B** minorem, quam BFE . & sumatur alia quædam circumferentia BG maior quidem quam BF , minor vero, quam BFE , atque ambitui ABC commensurabilis: ut est lemma sphaericorum, iunga turque DG . est igitur ex antedictis, & ut circulus ABC ad BDE sectorem, ita ABC ambitus circuli ad BFG circumferentiam. Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG , minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam, hoc est, quam ABC circulus ad sectorem BDE ergo circulus ABC ad sectorem BDE minorem proportionem habebit, quam ad BDE sectorem, quod est absurdum. non igitur est, ut ABC
- D** circulus ad sectorem BDE , ita ambitus ABC ad circumferentiam minorem, quam BFE . Dico insuper neque ad maiorem, quam BFE . Si enim fieri potest, sit ad circumferentiam BEC . & similiter circumferentia quædam BEH sumatur, maior quidem quam BFE , minor vero, quam BEC , sed ambitui circuli ABC commensurabilis, & iungatur DH . Rursus quoniam ut ABC circulus ad sectorem BDE , ita est ambitus circuli ABC ad BEH circumferentiam: ambitus vero ABC ad circumferentiam BEH maiorem proportionem habet, quam ad BEC circumferentiam, hoc est quam ABC circulus ad sectorem BDE : habebit circulus ABC ad sectorem BDE maiorem proportionem quam ad sectorem BDE , quod idem est absurdum. non igitur ut ABC circulus ad sectorem BDE , ita est ambitus ipsius ABC ad circumferentiam maiorem, quam sit BFE . ostensum autem est, neque ad minorem. ergo ut circulus ABC ad sectorem BDE , ita ambitus ipsius ABC ad BFE circumferentiam.



COMMENTARIUS.

- A** Quod si ambitus non est commensurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad sectorem BDE , &c.] *Græcus codex.* εἰδὲ μὴ ὅτι ἀνυπόθετος τῇ β ζ ε περιφέρεια μὴ δὲ ὅτιν ὡς ὁ α β γ κύκλος πρὸς τὴν β δ ε τομεία. Sed corruptum est ut ὅτι οὐ τὸ τασσεῖται corrigendus. εἰ δὲ μὴ ὅτι ἀνυπόθετος τῇ β ζ ε περιφέρεια; ὁμοίως ὅτιν ὡς ὁ α β γ κύκλος πρὸς τὴν β δ ε τομεία.
- B** Et sumatur alia quædam circumferentia BG , maior quidem, quam BF , minor vero, quam BFE , atque ambitui ABC commensurabilis, ut est lemma sphaericorum] *Vbi hoc lemma sit, nondum noui, sed tamen illud ita faciemus.*
- .decimi. Diuidatur circuli ABC circumferentia bifariam, & eius dimidia rursus bifariam: idq; semper fiat, quoad relinquatur circumferentia quædam BG minor, quam BE . quæ si maior sit, quā BF , factū iam erit, quod proponebatur, sin minus diuidatur BC bifariam, & si opus erit rursus bifariam, quousq; reliqua sit circumferentia minor, quam GE , cui quidem æqualis ponatur GK , & si BGK adhuc non sit maior, quam BGF , rursus diuidatur GK , eiusq; dimidia, quousq; relinquatur circumferentia minor quā KE , & ipsi æqualis sit KL , idemq; semper fiat, quoad tandem sumatur circumferentia minor quidem, quam BE , maior vero, quam BF . quod ipsum facere oportebat.



Sed

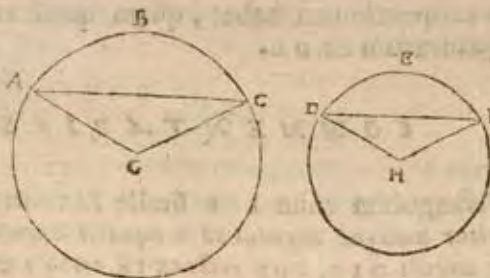
Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam DEF minorem proportionem habet, C quam ad BE circumferentiam] in Græco codice legitur $\alpha\rho\omicron\varsigma \text{ } \beta \text{ } \epsilon \zeta \eta \text{ } \pi\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\iota\alpha\varsigma$ sed legen-

Ita ambitus ABC ad BE circumferentiam, minorem, quam BEF] Græcus codex ha- D bet. $\alpha\rho\omicron\varsigma \text{ } \beta \text{ } \epsilon \zeta \eta \text{ } \pi\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\iota\alpha\varsigma$ ἰσάρονα λόγον ἔχει τῆς $\beta \epsilon \zeta \eta \text{ } \pi\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\iota\alpha\varsigma$ sed legendum $\alpha\rho\omicron\varsigma \text{ } \beta \text{ } \epsilon \zeta \eta \text{ } \pi\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\iota\alpha\varsigma$ ἰσάρονα ἵσταν τῆς $\beta \epsilon \zeta \eta \text{ } \pi\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\iota\alpha\varsigma$.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIII.

Similes circulorum portiones inter se sunt vt basium quadrata, & cir- cumferentiæ ipsarum inter se vt bases.

Sint similes circulorum portiones ABC DEF . Dico vt portio quidem ABC ad DEF portionem, ita esse quadratum ex AC ad quadratum ex DF : vt autem ABC circumferentia ad circumferentiam DEF , ita AC ad DF . compleantur circuli, su- manturque ipsorum centra G , H , & iun- gantur AG , GC , DH , HF . Quoniam igitur similes sunt ABC , DEF portiones; an- gulus ad G æqualis est angulo ad H ; trian- gulumq; AGC triangulo DHF simile, & ABC circumferentia similis circumferentiæ DEF . ergo vt circulus ABC ad $AGCB$ sectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiā hoc est quattuor recti ad angulū G . vt autem DEF circulus ad sectorem $DHFE$, ita am- bitus circuli DEF ad DEF circumferentiā, & quattuor recti ad H angulū. Sed angulus H angulo G est æqualis. ergo vt ABC circulus ad sectorem $AGCB$, ita circulus DEF ad $DHFE$ sectorem: & permutando vt ABC circulus ad circulū DEF , ita $AGCB$ sector ad $DHFE$ sectorem. & vt circulus ad circulū, ita quadratum ex AG ad quadratū ex DH : hoc est AGC triangulum ad triangulum DHF . Vt igitur $AGCB$ sector ad sectorem $DHFE$, ita triangulū AGC ad DHF triangulum: & reliqua portio ABC ad portionem DEF , vt trian- gulum AGC ad triangulum DHF ; hoc est vt quadratum ex AC ad id, quod ex DF qua- dratum. Dico præterea vt ABC circumferentia ad circumferentiam DEF , ita AC basis ad basim DE . Iisdem enim constructis, vt ABC circuli circumferentia ad circum- ferentiam circuli DEF , ita circumferentia ABC ad DEF circumferentiam. Vt autem circulorum circumferentiæ inter sese, ita AG ad DH , hoc est AC ad DF . Vt igitur ABC circumferentia ad circumferentiam DEF , ita basis AC ad DF basim.



COMMENTARIVS.

Quoniam igitur similes sunt ABC , DEF portiones, angulus ad G æqualis est angulo A ad H] *Ex similitum circuli portionum definitione.*

Ergo vt circulus ABC ad $AGCB$ sectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circum- B ferentiam] *Ex antecedenti.*

Hoc est quattuor recti ad angulū G] *Ex Ultima sexti.*

Hoc est AGC triangulum ad triangulum DHF] *Nam cum triangulum AGC simile sit triangulo DHF , habebit triangulum AGC ad ipsum DHF duplam proportionem eius, quæ est AG ad DH ex 19. sexti. & ex 20. eandem habebit quadratum ex AG ad quadratum ex DH . Vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex DH , ita est AGC triangulum ad triangulum DHF .*

Et reliqua portio ABC ad portionem DEF , vt triangulum AGC ad triangulum DHF] E *Ex 19. quinti.*

Vt autem circulorum circumferentiæ inter sese, ita AG ad DH] *Ex Undecima huius. F* *Circulorum enim circumferentiæ eandem inter se proportionem habent, quam ipsorum diame- tri, & earum dimidia, quæ ex centris circulorum.*

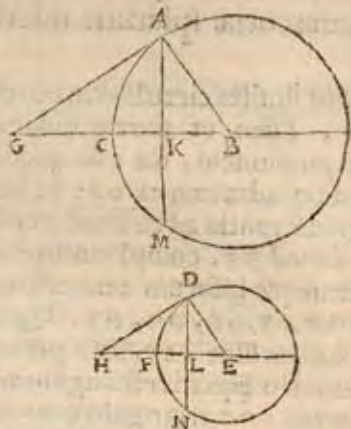
Hoc est AC ad DF] *Ex 4. sexti ob triangulorum AGC , DHF similitudinem.*

THEO-

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Sint duo circuli; & ad ipsorum centra æquales anguli ABC , DEF . & contingentes quidem rectæ lineæ sint AG , DH ; perpendiculares vero AK DL . ostendendum est, vt AGK triangulum ad trilineum ACK , ita esse triangulum DHL ad DFL trilineum.

- A** Hoc autem ex antedictis manifestum est. triangu-
B lum enim AGK simile fit triangulo DHL : & ACK trili-
C neum simile trilineo DFL : & vtrumq; ad vtrumq; ean-
 dem proportionem habet, quam quadratum ex AK
 ad quadratum ex DL .



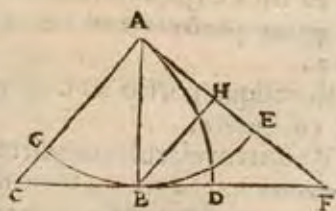
COMMENTARIUS.

- A** Triangulum enim AGK simile fit triangulo DHL]
 Ponitur namque angulus ad B æqualis angulo ad E : &
 sunt anguli GAB , HDE recti ex 18. tertij: & ob id inter
 se æquales, ergo & reliquis æqualis reliquo, & triangu-
 lum AGK triangulo DHL simile. Sed triangulo AGK si-
 mile est triangulum ACK , & triangulo DHL simile trian-
 gulum DHL , ex 8. sexti. ergo, & triangula AGK , DHL inter se similia erunt.
B Et ACK trilineum simile trilineo DFL] Cum enim anguli ad B & E sint æquales, erunt &
 circumferentiæ AC , DF inter se similes: & productæ AK , DL vsq; ad alteram circumferen-
 tia partem in punctis M , N similes circularum portiones abscindunt, ACM , DFN : quarum di-
 midia ACK , DFL etiam similes sunt,
C Et vtrumque ad vtrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK
 ad quadratum ex DL] Triangulum enim AGK ad triangulum DHL ipsi simile eandem ha-
 bet proportionem, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL , ex eis quæ nos proxime tra-
 didimus. portio autem ACK ad DFN portionem, hoc est earum dimidia, videlicet, ACK tri-
 lineum ad trilineum DFL . ex antecedenti eam proportionem habet, quam quadratum ex AK
 ad quadratum ex DL : hoc est quam quadratum, ex AK ad id quod fit ex DL quadratum: trian-
 gulum igitur AGK ad triangulum DHL eandem proportionem habebit, quam trilineum ACK
 ad trilineum DFL . & permutando AGK triangulum ad trilineum ACK habebit eandem, quam
 triangulum DHL ad DFL trilineum.

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XV.

Sit triangulum orthogonium ABC : & circa centrum C per A descri-
 batur circumferentia AD . rectus autem est angulus ad B . ostendendum
 est sectorem ACD ad ABD trilineum maiorem proportionem habere,
 quam angulus rectus ad BCA angulum.

- 16. tertij.** Ducatur ipsi CA ad rectos angulos AF , quæ circum-
 ferentiam AD contingit: & per B circa centrum C
 describatur circumferentia EEG : atq; ad AF perpen-
 dicularis BH ducatur. Quoniam igitur BBF trilineum
 ad trilineum EBH maiorem proportionem habet, quam
16. quinti ad FAB sectorem; & componendo triangulum FHB ad
 trilineum EBH maiorem habet proportionem, quam
 FAB triangulum ad sectorem EAB ; vt autem FHB triangulum ad trilineum EBH ; ita trian-



triangulum FAB ad ADB trilineum; quod æquales sunt anguli EAB , ACD ; hoc enim A
ante demonstratum est: & triangulum FAB ad EAD trilineum maiorem propor- B C
tionem habebit, quam ad sectorem EAB . maior igitur est EAB sector trilineo DAB 10
ac propterea EAB sector ad sectorem BAG maiorem habet proportionem, quam 8 quin.
trilineum DAB ad BAG sectorem. sed trilineum DAB ad BAG sectorem maiorem
proportionem habet, quam ad triangulum AEC . multo igitur maiorem habet
 EAB sector ad sectorem BAG , quam trilineum DAB ad BAC triangulum. Vt au-
tem sector BAB ad BAG sectorem, ita angulus FAB ad angulum BAC . ergo angulus $vi. sexti.$
 FAB ad BAC angulum maiorem proportionem habet, quam DAB trilineum ad trian-
gulum BAC . & conuertendo triangulum BAC ad BAD trilineum maiorem habet pro- $26. quin.$
portionem, quam BAC angulus ad angulum BAE : componendoque sector DCA ad AED $28. quin.$
trilineum maiorem proportionem habet, quam FAC angulus ad angulum FAB ; hoc
est, quam angulus rectus ad ACB angulum. est enim angulus FAB æqualis ipsi ACB ,
quod in orthogonio triangulo FAC , perpendicularis est AB , & triangulum FAB , $s. sexti.$
triangulo ACF est simile.

COMMENTARIVS.

Quod æquales sunt anguli EAB , ACD] Ex $8. sexti.$ est enim triangulum FAC orthogo- A
num, & ab angulo recto ad basim perpendicularis ducitur AB . quare ABF triangulum simile
est triangulo CAF , angulusque FAB angulo FCA æqualis.

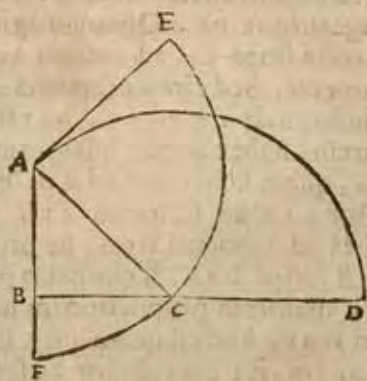
Hoc enim ante demonstratum est] In antecedente.

Et triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quam ad C
sectorem EAB] Ex $13. quinti.$

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVI.

Sit rursus triangulum orthogonium ABC , rectum angulum habens
ad B ; & circa centrum c per A circuli circumferentia describatur. Dico
 ACD sectorem ad trilineum ABD maiorem proportionem habere, quam
angulus rectus ad ACD angulum.

Ducatur ipsi AC ad rectos angulos AE : & produ-
cta EA per c punctum circa centrum A describatur
circuli circumferentia ECF . Quoniam igitur circa
eandem semidiametrum CA descriptæ sunt circum-
ferentiæ AD , ECF ; constat eas esse æqualium circu-
lorum: & angulus ACD maior est angulo CAE . ergo
sector ACD sectore ACE est maior: & ob id maiorem
proportionem habet ACD sector ad triangulum ABC ,
quam sector ACE ad idem triangulum: & multo ma-
iorem, quam sector ACE ad sectorem ACF . Vt autem
 ACE sector ad sectorem ACF , ita angulus BAC ad
 ACF angulum ergo ACD sector ad triangulum ABC
maiorem proportionem habet, quam EAC angulus
ad angulum CAF . & conuertendo, componendoque,
& rursus conuertendo maiorem proportionem habet ACD sector ad trilineum ABD , C
quam angulus BAC ad EAF angulum: hoc est quam rectus angulus ad angulum ACD .
est enim angulus BAF æqualis angulo ACD , quoniam & ACD æqualis est recto CBA , D
& BAC angulo.



A
 $s. quinti.$
 B
 $vi. sexti$

COMMENTARIVS.

Et angulus ACD maior est angulo CAE] Angulus enim ACD exterior (ex $32. pr.$) æqua- A
lis est

lis est duobus interioribus, & oppositis ABC, EAC , quorum ABC est rectus. ergo angulus ACD maior erit, videlicet angulo CAE , quem rectum esse posuimus.

B Et multo maiorem, quam sector ACE ad ACF sectorem.] Nam sector ACE ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam ad sectorem ACF , quippe qui triangulum ABC est maior, ex 8. quinti,

C Et conuertendo, componendoque, & rursus conuertendo maiorem proportionem habet ACD sector ad trilineum ABD , quam angulus EAC ad angulum EAF .] Quoniam enim ACD sector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF , habebit conuertendo ex 26. quinti, ABC triangulum ad sectorem ACD minorem proportionem, quam angulus CAF ad EAC angulum: componendoque ex 28. eiusdem ABD trilineum ad sectorem ACD minorem proportionem habebit, quam angulus EAF ad EAC angulum: & rursus conuertendo sector ACD ad ABD trilineum maiorem habebit proportionem, quam EAC angulus ad angulum EAF . In Græco codice legitur καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθίπτει, & ἀναστρέφεται μείζονα λόγον ἔχει, &c.] Sed corrupta, ut opinor, etenim conuersa ratione, & composita tantum vtimur, non item rationis conuersione.

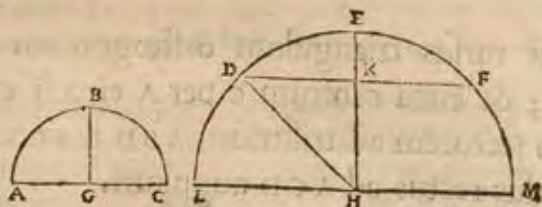
D Est enim angulus BAF æqualis angulo ACD , quoniam, & ACD æqualis est recto CBA , & EAC angulo.] Ex 32. primi elementorum.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVII.

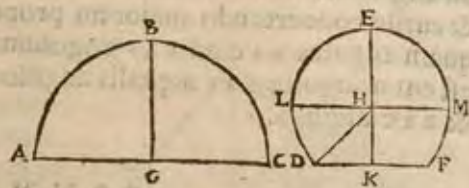
His præmissis theorema propositum, quod comparatiuum est, ita demonstrabimus.

A Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima est semicirculus.

Sint duæ circularum portiones ABC, DEF , quæ æquales habeant ABC, DEF circumferentias: & sit ABC semicirculus. portio vero DEF prius sit semicirculo minor. Dico semicirculum portione esse maiorem. Sumantur enim circularum centra GH , & ad rectos angulos sit



B 11. huius ob: a puncto autem H ad DE perpendicularis ducatur HKE : & ipsi DE parallela LM , iungaturque DH . Quoniam igitur ut circumferentia LE ad AB circumferentiam, ita est recta linea LH ad rectam AG . Circularum enim circumferentiæ inter sese sunt, ut diametri. Sed circumferentia AB æqualis est ipsi DE circumferentiæ. Ut igitur circumferentia LE ad ED , ita est LH ad AG . & ut LE ad ED , ita sector LHE ad EHD sectorem. habet autem quadratum ex HL ad quadratum ex AG duplam proportionem **C** eius, quam habet LH ad AG . ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG , hoc est **D** sector LHE ad sectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LCH sector habet ad sectorem DCH . ac propterea inter sectores LCH, ABG medius proportiona- **E** lis est sector DEH . & quoniam per lemma ante demonstratum sector DEH ad trilineum EDK maiorem proportionem habet, quam rectus angulus; hoc est angulus LHE ad ip- **F** sum DHE ; hoc est quam LHE sector ad sectorem DH . ut autem sector LHE ad DHE sectorem, ita DHE sector ad sectorem ABG . ergo sector DHE ad DEK trilineum ma- **3. quinti.** iorem proportionem habet, quam idem sector ad sectorem ABG . maior igitur est ABG sector trilineo DEK : & eorum dupla, ergo ABC semicirculus portione DEF est maior. Sit rur- **G** sus portio DEF maior semicirculo. Dico itidem semicirculum portione maiorem esse, con- struantur enim eadem, quæ supra. Similiter dem nstrabimus ut LHE sector ad sectorem DHE , ita esse sectorem DHE ad ipsum ABG ,



G quod æquales sint AB, DE circumferentiæ. Et quoniam ob secundum lemma sector DHE ad DEK trilineum maiorem proportionem habet, quam rectus angulus, videlicet LHE ad angulum DHE , hoc est, quam LHE sector ad sectorem DHE , hoc est, quam sector

sector DHE ad ABG sectorem; erit ABG sector trilineo DEK maior: & eorum dupla. maior igitur est ABC semicirculus portione DEF, ex quibus sequitur omnium circuli portionum, quæ æquales habent circumferentias, semicirculum maximum esse.

COMMENTARIVS.

Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam, habent maxima est semicirculus] **A**
Hæc nos addidimus perspicuitatis causa, quæ in Græco non erant.

Et ipsi DE parallela LM] *Intelligatur per H centrum duct LM ipsi DE parallela, quæ* **B**
sit LHM.

Habet autem quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem eius, **C**
 quam habet LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hæc est se- or
 LEH ad sectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH sector habet
 ad sectorem DHE] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur. καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς*
τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τῆς δθλ πρὸς ηα, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δθλ πρὸς τὸ ἀπὸ αη,
ita vero corrigendus est, ut opinor καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα
λόγον τῆς λθ πρὸς αη, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. Quoniam enim ut circuli
circumferentia LE ad ED circumferentiam, ita est LH ad AG, & rursus ut LE ad ED, ita sector
LHE ad EHD sectorem; erit & ut LH ad AG, ita LEH sector ad sectorem DHE. Quod
cum quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem habeat eius, quam habet
LH ad AG ex 2. sexti; duplam quoque proportionem habebit eius, quam sector LEH habet
ad DEH sectorem.

Ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH ad sectorem AGR] **D**
 Semicirculus enim LEM ad semicirculum ABC ex 13. huius, eam proportionem habet, quam
 quadratum ex LM ad quadratum ex AC, hoc est quam quadratum ex LH ad quadratum ex AG, &
 eorum dimidia; sector igitur LEH ad sectorem ABG est ut quadratum ex LH ad quadratum ex AG.

Et quoniam per lemma ante demonstratum] *Ex 15. huius.* **E**

Vt autem sector LHE ad DHE sectorem, ita DHE, sector ad sectorem ABG. ergo **k**
 sector DHE ad DEK trilineum, & 2.] *Græcus codex mancus est, quem nos ita restitimus.*
ὅς δὲ ὁ λθ τομὴς πρὸς τὸ δθλ, ὅπως ὁ δθλ τομὴς πρὸς τὸ αβγ τομὴν. ὁ ἄρα δθλ το-
μὴς πρὸς τὸ δθλ τριγώνιον.

Et quoniam ob secundum lemma] *Ex 16. huius.*

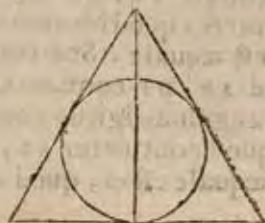
Primum & effectorem omnium Deum mundo sphericam figuram merito, ac iure de-
 disse philosophi asserunt, cum omnium optimam, pulcherriamque delegisset, quæ
 ipsi sphaeræ insunt naturalia symptomata dicentes, præterea & illud addunt, omnium
 solidarum figurarum, quæ æqualem superficiem habeat, sphaeram maximam esse. Ita-
 que alia quidem, quæ ipsi dicunt in esse perspicua sunt, & minori indigent probatio-
 ne. At vero maiorem esse alijs figuris, neque ipsi philosophi probant, sed affirmant
 solum, neque sine maxima contemplatione persuaderi facile potest. Age igitur quem-
 admodum in superioribus, circulum maximum omnium, quæ æqualem ipsi ambitum
 habent, ordinarum, multiangularumque figurarum, maximum inuenimus, & nunc,
 quod consequens est, sphaeram omnium, quæ æqualem habeat superficiem, ordinarum,
 ac solidarum figurarum maximam ostendere enitamur. Sed prius de solidis ipsis,
 cum quibus sphaeram conferri oportet, pauca differamus. Multæ enim intelligi pos-
 sunt solidæ figuræ, varias superficies habentes; magis autem quis existimauerit dignas,
 de quibus dicatur, eas, quæ ordinate esse videntur. & ex his multo magis tum cones,
 tum cylindros, tum quæ polyedra appellantur. hæc autem sunt, non solum quæ apud
 diuinissimum Platonem quinque figuræ, videlicet tetraedrum, hexaedrum, octaedrum
 & dodecaedrum, & quintum icosaedrum, sed etiam quæ ab Archimede inuenta sunt,
 numero tredécim; æquilateris quidem, & æquiangulis polygonis, non autem similibus
 contenta. Primum enim octaedrum est, quod quattuor triangulis, & totidem hexago-
 nis continetur. tria vero deinceps, quattuordecim basium, quorum primum contine-
 tur octo triangulis, & octagonis sex. Secundum quadratis sex, & hexagonis octo. ter-
 tium triangulis octo, & sex quadratis. Postea duo vigintisex basium, quorum primum
 octo triangulis. & duodeviginti quadratis continetur. Secundum quadratis duodecim
 hexagonis octo, & sex octagonis deinde tria triginta duarum basium, quorum primum
 triangulis viginti, & duodecim decagonis constat. Secundum pentagonis duodecim,
 & viginti hexagonis. tertium triangulis viginti, & quadratis duodecim. post hæc unum
 est,

est, octo & triginta basium, quod constat triginta duobus triangulis, & quadratis sex. Hoc sequuntur duo sexaginta duarum basium, quorum primum viginti triangulis, quadratis triginta, & pentagonis duodecim comprehenditur. Secundum triginta quadratis, hexagonis viginti, & decagonis duodecim. Denique ultimum nonaginta duarum basium, quod triangulis octoginta, & duodecim decagonis continetur. Quot autem angulos solidos habeant vnaquæquæ tredecim figurarum polyedrarum, & quot latera, hoc modo comperiemus. Quarum enim simpliciter polyedrarum figurarum solidi anguli tribus planis angulis constant, enumeratis angulis planis, quos habent omnes polyedri bases, facti numeri tertia pars est numerus solidorum angulorum. quarum autem polyedrarum angulus solidus quattuor planis angulis continetur, enumeratis omnibus angulis planis, quos habeant polyedri bases, numeri eius quarta pars est angulorum solidorum numerus. Simili ratione quarum polyedrarum angulus solidus quinque planis angulis comprehenditur, quinta pars multitudinis angulorum planorum, est numerus solidorum angulorum multitudinis. At vero multitudinem laterum, quæ vnaquæque polyedrarum figurarum habet, hoc modo inueniemus. enumeratis enim omnibus lateribus, quæ habeant superficies polyedrum continentes, eorum numerus æqualis est multitudini planorum angulorum. Sed quoniam duorum planorum vnumquodque latus commune est, patet dimidium multitudinis numerum esse laterum polyedri. Primum igitur tredecim dissimilium polyedrorum, cum triangulis quattuor, & totidem hexagonis continetur, angulos quidem solidos habet duodecim, latera autem duodeviginti. etenim quattuor triangulorum anguli duodecim sunt, & latera duodecim, quattuor autem hexagonorum anguli viginti quattuor, & vigintiquattuor latera. numeroque omni facto 36. necesse est solidorum angulorum numerum numeri prædicti tertiam partem esse, quoniam, & vnusquisque solidorum ipsius angulorum tribus angulis planis continetur. At laterum multitudo dimidia pars est ipsius numeri, videlicet 36. ita ut latera sint duodeviginti. Eorum vero, quæ ex quattuordecim basibus constat primum continetur octo triangulis, & quadratis sex, ita ut duodecim solidos angulos habeat, vnusquisque enim ipsius angulus quattuor angulis planis comprehenditur, latera autem habeat vigintiquattuor. Secundum, quod continetur quadratis sex, & octo hexagonis, habebit solidos angulos vigintiquattuor: vnusquisque enim angulorum ex tribus angulis planis constat: & habebit latera triginta sex. Eorum, quæ sex, & viginti bases habet. Primum quod triangulis octo, & duodeviginti quadratis continetur, habebit solidos angulos vigintiquattuor, & quadraginta octo latera. Secundum, quod continetur duodecim quadratis hexagonis octo, & octagonis sex, habebit solidos angulos 48. latera 72. Eorum, quæ ex 32. basibus constant, primum, quod continetur triangulis viginti, & duodecim pentagonis, habebit solidos angulos triginta, latera sexaginta. Secundum, quod continetur duodecim pentagonis, & hexagonis viginti, habebit solidos angulos sexaginta, latera nonaginta. Tertium, quod viginti triangulis, & decagonis duodecim continetur, habebit solidos angulos sexaginta, latera nonaginta. Illud autem, quod ex triginta octo basibus constat, quoniam continetur triangulis trigintaduo, & quadratis sex, habebit solidos angulos quadraginta, latera sexaginta. Eorum, quæ ex duabus & sexaginta basibus constant, primum continetur triangulis viginti, quadratis triginta, & duodecim pentagonis, habebit solidos angulos sexaginta, latera centum viginti. Secundum quod continetur triginta quadratis, viginti hexagonis, & decagonis duodecim habebit solidos angulos centum viginti, latera centum octuaginta. Postremo quod ex duobus, & nonaginta basibus constat, quoniam triangulis octuaginta, & pentagonis duodecim continetur, habebit solidos angulos sexaginta, latera centum quinquaginta. Hæ igitur figuræ, vel angulos dissimiles habent, vel inæqualibus, & dissimilibus polygonis continentur, ob perturbationem, confusionemque omittantur. Eas autem, quæ quinque figuræ appellantur, operæ pretium est cum sphaera comparare. quoniam enim æqualibus, & similibus planis continentur, solæ angulos solidos æquales habeant, ideoque magis ordinatæ sunt, quam reliquæ. At plures his quinque figuris inueniri non posse, quæ æqualibus, & similibus æquilateris polygonis comprehendantur, tum ab Euclide, tum ab alijs quibusdam demonstratum iam fuit.

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVIII.

Itaque hæc ipsa polyedra primum cum sphæra comparemus.

Sit enim sphæra quidem, in qua
A, vna vero prædictarum quinque
figurarum, quæ totam superficiem
superficii sphære A æqualem ha-
beat. Dico sphæram maiorem ef-
se. Intelligatur enim sphæra intra
polyedrum descripta, ita vt plana
ipsam continentia tangat. maior
igitur polyedri superficies, quam superficies descriptæ sphære, cum ipsam contineat.
sed superficies polyedri æqualis est superfici i sphære A. ergo & sphære superficies A
superficie sphære intra polyedrum descriptæ maior erit, ac propterea quæ ex centro
sphære A maior est, quam quæ ex centro sphære descriptæ. sphæra autem A super-
ficies æqualis est superfici polyedri. Conus igitur basim habens circulum æqualem
superficii sphære A, maior est pyramide, cuius basis est rectilincum æquale superfi-
ciei polyedri, & altitudo quæ ex centro sphære intra ipsum descriptæ. Sed conus æ-
qualis est sphære A. hoc enim ex ijs, quæ ab Archimede demonstrata sunt in libro de
sphæra, & cylindro, & aliter ex lemmatibus, quæ a nobis subiiciuntur, perspicue con-
stat. pyramis autem polyedro est æqualis. ergo, & sphæra A proposito polyedro ma-
ior erit. Habent autem comparisonem quandam inter sese, & hæc quinque figuræ, de
qua deinceps considerabimus. Ostenditur namque positis æqualibus superficiibus, so-
lidum, quod plures bases habet, semper etiam maius esse, vti cosaedrum maius dodecae-
dro, & dodecaedrum octaedro, & octaedrum cubo, & cubum pyramide, simile enim
quiddam in hisce solidis addidit, atque in planis polygonis, in quibus cum æquales am-
bitus habeant semper maius est id, quod pluribus angulis continetur. omnibus autem
maior est circulus, quemadmodum, & nunc ostensa est sphæra polyedris maior.



THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XIX.

Constat præterea & conum, & cylindrum, qui superficiem habeant
sphære superfici i æqualem, ipsa sphæra minores esse.

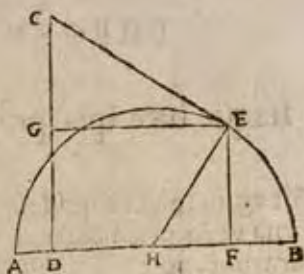
Etenim conus basim habeat æqualem superfici i sphære, & totam superficiem su-
perficie sphære maiorem, sphæra æqualis deprehenditur, cum ipsius altitudo ei, quæ
ex centro sphære sit æqualis. Cylindrus autem basim habens eandem, quam conus.
quæ est æqualis superfici i sphære, & altitudinem, tertiam partem axis cono, quippe
qui est æqualis cono, sphæra etiam æqualis inuenitur, cum maiorem, quam ipsa super-
ficiem habeat. nam duæ cylindri bases duplæ sunt basi cono, hoc est superfici i sphæ-
re. ergo cum vtraque figura superficiem habeat superfici i sphære æqualem, tunc
sphæra necessario vtraque ipsarum maior erit.

Hæc igitur de comparatione sphære cum quinque figuris, & cum conis, & cylin-
dris dicta sint. Quæ vero ab Archimede, vt diximus, sunt demonstrata, & nos aliter
demonstrabimus, præmittentes lemmata nonnulla, quæ ad eorum demonstrationes
pertinent.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XX.

Sit semicirculus in diametro AB, & perpendiculares vtrumque ad dia-
metrum CD, EF; & contingens CE. Dico rectangulum contentum bis
FE, EC æquale esse ei, quod AB, DF continetur.

- Ducatur enim a puncto E ad CD perpendicularis EG , & sumpto H centro iungatur EH . Quoniam igitur re-
- A ctus est angulus CEH . erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis. sed & rectus ad E æqualis est recto ad G æqui-
4. sexti. angulum igitur est CEG triangulum triangulo HBF ; &
- B vt FE ad BH , ita GE ad EC . ergo rectangulum, quod continetur FE, EC æquale est contento HE, EG , ac
15. quinti. propterea quod bis continetur FE, EC contento bis HE, EG est æquale. Sed contento bis HB, EG æquale est, quod AB, DF continetur est enim GE ipsi DF æqualis; rectangulum igitur contentum bis FE, EC æquale est ei, quod continetur AB, DF . quare, & contentum vtrique ipsarum simul EF, DG , & CB æquale est ei, quod AB, DF continetur.



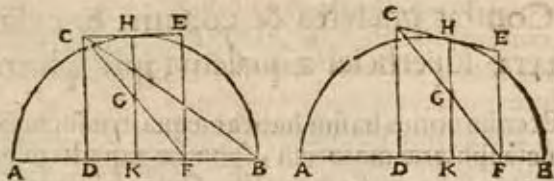
COMMENTARIUS.

- A Erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis] Cum enim ab angulo CEF , ex altera quidem parte auferatur angulus rectus CEH ex altera vero rectus FEG ; erit, & reliquus HBF reliquo CEG æqualis.
- B Ergo rectangulum, quod continetur FE, EC æquale est contento HE, EG] Ex 16. sexti libri elementorum.
- C Sed contento bis HB, EG æquale est, quod AB, DF continetur] Est enim AB ipsius HE dupla.

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXI.

Sint rursus ad diametrum vtrumque perpendiculares CD, EF : & CH semicirculum contingens, ita vt CH ipsi HE sit æqualis. Dico rectangulum contentum AB, DF æquale esse ei, quod vtrique simul CD, EF , & CE continetur.

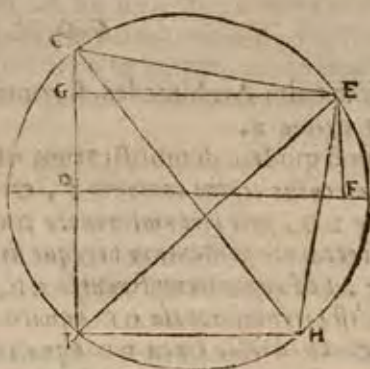
- Ducatur enim perpendiculari: HK , & CGF iungatur. Itaque quoniam parallelæ sunt CD, HK, EF , & CE ipsius CH est dupla; erit, & EF dupla HK : & CD ipsius HK . ergo & vtrique simul CD, EF ipsius HK est dupla. & ex eo, quod proxime ostendimus rectangulum contentum bis KH, HC est æquale ei, quod continetur AB, DK , & ipsorum dupla. rectangulum igitur contentum vtrique simul CD, EF , & CE æquale est ei, quod AB, DF continetur.
4. sexti.
2. quinti.



THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXII.

Sit rursus semicirculus, & recta linea vt contingit CE ; perpendicularæque CD, EF . Dico rectangulum, quod continetur vtrique simul CD, EF , & CE æquale esse contento recta linea DF , & subtendente circumferentiam, quæ vna cum circumferentia CE semicirculum perficit.

Compleatur circulus, sitque ipsius diameter CH , & producta CD in K , ad ipsam perpendicularis ducatur EG : & BH , EK iungantur. Quoniam igitur AB secat CK ad rectos angulos, æqualis est CD ipsi DK . Sed & GD est æqualis EF ; & DE ipsi GE . quæ vero reliquam semicirculi CBH circumferentiam subtendit, est EH . Itaque quoniam angulus K est æqualis angulo H , & HBC angulus in semicirculo rectus æqualis recto ad G ; erunt triangula HBC , KEG æquiangula. ergo ut HB ad BC , ita KG ad GE . & ob id rectangulum contentum HE , EG hoc est HB , DE æquale est ei, quod GK , CB hoc est ei, quod vtraq; simul CD , EF , & CE continetur.



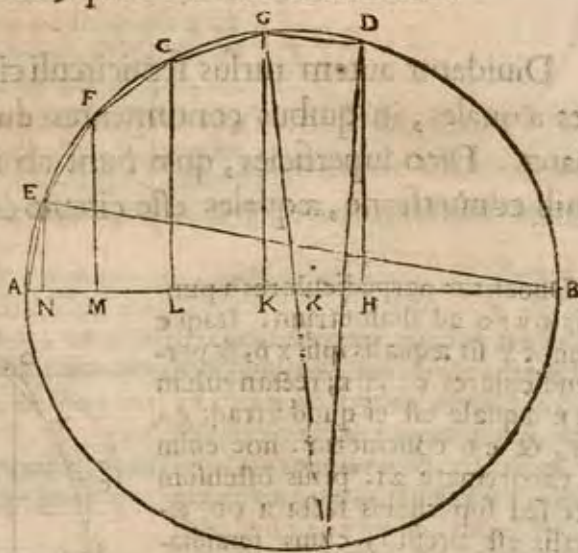
3. tertij.
34. primi
21. tertij.

4. sexti.
16. sexti.

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXIII:

Et ex hoc manifestum est, si alicuius semicirculi ACB circumferentia quædam ut ACD in quotcumque partes æquales diuidatur, & iungantur rectæ lineæ; quæ a iunctis rectis lineis AE , EF , FC , CG , GD ex conuersione circa axem AB fiunt, superficies æquales sunt circulo, cuius semidiameter, (iuncta EB) potest id, quod EB AH continetur.

Superficies enim quæ fit a GD est æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur vtraque simul GK , DH , & GD ; quarum media proportionalis est semidiameter dicti circuli, dicit enim Archimedes. Si conus isosceles plano secetur, basi parallelo; superficiei coni, quæ inter parallela plana interijcitur æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter latus coni, quod est inter plana parallela, & rectam lineam æqualem vtriusque semidiametris circulorum, qui in parallelis planis consistunt. ergo superficies facta a GD est æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod vtraq; simul GK , DH , & GD continetur. quod quidem demonstratum est æquale ei, quod continetur BB , KH . Superficies vero quæ fit a CG similiter æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id quod continetur BB , LK ; etenim completo circulo, & recta linea æquali ipsi BB per G in circulum aptata, quod continetur ipsa & LK est æquale contento vtraque simul CL , GK , & CG & superficies facta a CF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest illud, quod continetur BB , MN ; hoc enim est æquale ei, quod vtraq; simul BN , FM , & EF continetur, & in reliquis eodem modo. At conica superficies facta ab extrema AB æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod BB , AN continetur. quod quidem est æquale rectangulo AEN triângula namq; ABB , AEN , NBB æquiangula sunt, & superficies facta ab AB æqualis est circulo cuius semidiameter potest id, quod AB , BN continetur; hoc enim Archimedes ipse demonstrauit. ergo superficies facta ab omnibus DG , GC , CF , FE , EA composita æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EE , AH continetur. Perspicuum autem est, si tota semicirculi circumferentia in partes æquales diuidatur, quarum una sit AB , & inter se iungantur; superficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex simili conuersione æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest illud, quod BB , BA continetur.



- A** Dicit enim Archimedes, si conus isosceles, &c.] In propositione 16. primi libri de sphaera, & cylindro.
- B** Quod quidem demonstratum est aequale ei, quod continetur EB, KH] Compleatur enim circulus, cuius centrum X , & ducta GK producat ad circumferentiam in O , iungaturque DO ; erit circumferentia DEO ea, quae una cum GD semicirculum perficit. quare ex antecedente contentum utraque simul GK, DH , & GD aequale est ei, quod DE, KH continetur. Sed cum circumferentia GD, BO sit semicirculi, aequalis erit circumferentia ACB . atque est circumferentia GD aequalis ipsi AE . ergo, & reliqua DEO reliqua ECB est aequalis. & ob id recta linea DO aequalis est rectae BB . contentum igitur utraque simul GK, DH , 29. tertij. & GD est aequale ei, quod EB, KH continetur.
- C** At conica superficies facta ab extrema AB aequalis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EB, AN continetur] Superficies namque conica, quae sit ab AE aequalis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter AE latus coni, & EN semidiameterum circuli, qui est coni basis, ut Archimedes in primo libro de sphaera, & cylindro propositione 17. sexti. ne 14. demonstravit. quae quidem semidiameter potest id, quod AE, EN continetur. Cum autem in triangulo orthogonio ABE ab angulo recto ad basin perpendicularis ducatur EN , erunt triangula AEN, ENB similia toti, & inter sese. ergo ut AN ad NE , ita est AE ad EB : & ideo quod continetur AN, EB est aequale contento AE, EN . Superficies igitur conica facta ab AE est aequalis circulo, cuius semidiameter potest id, quod AN, EB continetur.

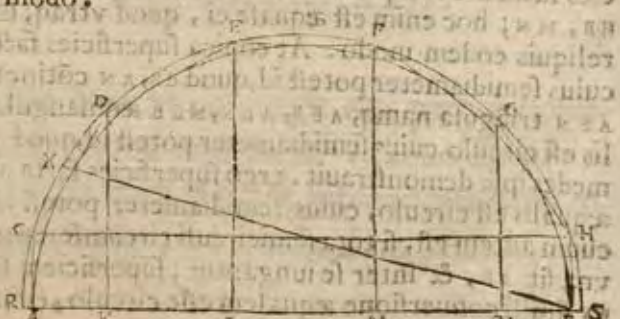
THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIV.

Diuidatur autem rursus semicirculi circumferentia in quotcumque partes aequales, in quibus contingentes ducantur, sicuti in descriptione apparet. Dico superficies, quae sunt ab ipsis CD, DE, EF, FG, GH , ex simili conuersione, aequales esse circulo, cuius semidiameter est AB .

Ducantur perpendicularares a punctis D, E, F, G ad diametrum. Itaque cum CX sit aequalis ipsi XD , & perpendicularares CA, DK , rectangulum BAK aequale est ei quod utraq; CA, DK , & CD continetur. hoc enim in theoremate 21. prius ostensum est. sed superficies facta a CD aequalis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur

- B** utraque CA, DK , & CD , ex eodem 16. Archimedis theoremate, circulus igitur, cuius semidiameter potest id, quod BA, AK continetur, aequalis est superficiem factae a CD . Similiter, & circulus, cuius semidiameter potest id, quod continetur AB, KL cum rursus DO aequalis sit OE , est aequalis superficiem, quae sit a DE . & ita in alijs, quae sequuntur. ergo & circulus, cuius semidiameter AB aequalis est superficiem factae ab omnibus CD, DE, EF, FG, GH . Vel hoc modo.

- C** Idem polygonum AC, DE, FG, HB inscribatur alteri semicirculo, circa idem centrum, cuius semidiameter sit RS : & perpendicularares similiter ducantur. erit utique CD ipsius AC dupla, & GH dupla HB ex eo, quod propositum est. & id circo CD una cum DN aequalis est ipsi XD , subtendit enim circumferentiam CDN iuncta CH , quae est a-



qualis

qualis ipsi AC , hoc est ipsi XD s. ergo ex 21. theoremate, quod continetur CH , AK , hoc est BAK rectangulum aequale est ei, quod vtraque CA DK , & CD continetur, & quod continetur AB , KL est aequale contento vtraque DK , BL , & DB . & in reliquis eodem modo. quare omnia omnibus sunt aequalia. Circulus igitur, cuius semidiameter est AB aequalis erit superficiebus, quæ ab ipsis CD , DE , EF , FG , GH fiunt.

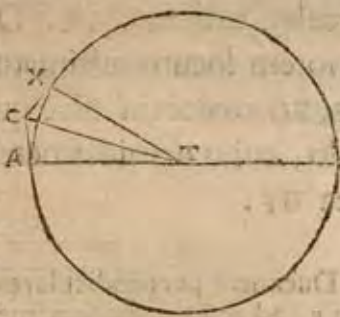
COMMENTARIVS.

Hoc enim in theoremate 21. prius ostensum est] Græcu. codex sic habet. τὸ γὰρ ἐν A θωρήματι ἀποδείκνυται. Sed quoniam theorema illud in diuisione nostra vigesimum primum obtinet locum, ita vertere malimus.

Ex eodem 16. Archimedis theoremate] In Græco codice legitur διὰ τὸ αὐτὸ ἀρχιμήδης ἐν θωρήματι. Sed fortasse corrigendum est 15. namq; illud theorema est sextumdecimum libri de sphaera, & cylindro.

Ergo & circulus, cuius semidiameter AB aequalis est superficiei factæ ab omnibus CD , DE , EF , FG , GH] Potest enim semidiameter AB id quod AB , & omnibus eius portionibus, AK , KL , LM , MN , NB continetur, ex prima secundi libri elementorum. Animadnertendum autem est rectam lineam contingentem AC ipsi CX æqualem esse, & XD ipsi DO , & ita in reliquis.

Sit enim circuli centrum T , & ducantur CT , XT . Quoniam igitur trianguli ACT angulus ad A rectus aequalis est recto ad X trianguli XCT ; & circa angulos, qui ad T , latera sunt proportionalia, immo Vero aequalia. est enim TA æqualis TX , cum sint a centro ad circumferentiam, & CT utrique communis: reliquorum autem angularum, qui ad C vterq; est recto minor. triangulum igitur ACT triangulo XCT æquiangulum est, ex 7. sexti libri elementorum: & ut TA ad AC , ita est TX ad XC : & permutando, ut TA ad TX , ita AC ad CX . sed TA , TX sunt æquales. ergo & æquales AC , CX . Eodem modo, & reliquis demonstratio fiet. ex quibus sequitur DC ipsius CA duplam esse, & GH duplam ipsius HB .



Vel hoc modo] Illud idem aliter ostendit, nempe alio polygono circa triangulum descripto, D cuius idem sit centrum, & diameter RS .

Erit utique CD ipsius AC dupla, & CH dupla HB] quod nos proxime ostendimus. E

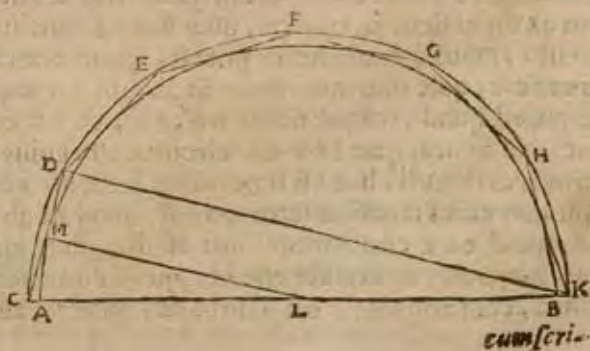
Et idcirco CD una cum DH æqualis est ipsi XD s] Græcus codex habet. ἡ δὲ διὰ τὸ F ἡ γὰρ CD τῆς DH ἰσὺν τῇ XD s. Sed mendose, ut arbitror. neque enim CDH ipsi DHS est æqualis. Quamobrem nos hunc locum restituimus aptata in semicirculum figura, ita ut circumferentia CD bisariam secetur in X , & iungatur XS . namque fiet CX æqualis RC , & HS . Quod si a semicirculo auferantur RC , SH , quæ vtræque simul sunt æquales RX , relinquetur circumferentia CDH ipsi XD s æqualis, videlicet ei, quæ una cum RX , hoc est una cum CD semicirculum complet. recta igitur linea CH , quæ ei subtenditur, hoc est AB , ipsi XS æqualis sit necesse est.

Ex his, quæ hoc loco demonstrata sunt, constat superficiem factam ab omnibus polygoni lateribus AC , CD , DE , EF , FG , GH , HB æqualem esse circulo, cuius semidiameter est AB , una cum duobus circulis, quorum semidiametri sunt ipsi CA , vel HB æquales.

Sed illud quoque demonstrare oportebat.

Describatur circa semicirculum, cuius diameter AB polygonum æquilaterum $CDEFGHK$. quod quidem ab altero semicirculo CDK circa idem centrum comprehendatur. Dico superficiem, quæ fit a lateribus CD , DE , EF , FG , GH , HK ex conuersione circa CK æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest id, quod CK , AB continetur.

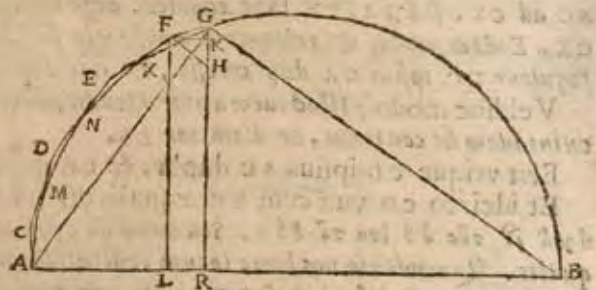
Polygonum enim semicirculo cir-



cumscriptum, cuius diameter AB, inscriptum est semicirculo CDK. ergo si DK iungatur, superficies facta ab omnibus polygoni lateribus aequalis erit circulo, cuius semidiameter potest id quod continetur DK ex demonstratis in 23. huius. Sed DK ipsi AB est aequalis, ut perspicue apparet. Sit enim centrum L, & a puncto L ad punctum, in quo CD semicirculum contingit, ducatur LM. erit LM ad CD perpendicularis, & ipsi DK parallela; quod angulus CDK in semicirculo etiam rectus sit; fientque trianguula KDC, LMC inter se similia. Ut igitur CK ad KD, ita est CL ad LM: & permutando ut KC ad CL, ita DK ad ML. est autem KC dupla CL. ergo & DK ipsius ML, hoc est ipsius AL dupla erit. ac propterea DK erit aequalis ipsi AB diametro minoris circuli quare sequitur superficiem factam a polygoni lateribus circulo, cuius semidiameter potest id, quod CK, AB continetur, aequalem esse.

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXV.

Sit semicirculus, cuius diameter AB, & ducatur recta linea, ut contingit AG, diuitadurque AG circumferentia in quotcumque partes aequales in MNX: a punctis vero AG, & a diuisionibus ducantur rectae lineae contingentes AC, CD, DE, EF, FG. & ipsi FG aequalis fiat GH; perpendiculari existente GR. Dico si circa axem AB semicirculus conuersus in priorem locum restituitur, superficiem factam ab omnibus AC, CD, DE, EF, FG maiorem esse, quam circulum, cuius semidiameter est AG circulo, cuius semidiameter potest dimidium eius, quod fit a recta linea HF.



Ducantur perpendiculares a puncto F, ad rectam quidem lineam AB ipsa FL; ad GR vero FK. quae quidem FK, cum angulus FGH sit acutus, inter GH cadet; cum autem obtusus, cadet extra G, ut in figuris apparet. Itaque quoniam rectangulum contentum bis RGH, vel RGF aequale est ei, quod AR, LR continetur. hoc enim in XX. Theoremate est demonstratum, commune apponatur rectangulum BAL vna cum GHK. ergo rectangulum BAL vna cum eo, quod BA, LR continetur, & GHK aequale est contento bis RGH vna cum BAL, & GHK. sed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA, LR continetur, hoc est rectangulo BAR aequale est, quod fit ex AG. ergo, & quod fit ex AG vna cum rectangulo GHK est aequale contento bis RGH vna cum GHK, & BAL. contento autem bis RGH vna cum GHK, aequale est quod vtrique simul RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH. hoc namque deinceps demonstrabitur. ergo quod fit ex AG vna cum GHK est aequale rectangulo BAL. & ei quod continetur vtrique simul GR, RK, & GH vna cum quadrato ex GH. Quoniam autem circuli inter se eandem proportionem habent, quam diametrorum, & semidiametrorum quadrata; & ante ostensum est figuram quidem constantem ex superficiebus conicis, quae fiunt a contingentibus CD, DE, EF, aequalem esse circulo, cuius semidiameter potest, quod continetur BAL; figuram vero ex conica superficie, quae in conuersione fit ab ipsa FG aequalem esse circulo, cuius semidiameter potest quod vtrique simul GR, RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theoremate. & figura, quae fit a GA circulus est, cuius semidiameter potest id quod fit a GH: erunt tres circuli, hoc est superficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG maior est, quam circulus, cuius semidiameter potest, quod fit ab AG circulo, cuius semidiameter potest, quod GHK continetur, hoc est dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimidium eius, quod ab FH aequale esse ei, quod continetur GHK ex his patet. Nam in prima figura, cum angulus FGH acutus est, quod fit ab FH vna cum eo, quod bis RGH continetur

RGH æquale duplo rectanguli RGH vna eū duplo quadrati ex GH. æquale autem inter 15. quin.
se sunt GR, RS; itemq; HR, RL. rectangulu igitur SGH æquale est rectangulo LHG vna
cum duplo quadrati ex GH. commune apponatur rectangulum KHG. ergo rectangu- P
lum SGH, hoc est GSL vna cum KHG, hoc est cum KHG, & quadrato ex GH. videli-
cet quod vtraque simul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH est aqua- Q R
le rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex GH, & rectangulo KHG rectangulum
vero LHG vna cum quadrato ex GH æquale est rectangulo LGH & quadratū ex GH est
æquale ei, quod GH, LS continetur. rectangulum igitur SGH videlicet, quod bis con-
tinetur RGH vna cum rectangulo KHG æquale est ei, quod vtraque simul GR, RK, &
GH continetur vna cum quadrato ex GH.

A horizontal line with five points marked above it: G, R, R, L, and S. The points are distributed along the line, with G at the left end, followed by two R's, then L, and S at the right end.

3. secundum

COMMENTARIVS.

S

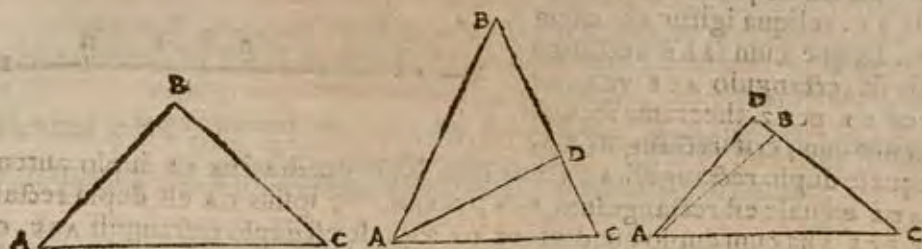
Figure

- G Figuram vero ex superficie conica, quæ in conuersione fit ab ipsa EG æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest quod vtrique simul GR, RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theoremate] *Superficies conica, quæ fit ab EG ex 16. Archimedis, æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur vtrique ipsarum GR, FL, & FG. Sed cum RK sit æqualis FL, & GH æqualis ipsi FG, contentum vtrique GR, RK, & GH est æquale ei, quod vtrique GR, FL, & FG continetur.*
- H Et figura quæ fit a CA circulus est, cuius semidiameter potest id, quod fit a GH] *Facta est enim GH æqualis FG, hoc est ipsi AC, namque AC, CM, MD, DN, NE, EX, XF, FG inter se sunt æquales, quod a nobis supra demonstratum fuit.*
- K Erunt tres circuli, hoc est superficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG maior quam circulus, cuius semidiameter potest quod fit ab AG, circulo, cuius semidiameter potest quod GHK continetur] *Ex his quæ dicta sunt, sequitur tres circulos, hoc est superficiem factam ab omnibus AC, CD, DE, EF, FG æqualem esse duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est AG, & ei cuius semidiameter potest quod GHK continetur.*
- L Hoc est dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimidium eius, quod ab FH æquale esse ei, quod continetur GHK ex his patet] *Græcus codex manu scriptus est, quem ita restitimus τὸ τετρί τοῦ ἡμισυ τὸ ἀπὸ τῆς ὀμῆς τὰ ζθ. ὅτι δὲ τοῦ ἡμισυ τὸ ἀπὸ τῆς ὀμῆς τὰ ζη ἴσον ὅτι πρὸς ἑαυτὸν ἡ θ κ διπλὸν ἐντεθεν.*
- M Et quoniam dimidium eius, quod ab FH semper minus est duplo quadrati ex FG] *Dimidium enim eius quod ab FH, hoc est rectangulum GHK semper minus est duplo quadrati ex FG quod quidem in prima figura manifeste patet, in qua rectangulum GHK minus est quadrato ex GH, hoc est quadrato ex FG. quare multo minus duplo eiusdem. In secunda vero figura rectangulum GHK, hoc est ex 3. secundi libri elementorum, quadratum ex GH, una cum rectangulo HGK, idcirco minus erit duplo quadrati ex FG, quod rectangulum HGK minus sit quadrato ex GH. etenim recta linea GK semper minor est, quam FG, quæ maiori angulo subtenditur.*
- N Constat superficiem factam ab AC, CD, DE, EF, FG circulo, cuius semidiameter est AG vna cum duobus circulis, quorum semidiametri sunt FG minorem esse] *Superficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG demonstrata est æqualis duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est AG, & circulo, cuius semidiameter potest dimidium eius, quod fit ab FH. Sed cum dimidium eius, quod ab FH semper minus sit duplo quadrati ex FG, erit dicta superficies ab AC, CD, DE, EF, FG minor tribus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est AG, & duobus circulis, quorum semidiametri sunt FG.*
- O Ponatur rectæ lineæ GR æqualis RS, & ipsi HR æqualis RL] *Hæc demonstratio ad secundam tantum figuram pertinet; nam primæ figuræ sequens theorema seorsum aptatum est.*
- P Rectangulum igitur SGH æquale est rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex GH] *Nam rectangulum SGH duplum est rectangulo RGH, quod SG dupla sit ipsius GR, RG: & rectangulum LHG duplum est rectanguli RHG cum LH sit dupla ipsius HR.*
- Q Vna cum KHG, hoc est cum KGH & quadrato ex GH] *Sequitur hoc ex 3. secundi libri elementorum.*
- R Videlicet, quod vtrique simul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH] *Quod enim continetur vtraque simul GR, RK, & GH est æquale duobus rectangulis SGH & KGR.*
Ex iam demonstrati duo huiusmodi theoremata elici possunt.

THEOREMA PRIMVM.

Sit triangulum æquicrura ABC, & a puncto A ad ipsam BC perpendicularis ducatur AD. Dico rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale esse.

Vel igitur angulus ABC rectus est, vel acutus, vel obtusus. Si quidem rectus, quod propositum est, manifesto constat, punctum enim D in ipsum B cadet. & cum quadratum est AC æquale sit duobus quadratis ex AB, DC, erit DCB rectangulum, hoc est quadratum ex BC æquale



quale dimidio quadrati ex AC, cū AB, BC inter se sint æquales. Si vero sit acutus, cadet D inter B, & C. Ut in secunda figura, & quadratum ex AC una cum duplo rectanguli CBD æqualis erit duobus quadratis ex AB, BC dimidium igitur quadrati ex AC una cum rectangulo CBD est æquale quadrato ex BC. at quadrato ex BC æqualia sunt utraque rectangula simul CBD, DCB ergo communi sublato CDB, relinquetur rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale. Quod si angulus ABC sit obtusus, cadet D in ipsam AB productam extra B. Ut in tertia figura. Itaque quoniam quadrata ex AC superat quadrata ex AB, BC duplo rectanguli CBD dimidium quadrati ex AC superabit quadratum ex BC rectangulo CBD. quadratum igitur ex BC una cum rectangulo CBD est æquale dimidio quadrati ex AC. Sed quadrato ex BC una cum rectangulo CBD æquale est DCB rectangulum. ergo rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale erit.

THEOREMA II.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur quævis puncta CD. Dico duplum rectanguli ADC una cum BCD rectangulo æquale esse ei, quod utraque BA, AD, & CD continetur, una cum quadrato ex CD.

Producatur AB ex parte A, sitque BA æqualis AD, & FA æqualis AC. erit & BF reliqua reliquæ CD æqualis. Quoniam igitur ADC rectangulum æquale est rectangulo ACD, una cum eo, quod sit ex CD quadrato: duplum rectanguli ADC æquale erit duplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD. Sed EDC rectangulum duplum est rectanguli ADC cum ED dupla sit ipsius DA. & eadem ratione rectangulum FCD rectanguli ACD est duplum. rectangulum igitur EDC æquale est rectangulo FCD, & duplo quadrati ex CD. commune apponatur rectangulum BCD. ergo EDC rectangulum una cum rectangulo BCD est æquale rectangulo FCD una cum duplo quadrati ex CD, & rectangulo BCD. rectangulo autem EDC una cum ipso BCD, hoc est vni cum rectangulo BDC, & quadrato ex CD æquale est id, quod continetur EB & CD, hoc est quod continetur utraque BA, AD & CD una cum quadrato ex CD. at rectangulo FCD una cum quadrato ex CD æquale est FDC rectangulo. quadrato autem ex CD æquale est id, quod BF, & CD continetur. ergo rectangulum EDC hoc est duplum rectanguli ADC una cum rectangulo BCD est æquale ei, quod utraque BA, AD & CD continetur, una cum eo, quod sit ex CD quadrato.

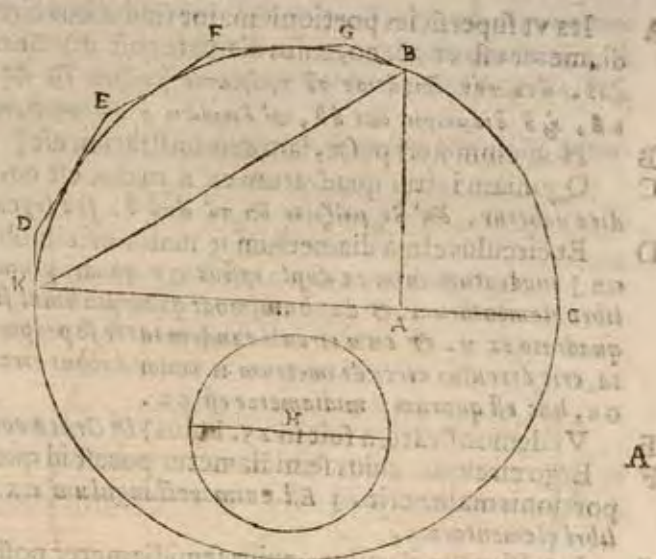
THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVI.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur quævis puncta CD. Dico illud, quod continetur utraque BA, AD & CB una cum quadrato ex CB, æquale esse duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo.

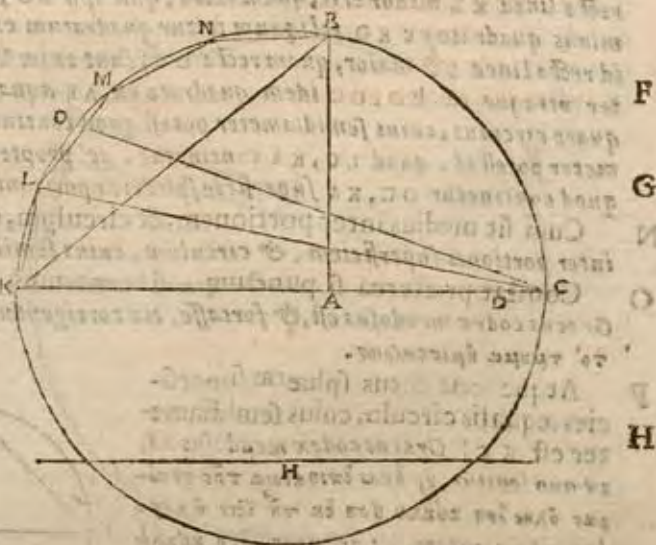
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

Omnis portionis sphaerae curua superficies aequalis est circulo, cuius semidiameter est aequalis ei, quae ex polo ipsius portionis.

Sit enim portio sphaerae, cuius polus est punctum K , & quae ex polo K . Circulus autem maximus per K & B transiens sit, cuius diameter KC , ad quam perpendicularis ducatur BA . Dico sphaericam superficiem portionis, quae basim habet circulum, cuius semidiameter AB , & verticem punctum K , circulo, cuius semidiameter est KB aequalem esse. Sit enim haec inaequalia, si fieri potest, & sit primum portionis superficies maior: excessu autem ipsorum intelligatur minor esse circulus, cuius diameter est recta LH , ita ut superficies portionis maior sit duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB , & eo, cuius diameter est H . diuidaturque circumferentia KB in quotcumque partes aequales, & contingentes ducantur quemadmodum in figura apparet, ita ut unaquaque ipsarum minor sit ea, quae potest esse autem partem quadrati, quod fit ex recta linea H . hoc enim fieri posse iam demonstratum est. Quoniam igitur quadratum ex H . maius est eo, quod ostenditur fit ex GB ; & circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum semidiameter est GB . hi enim duo circuli una cum circulo, cuius semidiameter est KB , ut demonstratum fuit in 25. huius, maiores sunt superficie facta a rectis lineis contingentibus, quae quidem circa portionem sphaerae descripta est. erit igitur ipsa superficies minor, & superficies portionis sphaerae multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB , & circulo, cuius diameter est H . atqui maior ponebatur. quod est absurdum.



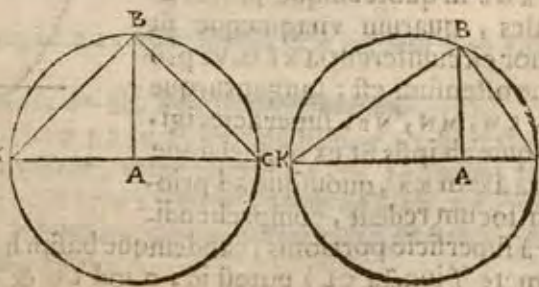
Sed sit circulus, cuius semidiameter KB maior superficie sphaerica portionis. ergo circulus cuius semidiameter potest id, quod CKA continetur curua superficie portionis maior erit. Intelligatur circulus, cuius semidiameter possit id, quod continetur BKA , inter ipsa medius, maior igitur est KC , quam recta linea H . sit ipsi H aequalis CO . & diuidatur circumferentia KOB in quotcumque partes aequales, quarum unaquaque sit minor circumferentia KLO , ut proxime ostensum est: iunganturque KL , LM , MN , NB . superficies igitur quae ab ipsis sit ex conuersione circa axem KA , quousque ad priorem locum redeat, comprehenditur a superficie portionis, eandemque basim habet; & est aequalis circulo, cuius semidiameter (iuncta CL) potest id, quod LC & KA continetur ex 23. huius; minor K E autem est superficie sphaerica portionis. circulus igitur, cuius semidiameter potest id M quod



- M quod OC , & KA , hoc est quod recta linea H & KA continetur, superficie sphaerica
 N portionis multo minor erit, sed & maior, cum sit medius inter portionem, & circulum,
 O cuius semidiameter K . quod fieri non potest. ex quibus sequitur ea inter se aequalia
 P esse. Constat praeterea si punctum A sit centrum, portionem esse dimidiam sphaeram.
 Q atque erit totius sphaerae superficies equalis circulo, cuius semidiameter est KC , id quod
 etiam ex utrisque portionibus quaecumque sint, concludi poterit.

COMMENTARIIS.

- A Ita ut superficies portionis maior sit duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB , & eo, cuius diameter est H] *Græcus codex diminutus est, & ita corrigendus. ὅτι τὴν σφαῖραν τῷ τμήματι μείζονα τῷ ἑστὶ δύο κύκλων, ὅτι ἡ δὲ τῷ κέντρῳ ἔστιν ὁ KB , ὃς δὲ διάμετρος ὅτιν ἡ H , καὶ διπλάσιον ἢ KB περιέχει εἰς ἴσας ἑποσάδν.*
 B Hoc enim fieri posse, iam demonstratum est] *In antecedente.*
 C Quoniam igitur quadratum ex H maius est eo, quod octies fit ex GB .] *In Græco codice habetur. ὅτι δὲ μείζονες ὄντι τὸ ἀπὸ θ . sed legendum ὅτι δὲ μείζον ἔστι τὸ ἀπὸ θ .*
 D Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum semidiameter est GB] *quadratum enim ex dupl. ipsius GB quadruplum est eius, quod fit ex GB , per 20. sexti libri elementorum. & duo huiusmodi quadrata simul sumpta eiusdem sunt octupla: & minora quadrato ex H . & cum circuli eandem inter se proportionem habeant, quam ipsorum quadrata, erit circulus circa diametrum H maior duobus circulis, quorum diameter est dupla ipsius GB , hoc est quorum semidiameter est GB .*
 E Ut demonstratum fuit in 25. huius] *In Græco cod. legitur ὅτι ἀποδείκνυται τῷ θεωρήματι*
 F Ergo circulus, cuius semidiameter potest id quod CKA continetur, curua superficie portionis maior erit.] *Est enim rectangulum CKA quadrato ex KB aequale, ex 8. sexti libri elementorum.*
 G Intelligatur circulus, cuius semidiameter possit, quod continetur BKA inter ipsa medius] *Hoc est intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius semidiameter potest quod CKA continetur, maior autem sphaerica superficie portionis. erit eius semidiameter minor, & poterit id, quod continetur KA , & recta linea minore, quam KC , quæ sit DK , hoc est in qua H .*
 H Ut proxime ostensum est] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet ὅτι ὅτι ἀπὸ ἐνός.*
 K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur διὰ τὸ εὐθεῖον.*
 L Minor autem est superficie sphaerica portionis] *Ex ijs, quæ Archimedes demonstravit in 23. primi libri de sphaera, & cylindro.*
 M Circulus igitur, cuius semidiameter potest id, quod OC & KA hoc est recta linea H & KA continetur, superficie sphaerica portionis multo minor erit] *Est enim OC minor quam CL . nam cum circumferentia ponatur KL , minor, quam circumferentia KLO , & recta linea KL minor erit, quam recta, quæ ipsi KO subtenditur, ideoque quadratum ex KL minus quadrato ex KO reliquum igitur quadratum ex LC reliquo ex OC maius erit, & ob id recta linea LC maior, quam recta OC ; sunt enim utraque quadrata ex KL , LO , & similiter utraque ex KO , OC idem quadrato ex AE aequalia, per 47. primi libri elementorum. quare circulus, cuius semidiameter potest quod continetur OC , KA minor esto, cuius semidiameter potest id. quod LC , KA continetur, ac propterea circulus, cuius semidiameter potest, quod continetur OC , KA superficie sphaerica portionis multo minor erit.*
 N Cum sit medius inter portionem, & circulum, cuius semidiameter KB] *Hoc est medius inter portionis superficiem, & circulum, cuius semidiameter est KB .*
 O Constat praeterea si punctum A sit centrum, portionem esse dimidiam sphaeram] *Græcus codex mendosus est, & fortasse, ita corrigendus. ὃς δὲ λόγος ὅς ἂν τὸ αὐτὸ κέντρον ἢ γινεται τὸ τμήμα ἡμισφαίριον.*
 P Atque erit totus sphaerae superficies æqualis circulo, cuius semidiameter est KC] *Græcus codex mendosus est, in quo legitur ὃς ἔσται ἡμισφαίριον τῆς σφαίρας ὅλην ἴσην κύκλῳ ὅσον ἐκ τῶν ἑστὶν ἢ KY ἢ LC . sed non autem, ut arbitror, ἴση κύκλῳ ὃς ἡ ἐκ τῶν κέντρων ὄντι ἢ KY . Si igitur manente KC semicirculus KBC continetur, quousque ad priorem locum redeat, portio KBA dimidiam sphaeram describet, &*



simili-

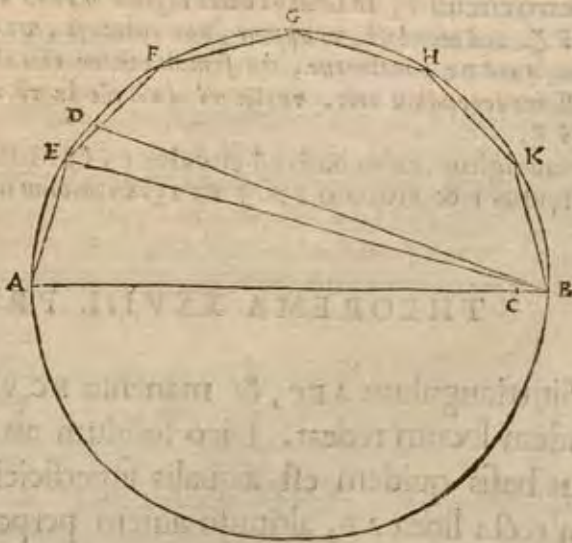
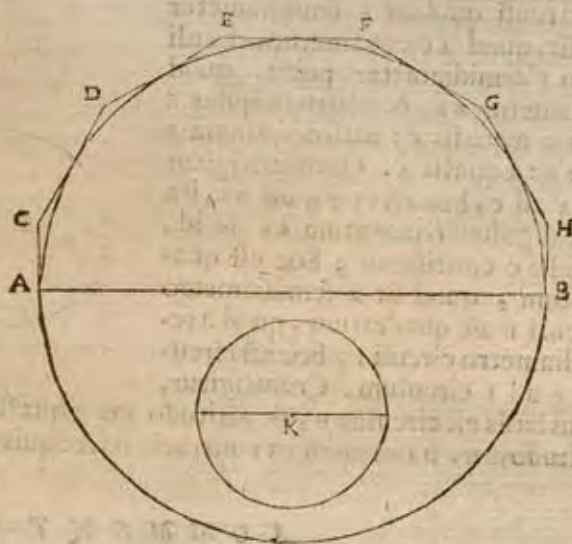
similiter CBA reliquam dimidiam, eritque ex iam demonstratis dimidia sphaera KBA curva superficies aequalis circulo, cuius semidiameter est KBA & alterius dimidia CBA superficies aequalis circulo, cuius semidiameter CB . ergo totius sphaera superficies erit aequalis circulo, cuius semidiameter KC . est enim quadratum ex KC duobus quadratis ex KB , BC aequale per 47. primi libri elementorum.

Ex quibus perspicue patet, totius sphaera superficiem circuli in sphaera maximi quadruplam esse.

Id, quod etiam ex utrisque portionibus, qualescumque sint concludi possent] Sed Q non cadat punctum A in centrum, ut in secunda figura. Eodem modo demonstrabitur totius sphaera superficiem aequalem esse circulo, cuius semidiameter est KC . etenim quadratum ex KC pariter est aequale duobus quadratis ex KB , BC . Possimus etiam ex ijs, quae permissa sunt, aliter ipsius sphaera superficiem ostendere, hoc modo.

Sphaera totius superficies aequalis est circulo, cuius semidiameter diametro circuli in ea maximi est aequalis.

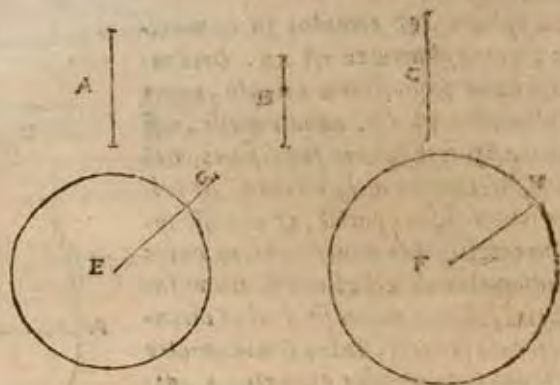
Sit sphaera, & circulus in ea maximus, cuius diameter est AB . Dico totius sphaera superficiem circulo, cuius semidiameter est AB , aequalem esse. nisi enim ita sit, erit sphaera superficies, vel maior, vel minor dicto circulo. sit primum maior, si fieri potest, & excessu ipsorum intelligatur minor circulus, cuius semidiameter est recta linea K , ita ut superficies sphaerae maior sit duobus circulis, circulo scilicet, cuius semidiameter est AB , & circulo, cuius diameter K : diuidaturq; semicirculi circumferentia in quotcumque partes aequales: & rectae lineae contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen ut unaquaeque ipsarum minor sit ea, quae potest octauam partem quadrati rectae lineae K . Itaque quoniam quadratum ex K maius est eo, quod octes sit ex AC , erit & circulus, cuius diameter K maior duobus circulis, quorum semidiameter sunt AC qui quidem duo circuli una cum circulo, cuius semidiameter AB ex 24. huius aequales sunt superficiei factae à rectis lineis contingentibus, quae circa sphaeram descripta est. ergo ea superficies minor erit, & superficies sphaerae multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter AB , & circulo, cuius diameter K . sed & maior ponebatur. quod fieri non potest. Quod si circulus, cuius semidiameter AB superficie sphaerica sit minor, intelligatur alius circulus inter ipsa medius, cuius semidiameter possit id, quod CAB continetur, hoc est minor quidem circulo cuius semidiameter AB sphaerica autem superficie maior erit CA minor, quam AB . sit ipsi CA aequalis BB , & semicirculi ADB circumferentia diuidatur in quotcumque partes aequales, quarum unaquaeque sit minor quam AD : iunganturque AE , BF , FG , GH , HK , KB , BB . ergo superficies, quae ab ipsis sit ex conuersione circa AB aequalis est circulo, cuius semidiameter potest id quod continetur EAB ex 23. huius. & cum a superficie sphaerae comprehendatur, ea minor erit. est autem DB minor, quam BB , quod DA , maior sit, quam AE : circulus igitur, cuius semidiameter potest, quod CBA , hoc est quod CAB continetur, multo minor erit superficie



THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXIX.

Si ſint tres rectæ lineæ ABC, conus baſim habens circulum, cuius ſe-
 midiameter poteſt id, quod AB continetur, altitudinem vero c, æqua-
 lis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod
 continetur BC, & altitudinem A.

- Exponentur enim duo circuli EF:
 A & circuli quidem E ſemidiameter
 poſſit, quod AB continetur, circuli
 vero F ſemidiameter poſſit. quod
 continetur BC, & altitudo ipſius B
 fit BG æqualis c: altitudo autem F
 fit FH: æqualis A. Quoniam igitur
 B vt A ad c, hoc eſt vt FH ad BG, ita
 reſt angulum contentum AB ad id,
 quod BC continetur; hoc eſt qua-
 dratum, quod fit a ſemidiametro
 circuli E ad quadratum, quod a ſe-
 midiametro circuli F; hoc eſt circu-
 lus B ad F circulum. Conus igitur,
 cuius baſis eſt circulus B, & altitudo EG æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F, &
 altitudo FH. baſes enim ex contraria parte ipſis altitudinibus reſpondeat.



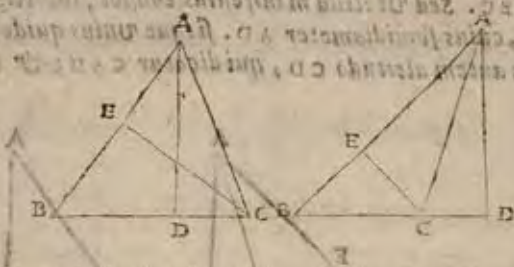
COMMENTARIUS.

- A Et circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli vero F ſemi-
 diameter poſſit, quod continetur BC.] Græcus codex mancus eſt, atque ita corrigendus.
 B Hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemi-
 diametro circuli F.] In Græco codice legitur $\tau\sigma\tau\delta\epsilon\iota$ α $\epsilon\kappa$ $\tau\delta$ $\kappa\acute{\epsilon}\nu\eta\varsigma$ $\tau\delta$ ϵ $\pi\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{\iota}\nu$ $\epsilon\kappa$ $\tau\delta$ $\kappa\acute{\epsilon}\nu$
 $\eta\varsigma$ $\tau\delta$ ζ . Sed mendose, vt opinor, non enim eſt, Vt reſt angulum contentum AB ad reſtan-
 gulum, quod BC continetur, ita ſemidiameter circuli B ad ſemidiameter circuli F. quare
 forte ſi ita legendum erit. $\tau\sigma\tau\delta\epsilon\iota$ $\tau\acute{o}$ $\acute{\alpha}\nu\theta$ $\tau\eta\varsigma$ $\epsilon\kappa$ $\tau\delta$ $\kappa\acute{\epsilon}\nu\eta\varsigma$ $\tau\delta$ ϵ $\pi\acute{o}\varsigma$ $\tau\acute{o}$ $\acute{\alpha}\nu\theta$ $\tau\eta\varsigma$ $\epsilon\kappa$ $\tau\delta$ $\kappa\acute{\epsilon}\nu$
 $\eta\varsigma$ $\tau\delta$ ζ .
 C Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG, æqualis eſt cono, cuius ba-
 ſis circulus F & altitudo FH.] Ex 15. duodecimi libri elementorum.

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXX.

Sit triangulum ABC, & manente BC vſque eò conuertatur, quoad in
 eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono,
 cuius baſis quidem eſt æqualis ſuperfici conicæ, quæ in conuerſione
 fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto c ad
 ipſam AB ducitur.

A punctis enim A & C ad ipsas AB , BC perpendiculares ducantur, EB , AD . Et quoniam rectus angulus ad B aequalis est recto ad B , communis autem, qui ad B , erit triangulum ABD triangulo BCB æquiangulum. quare ut BA ad AD , ita BC ad CE . Sed ut BA ad AD , ita BAD rectangulum ad quadratum ex AD . ut igitur rectangulum BAD ad quadratum ex AD , ita BC ad CE . ergo conus basim quidem habens circulum, cuius semidiameter potest id, quod BAD continetur, altitudinem vero CE aequalis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem BC , quoniam rursus ipsorum bases respondent altitudinibus ex contraria parte. solidum autem quod, in conuersione fit a triangulo BAC æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem BC . ergo idem solidum æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod continetur BAD , & altitudinem CE . Sed hic circulus est aequalis superfici ei conicæ, quæ in conuersione fit a recta linea AB per XIV. Theorema Archimedis, omnis enim coni æquecuris superficies excepta basi, est aequalis circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter coni latus, & semidiameter circuli, qui est coni basis. Si igitur manente BC conuersum triangulum in eundem locum restitatur, a quo moueri cepit, factum ab ipso solidum æquale erit cono, cuius basis est aequalis superfici ei conicæ, quæ in conuersione fit a recta linea AB , altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipsam AB ducta fuerit.

4. sexti.
A

15. duod.

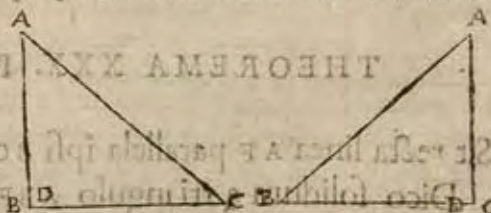
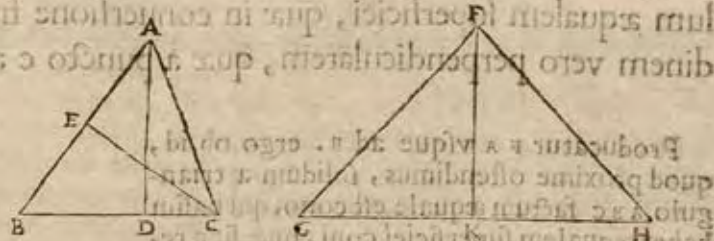
COMMENTARIVS

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI

Sed ut BA ad AD , ita BAD rectangulum ad quadratum ex AD Ex prima sexti, vel A ex lemma in 23. decimi libri elementorum.

Solidum autem, quod in conuersione fit a triangulo BAC æquale est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem BC . Punctum enim D vel cadit inter BC vel in alterum ipsorum, vel extra. cadat primum inter BC . Vnde prima figura.

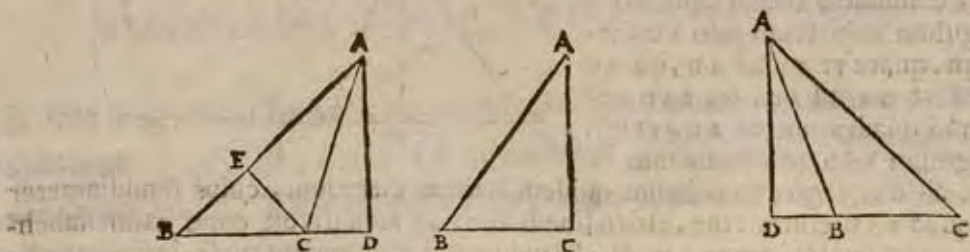
Si igitur manente BC triangulum BAC conuertatur fiet solidum constans ex duobus conis, quorum basis est eadem videlicet circulus, cuius semidiameter AD , & alterius quidem altitudo BD , qui dicatur conus BAD ; alterius vero CD qui dicatur CAD . Sit præterea alius conus FGH , basim habens æqualem circulo, cuius semidiameter AD , & altitudinem FK , quæ ipsi BC sit æqualis. erit hic conus æqualis duobus conis iam dictis. Ut enim BAD conus ad conum, CAD ita altitudo BD ad DC altitudinem ex 14. duodecimi libri elementorum, & componendo, ut duo dicti coni ad conum CAD , ita BC ad CD . Sed ut conus FGH ad eundem conum CAD . ita FK , hoc est BC ad CD . duo igitur coni BA , DC , AD . hoc est solidum ex ipsis constans, æquale est cono FGH , hoc est cono, basim habenti circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem BC . Si autem punctum D cadat in B , vel in C , ut in secunda figura, quod propositum manifeste patet. Solidum enim, quod in conuersione fit, est idem ipse conus, qui basim habet circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem BC . Quod si D cadat extra C in lineam BC productam, ut in 3. figura nihilominus idem concludetur solidum enim quod fit in conuersione trianguli ABD est æquale cono basim habenti circulum cuius semidiameter AD , & altitudinem BD solidum vero quod fit a triangulo ACD æquale est cono basim habenti eandem, & altitudinem CD , ergo reliquum solidum, quod fit a triangulo ABC est æquale cono, qui est in eadem basi, & altitudinem habet reliquam, videlicet



T

licet

licet BC . Sed ut illud manifestius constet, intelligantur tres coni in eadem basi, in circulo scilicet, cuius semidiameter AD . sitque unius quidem altitudo BC , qui dicatur conus BAC , alterius autem altitudo CD , qui dicatur CAD ; & tertij altitudo BD , qui dicatur BAD .



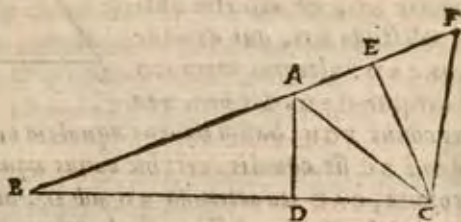
Itaque ut conus BAC ad conum CAD , ita est altitudo BC , ad CD . quare & componendo, ut utrique coni BAC , CAD ad conum CAD , ita BD ad DC . conus autem BAD ad eundem CAD est ut BD ad DC ergo utrique coni BAC , CAD cono BAD sunt æquales. si igitur a cono BAD auferatur conus CAD , relinquetur BAC . conus quare solidum, quod in conuersione fit a triangulo BAC est æquale cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem BC . Eodem modo fiet demonstratio si punctum D cadat extra B . Ut in 4. figura. erunt enim duo coni CAB , BAD uni cono CAD æquales. quare si ab eo auferatur BAD , reliquus erit conus CAB , qui basim habebit circulum, cuius semidiameter AD , & altitudinem CB .

C Si igitur manente BC conuersum triangulum in eundem locum restitatur, a quo moueri cepit] In Græco codice legitur $\alpha\beta\alpha$ $\mu\epsilon\tau\alpha\sigma\tau\epsilon\iota\varsigma$ $\tau\eta\varsigma$ $\beta\gamma$ legendum vero ut opinor. $\alpha\beta\alpha$.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

Sit rursus triangulum ACF , & recta linea, ut contingit BC ; qua manente conuertatur triangulum quousque ad eundem locum redeat. Dico solidum ab ipso factum æquale esse cono, basim quidem habenti circulum æqualem superficiei, quæ in conuersione fit a recta linea AF , altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto C ad ipsam AF ducitur.

Producatur FA usque ad B . ergo ob id, quod proxime ostendimus, solidum a triangulo ABC factum æquale est cono, qui basim habet æqualem superficiei coni, quæ fit a recta linea AB , altitudinem vero perpendicularem a puncto C ad BA ductam. solidum autem, quod fit a triangulo BFC similiter est æquale cono basim habenti æqualem superficiei coni, quæ fit a BF , & eandem altitudinem. reliquum igitur solidum a triangulo ACF factum æquale erit cono basim habenti æqualem superficiei coni, quæ fit ab AF , & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad AF ducitur.



THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

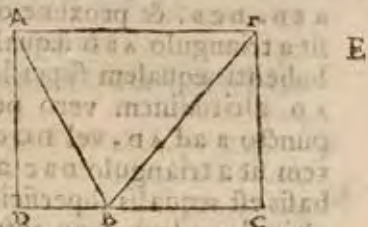
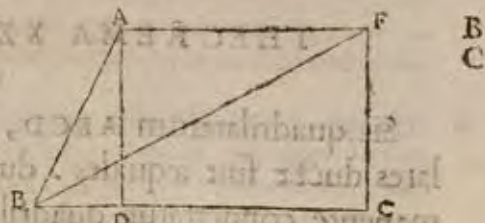
Sit recta linea AF parallela ipsi BC , & perpendiculares CF , AD ducantur. Dico solidum a triangulo ABF in conuersione factum æquale esse cono basim quidem habenti circulum, cuius semidiameter est CF , altitudinem verò rectæ lineæ AF , hoc est ipsius DC duplam.

Quoniam

Quoniam enim cylindrus, qui fit a parallelogramo AC æqualis est cono basim quidem habenti AD , altitudinem vero ipsius DC triplam; conus autem qui fit a triangulo ABD basim eandem habet, & altitudinem BD : erit solidum factum a triangulo ABD vna cum parallelogrammo AD, CF æquale cono basim habenti eandem, & altitudinem BD vna cum tripla ipsius DC , communis, auferatur conus qui fit a triangulo BCF , eandemque basim habet, & altitudinem BD vna cum DC semel sumpta, reliquum igitur solidum factum a triangulo ABF æquale est cono eandem basim habenti CF , & altitudinem ipsius DC , vel AF duplam.

Sed illud etiam constant, superficiem cylindricam, quæ fit ab AF æqualem esse circum, cuius semidiameter media proportionalis est inter cylindri latus, & diametrum basis cylindri. hoc enim Archimedes in 13. theoremate primi libri de sphaera, & cylindro demonstrauit. quare superficies, quæ fit ab AF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod bis FCD continetur.

Si vero B cadat inter DC , quod propositum est facilius ostendetur. cylindrus enim a parallelogrammo AD, CF factus, eandemque basim habens, quam coni qui fiunt a triangulis ABD, BC , & altitudinem DA , ipsos excedit cono, qui est in eadem basi, & altitudinem habet ipsius DC duplam. quare & solidum a triangulo ABF factum eidem cono est æquale. quod ostendere oportebat.



COMMENTARII S.

Dico solidum a triangulo ABF in conuersione factum, æquale esse cono basim quidem habenti circum, cuius semidiameter est CF , &c.] Intelligatur circa manentem rectam lineam BDC conuerti parallelogrammum AC vna cum ABD triangulo.

Æqualis est cono basim quidem habenti AD] Hoc est æqualis cono basim habenti circum, cuius semidiameter AD .

Altitudinem vero ipsius DC triplam] Est enim conus, qui basim habet circum, cuius semidiameter AD , & altitudinem triplam ipsius DC , tertia pars cylindri basim eandem habentis, & æqualem altitudinem: cuius ipsius cylindri tertia quoque pars est cylindrus, qui in eadem basi constituitur, & altitudinem habet DC . hic igitur cylindrus, æqualis est cono basim eandem habenti, & altitudinem ipsius DC triplam.

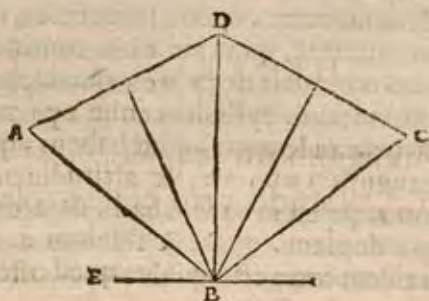
Quare superficies, quæ fit ab AF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod bis FCD continetur] Grecus codex corruptus est, in quo legitur $\omega\sigma\alpha \upsilon \omega\delta \tau\eta\varsigma \alpha\beta \gamma\iota\omega\mu\epsilon\nu\epsilon\varsigma \epsilon\pi\alpha\rho\alpha\upsilon\epsilon\iota\alpha\varsigma$, $\iota\sigma\eta \epsilon\sigma\tau\iota \tau\eta\varsigma \delta\iota\varsigma \alpha\pi\omicron' \tau\eta\varsigma \zeta\gamma\delta$ corrigendus autem est in hanc sententiam $\omega\sigma\alpha \iota \alpha\pi\omicron' \tau\eta\varsigma \alpha\beta \gamma\iota\omega\mu\epsilon\nu\epsilon\varsigma \epsilon\pi\alpha\rho\alpha\upsilon\epsilon\iota\alpha \iota\sigma\eta \epsilon\sigma\tau\iota \tau\eta\varsigma \kappa\upsilon\lambda\iota\kappa\omega$, & $\delta \iota \epsilon\kappa \tau\eta\varsigma \kappa\epsilon\gamma\gamma\epsilon\varsigma \delta\upsilon\nu\alpha\tau\iota \sigma\iota \delta\iota\varsigma \iota\omega\delta \zeta\gamma\delta$. nam si cylindri superficies æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter cylindri latus, & diametrum basis cylindri, ut Archimedes demonstrauit in 13. theoremate primi libri de sphaera, & cylindro, erit superficies facta ab AF æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod dupla ipsius FC continetur, & CD : hoc est quod bis FCD continetur. est enim FC semidiameter basis cylindri, & CD latus eiusdem.

Cylindrus enim a parallelogrammo $ADCF$ factus eandemque basim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis ABD, BFC , &c.] Cylindrus basim habens circum, cuius semidiameter AD , & altitudinem DC est æqualis cono, qui basim eandem habet altitudinem ipsius DC triplam. At duo coni, qui fiunt a triangulis ABD, BFC sunt æquales cono basim habenti eandem, & altitudinem DC , ut superius demonstratum est. ergo cylindrus hunc ipsum conum excedit cono, qui basim eandem habet, & altitudinem duplam ipsius DC . sed etiam excedit solidum, quod fit a triangulo ABF . dictum igitur solidum eidem cono æquale sit necesse est. In Greco codice legitur. $\delta \gamma\alpha\rho \upsilon\pi\omicron' \tau\eta\varsigma \alpha\delta\gamma\zeta \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\gamma\alpha\mu\omicron\varsigma \gamma\iota\omega\mu\epsilon\tau\omicron\varsigma \kappa\upsilon\lambda\iota\kappa\delta\rho\omicron\varsigma \tau\omicron\iota\varsigma \iota\omega\delta \tau\eta\varsigma \alpha\beta\delta$, $\zeta\beta\gamma \pi\epsilon\gamma\omega\gamma\omicron\upsilon\varsigma$, &c. leuendum autem est, ut opinor, $\delta \gamma\alpha\rho \alpha\pi\omicron' \tau\eta\varsigma \alpha\delta\gamma\zeta \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\gamma\alpha\mu\omicron\varsigma \gamma\iota\omega\mu\epsilon\tau\omicron\varsigma \kappa\upsilon\lambda\iota\kappa\delta\rho\omicron\varsigma \tau\omicron\iota\varsigma \alpha\pi\omicron' \tau\eta\varsigma \alpha\beta\delta$, $\zeta\beta\gamma \pi\epsilon\gamma\omega\gamma\omicron\upsilon\varsigma \kappa\acute{\alpha}\nu\omicron\iota\varsigma$.

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIII.

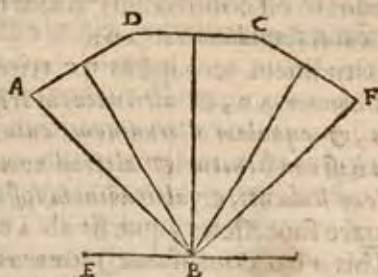
Sit quadrilaterum $ABCD$, à puncto B ad ipsas AD , DC perpendiculares ductæ sint æquales. ducatur autem recta linea quædam BE , & ea manente conuertatur quadrilaterum quousque in eundem locum restitatur. Dico solidum a quadrilatero factum æquale esse cono, basim quidem habenti æqualem superficiebus, quæ a rectis lineis AD , DC in conuersione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ à puncto B ad vnâ ipsarum AD , DC ducitur.

Iungatur BD . ergo solidum a quadrilatero factum est idem, quod fit a triangulis ABD . DBC . & proxime ostensum est, quod fit a triangulo ABD æquale esse cono basim habenti æqualem superficiebus factæ ab ipsa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD , vel DC ductam: quod autem fit a triangulo DBC æquale cono, cuius basis est æqualis superficiebus factæ a DC , & altitudo eadem. ergo totum solidum a quadrilatero factum æquale erit cono basim quidem habenti æqualem superficiebus, quæ ab ipsis AD , DC in conuersione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipsarum AD , DC ducta fuerit.

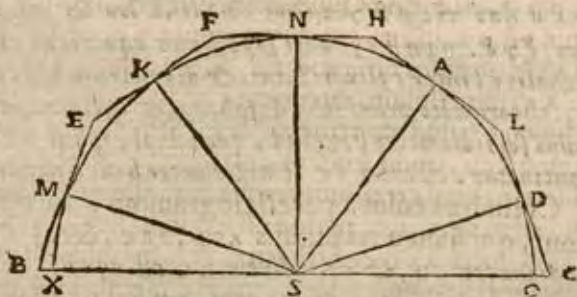


THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXIV.

Quod si pro quadrilatero quinquelaterum sit $DABFC$, & quotcumque latera habens, ita vt a puncto B ad vnâquamque ipsarum AD , DC , CF perpendiculares ductæ sint æquales, similiter ostendetur solidum a polygono factum æquale esse cono, basim quidem habenti æqualem superficiebus, quæ ab ipsis AD , DC , CF fiunt; altitudinem vero vnâ aliquam dictarum perpendicularem. & nihil differt, si extrema ipsi AB congruat.



- A** Idem autem est, ac si dicamus. Si circa semicirculum, cuius centrum s polygonum aliquod describatur, quotcumque latera habens vt $BBFHLG$ & manente s polygonum conuertatur, quosque ad eundem locum redeat, solidum ab ipso factum, quod etiam descriptum est circa sphaeram, quam facit semicirculus, æquale est cono, basim quidem habenti superficiem, quæ in conuersione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero semidiametrum sphaeræ. omnes enim perpendiculares, quæ a puncto s ad latera ducuntur, vt SM , SK , SN , SA , SD æquales sunt. neque quicquam differt, si D idem sit, quod O , vel M idem quod X . Perspicuum autem est, etiam si circa sectorem circuli, vt XSA , vel MSA polygonum aliquod describatur, eadem prorsus demonstrari.



Quod etiam descriptum est circa sphaeram, quam facit semicirculus] *Græcus codex.* B
 ὅ δὲ καὶ περιγράφεται περὶ τὴν σφαῖραν καὶ ποιῶν τὸ ἡμικύκλιον. Sed legendum puto περὶ τὴν
 σφαῖραν ἢν ποιῶν τὸ ἡμικύκλιον.

Omnis sphaera æqualis est cono, cuius basis quidem est superficies sphaeræ, altitudo vero eiusdem semidiameter.

Sit enim sphaera, cuius diameter AB, centrum c: & si fieri potest, sit primum maior conus, cuius basis est superficies sphaerae, hoc est circulus, cuius semidiameter AB, & altitudo CB ipsius sphaerae semidiameter. Intelligatur alius conus inter ipsa medius, hoc est minor cono, sphaera autem maior, cuius quidem basis eadem sit, & altitudo BD minor. quam CD. & in semicirculo AEB ducatur AK, quae possit id quod bis continetur AB, CD. ergo reliquum, hoc est, quod bis ABD continetur, aequale est ei, quod fit a BK. & eorum dimidia; videlicet quod continetur ABD aequale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim continetur bis ABD una cum contento bis AB, CD, hoc est, quod bis ABC continetur aequale est quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB est aequale, cum angulus ad K in semicirculo rectus sit. Describatur in semicirculo polygonum aequilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGLB, ita ut circumferentia BL minor sit quam BLK. quod quidem fieri potest. secantes enim semicirculum bifariam, & rursus dimidiam circumferentiam bifariam secantes, atque hoc facientes semper, tandem relinquemus circumferentiam minorem, quam BLK, ut BL. & iuncta AL, ducatur ipsi parallela CO. Quoniam igitur triangulum ALB aequiangulum est COB triangulo, & dupla est AL ipsius CO, & LB dupla BO; estque LB minor, quam AL, erit quod continetur AL, CO maius eo, quod LB, & eius dimidia continetur. Eadem quoque ratione si per C. N ipsi AK parallelam duxerimus usque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, O maius eo, quod continetur KB, atque eius dimidia contentum igitur AL, CO multo maius est eo, quod eidem continetur. hoc est ABD rectangulo. quare conus basim R quidem habens circulum, cuius semidiameter potest id, quod continetur AL, CO, altitudinem vero AB, maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter potest id, quod ABD continetur, & altitudinem AB. Sed conus basim habens circulum, S cuius semidiameter potest, quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, aequalis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod AL, AE continetur, & altitudinem CO. hic igitur conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod LAB, & altitudinem CO maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter potest, quod ABD, continetur, & altitudinem AB: hoc est maius cono huic aequali, qui basim habet circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem vero BD. ut enim quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD & ostensum est in 23. huius superficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex simili conuersione, aequalem

esse circulo, cuius semidiameter potest id quod LAB continetur, conus igitur basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod LAB continetur, & altitudinem CO , qui quidem est æqualis figuræ solidæ ibi sphaera descriptæ, maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter AB , & altitudinem ED . quare & solida figura iam dicta maior est cono, cuius basis semidiameter est AB , altitudo autem ED . sed etiam hic conus positus est maior sphaera, solida igitur figura in sphaera descripta multo maior erit, quam ipsa sphaera. quod fieri non potest.



Sit autem sphaera minor dictus conus, basim quidem habens circulum, cuius semidiameter est AB , altitudinem vero CB , hoc est conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem AB . ut enim AB ad BC , ita est quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter sphaeram, & conum intelligatur alius conus medius, cuius basis sit eadem, & altitudo recta linea K maior quam AB . circa semicirculum vero describatur polygonum æquilaterum, ita ut unum latius DE minus sit excessu, quo recta linea K ipsam AB excedit atque est DE maior, quam utraque simul DA , EM , siquidem & DN maior est, quam DA . ergo DM , quam K minor erit. Quoniam autem superficies, quæ a polygono sit ex simili conversione circa axem DM æqualis est circulo, cuius semidiameter potest, quod DM , AB continetur, patet solidum a polygono factum, quod etiam descriptum est circa sphaeram, quam facit semicirculus, æquale esse cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod continetur DM , AB , & altitudinem CB ipsius sphaerae semidiameterum ex 35. huius. Sed conus basim habens circulum cuius semidiameter potest quod continetur DM , AB , & altitudinem CB , æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod ABC continetur, & altitudinem DM , cum bases ex contraria parte altitudinis respondeant. est enim ut, quod continetur DM , AB ad rectangulum ABC , ita DM ad BC . Solidum igitur a polygono factum æquale est cono basim habenti circulum cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem DM . est autem K maior, quam DM : & conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod ABC continetur, & altitudinem K , minor est sphaera, quare solidum circa sphaeram descriptum ipsa sphaera multo minus erit, quod fieri non potest, conus igitur sphaera necessario est æqualis.

COMMENTARIUS.

- A Sit enim sphaera, cuius diameter AB , centrum C] *Græcus codex* $\epsilon\sigma\alpha\gamma\alpha\rho\sigma\phi\alpha\iota\sigma\alpha$, $\eta\delta\delta\alpha\mu\epsilon\tau\alpha\sigma\eta\alpha\delta$. Sed legendum $\eta\alpha\beta$.
 B Hoc est circulus, cuius semidiameter AB] *Ex 29. huius.*
 C Et altitudo B minor, quam CD] *Græcus codex* $\delta\tau\alpha\varsigma\delta\epsilon\eta\beta\delta\epsilon$ legendum autem $\eta\beta\delta$.
 D Et in semicirculo AFB ducatur AK , quæ possit id, quod bis continetur, A , C] *Græcus codex corruptus est, ut opinor, qui sic habet, $\eta\eta\mu\iota\chi\upsilon\lambda\iota\varsigma\delta\tau\alpha\varsigma\tau\delta\alpha\beta\epsilon\epsilon\delta\alpha\chi\theta\eta\eta$. Sed forte legendum erit. $\eta\eta\mu\iota\chi\upsilon\lambda\iota\varsigma\delta\tau\alpha\varsigma\tau\delta\alpha\epsilon\beta\eta\chi\theta\alpha\eta\alpha\kappa$.*
 E Et eorum dimidia, videlicet quod continetur AB a quale ei, quod K & eius dimidia continetur] *Græcus codex. $\eta\tau\alpha\eta\mu\iota\sigma\upsilon$, $\tau\alpha\chi\alpha\tau\alpha\alpha\beta\delta\iota\sigma\tau\epsilon\upsilon\eta\eta\mu\iota\sigma\upsilon\tau\eta\varsigma\epsilon\pi\iota\tau\alpha\beta\kappa$. legendum autem puto. $\eta\tau\alpha\eta\mu\iota\sigma\upsilon$, $\tau\alpha\chi\alpha\tau\alpha\alpha\beta\delta\iota\sigma\tau\epsilon\upsilon\eta\eta\mu\iota\sigma\upsilon\tau\eta\varsigma\epsilon\pi\iota\tau\alpha\beta\kappa$, $\eta\tau\eta\varsigma\eta\alpha\upsilon\sigma\iota\alpha\varsigma$.*

Hoc est quod bis ABC continetur æquale est quadrato ex AB] Ex prima secundi libri elementorum.

Quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB est æqualis] Ex penultima primi libri elementorum. Græcus autem codex diminutus est & ita restituetur. τὰ τετράγωνα τὸ δις ὑποῦ α β γ τὸν ὅτι πρὸς ἀπὸ τῆς α β. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς α β ὅτι ἴσον τοῖς ἀπὸ α κ β.

Quod quidem fieri potest] Ex prima 10. libri elementorum.

Et iuncta AL ducatur ipsi parallela CO] Ducatur CO usque ad LB, quam in O I secet.

Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulum est COB triangulo] est enim angulus OCB æqualis angulo LAB, & COB æqualis ipsi ALB ex 21. primi libri elementorum. ergo & reliquus reliquo æqualis erit.

Et dupla est AL ipsius CO, & LB dupla BO] Ut enim BA ad AL, ita est BC ad CO: & permutando ut AB ad BC, ita AL ad CO sed AB est dupla BC, ergo & AL ipsius CO dupla erit. Eodem modo demonstrari potest LB dupla BO, quod tamen per se patet ex tertia tertij libri elementorum recta enim linea CO secat LB ad rectos angulos. ergo, & bisariam secat.

Estque LB minor quam AL] Quoniam enim BD posita est minor, quam DC erit quod bis continetur ABD, hoc est quadratum ex BK minus eo, quod bis AB, CD continetur, hoc est quadrato ex KA. ergo BK minor est, quam KA. Sed cum BL sit minor, quam BK, quadratum ex BL minus est quadrato ex BK. quare reliquum quadratum ex AL maius est reliquo ex AK quadrato est enim quadratum ex AB æquale duobus quadratis ex AL, LB: itemque duobus ex AK, KB. ergo AL maior est, quam AK. multo igitur minor erit LB, quam AL.

Erit quod continetur AL, CO maius eo, quod LB ex eius dimidia continetur] Hoc est maius eo, quod continetur LBO. Græcus codex τὸ ἀπὸ α λ γ ο μείζον ὅτι τὰ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λ β. Sed legendum arbitror. τὸ ἀπὸ α β γ ο μείζον ὅτι τὰ ἀπὸ λ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λ β. Hæc quidem Vera sunt, sed quid conferant ad demonstrationem non videtur satis enim erat demonstrare id, quod continetur AL, CO maius esse eo, quod KB, & eius dimidia continetur, hoc est rectangulo ABD.

Eadem quoque ratione si per ipsi AK parallelam duxerimus usque ad KB] Corruptus est hoc loco græcus codex, quem nos in eam sententiam corrigemus.

Maius est eo, quod continetur KB atque eius dimidia] Græcus codex μείζον ὅτι τὰ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς κ β ὑπελείπεται. Sed legendum puto μείζον ὅτι τὰ ἀπὸ τῆς κ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς κ β ὑπελείπεται.

Contentum igitur AL, CO multo maius est eo, quod eidem continetur] Hic etiam corrigendus est græcus codex.

Hoc est ABD rectangulo] Rectangulum enim ABD æquale est dimidio quadrati ex KB, hoc est ei, quod KB & eius dimidia continetur. Græcus codex τὸ δις ὑποῦ α β δ. Sed legendum τὸ δις ὑποῦ α β δ.

Sed conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod AL, AB continetur, & altitudinem CO] Ex 15. duodecimi libri elementorum.

Qui basim habet circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem vero BD] Græcus codex ὁ μὲν βάσις ὅτι κύκλος, ὁ δὲ ἐκ τῆς κέντρης ὅτι ν' δ β ὑψὺς δὲ ὁ δ. Sed legendum est ut arbitror ὁ δὲ ἐκ τῆς κέντρης ὅτι ν' α β ὑψὺς δὲ ν' β δ.

Et ostensum est in 23. huius] In græco codice legitur καὶ δέδεικται τῷ δ διαγράμματι.

Qui quidem est æqualis figuræ solidæ in sphaera descriptæ] Ex 35. huius.

Quare, & solida figura] In græco codice legitur ὅς δὲ καὶ τὸ λέγεσθαι καὶ τὸ.

Quod fieri non potest] Est enim minor, quod Archimedes in 23. primi libri de sphaera, & cylindro demonstravit.

Hæc Pappus, quæ fortasse non omnino satisfacere videbuntur, posset enim quis plane dicere conum qui basim habeat superficiem sphaera æqualem, & altitudinem eam, sphaera quidem maiorem esse, sed non adeo, ut inter ipsa conus medius conficiatur, eandem basim habens, & altitudinem BD, quæ minor sit, quam CD. quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem esse, quam BD. oportet namque excessu quantulocumque dato consequi id, quod fieri non potest. quamobrem ego ita demonstrandum censerem.

Sit sphaera, cuius diameter AB, centrum C: & si fieri potest, sit primum maior conus, cuius basis est superficies sphaera, hoc est circulus, cuius semidiameter AB, & altitudo AC, videlicet ipsius sphaera semidiameter. Sit alius conus inter ipsa medius, hoc est minor cono, sphaera

Sphæra autem maior, cuius basis eadem sit & altitudo AD, minor quidem, quam AC, maior vero, quam DC. & descripto circa AB semicirculo ducatur AK, quæ possit id, quod bis continetur AB, DC. erit reliquum quod bis BAD continetur æquale ei, quod sit a BK. & eorum dimidia. videlicet quod continetur BAD æquale dimidio eius, quod sit a BK, hoc est ei, quod BK & eius dimidia continetur. Describatur in semicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria A E F G H L ita ut circumferentia AE minor sit quam AEK, quod facile fieri potest: & iuncta EE per C ducatur CO ipsi parallela. Itaque quoniam triangulum ABE triangulo ACO est æquiangulum, & est EA dupla AC, & BE ipsius CO dupla erit. posita est autem AB minor, quam AK, & ob id quadratum ex AB minus erit quadrato ex AK. ergo reliquum quadratum ex BE maius est quadrato ex EK. Utraque enim quadrato ex AB sunt æqualia ex penultima primi libri elementorum & dimidium quadrati ex BE, hoc est quod continetur EB, & eius dimidia CO maius dimidio quadrati ex EK, hoc est eo, quod BK & eius dimidia continetur, videlicet BAD rectangulo. conus igitur basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod BE, CO continetur, & altitudinem AE, maior est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest, quod continetur BAD, & altitudinem AB. Sed conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod continetur BE, CO, & altitudinem AB æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod BEA continetur, altitudinem autem CO. Ut enim rectangulum contentum BE, CO ad rectangulum BEA, ita est CO ad AE. & rursus conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod BAD continetur, & altitudinem AB æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter AB, & altitudinem AD. quoniam ut quadratum ex AB ad rectangulum BAD, ita est BA ad AD. ergo conus basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod BEA continetur, & altitudinem CO maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter est AB, & altitudinem AD. Sed demonstratum



est in 23. huius superficiei conica, quæ in conuersione fit ab omnibus polygoni lateribus æqualem esse circulum, cuius semidiameter potest quod BEA continetur. conus igitur basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod BEA continetur, & altitudinem CO, qui est æqualis solidæ figuræ in sphæra descriptæ maior est cono basim habente circulum, cuius semidiameter AB, & altitudinem AD. ergo & solidæ figuræ in sphæra descriptæ maior est cono, cuius basis semidiameter est AB, & altitudo AD. & hic autem conus positus est maior quam sphæra solidæ; igitur figuræ in sphæra descriptæ multo maior erit, quam ipsa sphæra quod fieri minime potest.

Atque est DE maior, quam utraque simul DA, BM, siquidem, & DN maior est, quam DA. Secetur DE bisariam in puncto N, a quo ad diametrum perpendicularis ducatur XX erit ND, quæ maiori angulo, videlicet recto subtenditur, maior quam DX, & multo maior, quam DA. Eodem modo ex altera parte ostendetur dimidium lateris ML maius esse, quam BM. quare tota DE maior erit, quam utraque DA, BM simul sumptæ. In Græcæ codicē legitur $\chi \beta \alpha \mu \epsilon \iota \varsigma \nu \delta \epsilon \tau \eta \varsigma \beta \alpha, \beta \zeta. \epsilon \nu \chi \eta \nu \mu \delta \tau \eta \varsigma \delta \alpha.$ Sed nos ita legendum duximus. $\chi \beta \alpha \mu \epsilon \iota \varsigma \nu \delta \epsilon \tau \eta \varsigma \delta \alpha, \delta \mu \epsilon \nu \chi \eta \nu \nu \delta \tau \eta \varsigma \delta \alpha.$ Quoniam enim in polygoni lateribus

teribus erat elementum ζ , nos pro ζ hic reposuimus BC , & medium lateris DE aptauimus N , perpendicularemque NX duximus, ut omnia magis perspicua essent, quamquam in figura græci codicis nihil horum omnino apponeretur.

Ergo DM , quam K minor erit] Tonitur enim K maior, quam utraque simul AE , DE & cum rursus DE maior sit, quam utraque DA , EM , erit ipsa K multo maior, quam DM .

Quoniam autem superficies, quæ a polygono fit & reliqua] Græca Verba magna ex parte corrupta esse arbitramur, & ita restituenda, ut ex ijs, quæ nos vertimus colligi potest. An vero hoc Pappus, aut aliud quippiam intelligi voluerit, alij considerabunt.

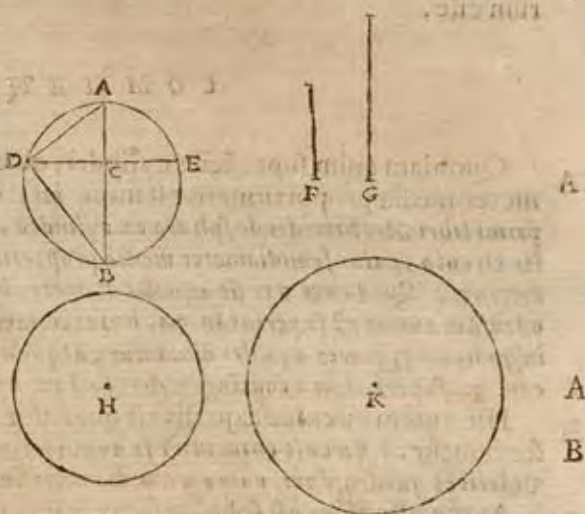
Aequalis est circulo, cuius semidiameter potest, quod DM , AB continetur] Hoc a Pappo demonstratum non est in ijs, quæ extant, sed a nobis in commentarijs in 24. huius.

Ex 35. huius] In Græco codice legitur $\delta\iota\delta\epsilon\ \tau\omicron\ \kappa\ \beta\epsilon\acute{\alpha}\nu\eta\mu\alpha$.

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra data, & data proportione, superficiem sphærae, plano ita secare, ut portionum superficies inter se proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Sit enim sphæra, cuius maximus circulus AD , BE , diameter AB , & data proportio quam habet F ad G : seceturque AB in C , ita ut AC ad CB eandem habeat proportionem, quam F ad G , & per C ducto plano ad rectos angulos ipsi AB secetur sphæra. sit autem communis sectio DE , & iunctis AD , DB . exponantur duo circuli HK , ut H quidem semidiameter habeat ipsi AD æqualem, K vero habeat æqualem ipsi DB . erit igitur circulus H æqualis superfici portionis DAE , & K æqualis superfici portionis DBB portionis. hoc enim ante demonstratum est. Et quoniam rectus angulus est ADB , & perpendicularis DC ; ut AC ad CB , hoc est ut F ad G , ita erit quadratum ex AD ad quadratum ex DB , videlicet quadratum semidiametri circuli H ad quadratum semidiametri ipsius K hoc est circulus H ad K circulum, hoc est superficies portionis sphærae DAE ad superficiem DBB portionis.



COMMENTARIVS.

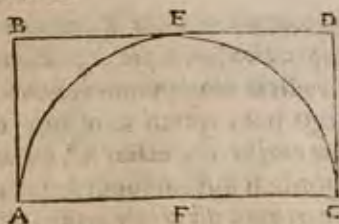
Hoc enim ante demonstratum est] In 29. huius.

Ut AC ad CB , hoc est ut F ad G , ita erit quadratum ex AD ad quadratum ex DB] Ex 8. propositione sexti libri elementorum sunt enim triangula ACD , DCB similia toti, & inter sese. quare ut AC ad CD , ita DC ad CB . ut autem AC ad CD , ita AD ad DB . ergo ex 20. eiusdem ut prima AC ad tertiam CB , ita quadratum primæ AC ad quadratum secundæ CD , hoc est ita quadratum ex AD ad id, quod sit ex DB quadratum.

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXVII.

Quæ cum ita sint, perspicue constat cylindrum, cuius basis æqualis sit maximo in sphæra circulo, & altitudo æqualis diametro sphærae, ipsius sphærae sesquialteram esse; & eius superficiem superficiem itidem sphærae sesquialteram.

- Sit enim semicirculus ABC , cuius diameter AC , & punctum E circumferentiam bifariam diuidens, & centrum F . Cum igitur per AEC tres rectæ lineæ contingentes ducantur, AB , BD , DC , & manente AC conuertatur semicirculus, quousque rursus ad eundem locum redeat, a quo capit moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo $ABCD$ factus ad sphaeram, quæ a semicirculo describatur, sesquialteram proportionem habebit, quam
- A** & ipsius cylindri superficies habet ad superficiem sphaeræ. Quoniam enim superficies cylindri, quæ fit a BD æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter BD , & vtramque ipsarum simul AB , CD , hoc est circulo, cuius semidiameter
- B** AC : hic autem circulus æqualis est quattuor maximis circulis eorum, qui in sphaera describuntur, atque ostensum est sphaeræ superficiem quattuor circulis maximis æqualem esse: erit, & superficies, quæ fit a BD superficiei sphaeræ æqualis. ergo vna cum duobus circulis, qui sunt bases cylindri, ad superficiem sphaeræ proportionem habet, quam
- C** sex ad quattuor, videlicet sesquialteram. Et quoniam conus basim habens æqualem
- D** superficiei sphaeræ, & altitudinem sphaeræ semidiametrum, ipsi sphaeræ est æqualis; erit conus basim habens circulum in sphaera maximum, & altitudinem eandem quarta pars ipsius sphaeræ. Sed & hic conus sexta pars est cylindri, qui eandem basim habet,
- E** altitudinem sphaeræ diametrum, quare sequitur cylindrum ipsum sphaeræ sesquialterum esse.



COMMENTARIUS.

- A** Quoniam enim superficies cylindri, quæ fit a BD æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter BD , & vtramque ipsarum simul $ABCD$ Ex 13. primi libri Archimedis de sphaera ex cylindro. est enim superficies cylindri facta a BD æqualis circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter latus cylindri BD , & basim diametrum. Quod cum BD sit æqualis diametro basis, erit & inter ipsas media eidem æqualis, ostensum autem est superius in 24. huius, etiam si circumferentia semicirculi non in duas, sed in quotcumque partes æquales diuidatur; atque a diuisionibus rectæ rectæ lineæ contingentes ducantur, superficiem a contingentibus factam æqualem esse circulo, cuius semidiameter est AC .
- B** Hic autem circulus æqualis est quattuor maximis circulis eorum, qui in sphaera describuntur. Circuli enim inter se duplæ eius, quæ est diametrorum, proportionem habent videlicet quadruplæ, cum eorum diametri sint duplæ.
- C** Atque ostensum est sphaeræ superficiem quattuor circulis maximis æqualem esse] Ex 31. primi libri Archimedis de sphaera, & cylindro, sed & superius ostensum est in 29. huius, sphaeræ superficiem æqualem esse circulo, cuius semidiameter AC .
- D** Ipsi sphaeræ est æqualis; erit conus basim habens circulum in sphaera maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipsius sphaeræ. sed & hic conus sexta pars est cylindri, qui eandem basim habet, & altitudinem sphaeræ diametrum. Hæc autem omnia nos suppleuimus, quæ in Græco codice desiderari videbantur. conus enim basim habens circulum maximum in sphaera, & altitudinem sphaeræ diametrum, tertia pars est ipsius cylindri. At conus basim habens eandem, & altitudinem semidiametrum sphaeræ, dimidiæ pars est altitudinis coni. hic igitur conus cylindri sexta pars necessaria erit.
- E** Quare sequitur cylindrum ipsum sphaeræ sesquialterum esse. Nam cum sphaera contineat quattuor eiusmodi conos, quorum cylindrus continet sex, habebit cylindrus ad sphaeram proportionem eandem, quam sex ad quattuor, videlicet sesquialteram.

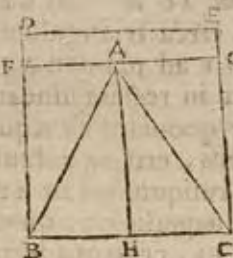
4. duodecimi.

Hæc igitur dicta sint de ijs, quæ Archimedes in libro de sphaera, & cylindro demonstrauit. deinceps vero (vt polliciti sumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem superficiem habent, describemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icosaedri, quarum quidem demonstrationes non per resolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, sed per compositiuam a nobis ad id, quod manifestius est, ac breuius redactæ sunt. quoniam, & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui discendi studio flagrant, disposui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus, ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatelo, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eiusdem est, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.

Sit enim triangulum æquilatelo ABC : sitque ad basim BC perpendicularis AH , quæ scilicet ipsam bifariam secat, & a BC describatur quadratum $BDEC$, quod quidem triangulum ABC superabit, cum perpendicularis AH trianguli latere minor sit. & per A ipsi BC parallela ducatur FAH . Quoniam igitur AB potestate quadrupla est ipsius BH , erit AB sesquitertia ipsius AH potestate, hoc est AB ipsius BE , est igitur BE minor, quam dupla BF . atque ut BE ad BF , ita est BE quadratum ad parallelogrammum FC . ergo & BE quadratum parallelogrammi FC minus est, quam duplum & minus quam quadruplum trianguli ABC . quadratum igitur BE minus est, quam quadruplum, maius vero, quam duplum trianguli ABC .



COMMENTARIVS.

Erit AB sesquitertia ipsius AH potestate] *Ex penultima primi libri elementorum A*
Hoc etiam per sese a nobis demonstratum est in commentarijs in 12. propositionem tertij deci-
mi libri.

Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Est enim parallelogrammum FC trianguli B*
 ABC duplum ex 41. primi libri elementorum Græcus codex mancus est, qui ita restituitur.
ἐλάττων ἢ τετραπλάσιον τῆς $αβγ$ τριγώνου.

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXIX.

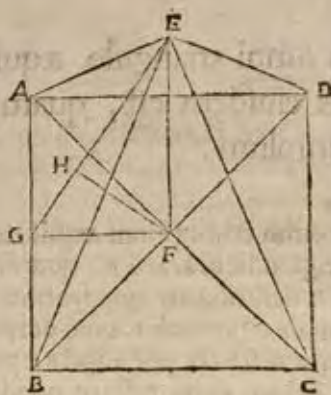
Quæ centro sphaeræ ad planum octaedri perpendicularis ducitur, potestate tertia pars est semidiametri sphaeræ.

Sit triangulum sphaeræ octaedrum comprehendens ABC , in sphaera existens, & circa ipsius circulus. a sphaeræ autem centro D ad circuli planum perpendicularis DE erit ex sphaericis punctum E circuli centrum: Iungantur BE , BD . Dico quadratum semidiametri sphaeræ BD quadrati ipsius DE triplum esse. Quoniam enim in octaedro ostensa est sphaeræ diameter potestate dupla lateris octaedri; est autem, & semidiametri sphaeræ, quadrupla potestate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit. Et quoniam quadratum ex BC triplum est quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri *D*
elementorum, & quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD sesquialterum qua-
drati ex BE . Sed quadratis ex BE , BD quadratum ex BD est æquale. ergo quadrata ex
 BE , BD quadrati ex BE sesquialtera sunt; ac propterea quadratum ex BE duplum est
quadrati ex BD ; quadrati igitur ex BE , BD , hoc est, quadratum ex BD quadrati ex DE
est triplum.



A L I T E R.

Exponatur quadratum, in quo dimidium octaedri sit $AECDE$: & iungantur AC, ED diametri ipsius quadrati, & EF . ergo EF semidiameter est sphaerae comprehendentis octaedrum, ut in elementis demonstratum est: ducatur a centro F ad ipsam AB perpendicularis FG . erit AG ipsi GB aequalis, iunganturque EG, BB . Et quoniam aequilaterum est triangulum ABE , & AG aequalis GB ; transibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE descripti. ergo quae a puncto F ad planum ABE trianguli perpendicularis ducitur in rectam lineam EG cadet, cadat ut FH . Itaque quoniam AF aequalis est FB , & angulus AFB est rectus, erit FAG dimidius recti. sed & rectus est FGA . reliquus igitur AFG est recti dimidius. & ob id AG est aequalis GF ; quadratumque ex AF quadrati ex FG duplum. est autem AF aequalis FE . ergo quadrata ex FE, FG tripla sunt quadrati ex FG . sed quadrata EF, FG aequalia sunt quadrato ex EG , propterea quod BF perpendicularis est ad quadratum $ABCD$. quadratum igitur ex EG quadrati ex GF est triplum. atque ut EG ad GF , ita BF ad FH , cum aequiangula sint EEG, EFH triangula. ergo quadratum BF semidiametri sphaerae quadrati FH perpendicularis ad planum octaedri triplum erit.



COMMENTARIVS.

- A Erit ex sphaericis punctum & circuli centrum] *Ex corollario primæ propositionis sphaericorum Theodosij.*
B Quoniam enim in octaedro ostensa est sphaeræ diameter potestate dupla lateris octaedri] *In 14. tertij decimi elementorum.*
C Est autem & semidiameteri sphaeræ quadrupla potestate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit] *Etenim BC est octaedri latus & BD semidiameter sphaeræ. I Græco codice legitur δα' δὲ ἡ τῆς ἐκ τῆς κέντρος τῆς σφαίρας δυναμει. τετραπλάσιον ἀρα τὸ ἀπὸ β γ τῆς ἀπὸ β δ. sed legendum δα' δὲ καὶ τῆς ἐκ τῆς κέντρος τῆς σφαίρας δυναμει τετραπλάσια. διπλάσιον ἀρα τὸ ἀπὸ β γ τῆς ἀπὸ β δ.*
D Et quoniam quadratum ex BC triplum est quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplum erit quadratum ex BD sesquialterum quadrati ex BE] *Quorum enim partium quadratum ex BC est sex, earum quadratum ex BE est duarum, & quadratum ex BD trium. Græcus codex habet διὰ τὸ ὅ τῆς 17 σοιχίς scribendum autem διὰ τὸ ἰβ τῆς 17 σοιχίς.*
E Ergo quadrata ex BE, ED quadrati ex BE sesquialtera sunt] *In Græco codice legitur τὸ ἀρα ἀπὸ β ε δ ἡμίολιον τῆς ἀπὸ β ε. sed legendum ut arbitror, τὰ ἀρα ἀπὸ β ε, ε δ ἡμίολια τῆς ἀπὸ β ε.*
F Et BE] *Intelligentur diametri ipsius quadrati AC, BD sese in puncto F secantes.*
G Ut in elementis demonstratum est] *Idelicet in 14. tertij decimi libri elementorum.*
H Erit AG ipsi GB æqualis] *Sunt enim anguli FAB, FBE inter se æquales, ex quinta primi libri elementorum, & æquales, qui ad G recti ergo & reliqui reliquis æquales sunt, & trianguli FAG triangulo FBG simile. cum igitur sit ut FG ad GA, ita GF ad GB, erit AG ipsi GB æqualis.*
K Iunganturque BG, EB] *Græcus codex habet. ἡ ἐπεξευχθεὶς ἡ ἐκ ἡ ἐβ. Ego legendum putō ἡ ἐπεξευχθεὶς ἡ ἐκ ἡ ἐβ.*
L Transibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE descripti] *Ex corollario primæ propositionis tertij libri elementorum.*
M In rectam lineam EG cadet. cadat ut FH] *Cadet autem in centrum circuli ex corollario primæ propositionis sphaericorum Theodosij.*
N Et angulus AFE est rectus] *Nam circa centrum F consistunt quattuor anguli æquales omnes igitur recti sunt.*
O Sed quadrata ex EF, FG æqualia sunt quadrato ex EG] *Ex 47. primi libri elementorum.*

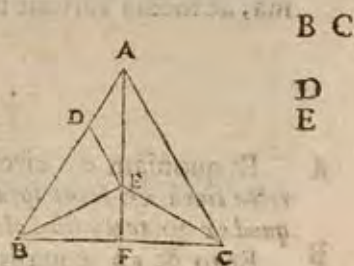
rum. In Græco autem codice legitur ἀλλὰ τὸ δὲ πρὸς τὴν ἰσὺν ὅτι πρὸς τὴν θη sed legendum ἀλλὰ τὸ δὲ πρὸς τὴν ἰσὺν ὅτι πρὸς τὴν θη.

Ergo quadratum BF semidiametri sphaeræ quadrati FH perpendicularis ad planum P octaedri triplum erit.] Græcus codex ὅτι τὸ δὲ πρὸς τὴν ἰσὺν ὅτι πρὸς τὴν θη sed corrigendum ὅτι τὸ δὲ πρὸς τὴν ἰσὺν ὅτι πρὸς τὴν θη.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XL.

Sit triangulum æquilaterum ABC in sphaera descriptum, sphaeræ autem centrum D, a quo ad trianguli planum ducatur perpendicularis DE. ergo E est centrum circuli circa triangulum ABC descripti, in prima sphaericorum Theodosij. ut in sphaericis demonstratum fuit: & iuncta AE producat. Dico rectam lineam AE ipsius EF esse duplam.

Iungantur enim BE, EC, quæ inter se æquales sunt, & quoniam uterque angulorum BAE, BEC tertia pars est recti, erit uterque BEF, ABE duæ tertiæ recti, & triangulum ABE triangulo BEF æquiangulum. est igitur ut AB ad BE, ita BE, hoc est AE ad EF. Sed AB est dupla BE. ergo & AE ipsius EF dupla erit.



COMMENTARIUS.

Et iuncta AE producat.] videlicet usque ad trianguli basim, quam secet in puncto F. A
Iungantur enim BE, EC, quæ inter se æquales sunt.] Quod à centro circuli ad circumferentiam ducantur, quibus etiam est æqualis AB. B

Et quoniam uterque angulorum BAE, BEC tertia pars est recti erit uterque BEF, ABE duæ tertiæ recti.] Recta enim linea AE ab angulo trianguli æquilateri ducta per centrum circuli, qui circa triangulum describitur, basim bifariam secat, & ad ipsam est perpendicularis, ut nos demonstravimus in commentariis in secundam propositionem tertiæ decimi elementorum quare angulus BAF est æqualis angulo FAC. Quod cum trianguli æquilateri angulus duas rectas tertiæ contineat, erit BAF angulus tertia pars recti, itidemque angulus EBA, ipsi est æqualis, & reliquus angulus BEF ex quo sequitur angulum BEF duas rectas tertiæ esse, videlicet ipsis BAE, BEA interioribus & oppositis æqualem ex 32. primi elementorum. C

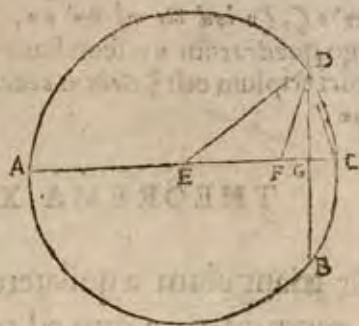
Est igitur ut AB ad BE, ita BE, hoc est AE ad EF.] Ex 4. sexti libri elementorum. D

Ergo & AE ipsius EF dupla erit.] Simile quippiam a nobis demonstratum est in commentariis in primam propositionem quartidecimi libri elementorum, eam scilicet, quæ a centro circuli ad latus trianguli æquilateri perpendicularis ducitur, dimidiam esse eius, quæ ex centro circuli. est enim E centrum circuli circa triangulum ABC descripti, & AE æqualis ei, quæ ex centro. E

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus ABCD circa centrum E, & diameter AC; pentagoni autem latus sit DGB secans diametrum AC ad rectos angulos, & ipsi CG æqualis ponatur GF. Dico rectam lineam EC extrema, ac media ratione secari in F, & EF maiorem portionem esse.

- A Iungantur enim ED , FD , CD . & quoniam CD circumferentia est decagoni, quod DCB pentagoni fit; angulus DEC continet duas quintas recti quare uterque angulorum BCD , EDC quatuor recti quintas continet. Sed EG est æqualis GC , & communis DG , & quæ ipsam ad rectos secet angulos. ergo & FD æqualis erit DC , ac propterea angulus DEC angulo DCF æqualis continebit quatuor quintas recti. continet autem FED duas quintas recti, reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit: eritque DBF angulus angulo FDB æqualis quare & latus BF æquale lateri FD , hoc est ipsi DC . Itaque quoniam BDC angulus angulo BCD , videlicet ipsi DEC est æqualis, & communis DC : erit reliquus BEC æqualis reliquo FDC & triangulum BEC triangulo FDC æquiangulum. Vt igitur BC ad CD , ita est DC ad CF , ideoque BEC rectangulum quadrato ex CD est æquale. Sed CD æqualis est EF . rectangulum igitur ECF quadrato ex EF æquale erit. ergo recta linea BC extrema, ac media ratione secta est in E , atque est EF maior eius portio.



COMMENTARIUS.

- A Et quoniam CD circumferentia est decagoni, quod DCB pentagoni fit] Nam cum recta linea AC secet ipsam DB ad rectos angulos, & circumferentiam DB bisariam secabit, quod ex 30. tertij libri elementorum manifesto patere potest.
- B Ergo & FD æqualis erit DC] Ex quarta propositione primi libri elementorum.
- C Reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit] Est enim angulus exterior DEC duobus interioribus, & oppositis æqualis ex 32. primi libri elementorum.
- Ex ijs autem, quæ hoc loco demonstrantur, satis constare potest, si hexagoni latus extrema, ac media ratione secetur, maiorem eius portionem esse latus decagoni.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLII.

Si recta linea extrema, ac media ratione secetur, quod fit a tota ad id quod quinquies fit a minore portione maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.

- Recta. n. linea AB extrema, ac media ratione secetur in c , fitq; minor ipsius portio cB . Dico quadratum ex AB ad id, quod quinquies fit a cB maiorem habere proportionem, quam quattuor ad tria. Ponatur ipsi cB æqualis CD . Quoniam igitur AB extrema, ac media ratione secetur in c , erunt quadrata ex AB , BC æqualia
- A triplo quadrati ex AC , ex 4. theoremate tertij decimi lib. elem. hoc est æqualia triplo
- B rectanguli ABC . sed triplum rectanguli ABC æquale est triplo rectanguli ACB , & triplo
- C quadrati ex BC . etenim quod semel ABC continetur æquale est rectangulo ACB , & ei, quod fit ex BC quadrato ex 3. sec. lib. ele. & ablato communi quadrato ex BC , erit reliquum
- D ex AB quadratum æquale triplo rectanguli ACB , & duplo quadrati ex BC , hoc est æquale triplo rectanguli ACD , & duplo quadrati ex CD . At vero triplum rectanguli ACD est æquale triplo rectanguli ADC , & triplo quadrati ex CD . nam quod semel ACD continetur
- E est æquale rectangulo ADC , & quadrato ex C . ex eadem 3. secundi libr. element. Quadratum igitur ex AB æquale est triplo rectanguli ADC , & quintuplo quadrati ex CD , hoc est quintuplo quadrati ex cB . ponatur ipsi AD æqualis DB : perspicuum est AD minorem esse, quam DC , quoniam & cA extrema, mediaq; ratione secatur, & maior portio ipsius
- F est DC . Generaliter. n. si recta linea extrema ac media ratione secetur, ut AB , cuius minor portio fit cB , ipsiq; cB æqualis ponatur CD , & AC extrema, ac media ratione secatur, & eius maior portio DC . ob eandem quoq; causam & DC extrema ac media ratione
- G secatur in E ; & maior ipsius portio est DE . posita. n. cB ipsi DC æquali, erit tota AB extrema,

COROLLARIUM.

COMMENTARIVS.

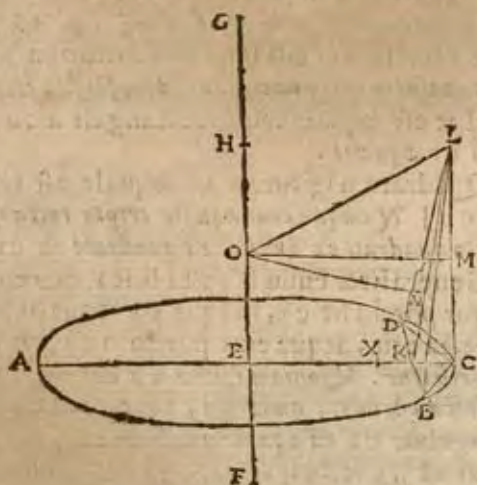
Posita

- G Posita enim CB ipsi CD æquali, erit tota AB extrema, ac media ratione secta in C] *Ex 5. tertiæ & primi libri elementorum.*
- H Quadruplum igitur DEC rectangulum maius est rectangulo DCE] *Rectangulum enim DCE est æquale rectangulo DEC , & quadrato ex EC , quæ multo minora sunt quadruplo rectanguli DCE .*
- K Hoc est quadruplum quadrati, quod fit ex DE] *Rectangulum namque DCE quadrato ex DE est æquale ob extremam, ac mediam rationem.*
- L Sed quadruplum DEC rectanguli, & quadruplum quadrati ex DE æqualia sunt quadruplo rectanguli CDE] *Rectangulum enim DEC , & quadratum ex DE æqualia sunt rectangulo CDE , ex 3. secundi libri elementorum.*
- M Quadruplum igitur rectanguli CDE maius est quintuplo ipsius DCE] *Græcus codex manens est qui sic restituetur, τὸ ἀπὸ τετραγώνου ὡς γ δ ἐ μείζον τὸ πεντάγωνον ὡς δ γ ε.*
- N Hoc est maius quintuplo quadrati ex DC] *Sunt enim rectangula CDE , DCE quadrato ex DC æqualia: ex 2. secundi libri elementorum.*
- O Triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorem proportionem habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC] *Ex octava quinti libri elementorum pro rectangulo autem CDE assumpsit ADC , quod est æquale ipsi CDE . sunt enim AD , DE inter se æquales.*
- P Et componendo triplum rectanguli ADC , & quintuplum quadrati ex DC , hoc est quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria] *Ex 28. quinti libri elementorum, quam nos addidimus. Græcus codex. τὸ ἀπὸ τριῶν ὡς α δ γ ἐ πεντάγωνον ὡς δ γ, ἥτοι τὸ πεντάγωνον ὡς γ β μείζονα λόγον, ἔχει ἢ πρὸς δ πρὸς γ. lege ἥτοι τὸ πεντάγωνον ὡς γ β πρὸς τὸ πεντάγωνον ὡς γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς δ πρὸς γ.*

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIII.

Potestate duodecuplum perpendicularis eius, quæ a centro sphaeræ icosaedrum comprehendens ad vnum aliquod icosaedri planum ducitur, maius est potestate quintuplo lateris icosaedri.

- A Exponatur circulus ABC suscipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis: sitque AC circuli diameter, centrum E , & DKB pentagoni æquilateri latus ad rectos angulos ipsi diametro. Est autem illud latus icosaedri ut in elementis. & a punctis B , C erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendiculares, FEH , LC , & utraque quidem ipsarum BH , CL sit latus hexagoni; utraque vero BF , GH decagoni; seceturque BH bifariam in puncto O , quare O est ipsius sphaeræ centrum, ut apparet in 16. theoremate tertijdecimi libri elementorum. Itaque iungantur LD , LB , LK , BC . Et quoniam hexagoni latus est CL , & BC latus decagoni, angulusque BCL rectus; erit BL pentagoni latus per 10. theorema tertijdecimi libri elementorum. Similiter, & LD , & BD . triangulum igitur BLD æquilaterum est
- E ex iis, quæ icosaedrum continent. Rursus quoniam LK perpendicularis est ad BD , & planum per AC , KL ductum, quod transit per parallelas BO , CL , rectum erit ad ipsam BD , ac propterea BD ad dictum planum est perpendicularis. hæc enim in solidis elementorum ostensa sunt. ergo omnia, quæ per BD transeunt plana, quorum vnum est triangulum BLD , recta sunt ad planum per OG , CL , in quo est triangulum CKL . quare & triangulum BLD ad ipsum CKL rectum erit. Ducatur ad rectam lineam KL perpendicularis ON . duo igitur plana CKL , BDL inter se recta sunt. & ad
- G communem ipsorum sectionem KL in vno plano perpendicularis est ON . ergo & ON ad trian-



ad triangulum BLD est perpendicularis, quod cum LB dupla sit ipsius BK , erit & LN H
 & ipsius NK dupla ex 40. huius. secetur CL bisariam in puncto M , & OM iungatur,
 erit utique OM parallela ipsi BC . est enim BO æqualis CM , quoniam & CL , BH du- K
 pla, & parallelæ sunt. præterea LI est æqualis IK , etenim in triangulo CKL ipsi L
 CK æquidistans ducta est LM . atque est LM æqualis MO , & LN ipsius NK dupla.
 Quarum igitur partium KL est sex, earum LN erit quattuor, & KN duarum, & vtra-
 que LI , IK trium, & reliqua NI vnius. ergo LI tripla est ipsius IN . Dico duode-
 cim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD æqualia esse. Ponatur ipsi CK æqua- M
 lis KX . Itaque ex 41. huius recta linea BC extrema ac media ratione secta est in X ,
 cuius maior portio BX , & ex 42. huius quadratum ex BC maius est quintuplo quadrati N
 minoris portionis XC . ergo quadratum, quod fit ex BC quadrati ex CX maius est,
 quam quintuplum. quadrati vero ex CK maius, quam vigintuplum. atque est ut qua- O
 dratum ex BC ad quadratum ex CK , ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK , hoc P
 est quadratum ex ON ad quadratum ex NI , æquiangula enim sunt triangula ONL , Q
 LIM , LKC . quadratum igitur ex ON maius est viginti quadratis ex NI . & 36. qua- R
 drata ex ON 720. quadratis ex NI sunt maiora. sed 720. quadrata ex NI sunt 80. qua- S
 drata ex LI , etenim LI ostensa est tripla ipsius IN . octoginta vero quadrata ex LI T
 sunt 20. quadrata ex LK , quod KL ipsius LI sit dupla. At 20. quadrata ex KL sunt V X
 15. quadrata ex BD : æquilaterum namque est triangulum DBL , perpendicularisque
 LK , & BD ipsius KL potestate sesquitercia. ergo 36. quadrata ex ON quindecim qua- Y
 dratis ex BD sunt maiora, & ob id duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex Z
 BD maiora erunt; quod ostendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Exponatur circulus ABC suscipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis] pro- A
 positione 16. tertij decimi libri.

Est autem illud latus icosaedri, ut in elementis] Eodem in loco. B

Et a punctis B & C erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendicularis BE , HO , CL] C
 intelligatur BE dodecaedri latus esse infra planum circuli $ABCD$, & EO supra, quarum
 EH est latus hexagoni, & HG decagoni. Græcus codex habet αζε, ηγ α sed legendum ζε η θ, γ λ.

Quare O est ipsius sphaeræ centrum, ut apparet in 16. theoremate tertij decimi li- D
 bri elementorum.] Est enim FE GH sphaeræ diameter, quæ ex latere hexagoni BH , & duo-
 bus decagoni FE , HG in eodem circulo descriptorum lateribus constat. centrum igitur spha-
 ræ est punctum illud, quod latus hexagoni bisariam diuidit.

Rursus quoniam LK perpendicularis est ad BD , & planum per AC , KL du- E
 ctum, quod transit per parallelas BG , CL rectum erit ad ipsam BD , ac propterea
 BD ad dictum planum est perpendicularis] Cum enim recta linea BD dubians rectis lineis
 AC , LK sese mutuo secantibus, in communi sectione ad angulos rectos insistat: & ad earum
 planum perpendicularis erit, ex 4. vndecimi libri elementorum. Græcus autem codex habet.
 ζ ε π τ ι η λ κ τ η β δ. ζ το' α δια' τ η α γ λ άρα επιπεδον οπερ εστι η ο δια' τ η ε η λ γ παρα-
 λληλων, ορθον εστι προς την β δ. Sed legendum, ut arbitror. ζ ε π τ ι η λ κ τ η β δ, ζ το' δια'
 τ η α άρα γ κ λ επιπεδον οπερ εστι δια' τ η ε η λ γ παραλλήλων, ορθόν εστι προς την β δ.

Ergo omnia, quæ per BD transeunt plana, quorum vnum est triangulum BLD recta F
 sunt ad planum per BC , CL] Ex 18. vndecimi libri elementorum.

Ergo & ON ad triangulum BLD est perpendicularis] Ex 4. definitione vndecimi li- G
 bri elementorum atque erit punctum N centrum circuli, triangulum BLD comprehendens
 ex corollario primæ sphaericorum Theodosij.

Quod cum LB dupla sit ipsius BK , erit & LN ipsius NK dupla ex 40. huius] In ea H
 enim ostenditur LN duplam esse ipsius NK ex eo, quod LB ipsius BK sit dupla. In Græco co-
 dice legitur ζ διπλή εστι η λ β τ ης ο κ. corrigendum autem τ ης β κ.

Erit utique OM parallela ipsi BC . est enim EO æqualis CM , quoniam & CL , BH K
 duplæ, & parallelæ sunt] Ex 33. primi libri elementorum.

Præterea LI est æqualis IK . In triangulo enim CKL ipsi CK parallela ducta est L
 LM] Ex 2. sexti libri elementorum.

Ponatur ipsi CK æqualis KX] In Græco codice legitur κείτω τ η κ γ ισ η η κ ξ, η γ. M
 sed legendum ισ η η κ ξ.

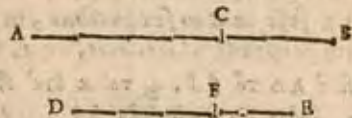
Cuius maior portio BX] Græcus codex ζ το' μείζον αὐτῆς τμήμα εστι το' ε. leg. το' ε ζ. N
 Qua-

- O** Quadrati vero ex CK maius, quam vigintuplum] Quadratum enim ex CK quadruplum est quadrati medietatis CK , cum proportionem habeat duplam eius, quæ est XC ad CK . ex 20. sexti libri elementorum.
- P** Atque est ut quadratum ex BC ad quadratum ex CK , ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK] Ex 7. quinti libri elementorum; posita enim sunt BC , CL inter se æquales.
- Q** Aequiangula enim sunt triangula ONI , LIM , LKC] Triangulum namque LIM simile est triangulo LKC propter lineas IM , KC parallelas. Sed trianguli ONI rectus angulus ad N est æqualis recto ad C , vel M , & angulus OLN æqualis ipsi LIM , qui ad verticem constituitur. ergo & reliquus reliquo æqualis. Græcus codex hoc loco corruptus est.
- R** Et 36. quadrata ex ON 720. quadratis ex NI sunt maiora] Quam enim proportionem habet 1. ad 20. eandem 36. habet ad 720.
- S** Sed 720. quadrata ex NI sunt 80. quadrata ex LI] Nam cum LI tripla sit ipsius IN , erit quadratum ex LI . nonuplum quadrati ex IN , ac propterea unumquodque quadratorum ex LI continebit 9. quadrata ex IN . octoginta igitur quadrata ex LI sunt 720. quadrata ex IN .
- T** Octoginta vero quadrata ex CL sunt 20. quadrata ex LK] Est enim quadratum ex KL quadrati ex LI quadruplum.
- V** Quod KL ipsius LI sit dupla] Græcus codex διπλὴ γὰρ ἡ KL τῆς LI . sed legendum διπλὴ γὰρ ἡ LN τῆς LI .
- X** At 20. quadrata ex KL sunt 15. quadrata ex BD , æquilaterum namque est triangulum DLB , perpendicularisque LK , & BD ipsius KL potestate sesquitertia] Est enim quadratum ex BD , videlicet quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BK , KL . Sed quadratum ex LB quadruplum est quadrati ex BK . ergo quadratum ex LB reliqui quadrati ex KL sesquitertium erit. Græcus codex. ἀποὶ δὲ τῆς BD καὶ τῆς KL ἡ BL βδ μίζονα. Sed legendum ut opinor, ἀποὶ δὲ τῆς BD καὶ τῆς KL ἡ BL βδ. neque enim 20. quadrata ex KL 15. quadratis ex BD sunt maiora, sed ipsis æqualia, ut manifesto apparet.
- Y** Ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD sunt maiora] Hoc est primum minus est ultimo. Græcus codex ὅτι αὖτε τὰ δ' ἀπὸ' οὗ καὶ τῆς BD βδ: legendum autem ὅτι αὖτε τὰ ἀπὸ' οὗ καὶ τῆς BD βδ μίζονα.
- Z** Et ob quindecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt] Ex 15. quinti libri elementorum; Utrumque enim Utriusque tertia pars est.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLIV.

Si duæ rectæ lineæ extrema, ac media ratione secantur, in subiecta sunt analogia.

Secetur enim AB extrema, ac media ratione in C , ita ut maior ipsius portio sit AC . similiter & DE secetur in F , sitque maior portio DF . Dico ut tota AB ad maiorem eius portionem AC , ita esse & totam DE ad maiorem portionem DF . Quoniam enim ABC rectangulum æquale est quadrato ex AC , rectangulum vero DEF æquale quadrato ex DF ; erit ut ABC rectangulum ad quadratum ex AC , ita rectangulum DEF ad quadratum ex DF . ut igitur quadruplum rectanguli ABC ad quadratum ex AC ita quadruplum rectanguli DEF ad quadratum ex DF : & componendo, ut quadruplum rectanguli ABC vna cum quadrato ex AC ad quadratum ex AC , ita quadruplum rectanguli DEF vna cum quadrato ex DF ad quadratum ex DF . Sed quadruplum rectanguli ABC vna cum quadrato ex AC est quadratum quod fit ex vtraque AB , BC per octauum theorema secundi libri elementorum, & quadruplum rectanguli DEF vna cum quadrato ex DF est quadratum, quod fit ex vtraque DE , EF . ergo ut quadratum ex vtraque AB , BC ad quadratum ex AC , ita quadratum ex vtraque DE , EF ad quadratum ex DF . & longitudine ut vtraque AB , BC ad AC , ita vtraque DE , EF ad DF . componendoque ut vtraque AB , BC vna cum AC , hoc est duæ AB ad AC , ita vtraque DE , EF vna cum DF , hoc est duæ DE ad DF ; & antecedentium dimidia, ut AB ad AC , ita DE ad DF . Ex quo manifeste patet, si sint duæ rectæ lineæ æquales ut AB , DE , quarum vtraque extrema, ac media ratione secantur, in punctis C , F , erunt maiores portiones ipsarum æquales inter se, & minores similiter æqua-



(continued from page 60)

COMMENTS.

Hoc similiter demonstratum est in quartodecimo libro elementorum, propositione VIII.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLV.

COMMENTARIVS.

ad quadratum ex EM . Si igitur EF fiat equalis EM , factum iam crit, quod oportebat.

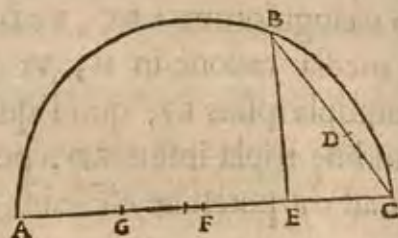
Etenim CB cum sit longitudine tripla ipsius ED , potestate nonupla erit] *Est enim C*

E Quoniam igitur AC ipsius quidem BC potestate tripla est, ipsius vero CF quintupla.] *Horum primum ante demonstratum est, secundum vero manifeste patet. Nam cum CE ipsius BF potestate sit quintupla, erit & dupla ipsius CB, hoc est AC dupla BF, videlicet FG similiter quintupla potestate ex 15. quinti libri elementorum.*

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLVI.

Rursus sit semicirculus ABC, cuius centrum F, & quadratum ex CF quintuplum quadrati ex FE. ipsi vero AC ad rectos angulos sit BE, & iuncta BC extrema, ac media ratione secetur in D, ut BD sit portio maior. Dico quadrata ex CB, BD quadrati ex CE quintupla esse.

A Ponatur FG æqualis BF. ergo CG extrema, ac media ratione secta est in E, atque eius maior portio EG, & quoniam rectangulum GCB æquale est quadrato ex EG, ipsa vero BC est æqualis AG, quoniam & BF ipsi FG; erit ABC rectangulum quadrato ex EG æquale. estque ut quadratum quidem ex EG, hoc est rectangulum



ABC ad quadratum ex BC, ita quadratum ex CB

B ad quadratum ex BD, quoniam & ut GE ad BE, ita

C CB ad BD. ut autem rectangulum ABC ad quadratum ex BC, ita AB ad BE. hoc enim per primam sexti libri elementorum ostenditur, descripto scilicet quadrato ab ipsa BC, & completo in AE parallelogrammo. ut igitur AB ad EC, ita quadratum ex CB ad id

D quod sit ex BD quadratum; & componendo ut AC ad CB, hoc est ut quadratum ex

E AC ad quadratum ex CB, ita quadrata ex CB, BD ad quadratum ex BD. est autem,

& ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG. ita quadratum ex BD ad quadratum ex

CE. ex æquali igitur ut quadratum ex CB ad quadratum ex EG. ita quadrata ex CB

BD ad quadratum ex CE. Sed quadratum ex AC quintuplum est quadrati ex EG. ergo

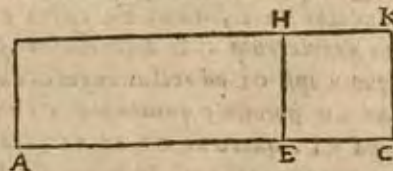
& quadrata ex CB, BD quadrati ex CE quintupla erunt, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIUS.

A Ergo GC extrema ac media ratione secta est in E, atque eius maior portio EG] *Nam ex 2. tertijdecimi libri elementorum recta linea EG extrema ac media ratione secatur, cuius maior portio est æqualis EC, ergo & tota CG extrema, ac media ratione secta est in E, cuius maior portio EG ex quinta eiusdem.*

B Quoniam & ut GB ad EC, ita CB ad BD] *Ex 22. sexti elementorum. Cum enim GB extrema, ac media ratione secetur, atque eius maior portio sit æqualis EC, ut proxime dictum est, erit ex 44. huius ut GE ad EC, hoc est ad maiorem eius portionem, ita, & CB ad BD.*

C Hoc enim ex prima sexti elementorum ostenditur, descripto scilicet quadrato ab ipsa EC, & completo in AE parallelogrammo] *Describatur ex EC quadratum HECK & parallelogrammum compleatur. erit AH rectangulum, quod AEC continetur. ergo ut rectangulum AH ad HC quadratum, ita AE ad EC ex prima sexti: sed illud per sese patet ex lemmate in 23. decimi libri element.*



D Et componendo ut AC ad CE, hoc est ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Ob similitudinem triangulorum ABC, BEC nempe ducta AB, quemadmodum in antecedenti ostendimus.*

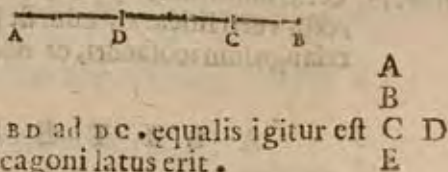
E Est autem, & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex EC] *Est enim ex 45. huius ut CB ad BD, ita GE ad EC. ergo, & permutando ut EC ad EG ita BD ad CB.*

THEO-

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLVII.

Hexagoni latere extrema, ac media ratione seccto, maior portio eius est decagoni latus.

Hexagoni enim latus DB extrema, ac media ratione secetur in c : & sit maior portio DC . Dico DC latus decagoni esse. apponatur enim DA , quæ sit decagoni latus. ergo AB extrema, ac media ratione secatur in D . Similiter & BD in c secatur. quare per octauum lemma vt AB ad BD , hoc est vt ED ad DA , ita BD ad DC . equalis igitur est AD ipsi DC . Sed CD est latus decagoni. ergo, & DC decagoni latus erit.



COMMENTARIVS.

Ergo AB extrema, ac media ratione secatur in D] *Ex 9. tertijdecimi libri element.* A

Quare per octauum lemma] *Nam inter quattuordecim lemmata, quæ ad comparationes quinque figurarum præmittit, octauum tenet locum. est autem 44. huius.* B

Ita BD ad DC] *In codice græcomendose legitur. $\delta\tau\omega\varsigma \eta \alpha \beta \rho\delta\varsigma \delta \gamma$ cum legendum sit $\delta\tau\omega\varsigma \eta \beta \delta \rho\delta\varsigma \delta \gamma$.* C

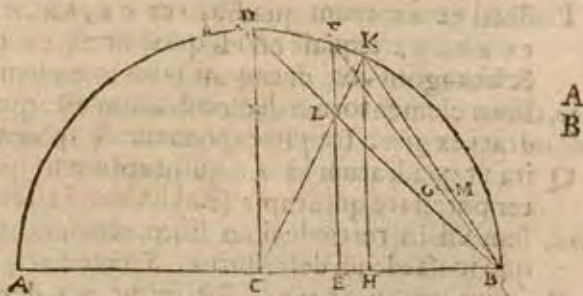
Aequalis igitur est AD ipsi DC] *Ex 9. quinti elementorum.* D

Ergo & DC decagoni latus erit] *Nos autem hoc aliter demonstrauimus in commentarijs in 9. tertijdecimi elementorum propositione prima.* E

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVIII.

Idem circulus comprehendit pentagonum dodecaedri, & triangulum icosaedri in eadem sphaera descriptorum.

Exponatur enim sphaeræ diameter AB , & circa ipsam semicirculus, cuius centrum c , & ab ipso ad rectam lineam AB perpendicularis CD , secetur autem AB in E , ita vt AE dupla sit EB , & perpendicularis BF , iunganturque DLB , FB . ergo FB est latus cubi, vt demonstratum est in tertiodecimo libro elementorum. in cubo. secetur FB extrema, ac media ratione in G , & sit maior portio FG . erit FG dodecaedri latus, vt in tertiodecimo lib. elem. in dodecaedro. iuncta autem CL producat in K , & perpendicularis ad AB agatur KH ; iunctaq; KB extrema ac media ratione secetur in M ; & LM sit maior portio. Quoniam igitur AB dupla est BC , & AE item dupla EB : erit & reliqua BE reliqua EC dupla sed BE est æqualis BL , propterea quod vt BC ad CD , ita est BE ad BL . ergo & LB dupla est EC . sed & KH ipsius HC est dupla. quadruplum igitur est quadratum ex KH quadrati ex HC , & ideo quadratum ex KC quintuplum est quadrati ex CH , quare, & quadratū ex BC quadrati ex CH quintuplum erit. ergo KB est latus icosaedri, quod demonstratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonstratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BE esse eam, quam habent quinque ad tria: in decimo autem quadrata ex FK , KM quintupla esse quadrati ex BE : erunt quadrata ex BK , KM quadrati ex FG tripla. Itaque exponatur circulus comprehendens icosaedri triangulum, & a centro ducta recta linea, vt contingit; NX , extrema, ac media ratione secetur in O , sitq; maior portio ipsius NO . ergo

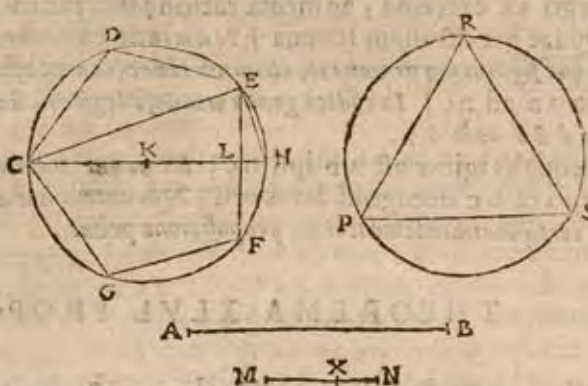


ergo NO est decagoni latus, quod ante ostensum est. & quoniam latus trianguli æquilateri descriptum in circulo, cuius centrum N , potestate triplum est ipsius NX semidiametri, ut in tertiodécimo libro elementorum demonstratur, erat autem trianguli latus KI ; quadratum ex KB quadrati ex NX est triplum. & sunt utraque extrema, ac media ratione $fecit$ æ ergo ex ante demonstratis, ut BK ad NX , ita KM ad NO , & eorum quadrata & ut unum ad unum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK , KM tripla sunt quadratorum ex NX , NO . Sed ostensa sunt quadrata ex BK , KM tripla quadrati ex FG . ergo quadrata ex NX , NO quadrata ex FG æqualia erunt. atque est NX latus hexagoni, & NO decagoni quare FG est latus pentagoni in eodem circulo, cuius centrum N descripti, quod etiam in tertiodécimo libro elementorum demonstratur. recta vero linea FG cum sit pentagoni, & dodecaedri latus erit. Idem igitur circulus triangulum icosaedri, & dodecaedri pentagonum comprehendit.

A L I T E R

Idem circulus comprehendit icosaedri triangulum, & dodecaedri pentagonum.

Exponatur quædam sphaera, & in ipsa dodecaedrum, & icosaedrum describantur. sitq; dodecaedri quidem pentagonum $CDEFG$ circulo CDB contentum, icosaedri vero triangulum in circulo PRS . Dico circulos æquales esse. hoc est pentagonum, & triangulum eodem circulo comprehendi. Iungatur CE . ergo CB est latus cubi in eadem sphaera descripti. in qua dodecaedrum. hoc enim demon-



stratum fuit in tertiodécimo libro elementorum. Sumatur circuli centrum K , & ab ipso perpendicularis KL producatur AD , CH & iungatur EH . ergo BH est decagoni latus & quoniam quadratum ex CH , hoc est quadrata ex CE , BH , quadrupla sunt quadrati ex HK erunt quadrato ex CE , BH , HK quadrati ex HK quintupla. Sed quadratis ex BH , HK æquale est id, quod sit ex EF quadratum: etenim latus pentagoni potest & hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo descriptum, quod in tertiodécimo libro elementorum demonstratum est. quadrata igitur ex CE , BH quintupla sunt quadrati ex HK . Itaque exponatur & sphaerae diameter AB , & recta quædam linea MN , quæ ut quadratum ex AB quintuplum sit quadrati ex MN . est autem & sphaerae diameter potestate quintupla semidiametri circuli, in quo describitur icosaedrum, ut ostensum est in tertiodécimo libro elementorum. ergo MN est semidiameter circuli, in quo icosaedrum describitur. Secetur MN extrema, ac media ratione in X , ut maior ipsius portio sit MX . Est igitur MX decagoni latus per quartum lemma. & quoniam quadratum ex AB quadrati quidem ex MN quintuplum est, quadrati vero ex CE latere cubi triplum, ut in tertiodécimo lib. elementorum; erunt tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN æqualia. Sed ut tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE , ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX , etenim cubi latere extrema, ac media ratione secto, portio maior est dodecaedri latus; ut ostenditur in tertiodécimo libro elementorum. tria igitur quadrata ex CE , & tria quadrata ex DE æqualia sunt quinque quadratis ex MN , & quinque quadratis ex MX . quinque autem quadrata ex MN , & quinque quadrata ex MX sunt æqualia quinque quadratis ex RS : ut in tertiodécimo libro elementorum ostensum est in icosaedro ergo quinque quadrata ex RS æqualia sunt tribus ex CE quadratis, & tribus quadratis ex DE . Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia sunt quindecim quadratis semidiametri circuli circa PRS triangulum descripti per 12. tertij decimi libri elementorum; tria vero quadrata ex CE , & tria quadrata ex DE sunt æqualia quindecim quadratis semidiametri circuli, qui circa pentagonum $CDEFG$ describitur, cum demonstratum sit quadrata ex CE , BH quadrata-

quadrati ex HK quintupla esse. quindecim igitur quadrata semidiametri circuli circa triangulum PRS , sunt æqualia quindecim quadratis semidiametri circuli circa $CDEFG$ pentagonum descripti. quare & vnum vni æquale, diameterque diametro, & circulus circulo est æqualis. Idem igitur circulus comprehendit dodecaedri pentagonum, & triangulum icosaedri in eadem sphaera descriptorum.

COMMENTARIVS.

Secetur autem AB in E , ita vt AE dupla sit BE] *Græcus codex habet* $\alpha\beta$ τετραπλάσιον ἢ $\alpha\beta$ *A*
ὅς ἐστι διπλάσιον τῇ τὴν $\alpha\beta$ τῆς $\epsilon\beta$ sed legendum $\alpha\beta$ τῆς $\epsilon\beta$.

Ergo FB est latus cubi, vt demonstratum est in tertiodecimo libro elementorum in *B*
 cubo] *propositione 15. & ultima.*

Vt in tertiodecimo libro elementorum in dodecaedro] *propositione 17.*

Propterea quod vt BE ad CD , ita est BE ad BI] *Ex quarta sexti ob similitudinem* *D*
triangulorum BDC , BIE . est autem BC æqualis CD , cum C sit semicirculi centrum. ergo
& BE ψ EL est æqualis.

Sed & KH ipsius HC est dupla. quadruplum igitur est quadratum ex KH quadrati *E*
 ex HB] *Ob similitudinem scilicet triangulorum ICB , KCH . in græco codice legitur* $\alpha\mu\alpha$
 $\alpha\beta$ ἢ $\kappa\theta$ τῆς $\epsilon\gamma$ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ $\alpha\mu\alpha$ ἐκ τῆς $\gamma\epsilon$. sed corrigendum $\alpha\mu\alpha$ $\alpha\beta$ ἢ $\kappa\theta$
τῆς $\theta\gamma$ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ $\alpha\mu\alpha$ $\kappa\theta$ τῆς $\alpha\mu\alpha$ $\theta\gamma$.

Ergo KB est latus icosaedri, quod demonstratum fuit in tertiodecimo libro elem.] *P*
 propositione 16. & ultima.

Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonstratur proportionem quadrati ex *G*
 FG ad quadratum ex BH esse eam, quam habent quinque ad tria] *videlicet in 46. huius.*

In decimo autem quadrata ex BK , KM quintupla esse quadrati ex BH] *in 47. huius.* *H*

Erunt quadrata ex BK , KM quadrati ex FG tripla. Nam cum quadratum quidem ex *K*
 FG ad quadratum ex BH proportionem habeat, quam quinque ad tria, quadrata vero ex BK
 KM ad idem quadratum ex BH eam habeat, quam quinque ad vnum, hoc est quam quindecim
 ad tria, habebunt quadrata ex BK , KM ad quadratum ex FG proportionem eandem, quam
 quindecim ad quinque, videlicet triplam. In Græco codice omnia ferè sunt corrupta: qui sic
 habet ἐν δὲ τῷ $\alpha\beta\omega$ τὰ ἀπὸ $\beta\zeta$, $\zeta\theta$ πενταπλάσια τῷ ἀπὸ $\beta\theta$. τὰ ἄρα ἀπὸ $\beta\zeta$, $\zeta\theta$ τριπλά-
 σια τῷ ἀπὸ $\zeta\eta$. ego sic corrigendum arbitror. ἐν δὲ τῷ $\alpha\beta\omega$ τὰ ἀπὸ $\beta\kappa$, $\kappa\mu$ πενταπλάσια τῷ
 ἀπὸ $\beta\theta$. τὰ ἄρα ἀπὸ $\beta\kappa$, $\kappa\mu$ τριπλάσια τῷ ἀπὸ $\zeta\eta$.

Vt in tertiodecimo libro elementorum demonstratur] *propositione 1.*

Ergo ex ante demonstratis vt BK , ad NX , ita KM ad NO , & eorum quadrata, & *L*
 vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK , KM tripla sunt quadra-
 torum ex NX , NO] *est enim ex 45. huius vt BK ad KM , ita XN ad NO , permutandoque* *M*
vt BK ad XN , ita KM ad NO . Ut quadratum ex BK ad quadratum ex NX , ita quadratum
ex KM ad quadratum ex NO . vt autem vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Sed quadra- *21. sexti.*
tum ex BK triplum est quadrati ex NX . quadrata igitur ex BK , KM quadratorum ex NX , *12. quinti*
 NO sunt tripla. In codice græco legitur *δια τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ὅτιν ὡς ἢ $\beta\zeta$ τῆς $\nu\epsilon$, ἢ $\zeta\eta$*
πρὸς $\nu\theta$, & τὰ τετράγωνα, & ὡς ἐμφοδὲν πάντα πρὸς πάντα, τὰ ἄρα ἀπὸ $\beta\kappa\eta$ ἢ ἀπὸ $\xi\nu\theta$
ὄν τριπλάσια. quæ nos ita emendauimus *δια τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ὅτιν ὡς ἢ $\beta\kappa$ πρὸς $\nu\epsilon$, ἢ*
 $\kappa\mu$ πρὸς $\nu\theta$ & τὰ τετράγωνα. & ὡς ἐν πρὸς ἐν, πάντα πρὸς πάντα. τὰ ἄρα ἀπὸ $\beta\kappa\mu$ τῆς
ἀπὸ $\xi\nu\theta$ ὄν τριπλάσια.

Sed ostensa sunt quadrata ex BK , KM tripla quadrati ex FG] *Græcus codex habet.* *N*
ἐδείχθη δὲ & τῷ ἀπὸ $\zeta\eta$ τὰ ἀπὸ τῆς $\beta\zeta$, $\zeta\eta$ τριπλάσια. sed legendum *τὰ ἀπὸ τῆς $\beta\kappa$, $\kappa\mu$*
τριπλάσια.

Ergo BH est decagoni latus] *Etenim CH circumferentiam pentagoni BE bisariam diui-* *O*
 dit in H , quod in 41. huius adnotauimus.

Hoc est quadratum ex CB , BH] *Ex penultima primi libri elementorum.* *P*

Ita vt quadratum ex AB quintuplum sit quadrati ex MN] *Hoc quomodo fieri possit nos* *Q*
 supra ostendimus in commentarijs in 45. huius.

Est igitur MX decagoni latus per 11. lemma] *videlicet per præcedentem.* *R*

Erunt tria quadrata ex CB quinque quadratis ex MN æqualia] *Quoniam enim, qua-* *S*
rum partium quadratum ex AB est quindecim, earum quadratum quidem ex MN est trium qua-
dratū ex verò CB quinque, erunt tria ex CB quadrato quadrato ex AB æqualia; & quinque qua-
drata ex MN similiter æqualia eidem quadrato ex AB ; tria igitur ex CB quadrata quinque qua-
dratis ex MN æqualia erunt. Sed

T Sed ut tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE , ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX .] *Secetur cubi latus CE extrema, ac media ratione, erit maior eius portio æqualis lateri pentagoni DE , hoc est lateri dodecaedri ex 8, tertijdecimi libri elementorum, & 17. eiusdem. ergo ut CE ad maiorem portionem DE , ita & MN ad MX : & ut quadratum ex CE ad quadratum ex DE , ita quadratum ex MN ad quadratum ex MX . Ut autem quadratum ex CE ad quadratum ex DE , ita tria ex CE quadrata ad tria quadrata ex DE . & ut quadratum ex MN ad quadratum ex MX , ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX . Ut igitur tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE , ita quinque quadrata ex MN ad quinque ex MX quadrata.*

V Tria igitur quadrata ex CE , & tria quadrata ex DE æqualia sunt quinque quadratis ex MN , & quinque quadratis ex MX .] *Quoniam enim ostensum est, ut tria quadrata CE ad tria quadrata ex DE , ita esse quinque quadrata ex MN ad quinque ex MX quadrata, erit permutando ut tria quadrata ex CE ad quinque quadrata ex MN , ita tria quadrata ex DE ad quinque quadrata ex MX . & ut unum ad unum, ita omnia ad omnia. Ut igitur tria quadrata ex CE ad quinque quadrata ex MN , ita tria quadrata ex CE , & tria quadrata ex DE ad quinque quadrata ex MN , & quinque quadrata ex MX . Sed tria quadrata ex CE sunt æqualia quinque quadratis ex MN . ergo tria quadrata ex CE , & tria quadrata ex DE quinque quadratis ex MN & quinque quadratis ex MX æqualia erunt.*

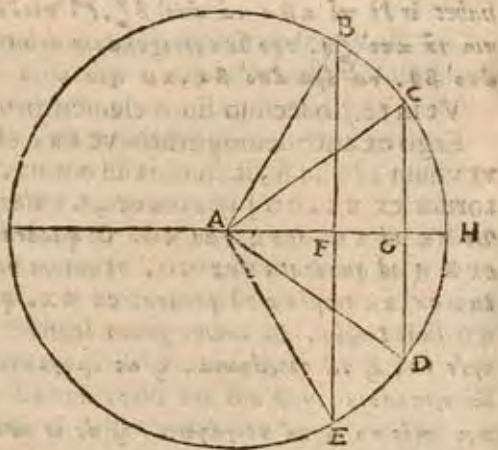
X Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia sunt quindecim quadratis semidiametri circuli, &c.] *In Græcis codicibus mendose legitur. ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρ σ ἴσα ἐστὶ δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τ δ κέντρων. scribendum autem ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρ σ ἴσα ἐστὶ δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τ δ κέντρων, & ita inferius multis in locis.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLIX.

Duodecim pentagona maiora sunt viginti triangulis, quæ in eodem circulo describuntur.

Sit circulus comprehendens triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri BCE , & in ipso describatur trianguli quidem latus BE , pentagoni vero CD , quæ inter se parallela sint. sumatur autem circuli centrum A , & ab ipso ad parallelas perpendicularis ducatur $AFGH$, iunganturque AB, AC, AD, AE . Quoniam igitur BE est trianguli latus circumferentia BH hexagoni est, rursus quoniam CD pentagoni latus est circumferentia CH est decagoni, & perpendiculares sunt BF, CG . maius igitur est CGA rectangulum rectangulo BFA ex eo, quod mox demonstrabitur; proptereaque triangulum ACD maius est triangulo ABE . & sexaginta triangula ACD sexaginta triangulis ABE sunt maiora. At sexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum est, unumquodque enim pentagonum quinque triangula habet ipsi ACD similia. sexaginta vero triangula ABE icosaedrum est, cum unumquodque triangulum tria triangula contineat similia ipsi ABE . duodecim igitur pentagona maiora sunt viginti triangulis eorum, quæ in eodem circulo describuntur.

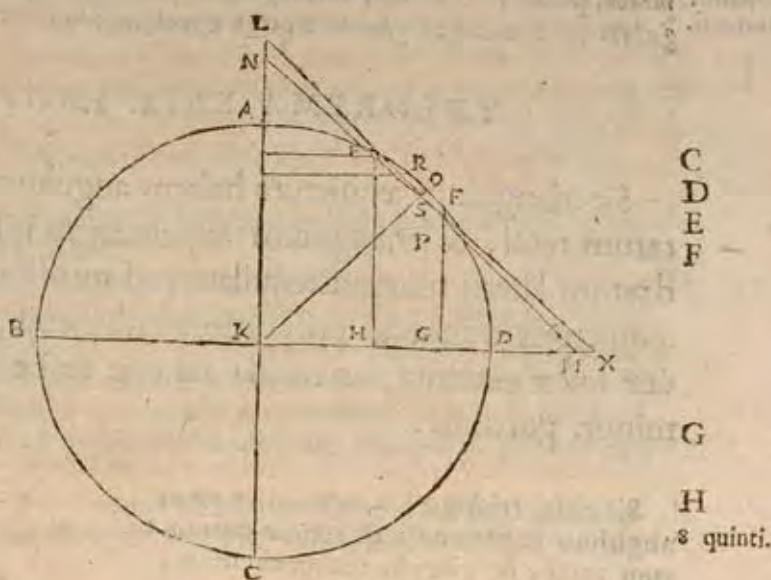
Quod autem posuimus, ita demonstrabitur.



THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO L.

Sit circulus $ABCD$, cuius centrum K , diametrique ad rectos angulos inter sese AC, BD : & hexagoni quidem circumferentia DE , decagoni ve-

Sit enim octanguli circumferentia DO . ergo quarum partium circulus est 360 . earum DE quidem erit 60 . DE vero 36 . & DO 45 . reliqua igitur FO est 9 . & OB 15 . ponatur ipsi FO æqualis OR . erit, & reliqua AR æqualis DE ; iunctæ autem FE , FR producantur. sintque rectæ lineæ $NEFX$, $ERFM$. & iuncta KO ipsam FR bifariam, & ad rectos angulos secat. secet in S . & quoniam uterque angulus OKL , OKM est recti dimidius, erit KM æqualis KL , & KX multo maior, quam KN . atque est ut NK ad KX , ita FG ad GX . minor igitur est FG quam GX , sed FG maior est, quam quæ a puncto B ad AK perpendicularis ducitur: hoc est quam KN . etenim perpendicularis ad NK maiorem proportionem iorem habet, quam NX ad GK , & angulo BNK maius erit.



Quoniam igitur BE est trianguli latus, circumferentia BH hexagoni est. rursus A
 quoniam CD pentagoni latus est, circumferentia CH est decagoni.] Nam cum AH re-
 ctas lineas BE , CD secet bisariam, & ad rectos angulos, circumferentias quoque BE , CD bifa-
 riam secabit ex 30. tertij elementorum. in Græco codice legitur. $\eta \gamma \theta \alpha \rho \alpha \delta \alpha \delta \epsilon \kappa \alpha \gamma \omega \nu \varsigma \alpha \iota$
 lege δὲ καὶ ὅτι.

At hexaginta quidem triangula A C D dodecaedrum est, &c.] Dodecaedrum, & ico. B
faedrum hoc loco pro dodecaedri, & icosaedri superfl. i.e. usurpant.

Erit, & reliqua AR æqualis DF .] Punctum enim O circumferentiam DA bifariam se-
cat. quare æqualibus Utrunque sublati, reliqua æqualia erunt.

Iunctæ enim AB, ER producuntur] Producantur scilicet in Utramque partem quousque D diametros productas secent.

Et iuncta KO ipsam ER bifariam ad rectos angulos secat] *Intelligentur enim iuncta ER, KE, & quoniam circumferentia RO, OF aequales sunt, erunt anguli RKS, SKF aequales; sunt autem aequales, & qui ad RE: reliquis igitur reliquo est equalis, & ob id Uterque rectus quod cum KO ipsam ER ad rectos angulos secet, bifariam quoque secabit.*

Et quoniam uterque angulus OKL , OKM est recti dimidius, erit KM æqualis KL , & KX multo maior, quam KN . *Angulus enim OKL est dimidius recti LKM , quod circumferentia AO sit dimidia circumferentiae AD . & eadem ratione angulus OKM est recti dimidius; anguli autem ad S recti sunt. ergo & reliquis reliquo æqualis, & triangulum LKS trian-*
gulo SKM simile. Cum igitur sit ut SK ad KM , ita SK ad KL , erit KM æqualis ipsi KL . Sed
 KX est maior, quam KM , & KN minor quam KL . recta enim linea FX cadit extra FM ,
quod FN intra FL cadat. ergo KX multo maior erit, quam KN .

Atque est vt NK ad KX , ita FG ad GX] Ex quarta sexti elementorum. Nam cum FG G parallela sit ipsi NK , sunt triangu-
la NKX , FGX inter se similia.

Sed FG maior est, quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur] *Ex 15. Hærtij libri elementorum.*

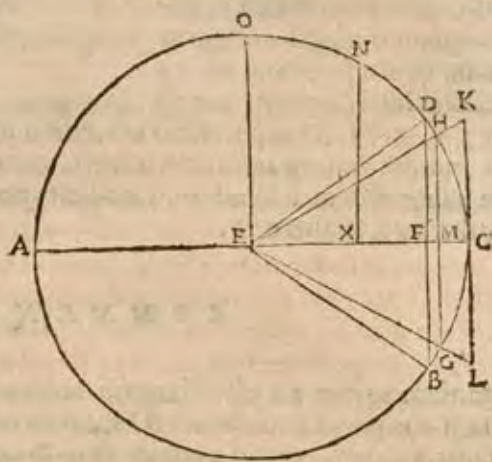
Et componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad xG] Ex 28. quinti elemen. K
torum, quam nos ex Tappo addidimus.

- L** Hoc est, quam EH ad FG] Sunt enim triacula BHX , FGX inter se similia. ergo BH ad HX est ut FG ad GX . & permutando EH ad FG , ut HX ad XG .
- M** Rectangulum igitur FGK rectangulo EHK maius erit] Quoniam enim CK ad KH maiorem proportionem habet, quam EH ad FG , fiat ut GK , ad KH , ita EH ad aliam, erit ea minor, quam FG : sit GP . rectangulum igitur PGK æquale est rectangulo EHK . Sed rectangulum FGK maius est ipso PGK , ergo & rectangulo EHK est maius.
8. quinti.
16. sexti.

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO LI.

Sit triangulum æquicrurum habens angulum ad verticem quattuor quintarum recti, & triangulum æquilaterum ipsi æquale constituatur; quadratum lateris trianguli æquilateri ad quadratum vnius laterum æqualium æquicruris minorem proportionem habebit, quàm quadratum totius rectæ lineæ extrema, ac media ratione sectæ ad id, quod quinquies fit a minori portione.

- Sit enim triangulum æquicrurum BDE , angulum habens ad B quattuor quintarum recti, & circulo comprehensum, cuius centrum E , & diameter AB , EC ad lineam BD perpendicularis. ergo BED est latus pentagoni. Si igitur utramque circumferentiarum CG , CH dodecaedri assumamus, iungamusque GH , EG , BH , erit EGH triangulum æquilaterum.
- B** & si rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque BKL æquilaterum erit. Quod si velimus aptare triangulum æquale triangulo BDE , cadet illud inter triacula HEG , KEF , hoc est triangulo HEG maius erit & triangulo KEL minus, quod sic ostenditur. Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM est ea, quam habent 4. ad 3. est autem HE æqualis BE ; erit & quadrati ex CE proportio ad quadratum ex EM , quam habet 4. ad 3. sed ut quadratum ex CE ad quadratum ex EM , ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HE quadratum, hoc est triangulum KEL ad triangulum HEG ; & ita hexagona. circumscriptam igitur hexagonum ad inscriptum proportionem habet, quam 4. ad 3. hoc est, quam 12. ad 9. Circumscriptum vero hexagonum ad quinque triacula KEL eam proportionem habet, quam 12. ad 10. ergo quinque triacula KEL inscripto hexagono sunt maiora, & multo maiora inscripto pentagono. nam pentagonum æquilaterum circulo inscriptum inscripto hexagono est minus. triangulum igitur BDE minus est triangulo KEL . Dico & triangulo HEG maius esse. sumatur enim EN circumferentia hexagoni & perpendicularis ducatur NX . Itaque quoniam ex antecedente rectangulum DPE maius est NXE rectangulo, & æquale est NXB rectangulum rectangulo HMB , omnia enim omnibus sunt æqualia: erit rectangulum DPE rectangulo HME maius. quare & DPE triangulum maius est triangulo HEG , & ideo si triangulum æquilaterum æquale triangulo DPE constituatur, ita ut basis ipsius parallela sit ipsi HE vel KL , inter KH cadet. Quoniam igitur ostensum est in sexto lemmate, recta lineæ extrema, ac media ratione sectæ, quadratum totius ad id, quod quinquies fit a minori portione, maiorem proportionem habere, quam 4. ad 3. habet autem quadratum ex KB ad quadratum ex EC , hoc est ad quadratum ex EH proportionem eandem, quam 4. ad 3. ergo totius rectæ lineæ quadratum ad id, quod quinquies fit a minori portione, multo maiorem proportionem habebit, quam quadratum lateris trianguli æquilateri, quod inter KB , HE cadit, ad quadratum ex EH , hoc est ad quadratum ex ED lateris æquicruris.
3. quinti.



Erit EGH triangulum æquilaterum] Quoniam enim utraque GC , CH circumferentia A est dodecagoni, erit tota GCH circumferentia hexagoni, & recta linea GMH hexagoni latus quod quidem semidiametro est æquale, triangulum igitur EGH æquilaterum est.

Et si rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquila- B terum erit] Hoc ita intelligendum est, ut recta linea circulum contingens in C ab EH pro- ducta secetur in K , & ab EG in L . sunt enim triangula EHG , EKL similia, quod HG , KL inter se parallela sint.

Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM est ea, quam ha- C bent 4. ad 3.] Demonstratur hoc in 39. huius.

Sed ut quadratum ex CB ad quadratum ex EM , ita quadratum ex KL ad id, quod D fit ex HG quadratum, hoc est triangulum KEL ad triangulum HEG] Est enim ob trian- gulorum similitudinem, ut CE ad EM , ita KC ad HM , & ita eorum dupla KL ad HG ; trian- gulum autem KEL ad triangulum HEK duplam habet proportionem eius, quam KL ad HG . Sed, & quadratum ex KL ad quadratum ex HG duplam proportionem habet eius, quam KL ad HG . Ut igitur quadratum ex KL ad quadratum ex HG , ita triangulum KEL ad HEG I triangulum.

Et ita hexagona] Ex 15. quinti elementorum. Sunt enim hexagona sextupla triangulo- E rum, nempe circumscriptum hexagonum trianguli KEL , & inscriptum trianguli HEG sex- M tuplum.

Circumscriptum vero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionem F habet, quam 12. ad 10.] Habet namque eam, quam 6. ad 5.

Nam pentagonum æquilaterum circulo inscriptum inscripto hexagono est minus] G Latus enim pentagoni æquilateri in circulo descripti, ex ijs, quæ à Ptolemaeo in magna constru- ctione tradita sunt, minus est triginta tribus partibus earum, quarum diameter circuli est 120. ergo totus polygoni ambitus minor est 165. partibus hexagoni vero latus continet 30. earundem partium & totus ambitus 180. pentagoni igitur ambitus ambitu hexagoni est minor. Sed cum in prima huius est ostensum sit, polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent ambitum vero æqualem, illud, quod ex pluribus angulis constat semper maius esse, si penta- gonum, & hexagonum æquali ambitu constituentur, pentagonum minus erit hexagono. At pentagoni æquilateri ambitus minor est ambitu hexagoni in eodem circulo descriptorum. ergo dictum pentagonum hexagono multo minus sit necesse est.

Et æquale est NXE rectangulum rectangulo HME , omnia enim omnibus sunt æqua- H lia] Ducatur a centro E ipsi AC ad rectos angulos EO , & cum CN sit circumferentia he- xagoni, erit reliqua NO dodecagoni circumferentia ipsi CH æqualis, & HO circumfere- A tia hexagoni æqualis CN . ergo recta linea NX est æqualis ei, quæ a puncto H ad EO diame- B trum perpendicularis ducitur, videlicet ipsi HA , & HM similiter æqualis perpendiculari a puncto N ad BO ductæ, hoc est EX . rectangulum igitur HME rectangulo NXE est æquale.

Quoniam igitur ostensum est in sexto lemmate] Videlicet 42. huius. K

Ad quadratum ex EH , hoc est quadratum ex ED lateris æquicruris] In Græco codi- L legitur $\alpha\theta\epsilon\varsigma \pi \epsilon\theta \pi\tau\omicron\tau\iota \pi \epsilon\delta \tau\omicron \iota\sigma\sigma\kappa\epsilon\lambda\epsilon\varsigma$, sed mendose, ut opinor. legendum erit $\alpha\theta\epsilon\varsigma \pi\omicron \iota\sigma\sigma \tau\eta\varsigma \epsilon\theta$, $\pi\tau\omicron\tau\iota \pi\omicron \iota\sigma\sigma \tau\eta\varsigma \epsilon\delta \iota\sigma\sigma\kappa\epsilon\lambda\epsilon\varsigma$.

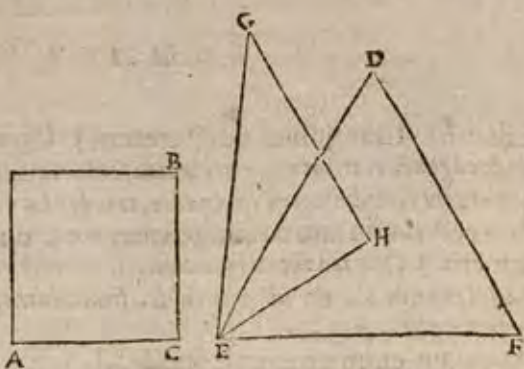
THEOREMA L. PROPOSITIO LII.

Quæ igitur ad comparisonem quinque figurarum æqualem superfi- C ciem habentium assumuntur, seorsum posita sint. Deinceps vero osten- dendum est icosaëdram maximum esse, post icosaëdram dodecaëdram, deinde octaëdram, deinde cubus, postremo omnium minima pyramis.

Cubus pyramide maior est. A

Sit enim primum de cubo, & pyramide sermo, sitque cubi ABC qua- D dratum AB , & pyramidis triangulum DEF .

- Quoniam igitur æquales ponuntur figurarum superficies, erunt sex quadrata AB æqualia quattuor triangulis DEF ergo proportio trianguli DEF ad AB quadratum est ea, quam habent 3. ad 2.
- B** ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis GH , & EH iungatur.
- C** perspicuum est H centrum esse circuli
- D** circa triangulum DEF descripti. quadratum igitur ex DB , hoc est quadratum ex EG triplum est quadrati ex EH , atque
- E** est angulus EHG rectus, quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH est, quam habet 3. ad 2. hoc est quā 54. ad 36.
- F G** quadrati autem ex GH ad quadratum tertiæ partis GH proportio est, quam habent 36 ad 4. ergo proportio quadrati ex GE , hoc est ex BF ad tertiæ partis GH quadratum est, quam habent 54. ad 4. Et quoniam in omni triangulo æquilatelo quadratum, quod ab vno latere fit, minus est, quam quadruplum dicti trianguli, erunt quattuor triangula DEF , quæ sunt sex quadrata AE , maiora quadrato ipsius EF . ergo AB quadratum ad quadratum ex BF maiorem proportionem habet, quam 1. ad 6. hoc est quam 9. ad 54. quadrati autem ex BF ad quadratum tertiæ partis GH proportio est, quam habet 54. ad 4. vt ostensum fuit. & ex æquali quadratum AB hoc est quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4. ergo, & longitudine recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem habet proportionem, quam 3. ad 2. Sed ostensum est proportionem trianguli DEF ad AB quadratum esse eam, quam habet 3. ad 2. triangulum igitur DEF ad AB quadratum minorem proportionem habet, quam recta linea AC ad tertiam partem GH & ex contrario recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem proportionem habet, quam triangulum DEF ad AB quadratum. Si igitur faciamus vt AC ad tertiam partem GH , ita DEF triangulum ad aliud quippiam; erit ad spaciū minus quadrato AB . atque est cubus quidem quadratum AB , cuius altitudo AC : pyramis vero triangulum DEF , cuius altitudo est tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DEF ducitur. ergo cubus pyramide maior erit.



COMMENTARIUS.

- A** Cubus pyramide maior est] Hæc nos addidimus perspicuitatis causa, vt essent loco propositionis.
- B** Ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis GH] *Grecus cod. ἡ ὑψὸς δὲ τῆς τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ὀμπεδος.* sed legendum ὅτι τὸ ὀμπεδος. hoc est ad planum trianguli DEF .
- C** Perspicuum est H centrum esse circuli circa triangulum DEF descripti] *Intelligantur iunctæ DH , HF , GF . Quoniam igitur recta linea GE est æqualis GE , & quadratum ex GF quadrato ex GE æquale erit. quadrato autem ex GF æqualia sunt utraque quadrata ex GH , HF quod angulus GHE sit rectus; & quadrato ex GE similiter æqualia sunt utraq; quadrata GH , HE . ergo quadrato ex GH , HF quadrata ex GH , HE sunt æqualia, & ablato communi quadrato ex GH , relinquetur quadratum ex HF æquale quadrato ex HE . ergo recta linea HF est æqualis HE . Eodem quoque modo ostendetur HD ipsi HE æqualis. tres igitur rectæ lineæ HF , HE , HD sunt æquales inter sese. ergo ex 9. tertiij elementorum H est centrum circuli circa DEF triangulum descripti.*
- D** Quadratum igitur ex DE , hoc est quadratum ex EG triplum est quadrati ex EH] *Ex 12. tertiijdecimi libri elementorum.*
- E** Quare proportio quadrati GB ad quadratum ex GH est, quam habent 3. ad 2.] *Quadratum enim ex GB est æquale duobus quadratis ex EH , HG . Quod cum quadratum ex GB ad quadratum ex EH sit vt 3. ad 1. erit quadratum ex EG ad quadratum ex GH , vt 3. ad 2.*
- F** Hoc est quam 54. ad 36.] *Ex 15. quinti est enim utrumque utriusque octodecuplum, vel duodeuigintuplum.*
- G** Quadrati autem ex GH ad quadratum tertiæ partis GH proportio est quam habent 36. ad

Ergo proportio quadrati ex GE hoc est ex EF ad tertiæ partis GH quadratum est, H
quam habent 54. ad 4.] videlicet ex equali. Græcus autem codex ὁ τὸ δ' τοῦ ηε ἀρα, ἔτι δὲ
τὸ ἀπο' ἐδ' ἀπὸς τοῦ ἀπο περιόχης τῆς ηθ habet. sed legendum, ἔτι δὲ τὸ ἀπο' ἐξ ἀπὸς τοῦ ἀπο'
τὸ περιτῆς τῆς ηθ.

Quæ sunt sex quadrata AB] In Græco codice legitur ἀπὸ τῶν ἐξ τετραγώνων ἀπὸ α γ. Sed quoniam quadratum quod fit ab AC est ipsum AB, nos ita Vertere malimus, quod & observamus in alijs locis.

Si sint tres magnitudines, & alia ipsis numero aequales, habeatque prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quam prima posteriorum ad secundam, secunda vero priorum ad tertiam eandem proportionem habeat, quam secunda posteriorum ad tertiam, etiam ex aequali prima priorum ad tertiam maiorem proportionem habebit, quam prima posteriorum ad tertiam.

Atque est cubus quidem quadratum AB , cuius altitudo AC . Est enim cubus, prisma cuius basis AB quadratum, & altitudo AC equalis scilicet lateri ipsius basis, quippe cum sex quadratis equalibus contineatur.

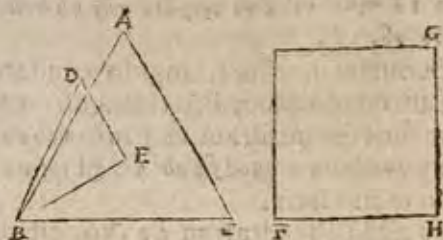
Pyramis vero triangulum DEF , cuius altitudo est tertia pars perpendicularis, quæ à P pyramidis vertice ad triangulum DEF ducitur] Hoc est pyramis est æqualis prismati, cuius basis est triangulum DEF , & altitudo tertia pars perpendicularis GH ; prisma enim basim habens triangulum DEF , & altitudinem GH est triplum pyramidis, quæ eandem basim habet, & altitudinem æqualem ex corollario septimæ duodecimi libri elementorum, atque est triplum prismatis, cuius eadem est basis, & altitudo tertia pars ipsius GH prismata namque omnia & pyramides, quæ in eisdem, vel equalibus basibus constituuntur, eam inter se proportionem habent, quam altitudines, ut nos demonstravimus in libro de centro gravitatis solidorum propositione 30. pyramis igitur basim habens triangulum DEF , & altitudinem GH est æqualis prismati, cuius eadem est basis, & altitudo tertia pars ipsius GH . 2. quinti.

Ergo cubus pyramide maior erit. Cubus enim maior est prismate, cuius basis est minor quadrato AB , & altitudo AC , nam cum altitudinem equalem habeant, inter sese, sunt ut ipsorum bases ex 32. undecimi libri elementorum, ex quo sequitur cubum pyramide maiorem esse.

THEOREMA LI. PROPOSITIO LIII.

Octaedrum cubo maius est.

Sit enim octaedri quidem triangulum ABC cubi vero quadratum FG , & a centro sphaerae octaedrum comprehendens ducatur ad ABC triangulum perpendicularis DE , & DE , BE iungantur. Quoniam igitur ponimus octo triacula ABC aequalia esse sex quadratis FG , erit proportio FG quadrati ad triangulum ABC , ea quam habent 4. ad 3. atque est per primum lemma generaliter in omni



- A** triangulo aequilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius est, quam duplum dicti trianguli. ergo quadratum ex BC maius est sex partibus earum, quarum quadratum FG est quattuor, ac propterea 4. ad 6. hoc est 36. ad 54. maiorem proportionem habent, quam FG quadratum ad quadratum ex BC . Et quoniam per secundum lemma proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DE est ea, quam habent 3. ad 1. quadratum autem ex BD aequale est quadratis ex BE , ED ; erit proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BE , eadem, quae est 1. ad 2. Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE est eadem, quae 6. ad 2. ex duodecima tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC est 1. ad 6. videlicet 9. ad 54. proportio autem quadrati tertiae partis ipsius DE ad quadratum ex DE est 1. ad 9.
- C** etenim longitudine tripla potestate nonupla sunt. quadrati igitur tertiae partis DE proportio ad quadratum ex BC est 1. ad 54. ostensum autem est 36. ad 54. maiorem habere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC . ergo ex aequali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiae partis DE , & longitudine 6. ad 1. maiorem habet proportionem, quam recta linea FK ad tertiam ipsius DE partem. At proportio sex quadratorum FG ad vnum est, quam habeat 6. ad 1. & sunt sex quadrata FG aequalia octo triangulis ABC . octo igitur triacula ABC ad quadratum FG maiorem proportionem habent, quam recta linea PH ad tertiam partem DE , atque est octaedrum quidem octo triacula ABC , quorum altitudo est tertia pars DE . cubus autem quadratum FG , cuius altitudo FH . octaedrum igitur ipso cubo est maius.

COMMENTARIUS.

- A** Quadratum, quod ab vno latere fit maius est, quam duplum dicti trianguli] In Graecis codicibus mendose legitur. τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετραγώνου μᾶλλον ἢ διπλάσιον, legendum enim erit, τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετραγώνον.
- B** Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE est eadem, quae 6. ad 2. ex 12. tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC est 1. ad 6. videlicet 9. ad 54.] Quoniam enim quadratum ex BC ad quadratum ex BE , est ut 6. ad 2. erit & convertendo quadratum ex BE ad quadratum ex BC ut 2. ad 6. ex aequali igitur quadratum ex DE ad quadratum ex BC est ut 1. ad 6. hoc est ut 9. ad 54. Graecus codex habet τὸ δὲ ἀπὸ $βγ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $βε$, ἐν ἑξ ἑκαστῶν δὲ διὰ τὸ ἵξ τὸ ἱγ σοιχείον λόγος ἀρα τὸ ἀπὸ $δε$ πρὸς τὸ ἀπὸ $βγ$ ἔν α πρὸς γ. sed legendum τὸ δὲ ἀπὸ $βγ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $βε$ πρὸς τὸ ἀπὸ $δε$ ἔν ἑξ ἑκαστῶν β, διὰ τὸ ἱβ τὸ ἱγ σοιχείον. λόγος ἀρα τὸ ἀπὸ $δε$ πρὸς τὸ ἀπὸ $βγ$ ἔν α πρὸς ε.
- C** Etenim longitudine tripla potestate nonupla sunt] Habent enim quadrata inter sese duplam proportionem eius, quae est laterum similis rationis ex 20. sexti elementorum. In Graeco codice haec leguntur. καὶ τὰ μᾶλλον ὅτι τετρα δυνάμει ἐκαστὸν ὄν. quae nos sustulimus tamquam superuacanea, quoniam ad rem propositam nihil conferunt. sunt etiam corrupta. namque longitudine sesquiterciam habent proportionem, videlicet, quam 4. ad 3. potestate habent eam, quam 16. ad 9.
- D** Quadrati igitur tertiae partis DE proportio ad quadratum ex BC est 1. ad 54.] Videlicet ex aequali.

Osten-

Ostensum autem est 36. ad 54. maiorem habere proportionem, quam FG quadratum E ad quadratum ex BC . ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE .] Nam cum sit quadratum tertiæ partis DE ad quadratum ex BC , ut 1. ad 54. & conuertendo erit quadratum ex BC ad quadratum tertiæ partis DE , ut 54. ad 1. sed 36. ad 54. maiorem proportionem habet, quam FG quadratum ad quadratum ex BC . ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem habebit proportionem, quam quadratum FG ad tertiæ partis DE quadratum. Cur autem hoc sequatur, nos in antecedente demonstrauimus.

Et sunt sex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC] In græco codice mendose legitur. χ ἐστὶ τὰς τετραγώνων ἴσα ἢ τετραγώνοις τοῖς $\alpha\beta\gamma$, χ ἢ $\alpha\beta\alpha$, &c. corrige χ ἐστὶ τὰς τετραγώνων ἴσα ἢ τετραγώνοις τοῖς $\alpha\beta\gamma$. ἢ $\alpha\beta\alpha$. &c.

Atque est octaedrum quidem octo triangula ABC , quorum altitudo est tertia pars DE] hoc est octaedrum est æquale octo prismatibus, quorum bases triangula ABC & altitudo tertia pars DE , sunt enim ea æqualia octo pyramidibus bases easdem habentibus, & altitudinem DE , ex quibus octaedrum ipsum constare manifestum est.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LIIV.

Icosaedrum octaedro est maius.

Sit octaedri quidem triangulum ABC , icosædri vero DEF , & ducantur a centrīs sphaerarum solida comprehendentium ad eorum plana perpendicularēs GH , KL . Quoniam igitur demonstratum est in septimo theoremate præmissorum duodecim quadrata ex GH maiora esse quinque quadratis ex EF , quinque vero quadrata ex BF sunt duo quadrata ex BC , quoniam, & quinque triangula DEF duobus triangulis ABC sunt æqualia. etenim horum quadrupla videlicet viginti triangula DEF æqualia sunt octo triangulis ABC : & ut triangulum ad triangulum, ita quadratum ad quadratum. cum figuræ similes inter sese dupliam proportionem habeant eius, quæ est laterum similis rationis. duo autem quadrata ex BC sunt duodecim quadrata ex KL : nam A proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL est quam habent 6. ad 1. erunt duodecim quadrata ex GH duodecim quadratis ex KL maiora. ergo recta linea GH maior est, quam KL , & tertia pars GH maior, quam tertia KL . & quoniam icosædru- B dem est viginti triangula DEF , quorum altitudo est tertia pars GH ; octaedrum vero C octo triangula ABC , altitudinem habentia tertiam partem KL : & sunt viginti triangula DEF octo triangulis ABC æqualia, ut posuimus, icosædru- D octaedro maius erit.

COMMENTARIIVS.

Duo autem quadrata ex BC sunt duodecim quadrata ex KL . nam proportio quadrati A ex BC ad quadratum ex KL est quam habent 6. ad 1.] Hoc demonstratum est in antecedenti. In Græco autem codice legitur. δύο δὲ τὰ ἀπὸ $\alpha\beta\gamma$, δὲ β ἐστὶ τὰ ἀπὸ $\kappa\lambda$ ἀπὸ δὲ δ' ἐστὶ γὰρ λόγος τῶν ἀπὸ $\beta\gamma$ πρὸς τοῦ ἀπὸ $\kappa\lambda$, δ' ἐστὶ ἀπὸ δ' ἐστὶ, sed ita legendum puto δύο δὲ τὰ ἀπὸ $\beta\gamma$, ἢ β ἐστὶ τὰ ἀπὸ $\kappa\lambda$. ο' γὰρ λόγος, &c.

Ergo recta linea GH maior est, quam KL] Nam cum sint duodecim quadrata ex GH B maiora duodecim quadratis ex KL , erit quadratum ex GH quadrato ex KL maius, & idcirco recta linea GH maior ipsa KL .

Et quoniam icosædru- C m quidem est viginti triangula DEF , quorum altitudo est tertia pars GH] Icosædru- m enim constat ex viginti pyramidibus, bases habentibus triangula DEF , & altitudinem GH , quæ quidem sunt æquales viginti prismatibus, quorum eadem bases, & altitudo tertia pars GH , ut demonstratum iam fuit.

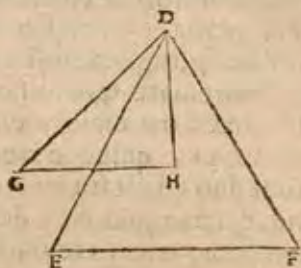
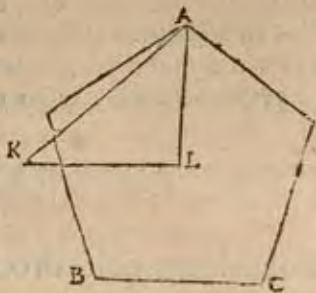
Icosædru- D m octaedro maius erit] Viginti enim prismata quorum bases sunt triangula DEF , & altitudo tertia pars GH maiora sunt octo prismatibus, bases habentibus triangula ABC , &

ABC, & altitudinem tertiam partem KL, quod altitudo altitudine maior sit. nam cum in e. qualibus basibus constituentur, eandem inter se proportionem habent, quam altitudines. Possu- mus etiam hoc probare ex pyramidibus ipsis absque prismatibus, quæ quidem inter se sunt, ut earum altitudines, quod nos in libro de centro gravitatis solidorum, propositione 20. demon- strauimus.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LV.

Icofaedrum dodecaedro est maius.

49. huius
A Sit enim pentagonum quidem ABC vnum aliquod
B pentagonorum dodecaedri, triangulum vero DEF vñ
 triangulorum icofaedri. & a centrīs sphaerarum solida
 comprehendentium ad plana DEF, ABC perpendicu-
 lares ducantur GH, KL, iunganturque GD, DH, KA,
C AL. Quoniam igitur ostensum est in 12. theorema-
 te præmissorum, eundem circulum comprehendere, &
 pentagonum dodecaedri, & triangulum icofaedri in
 eadem sphaera descriptorum erit AL quidem semidia-
 meter circuli icofaedri triangulum comprehendentis,
 & KL perpendicularis a centro sphaeræ ad ipsum trian-
 gulum: recta vero linea KA sphaeræ semidiameter. sed
 & triangulum GHD similiter accipiendum est, quod
 triangulo KLA est simile. vt enim sphaeræ dodecaedrum
 comprehendentis diameter ad AL, ita & diameter
 sphaeræ comprehendentis icofaedrum ad DH: & vt la-
 tus trianguli æquilateri descripti in circulo, qui trian-
 gulum icofaedri, & pentagonum dodecaedri compre-
 hendit ad AL, ita BD ad DH. Vt igitur KA semidiamete-
D ter sphaeræ ad AL, ita GD semidiameter sphaeræ ad DH:
E & anguli ad LH sunt recti; ergo est triangulū AKL simile
 triangulo DGH. Rursus quoniam ostensum est in 14.
 theoremate præmissorum 20. triangula DEF, hoc est duodecim ABC pentagona ma-
 iora esse viginti triangulis descriptis in circulo pentagonum ABC comprehendente,
F perspicue constat, & circulum descriptum circa DEF maiorem esse eo, qui circa ABC
 pentagonum describitur. quare, & DH maior est, quam AL. suntque triangula DGH,
 AKL similia. vt igitur DH ad HG, ita AL ad LK; & permutando vt DH ad AL, ita
G HG ad LK, maior autem est, quam AL. ergo & GH quam KL maior erit. & tertia
H pars GH maior quam tertia KL est autem icofaedrum viginti triangula DEF, quorum
 altitudo tertia pars GH: dodecaedrum vero duodecim pentagona ABC, quorum alti-
 tudo tertia pars KL: & posita sunt viginti triangula DEF duodecim pentagonis ABC
K æqualia. Icofaedrum igitur dodecaedro est maius.



COMMENTARIUS.

- A** Eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum ico-
 faedri in eadem sphaera descriptorum] Græcus codex citat, tunc est, qui sic habet: ὅτι ὁ αὐτὸς
 τὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ τε πένταγωνον τῷ εἰκοσαέδρῳ καὶ τὴν εἰς αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφεμένην πρὸς
 δωδεκαέδρῳ. ex quo ita legendum arbitror, ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ τε πένταγωνον
 τῷ δωδεκαέδρῳ καὶ τὸ πένταγωνον τῷ εἰκοσαέδρῳ καὶ τὴν εἰς αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφεμένην.
B Erit AL quidem semidiameter circuli icofaedri triangulum comprehendentis] Vi-
 delicet comprehendentis pentagonum dodecaedri, & triangulum icofaedri in eadem sphaera
 descriptorum.
C Sed & triangulum GHD similiter accipiendum est, quod triangulo KLA est simile]
 Nam & DH, & semidiameter circuli comprehendentis triangulum icofaedri, & pentagonum
 dodecaedri. sed neque est idem circulus, qui circa pentagonum ABC, neque eadem sphaera. po-
 nitur enim nunc duodecim pentagona ABC viginti triangulis DEF æqualia, quod non fieret
 in eo-

in eodem circulo, quippe cum demonstratum sit in 49. huius duodecim pentagona viginti trian-
gulis in eodem circulo descripiis maiora esse.

Ergo triangulum AKL simile est triangulo DSH] *Ex 7. sexti libri elementorum.* D

Rurfus quoniam ostensum est in quarto decimo Theoremate præmissorum.] Græcus E
codex in $\pi\delta$ $\delta =$ sed legendum in $\pi\delta$ id ω .

Quare & $\delta\eta$ maior est, quam λ .] *Græcus codex* φανερόν ὥς ἐξ ἡ δ ἐξ μείζον ὄντι ἡ Φ
 $\tau\eta\varsigma$ αλ *legendum autem* ὥς ἐξ ἡ δ θ μείζον ὄντι $\tau\eta\varsigma$ αλ.

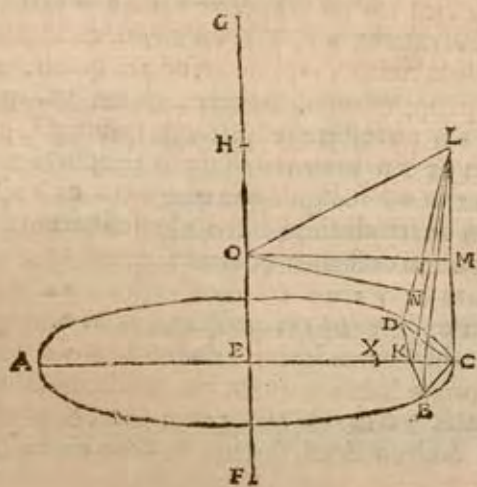
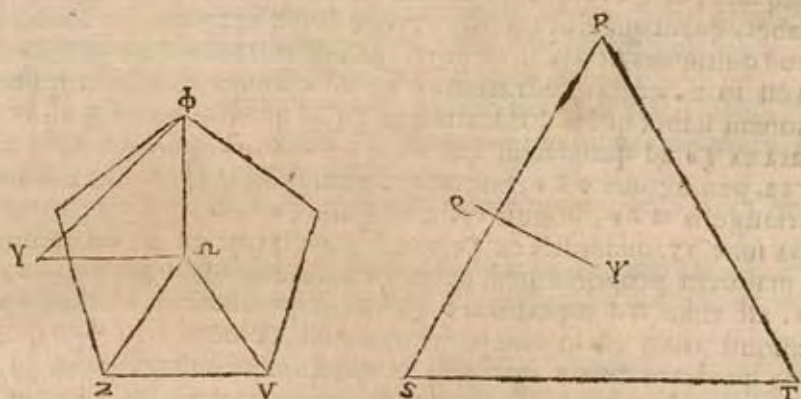
Ergo & GH quam KL maior erit, & tertia pars GH maior quam tertia KL.] Græcus G
codex μείζον α'ρα χ' η' ηθ τῆς αλ χ' το' τρίτων α'ρα τῆς ηθ τῶ τρίτων τῆς κλ lege μείζον
α'ρα χ' η' ηθ τῆς κλ, χ' το' τρίτον α'ρα τῆς ηθ τῶ τρίτω τῆς κλ.

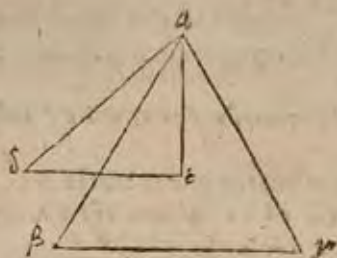
Dodecaedrum vero duodecim pentagona ABC , quorum altitudo tertia pars KL] H
 Constat enim ex duodecim pyramidibus bases habentibus pentagona ABC , & altitudinem KL ,
 quae sunt aequales duodecim prisinatis, quorum eadem bases, & altitudo tertia pars KL .

Icofaedrum igitur dodecaedro est maius] Nam altitudo GH maior est altitudine KL. po' K
test etiam idem concludi ex ipsis pyramidibus.

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LVI.

Dodecaedrum octaedro est maius.





Sit dodecaedri pentagonum $\phi Z \nu$, & $\gamma \Omega$ perpendicularis a centro sphaerae dodecaedrum comprahendentis ad pentagonum $\phi Z \nu$ ducta: iungaturque $\Omega \phi$, ΩZ , $\Omega \nu$, $\gamma \phi$ octaedri vero triangulum $\mu \rho \varsigma$, & sit similiter perpendicularis $\rho \psi$ quam ostendere oportet minorem perpendiculari $\gamma \Omega$. Exponatur etiam theorema sumptum ad comparationem icosaedri, & octaedri, per quod ostenditur duodecim quadrata ex $\Omega \Omega$ maiora esse quinque quadratis ex $\beta \gamma$. Sit autem & $\alpha \beta \gamma$ triangulum icosaedri, & perpendicularis a puncto δ sit $\delta \epsilon$, ut in praecedenti theoremate. simile igitur est $\phi \Omega \gamma$ triangulum triangulo $\alpha \epsilon \delta$ & triangulo $\Omega \Omega \Lambda$ (& sunt duodecim quadrata ex $\delta \epsilon$ maiora quinque quadratis ex $\beta \gamma$, hoc est duodecim quadrata ex $\gamma \Omega$ maiora quinque quadratis ex $\Omega \phi$) Itaque quoniam per 14. lemma ostensum est, si sit triangulum aequicrurum, ut $\Omega Z \nu$ habens angulum ad Ω quatuor quintarum recti, & triangulum aequilaterum ipsi aequale, ut $\zeta \eta \theta$, quadratum ex $\zeta \eta$ ad quadratum ex ΩZ minorem proportionem habet, quam quadratum totius rectae lineae extrema, ac media ratione sectae ad id, quod quinquies fit a minore portione; & recta linea $\beta \epsilon$ extrema, ac media ratione secta est in x . ergo quadratum ex $\beta \epsilon$ ad quinque quadrata ipsius $x \epsilon$ maiorem proportionem habet quam quadratum ex $\zeta \eta$ ad quadratum ex ΩZ , hoc est quindecim quadrata ex $\zeta \eta$ ad quindecim quadrata ex ΩZ . & quoniam 8. triangula $\mu \rho \varsigma$ aequalia sunt 12. pentagonis $\phi Z \nu$, hoc est 60. triangulis $\Omega Z \nu$, erunt 2. triangula $\mu \rho \varsigma$ aequalia 15. triangulis $\Omega Z \nu$, hoc est 15. triangulis $\zeta \eta \theta$, & propterea duo quadrata ex $\mu \rho$ aequalia sunt 15. quadratis ex $\zeta \eta$ quadratum igitur ex $\beta \epsilon$ ad quinque quadrata ipsius $x \epsilon$ maiorem proportionem habet, quam duo quadrata ex $\mu \rho$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$. est enim ΩZ aequalis $\Omega \phi$ duo vero quadrata ex $\mu \rho$ sunt 13. quadrata ex $\rho \psi$ ut demonstratum est in comparatione cubi, & octaedri. ergo quadratum ex $\beta \epsilon$ ad quinque quadrata ex $x \epsilon$ maiorem proportionem habet, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata est $\Omega \phi$. est autem $x \kappa$ aequalis $\kappa \epsilon$. quadratum igitur ex $\beta \epsilon$ ad 20. quadrata ex $\kappa \epsilon$ maiorem habet proportionem, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$, & id circo 36. quadrata ex $\beta \epsilon$, hoc est 36. quadrata ex $\epsilon \Lambda$ ad 720. quadrata ex $\kappa \epsilon$ maiorem proportionem habet, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$. sed ut $\Lambda \epsilon$ ad $\epsilon \kappa$, ita $\Lambda \mu$ ad $\mu \iota$, & ut $\Lambda \mu$ ad $\mu \iota$, ita $\Omega \Omega$ ad $\Omega \Theta$. ergo 36. quadrata ex $\Omega \Omega$ ad 720. quadrata ex $\Omega \Theta$, hoc est ad 80. quadrata ex $\Lambda \iota$; etenim in 7. lemma ostensa est $\Lambda \iota$ tripla ipsius $\iota \Omega$, hoc est ad 20. quadrata ex $\kappa \Lambda$. hoc est ad 15. quadrata ex $\beta \delta$ maiorem proportionem habere, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$. est enim $\beta \delta$ potestate sesquitercia ipsius $\kappa \Lambda$ quare, & 12. quadrata ex $\Omega \Omega$ ad quinque quadrata ex $\beta \delta$ maiorem habent proportionem, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$. sed quinque quadrata ex $\beta \delta$ sunt 15. quadrata ex $\Omega \Lambda$ ut demonstratum est in tertiodecimo libro elementorum. nam punctum Ω centrum est circuli circa triangulum descripti quare 12. quadrata ex $\Omega \Omega$ ad 15. quadrata ex $\Omega \Lambda$, hoc est 12. quadrata ex $\delta \epsilon$ ad 15. quadrata ex $\epsilon \alpha$ maiorem proportionem habent, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$ atque est simile triangulum $\delta \alpha \epsilon$ triangulo $\gamma \phi \Omega$. duodecim igitur quadrata ex $\gamma \Omega$ ad quindecim quadrata ex $\Omega \phi$ maiorem proportionem habent, quam 12. quadrata ex $\rho \psi$ ad 15. quadrata ex $\Omega \phi$. ideoque perpendicularis $\gamma \Omega$ maior est, quam $\rho \psi$, & ponuntur superficies figurarum solidarum aequales. dodecaedrum igitur octaedro maius sit necesse est.

COMMENTARIVS.

Exponatur etiam theorema sumptum ad comparationem icosaedri, & octaedri] In A
Græco codice hæc leguntur, δ συμμειν ασπ, quæ nos omisimus tamquam ab aliquo addita.

Sit autem, & αβγ triangulum icosaedri, & perpendicularis a puncto δ sit δε ut in B
precedenti theoremate] Hæc in Græcis codicibus corrupta sunt.

Simile igitur est φΩR triangulum triangulo αεδ, & triangulo οNL] Hoc in pre- C
cedenti demonstratur. Græcus autem codex ita corrigendus est. ὁμοιον ἀπα το φ ω υ, τὸ τε
α ε δ περιγώνω, καὶ τὸ φ ω λ.

Et sunt duodecim quadrata ex δε maiora quinque quadratis ex βγ.] Vera hæc qui- D
dem sunt, sed quid ad demonstrationem conferant, non video.

Hoc est duodecim quadrata ex ψΩ maiora quinque quadratis Ωφ] Corrupta hæc E
sunt, ut opinor, neque enim vera. quare si quis ea una cum antedictis de medio tollat, fort as-
se non errabit.

Et quoniam 8. triangula PRS æqualia sunt 12. pentagonis φΖr] Ex positione scili- F
cet. Græcus codex corruptus est, qui sic habet, καὶ ὁπσχομὴν περιγώνω τὰ σ ρ π ἴσα legendum
autem puto, καὶ ἵσται η περιγώνω τὰ σ ρ π ἴσα.

Hoc est 15. triangulis ζηθ] Ponitur enim triangulum ζηθ æquilaterum, & triangulo G
ΩΖv æquale.

Et propterea duo quadrata ex PR æqualia 15. quadrata ex ζη] Nam triangulorum, H
& quadratorum proportio eadem est, ut superius patuit.

Duo vero quadrata ex PR sunt 12. quadrata ex Qψ, ut demonstratum est in com- K
paratione cubi, & octaedri] Hoc est in propositione 43. huius, in qua demonstratur quadra-
tum ex Qψ ad quadratum ex PR eam proportionem habere, quam 1. ad 6.

Hoc est 36. quadrata ex CL] P sita est enim CL ipsi EC æqualis. L

Hoc est ad 80. quadrata ex LI, etenim in septimo lemmate ostensa est LI, &c.] M
Græcus codex habet, ἑπτάκι π τ, τὰ ὑπο λ ι. περιλάσια γὰρ ἐν τῷ δ φ λήματι ε δ εἰχθη ἡ λ ι,
lege ἑπτάκι τὰ ὑπο λ ι περιλάσια γὰρ ἐν τῷ ζ φ.

Hoc est ad 20. quadrata ex KL] In Græco codice legitur, ἑπτάκι κ τὰ ὑπο κ δ. corrige N
τὰ ὑπο κ λ.

Est enim BD potestate sesquitercia ipsius KL] Rationem reddit cur 10. quadrata ex KL O
sint 15. quadrata ex DB. in Græco codice legitur ὅτι ἵστος γὰρ ἡ β δ τῆς κ λ δύναμις τ ε. le-
ge δύναμις.

Quare, & duodecim quadrata ex ON ad quinque quadrata ex BD maiorem pro- P
portionem habent, &c.] Ex 15. quinti, quæ enim proportionem habent 36. ad 15. eandem
12. habent ad 5. Græcus codex τ ε καὶ ἡ β δ. τὰ ὑπο ο ρ. sed fortasse legendum ὁ ε καὶ ἡ β δ τὰ
ὑπο ο ρ.

Nam punctum N centrum est circuli circa triangulum descripti] Constat hoc ex secun Q
do corollario primæ propositionis sphericorum Theodosij.

Hoc est 12. quadrata ex δφ ad quindecim quadrata ex εα] Sunt enim ea triangula in- R
ter se similia, ut dictum est.

Atque est simile triangulum δαε triangulo ψφΩ] In Græcis codicibus, καὶ ὅτιν ὁμοιον S
τῷ λ δ περιγώνων τῷ υ φ ω περιγώνω lege το δ α ε περιγώνων τῷ υ φ ω περιγώνω.

Maiorem proportionem habent, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. quadrata ex Ωφ] T
In Græco codice hæc desiderantur. μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ β δ τὰ ὑπο χ δ ὅπως εἰ τὰ ὑπο ω φ.

Ideoque perpendicularis γΩ minor est, quam Qψ] Sequitur enim ex 10. 5. elemento- V
rum quadratum ex γΩ maius esse, quam quadratum ex Qψ. ergo & recta linea γω quam
Qψ maior erit.

Dodecaedrum igitur octaedro maius sit, necesse est] Reliqua concludenda sunt, ut in X
su perioribus.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVII.

Harum igitur quinque figurarum, quæ polyedra appellantur, eam
quæ plures habet bases, multo maiorem esse ex iam demonstratis con-

stat. At vero præter has quinque alias inueniri non posse, quæ æqualibus, & similibus æquilateris polygonis contineantur, ex his etiam quis discat.

Omnem solidum angulum ex tribus ad minimum angulis planis constare necessarium est: & qui ipsum continent, siue tres, siue plures sint, quattuor rectis angulis omnino sunt minores. Itaque fieri non potest, ut angulus solidus hexagoni angulis, aut aliquis rectilinei, quod plures angulos habeat, comprehendatur. etenim tres ad minimum anguli, qui ipsum comprehendere possunt, non sunt quattuor rectis minores. Ex pentagoni vero tribus angulis constitui potest, ut in dodecaedro. Rursus quattuor quidem anguli, vel plures ipsius quadrati continere solidum angulum non possunt, non enim sunt minores quattuor rectis. Tres autem angulum cubi continent. Eadem ratione, & trianguli æquilateri sex anguli, vel plures non sunt quattuor rectis minores, ac propterea non continent angulum solidum. At quinque, & quattuor, & tres continere possunt. quinque enim icosaedri, quattuor octaedri, & tres pyramidis angulum continent. Ex quibus manifesto apparet, præter hos non esse alium angulum solidum ex æqualibus polygoni angulis constante. Quare neque aliud polyedrum inueniri potest, præter quinque iam dicta, quod æqualibus, & similibus æquilateris polygonis contineatur.

QVINTI LIBRI FINIS.

P A P P I

A L E X A N D R I N I

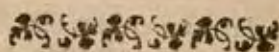
M A T H E M A T I C A R V M

C O L L E C T I O N V M

L I B E R S E X T V S.

C V M C O M M E N T A R I I S

F E D E R I C I C O M M A N D I N I V R B I N A T I S.

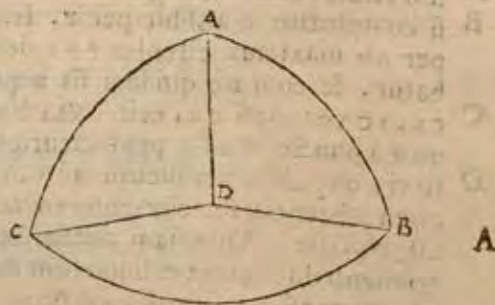


ULTI eorum, qui astronomicum locum pertractant, cum propositiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam necessaria; alia vero ut non necessaria prætermittunt. dicunt enim in secundo theoremate tertij libri sphaericorum Theodosij, oportere vnumquemque duorum maximorum circularum ab eo, qui per polos sphaeræ transit ad rectos angulos secari. hoc autem non semper ita se habet. Similiter & in secundo theoremate phaenomenon Euclidis, prætermittunt, quoties zodiacus circulus bis ad horizontem fit rectus, & in quarto theoremate libri de diebus & noctibus Theodosium falsò exponunt. Et nonnulla alia deinceps tamquam non necessaria prætermittunt, quorum vnumquodque nos explicabimus.

T H E O R E M A I. P R O P O S I T I O I.

Si in sphaeræ superficie tres maximorum circularum circumferentiæ se mutuo secent, quarum vnaquæque sit semicirculo minor, duæ reliquæ maiores erunt, quomodocumque sumptæ.

Secent enim sese maximorum circularum circumferentiæ in punctis $A B C$. Dico duas reliquæ maiores esse quomodocumque sumptas. Sumatur enim centrum sphaeræ, idem quod & circumferentiarum $A B, B C, C A$ centrum, & sit D , iunganturq; $D A, D B, D C$. Quoniam igitur solidus angulus, qui est ad D tribus angulis planis $A D B, B D C, C D A$ continetur, quilibet duo sunt reliquo maiores, quomodocumque sumantur, & anguli $A D B, B D C, C A D$ circumferentijs $A B, B C, C A$ insistant. duæ igitur reliquæ maiores sunt, quomodocumq; sumptæ. Hanc autem figuram Menelaus in sphaericis $\tau\epsilon\pi\lambda\epsilon\upsilon\sigma\sigma\epsilon\upsilon$ appellat.



C O M.

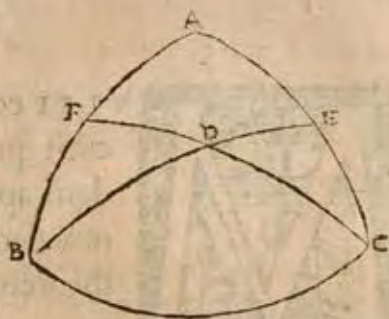
- A Quilibet duo sunt reliquo maiores, quomodocumque sumantur] *Ex 10. undecimi Euclidis.*
 B Duæ igitur reliqua maiores sunt, quomodocumque sumptæ] *Anguli enim eandem inter se proportionem habent, quam ipsa circumferentiæ, quibus insistant, ex ultima sexti elementorum.*
 C Hanc autem figuram Menelaus in sphaericis *τρίπλευρον* appellat] *Nos multorum exemplo triangulum sphaericum dicemus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Si in vno latere trianguli sphaerici duæ circulorum maximorum circumferentiæ intra constituentur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt.

Ex proxime demonstrato.

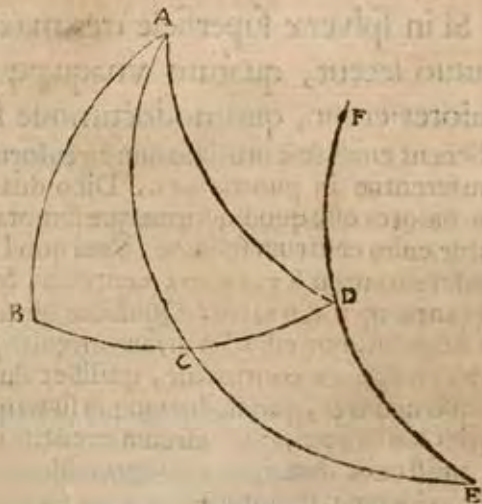
Trianguli enim ABC in vno latere BC duæ circulorum maximorum circumferentiæ intra constituentur BD, DC . Dico BD, DC ipsis BA, AC minores esse. Quoniã enim omnis trianguli sphaerici duo latera reliquo sunt maiora, erunt CB, BD maiora reliquo CD . commune apponatur BD . ergo CB, BE ipsis CD, DB maiora erunt. Rursus quoniam omnis trianguli latera reliquo sunt maiora, erunt BA, AB maiora ipso BB . commune apponatur BC . quare BA, AC maiora sunt, quam BE, EC . sed BE, EC sunt maiora, quam BD, DC . multo igitur BA, AC ipsis BD, DC maiora erunt.



THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Trium circulorum maximorum circumferentiæ AB, AC, AD maximi circuli circumferentiam BD secant, sit autem vnaquæque ipsarum AB, AC, AD , minor quadrante, & sit BC æqualis CD . ostendendum est vtrâque BA, AD maiores esse, quam duplas ipsius AC .

- A Ponatur ipsi AC æqualis CE , & quoniam AC est minor quadrante, erit & CE quadrante minor, & ob id AB minor semicirculo. non igitur circulus AD
 B si compleatur transibit per B . Itaque per BD maximus circulus EDF describatur. & cum DC quidem sit æqualis CE , AC vero ipsi CE , erit recta linea, quæ a puncto D ad B perducitur, æqualis ei, quæ ab A perducitur ad B . ergo circumferentiæ DF circumferentiæ AB est æqualis. Quoniam autem omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, atque est DB æqualis AB , & EC ipsi CA , vtræque BA, AD maiores erunt, quam ipsius AC duplæ.



COMMENTARIVS.

Non igitur circulus AD si compleatur, transibit per B] *Maximi enim circuli in sphaera A sese bifariam secant ex 11. primi sphaericorum Theodosij.*

Itaque per ED maximus circulus EDF describatur] *Ex 20. primi sphaericorum Theodosij.*

Erit recta linea, quæ à puncto D ad E perducitur æqualis ei, quæ ab A perducitur ad C] *Ex 7. tertij libri sphaericorum Theodosij.*

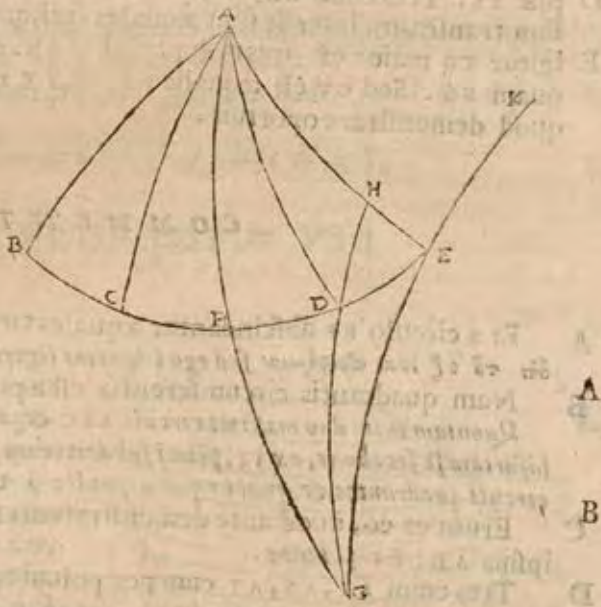
Ergo circumferentia DE circumferentiæ AB est æqualis] *Ex 28. tertij libri clementinorum.*

Vtræque BA, AD maiores erunt, quam ipsius AC duplæ] *Etenim in AED triangulo ED DA maiores sunt, quam AE. Sed BA, AD sunt æquales ipsis ED, DA, & AB dupla est AC. Vtræque igitur BA, AD maiores sunt, quam duæ ipsius AC.*

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Quattuor circulorum maximorum circumferentiæ AB, AC, AD, AE maximi circuli circumferentiam BE secant. sitq; BC æqualis DB, & vnaquæq; ipsarum AB, AC, AD, AE quadrante minor. Ostendendum est vtræque BA, AE vtriusq; CA, AD maiores esse.

Secetur CD bifariam in F, & per AF maximus circulus AEG describatur: ponaturque ipsi AF æqualis FG. deinde per GE quidem describatur maximus circulus GEK: per GD verò maximus circulus GDH. Quoniam igitur GF est æqualis FA, & DE ipsi FC, erit etiam DG æqualis CA: & eadem ratione BG æqualis BA. & cum in trianguli GEA vno latere GA duæ circumferentiæ AD DG intra constituantur: erunt AD, DG minores, quam AE, BG. ergo AE, EG ipsis AD, DG sunt maiores. est autem EG æqualis AB, & GD ipsi AC. vtræque igitur BA, AE vtriusque CA, AD maiores erunt. quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIVS.

Erit etiam DG æqualis CA: & eadem ratione BG æqualis BA] *Ex ijs, quæ in antecedenti dicta sunt.*

Erunt AD, DG minores, quam AE, BG] *Ex 2. huius.*

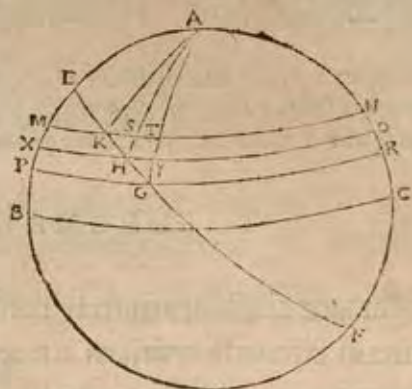
THEOREMA V. PROPOSITIO V.

His præmissis quintum theorema tertij libri sphaericorum Theodosij aliter ostendere possumus.

Sit in circumferentia maximi circuli ABC parallelorum polus A: & hunc duo

duo maximi circuli ad rectos angulos fecent, quorum BC quidem sit unus
 A parallelorum, EF verò ad parallelos obliquus: & à circulo EF abscindantur
 æquales circumferentiæ deinceps ad easdem partes GH, HK , perque puncta
 GHK circuli paralleli ipsi BC describantur, qui sint MN, XO, PR . Ostenden-
 dum est PX maiorem esse, quam XM .

Describantur enim per A , & per vnum-
 quodque punctorum K, H, G maximi circuli AK
 AH, AG . manifestum est vnamquamq; circum-
 ferentiarum AK, AH, AG quadrante minorem
 B esse. nam quadrantis circumferentiæ est a pun-
 cto A vsque ad maximum circulum BC . Quo-
 niam igitur trium circulorum maximorum cir-
 cumferentiæ AK, AH, AG circumferentiam
 maximi EF secant, & est KH æqualis HC , vna-
 quæque autem ipsarum AK, AH, AG quadran-
 C te minor; erunt ex eo, quod ante demonstra-
 tum est, utræque KA, AG maiores, qua dupla
 ipsius AH . quarum utræque KA, AT sunt du-
 D plæ AS . Tres enim AK, AS, AT cum per po-
 lum transeant, inter se sunt æquales. reliqua
 E igitur TG maior est, quam dupla ipsius SH . est autem SH æqualis TY . ergo GY maior
 F quam YT . Sed GY est æqualis PX , & YT ipsi XM . maior igitur est PX , quam XM .
 quod demonstrare oportuit.



COMMENTARIUS.

- A Et a circulo EF abscindantur æquales circumferentiæ] *Græcus codex* χ ἀπὸ τοῦ κύκλου EF ἀφαιρέσειν sed ego libentius legerem χ τὸ ἐξ.
- B Nam quadrantis circumferentiæ est a puncto A vsque ad maximum circulum BC] *Quoniam enim duo maximi circuli* ABC & BC *se se mutuo secant ad rectos angulos, etiam* *bisariam se secabunt, ex 13. primi sphericorum Theodosij. quare circumferentiæ* AB, AC *sunt* *circuli quadrantes, & quæcunque a puncto* A *vsque ad maximum circulum* BC *ducuntur.*
- C Erunt ex eo, quod ante demonstratum est, utræque KA, AG maiores, quam duplæ ipsius AH] *Ex 3. huius.*
- D Tres enim AK, AS, AT cum per polum transeant, inter se sunt æquales] *Nam cum* A *sit polum circuli* MN , *rectæ lineæ, quæ ab* A *ad puncta* K, S, T *ducuntur, inter se sunt æqua-* *les, ex poli definitione. & ideo circumferentiæ maximorum circulorum* AK, AS, AT *etiam* *inter se æquales erunt, ex 28. tertij libri elementorum.*
- E Est autem SH æqualis TY] *Ex 10. secundi libri sphericorum Theodosij.*
- F Sed GY est æqualis PX , & YT ipsi XM] *Ex eadem.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Illud autem ostendatur, etiam si circumferentiæ æquales non sint con-
 tinuatæ, hoc enim Theodosius non demonstravit.

Paralleli autem sint MN, XO, PR, ST] *Græcus codex* καὶ ἔσεσαν αἱ παράλληλοι οἱ μὲν ξο. A
 πρστ ego legendum puto. καὶ ἔσεσαν παράλληλοι.

Et per quartum theorema ex præcedentibus utraque LA, AG maiores erunt utriusque KA, AH] Græcus codex καὶ ἔσαι ὅτι. συναμφοτέρως τῆς καὶ μείζων ὦν. sed legendum arbitror συναμφοτέρως τῆς καὶ μείζων.

Vtræque vero LA, AQ vtrisque YA, AV sunt æquales, etenim ex polo sunt circuli C
MN] Græcus codex συναμφοτέρως δὲ &c. διὰ τὸ αὐτὰς ἐξ ἐκείνου εἶναι.

Reliqua igitur Q G vtrisque v n, y k sunt maiores] *Græcus codex* ἀποτὴ ἀρα ἢ χ ν. D
lege ἢ χ η.

Sed v_H est æqualis QZ] *Græcus codex* $\iota\sigma\upsilon$ δι' ἡ φθ τῆ χτ lege τῆ χψ. E

Item aliter ostendendum fit.

In circumferentia enim maximi circuli ABC fit polus parallelorum & hunc ad rectos angulos fecerit duo circuli DE, BC . quorum BC quidem sit parallelus, DE vero ad parallelos obliquus: & a circulo DE abscissis æqualibus circumferentijs describantur circuli paralleli LM, NX, OP, RS . Dico RO ipsa NL maiorem esse. Vel igitur FG est commensurabilis ipsi GH , vel non. Sit primum commensurabilis, & sit FG æqualis HK . ergo HK ipsi GH est commensurabilis, & tres FG, GH, HK , inter sese commensurabiles erunt. Itaq; diuidantur in mensuras in punctis T, Y, V, Q, Z , & per T, Y, V, Q, Z paralleli circuli describantur $\Omega T, \alpha Y, \epsilon V, \Gamma Q, \Delta Z$. Et quoniam $FT, TY, YG, GV, VH, HQ, QZ, ZK$ circumferentiæ inter se sunt æquales, erunt circumferentiæ $R\Omega, \Omega\alpha, \alpha O, O\epsilon, \epsilon B, \epsilon N, N\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta L$ inæquales, quæ initium sumunt a maxima RO . & multitudo circumferentiarum $R\Omega, \Omega\alpha, \alpha O$ æqualis est multitudini ipsarum $N\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta L$. maior igitur est RO , quam NL .

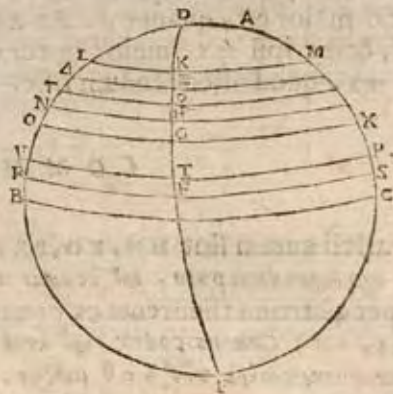
Et hunc ad rectos angulos fecerunt duo circuli DB, BC] *Maximi scilicet.* A
 Erunt circumferentiæ RQ, Qa, aO, Oe, eN, nF, FΔ, ΔL inæquales quæ initium B
 Aa fumunt

sumunt a maxima $R\Omega$] *Ex quinta huius. Græcus codex αὐτὰρ ρω, ωα, αο &c. γδ, δλ, λν ἴση εἶναι. ego legendum puto αὐτὰρ ρω, αα, αο, &c. γδ, δλ, ἀνίστα εἶναι.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Sed ipsidem positus non sit FG commensurabilis ipsi GH . Dico & sic RO maiorem esse, quam NL .

Si enim non ita sit, vel æqualis erit, vel minor. Sit primum minor: ipsique AO æqualis ponatur NT . & cum tres magnitudines sint eiusdem generis LN , NT , NO ; sumatur ipsi quidem NO commensurabilis, maior autem, quam NT , & minor quam NL , quæ sit ND : & paralleli circuli sint QF , ZA , ponaturque ZH æqualis GT , & circulus parallelus sit TV . Quoniam igitur utraque ZH , GT commensurabilis est ipsi GH , atque est OV maior quam ND , erit RO , quam ND multo maior. Sed RO est æqualis NT . ergo NT maior erit ipsa ND minor maiore, quod fieri non potest. non igitur RO minor est, quam NL .



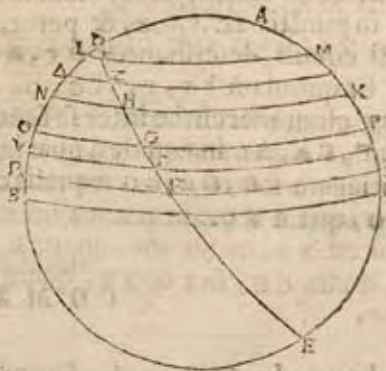
COMMENTARIUS.

- A Ponaturque ZH æqualis GT] *Et sint ipsi GH commensurabiles, ut deinceps ponitur. Græcus codex καὶ κείσθω τὸ θ ἴση ντ lege τῇ ητ.*
 B Quoniam igitur utraque ZH , GT commensurabilis est ipsi GH , atque est OV maior quam ND] *Ex quinta huius ponitur enim TG æqualis HZ . Græcus codex ἐπὶ δν &c. ἥ δ' ἄθ, ντ τῇ ηθ lege ἥ δ' ἄθ, ητ τῇ ηθ.*
 C Sed RO est æqualis NT] *Ex positione scilicet.*
 D Non igitur RO minor est, quam NL] *Græcus codex δκ αὐτὰ ἐλάσσων ὄναι ἢ ρο τῆς νδ sed potius legendum arbitror τῆς νλ.*

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Ipsidem positus. Dico neque æqualem esse.

Si enim fieri potest, sit æqualis, secenturque FG , HK bifariam in punctis TZ , & sint circuli paralleli TV , ZA . Quoniam igitur FT , TG æquales sunt, erunt RV , VO inæquales, incipientes a maxima RV . Rursus quoniam æquales sunt HZ , ZK , erunt NA , AL inæquales, incipientes a maiori NA . Itaque cum RV sit maior, quam VO , & NA maior, quam AL : erit RO maior, quam dupla ipsius NA . quod fieri non potest. non igitur RO est æqualis NL . ostensum autem est neque minorem esse. quare RO , quam NL necessario maior erit.



Erunt $\triangle$, Δ inaequales, incipientes a maiori $\triangle$. *Græcus codex* ἀντιστὰς γὰρ εἰς τὴν αὐτὴν Ἄ
 $\nu\delta$, δ λ ἀρχόμενοι ἀπὸ μείζονος $\nu\delta$. *vide ne legendum sit* ἀπὸ μείζονος $\nu\delta$, non enim $\nu\delta$ ma-
xima est, quamquam maior sit ipsa δ λ.

Itaque cum RV sit maior, quam VO , & $N\Delta$ maior, quam ΔL , erit RO maior quam $N\Delta$ quod fieri non potest. *Græcus codex ita est: $\mu\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\rho\ \delta\epsilon\iota\tau\ \epsilon\tau\epsilon\rho\ \delta\delta\upsilon\ \nu\alpha\tau\omega\ \pi\omega\delta\delta\ \delta\alpha\kappa\tau\epsilon\iota$. Videntur hoc loco nonnulla desiderari, ergo enim ita demonstrandum censerem.* Itaque cum $N\Delta$ maior sit, quam ΔL , erit NL minor, quam dupla ipsius $N\Delta$. Rursus cum RV sit maior, quam VO , & $N\Delta$, maior quam ΔL ; sitque VO maior, quam $N\Delta$, ut demonstratum est superius, erit RO maior, quam dupla $N\Delta$. Sed NL est equalis RO , ergo NL maior erit, quam dupla ipsius $N\Delta$, quod fieri non potest. demonstrata est enim minor.

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

Rursus in maximi circuli circumferentia sit polus parallelorum, & ipsum ad rectos angulos secant circuli BC, DE, sint autem paralleli KL, MN XO, & sit XM æqualis MK. Dico FG minorem esse, quam GH.

Si enim minor non fit, vel æqualis est, vel maior. sed non æqualis FG ipsi GH . maior enim est XM , quam MK , non est autem maior. non igitur FG est æqualis GH . Dico præterea non esse maiorem. Sit enim si fieri potest, & ipsi GH æqualis ponatur GP . Itaque quoniam PG est æqualis GH , erit RM maior quam MK . multo igitur maior est XM , quam MK . quod fieri non potest; ponitur enim æqualis. non ergo FG maior est, quam GH , sed neque æqualis, ut offensum est. minor igitur FG quam GH .



THEOREMA XI. PROPOSITIO XI.

Demonstratum igitur est si sit circulus ABC , & ipsum secent duo maxi-
mi circuli BC , DE ad rectos angulos: assumanturque æquales circum-
ferentiæ FG , GH , & paralleli circuli KL ,
 MN , XO , describantur, erit XM . maior
quam MK . sit nunc FG maior, quam GH .
Dico XM , quā MK multo maiorem esse.

Quoniam enim FG maior est, quam GH , ponatur ipsi GH æqualis GP : & parallelus circulus PR describatur. Itaque cum PG fit æqualis GH , erit RM quam MK maior. multo igitur maior est XM , quam MK . quare si FG sit maior, quam GH , fiet & XM , quam MK multo maior.

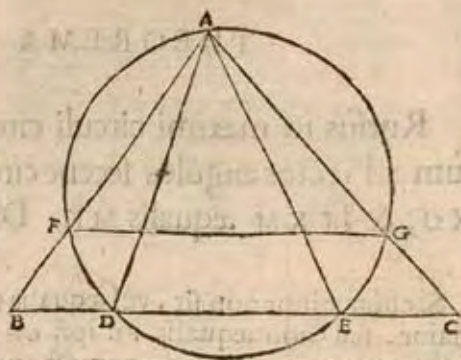


L E M M A.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

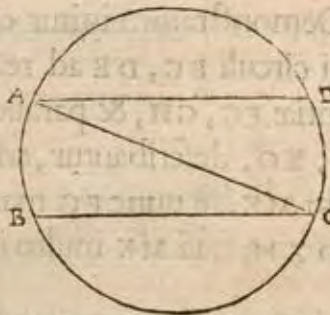
Sit triangulum ABC , & ducantur duæ rectæ lineæ DA , AE in angulis æqualibus BAD , EAC . Dico vt rectangulum DCE ad rectangulum EBD , ita esse quadratum ex AC ad quadratum ex AB .

A Describatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur. ergo FG est parallela ipsi BC , propterea quod circumferentia FD circumferentiæ EG est æqualis. Vt
D igitur AC ad CG , ita est AB ad BF ; & ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum.
E Sed rectangulum quidem ACG est æquale rectangulo DCE , rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD . quare vt quadratum ex AC ad rectangulum DCE , ita quadratum ex AB ad EBD rectangulum. & permutando vt quadratum ex AC ad quadratum ex AB , ita DCE rectangulum ad rectangulum EBD .



C O M M E N T A R I V S.

- A** Describatur circa triangulum ADB circulus, & FG iungatur] *Secet enim circulus rectas lineas AB , AC in punctis FG .*
B Ergo FG est parallela ipsi BC , propterea quod circumferentia FD circumferentiæ EG est æqualis] *illud autem hoc lemmate demonstrabimus.*
Sit circulus $ABCD$, sitque circumferentia AB æqualis circumferentiæ CD , & AD , BC iungantur. Dico rectam lineam AD ipsi BC parallelam esse.
lungatur enim AC . & quoniam circumferentia AB est æqualis circumferentiæ CD , erit angulus ACB æqualis angulo DAC . ergo AD ipsi BC est parallela.
C Vt igitur AC ad CG , ita est AB ad BF] *Ex 4. sexti libri elementorum ob triangulorum similitudinem.*
D Et ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum] *Quoniam enim vt AC ad CG , ita est AB ad BF ; vt autem AC ad CG , ita quadratum ex AC ad rectangulum ACG ; & vt AB ad BF , ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum; erit vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG , ita quadratum ex AB ad rectangulum ABF .*
E Sed rectangulum quidem ACG est æquale rectangulo DCE , rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD] *Ex 36. tertij elementorum.*



THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Habeat autem rectangulum DCE ad rectangulum EBD , hoc est rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem, quam quadra-

quadratum ex AC ad quadratum ex AB. Dico angulum EAC angulo
BAD maiorem esse.

COMMENTARIVS.

Et permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit pro- A
portionem, quam rectangulum ABF ad id, quod fit ex AB quadratum. Ex 27. quinti li-
bri elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.

Sed vt rectangulum quidem acg ad quadratum ex ac , ita est cg ad ac , vt au- B
tem, &c.] Ex prima sexti libri elementorum. Græcus codex hoc loco corrigendus est.

Ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF] Ex antedictis sequitur CG ad AC maiorem habere proportionem, quam BF ad AB. ergo conuertendo ex 26. quinti elementorum, AC ad CG minorem habet proportionem, quam AB ad BF. prior autem conclusio, aut desideratur, aut a Pappo breuitatis causa omissa est.

Parallela igitur est BC ipsi CH] Ex 2. sexii elementorum, sequitur enim dividendo D
ut AG ad GC ita AK ad KB.

Atque est circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH.] Nam rectæ lineæ in cir-
culo parallele circumferentias æquales intra sese concludunt; quod nos demonstramus in cõ-
mentarijs in 52. tertij libri huius. E

THEOREMA X IV. PROPOSITIO XIV.

Duo maximi circuli ABC , $BEGC$ sese mutuo secant: sitque circuli ABC polus D . & describantur maximi circuli DF , DH : & sit circumferentia BE circumferentiae CG æqualis. ostendendum est rectam lineam, quæ a puncto D ad E ducitur æqualem esse rectæ lineæ a puncto D ad G ductæ.

mit

mit initium, & recta circuli portio insitit, & insistentis portionis circumferentia secta est in D , estque EK æqualis KG , recta linea ducta a puncto D ad B æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur,

COMMENTARIUS.

- A Et describantur maximi circuli DF, DH ; & sit circumferentia BE circumferentiæ CG æqualis] Hoc ell describantur maximi circuli DF, DH ; secantes circulum $BEGC$, in punctis EG , ita ut circumferentia BE sit æqualis circumferentiæ GC .
- B Et per bipartitam sectionem circuli $BEGC$, & per polos circuli ABC descriptus est circulus maximus DKL ergo DKL transibit etiam per polos circuli $BEGC$, & ad ipsum rectus erit] Quoniam enim circulus DKL secat circulum ABC per polos, bifariam, & ad rectos angulos secat ex 15. primi libri sphericorum Theodosij. quod cum transeat per bipartitam sectionem circuli $BEGC$, etiam per polos eius transibit, & ad ipsam rectus erit ex conuersa 9. secundi libri sphericorum eiusdem.
- C Recta linea ducta a puncto D ad B æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur] Ex 12. secundi libri sphericorum eiusdem.

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Sint maximi circuli $ABC, BEGC$, & ipsius ABC polus sit D , describantque maximi circuli DEF, DGH , & circumferentiæ EG bipartitio sit K . Dico siquidem BE sit æqualis GC , FL ipsi LH esse æqualem. Si autem BE sit maior, quàm GC , & FL maiorem esse, quàm LH ; & si minor minorem.

- Sit enim prius BE æqualis GC . Dico
- A & FL æqualem esse ipsi LH . Quoniam enim BE ipsi GC est æqualis, erit, & recta linea, quæ a puncto D ad B ducitur æqualis ei, quæ a D ducitur ad G . circulus igitur ex polo D , & intervallo vna aliqua ipsarum DE, DG descriptus per reliquum punctum transibit. Itaque describatur, & sit EMG erit is circulo ABC parallelus. Quoniam igitur duo circuli GKE, EMG se mutuo secant, & per vnius polos, & per bipartitam sectionem K descriptus est maximus circulus DKL ; erit circumferentia EM circumferentiæ MG
- D æqualis. Sed circumferentia quidem BM similis est circumferentiæ FL ; circumferentia vero MG similis circumferentiæ LH . ergo & FL ipsi LH similis erit. & sunt eisdem circuli. æqualis igitur est circumferentia FL circumferentiæ LH , quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIUS.

- A Erit & recta linea, quæ a puncto D ad B ducitur, æqualis ei, quæ a D ducitur ad G] Ex antecedente.
- B Itaque describatur, & sit EMG] Græcus codex γερὰ φθω δὲ ἔσω ἢ πρὸ. Videtur legendum γὰρ ἔσω ἢ πρὸ.
- C Erit is circulo ABC parallelus] Ex prima secundi libri sphericorum Theodosij.
- D Quoniam igitur duo circuli GKE, EMG se mutuo secant, & per vnius polos, & per bipar-

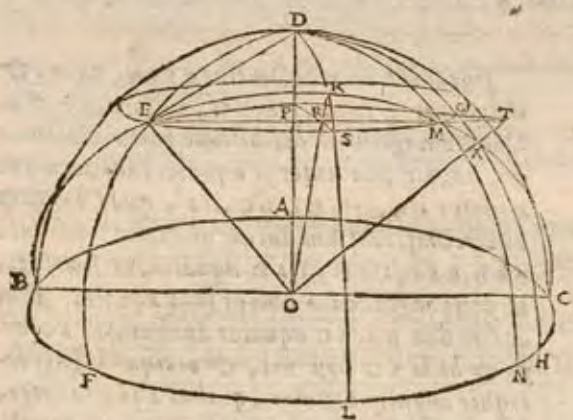
bipartitam sectionem κ descriptus est maximus circulus DKL , erit circumferentia EM circumferentiæ MG æqualis] Cum enim circulus DKL transeat per bipartitam sectionem circuli EKG , etiam per polos ipsius transibit, & cum duo circuli GKE , EMG se mutuo secant, maximus circulus DKL per eorum polos ductus bisariam secat portiones ipsorum. ergo EM est æqualis MG .

Sed circumferentia quidem EM similis est circumferentiæ EL] Ex 10. [secundi libri sphericorum Theodosij.

Ex cōuer
Ja 9. 2. sp.
Theod.
9. 2. sph.
Theod.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

Ponatur eadem figura, & BE sit maior, quam XC , æqualis autem EK ipsi KX . Dico FL , quam LH maiorem esse.



Ponatur CM æqualis EB : & maximus circulus DMN describatur. Quoniam igitur BE est æqualis MC , erit recta linea a puncto D ad E ducta æqualis ei, quæ a puncto D ad M ducitur. quare circulus ex polo D , & intervallo vna ipsarum DE , DM descriptus per reliquum punctum transibit. Itaq; transeat, & sit SEM ; sumaturq; centrum sphaeræ O , & iungatur OD . erit OD ad planum circuli SMB perpendicularis, etenim punctum D est circuli polus: atque erit centrum circuli MSB in recta linea DO , quod sit P . & iuncta BM

producatur ad T : & PG ad T . iunganturque OB , OR , PR , RS . Et quoniam punctum P est in plano circuli MES , & vtrumque ipsorum RS , erunt tria puncta in eodem circuli plano. Rursus quoniam OD est in plano circuli DKL , & punctum P in eodem plano erit. est autem & recta linea ORK in circuli DKL plano. ergo & punctum R . Sed & S . recta igitur linea est PRS . Eadem ratione & PQT est recta linea; etenim puncta PT sunt in plano circuli BSM . sed & in plano circuli DGH . quare & punctum G est in eadem planorum sectione, nempe circuli BSM , & circuli DGH . recta igitur linea est PQT . Et cum circumferentia EK sit æqualis circumferentiæ KX , erit & angulus EOK angulo KOX æqualis. ergo proportio BO ad OT eadem est, quæ proportio BR ad RT . sed quoniam quærimus, quæ sit circumferentia FL circumferentiæ LH , videlicet BS ipsi SG , quærimus qui sit angulus BPR anguli RPT . quærimus igitur quæ sit proportio BP ad PT proportioni BR ad RT . Sed proportio BR ad RT eadem est, quæ BO ad OT . ergo quærimus quæ sit proportio BO ad OT , proportioni BP ad PT . & ob id, quæ sit proportio quadrati ex BO ad quadratum ex OT proportioni quadrati ex BP ad quadratum ex PT : & permutando quæ sit proportio quadrati ex BO ad quadratum ex BP proportioni quadrati ex OT ad quadratum ex PT . diuidendoq; quæ sit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE proportioni quadrati ex OP ad quadratum ex PT . ergo quærimus, quod nam sit quadratum TP quadrato PA . & quæ nam linea TP lineæ PE . Sed linea PE est æqualis lineæ PG . habet autem comparisonem, nam TP maior est, quam PE . Quoniam igitur TP maior est, quam PG , hoc est, quam PE , habebit OP ad PE maiorem proportionem, quam OP ad PT . & ideo quadratum ex OP ad quadratum ex PE maiorem proportionem habebit, quam quadratum ex OP ad quadratum ex PT . atque est quadratum quidem ex BO quadratis ex BP , PO æquale, rectus enim est angulus BPO quadratum verò ex TO æquale quadratis ex TP , PO , quod angulus TPO rectus sit. quadratum igitur ex BO ad quadratum ex BP maiorem proportionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP . & permutando quadratum ex BO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex BP ad quadratum ex PT . Itaq; quoniam quadratum ex BO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex BP ad quadratum ex PT , & BO ad OT maiorem proportionem habebit, quam BP ad

S
8. quinti.

T

V

X

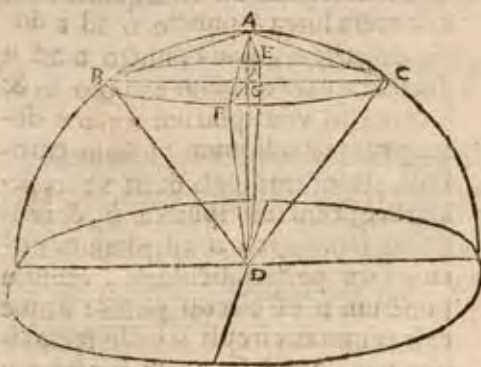
BP ad PT. ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT. ergo circumferentia BS, maior est, quam circumferentia SG. Sed circumferentia quidem BS similis est circumferentiae FL, circumferentia verò SG similis circumferentiae LH, maior igitur est circumferentia FL, quam circumferentia LH. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIUS.

A Erit recta linea à puncto D ad B ducta æqualis ei, quæ à puncto D ad A ducitur] Ex 14. huius.

B Erit OD ad planum circuli SME perpendicularis, etenim punctum D est circuli polus, atque erit centrum circuli SME in recta linea D, quod sit F] Illud demonstrabimus in hunc modum, quoniam in sphericis per se demonstratum non invenitur.

Sit sphaera APC, cuius centrum D, & in ea circulus BE, CB, cuius polus A, & iungatur AD, circuli plano in G occurrens. Dico AD perpendicularem esse ad dictum planum, & per circuli centrum transire.



4. primi.

Ducantur enim rectæ lineæ BGC, BGT, & iungantur AB, BD, AE, ED, AC, CD, AF, FD. Quoniam igitur ex definitione poli, rectæ lineæ AB, AE, AC, AF inter se æquales sunt, itemque æquales DA, DB, DE, DC, DF, quod à centro ad circumferentiam ducuntur, erunt triangula BAD, EAD, CAD, FAD æqualia, & similia: ideoque anguli ad A omnes sunt æquales. sunt autem duæ BA, AG æquales duabus EA, AC, ergo & basis BG basi EG, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera subtenduntur. angulus igitur AGB est æqualis angulo AGE. Eadem ratione, & rectæ lineæ

CG, FG, tum inter se se, tum ipsi BG, BG æquales demonstrabuntur. & similiter anguli AGC, AGF demonstrabuntur æquales ipsi AGB, AGE. ergo omnes recti sunt. Quod cum BG, GC, BG, GF inter se sint æquales. erit punctum G circuli centrum. cum recta linea AG duabus rectis lineis EC, BF se invicem secantibus in communi sectione ad angulos rectos insistant, illa etiam ducto per ipsas plano ad rectos angulos erit. recta igitur linea AD ad planum circuli BE, CE est perpendicularis. & ipsius centrum transit. quod demonstrandum proposuimus.

C Et iuncta BM producat ad T] Erit recta linea BM communis sectio circuli SEM, & circuli maximi BEK, MC, quæ usque eo producat, quoad plano circuli DXH in puncto T occurrat.

D Et PG ad T] Hoc est iungantur PG, GT. Græcus codex sic habet $\chi \eta \sigma \xi \iota \pi \iota \tau \circ \tau$. sed legendum puto $\chi \eta \pi \eta \iota \pi \iota \tau \circ \tau$.

E Iunganturque OB, ORK, PR, RS] Iuncta OK secet rectam lineam BM in puncto R. scabit enim eam cum in eodem existat plano, ut dictum est.

F Rursus quoniam OD est in plano circuli DKL, & punctum P in eodem plano erit] Nam cum punctum O sit sphaerae centrum, erit etiam centrum circuli maximi DKL. ergo OD est in eius plano. Sed ostensum est punctum P esse in ipsa OD. erit igitur P in plano circuli DKL. Græcus codex. $\pi \alpha \lambda \iota \nu \iota \pi \iota \iota \eta \eta \circ \delta \iota \nu \tau \omega \tau \epsilon \nu \delta \epsilon \lambda \iota \pi \iota \pi \iota \delta \phi \iota \epsilon \nu$. legendam autem puto $\delta \kappa \lambda$, & ita inferius.

Cot. primæ sphaericorum Theod.

G Est autem & recta linea ORK in circuli DKL plano: ergo & punctum R. sed & S. recta igitur linea est PRS] Quoniam n. tria puncta PRS sunt in duobus planis, videlicet in plano circuli MES, & circuli DKL, erunt in ipsorum communi sectione. ergo PRS recta linea est, ex 3. Undecimi libri elementorum.

H Etenim puncta PT sunt in plano circuli SEM] punctum namq; P est circuli SEM centrum, & punctum T in linea BM producta.

K Sed & in plano circuli DG, XH] recta enim linea OPD est in plano circuli DG, XH, & punctum T in plano eiusdem circuli producta.

L Quare & punctum G est in eadem planorum sectione, nempe circuli ESM, & circuli DXH] Nam linea PG est in communi dictorum planorum sectione, in qua etiam est T, si plana ipsa extra sphaeram producantur. ergo PGT recta linea erit. Græcus codex $\chi \tau \circ \eta \delta \eta \chi \alpha \tau$

2. vndecimi.

κατ' αὐτὴν ἐστὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. sed legendum arbitror: κατὰ τὴν αὐτὴν ἐστὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων.

Erit & angulus EOK angulo KOK æqualis] ex 27. tertij libri elementorum.

Ergo & proportio BO ad OT eadem est, quæ proportio BR ad RT] ex 3. sexti ele-
mentorum.

Sed quoniam quærimus quæ sit circumferentia FL circumferentiæ LH , videlicet O BS ipsi SG] Hoc est quomodo se habeat circumferentia FL ad circumferentiam LH , videlicet BS ad SG . Vtrum ne maior sit, an minor, vel æqualis. Utitur autem hoc loco Pappus resolutione quadam, quamquam nouum, & inusitatum loquendi modum vsurpet. Eius verba hæc sunt. ἐπεὶ δὲ ζῆ τῶ τῆς ν' ζα περιφέρειας τῆς λθ, τοῦτέστι ν' ες τῆς ση. sed vide ne corrigendum sit. ἐπεὶ δὲ ζῆ τῶ τῆς ν' ζα περιφέρειας τῆς λθ, τοῦτέστι ν' ες τῆς ση. ex his quæ infra legentur.

Quærimus quis sit angulus BPR angulo RPT] Hoc est quomodo se habeat angulus BPR P ad angulum RPT , est enim circumferentia BS similis circumferentiæ FL , & circumferentia SG circumferentiæ LH ex 10. secundi sphericorum Theodosij. ergo ut FL ad LH , ita BS ad SG . sed ut BS ad SG , ita angulus EPS ad angulum SPG , hoc est angulus BPR ad angulum RPT . Ut igitur FL ad LH , ita angulus BPR ad RPT angulum. Græcis eodem ζῆ τῶ αὐτῆς γωνίας ν' ὑπὸ ε' π ρ τῆς ὑπὸ ρ π τ. & hoc loco corrigendum puto. ζῆ τῶ αὐτῆς γωνίας ν' ὑπὸ ε' π ρ τῆς ὑπὸ ρ π τ.

Quærimus igitur quæ sit proportio BP ad PT proportioni ER ad RT] videlicet Q quæ sit proportio LP ad PT comparata proportioni ER ad RT . & ita intellige ea, quæ sequuntur.

Diuidendoque quæ sit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE , proportioni R quadrati ex OP ad quadratum ex PT] Quoniam enim anguli BPO , TPG recti sunt, quadratum ex BO æquale erit quadratis ex EP , P , & quadratum ex TO æquale quadratis ex TP , PO . quadratum igitur ex BO superat quadratum ex EP quadrato ex PO : & ita quadratum ex TO superat quadratum ex TP eodem ex PO quadrato.

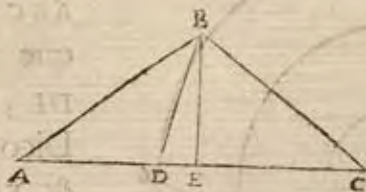
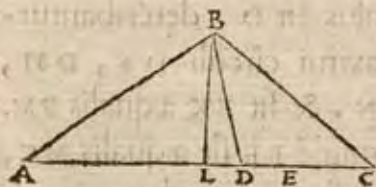
Quoniam igitur TP maior est, quam PG , hoc est, quam PB , habebit OP ad PS S maiorem proportionem, quam OP ad PT] Hic incipit compositio, quæ resolutioni iam diste respondet.

Quadratum igitur ex BO ad quadratum ex EP maiorem proportionem habet, quam T quadratum ex OT ad quadratum ex TP ,] Componendo scilicet ex 28. quinti elementorum, quam nos addidimus.

Et permutando quadratum ex BO ad quadratum ex OT maiorem habet proportio-
nem, quam EP ad PT] ex 27. eiusdem libri.

Itaque quoniam quadratum ex BO ad quadratum ex OT maiorem habet proportio-
nem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT , & BO ad OT maiorem habebit,
quam EP ad PT , ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT] Quoniam enim
 BO ad OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT , & ut BO ad OT , ita EP ad RT ,
habebit ER ad RT maiorem proportionem, quam EP ad PT . Quod cum ita sit, erit angulus
 BPR maior angulo RPT . Illud autem hoc modo demonstrabimus.

Sit triangulum ABC , & in basi AC sumatur punctum D , ita ut AD ad DC maiorem pro-
portionem habeat, quam AB ad BC , & iungatur BD . Dico angulum ABD angulo ABC
maiorem esse.



Fiat enim ut AB ad BC , ita AE ad EC . 27. quin.
cadet E inter A & D .
Si enim fieri potest, ca-
dat inter D & C . Quo-
niā igitur AD ad DC
maiorem proportionem
habet, quā AB ad BC ,
hoc est quam AE ad
 EC , habebit etiam per-

mutando AD ad AB maiorem proportionem, quam DC ad CB . Sed DC maior est quam CB .
ergo & AD quam AB multo maior erit, pars quam totum, quod fieri non potest. Cadit igitur
& inter A & D . iunctaque BE , erit angulus ABE æqualis angulo BEC . Sed AED angulus 3. sexti.
maior est angulo ABE , hoc est BEC . ergo angulus AED angulo BEC multo maior erit. Eo-
dem modo demonstrabimus si AD ad DC minorem proportionem habeat, quam AB ad BC , an-
gulum ABD minorem esse angulo DBC .

Bb

Ma-

Y Maior igitur est circumferentia FL, quam circumferentia LH. Reliquum erat ostendere si BE sit minor, quam GC, & FL, quam LH minorem esse. Sed quoniam illud ex antecedentibus facile constare potest, consulto omissum videtur. Cum enim CX minor sit, quam EB, ostenditur circumferentiam HL minorem esse circumferentia LF.

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

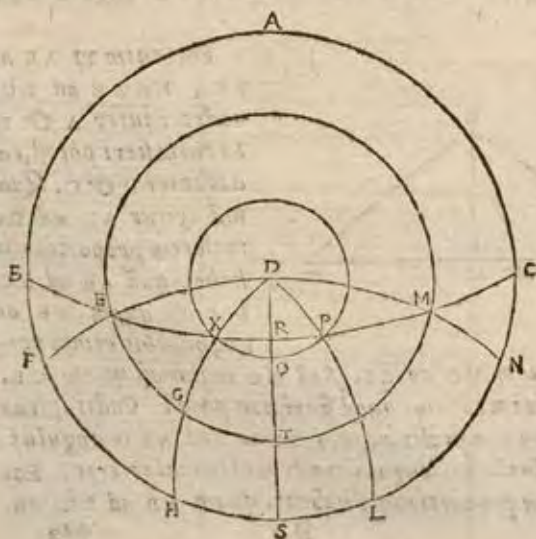
Sed sit FL æqualis LH. Dico EK, quam KX minorem esse.

27. tertij. Quoniam enim æqualis est FL ipsi LH, angulus EPS æqualis erit angulo SPT, pro-
30. sexti. portio igitur EP ad PT eadem est, quæ portio ER ad RT. Sed cum quæramus quæ sit circumferentia BK circumferentiæ KX. quæremus quis sit EOK angulus angulo KOT. Itaque quæremus, quæ sit portio EO ad OT proportioni ER ad RT. At portio ER ad RT eadem est, quæ EP ad PT. quæremus igitur quæ portio sit EP ad PT proportioni EO ad OT. habet autem comparisonem. Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT. hoc enim ostensum est, & ut EP ad PT, ita ER ad RT. habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT. ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT. circumferentia igitur EK minor est, quam circumferentia KX. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIUS.

A Sed cum quæramus quæ sit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis sit EOK angulus angulo KOT] Et hoc loco resolutione quodam utitur Pappus quemadmodum supra. anguli enim eandem inter se proportionem habent, quam circumferentiæ. ex ultima
B sexti elementorij, &c. Græcus codex. ἐπει δὲ ζήτησιν τὴν περιφέρειαν ἢ ἐκ τῆς καὶ ζήτησιν ἀπὸ τῆς γωνίας ἢ ἵπὸ τοῦ εὐκ τῆς ῥαυτὸς καὶ οὔ. legendum puto. ἐπει δὲ ζήτησιν τῆς περιφέρειαν ἢ ἐκ τῆς καὶ ζήτησιν ἀπὸ τῆς γωνίας ἢ ἵπὸ τοῦ εὐκ τῆς ῥαυτὸς καὶ οὔ.
C Itaque quæremus quæ sit portio EO ad OT proportioni ER ad RT] Ex hac enim
D cognitionem angulorum accipimus, ut supra apparuit.
E Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT] compositio est resolutioni respondens.
Hoc enim ostensum est] in antecedente.
Habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT, ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT] Ex his, quæ nos in commentarijs antecedentis demonstravimus.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.



Secent se inuicem duo maximi circuli ABC, BRC, & circuli ABC polus sit D. describanturque maximi circuli DF, DH, DL, DN. & sit EX æqualis PM. Dico. siquidē BE sit æqualis MC, & FH ipsi LN æqualem esse. si verò sit maior BE, quam MC, & FH maiorem esse, quam LN. Quod si minor, minorem esse.

Ponatur BE æqualis MC. ego recta linea a puncto D ad M ducta æqualis est

est ei, quæ a puncto D ad B ducitur. quare circulus ex polo D & interuallo vna ipsarum DE , DM descriptus, per reliquum punctum transibit. describatur, sitque ETM , & XP bifariam secetur in R . & per DR describatur maximus circulus DRS . Quoniam igitur EX est æqualis PM , & BE æqualis MC , erit tota EX ipsi EC æqualis. & ideo recta linea, quæ a puncto D ad X ducitur, æqualis est rectæ lineæ a puncto D ad P ductæ. Itaque ex polo D , interualloque vna ipsarum DX , DP circulus XOP describatur. Et quoniam XO est æqualis OP : & XO quidem similis est HS , OP vero similis ipsi SL , erit & HS ipsi SL similis. & sunt eiusdem circuli. æqualis igitur est HS ipsi SL . Rursus quoniam EB est æqualis MC , atque est ES æqualis SN , & reliqua EH reliquæ NL æqualis erit.

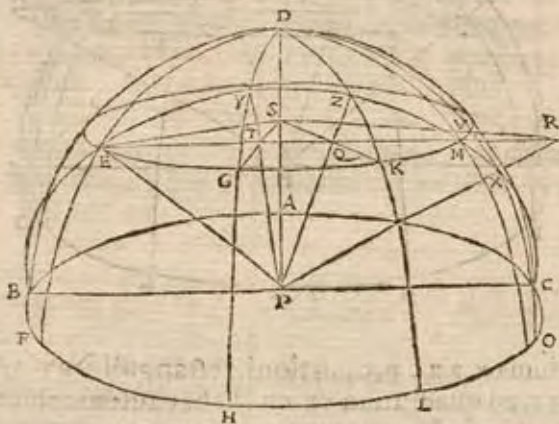
COMMENTARIVS.

Describanturque maximi circuli DE , DH , DL , DN .] Ita ut circulus quidem DE secet circulum BRC , in E ; circulus autem DH secet eundem in X , & DL in P , & DN in M . Et quoniam XO est æqualis OP & c.] Quomodo hoc sequatur ostendimus in commentarijs in 15. huius.

Erit & HS ipsi SL similis, & c.] Similes circumferentiæ dicuntur in diuersis circulis, namque in eodem circulo sunt, æquales appellantur, quare breuius concludi poterat in hunc modum. Quoniam XO est æqualis OP , atque est XO similis ipsi HS , & OP similis ipsi SL , erit & HS ipsi SL æqualis.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Ponatur eadem figura. Sit autem BE maior, quam CX , & EY æqualis XZ : describaturque per DZ circulus maximus DZ , KL . Dico FH maiorem esse, quam LO .



Construatur .n. figura similiter atque supra. Et quo iam angulus EBT æqualis est QSR , erit vt quadratum $EXRP$ ad quadratum $EXPE$, ita rectangulum TRQ ad rectangulum QET . Sed cum quæramus quæ sit circumferentiæ FH circumferentiæ LO , hoc est circumferentiæ EC ipsi K , quæremus quis sit angulus ESR angulo QSR . ergo quæremus quæ sit proportio quadrati $EXES$ ad quadratum $EXSR$ proportioni rectanguli QET ad rectangulum TRQ hoc est proportioni quadrati $EXEP$ ad quadratum $EXPR$. habet autem comparisonem. atque est proportio quadrati $EXEP$ ad quadratum $EXPR$ maior proportione, quam habet quadratum $EXES$ ad quadratum $EXSR$: hoc enim similiter, vt supra ostendemus. Sed vt quadratum $EXEP$ ad quadratum $EXPR$, ita rectangulum QET ad rectangulum TRQ , quare QET rectangulum ad rectangulum TRQ maiorem proportionem habet, F quam quadratum $EXES$ ad quadratum $EXSR$. ideoque angulus ESR maior est angulo QSR . Circumferentiæ igitur FH , quam circumferentiæ LO maior erit.

COMMENTARIVS.

Construatur enim figura similiter atque supra.] Ponatur CM æqualis BE . erit recta linea a puncto D ad B æqualis rectæ ab eodem puncto D ad M : & circulus ex polo D , interualloque vna ipsarum DB , DM descriptus per alterum punctum transibit, qui sit $BCKMV$.

deinde per DY maximus circulus $DYGH$ describatur, & per DX describatur $DVXO$, centrum autem sphaerae sit P . quare ducta PD perpendicularis est ad planum circuli $EGKMV$, & per eius centrum, quod sit S transibit, ut nos proximè demonstravimus. Iungatur EM , & producat quousque plano circuli $DVXO$ in puncto R occurrat. erit EM communis sectio maximi circuli $EEYZXC$, & circuli $EGKMV$. Iungatur praeterea PE , PY , PZ , PX , ita ut PY secet rectam lineam EMR in T , & PZ eandem secet in Q , denique iungantur SE , ST , TG , SQ , QK , SV , VR . eodem modo, quo supra demonstravimus STG , SQK , SVR rectas lineas esse, cum sint communes sectiones plani circuli $EGKMV$, & circulorum maximorum $DYGH$, $DZKL$, $DVXO$.

B Et quoniam angulus BPT aequalis est angulo QPR *Ex 37. tertij elementorum, etc.* nim angulus BPT circumferentiae BY insitit, & angulus QPR insitit circumferentiae ZX .

C Erit ut quadratum ex RP ad quadratum ex PB , ita rectangulum TRQ ad rectangulum QET *Ex 12. huius.*

D Sed cum quaerimus, quae sit circumferentia FH circumferentiae LO , hoc est circumferentia EG circumferentiae KV *Est enim circumferentia EG similis circumferentiae FH , & circumferentia RV ipsi LO . Graecus codex. $\chi\alpha\iota\ \epsilon\pi\epsilon\iota\ \zeta\eta\tau\omega\ \tau\iota\ \eta\ \zeta\theta\ \alpha\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\alpha\ \tau\eta\varsigma\ \lambda\omicron\ \epsilon\pi\iota\ \tau\eta\varsigma\ \eta\ \epsilon\eta\ \tau\eta\varsigma\ \chi\phi\ \text{sed legendum arbitror. } \chi\alpha\iota\ \epsilon\pi\epsilon\iota\ \zeta\eta\tau\omega\ \tau\iota\ \eta\ \zeta\theta\ \alpha\epsilon\iota\phi\epsilon\rho\alpha\ \tau\eta\ \lambda\omicron\ \epsilon\pi\iota\ \tau\eta\varsigma\ \eta\ \epsilon\eta\ \tau\eta\ \chi\phi\ \text{.}$*

E Quaeremus quis sit angulus EST angulo QSE *Angulus enim EST circumferentiae EG insitit, & angulus QSR insitit circumferentiae KV . Graecus codex $\zeta\eta\tau\omega\ \alpha\pi\alpha\ \tau\iota\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\ \eta\ \iota\omega\ \epsilon\sigma\tau\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\ \tau\eta\varsigma\ \iota\omega\ \chi\phi\ \text{.}$ legendum puto $\zeta\eta\tau\omega\ \alpha\pi\alpha\ \tau\iota\varsigma\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\ \tau\eta\ \iota\omega\ \chi\phi\ \text{.}$*

F Ideoque angulus EST maior est angulo QSR *Ex 13. huius.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sit FH aequalis LO . Dico EY , quam ZX minorem esse.

Quoniam enim circumferentia FH est aequalis circumferentiae LO , & EG circumferentia circumferentiae KV aequalis erit, nam similis est circumferentia FH circumferentiae EG , & circumferentia LO ipsi KV . ergo & angulus EST angulo QSR est aequalis, ac propterea quadrati ex ES ad quadratum ex SR proportio eadem est, quae proportio rectanguli QET ad rectangulum TRQ .

12. huius

- A** Quoniam igitur quaerimus, quae sit circumferentia EY circumferentiae ZX , quaerimus quis sit angulus BPT angulo QPR . ego quaeremus, quae si proportio quadrati ex BP ad quadratum ex PR . proportioni rectanguli QET ad rectangulum TRQ , hoc est quadrati ex ES ad quadratum ex SR . habet autem comparationem. Itaque cum quadratum ex EP ad quadratum ex PR maiorem proportionem habeat, quam quadratum ex ER ad quadratum ex SR , hoc est quam rectangulum QET ad rectangulum TRQ habebit rectangulum, QET ad rectangulum TRO minorem proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PR . quare angulus BPT minor est angulo QPR . circumferentia igitur EY , quam circumferentia ZX minor erit.



COMMENTARIUS.

A Quoniam igitur quaerimus, quae sit circumferentia EY circumferentiae ZX quaerimus quis sit angulus BPT angulo QPR *Graecus codex corruptus est, & manens, quem ita restituemus $\epsilon\pi\epsilon\iota\ \delta\epsilon\ \zeta\eta\tau\omega\ \tau\iota\varsigma\ \eta\ \epsilon\upsilon\ \tau\eta\ \downarrow\epsilon\ \zeta\eta\tau\omega\ \alpha\pi\alpha\ \tau\iota\varsigma\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\ \eta\ \iota\omega\ \epsilon\pi\tau\ \tau\eta\ \iota\omega\ \chi\phi\ \text{.}$*

B Itaque cum quadratum ex EP ad quadratum ex PR maiorem proportionem habeat, quam

quam quadratum ex BS ad quadratum ex SR] *Constat hoc ex ijs, quæ demonstrata sunt in 16. huius.*

Quare angulus BPT minor est angulo QPR] *Ex 13. huius.*

C

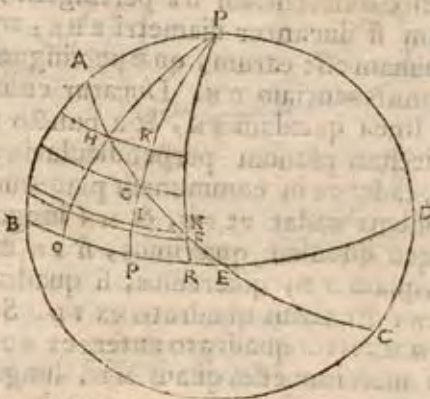
THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

His præmissis demonstrabimus id, ad quod hæc assumpta sunt.

Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, & hunc duo circuli maxi- A
mi ad rectos angulos secant, quorum alter quidem sit parallelorum vnus, alter vero obliquus ad parallelos. A circulo autem obliquo æquales circumferentiæ assumantur deinceps ad easdem partes maximi parallelorum, perque diuisionum puncta, & per polum maximi circuli describantur, abscindant hi inæquales circumferentias maximi parallelorum, & quæ maximo circulo primum posito propinquior est, semper remotiore erit maior.

Hoc loco nonnulli arbitrantur apponi ad rectos angulos, quoniam & in præcedenti theoremate demonstratur ex ijs, quæ in spherica assumuntur, apponi oportere ad rectos angulos.

Si enim exponamus circulum ABCD qui per polos spheræ transsit, & duos maximos circulos BED, AEC ipsum secantes, quorum BED quidem sit vnus parallelorum, AEC vero ad parallelos obliquus: deinde a circulo AEC æquales circumferentias abscindamus FG, GH: & per puncta FGH parallelus ipsi BED describamus, non omnino secabunt circumferentiam AB, nisi sit AE non maior quadrante. Præterea ostenditur in spherici apponi ad rectos angulos, vt sit quadrantis circumferentia, alij autem apponi arbitrantur ad rectos angulos in sexto theoremate, propterea quod, vt inquirunt, per præcedens demonstratur. ibi vero utile est ad rectos angulos, quod valde est inusitatum: dicet enim aliquis nequaquam per præcedens theorema, vbi utile est hoc apponi, demonstres, siquidem & alia demonstratio, quæ præcedente non vtitur, proprium ostendit, aliqui vero existimant ob hoc apponi, describentes enim parallelus circulos, & ponentes ipsi KG æqualem KL; perque L parallelum circulum LX describentes, ita argumentantur. Quoniam AEC, BED circulum ABCD ad rectos angulos secant, erit BE quadrantis circumferentia, ergo LX minor est quadrante proprii circuli, vt dicant. Quoniam igitur in circuli XL recta linea, quæ incipit a puncto X recta portio insistit XL, & quæ ipsi continuata est, diuiditurque insistens portionis circumferentia in partes inæquales ad L, atque est minor, quam dimidia erit recta linea, quæ a puncto X ad L ducitur, omnium minima. ad hoc putant utile esse illud, ad rectos angulos, vt XL minor sit, quam dimidia insistens portionis. quod est absurdum. siue enim sit maior quam dimidia, siue minor; siue dimidia, quod propositum est contingit. Nam si in circulo, vt PH ducatur recta linea diametro parallela, quemadmodum communis sectio circulorum PX, LX, quæ incipit a puncto X, parallela ei, quæ a puncto H incipit, & in ipsa portio insistat, vt XL, sumaturque in portione quoduis punctum, vt L: recta linea ab L ad X ducta minor est omnibus, quæ ab L ducitur ad circumferentiam, quæ inter diametrum, & ipsi parallelam interijcitur, pertingunt: vt mox demonstrabimus. quare non propter hoc apposti sunt circuli ad rectos angulos. Sed quoniam contingit, quando AB sit quadrantis circumferentia, maiorem omnino fieri OP, quam PR, quando autem maior, vel minor, interdum quidem maiorem fieri OP, quam PR, interdum minorem, interdum vero ipsi æqualem, hoc enim deinceps ostendetur.

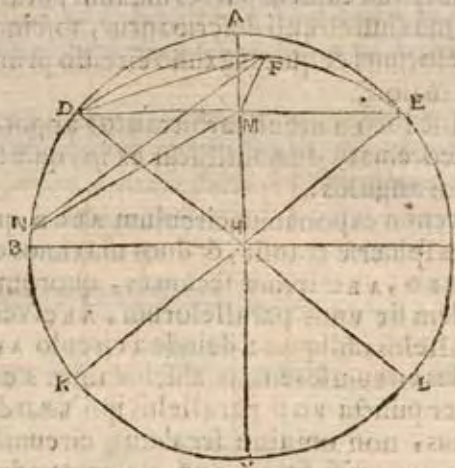


A Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos secant, quorum, &c.] *Hoc est sextum theorema tertij libri sphaericorum Theodosij. sed in Græco codice desiderantur ea verba $\alpha\pi\epsilon\sigma\tau\epsilon\sigma\ \epsilon\phi\theta\alpha\varsigma$, non enim Pappus negat hæc apponi, sed longe alia ratione, atque nonnulli arbitrati sunt.*

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Ostendendum autem nunc sit lemmation, quod in ipsum assumitur.

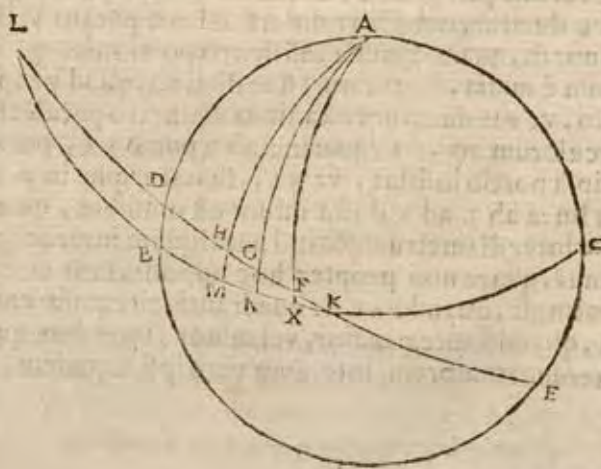
Sit ABC circulus, cuius diameter BC , & huic parallela ducatur DE in ipso vero DE insistat circuli portio ad circulum ABC recta, in qua sumatur punctum F , & DE iungatur. Dico FD non solum minimam esse rectarum linearum, quæ a puncto F ad circumferentiam DE pertingunt, sed etiam si ducantur diametri BHK , DHL , minimam esse earum, quæ pertingunt ad circumferentiam DK . Ducatur enim recta linea quædam FN , & a puncto F ad subiectum planum perpendicularis agatur, cadet ea in communem planorum sectionem: cadat ut FM , & MN iungatur. Itaque quoniam quærimus, si FN maior sit, quam FD , quæremus, si quadratum ex NF sit maius quadrato ex FD . Sed quadrato quidem ex NF æqualia sunt quadrata ex NM , MF . quadrato autem ex FD æqualia sunt quadrata ex DM , MF . Dico igitur NM maiorem esse, quam MD . iungatur MH , & ad puncta XA producat. erit AX circuli ABC diameter. atque erit, MX maxima, minima vero MA , & quæ centro propinquior est, remotiore erit maior. ergo MN maior est, quam MD .



THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIII.

His præmonstratis ostendendum sit theorema, quando per polum, & per abscissas à circulo obliquo æquales circumferentias circuli describuntur.

In sphaera enim maximum circulum ABC duo circuli maximi BC , DE ad rectos angulos secant, quorum BC quidem sit vnus parallelorum, DE vero ad parallelum obliquus, abscindanturque æquales circumferentiæ FG , GH , & polus parallelorum sit A , & maximi circuli AM , AN , AX , describantur. Ostendendum est circumferentiam MX maiorem esse. appositum est ad rectos angulos ut fiat problema. compleantur circuli BC , DE ad L , & cum BD sit circum-



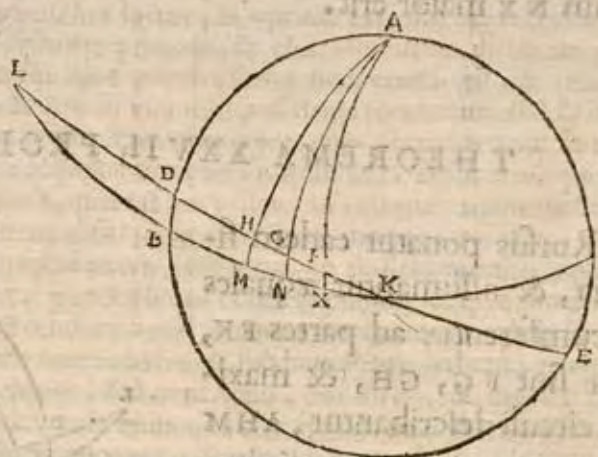
ferentia

ferentia quadrantis, sed & DL ; erit LH maior, quam FK . Quoniam igitur duo circuli $maximi$ CED , EDL semutuo secant, & circuli CBL polus est A ; describunturq; maximi circuli AM , AN , AX ; & FH maior est, quam FK , & HG æqualis GF ; erit & MN quam NX maior ex ijs, quæ ante demonstrata sunt atque illud est, quod ostendere oportebat.

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXIV.

Itaque dico si non apponatur ad rectos angulos, non fieri ea, quæ in propositione continentur.

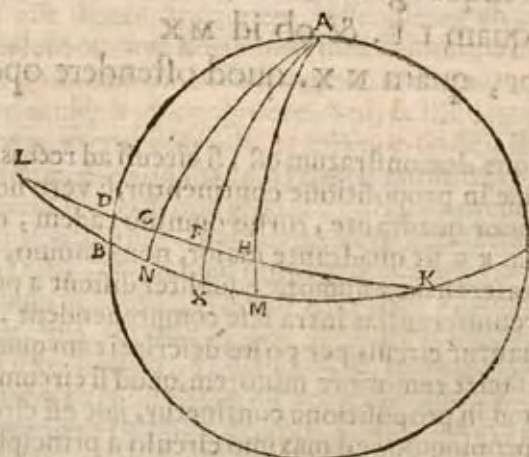
Ponatur eadem, & sit κD quadrante minor. fiet & hoc pacto problema, absceindantur enim æquales circumferentiæ FG, GH & circuli AM, AN, AX describantur. Quoniam igitur κD minor est quadrante, semicirculi autem KL : erit LD quadrante maior. maior igitur est LH , quam KF . & ideo MN maior, quam NX . quod ostendendum fuerat.



16. huius

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXV.

Ponatur eadem figura, vt sit $\kappa\delta$ maior quadrante: sit autē quadrans $\kappa\epsilon$. erunt abscissæ circūferentiæ æquales, siue assumantur ex vtraq; parte ipsius ν , siue ad partes $\epsilon\delta$, siue ad partes $\epsilon\kappa$. assumantur enim ex vtraq; parte ipsius ϵ , & sint $g\epsilon$, ϵh : describanturque maximi circuli, & circuli bc , ed compleantur. Itaque quoniam semicirculi est κl , & $\kappa\epsilon$ quadrantis, & reliqua $l\epsilon$ quadrantis erit, æqualis igitur $l\epsilon$ ipsi $\epsilon\kappa$; quarum $g\epsilon$ est æqualis ϵh . ergo reliqua $l g$ reliquæ $h\kappa$, ac propterea νx ipsi $x m$ est æqualis. quare si $\kappa\delta$ maior sit quadrante, & sit quadrantis $\kappa\epsilon$: ex vtraque autem parte ipsius ν æquales circumferentiæ assumantur, non fiet problema.



sphæra polos habentes, & rursus in æquali tempore similes circumferentias parallelorum, puncta pertranseunt; & quas circumferentias pertranseunt in æquali tempore, ipsæ similes sunt, siue rursus per polos sphæaræ, vel obliquum ad axem ponamus hæc eadem contingent. Quapropter in tota sphæra demonstrationes facit in his theorematibus. Quartum autem theorema vni tantum positioni congruit, quando maximus circulus reclus sit ad axem. nempe omnia puncta, quæcumque in sphæra sumuntur, neque oriri, neque occidere, quod & caracteristicum est, & proprium huius positionis.

Quintum Theorema, & ipsum caracteristicum est, & proprium positionis, quæ per polos sphæaræ. in nulla enim alia duarum positionum, omnia quæ sunt in superficie sphæaræ puncta & occidunt, & oriuntur, præterquam in hac sola.

Sextum theorema caracteristicum est, & ipsum reliquæ positionis, videlicet obliquæ ad axem. nulla enim aliarum positionum habet maximum circulum contingentem duos circulos æquales, & parallelos, quorum alter est in apparenti hemisphærio semper apparens, alter vero in occulto semper occultus. nam contingit quidam omnis circulus maximus in sphæra duos circulos æquales, & parallelos sed non semper apparentes, neque semper occultos. per pulchre igitur, & optima ratione Autolyceus vniuersalia theoremata præmittens, deinceps propria, & caracteristica dictarum positionum explicat, quæ scilicet in vnaquaque particulatim fieri contingit; & reliquæ, quæ communia sunt, theoremata, & quæ in vna sola positione seruantur, sed & in secundo deinceps ordine ponit. Mox igitur septimum theorema seruatur tum in recta positione, quæ est per polos, tum in obliqua ad axem. ostendimus enim nos, quomodo theorema seruari possit in positione, quæ est per polos. in reliqua autem positione seruari minime potest. quod neque orientur, quæ illic sunt, neque occidant. Octauum theorema dicitur in sola obliqua ad axem positione. in positione enim, quæ est per sphæaræ polos, quæ simul oriuntur puncta simul etiam occidunt: & quæ simul occidunt, simul oriuntur, siquidem illic omnes circuli secantes horizontem, ab ipso bifariam secantur, & semicirculos supra horizontem, & sub horizonte habent, quamobrem simul orientia, simul etiam occidunt; & è contrario. Similiter, & nonum theorema in eadem positione sola assumit. vult enim circulos ipsum contingentes nullum alium contingere, nisi eum, qui semper apparet. Decimum vero, & in positione, quæ est per polos, & in obliqua ad axem seruatur. sed ipse tantum mentionem facit demonstrationis, quæ fit in obliqua positione. nos autem ostendimus etiam in illa positione seruari. In recta quidem ad axem diximus quomodo qui transit per polos sphæaræ non erit bis reclus ad horizontem, sed semper reclus. In vndecimo theoremate difficiliorem positionem assumpsit, videlicet obliquam ad axem, cum dicat obliquus existens ad axem, & maiores contingit, quam qui a principio contingebat, sciens positionis per polos, quam ipse omisit, facilem esse demonstrationem. ostendimus enim nos, quomodo etiam in illa positione, secundum omnem horizontis locum, inter parallelos, quos contingit interiectum, ortus & occasus efficit. In duodecimo theoremate perspicuum est ipsum solum obliquæ positioni accidere, & congruere. Sed, & illud non ignorare oportet, maximos quidem circulos ad axem reclus plures esse non posse, sed vnus tantum, & vnus. per polos autem sphæaræ, & obliquos ad axem esse infinitos, & qui per polos sphæra omnes sphæaræ conuersa sibi ipsis congruunt. obliqui autem omnes non item, nisi qui eundem parallelum contingunt. parallelus autem eosdem, quos sphæra polos habet, atque est ad axem reclus. Numquid igitur propter hoc, & Autolyceus incipiens exponere, quæ consequuntur propria, & caracteristica vnicuique positioni, a simplicissima, & prima est orsus. ipsa autem est, quæ maximum circulum habet ad axem reclus. vnica quidem est hæc positio, vt diximus, & mutationem nullam recipit. post hanc ordine simpliciore exposuit, quæ est per polos sphæaræ, secundum quam diximus, infinitos circulos per sphæaræ polos describi posse, omnes sibi ipsi congruentes, propterea quod poli stabiles, & immutabiles sunt. alia autem positio habet hoc quidem in aliquibus, vt diximus, in aliquibus, vero non habet. hanc igitur tertiam in ordine posuit: aliam autem in secundo loco constituit. Hæc igitur dicta sunt ratine argumenti.

Quæritur autem in hoc libro, quod soluere necessarium est, quomodo puncta, quæ non sunt intra axem, sed in superficie sphæaræ circulos describant simul cum sphæra conuersa. Si enim puncta starent, & non simul cum sphæra conuerterentur, verisimile esset dicere lineam in superficie sphæaræ factam ab aliquo puncto, circuli circumferentia esse. Si autem rursus & sphæra conuerteretur, & punctum æqualiter ferretur, in ipsa

simul conuersum, derelictum quidem, vel sensim excurrans ad easdem partes sphaerae; & sic haberet aliquam rationem. derelictum enim a sphaera necessario loco permuens, continuitate quadam lineam gigneret in superficie sphaerae. Sensim vero excurrans eadem ratione circulum describere posset. Sed neque derelictum, neque sensim excurrans, semper autem eundem locum in sphaera tenens, ipsa conuersa admirabile forte videatur, quomodo circulum describat. necesse enim est eum, qui describit, circa stabile aliquod describere. Si autem id, circa quod describit, non stat, describere quomodo possit. omnia igitur puncta, quae in sphaera sunt, ipsa conuersa non stant, solus autem stat axis. & a puncto, quod semper fertur, ad stantem perpendicularis actu cum axe conuenit, videlicet in puncto. quare necesse est punctum, in quo rectae lineae conueniunt, stare: quoniam & ipse axis. & cum punctum quidem in axe sit, perpendicularis autem actu sit in sphaera. sphaera ipsa conuersa simul circumagere recta linea una cum solido termino, qui est in superficie sphaerae. stat autem punctum in axe. necesse igitur est circumacta hac recta linea simul cum sphaera, quatenus quidem sphaera fertur mota: quatenus vero terminatur stante, & non mutante terminos, ipsam in plano ferri. stat autem illud planum, in quo fertur, & non alibi est, quam in ipsa sphaera. Itaque quoniam planum stabile ponitur, in quo fertur dicta linea, & in ipso sumuntur duo quauis puncta, videlicet lineae motae termini, & quod est ad axem, & quod est ad superficiem sphaerae. fieri autem potest, ut in plano omni centro, & interuallo dato circulus describatur; centro quidem puncto, quod est in axe, interuallo autem puncto, quod in superficie sphaerae circulus descriptus in plano describetur, in quo fertur dicta linea. punctum igitur in axe stans causa fuit, cur circulus a puncto, quod est in superficie sphaerae describeretur quippe quod nisi aliquo stante describi non posset. quare non potest problema effici, nisi perpendicularis ad axem stantem actu sit. praeterea & illud sciendum est, quando perpendicularem agit ad axem, & planum quod per axem, & perpendicularem ducitur, producit tamquam in sphaera manente hoc efficiens, neque enim conuersa sphaera perpendicularis ad axem agi potest. oportet namque prius planum supponere, ut cum in eo existat recta linea, & quod vis punctum, a puncto ipso perpendicularis ad rectam lineam agatur. puncto autem lato in conuersione sphaerae, atque ad innumerabilia plana accidente, & stante recta linea, non potest ad ipsam agi perpendicularis. Sed quando punctum flet, & recta linea, tunc ipsis in plano intellectis, poterit a puncto ad rectam lineam perpendicularis duci.

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXVIII.

At vero perpendicularem a quouis puncto eorum, quae sunt in sphaera, ad axem ductam, intra sphaeram cum ipso conuenire sic demonstrabitur.

Sit enim sphaera, cuius axis AB, poli autem AB puncta: & sumatur in superficie sphaerae quoduis punctum C, ducaturque ad AB perpendicularis. Dico ipsam cum AB intra sphaeram conuenire. non enim, sed si fieri potest, conueniat cum ipsa extra in puncto D: sitque CD ad AB perpendicularis, & sumatur sphaerae centrum E, & BE iungatur. Quoniam igitur punctum E est sphaerae centrum, erit CE qualis EA ergo DE, quam BE est maior, & cum triangulum sit ECD & DE maior, quam BE, erit angulus ECD maior angulo EDC. Sed EDC est rectus, angulus igitur ECD maior est recto. ac propterea trianguli ECD duo anguli duobus rectis sunt maiores. quod fieri non potest. non igitur a puncto C ad AB perpendicularis ducta extra sphaeram cum ipsa conuenit. Similiter ostendemus neque conuenire ad axis terminos, videlicet ad AB. ergo conueniet intra sphaeram: perpendicularis igitur a puncto C ad AB ducta intra sphaeram, cadit, quod demonstrare oportebat.



In quar-

In quarto theoremate Theodosius falso exponitur. Cum enim demonstrasset diem NH maiorem esse die MP , similiter existimatur demonstrare, noctem, quæ præcedit diem NH , esse minorem nocte insequente diem MP . Sit enim ante ortum N occasus R , & ipsi RN æqualis ponatur PS , & sit facta ratio in subiecta figura. Siquidem igitur minor esset NH quam MP , licet, & tota ND , quam tota DP minor, & comparationes æqualium circumferentiarum NR , PS , similiter perficerentur. Nunc autem quoniam minor est ND , quam DM , maior autem NH , quam MP , non constat, & totam DN , tota DP minorem esse. potest enim, & æqualis fieri, & maior. At non existente minori ND non adhuc poterimus dicere circumferentiam NR in minori tempore



THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXIX.

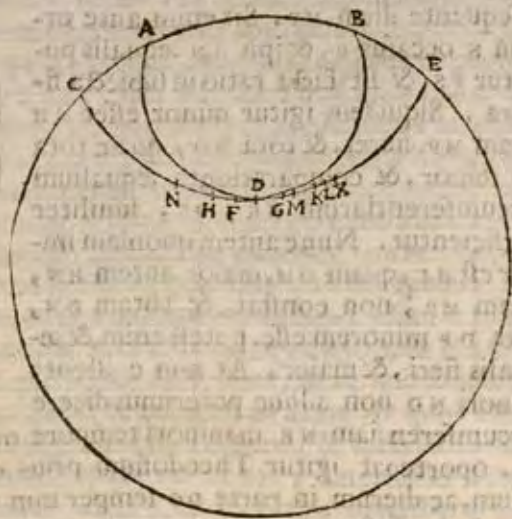
Nos autem à Theodosio omissum astronomico more ostendimus in hunc modum.

Oriatur enim Sol ad F , occidat autem ad G . sitque minor DE , quam OG . & sit H ortus, qui præcedit ortum F . & sit N ortus, præcedens occasum H . Sit præterea ortus K post occasum G , & occasus L post ortum K . & sit nox quidem HN minor nocte GK , dies autem HN die KL maior. Dico totam DN noctem tota DE minorem esse. Nam si non ita sit, vel æqualis erit, vel maior. Sit primum æqualis. Itaque quoniam minor est DE , quam OG , & HN , quam GK , erit tota DN minor, quam tota DK . Sit ipsi DN æqualis MO , est autem, & tota ND tota DL æqualis. ergo reliqua HN est æqualis reliquæ ML . Cum igitur Sol oriens ad N , occidat ad H in quo tempore Sol circumferentiam HN pertransit, ipsa HN pertransit apparet hemisphærium. in eodem autem tempore Sol pertransit HN , & ipsi æqualem ML , ergo in æquali tempore Sol pertransit ML , & HN apparet hemisphærium permutat. Sed in æquali tempore HN apparet hemisphærium permutat, & ipsa ML ; æquales enim sunt, ab æstivo contactu æqualiter distantes. In æquali igitur tempore Sol pertransit ML , & HN apparet hemisphærium permutat. At Sol quidem pertransit ML in eodem tempore, in quo utramque MK , KL pertransit. ML vero permutat apparet hemisphærium, in quo MK oritur, & KL apparet hemisphærium permutat. ergo in æquali tempore Sol utramque MK , KL pertransit, & MK quidem oritur, KL vero permutat apparet hemisphærium. quorum tempus in quo Sol pertransit KL est æquale tempore, in quo KL apparet hemisphærium permutat; oritur enim Sol ad K , & occidit ad L . reliquum

igitur tempus, in quo Sol pertransit mk æquale est tempori, in quo mk oritur. hoc autem fieri non potest. quæcumque enim circumferentiam sol in maiori tempore percurrit, quam ipsa oriatur, vel occidat; quod deinceps ostendemus. non igitur nd est æqualis dl .

Sit rursus nd , quam dl maior, & ipsi dn ponatur æqualis dx . posita autem est, & dn ipsi dm æqualis. ergo reliqua nn reliquæ mx æqualis erit, & in æquali tempore Sol pertransit nn , & nn apparens hemisphærium permutat. in quo autem tempore Sol pertransit nn , in hoc & ipsam mx : & in quo nn apparens hemisphærium permutat, in hoc & mx . In æquali igitur tempore Sol pertransit mx , & mx permutat apparens hemisphærium. Sed Sol quidem pertransit circumferentiam mx in eodem tempore, in quo vnamquamque circumferentiarum mk , kl , lx pertransit. Circumferentia igitur mx permutat apparens hemisphærium in eodem tempore, in quo mk oritur, kl hemisphærium permutat, & lx occidit. tempus autem in quo Sol pertransit kb est æquale tempori, in quo kl apparens hemisphærium permutat. reliquum igitur tempus, in quo Sol pertransit mk æquale est tempori, in quo mk oritur. & tempus, in quo pertransit lx est æquale tempori, in quo lx occidit. quod fieri non potest; siquidem omnem circumferentiam Sol in maiori tempore percurrit, quam ipsa oriatur, vel occidat. quare nd non est maior, quam dl . ostensum autem est neque esse æqualem. ergo nd quam dl minor erit. similiter ostendemus etiam in ijs, quæ sequuntur. Itaque his ante demonstratis, & Theodosij demonstratio procedit, quemadmodum diximus.

At vero omnem circumferentiam in maiori tempore Solem pertransire, quam ipsa oriatur, vel occidat, nunc ostendemus. videbitur autem hoc aliquibus manifestum esse, & demonstratione non indigere. Quoniam enim Sol in anno circulum percurrit; ipse autem circulus in nocte, & die oritur, fit tempus, in quo Sol circulum percurrit, multiplex temporis eius, in quo Sol oritur. Itaque cum in maiori tempore Sol circulum percurrat, quam ipse circulus oriatur, & particulares circuli circumferentias Sol in maiori tempore percurrat, quam ipse circumferentiæ oriatur, vel occidant. quare manifestum est propositum, & maiori consideratione non indiget, ad quod dicendum est, si particulares Zodiaci circumferentiæ, quare æquales sunt, in æquali tempore orientur, vel rursus occiderent, manifestum nobis esset, quod dicitur. æqualiter enim oriretur circulus, & sic tempora inter se compararentur, quoniam, & sol æqualiter motus in æquali tempore æquales circumferentias percurrit. Nunc autem Sole æqualiter percurrente circulum, & in ipso circulo inæqualiter ortus, & occasus faciente, nobis dicere non licebit, cum tempus, in quo Sol percurrit circulum maius sit tempore, in quo circulus ipse oritur, maius esse tempus particulare, in quo Sol aliquam permeat circumferentiam, quam tempus in quo illa circumferentia & oritur, & occidit. Quibus ita se habentibus non adhuc perspicuum est, omnem circumferentiam in maiori tempore Solem percurrere, quam ipsa oriatur, vel rursus occidat. Vnde autem quoniam non contingit, ut Sol quidem totum circulum percurrat in maiori tempore, quam ipsi circulus oriatur, tempora autem particularia, in quibus Sol vnamquamque circumferentiam circuli percurrit, minora sint temporibus particularibus, in quibus vnaquæque circuli circumferentia oritur. Illud enim in aliquibus motibus fieri non posse ex hoc constat.



Fieri namque potest, ut circa datam rectam lineam applicato quocumque spacio, quod quadrato excedat, maius spacio quadrato excedens, & rursus minus applicetur, & hoc infinite. In hac igitur magnitudo applicata augetur infinite, & infinite minuitur.



THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXII.

Eorum vero, quæ infinite augentur, non autem infinite minuuntur, est id, quod fit in descripto triangulo.

Si enim sit triangulum ABC , & AC bifariam secetur in B , ducaturque per B recta linea FE , erit triangulum FG maius triangulo ABC . & rursus ducta HE , triangulum BHK triangulo FG maius erit. & semper ductis rectis lineis infinite, augebitur triangulum. numquam tamen ducta linea triangulum efficiet minus triangulo ABC . Hac igitur magnitudo augetur quidem infinite, non autem infinite minuitur, sed est aliqua magnitudo minor triangulo ABC , quæ non est triangulum.



THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIII.

At eorum, quæ non augentur infinite, infinite autem minuuntur, est id, quod contingit in recta linea in circulum aptata, non enim quacumque proposita magnitudine maiorem in circulum aptare possumus, nam cum determinata sit magnitudo diametri, non licet eam maiorem aptare. diminutio autem infinite fieri potest, etenim quacumque recta linea minorem aptare licet. Idem etiam constat ex eo, quod non omne datum spaciū ad datam rectam lineam applicatur, deficiens figura quadrata, siquidem applicatum spaciū infinite augeri non potest: cum sit aliquod spaciū, quo maius applicare non possumus. minueat autem possumus omni spacio proposito minus applicare. quæ quidem magnitudo applicata consideratur in ijs, quæ non augentur infinite, sed infinite minuuntur.

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXIV.

Eorum denique, quæ neque infinite augentur, neque infinite minuuntur, sunt quædam magnitudines determinatæ, velut hoc, quod sequitur.

R. v. s.

Usque

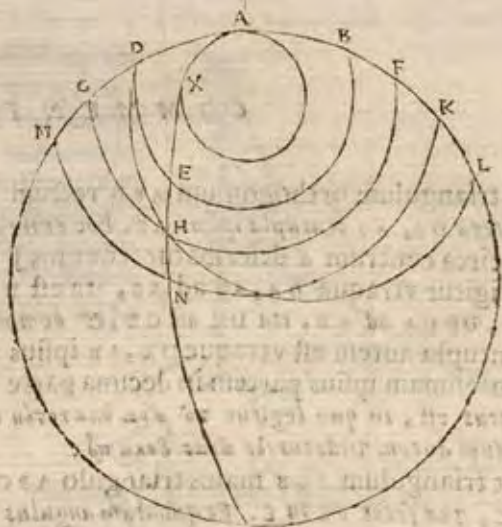
Usque ad circumferentiam circuli CBD in E, & DL iungatur. erit angulus CED æqualis angulo CED. Sed angulus interior CLD minor est exteriori CKD. angulus igitur CBD angulo CKD est minor. & ita quocumque alio minor demonstrabitur. Ex quibus constat angulum CAD omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BB, AF asperantur, maximum esse, & CBD minimum.

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXV.

His igitur præmissis nunc demonstrabimus Zodiaci velocitatem diminutam nunquam velocitate Solis minorem esse: sed quamcumque circumferentiam Zodiaci Solem in maiori tempore pertransire, quam ipsa oriatur, vel rursus occidat.

Sit enim horizon quidem AB, æstivus tropicus BED zodiacus DHL maximus autem parallelorum KNM sitq; principium Cancræ in occasu, & abscindatur quæpiam Zodiaci circumferentia DH. Dico Solem in maiori tempore circumferentiam DH pertransire, quam ipsa DH occidat. describatur enim per H maximus circulus HX, qui circumulum arcticum contingat. Et quoniam sphaeræ diameter ad diametrum æstivi tropici potestate eandem habet proportionem, quam 629 ad 529. etenim recta linea a centro sphaeræ ad centrum tropici ducta, longitudine eam proportionem habet ad semidiametrum tropici, quâ

B 10. ad 23. erit sphaeræ diameter minor, quam dupla diametri tropici. quare dupla diametri sphaeræ minor erit, quam quadrupla diametri tropici. Sed dupla diametri sphaeræ ad diametrum circuli BED maiorem proportionem habet, quâ circumferentia MN ad DH circumferentiâ ex 12. theoremate tertij libri sphaericorum. ergo circumferentia MN multo minor erit, quam quadrupla circumferentiæ DH. Et quoniam Mundi velocitas velocitatis Solis maior est, quam quadrupla, & Mundus quidem per circumulum KNM, Sol autem per DHL fertur, in quo tempore sol pertransit circumferentiam DH, in hoc punctum N maiorem circumferentiam, quam MN pertransit: etenim N æquæ velociter, atque Mundus fertur. In maiori igitur tempore Sol pertransit circumferentiam DH, quam N ad M perueniat. Describatur per H parallelus circulus GH. in æquali autem tempore N ad M peruenit, & H ad G. Similes enim circumferentiæ sunt MN, HG. ergo in maiori tempore Sol circumferentiam DH pertransit, quam H perueniat ad G. In quo autem tempore H peruenit ad G circumferentia DH occidit. in maiori igitur tempore Sol pertransit, H quam DH occidat. Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipsi æqualis, & opposita, quæ est post Capricornum, oritur, & æquales ipsas circumferentias sol in æquali tempore pertransit. quare, & in maiori tempore Sol pertransit circumferentiam, quæ est post Capricornum, quam ipsa oriatur, fecimus autem mentionem de his Zodiaci circumferentijs, quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tempore oriri. Cum igitur circumferentia, quæ a contactu Cancræ in maiori tempore occidere ostensa sit, quam reliquæ omnes circumferentiæ Zodiaci circuli, atque ostensa sit in minori tempore occidere, quam ipsam Sol pertranseat, multo magis reliquæ circumferentiæ in minori tempore occident, quam ipsas sol pertranseat. Rursus quoniam circumferentia, quæ est a contactu Capricorni in maiori tempore oritur, quam reliquæ omnes Zodiaci circumferentiæ, ostensa est autem in minori tempore oriri, quam ipsam Sol percurrat, multo magis reliquæ circumferentiæ Zodiaci in minori tempore orientur, quam ipsas Sol percurrat.



COMMENTARIVS.

Et quoniam sphaerae diameter ad diametrum aestiui tropici potestate eandem habet A
proportionem, quam 629. ad 529. etenim recta linea a centro sphaerae ad centrum tro-
pici ducta longitudine proportionem habet ad semidiametrum tropici, quam 10. ad 23.]
Sinus enim rectus maxima declinationis Solis, videlicet graduum 23 $\frac{1}{2}$. est 23. 9. 24. ea-
rum partium, quarum semidiameter sphaerae est 60000 & sinus rectus residui maxima decli-
nationis. hoc est semidiameter tropici est 55023. habet autem 2 924. ad 55023. eandem
ferè proportionem, quam 10. ad 23.

Erit sphaerae diameter minor, quam dupla diametri tropici] Habet enim sphaera dia- B
meter ad diametrum tropici eam ferè proportionem, quam 25 $\frac{1}{2}$. ad 23.

Et quoniam Mundi velocitas velocitatis Solis maior est, quam quadrupla] Velocita- C
tes enim inter sese eandem habent proportionem, quam tempora, in quibus idem spatium per-
curritur, conuerso tamen modo. Nam cum Sol in anno Zodiacum percurrat, Zodiacus autem
in die naturali oriatur, vel occidat, Mundi velocitas ad Velocitatem Solis erit, vt tempus
annuum, ad vnius diei tempus. Velocitas igitur Mundi maior est, quam quadrupla veloci-
tatis Solis. est enim maior, quam trecentum sexagintupla.

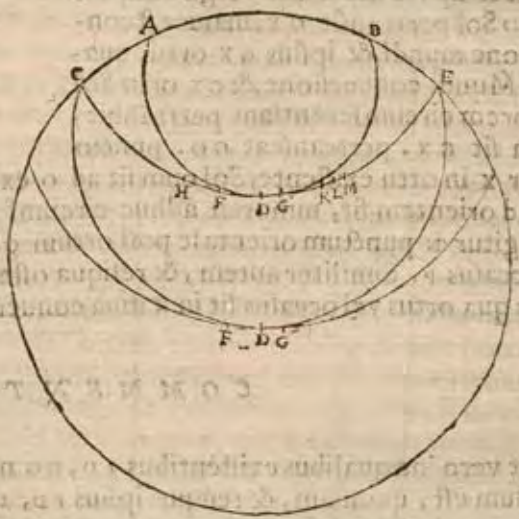
Similes enim sunt circumferentiae NM, HG] Ex 13. secundi libri sphaericorum Theo- D
dosij.

Sed inaequali tempore occidit DH, & circumferentia ipsi aequalis, & opposita, quæ E
est post Capricornum oritur] Ex 11. phenomenon Euclidis.

Quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tempore oriri] F
Ex 12. & 13. phenomenon Euclidis.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVI.

Quod si F sit occasus, & G or-
tus. erit circumferentiae FG tem-
pus, in quo ipsam Sol noctu per-
transit. At vero inaequalibus exi-
stentibus FD, DG, non fieri me-
dia nocte conuersionem perspi-
cium est, quoniam, & tempus ip-
sius FD, quam Sol percurrit, est
inaequale. Constat etiam FDG
circumferentiae noctem maximam
esse omnium earum, quæ in anno
contingunt, cuius principium est
aestiuæ conuersio, quippe cum in
maximo tempore circumferentia
FDG occultum hemisphaerium per-
mutat.



THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXVII.

Ostendenda autem nunc sint, & quæ ex vtraque parte.

Sitque primum FD maior, quam DG, & sit ipsius F occasus ortus H: & circumfe- C
rentiae FH aequalis sit KG circumferentia. in aequali igitur tempore Sol circumferen-
tias FH, KG pertransit. Sed in quo tempore pertransit FH, ipsa FH apparens hemi- D
sphaerium permutat. In minori autem tempore FH apparens hemisphaerium permu- E
tat, quam KG. ergo in minori tempore Sol pertransit circumferentiam KG, quam KG
apparens hemisphaerium permutat. In quo igitur tempore KG apparens hemisphae-
rium

rium permutat, Sol circumferentiam pertransibit maiorem circumferentiam $\kappa\epsilon$. pertransseat circumferentiam $g\iota$. Itaque cum punctum κ in occidente sit, Sol existens ad ι supra terram erit. Vt igitur pertineat ad occidentem, circumferentiam quandam pertransibit. pertransseat $l\mu$. ergo in quo tempore $g\mu$ permutat apparet hemisphaerium, in hoc & Sol ipsam $g\mu$ circumferentiam pertransit, atque est $g\mu$ maior quam fh , quare dies in semicirculo db maiores sunt diebus, qui in semicirculo cd contingunt. Hoc igitur demonstrari potest, quemadmodum in elemento. Sed quoniam fd est maior, quam dg , & fh quam gm minor, hd ad dm nullam habet comparisonem. quare demonstratio similiter non procedet, nisi demonstrauerimus in portione dc utraque dies ac noctes utrisque diebus, ac noctibus in portione de maiores esse. oportet igitur nos praedicta uti demonstratione, ut & noctes inter se comparentur.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XXXVIII.

Itaque sit ante h ortum occasus p . & h ipsi quidem fd aequalis ponatur dk ipsi vero pf aequalis kx . Et quoniam pf est aequalis kx , in aequali tempore Sol utramque ipsarum pertransibit. in quo autem tempore pertransibit fp , Mundi conuersio fit, & ipsius fp occasus. Sed tempus, in quo kx oritur, est aequale tempori, in quo occidit pf . tempus igitur, in quo Sol pertransit kx , est conuersionis mundi tempus, & ortus kx circumferentiae. tempus autem, in quo Sol circumferentiam κg pertransit, maius est tempore ortus κg . ergo tempus, in quo Sol pertransit gx , maius est conuersione mundi, & ipsius gx ortu. quare in Mundi conuersione, & gx ortu Sol minorem circumferentiam pertransibit, quam sit gx . pertransseat go . puncto igitur x in ortu existente, Sol cum sit ad o exortus iam est. & ob id in quo tempore Sol ad orientem sit, minorem adhuc circumferentiam percurreret, quam go . sit gn . erit igitur n punctum orientale post ortum g . & nox , cuius ortus n minor nocte cuius occasus p . Similiter autem, & reliqua ostendentur. & si qua instantia fiat, in figura, in qua ortus vel occasus sit in aestiua conuersione, similiter soluitur.



COMMENTARIUS.

- A At vero inaequalibus existentibus fd , dg non fieri media nocte conuersionem perspicuum est, quoniam, & tempus ipsius fd , quam Sol percurrat, est inaequale.] *Ex his, quae tradit Theodosius in quarto Theoremate primi libri de diebus, & noctibus.*
- B Constat etiam fdg circumferentiae noctem maximam esse omnium earum, quae in anno contingunt, cuius principium est aestiua conuersione. quippe cum in maximo tempore circumferentia fdg occultum hemisphaerium permutet.] *Vera haec sunt de nocte, in quam fit hy. malis conuersione, quae ex quarto theoremate iam dicto manifesto apparet.*
- C Sitque primum fd maior, quam dg , & ipsius f occasus, ortus h .] *Redit ad aestiuam conuersionem. atque est fdg circumferentia noctis, in qua ea contingit.*
- D Sed in quo tempore pertransibit fh ipsa fh apparet hemisphaerium permutat.] *Græcus codex. ἀλλ' ἐν αὐτῇ τῇ διαφορῇ ἐταρ ἡ ζη παραλάσσει τοῦ φανερῶν ἡμισφαίριον. loca ζη videtur legendum ζθ.*
- E In minori autem tempore fh apparet hemisphaerium permutat, quam κg .] *Est enim κg conuersioni aestiuae propinquior.*
- F Hoc igitur demonstrari potest, quemadmodum in elemento.] *Per elementum fortasse intelligit Theodosij libros de diebus, & noctibus, vel potius Euclidis phenomena.*

LIBER SEXTVS.

211

Nisi demonstrauerimus in portione de utraque dies, ac noctes, &c.] In Græco co- G
dice legitur. ἐν τῷ δ α τμήματι. sed legendum arbitror ἐν τῷ δ γ τμήματι.

Et ipsi quidem ED aequalis ponatur DK, ipsi vero PF aequalis KX.] Græcus codex. H
ἐκείνῳ τῷ μὲν ζ δ ἴση ὁ δ κ, τῆς δὲ π ζ ἴσης τῇ κ ξ. legendum autem videtur. τῷ δ ε
π ζ ἴση ὁ δ ξ.

Sed tempus, in quo KX oritur est aequale tempori, in quo occidit PF] K

Tempus autem, in quo Sol circumferentiam KG pertransit, maius est tempore or- L
tus KG] Ex his, quæ Pappus supra demonstrauit.

Quare in Mundi conuersione, & GX ortu Sol minorem circumferentiam pertransi- M
bit, quam sit GX] Græcus codex ἐν ἀπὸ κίρκου περιτροπῇ καὶ τῆς η ξ ἀνατολῆς, γίνεται ὁ
ἄλιος, &c. expungendum est illud Ve lumen γίνεται.

Pertranseat GO] Græcus codex. διελευσέτω τὴν η δ. sed legendum puto τὴν κ ο. N

Aristarchus in libro de magnitudinibus, & distantijs Solis, & Lunæ
sex ponit, nempe hæc.

Primum, Lunam a Sole lumen accipere, secundum, Terram puncti, ac centri habere
rationem ad sphaeram Lunæ tertium, cum Luna dimidiata nobis apparet, vergere in no-
strum visum circulum maximum, qui Lunæ opacum, & splendidum determinat. Quar-
tum, cum Luna dimidiata nobis apparet, tunc ipsam a Sole distare minus quadrante,
quadrantis parte trigesima, pro eo, quod est, distante partes octoginta septem. he enim
minores sunt quam nonaginta partes quadrantis, partibus tribus, quæ sunt trigesima
pars nonaginta. Quintum vmbra latitudinem esse duarum Lunarum. Sextum, Lu-
nam subtendere quintamdecimam partem signi.

Harum autem positionum, prima quidem, tertia, & quarta ferè cum Hipparchi, &
Ptolemei positionibus consentiunt, Luna enim a Sole semper illuminatur, præterquam
in ecclipsi, quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbra, quam Sol oppositus a ter-
ra iacit, conicam formam habentem, & circulus determinans lacteum, quod est ex illumi-
natione Solis, & cineritium, qui proprius Lunæ color est, haud differens a maximo cir-
culo in dimidiatis ad Solem constitutionibus, quam proxime ad quadrantem in Zodia-
co conspectum, ad visum nostrum vergit. hoc enim circuli planum, si producatur, etiam
per visum nostrum transibit, quaecumque positionem habeat Luna primæ, vel secun-
dæ dimidiatæ apparitionis. reliquas autem positiones discrepantes comperiunt dicti
mathematici, propterea quod neque terra puncti, ac centri rationem habet ad Lunæ
sphaeram secundum ipsos, sed ad sphaeram inerrantium stellarum. neque vmbra lati-
tudo sit duarum diametrorum Lunæ, neque ipsius Lunæ diameter subtendat circumfe-
rentiam maximi circuli, secundum mediam eius distantiam, quintamdecimam partem
signi, videlicet partes duas. Hipparcho enim diameter Lunæ circulum hunc sexcen-
ties, & quinquagies metitur. & circulum vmbra metitur bis, & semis secundum me-
diam distantiam in coniunctionibus. At Ptolemæo diameter ipsius Lunæ secundum A
maximam quidem distantiam subtendit circumferentiam 0. 31. 20. secundum minimam
vero 0. 35. 20. & diameter circuli vmbra secundum maximam Lunæ distantiam 0. 40. B
40. secundum minimam 0. 46. vnde ipsi differentes rationes tum distantiarum, tum ma-
gnitudinum Solis, & Lunæ collegerunt. Aristarchus autem dictas positiones secutus
verbum ita scribit.

Itaque colligitur distantiam Solis a terra maiorem quidem esse, quam duodecigini- C
tuplam distantia Lunæ: minorem vero quam vigintuplam, & eandem proportionem
habere Solis diametrum ad diametrum Lunæ, quod habetur ex positione, quæ est cir-
ca dimidiatam Lunam. Solis autem diametrum ad diametrum terræ in maiori propor-
tione esse, quam 19. ad 3. & minori, quam 43. ad 6 ex ratione distantiarum, & posi-
tione circa vmbra, & ex eo, quod Luna quintamdecimam signi partem subtendit.

Colligitur, inquit, vt deinceps, velut qui hæc paulo post demonstraturus sit lemma-
ta ad demonstrationes vtilia præmittens. Ex quibus omnibus concludit, Solem ad D
terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6859. ad 27. minorem vero,
quam 79507. ad 216. Terræ diametrum ad diametrum Lunæ in maiori proportionem
esse, quam 108. ad 43. & minori, quam 60. ad 19. Terram vero ad Lunam in maiori
esse proportionem, quam 1259712. ad 79507. & minori, quam 216000. ad 6859. At
Ptolemæus in libro quinto magnæ constructionis demonstrauit, quarum partium se-
midiamter terræ est vnus, earum Lunæ maximam distantiam in coniunctionibus esse.

6410. & Solis 1210. semidiameter Lunæ o. 17. 33. & semidiameter Solis 5. 30. ergo quarum partium diameter Lunæ est vnus, earum diameter quidem terræ est 3².
H Solis autem 18⁺. terræ igitur diameter tripla est diametri Lunæ, & adhuc duabus quintis maior. Solis diameter diametri quidem Lunæ duodeuigintupla est, & adhuc maior
K quattuor quintis, diametri autem terræ quintupla, & adhuc dimidio maior. ex quibus & solidorum corporum proportionēs manifestæ sunt. Quoniam enim cubus vnus est
L 1. cubus autem 3². est earundem 39⁺. proxime, & cubus 18⁺. similiter 6644⁺. proximè, quarum partium Lunæ solida magnitudo est vnus, earum magnitudo terræ erit 39⁺. & Solis 6644⁺. quare magnitudo Solis centies, & septuagies proximè terræ magnitudinem continet, & hæc hætenus dicta sit, comparationis causa dictarum magnitudinum, & distantiarum. Describemus autem vnum lemma ex ijs, quæ traduntur in quartum theorema eiusdem libri inquisitione dignum,

C O M M E N T A R I V S.

- A** At Ptolemæo diameter ipsius Lunæ, secundum maximam quidem distantiam subtendit circumferentiam o. 31. 20. secundum minimam vero o. 35. 20.] Hoc est subtendit circumferentiam minorum 31. & 20. secundorum, ut nunc loquuntur. Græcus autem codex κατὰ δὲ Πτολεμαίων, &c. κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ὄψημα ο λ α κ. κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λ ε κ. Sed legendum videtur, κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ὄψημα ο λ α κ. κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λ ε κ.
B Et diameter circuli ymbrae secundum maximam Lunæ distantiam o. 40. 40 secundum minimam o. 46.] Græcus codex ἡ δὲ διάμετρος τῆς κύκλου τῆς σκιάς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ὄψημα τῆς σελήνης α. μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ὄψημα μς. Sed videtur legendum μ. μ. Vel ο. μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ὄψημα μ ε λ η. quemadmodum in codice Ptolemæi impresso legitur.
C Colligitur igitur distantiam Solis a terra maiorem quidem esse, quam duodeuigintuplam distantiae Lunæ] In Græco codice Aristarchi ita scriptum πυννιτὺρ ἐπιλογίζεσθαι ὅτι τὸ πῶς ἡλίου ὄψημα ἀπὸ τῆς γῆς, τῆς τῆς σελήνης ὄψιματος μείζον μὲν ἢ ἐκτωκαίδεκαπλάσιον. ἐλασσον δὲ ἢ ἐκκοσάπλάσιον διὰ τῆς πρὸς τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως. ἢ αὐτὸν δὲ λόγον ἔχον ἢ τῆς ἡλίου διάμετρον πρὸς τῆς σελήνης διάμετρον ἢ δὲ τῆς ἡλίου διάμετρον πρὸς τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν, ἢ ὅν τα' ι θ. πρὸς γ. θ' α λασσονα δὲ ἢ ὅν μ γ. πρὸς ε. διὰ τῆς ἀρεθίντος πρὸς τὰ ὄψιματα λόγον τῆς πρὸς τὴν σκίαν ὑποθέσεως, καὶ τῆς τῆς σελήνης ὑποπεντακαίδεκατον μέρος ζωδὶς ὑποτείνειν.
D Ex quibus omnibus concludit Solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6856. ad 27. minorem vero, quam 79507. ad 216.] Græcus codex συναγῆ δ' ἐκ πάντων, &c. ἐλασσονα δὲ λόγον ἢ δ' τα' μ θ ς ζ. πρὸς ις. lege ἐλασσονα δὲ λόγον ἢ ὅν τα' μ θ ς ζ πρὸς σ ις.
E Tertiam vero ad Lunam in maiori esse proportionem, quam 1259712 ad 79507. & in minori, quam 216000. ad 6859.] Græcus codex ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ὅν τα' σ κ ε μ ν. θ ς ι β. πρὸς μ θ ς ζ. ἐν ἐλασσονι δὲ ἢ ὅν μ κ α σ. πρὸς, ις α ι θ. legendum autem ut puto. ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ, ἢ ὅν τα' μ κ ε θ ς ι β πρὸς μ θ ς ζ. ἐν ἐλασσονι δὲ ἢ ὅν μ κ α. σ ω ι θ.
F Quarum partium semidiameter terræ est vnus, earum Lunæ maximam distantiam in conuersionibus esse 6410. & Solis 1210.] Græcus codex τοῖς τῶν τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ἑ συζυγίαις μέγιστον ὄψημα ξ δ γ. τὸ δὲ τῆς ἡλίου α ω ι lege ex Ptolemæi codice ξ δ ι. τὸ δὲ τῆς ἡλίου α σ ι.
G Semidiameter Lunæ o. 17. 33. & semidiameter Solis 530.] Græcus codex ἡ δὲ ἐκ τῆς κέντρων σελήνης τὸ ι ζ. λ γ. ἢ δὲ ἐκ τῆς κέντρων τῆς ἡλίου ο ις μ. videtur autem legendum ἢ δὲ ἐκ τῆς κέντρων σελήνης ο. ι ζ. λ γ. ἢ δὲ ἐκ τῆς κέντρων τῆς ἡλίου ε λ.
H Terræ igitur diameter tripla est diametri Lunæ, & adhuc duabus quintis maior] Græcus codex καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἀπὸ διάμετρος τῆς σελήνηνακτὴς πεντάπλασια εἶναι καὶ τοῖς γῆ μείζον lege ex Ptolemæo. καὶ τοῖς βε μείζον.
K Diametri autem terræ quintupla, adhuc dimidio maior] Græcus codex ἡ τῆς δὲ γῆς πενταπλάσια, &c. delenda est dictio ἡ.
L Et cubus 18⁺. similiter 6644⁺. proxime] Græcus codex ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ι κ. καὶ δὲ ὁμοίως ε χ μ δ ι ἐγγιστα lege ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ε η. καὶ δὲ ὁμοίως ε χ μ δ ι ἐγγιστα.
M Et Solis 6644⁺.] Græcus codex τὸ δὲ τῆς ἡλίου μ γ χ δ ι. lege τὸ δὲ τῆς ἡλίου ε χ μ δ ι.

Quare

Quare magnitudo Solis centies, & septuagies proxime terre magnitudinem continet]
Græcus codex ἑκατόντα καὶ εβδομηκονταπλάσιον μείζον ἄρα ἔγγιστα τὸ τῆς ἡλίου τῆς τῆς γῆς.
legendum πητο. ἑκατοντακαὶ εβδομηκονταπλάσιον ἄρα ἔγγιστα τὸ τῆς ἡλίου τῆς τῆς γῆς.

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XXXIX.

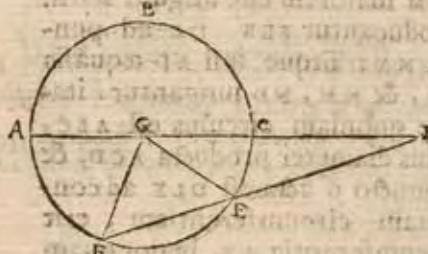
Sit circulus ABC , cuius diameter producta ACD , centrum B , a puncto E ipsi ACD ad rectos angulos ducatur BEF . ab ipso autem D ducatur DH , circulum ABC contingens: & dimidiæ ipsius FH æqualis ponatur ad utrasque partes C , videlicet KC , CL , iunganturque KD , DL , FD . Dico angulum KDL angulo FDH maiorem esse, præmittuntur autem hæc.



THEOREMA XL. PROPOSITIO XL.

Sit circulus ABC , cuius diameter producta ACD : & a puncto D ducatur quæpiam recta linea DEF . Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem esse.

Sumatur enim circuli centrum G & GF , GE iungantur; erit angulus ad F angulo ad E æqualis. & quoniam triangulum est GFD , & angulus exterior AGF maior est interiori, & opposito eo, qui ad F , hoc est eo, qui ad B : angulus autem ad B maior est angulo DGE propterea quod est extra triangulum; erit angulus AGF angulo BGD maior, & sunt ad centrum. circumferentia igitur AF maior est circumferentia CE , quod demonstrare oportebat.

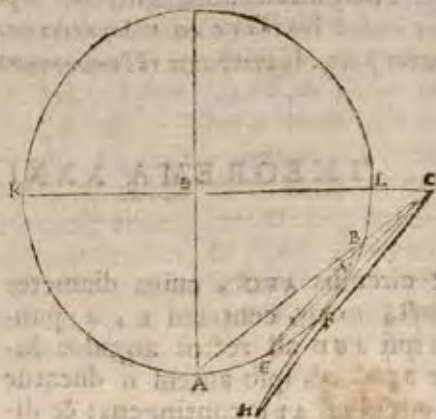


THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus AB , cuius centrum D , & extra circulum punctum C , ducanturque CDK , & circulum contingens CF . deinde per D centrum A ad rectos angulos ipsi KL diametro agatur DA . seceturque AF circumferentia bifariam in puncto E . & CBA , CGE iungantur. Dico angulum BAC angulo EGF maiorem esse.

Iungan-

Iungantur enim EB, FG ; & quoniam
 8. quinti. EB maior est, quam FG , & BC minor,
 21. tertij. quam CG , habebit EB ad BC maiorem pro-
 portionem, quam FG ad GC . itaque fiat
 ut EB ad BC , ita FG ad GC , & EC iun-
 gatur. Quoniam igitur anguli ABE, EGF
 inter se æquales sunt, quod & circumfe-
 rentia AB circumferentiæ EF , & reliqui
 13. primi. anguli EEC, EGC æquales: & circa æ-
 6. sexti. quales angulos latera sunt proportiona-
 lia: erit triangulum BBC triangulo HGC
 æquiangulum. ergo anguli ACE, BCH
 inter se æquales sunt. angulus igitur ACH
 angulo ECF est maior.

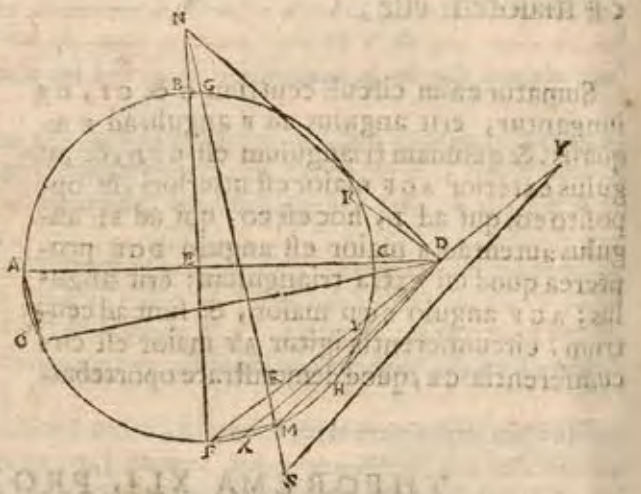


COMMENTARIUS

- A Ducaturque CDK , & circulum contingens CF] *Græcus codex* $\chi \delta \mu \chi \theta \alpha \nu \eta \gamma \delta$, $\delta \chi$
 lege $\chi \delta \mu \chi \theta \alpha \nu \eta \gamma \delta \kappa$.
 B Et CEA, CGE iungantur] *Græcus codex* $\chi \epsilon \alpha \zeta \epsilon \nu \chi \theta \alpha \nu \alpha \nu \alpha \iota \gamma \beta \alpha$, $\gamma \eta \epsilon$. lege $\chi \epsilon \alpha \zeta \epsilon \nu \chi \theta \alpha \nu \alpha \iota \gamma \beta \alpha$, $\gamma \eta \epsilon$.
 C Quod & circumferentia AB circumferentiæ EF] *Græcus codex* $\epsilon \tau \iota \iota \chi \alpha \iota \alpha \epsilon \iota \phi \epsilon \rho \eta \alpha \nu \alpha \epsilon$
 $\alpha \epsilon \iota \phi \epsilon \rho \eta \alpha \varsigma \tau \eta \varsigma \epsilon \zeta$. lege $\alpha \epsilon \iota \phi \epsilon \rho \eta \alpha \tau \eta \varsigma \epsilon \zeta$.

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico an-
 gulum KDL angulo FDH maiorem esse.

Secetur circumferentia FE bi-
 fariam in puncto M , & iungatur
 MD . constat igitur ex eo, quod
 proxime ostensum est, angulum
 FDM maiorem esse angulo MDH .
 producantur FEB, DL ad pun-
 cta NX : sitque ipsi AD æqualis
 NF , & NM, ND iungantur. ita-
 que quoniam circulus est ABC ,
 cuius diameter producta ACD , &
 40. huius. a puncto D acta est DLX ad con-
 cauam circumferentiam, erit
 circumferentia AX , maior quam
 circumferentia CL . Sed CL est
 æqualis FM , vtrique enim est
 circumferentiæ FH dimidia, cir-
 cumferentia igitur AX maior est,
 quam FM . Ponatur ipsi FM æqua-
 lis circumferentia AO , iunganturque AO, OD , & quoniam circumferentia AFO se-
 micirculi æqualis est circumferentiæ semicirculi FCB , quarum AO est æqualis MF , erit
 & reliqua OC reliquæ MB æqualis. sed circumferentiæ quidem OC insitit DAO an-
 gulus, circumferentiæ vero MB insitit angulus NFM . ergo angulus DAO est æqua-
 lis angulo NFM . atque est vterque recto minor, & cum AD sit æqualis FN , & AO ipsi
 FM , duæ DA, AO duabus NF, FM æquales sunt, & angulus DAO est æqualis angulo
 4. primi. NFM . quare & basis OD basi NM , & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: an-
 31. tertij. gulus igitur ADO est æqualis angulo FNM . Rursus quoniam semicirculi circumferen-
 tia est FAB , erit FA, BG semicirculo maior, cui insitit angulus FMG , ergo FMG
 19. primi. angulus maior est recto, & ipsi subtenditur recta linea FR , angulo autem acuto RFM
 subtenditur RM . quare FR maior est, quam RM . itaque producat RM ad S : & ipsi
 FR æqualis ponatur RS . Et quoniam tota ACD æqualis est toti FBN , quarum AB est
 æqua-



æqualis EF : erit reliqua BD ipsi EN æqualis: ideoque angulus BDN est æqualis an- 5. primi.
gulo END & NDR maior angulo DNR . quare latus NR latere RD est maius. Produ- B
catur RD ad Y , ponaturque ipsi NR æqualis RY , & SY iungatur. Quoniam igitur
 FR est æquali RS , & NR ipsi RY , duæ FR , KN duabus SR , RY æquales sunt: & an-
gulus FRN æquali angulo SRV , quod sint ad verticem. ergo & basis NR basi SY , &
reliqui anguli reliquis angulis æquales. quare angulus RFN est æqualis angulo RSV .
sed angulus RMD maior est angulo RSV , cum sit extra triangulum angulus igitur RMD C
angulo RFN est maior: est autem & FRN angulus æqualis angulo MRD , quare & reli- D
quus ENR maior reliquo RDM . At ostensum est angulum ENR angulo NDX esse æ-
qualem. angulus igitur ADO angulo RDM est maior, ac propterea ADX angulus mul-
to maior est angulo RDM . anguli autem ADX duplus est angulus KDL , & anguli RDM
minor, quam duplus ostensus est angulus FDH . ergo KDL angulus angulo FDH ma-
ior erit.

COMMENTARIUS.

Et ipsi subtenditur recta linea FR] Recta enim linea NM secat RD in puncto R . A
Quare latus NR latere RD est maius] Angulus enim NDR cum sit maior angulo BDN , B
ipso DNR multo maior erit, quare, & latus NR latere RD est maius.
Sed angulus RMD maior est angulo RSV] Græcus codex. ἀλλὰ τὸ πρὸς $μ$ μείζον ἐστὶ C
τῆς $ἐν$ $ρ$ $σ$ $υ$. lege ἀλλὰ τὸ $ἐν$ $ρ$ $μ$ $δ$.
Angulus igitur RMD angulo RFN est maior] Græcus codex. καὶ τὸ $ἐν$ $μ$ $ρ$ $δ$ ἀπὸ $μ$ $ι$ - D
ζῶν ἐστὶ τῆς $ἐν$ $ρ$ $ζ$ $υ$. lege καὶ τὸ $ἐν$ $ρ$ $μ$ $δ$.

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos
angulos sit ipsi plano, neque semidiametro æqualis, maior autem, vel
minor, inæquales semidiametri circuli apparebunt, præmittuntur au-
tem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia ABC , DEF rectos angulos habentia ad
 AD , & BC ad CA maiorem proportionem habeat, quam EF ad FD .
Dico BCA angulam angulo EFD maiorem esse.

Quoniam enim BC ad CA
maiorem proportionem ha-
bet, quam EF ad FD , & po-
testate, diuidendoque, & lon-
gitudine, habebit BA ad AC
maiorem proportionem, quā
 ED ad DF . Fiat ut BD ad DF , sic GA ad AC . manifestum est enim GA minorem esse, B
quam AB , & GC iungatur. triangulum igitur AGC simile est triangulo DEF , & ACG C
angulus angulo DEF æqualis. ergo angulus ACB maior est angulo DEF . D

COMMENTARIUS.

Et potestate, diuidendoque, & longitudine habebit BA ad AC maiorem propor- A
tionem, quam ED ad DF] Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem, quam EF
ad FD , habebit quadratum ex BC , hoc est quadrata ex BA , AC , que ipsi sunt æqualia, ad
quadratum ex CA maiorem proportionem, quadratum ex BE , hoc est quam quadrata ex BD
 DE ad quadratum ex DE . ergo & diuidendo quadratum ex BA ad quadratum ex AC maio-
rem ha-

rem habet proportionem, quamquod sit ex ED quadratum ad quadratum ex DF , & ideo recta linea EA ad ipsam AC maiorem habet proportionem, quam ED ad DF .

B Manifestum est enim GA minorem esse, quam AB] Ex 8. quinti elementorum.

C Triangulum igitur AGC simile est triangulo DEF] Ex 6. sexti elementorum.

D Ergo angulus ACB maior est angulo DPE] Possumus etiam, conuersam huius ita demonstrare.

Maneant enim eadem, quæ prius, & sit angulus BCA maior angulo BFD . Dico BC ad CA maiorem habere proportionem, quam EF ad ED .

Quoniam enim angulus BAC maior est angulo FED , ad rectam lineam AC , & ad punctum in ea C constituitur angulus ACG equalis angulo FED ergo & reliquis AGC reliquo DEF est equalis, & triangulum triangulo simile. quare GA ad AC est ut ED ad DF , & ob id quadratum ex GA ad quadratum ex AC est, ut quadratum ex ED ad quadratum ex DF , & componendo quadrata ex GA , AC ad quadratum ex AC , ut quadrata ex ED , DF ad quadratum ex DF . sed quadrata ex BA , AC maiora sunt quadratis ex GA , AC quadrata igitur ex BA , AC , hoc est quadratum ex BC ad quadratum ex AC maiorem proportionem habet, quam quadrata ex GA , AC ad quadratum ex AC , hoc est quam quadrata ex ED , DF , videlicet quadratum ex BF ad quadratum ex FD . ergo BC ad CA maiorem habet proportionem, quam EF ad ED . quod oportebat demonstrare.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à sublimi puncto A ad subiectum planum perpendicularis AB , cui in puncto B occurrat. sit autem in plano recta linea CD , & à puncto B ad CD perpendicularis agatur BD ; iungaturque AD . Dico & AD ad ipsam DC perpendicularem esse.

Sumatur in recta linea CD quoduis punctum e & AC , CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicularis est ad subiectum planum angulus ABC rectus erit. ergo quadratum ex AC est æquale quadratis ex AB , BC . quadrato autem ex BC æqualia sunt quadrata ex BD , DC . quadratum igitur ex AC est æquale quadratis ex AB , BD , DC . sed quadratis ex AB , BD æquale est id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD , DC æquale erit, ac propterea rectus est angulus ADC . recta igitur linea AD ad ipsam DC est perpendicularis, quod demonstrare oportebat.

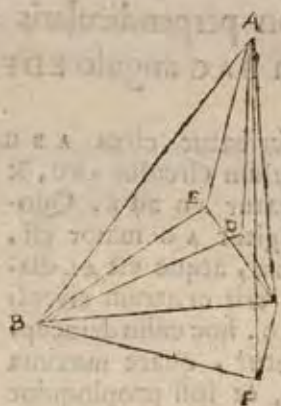


THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLIV.

A puncto sublimi A ad subiectum planum recta linea ducatur AB , quæ ad planum non sit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipsi occurrens in C , iungaturque CB . Dico angulum ABC minimum esse omnium, qui continentur recta linea AB , & qualibet earum, quæ a puncto B in subiecto plano ducuntur, atq; cum, qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem. duos autem tantum æquales constitui ad utrasque ipsius partes.

Ducatur

Ducatur enim quæpiam recta linea BD in subiecto plano, & a puncto c ad ipsam perpendicularis agatur CD : & AD iungatur. est igitur AD ad DB perpendicularis ob id, quod proxime ostensum fuit. Et quoniam rectus est angulus ACD , maior est DA , quam AC . ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AD , & sunt anguli BCA , BDA recti. maior igitur est BAC angulus angulo BAD ex eo, quod ante demonstratum est. quare reliquus angulus ABC minor est angulo ABD . Similiter ostendemus angulum ABC omnibus alijs minorem esse. minimus igitur est angulus ABC .



19. primi.
8. quinti.
42. huius

Dico etiam angulum, qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem. Ducatur enim quædam recta linea BE in subiecto plano, atque a puncto c ad ipsam perpendicularis agatur CE , & AE iungatur, ergo AB ad AE est perpendicularis. Et quoniam rectus angulus BEC est æqualis recto CEB , angulus autem BCD maior est angulo BCE ; habebit BC ad CE maiorem proportionem, quam BC ad CA . multo igitur maior est BC , quam CD . & est CA ad CE æqualis CA ad AD . ergo BA maior est quam AD : & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam AD ad AB . suntque anguli AD DE recti. ergo angulus BAD maior est angulo BAE . angulus igitur ABD angulo ABE est minor. Dico ad CB rectam lineam, atque ad punctum in ea F in subiecto plano angulus CBF æqualis angulo CBD , & a puncto c ad BF perpendicularis ducatur CF , & AF iungatur. Quoniam igitur angulus CBD æqualis est angulo CBF . est autem & rectus CDB æqualis recto CEB , & latus CB utrique triangulorum commune, erit & BD æqualis BF , & CD ipsi CF est etiam AC perpendicularis ad utramque DC , CF . ergo & AD est æqualis AF . Quod cum DB sit equalis BF , communis autem BA , & basis DA æqualis FA ; angulus ABD angulo ABF æqualis erit. Eodem modo ostendemus angulo ABD nullum alium constitui equalem. angulus igitur ABC minimus est, & qui ipsi propinquior semper remotiore est maior. duo autem tantum æquales ex utraque parte constituuntur.

COMMENTARIUS.

Angulus autem BCD maior, & angulo BCE] Nam cum recta linea BE sit extra ipsam BD , angulus BCD minor est angulo BCE . quare BCD angulus angulo BCE maior erit.

Habebit BC ad CE maiorem proportionem, quam BC ad CA] Quoniam enim triangula BDC , BEC orthogonia sunt, atque est angulus BCD maior angulo BCE , habebit BC ad CD maiorem proportionem, quam BC ad CE ex conuersa 42. huius, quam nos demonstrauimus. ergo conuertendo ex 26. quinti DC ad CB minorem proportionem habebit, quam BC ad CA : ac propterea BC ad CB minorem proportionem habet, quam DC ad CE .

Quare BA maior est, quam AD] Nam cum BC maior sit, quam CD , erunt quadrata ex BC , CA maiora quadratis ex DC , CA . sed quadratis ex BC , CA æquale est quadratum ex AB , & quadratis ex DC , CA æquale est quadratum ex AD . ergo quadratum ex BA maius est quadrato ex AD . & ob id recta linea BA , quam AD est maior.

Ergo angulus BAD maior est angulo BAE] Ex 42. huius.

Erit & BD æqualis BF , & CD ipsi CF] Sunt enim triangula BDC , BEC inter se similia, quare ut CB ad DB ita CB ad BE , & permutando ut CB ad seipsam, ita DB ad BE . ergo BD ipsi BE est æqualis, & eadem ratione DC est æqualis CF .

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.

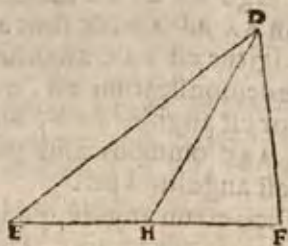
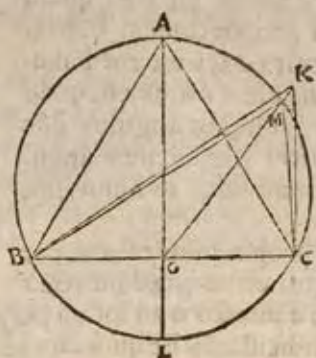
Sint duo triangula ABC , DEF , quæ BC , EF æquales habeant, secenturque BC , EF bifariam in punctis GH ; & iungantur AG , DH , quæ etiam inter se sint æquales. & sit AO quidem ad BC perpendicularis, DH vero

Ec

ro non

ro non perpendicularis ad EF: sitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem esse.

Describatur circa ABC
 triangulum circulus ABC, &
 producat AG ad L. Quo-
 niam igitur AG maior est,
 quam GB, atque est AL dia-
 meter: erit centrum circuli
 inter AG. hoc enim deinceps
 ostendetur. quare maxima
 est AG, & ipsi propinquior
 remotiore maior est. Consti-
 tuatur angulo DHF æqualis
 angulus CGM. ergo AG, hoc
 est DH maior est, quam GM.
 ponatur ipsi DH æqualis GK, & BK, KC iungantur. erit angulus EDF æqualis an-
 gulo BKC. Sed angulus BAC angulo BHC est maior. angulus igitur BAC angulo EDF
 maior erit.



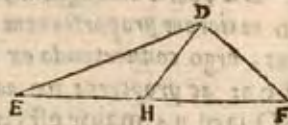
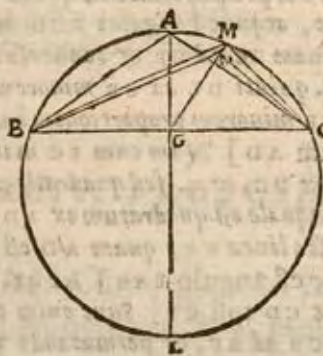
COMMENTARIUS.

- A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps ostendetur] In 47. huius.
 B Quare maxima est AG, & ipsi propinquior remotiore maior est] Ex 7. tertij libri ele-
 mentorum.
 C Sed angulus BAC angulo BKC est maior] Iungantur BM, MC. erit angulus BMC. æ-
 qualis angulo BAC ex 21. tertij elementorum, & 21. primi maior angulo BKC. angulus igi-
 tur BAC angulo BKC est maior.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Isdem positis sit AG minor, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF minorem esse.

Constituatur angulus CGM
 æqualis angulo DHF. Et quo-
 niam AG minor est, quam GB
 & est diameter AL, centrum
 circuli erit inter LG. ergo
 minima est AG, & GM maior
 quam AG, hoc est quam DH.
 ponatur ipsi AG æqualis GN.
 & BN, NC iungantur. æqualis
 igitur est angulus EDF angulo
 BNC. sed angulus BNC maior
 est angulo BAC. ergo angulus
 EDF angulo BAC est maior.



COMMENTARIUS.

- A Centrum circuli erit inter LG] Quod in sequenti ostenditur.
 B Ergo minima est AG, & GM maior, quam AG] Ex 7. tertij elementorum.
 C Sed angulus BNC maior est angulo BAC] Iunctis enim rursus BM, MC, erit angulus
 BMC æqualis angulo BAC, & angulo BNC minor. ex quo sequitur angulum BAC angulo
 BMC hoc est angulo EDF esse minorem, quod demonstrare oportebat.

THEO-

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus ABC , cuius diameter AB , & in ipsa sumpto quouis puncto D , ducatur DC utrumque, & sit AD maior, quam DC . Dico AD etiam ipsa DB maiorem esse.

Iungantur AC , CB . & quoniam angulus ACD est maior angulo CAD , erit reliquus DCB reliquo DBC minor. ergo maior est CD , quam DB . est autem, & AD maior, quam DC . multo igitur maior est AD , quam DB . Quod si AD sit minor, quam DC , similiter ostendemus & AD ipsa DB maiorem esse.

A
B
C
D
E

COMMENTARIUS.

Et quoniam angulus ACD est maior angulo CAD Ex 18. primi, ponitur enim AD maior, quam DC .

Erit reliquus DCB reliquo DBC minor] Nam cum angulus ABC rectus sit equalis B duobus angulis DAC , DBC sitque angulus DCA pars recti maior angulo DAC , erit reliqua eius pars DCB minor angulo DBC .

Ergo maior est CD , quam DB . Ex 19. primi.

Multo igitur maior est AD , quam DB] Ex hoc constat circuli centrum esse inter AD , D quod demonstrandum fuit.

Quod si AD sit minor, quam DC , similiter ostendemus & AD ipsa DB minorem esse] Sitenim AD minor, quam DC , & similiter iungantur AC , CB . angulus igitur DCA minor est angulo DAC , & ideo reliquus DCB reliquo DBC maior erit. ergo DC minor est, quam DB . Sed AD est minor, quam DC . multo igitur minor est, quam ipsa DB , & circuli centrum inter DB continetur, quod demonstrare oportebat.

C
D
E

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus ABC ; cuius diameter AB , & in ipsa sumpto D puncto, ducantur DC , DE , sitque CD maior, quam DE . Dico AD ipsa DB maiorem esse.

Iungatur CE , & perpendicularis ad ipsam ducatur DF . maior igitur CF , quam FE . secetur CB bifariam in puncto G , & per G ducatur GH , quæ ipsi DF parallela sit. ergo GH perpendicularis est ad CE , & ipsam bifariam secat. in recta igitur linea GH est circuli centrum. Sed est etiam in AB . punctum igitur H circuli centrum erit, ac propterea AD quam DB est maior.

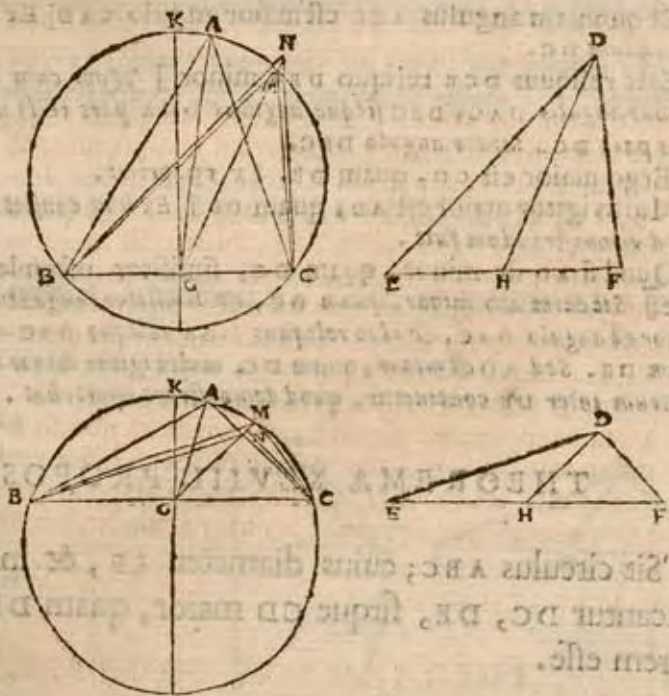
A
B
C

- A** Maior igitur est CF , quam FE] Quoniam enim CD maior est, quam DE , erit quadratum ex CD quadrato ex DE maius. Sed quadrato quidem ex CD aequalia sunt quadrata ex DF , FC quadrato autem ex DE aequalia quadrata DE , FE . quadrata igitur ex DE , FE maiora sunt quadratis ex DF , FE , & sublato communi quadrato ex DE , relinquetur quadratum ex CF maius quadrato ex FE . ergo recta linea CF , quam FE est maior.
- B** Ergo GH perpendicularis est ad CE] Ex 29. primi elementorum.
- C** In recta igitur linea GH est circuli centrum] Ex corollario primæ tertij elementorum.

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC , DEF , æquales habentia BC , EF , & secentur BC , EF bifariam in punctis G , H , iunganturque AG , DH , quæ etiam inter se sint æquales; & neutra ipsarum sit perpendicularis ad basim: angulus autem AGC sit maior angulo DHF . Dico si maior quidem sit AG , quam GC , etiam angulum BAC angulo EDF maiorem esse, si vero minor, esse minorem.

- A** Describatur rursus circa ABC triangulum circulus ABC , & a puncto G ipsi BC ad rectos angulos ducatur GK , quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior quam GC . ex eo igitur, quod ostensum fuit, KG maior est, quam GA , etenim maxima est GK , & ipsi propinquior semper remotiore est maior constituitur angulo DHF æqualis angulus CGM . ergo GA , hoc est DH maior est, quam GM . ponatur ipsi DH æqualis GN ; & BN , NC iungantur. angulus igitur BNC est æqualis angulo
- D** BDF , ideoque angulus BAC angulo EDF est
- E** maior. At si AG sit minor, quam GC , similiter demonstrabimus BAC angulum angulo EDF minorem esse, quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIUS

- A** Describatur rursus circa ABC triangulum circulus ABC] Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, sed tamen desiderari videbantur, vel saltem ex antedictis subintelligenda sunt.
- B** Quæ circuli diameter erit] Ex corollario primæ tertij elementorum.

Ex eo

Ex eo igitur, quod ostensum fuit KG maior est, quam GA , etenim maxima est GK , C & ipsi propinquior semper remotiore est maior] Quoniam enim AG maior est, quam GC erit ex antecedente KG maior, quam GL . ergo GK maxima est, & quæ ipsi propinquior semper remotiore est maior; & idcirco KG maior, quam GA . Græcus codex $\mu\epsilon\gamma\iota\sigma\tau\eta\ \alpha\pi\omicron\tau\eta\ \delta\epsilon\iota\chi\eta\ \eta\ \kappa\eta$. Vide ne legendum sit $\mu\epsilon\gamma\iota\sigma\tau\eta\ \gamma\alpha\rho\ \delta\epsilon\iota\chi\eta\ \eta\ \kappa\eta$.

Ideoque angulus BAC angulo BDE est maior] Angulus enim BMC , hoc est BAC est D maior angulo BNC , hoc est angulo BDE .

At si AG sit minor, quam GC , similiter demonstrabimus BAC angulum angulo BDE E minorem esse] Sint eadem, quæ prius, & constituatur angulus CGM equalis angulo DHF . erit ex iam demonstratis KG minor, quam GM , ergo KG minima est, & ipsi propinquior remotiore est minor. minor igitur est AG , hoc est DH , quam GM , ponatur ipsi AG equalis GN , & BN , NC iungantur. erit angulus BNC equalis angulo BDE . Sed angulus BMC , hoc est BAC minor est angulo BNC . angulus igitur BAC angulo BDE est minor.

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

Sit circulus ABC , cuius centrum E , & à puncto E ad rectos angulo circuli plano ducatur EF . Dico si in ipsa EF oculus ponatur, circuli diametro æquales apparere.

Hoc autem manifestum est, etenim omnes rectæ lineæ à puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter se æquales sunt, & æquales angulos continent. Sed non fit EF ad rectos angulos circuli plano. fit autem æqualis semidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F constituto, & sic diametros æquales apparere. Ducantur enim duæ diametri CD , BD , & iungantur AF , FB , CF , FD . Quoniam igitur tres EA , EC , EF æquales sunt, rectus est angulus AFC . eadem ratione & angulus BFD est rectus quare diametri AC , BD æquales apparent. Similiter ostendemus & alias omnes æquales apparere. Constat igitur si sit circulus & ab ipsius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, ubicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod si a centro ducta non sit ad rectos angulos circuli plano, fit autem æqualis semidiametro circuli, & ab ipsius termino diametri circuli æquales conspiciuntur. Ex quo manifestum est si sit in sphaera maximus circulus, & in superficie sphaeræ quomodocumque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros æquales videri.

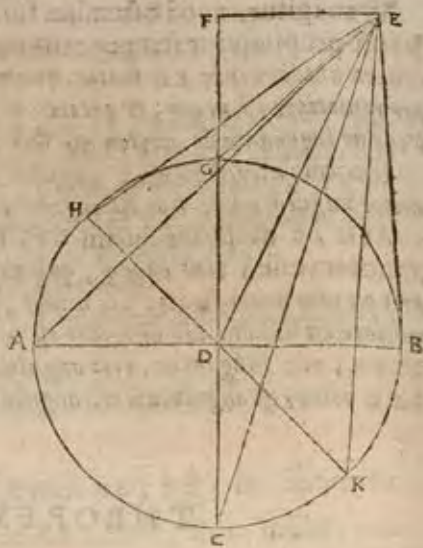


THEOREMA LI. PROPOSITIO LI.

Si sit circulus, & à centro ipsius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque semidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus statuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.

Sit cir-

- Sit circulus ABC , cuius centrum D , & à puncto D erigatur recta linea DE , vsque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis semidiametro circuli, & oculus ad E statuatur. Sit autem primum DB semidiametro circuli ABC maior. & à puncto B ad circuli planum A ducatur perpendicularis EF , iunctaque FGD producat in C . & per D ad rectos angulos ipsi GC ducatur AB . Dico maximam quidem apparere AB , minimam vero GC , & quæ propinquior est ipsi GC remotiore semper minorem videri, duas autem tantum videri æquales ad vtrasque ipsius partes. constat igitur BD ad AB perpendicularem esse. siquidem à puncto sublimi B ad circuli planum perpendicularis acta est BF , & ducta quavis recta linea AB à puncto B ad ipsam acta est perpendicularis FD , & iuncta est ED . constat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum esse, & qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem; duos autem tantum æquales ad vtrasque ipsius partes constitui. Itaque ducatur quedam recta linea HK . ergo ED non est perpendicularis ad HK . nam si perpendicularis sit, cum sit perpendicularis ad AB , erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non potest. non igitur BD perpendicularis est ad HK . iungantur BA , EB , BH , HK , EC , GC . Et quoniam duo triangula sunt EAB , EHK . bases AB , HK æquales habentia, quarum utique bifariam secatur in puncto D . & est ED eadem in utroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, estque ED maior, quam EA ; erit angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis alijs lineis eodem modo maior omnibus angulis demonstrabitur. Rursus quoniam duo triangula sunt EGC , BHK bases æquales habentia, & communem BD ; atque est BD ad neutram ipsarum GC , HK perpendicularis; maior autem est angulus EDH , etenim ostensum est angulum EDG minimum esse: & ED maior, quam DH ; erit angulus HEK angulo GEC maior, quod itidem ostensum fuit. Similiter ostendemus angulum GEC omnium minimum esse, ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex utraque parte ipsius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex utraque parte ipsius EDF æquales constituentur. Quod si ED minor sit, quam DA , similiter demonstrabimus GC quidam maximam videri, AB vero minimam, & quæ propinquior est ipsi AB remotiore semper minorem: duas autem tantum ex utraque parte ipsius GC , vel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipsis imaginem oculo representare, & centrum ipsius apparet ellipsis centrum, instantiam non parvam habet theorema. demonstrare etenim possumus aliquod aliud punctum in circulo lineæ, cuius imago representatur, centrum apparere: præmittitur autem lemmatum huiusmodi.

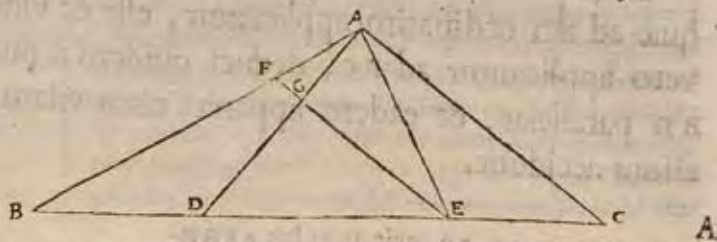


THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit ut recta linea BK ad KD , ita BH ad HD , & sit angulus BFH æqualis angulo HFD , iungaturque KF . Dico HKF rectum angulum esse.

Ducatur

Ducatur per h ipsi kh parallela chg , & producatur fd vsque ad g . Itaque quoniam, vt bk ad kd , ita est bh ad hd , erit permutando, vt kb ad bh , ita kd ad dh . Sed vt kb ad bh , ita fk ad ch . Vt igitur



fk ad ch , ita kd ad dh . Et vt kd ad dh , ita fk ad hg , æquiangula enim sunt triangula fdk , dgh . ergo fk ad vtranque ipsarum eandem proportionem habet, ac propterea ch est æqualis hg . & vt ch ad hg , ita cf ad fg . est igitur cf ipsi cg æqualis. Quod cum ch sit æqualis hg , communis autem fh , & basis cf æqualis cg , erit angulus chf æqualis angulo fhg ; & vterque ipsorum rectus. rectus igitur est & hfk angulus, quod cg , fk inter se parallelæ sint.

COMMENTARIVS.

Sed vt kb ad bh , ita fk ad ch] *Ex 4. sexti elementorum, similia enim sunt triangula fbk , cbh .*

Et vt kd ad dh , ita fk ad hg] *Ob similitudinem triangulorum fdk , dgh .*

Et vt ch ad hg , ita cf ad fg] *Ex 3. sexti elementorum, angulus enim cfg a recta linea fh bifariam secatur.*

Rectus igitur est & hfk angulus, quod cg , fk inter se parallelæ sint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuersa vtitur, non inutile erit eam quoque demonstrare, quæ est huiusmodi. Sit vt bk ad kd , ita bh ad hd , & sit angulus hfk rectus, iunganturque bf , fd . Dico angulum bfn angulo hfd æqualem esse.*

Ducatur per h ipsi fk parallela chg , & fd ad g producatur. similiter vt supra demonstrabitur ch æqualis hg , atq; erunt anguli chf , fhg recti inter se æquales, sunt autem due fh , hc æquales duabus fh , hg . ergo, & basis, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera subtenduntur: angulus igitur bfn angulo hfd est æqualis. Sed & aliam eiusdem conuersam hoc modo demonstrabimus.

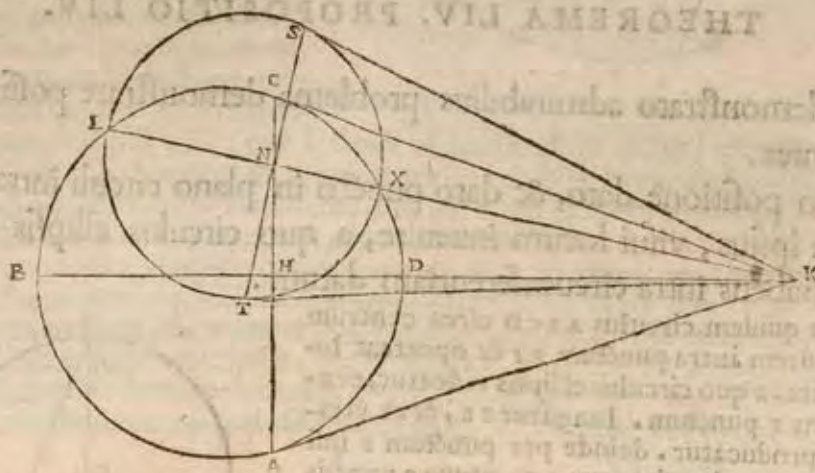
Sit trianguli hfk angulus ad f rectus, sitque angulus bfn æqualis angulo hfd . Dico vt bk ad kd , ita esse bh ad hd .

Ducatur rursus per h recta linea chg ipsi fk parallela; & fd producta conueniat cum ch in puncto g . Itaque quoniam angulus cfh ponitur æqualis angulo hfg . & angulus fhc æqualis est angulo fhg . sunt enim vtrique recti, nimirum æquales recto hfk , ob rectas lineas parallelas fk , cg . quare reliquus cfh est æqualis reliquo fhg ; & triangulum triangulo simile. cum igitur sit vt fh ad hc , ita fh ad hg ; erit ch ipsi hg æqualis. & ea-
dem ratione demonstrabitur fc æqualis fg . ergo vt fk ad ch , ita est fk ad hg . Sed vt
 fk ad ch , ita kb ad bh ob triangulorum fbk , cbh similitudinem, & vt fk ad hg ,
ita kd ad dh , nam similia inter se sunt triangula fdk , hdg . vt igitur kb ad bh , ita est
 kd ad dh , & permutando vt bk ad kd , ita bh ad hd . quod demonstrare oportebat.

THEOREMA LIH. PROPOSITIO LIH.

Hoc præmonstrato, sit circulus quidem $abcd$ circa centrum e : visus autem f non sit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto f ad planum circuli ducitur, videlicet fg non cadat in e centrum, iunctaque eg producatur ad puncta bk , & fd , fb iungantur. angulus autem bfd bifariam secetur à recta linea fh : ipsique db ad rectos angulos ducatur ahc . & ak , kc circulum contingant. Dico visu in f posito circulum $abcd$ ellipsim apparere, quæ centrum habeat punctum h (non vt quidem arbitrantur punctum o) axes autem coniugatos ac , bd , & quæ ad

planorum acta est FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planum per BC . Quoniam enim planum BFK rectum est ad planum circuli $ABCD$, & ad communem ipsorum sectionem BD acta est perpendicularis AC ; erit ex 4. definit. Undecimi AC perpendicularis ad planum BFK . Rursus cum AC existens in plano AFC sitq; perpendicularis ad HF communem sectionem planorum, nempe plani AFC , & plani BFK , sit perpendicularis ad planum BFK , sequitur ex eadem 4. definit. planum BFK rectum esse ad planum AFC . ergo KF , quæ in plano BFK perpendicularis est ad FH communem dictorum planorum sectionem, erit etiam ad planum AFC perpendicularis.



Atque est ut LK ad KX , ita LN ad NX . Describatur circa diametrum LX circulus G SLT , & per punctum N ipsi LK ad rectos angulos ducatur SNT , & SK , & KT iungantur. erit quadratum quidem ex NS . hoc est rectangulum SNT aequale rectangulo LNX . hoc est rectangulo CNA . quadratum vero ex NK aequale est duobus quadratis ex NH , HK , quorum quadratum ex NH una cum rectangulo CNA est aequale quadrato ex CH . ergo quadrata ex SN , NK , hoc est quadratum ex KS est aequale quadratis ex CH , HK . videlicet quadrato ex CK . Sed quadratum ex CK aequale est rectangulo EKD , hoc est rectangulo LKX . quadratum igitur ex KH rectangulo LKE est aequale, ac propterea KS circulum in ip um contingit, & ita demonstrabitur TK circulum contingere. ergo ex demonstratis a Pappo, ut LK ad KX , ita erit LN ad NX .

Aequalis igitur est angulus LEN angulo NFX . Ex his, quæ nos in antec. demonstrauimus.

Est autem & ut LF ad FX , ita LN ad NX . Ex 3. sexti elementorum. Græcus codex K $\alpha\gamma\iota\ \delta\alpha\nu\ \delta\epsilon\ \lambda\zeta\ \alpha\pi\acute{o}\varsigma\ \zeta\zeta$, $\eta\ \eta\lambda\ \alpha\pi\acute{o}\varsigma\ \nu\zeta$, lege $\eta\ \lambda\nu\ \alpha\pi\acute{o}\varsigma\ \nu\zeta$.

Erit LN ad NX , ita LH ad HM . Ex 2. sexti elementorum.

Ergo angulus LPH est æqualis angulo HFM . Ex eadem 3. sexti elem.

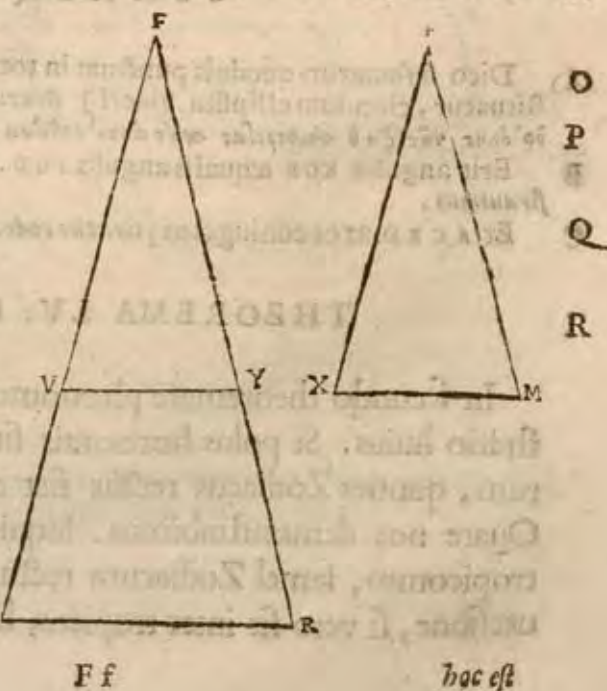
Itaq; dic. rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipsi BD parallelas apparere. Græcus cod. $\lambda\epsilon\gamma\omega\ \delta\tau\iota\ \phi\alpha\iota\acute{\nu}\omicron\upsilon\tau\alpha\iota\ \tau\eta\ \sigma\delta\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota$ ad $\delta\tau\iota\ \tau\delta\ \kappa\ \delta\iota\alpha\gamma\omega\mu\epsilon\nu\alpha\iota\ \text{lege}\ \tau\eta\ \beta\delta$.

Iunganturque OF , FP , FR . Græcus codex $\eta\ \pi\epsilon\tau\epsilon\zeta\iota\upsilon\chi\theta\iota\sigma\tau\alpha\nu\ \alpha\delta\ \theta\zeta$, $\zeta\pi$, $\zeta\rho$. legendum autem videtur $\alpha\delta\ \theta\zeta$, $\zeta\pi$, $\zeta\rho$.

Quoniam igitur ut LK ad LX , hoc est ut LR ad XM . Ob similitudinem triangulorum EKR , XKM .

Ita LF ad FX . Est enim ut LK ad KX , ita LN ad NX , & ut LN ad NX , ita LF ad FX . ergo ut LK ad KX , ita LF ad FX .

Erit angulus LFR æqualis angulo XFM . Describantur seorsum triangu- FLR , FXM ; & a rectis lineis FL , FR abscindantur æquales ipsis FX , FM , quæ sint FV , FY . Itaque quoniam FL , FR inter se æquales sunt, itemque FV , FY , quod & ipse FX , FM sint æquales, erit ut FV ad VL , ita FY ad YR . quare VY parallela est ipsi LR , & triangulum VFY simile est triangulo LFR . Ut igitur LF ad FV , ita LR ad VY . Sed ut LF ad FX ,



Ff

hoc est

hoc est ad EV ita erit ER ad XM . ergo LR ad VY eandem proportionem habet, quam ad XM , ac propterea XM est equalis VY . Quod cum due FX , FM sint equales duabus FV , FY . & basi XM basi VY , angulus XFM angulo VFY equalis erit. angulus igitur LFR angulo XFM est equalis.

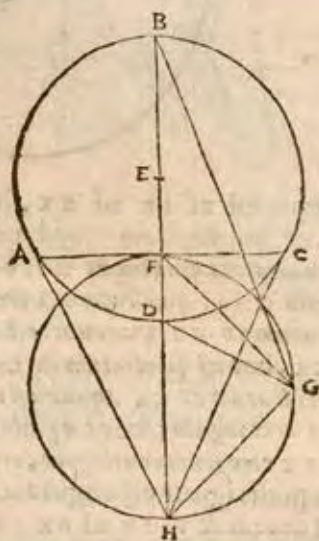
- R Et ideo angulus LFO angulo XFP equalis] Est enim angulus LFO anguli LFR dimidius, & angulus XFP dimidius anguli XFM . Græcus codex, χ η ν α λ ζ ρ α ι η ν τ ν α λ ζ ρ . lege χ η ν α λ ζ ρ α , &c.

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LIV.

Hoc demonstrato admirabilius problema demonstrare possumus, ita proponentes.

Circulo positione dato, & dato puncto in plano circuli intra circumferentiam ipsius, visui locum inuenire, a quo circulus ellipsis videatur, centrum habens intra circumferentiam datum.

- Sit datus quidem circulus $ABCD$ circa centrum E , datum autem intra punctum F : & oporteat locum inuenire, a quo circulus ellipsis videatur, centrum habens F punctum. Iungatur FB , & ex utraque parte producat. deinde per punctum F ipsi FE ad rectos angulos ducatur AC , atque a punctis A & C in plano circuli contingentes, ducantur AH , HC , & in BH semicirculus FGH describatur, ad circuli planum rectus. Dico si sumatur quoduis punctum in tota circumferentia FGH . & visus in eo constituitur, circulum ellipsim videri centrum habentem punctum F . Sumatur enim G punctum, & GB , GF , GD , GH iungantur. Itaque quoniam ob lineas contingentes, ut BH ad HD , ita est BF ad FD , & FGH angulus est rectus: erit angulus BGF equalis angulo FGD . quare BF ipsi FD equalis videtur. Constat autem & AF videri æqualem FD . Et similiter, ut supra demonstrabitur ellipsis apparentis centrum esse punctum F : & AC , BD axes coniugatos.



COMMENTARIUS.

- A Dico si sumatur, quoduis punctum in tota circumferentia FGH , & visus in eo constituitur, circulum ellipsim videri] Græcus codex. λ ϵ γ ω δ η ν α λ ζ ρ α ι η ν τ ν α λ ζ ρ . lege χ η ν α λ ζ ρ α , &c.
- B Erit angulus BGF equalis angulo FGD .] Quomodo hoc sequatur, nos supra demonstrauimus.
- C Et AC , BD axes coniugatos] Græcus codex χ σ υ ζ υ γ ν α λ ζ ρ α ι η ν τ ν α λ ζ ρ . lege χ η ν α λ ζ ρ α , &c.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LV.

In secundo theoremate phænomenon Euclidis prætermittitur demonstratio huius. Si polus horizontis sit inter tropicos, vel in aliquo ipsorum, quoties Zodiacus rectus fiat ad horizontem in vna conuersione. Quare nos demonstrabimus. Siquidem polus horizontis sit in aliquo tropicorum, semel Zodiacum rectum esse ad horizontem in vna conuersione, si vero sit inter tropicos, bis rectum esse.

Sit enim

Sit enim Horizon ABH , tropicus æstiuus CG , hyemalis BH , meridianus autem ADE , Zodiacus BFG , & horizonis polus in tropico æstiuo, qui sit D . Dico in vna conuersione Zodiacum BFG semel esse rectum ad horizontem ABH . Quoniam enim in vna conuersione punctum G circumferentiam CG pertransit, atque eam, que ipsi continuata est sub terra, & rursus ad eundem locum redet: in hac autem conuersione G semel peruenit ad polum D , & Zodiacus positionem sumit in KDE : erit is semel ad horizontem rectus; etenim per polos eius transit. Similiter autem, & si polus horizonis sit in hiemali tropico, vt B Zodiacus semel erit rectus ad horizontem. Constat enim duos horizonis polos non esse in tropico siue æstiuo, siue hyemali, nam diametrum sphaeræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non transiens per centrum sphaeræ, duos polos horizonis non recipit. punctum igitur G sub terra non transit per alterum polum horizonis, sed vterque tropicorum vnum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipsi B , atque habet G positione ad polum D , habebit B sub terra in tropico hyemali alterum horizonis polum ipsi D oppositum. Non igitur in altero duorum tropicorum sunt duo poli, sed vterque in vtroque tropicorum existit.



15. primi
sphaeric.
Theod.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI.

Sit polus horizonis inter tropicos, videlicet H . Dico Zodiacum bis fieri rectum ad horizontem in vna conuersione.

Describatur enim Zodiacus BMG , & sit parallelus circulus, in quo H fertur MOI . Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMG positionem sumens in NHX rectus fit primo ad horizontem. Rursus cum punctum M circumferentiam MOI pertransierit in conuersione, atque ad H se applicuerit, Zodiacus positionem sumens in $KHPG$ rectus secundo fit ad horizontem. sola enim LM puncta ex ijs, que sunt in Zodiaco, & quæ in paralelo ML , in circulo MOI feruntur, & bis tantummodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectum per polum H transeuntia in vna Mundi conuersione, nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOI percurrit. quare, & per omnia puncta circumferentiæ circuli in vna conuersione transeunt puncta ML : ergo, & per H in vna conuersione vtrumque punctorum LM transibit.



COMMENTARIUS.

- A Et sit parallelus circulus, in quo h fertur mol] *videlicet parallelus, qui in una conuersione describitur à polo horizonis, hoc est à puncto h . Græcus codex ἐστὶ δὲ καὶ ὁ περιτταὶ παραλλήλῳ κύκλῳ τὸ θ σημείον ὁ μ λ θ sed puto legendum ὁ μ ο λ.*
- B Itaque puncto l ad h applicato, Zodiacus $bm̄g$ positionem sumens in nhx rectus fit primo ad horizontem] *Ex 15. primi sphericorum Theodosij, cum per polos eius transeat.*
- C Sola enim $lm̄$ puncta ex ijs, quæ sunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ml in circulo mol feruntur] *parallelus enim circulus mol secat Zodiacum in duobus punctis ml . quare sola ea puncta Zodiaci in circulo mol feruntur. Græcus codex μὲνα γὰρ τὰ λ ο σημεία τῆς θπ τῷ Ζωδιακῷ κύκλῳ &c. legendum autem arbitror μὲνα γὰρ τὰ λ μ σημεία.*

In duodecimo theoremate dicit Euclides. Semicirculi post Cancrum
 A æquales circumferentiæ in temporibus inæqualibus occidunt, & in maximis quidem, quæ sunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps sunt; in minimis verò ad æquinoctialem. at in temporibus æqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter distant.

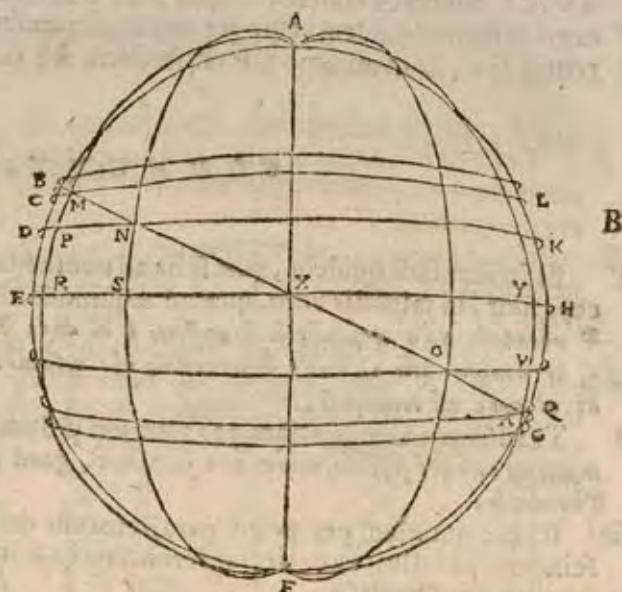
Quæritur autem cur de occasu harum circumferentiarum dicit, de ortu autem non item, superat enim quæsitum, & conuertitur in orientales determinaciones. tota namque tractatio huiusmodi est. Inuenire habitationem, in qua exempli gratia Cancer in ijsdem temporibus, in quibus Leo ad superiora ascendat. Hipparchus autem in libro de duodecim signorum ascensione per numeros ostendit, non perinde vt occidunt æquales circumferentiæ semicirculi post Cancrum. quæ inter se quandam habent temporis comparisonem, ita etiam ipsas oriri. etenim quasdam esse habitationes, in quibus æqualium circumferentiarum semicirculi post Cancrum, semper ea, quæ æquinoctiali propinquior est, in maiori oritur, quam quæ ad contactus tropicorum. quamobrem & ipse in ijs, quæ æqualiter distant, ab æquinoctiali, dixit & in temporibus æqualibus exortus fieri. illud autem ex demonstratione in phænomenis perspicuum est. Similiter & in semicirculo post Capricornum inquit, æquales circumferentiæ in temporibus inæqualibus oriuntur. & in maximis quidem, quæ sunt ad contactus. in minoribus, quæ has consequuntur, in minimis vero quæ ad æquinoctialem. at inæqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter distant: de occasu autem ipsorum nihil dicit. ratio enim demonstrationis in orientales incidit determinaciones. atque est tractatio de his à Menelao Alexandrino conscripta, de qua posterius agemus.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LVII.

Si igitur per polos parallelorum sit horizon, ita demonstrabitur.

Sit hori-

Sit horizon per polos parallelorū $ABCD$ & semicirculus Zodiaci post Cancrum FXG : maximus autem parallelorum sit HXF , & diuidatur quadrans BNX in partes æquales in punctis MN , & per A & vtrumque MN maximi circuli describantur, transibunt vtrique etiam per alterum polum, qui sint AMF , ANF . & rursus per MN describantur paralleli circuli CML , DNK . Quoniam igitur vnusquisque semicirculorum AMF , ANF congruit ipsi ADF semicirculo occidentali, simul enim occidit MB circumferentia & circumferentia CM ; in quo autem tempore MO occidit, in hoc M punctum circumferentia MC pertransiit: sequitur vt in quo tempore punctum M pertransit circumferentiam MC , in hoc & MB circumferentia occidat. Rursus circulo



AMF horizonis positionem assumente, puncta MP simul in horizonte sunt, & puncto N facto in horizonte, circumferentia PN , NM iam occiderunt. simul enim occidit circumferentia PN , & NM . in quo autem tempore occidit NP , punctum N circumferentiam NP pertransiit. ergo in quo tempore N circumferentiam NP pertransit, in hoc circumferentia NM occidit. Similiter & in quo tempore x pertransit circumferentiam xs , in hoc Nx circumferentia occidit. Itaque quoniam per polos parallelorum descripti sunt maximi circuli, similes abscedent eorum parallelorum circumferentias, quæ inter ipsos eiiciuntur. Similis igitur est circumferentia MC circumferentia DP , & circumferentia BR . circumferentia autem NP similis ipsi SR . Et quoniam æquales sunt BM , MN , Nx , & per polos maximi circuli describuntur, erit RR maior, quam RS , & RS maior, quam sx . ergo in maiori tempore punctum R circumferentiam RR pertransit, quam punctum s circumferentiam SR : & punctum s circumferentiam SR pertransit in maiori tempore, quam punctum x circumferentiam xs . Sed in quo quidem tempore punctum R circumferentiam RR pertransit in hoc & punctum M circumferentiam MC . in quo autem punctum s circumferentiam SR , in hoc & N circumferentiam NP . in maiori igitur tempore punctum M circumferentiam MC pertransit, quam punctum N circumferentiam NP : & punctum N circumferentiam NP in maiori tempore, quam punctum x circumferentiam xs . Sed in quo tempore punctum M pertransit circumferentiam MC , in hoc & BM circumferentia occidit: in quo autem punctum N pertransit NP , in hoc occidit MN , & in quo x pertransit xs , in hoc & Nx occidit. quare in maiori quidem tempore occidit BM , in minori autem MN , & in minimo Nx . Simili ratione, & quæ sunt in quadrante xG demonstrabuntur. At vero in maiori tempore oriri BM , quæ MN , & MN in maiori, quæ Nx sic enim ostendemus. secetur enim quadrans xG similiter, vt bx in punctis o , & per polum A , & puncta o maximi circuli describantur FOA , FOA . Eodem modo demonstrabitur circumferentia HY maior, quam similis circumferentia YR , & YR maior, quam similis ipsi TX , & circumferentia circulorum parallelorum maximo. Circumferentia igitur QA maior est, quam similis circumferentia VO : & VO maior, quam similis circumferentia TX : & ob id punctum A in maiori tempore circumferentiam QA pertransit, quam punctum o circumferentiam OV . & punctum o in maiori tempore pertransit circumferentiam OV , quam x circumferentiam XT . Sed in quo tempore A pertransit circumferentiam QA in hoc circumferentia AG oritur, in quo autem tempore o pertransit OV , in hoc oritur circumferentia OA , & in quo x pertransit XT , in eo oritur xO . In maiori igitur tempore circumferentia quidem GA oritur, quam circumferentia AO . circumferentia vero AO oritur in maiori tempore, quam circumferentia ox . Sed in eodem tempore vnaquæq; circumferentiarum GA , AO , ox oritur, in quo vnaquæq; ipsarum BM , MN , Nx . hoc est GA quidem in eodem tempore, in quo BM , & AO in eodem in quo

MN , OX autem in eodem, in quo NX , hoc enim & in elemento demonstratum est. Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia xm , in minori autem circumferentia MN , & in minimo circumferentia NX oritur.

COMMENTARIUS.

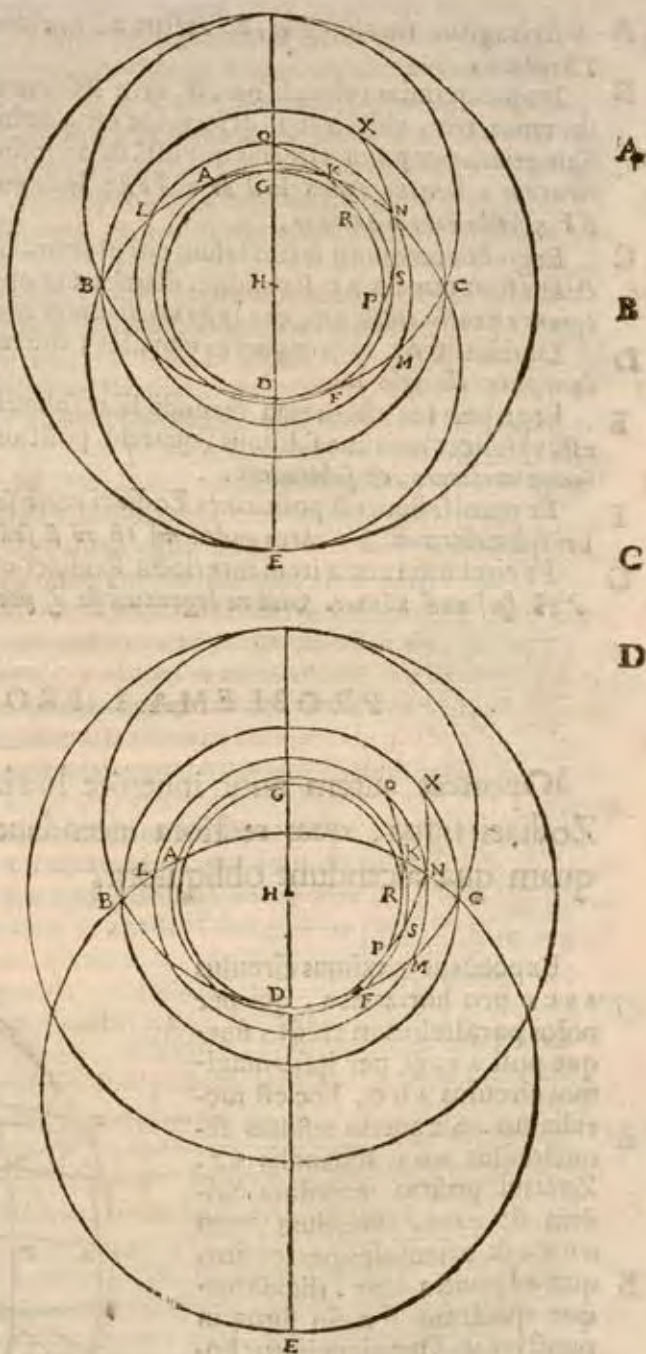
- A** Et in maximis quidem, quæ sunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps sunt, in minimis vero, quæ ad æquinoctialem] Græcus codex χ ἐν μεγίστοις αὐτοῖς τ συνταραχθεὶς πάλιν ἀπομικρὼν ἐν ἐλαχίστοις θ αὐτοῖς τ ἰσημεριῶ. Sed corrige ex Euclidæ ipso χ ἐν πλείστοις μὲν αὐτοῖς τ συνταραχθεὶς τῆς ἀπομικρῶν, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αὐτοῖς τ ἰσημεριῶ.
B Transibunt utique etiam per alterum polum] si enim non transeant per alterum polum maximi circuli sese bisariam non secabant, quod est absurdum. ex 11. primi sphericorum Theodosij.
C Itaque quoniam per polos parallelorum descripti sunt maximi circuli, similes abscindent parallelorum circumferentias, quæ inter ipsos interjiciuntur] Ex 10. secundi sphericorum Theodosij.
D Et quoniam æquales sunt BM , MN , NX , & per polos maximi circuli describuntur, erit BR maior, quam RS , & RS maior quam SX] Ex 6. tertij libri sphericorum Theodosij, & ex 21. huius.
E Eodem modo demonstrabitur circumferentia HY maior, quam similis circumferentia YT , & YT maior, quam similis ipsi TX ; & circumferentia circulorum parallelorum maximo] Demonstrabitur enim similiter ex 6. tertij libri sphericorum Theodosij, & ex 21. huius circumferentiam HY maior, quam circumferentia YT , & rursus YT maior, quam TX . Et cum sint circumferentia eiusdem circuli, erit HY maior quam similis ipsi YT , & YT maior, quam similis TX . sed circumferentia $Q\Omega$ similis est circumferentia HY , & circumferentia VO similis circumferentia YT . circumferentia igitur $Q\Omega$ maior est, quam similis circumferentia VO , & VO maior, quam similis ipsi YT .
F Hoc enim & in elemento demonstratum est] Demonstratur etiam ab Euclide hoc loco, circumferentias, quæ ab æquinoctiali æqualiter distant, in temporibus æqualibus, & occidere, & oriri.
G Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia EM , in minori autem circumferentia MN , & in minimo circumferentia NX oritur] Græcus codex ἀνατέλλει ἀπὸ ἐν πλείστοις χρόνῳ ἢ μὲν, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἢ νῦν, sed corrige. ἀνατέλλει ἀπὸ ἐν πλείστοις χρόνῳ ἢ μὲν, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ αὐτοῖς μὲν, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἢ νῦν.

Ostenfum igitur est ex æqualibus circumferentijs semicirculi quidem post Cancrum, eam, quæ propinquior est tropico æstivo in maiori tempore occidere, quam quæ remotior est, semicirculi vero post Capricornum, qui propinquior est hyemali tropico in maiori tempore oriri, quam quæ remotior. Si verò aliquis quæsierit, an e contra eueniat, ut scilicet ex æqualibus circumferentijs semicirculi post Cancrum, semper quæ propinquiores sunt tropico æstivo in maiori tempore oriantur, quam quæ sunt remotiores. Dicendum est non in omni habitatione hoc contingere posse. siquidem ostendetur in aliquibus horizontibus Virginem rectiorem ascendere, quam Leonem, & contra Leonem in maiori tempore oriri, quam Virginem, & Leonem rectius ascendere, & in maiori tempore oriri, quam Cancrum.

THEOREMA LVIII. PROPOSITIO LVIII.

At in omni climate, vbi ortus, & occasus est duodecim signis, Vir-
ginem rectiorem ascendere, quam Leonem, ita ostendetur.

Sit horizon ABC , tropicus autem
æstiuus DG , in primo quidem casu
contingat horizontem in secundo
autē secet: & polus ipsius sit H : per-
que H & horizontis polos descri-
batur maximus circulus GHE . erit
igitur meridianus & rectus ad hori-
zontem, etenim per polos ipsius est
descriptus. describatur etiam per D
Zodiacus circulus BDC , & sit BC
circulus æquinoctialis, vt est. Ita-
que quoniam circuli DG , & BDC se-
se coniungunt, & per contactum D
& per polos vnus DG , videlicet H
descriptus est maximus circulus me-
ridianus GHE . transibit etiam per
polos alterius circuli BDC , & ad ipsū
rectus erit. quare, & Zodiacus erit
ad meridianum rectus, & propte-
rea per polos eius transibit. est au-
tem, & horizon, & æquinoctialis per
polos meridiani. ergo & communis
sectio trium circularū, nempe hori-
zontis, & Zodiaci, & æquinoctialis
sunt puncta BC , secundum diame-
trum opposita. æquinoctialis igitur
est circulus. Diuidatur BC in
tres partes æquales in punctis PM
& per FM circuli paralleli descri-
bantur AFK , LMO . erit Cancrī qui-
dem signum DF , Leonis vero FM ,
& Virginis MC . Cum igitur MC ori-
tur, Zodiacus positionem quan-
dam habebit, habeat eam, quam
 PNX : & cum oritur FM Zodiacus
positionem habeat, quam RKO .
ergo per 22. theorema 2. libri sphe-
ricorum Theodosij Zodiacus rectis-
simus est, videlicet maxime subli-
mis, quando positionem habet BDC .
Semper enim. quo propinquior est
contactui æstiuo, eo minus inclina-
tur. rectior igitur est PNX , quam
 RKO . & NX quidem signum oritur,
quod est Virginis, Zodiaco positio-
nem habente PNX : KO autem Leo-
nis signum oritur Zodiaco positionem RKO habente, quare Virgorectior ascendit,
quam Leo in ijs habitationibus, in quibus omnes partes Zodiaci oriuntur, & occi-
dunt, & manifestum est positione Zodiaci recte se habere ex 13. theoremate 2. libri
sphæricorum, similes enim sunt circumferentiæ DP , PS , MN , CX , & æquales PS , RK ,
 SN , KO , ita vt conuersa sphæra in tempore æquali puncta punctis congruant, quem
admodum demonstratum est in libro de sphæra mota: & circumferentiæ, quæ interij-
ciuntur, æquales æqualibus, & circumferentia item intericæ Zodiaci circuli, oportet au-



ter autem circumferentia æqualem ipsi mc inter eosdem parallelus esse: propterea quod ascensio ipsius mc eadem sumitur, quæ nx , non procedit autem theorema in maiori elevatione, quando horizon contingat maiores circulos, quam quos Zodiacus contingit.

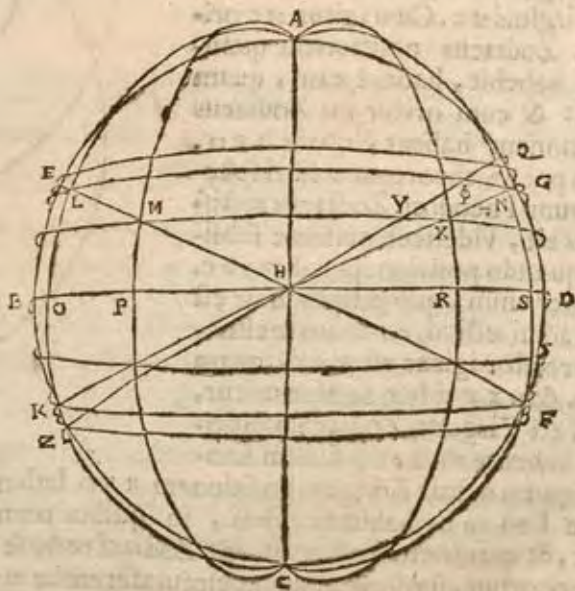
COMMENTARIUS.

- A Erit igitur meridianus, & rectus ad horizontem] *Ex 15. primi libri sphaericorum Theodosij.*
 B Itaque quoniam circuli dg , & bdc sese contingunt, & per contactum, & per polos unius dg , videlicet h descriptus est maximus circulus meridianus $ghde$, transibit etiam per polos alterius circuli, & ad ipsum rectus erit] *Ex 5. secundi libri sphaericorum. Græcus codex ἐπεὶ δὲ ἡ δὲ β γ ἰσάπτονται ἀλλήλων. legendum puto. ἐπεὶ δὲ ἡ β δ γ ἰσάπτονται ἀλλήλων.*
 C Ergo & communis sectio trium circulorum, nempe horizonis, Zodiaci, & æquinoctialis sunt puncta bc secundum diametrum opposita] *Communis sectio dictorum circulorum est recta linea bc , quæ ipsorum diameter est, cum sese bisariam secent.*
 D Diuidatur bc in tres partes æquales] *Græcus codex διμήσω ἡ δ γ εἰς δὲ ἴσα. legendum puto εἰς τρία ἴσα.*
 E Ergo per 22. theorema secundi libri sphaericorum Theodosij Zodiacus rectissimus est, videlicet maxime sublimis, quando positionem habet bdc] *Rectissimum dixit pro minus inclinato, & sublimiori.*
 F Et manifestum est positiones Zodiaci recte se habere ex 10. theoremate secundi libri sphaericorum] *Græcus codex τὸ 1β τὸ β sed legendum puto τὸ 1γ.*
 G Et circumferentia item interiecta Zodiaci circuli] *Græcus codex καὶ μεταξὺ περιφέρειαι τοῦ τὸ ζωδιακοῦ κύκλου. vide ne legendum sit καὶ μεταξὺ περιφέρειαι ἡ τὸ ζωδιακοῦ κύκλου.*

PROBLEMA I. PROPOSITIO LIX.

Oporteat autem nunc inuenire horizontes habitationum, in quibus Zodiaci signa, quæ rectiora ascendant, in minori tempore oriuntur; quam quæ ascendant obliquiora.

- Exponatur maximus circulus $abcd$ pro horizonte, qui per polos parallelorum transit, sintque poli ac , & per ipsos maximus circulus ahc , hoc est meridianus. Sit autem æstiuus semicirculus eg , hyemalis kf . Zodiaci positio interdum quidem sit bhf , interdum vero ghk . & orientales partes sint, quæ ad puncta gdf , diuidaturque quadrans bh in signa in punctis lm . Quoniam igitur horizon transit per polos sphaeræ, hoc est æquinoctialis, ad ipsum rectus erit, quare & æquinoctialis est ad horizontem rectus, & per polos eius transit. est autem, & meridianus per polos horizonis. quare communis sectio æquinoctialis, & meridiani sunt poli horizonis, & per ipsos æquinoctialis continenter fertur. At Zodiacus secundum duo puncta tantum, quæ sunt principia Arietis & Libræ



& Libræ, fertur per communes sectiones æquinoctialis, & meridiani. ergo circumferentia ab horizonte ad polum est quadrantis, videlicet partium nonaginta. Et sunt in horizonte puncta tropicorum $B G K F$. a quibus ad meridianum est quadrantis circumferentia. ergo quadrans est a punctis $B G, K F$ ad commune punctum æquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, quod est H . Describantur etiam per $L M H$ paralleli circuli $L N, M X, B H D$. erit utique $H O D$ æquinoctialis, ut ante dictum est. postremo describantur per polum A , & per vnumquodque punctorum $L M, N X$ maximi circuli $A O, A P, A R, A S$. Et quoniam ex 13. theoremate 2. sphaericorum, æquales sunt circumferentiæ $B L, G N, L M, N X$, & $M H, X H$, diuisæ autem sunt in partes æquales; erunt & in signa diuisæ, & inter se æquales. atque est punctum B principium Cancræ, præcedens semicirculum; & punctum G principium Cancræ semicirculum sequens. quare puncta quidem $L M H$ sequuntur B , puncta vero $N X H$ præcedunt G , adeo ut sint signa *quætera*: & sit punctum H Arietis secundum O , & Libræ secundum E . maior igitur est circumferentia $B O$, quam $O P$: & $O P$ maior, quam $P H$. Similiter & $D S$ maior quam $S R$: & $S R$ quam $R H$ maior. quare $O H S$ maior erit, quam dupla ipsius $P H R$, hoc est similitudine $L N$ maior, quam dupla ipsius $M X$. sit $L \Phi$ similitudine dupla $M X$: & per ΦH maximus circulus describatur $Q \Phi, H Z$. erit is rectus ad $A B C D$ horizontem. etenim punctum H est horizontis polus. Itaq; dico si constituamus horizontem vel $Q \Phi H Z$ vel $G H K$, qui æstiuum tropicum $B G$ contingit, in habitatione, quæ cadit inter $Q G$, ostendetur Virgo rectior ascendere, quam Leo, in maiori autem tempore Leo oriri, quam Virgo. Quoniam enim posuimus talem horizontem maiores circulos non contingere, quam sint circuli tropici, constat ex eo, quod ante demonstratum est Virginem rectiorem ascendere, quam Leonem. ponatur primum horizon $G H K$, & sit ipsius orientalis semicirculus $G H K$, meridiano existente $A B C D$ ad parallelos & ad $G H K$ recto. tropicus igitur æstiuus $B G$ erit circulus arcticus horizontis $G H K$. atque erit Cancræ signum $B L$, Leonis $L M$, & Virginis $M H$. circumferentia autem $M H$ rectior est, quam $L M$, & est $M H$ Virginis. ergo $M H$ rectior ascendit, quam $L M$. Dico $L M$ in maiori tempore oriri, quam $M H$. Quoniam enim demonstratum est $L N$ similitudine maiorem esse, quam duplam ipsius $M X$, & in quo quidem tempore punctum L circumferentiam $N L$ pertransit, oritur $L H$, etenim cum L a puncto N orientis incipiat pertransire $L N$, ascendit $L H$ namq; H est in horizonte orientali, in quo autem tempore punctum M circumferentiam $X M$ pertransit, eadem ratione $M H$ oritur: constat $L H$ in maiori tempore oriri, quam sit duplum eius, in quo oritur $M H$ quare maius est tempus ortus $L M$, quam $M H$. Si enim a tempore ortus $L H$ auferatur tempus $M H$ minus, quam dimidium quod tempus $L H$ sit maius, quam duplum, relinquetur tempus ipsius $L M$ maius, quam dimidium temporis $L H$, maius existens tempore $M H$, quod est minus, quam dimidium $L H$. Rursus sit alter horizon $Q \Phi H Z$ meridiano existente $A B C D$, recto ad parallelos, & ad $Q \Phi H Z$ horizontem. nam cum H sit meridiani polus, recti ad inuicem erunt. Dico in maiori tempore oriri $L M$, quam $M H$. Quoniam enim ablata est $L \Phi$ similitudine dupla ipsius $M X$, manifestum est $L \Phi$ maiorem esse, quam duplam $M Y$. nam punctum Y cadit inter $M X$. siquidem constat $H \Phi Q$ non transire per $M X$, fierent enim $H M, X H$ maximorum circulorum diametri, quæ quidem sunt minores totis semicirculis $B M H F, G X H K$. quod fieri non potest. Sed neque extra $M X$, etenim transibit etiam per Φ , ut positum est: & per $H \Phi$ descriptus circulus rursus secabit maximos circulos $B L F, G X K$ in alio puncto, atque erit sectio minor semicirculo, quæ est in puncto H , quod fieri non potest. cadet igitur punctum Y inter $M X$. Sed in quo quidem tempore punctum L circumferentiam ΦL percurrit incipiens a puncto Φ orientalis horizontis, oritur $L H$. in quo autem tempore M percurrit $Y M$ circumferentiam, incipiens a puncto Y orientalis horizontis, $M H$ oritur. quare perspicuum est in maiori tempore oriri $L M$, quam $M H$, ut ante demonstratum fuit. Eodem modo demonstrabimus circumferentiam $B L$ in maiori tempore oriri, quam $L M$. & $L M$ circumferentiam Leonis rectius ascendere quam $B L$, quæ est Cancræ. Demonstrata igitur sunt, quæ proponebantur. Secundum Problemæum vero in sphaera recta, & in primo climate, & secundo concorditer. Cancer in maiori tempore oritur, quam Leo. sed post gr. 16. m. 27. eleuationis poli secundi climatis vsque ad tertium in maiori tempore oritur Leo, quam Cancer, ita ut discrepantia sit. At Leonem rectius ascendere, quam Cancrum demonstrabitur rursus ex 21. theoremate secundi libri sphaericorum; quem admodum in antecedenti lemmate.

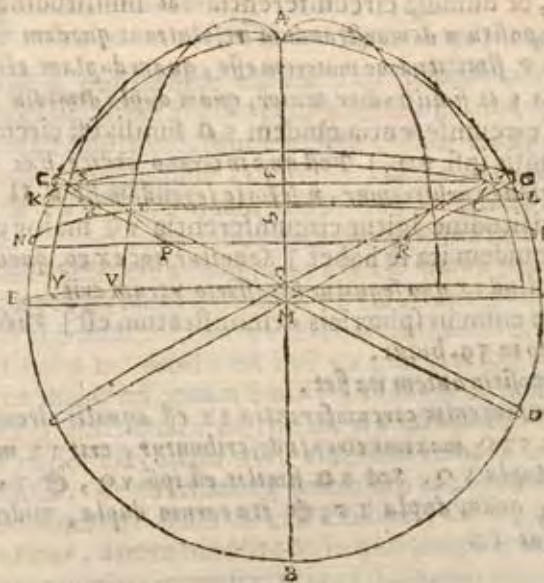
- A** Sit autem æstivus semicirculus EG , hyemalis KF ,] Per æstivum circulum intellige tropicum Canceri, & per hyemalem tropicum Capricorni.
- B** Diuidaturque quadrans EH in signa in punctis LM] Græcus codex χ διημερώσει το $\epsilon\theta$ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζῳδια τὰ $\lambda\mu$. ego legendum puto, χ τὰ $\lambda\mu$.
- C** Quare communis sectio æquinoctialis, & meridiani sunt poli horizontis.] In sphæ. recta, de qua nunc sermo est, æquinoctialis, & verticalis idem sunt, communis autem sectio verticalis, & meridiani est gnomon, ut scribit Ptolemæus in libro de analemmate cuius termini sunt poli horizontis. sed fortasse hoc dixit Pappus intelligens per æquinoctialem, & meridianum circumferentias tantum eorum circulorum, quarum communes sectiones sunt horizontis poli, & eadem ratione in antecedenti theoremate dixit communem sectionem trium circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis esse puncta EG secundum diametrum opposita.
- D** At Zodiacus secundum duo puncta tantum, quæ sunt principia Arietis, & Libræ fertur per communes sectiones æquinoctialis, & meridiani] Græcus codex corruptus est, ut reor in quo legitur. δ δὲ Ζωδιακὸς ζ ζῳδὸς ὁ τὸ κοινὸν τοῦτων. sed vide ne legendum sit διὰ τὸ κοινὸν τοῦτων.
- E** Et sunt in horizonte puncta tropicorum EG , KF , a quibus ad meridianum est quadrantis circumferentia] Et hoc loco Græcus codex corruptus est, ni fallor, qui sic habet. καὶ ὅτι τὸ ὁρίζοντος τὰ $εη$, καὶ ὅτι τὰ ἀφ' ὧν σημεία τὰ τροπικῶν ὅτι τὸ μεσημβρινὸν τὸ τεταρτημόριον. fortasse vero ita corrigetur. τὰ $εη$, καὶ ὅτι σημεία τὰ τροπικῶν, ἀφ' ὧν ὅτι τὸ μεσημβρινόν, &c.
- F** Ergo quadrans est a punctis EG , KF ad commune punctum æquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, qui est H] Quod in principio posuit nunc demonstrat, posuit enim supra EH quadrantem esse, cum dixit diuidatur quadrans EH in signa in punctis LM .
- G** Describantur etiam per LMH paralleli circuli LN , MX , BHD] Græcus codex χ διὰ $\lambda\mu\theta$ παράλληλοι γεγρασθῶσαν αἱ $\lambda\mu\nu\xi$. lege οἱ $\lambda\nu\mu\xi$. parallelus autem LN quadrantem Zodiaci GH in puncto N secet, & MX eundem secet in X .
- H** Et quoniam ex 13. theoremate secundi libri sphericorum æquales sunt circumferentiæ BL , GN , & LM , NX , & MH , XH : diuisæ autem sunt in partes æquales: erunt, & in signa diuisæ, & inter se æquales] Quadrans EH diuisus est in tres partes æquales, hoc est in signa EL , LM , MH . Sed cum æquales sint EL , GN , & LM , NX , & MH , XH . erit & quadrans GH in totidem partes æquales diuisus, videlicet in signa, & omnes hæ circumferentiæ inter se æquales erunt. Græcus codex καὶ ἵπαιδ' τοῦ $\beta\theta$ τὸ δὲ τῆς $\theta\epsilon$. theorema illud est tertiumdecimum secundi libri, non duodecimum, quare scribendum erit 13. θ .
- K** Atque est punctum B principium Canceri præcedens semicirculum, & punctum α principium Canceri semicirculum sequens] Punctum enim B est principium Canceri, α principium Leonis, μ Virginis, & H Libræ. rursus H est principium Arietis, X principium Tauri, N Geminorum, & G Canceri.
- L** Et Libræ secundum B] Græcus codex καὶ συζύγῳ ὁ χ τοῦ α , vel legemus καὶ ζυγῶ vel συζύγῳ pro eodem accipiemus.
- M** Maiori igitur est circumferentia BO , quam OP , & OP maior, quam PH . Similiter & DS maior, quam SR , & SR , quam RH maior] Ex 6. tertij libri sphericorum, vel ex 21. huius.
- N** Quare OH maior erit, quam dupla ipsius PH , hoc est similitudine LN maior, quam dupla ipsius MX] Est enim ex 10. secundi libri sphericorum LN similis ipsis OH , & MX similis PH .
- O** In maiori autem tempore Leo oriri, quam Virgo] Græcus codex ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρὲν ἀνατέλλων sed legendum ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ὁ Λέων παρὲν ἀνατέλλων.
- P** Quoniam enim posuimus talem horizontem maiores circulos non contingere] Græcus codex. ἐπεὶ περ ἐν πλείονι χρόνῳ ὑπερσπᾶμιν ὁρίζοντα, &c. delenda sunt ea verba ἐν πλείονι χρόνῳ, ut opus est.
- Q** Siquidem constat $H\theta$ non transire per MX , fierent enim HM , XH maximorum circulorum diametri, quæ quidem sunt minores totis semicirculis EMH , GXH , quod fieri non potest.] Probat punctum θ cadere, inter MX . nam si non cadit inter MX , vel cadet in ipsis MX punctis, vel extra, cadat primum in punctis MX , & quoniam maximi circuli

culi $GCHK$, & HZ secant sese in puncto H , & in puncto M , vel X , ut ponitur, erunt iunctæ HM , MX semidiametri maximorum circulorum, & circumferentiæ HM , HX semicirculi, quod circuli maximi bifariam se secant, atqui HM , HX sunt minores semicirculis, ponebantur enim semicirculi totæ circumferentiæ $BMHF$, $GCHK$, quod fieri non potest. Si autem punctum Y cadit extra X , maximus circulus $QPHZ$ secabit maximum circulum $GCHK$ in alio puncto inter XN . secet in Z . ergo iuncto HZ diameter est maximorum circulorum, & circumferentiæ HZ semicirculus, quæ est semicirculo minor, quod est absurdum. Quod si Y cadat extra M , rursus maximus circulus $QPHZ$ secabit maximum circulum $BMHF$ in alio puncto, quoniam H , & idem quod prius absurdum sequitur. Græcus codex, ut opinor, corruptus est: ita enim habet ὅτι μὲν γὰρ &c. γίνονται γὰρ διάμετρος τῶν μεγίστων κύκλων αἱ $\theta\mu\xi\theta$ ἐλασσονος γὰρ, &c. καὶ ἔσαι ἡ κοινὴ τὸ ἐλασσονος ἡμικυκλίας ἢ $\delta\pi\theta$ τὸ ἑὸν ἄδυνάτον. Sed forte corrigetur in hunc modum. γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων, &c. ἐλασσονος γὰρ, &c. καὶ ἔσαι ἡ κοινὴ τὸ ἐλασσονος τὸ ἡμικυκλίας ἢ $\delta\pi\theta$ τὸ θ .

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LX.

Sit per polos sphaeræ circulus $ABCD$, poli autem sphaeræ AB . & sit A alius circulus maximus CD , obliquus quidem ad parallelos, rectus vero ad circulum $ABCD$, & diuidatur quadrans CQ in tres partes æquales ad puncta S , T , & per STQ describantur circuli paralleli: sintque ipsorum, & circuli $ABCD$ communes sectiones CD , KL , NH , EF , quæ quidem, B & diametri fiunt. Sit præterea ipsi KL parallela CG . Æstius igitur tropicus circa CG descriptus rectus est ad circulum $ABCD$, continget enim in c & iungatur MG . Dico circumferentiam, quæ est secundum rectam DE lineam xo , habetque basim ipsi xo æqualem similitudine maiorem esse, quam duplam circumferentiæ, quæ est secundum rectam PR in circulo NH .

Intelligentur enim communes sectiones omnium circulorum. erunt utique sx , TP , QM perpendiculares ad CD ; & ad KL , NH , BE . Describantur per STQ & per A circulorum maximorum circumferentiæ AY , AN , AQ . quare AQ semicirculos assumptos parallelorum circulorum bifariam secat. Ducantur etiam a punctis OB ad rectos angulos ipsis KL , NH in planis semicirculorum OP , RZ ; quæ erunt æquales ipsis xs , PT , ergo & circumferentiæ secundum rectas lineas xo , PR erunt sP , TZ est igitur circumferentia sP similitudine maior quam dupla circumferentiæ TZ quare, & dimidia circumferentia sQ similitudine maior est, quam dupla dimidiæ TE . Sed circumferentia quidem sQ similis est circumferentiæ L YQ , circumferentia vero TE similis ipsi vQ . Similitudine igitur circumferentia YQ M



maior est, quam dupla circumferentiæ vq , quod quidem ita se habet. nam circumferentia st æqualis est circumferentiæ tq . & per polum, & per stq maximi circuli describuntur, hoc enim in sphaericis demonstratum est.

COMMENTARIUS.

- A Sit per polos sphaeræ circulus $abcd$] Hoc theorema videtur quodammodo supernacaneum, quod enim in eo demonstratur, satis superque demonstratum iam fuit.
- B Quæ quidem, & diametri fiunt] Nam cd maximi circuli cd diameter est, & kl , nh , ef sunt diametri parallelorum circularum.
- C Aestivus igitur tropicus circa cg descriptus rectus est & ad circulum $abcd$. continget enim in c] Græcus codex sic habet $\sigma' \alpha \rho \alpha \pi \epsilon \iota' \theta' \gamma \nu \theta' \sigma' \rho \theta \sigma' \delta \epsilon \iota' \alpha \rho \sigma' \theta' \alpha \beta \gamma \delta \eta \gamma \nu \epsilon \rho \alpha \phi \epsilon \tau \alpha \iota \gamma \alpha \rho \chi \tau \iota' \tau \omicron' \gamma$ ego sic legendum puto $\sigma' \alpha \rho \alpha \pi \epsilon \iota' \theta' \gamma \eta \theta' \sigma' \rho \theta \sigma' \delta \epsilon \iota' \alpha \rho \sigma' \theta' \tau \omicron' \nu \alpha \beta \gamma \delta \epsilon \rho \alpha \phi \epsilon \tau \alpha \iota \gamma \alpha \rho \chi \tau \iota' \tau \omicron' \gamma$. per θ autem videtur significari $\theta \epsilon \rho \iota \nu \sigma' \pi \alpha \rho \alpha \lambda \lambda \eta \lambda \omicron \varsigma$. videlicet tropicus aëstivus, qui cum hoc loco instar sit ei cuius artificii, ut supra dictum est, horizontem in c vel g contingit.
- D Et iungatur mg] Græcus codex mendose habet $\mu \nu$ pro $\mu \eta$.
- E Dico circumferentiam, quæ est secundum rectam lineam xo] Græcus codex $\phi \epsilon \rho \mu \iota \delta \eta' \& c.$ $\pi \theta \nu \theta \kappa \acute{\upsilon} \kappa \lambda \omega$. fortasse legendum erit $\epsilon \nu \pi \theta \nu \theta \kappa \acute{\upsilon} \kappa \lambda \omega$ vel $\tau \delta \nu \theta \kappa \acute{\upsilon} \kappa \lambda \omega$.
- F Erunt utique sx , tr , qm perpendiculares ad cd , & kl , nh , ef] Quoniam enim circuli cd , ksl , nth , eqt recti sunt ad circulum $abcd$, communes ipsorum sectiones ad dictum planum perpendiculares erunt ex 19. undecimi ergo, & ad omnes rectas lineas, quæ in eo existentes plano ipsas contingunt.
- G Quare aq semicirculos assumptos parallelorum circularum bifariam secat] Ex 9. secundæ sphaericorum Theodosij.
- H Ducantur etiam a punctis or ad rectangulos ipsis kl , nh in planis semicircularum oxy , rz , quæ erunt æquales ipsis xs , pt] Perpendiculares enim oxy , rz sunt communes sectiones dictorum circularum ex 19. undecimi. quare per eorum plana transiant necesse est. & quoniam in circulo rectæ lineæ æquales sunt, quæ æqualiter a centro distant ex 14. tertij elementorum erunt, & earum dimidia æquales. Græcus codex $\eta \chi \theta \alpha \sigma \alpha \nu \delta \epsilon \chi \gamma \delta \omega' \& c.$ $\eta' \tau \sigma \omicron \tau \chi \gamma \eta' \rho \alpha$ sed cum elemento τ supra utatur in linea $\pi \tau$, visum est pro τ hoc loco ponere ψ . inusitatum enim est, & novum in eadem figura idem elementum bis sumere.
- K Est igitur circumferentia $s\psi$ similitudine maior, quam dupla circumferentiæ tz . quare, & dimidia circumferentia $s\Omega$ similitudine maior est, quam dupla dimidiæ $t\epsilon$] Ad propositum demonstrandum resolutione quadam utitur. Si enim ponamus circumferentiam $s\psi$ similitudine maiorem esse, quam duplam circumferentiæ tz , erit dimidia circumferentia $s\Omega$ similitudine maior, quam dupla dimidiæ $t\epsilon$.
- L Sed circumferentia quidem $s\Omega$ similis est circumferentiæ vq , circumferentia vero $t\epsilon$ similis ipsi vq .] Post quæ in Græco codice hæc leguntur. $\eta' \delta \epsilon \nu \chi \tau \eta \varsigma \tau \omicron' \mu \epsilon \iota \zeta \alpha \nu$ quæ nos delenda arbitramur, nisi forte legendum sit $\eta' \delta \epsilon \nu \chi \tau \eta \varsigma \phi \chi \mu \epsilon \iota \zeta \alpha \nu$.
- M Similitudine igitur circumferentia vq maior est, quam dupla circumferentiæ vq , quod quidem ita se habet] Sequitur hoc ex eo, quod ante positum est, & ita se habet: quare, & illud ex quo sequitur necessario verum erit.
- N Hoc enim in sphaericis demonstratum est] Videlicet in 6. tertij libri sphaericorum, & a Pappo in 59. huius.
- Compositio autem ita fiet.
- Quoniam enim circumferentia st est æqualis circumferentiæ tq , & per polum λ , & per puncta stq maximi circuli describuntur, erit vv maior, quam vq , & ob id vq maior, quam dupla vq . Sed $s\Omega$ similis est ipsi vq , & $t\epsilon$ similis vq ergo $s\Omega$ similitudine maior est, quam dupla $t\epsilon$, & ita earum dupla, videlicet $s\psi$ similitudine maior, quam dupla ipsius tz .

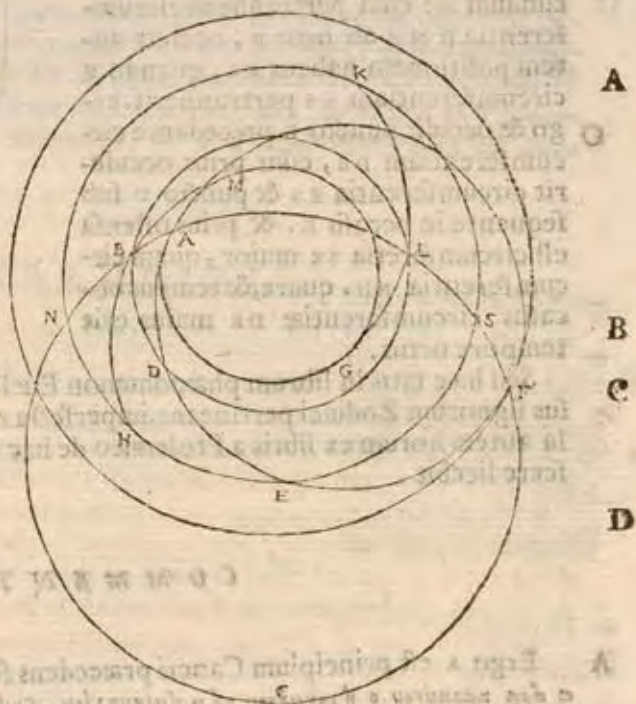
THEOREMA LX. PROPOSITIO LXI.

Et illud, quod prætermisſum eſt in duodecimo, & tertriodecimo theoremate.

Circumferentiarum, quæ ſunt in ſemicirculo poſt Cancrum, quælibet in maiori tempore oritur, quam occidit. Earum vero, quæ in reliquo ſemicirculo poſt Capricornum quælibet in maiori tempore occidit, quam oritur.

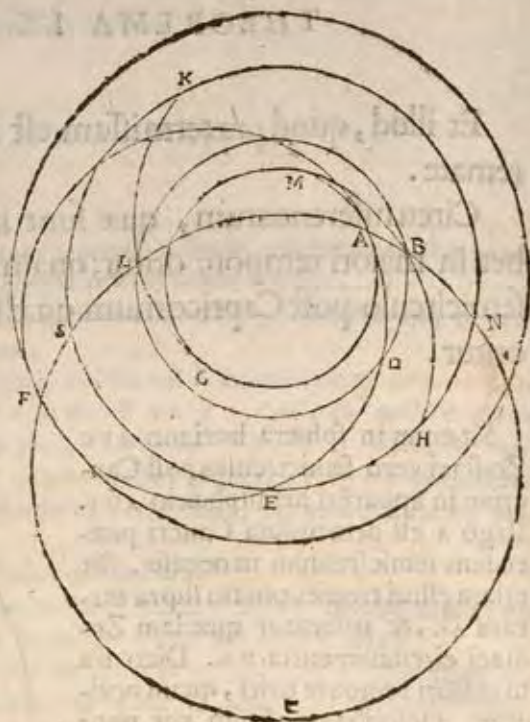
Sit enim in ſphæra horizon ABC Zodiaci vero ſemicirculus poſt Cancrum in apparèti hemiſphærio ADF . Ergo A eſt principium Cancræ præcedens ſemicirculum in occaſu. Sit etiam eſtiui tropici portio ſupra terram AG , & auferatur quædam Zodiaci circumferentia DB . Dico DB in maiori tempore oriri, quam occidere. Deſcribantur enim per puncta DB paralleli circuli BDL , NHK . Itaque DL maior erit, quam ſimilis ipſi ES , & EN maior, quam ſimilis DB . Cum enim D præcedat oritur prius, quam E , quod ſequitur: & incipit D moueri a puncto L , & B a puncto S . eſt igitur DL maior, quam ſimilis ES , quod, & tempus eſt maius. Et quoniam D prius quam E , occidit in B , incipiens a D : & E occidit in N incipiens ab E , erit BD minor, quam ſimilis ipſi BN . Deſcribantur per BL circuli maximi contingentes circulum AG , qui ſint HBM , KLK .

circumferentia igitur DE oritur quidem poſitionem habens KL , quando punctum K circumferentiam KS pertranſierit occidit autem poſitionem habens BN ; quando N pertranſierit circumferentiam HN ; etenim poſitiones ſunt eiſdem circuli Zodiaci ADB , MBH , GLK , quæ ſimiles circumferentias concludunt AG , DL , HK , & MA , BD , HE . quare DL maior eſt, quam ſimilis BS , & BN maior, quam ſimilis DB , vt etiam demonſtratum fuit. ſunt præterea æquales GK , AB , MH quod vtraque ipſa vni MH , GK ſit æqualis ipſiſ AB . & idcirco congruant inter ſe adhuc puncta KLK ſimul perueniunt ad BDA , ſimiliter & EDA ad HBM ; æquales enim ſunt & KL , BD , HE . quare & circumferentiæ KL , ED , HE , inter ſe congruant. Dico KS circumferentiam circumferentia NH maiorem eſſe. Quoniam eni N DL ſimilis eſt ipſi BK , & DB ipſi EN , erit etiam tota LB toti HK ſimilis. Sed LE maior eſt quam ſimilis NS . ergo & NK eſt maior, quam ſimilis NS . & ſunt eiſdem circuli. quare KN , quam NS eſt maior. communis auferatur HS . reliqua igitur KS maior eſt, quam HN . videlicet tempus ortus circumferentiæ DE maius tempore occaſus. Et quoniam ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circumferentiarum circuli Zodiaci, & ex diametro oppoſitarum, in quo tempore vna oritur, altera occidit: & in quo tempore vna occidit, altera oritur; ſi ipſi DE ſumatur æqualis circumferentia ex diametro oppoſita in altero ſemicirculo poſt Capricornum, oſtendetur in maiori tempore occidere, quam oriri. tempus enim ortus alterius ſemicirculi maius eſt tempore occaſus.



Iisdem positis in secundo casu theorematibus, sit semicirculi post Capricornum portio supra terram AEE : & auferatur circumferentia quedam DE . Dico DE in maiori tempore occidere, quam oriri. Construantur eadem. Et quoniam A est principium Cancri sequens semicirculum, & F principium Capricorni semicirculum præcedens, erit F occidentale, & A orientale, ergo DE oritur quidem positionem habens BN , quando H circumferentiam NH pertransierit, quare & oritur puncto D sequente quodammodo circumferentiam DE in ortu secundum B : & puncto E præcedente supra terram secundum H : cum pertransierit circumferentiam NH ab ortu B , occidit autem positionem habens KL , quando K circumferentiam KS pertransierit. ergo & occidit puncto E præcedente circumferentiam DE , cum prius occiderit circumferentia KS & puncto D sub sequente in occasu L . & prius ostensa est circumferentia SK maior, quam circumferentia NH . quare, & tempus occasus circumferentiæ DE maius erit tempore ortus.

Sed hæc satis in librum phænomenon Euclidis. At vero ea, quæ ad ortus, & occasus signorum Zodiaci pertineant, imperfecta reliquisse, se non ignorare arbitror, singula autem horum ex libris a Ptolemaeo de hac re conscriptis, abunde, facileque cognoscere licebit.



COMMENTARIUS.

A Ergo A est principium Cancri præcedens semicirculum in occasu] *Græcus codex το α δρα καρκύνου ο ηγούμενου τῶν ημικυκλίου. Sed uto legendum το α δρα καρκύνου ο ηγούμενου τῶν ημικυκλίου & videtur nota illa ο significare principium signi, quemadmodum & in omnibus tabulis apud Latinos.*

B Itaque DE maior erit, quam similis ipsi BS , & EN maior, quam similis DE] *Hoc ipse deinceps probat.*

C Cum enim D præcedat, oritur prius, quam E , quod sequitur &c. [Quoniam enim D prius oritur, quam E , incipit autem D moveri a puncto L , & E incipit a puncto S , maius erit tempus, in quo punctum incipiens ab L pervenit ad D , quam tempus, in quo punctum incipiens ab S pervenit ad E . ergo DL maior est, quam similis ipsi ES .]

D Et quoniam D priusquam E occidit in B incipiens a D , & E occidit in N incipiens ab E , erit BD minor, quam similis ipsi EN] *Quoniam D prius occidit, quam E , occidit autem D in B incipiens a D , & E occidit in N , incipiens ab E , tempus in quo D pervenit ad B , minus erit tempore, in quo E pervenit ad N . quare DE minor est, quam ut sit similis ipsi EN .*

D Quæ similes circumferentias concludunt AGD , LEK , & MA , BD , HE] *Ex 13. secundi libri sphericorum Theodosij.*

E Sunt præterea æquales GK , AB , MH] *Ex eadem.*

F Sed LB maior est, quam similis NS] *Ex 20. secundi libri sphericorum Theodosij.*

G Ergo & HK maior quam similis NS] *Desiderabatur hæc in græco codice, quæ nos restitui mus ita enim legendum erit. α δρ α δρ τῶν ημικυκλίου εἶναι, ἢ ὁμοία, & ἢ θ κ δρ α τῶν ημικυκλίου εἶναι.*

Quare

Quare κη, quam νς est maior, communis auferatur ης] *Græcus codex* η δ' αρα κ θ K
 τῆς ν σ, κοινῇ ἀφαιρέσθω η θ σ Sed legendum puto η δ' αρα κ θ τῆς γ α μείζων δ' α, ἀφαιρέσθω η θ σ.

Reliqua igitur κς maior est, quam ης, videlicet tempus ortus circumferentiae L
 DE maius tempore occasus] *Græcus codex*, λοιπὴ ἀρα Θ σ. ο' ἀνατολικὸς τῆς δ' ἐπεφείρας
 τῆς δυτικῆς χροῖας τῆς θ ν Sed legendum videtur, ο' ἀνατολικὸς χρόνος τῆς δ' ἐπεφείρας τῆς
 δυτικῆς χροῖας τῆς θ ν.

Et quoniam ex vndecimo theoremate phaenomenon Euclidis. Aequalium circumfe- M
 rentiarum circuli Zodiaci, & ex diametro oppositarum] *Græcus codex* χ' ἐπεὶ τῶ ι α
 ου Θ σ. ἐν α' χρόνῳ αἱ ἴσαι πεφείρας χ' διαμέτρων ὄσσαι, ἐν α' χρόνῳ Θ σ. Sed vide ne legen-
 dum sit, quemadmodum in Euclide ipso. τῶ τῷ ζωδίων κύκλῳ τὸν ἴσων χ' ἀπεναντίον πεφεί-
 ρων, ἐν α' χρόνῳ ἢ ἑτέρα ἀνατέλλει, ἢ ἑτέρα δύει.

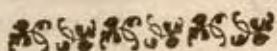
Quare, & oritur puncto D sequente quodammodo circumferentiam DE in ortu sc- N
 cundum B] *Græcus codex* corruptus est, ut opinor, qui sic habet ὥστε χ' ἀνατέλλει τὸ δ' ἐπο-
 μένον τῇ δ' ἐπεφείρα ὅν πρότερον πρὸς τῇ ἀνατολῇ. Sed vide ne legendum sit. ὥστε καὶ ἀνα-
 τέλλει τῇ δ' ἐπομένον τῇ δ' ἐπεφείρα, Θ σ.

Ergo & occidit puncto E præcedente circumferentiam DE, cum prius occiderit cir- O
 cumferentia κς, & puncto D subsequente in occasu L] *Græcus codex*, Θ hoc loco cor-
 ruptus videtur. ὥστε καὶ ἔδυνεν ἡ γ' μένης τῆς δ' ἐπεφείρας προδυνάσης τῆς κ σ ἐπεφείρας τῆς
 δ' ἐπομένης ὄντος χ' τῆς δυσσεως τῶ λ. Sed forte legendum erit. ὥστε καὶ ἔδυνεν τῶ ε' ἡ γ' μέ-
 νη τῆς δ' ἐπεφείρας προδυνάσης τῆς κ σ ἐπεφείρας, τῶ δ' ἐπομένον ὄντος πρὸς τῇ δύσει
 χ' τὸ λ.

SEXTI LIBRI FINIS.



P A P P I
A L E X A N D R I N I
M A T H E M A T I C A R V M
C O L L E C T I O N V M
L I B E R S E P T I M V S .
C V M C O M M E N T A R I I S
F E D E R I C I C O M M A N D I N I V R B I N A T I S .



IOCVS, qui vocatur ἀναλυόμενος, hoc est resolutus, ò Hermodore fili, vt summatim dicam, propria quædam est materia post communium elementorum constitutionem, ijs parata, qui in geometricis sibi comparare volunt vim, ac facultatem inueniendi problemata, quæ ip[s]is proponuntur: atque huius tantummodo utilitatis gratia inuenta est. Scripserunt autem hactenus Euclides, qui elementa tradit, tum Apollonius Pergæus, tum Aristæus senior. Quæ quidem per resolutionem, & compositionem procedit. Resolutio igitur est via a quæsito tamquam concessio per ea, quæ deinceps consequuntur ad aliquod concessum in compositione: in resolutione enim id quod quæritur tamquam factum ponentes, quid ex hoc contingat, consideramus: & rursum illius antecedens, quousque ita progredientes incidamus in aliquod iam cognitum, vel quod sit è numero principiorum. Et huiusmodi processum resolutionem appellamus, veluti ex contrario factam solutionem. In compositione autem per conuersionem ponentes tamquam iam factum id, quod postremum in resolutione sumpsimus: atque hic ordinantes secundum naturam ea antecedentia, quæ illic consequentia erant, & mutua illorum facta compositione ad quæsiti finem peruenimus, & hic modus vocatur compositio. Duplex autem est resolutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirat, & contemplatiuum appellatur: alterum vero, quo inuestigatur id quod dicere proposuimus, vocaturq; problematicum. In contemplatiuo igitur genere quod quæritur, vt iam existens, & vt verum ponentes per ea, quæ deinceps consequuntur tamquam vera, & quæ expositione sunt, procedimus ad aliquod concessum, quod quidem si
verum

verum sit, verum erit, & quæsitum; & demonstratio, quæ resolutioni ex contraria parte respondet. Si vero falso evidenti occurramus, falsum erit, quæsitum. In problematico autem genere, quod propositum est vt cogniturum ponentes, per ea, quæ deinceps consequuntur, tamquam vera procedimus ad aliquod concessum, quod quidem si fieri, compatiri que possit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, quod propositum est, fieri poterit, & rursus demonstratio resolutioni ex contraria parte respondens. At si evidenti, quod fieri non possit, occurramus: & problema itidem fieri non poterit. Determinatio autem est, quæ declarat quando, & qua ratione, & quot modis problema fieri possit. Hæc igitur de resolutione, & compositione dicta sunt.

Dictorum autem librorum, qui ad resolutum locum pertinent, ordinis est. Euclidis datorum liber vnus. Apollonij λόγος ἀποτομῆς, hoc est de proportionis sectione libri duo. χορὴ ἀποτομῆς, hoc est de spacij sectione duo. ἐκαστῶν hoc est tactionum duo. Euclidis porismatum tres. Apollonij μύσεων, hoc est inclinationum duo. Eiusdem τόπων ἐκπέδων, hoc est planorum locorum duo. Conicorum octo. Aristai τόπων στερεῶν, hoc est locorum solidorum quinque. Euclidis τόπων πρὸς ὀρθάνειαν, hoc est locorum ad superficiem duo. Eratosthenis de medietatibus duo. Itaque omnes libri sunt numero triginta & vnus, quorum periochas, vel argumenta vsque ad Apollonij conica tibi exposuimus ad contemplationem, & multitudinem locorum, & determinationum, & casuum in vnoquoq; libro. Sed etiam lemmata, quæ requiruntur, & in librorum tactione nullam, vt arbitramur, quæstionem omisimus.

De datis Euclidis.

Primus autem liber, qui est datorum, theoremata nonaginta continet, quorum primum quidem vniuersæ in magnitudinibus diagrammata XXIII. vigesimum quartum vero est in rectilineis proportionabilibus sine positione. at quæ deinceps sequuntur quattuordecim sunt in rectis lineis positione datis. Quæ vero sequuntur decem in triangulis specie datis sine positione, quæ sequuntur sex parallelogrammis, & applicationibus spaciolarum specie datorum. Eorum, quæ deinceps sunt, quinque, primum quidem est in lineis; quattuor vero in spacijs triangulis, quod differentiarum quadratorum laterum ad ipsa triangula spacia proportionem habeant datam. Quæ sequuntur septem vsq; ad septuagesimum tertium in duobus parallelogrammis, quod ob positiones in angulis proportionem inter se datam habeant, aliqua autem horum epilogos similes habent in duobus triangulis. In sequentibus vero sex diagrammatibus vsque ad septuagesimum nonum; duo quidem sunt in triangulis; quattuor vero in pluribus rectis lineis proportionabilibus

tionalibus. Quæ deinceps sunt tria in duabus rectis lineis proportionalibus quæ datum spacium continent. At quæ in omnibus octo usque ad nonaginta in circulis ostenduntur, vel magnitudine tantum datis, vel etiam positione, nimirum rectis lineis per datum punctum ductis.

*De Libris Apollonii λόγος τῶν τομῶν hoc est de
proportionis sectione.*

Librorum autem de portionis sectione, qui duo sunt, propositio est una subdivisa, quare & unam propositionem ita describemus.

Per datum punctum rectam lineam ducere secantem à duabus rectis lineis positione datis ad data in ipsis puncta lineas, quæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Contingit autem figuras differentes esse & numero plures ob subdivi-
sionem factam, & linearum datarum inter se positionem, & differentes casus puncti dati: & ob resolutiones, compositionesq; ipsorum, & determinationum. Habet enim primus liber de proportionis sectione locos septem, casus viginti quattuor, & determinationes quinque, quarum tres quidem maximæ, duæ vero minimæ sunt, atq; est maxima ad tertium casum quinti loci, minima ad secundum sexti, & septimi loci: maximæ autem ad sexti, & septimi quattor casus. Secundus liber de proportionis sectione habet locos viginti quattuor, casus sexaginta tres, & determinationes ex primo libro, totus enim ad primum librum refertur: lemmata viginti. Habent autem duo libri de proportionis sectione theoremata centum octoginta unum. sed secundum Periclem etiam plura.

*De Libris ἡωπῆς τῶν τομῶν hoc est de
spacij sectione.*

Libri de spacij sectione duo sunt; problema autem unum bis subdivisum, & una propositio, quæ alia quidem habet superiori similia, sed eo tantum differt, quod in illa oportet duas rectas lineas abscissas datam habere proportionem, in hac autem datum spacium continere, dicitur enim sic.

Per datum punctum rectam lineam ducere secantem à duabus rectis lineis positione datis ad data puncta, lineas, quæ spacium contineant dato spacio æquale. Et hæc ob eandem causam multitudinem habet figurarum. Itaque primus liber de spacij sectione habet locos septem, casus viginti quattuor, & determinationes septem, quarum quattuor maximæ, & tres minimæ,

nima, & maxima quidem est ad secundum casum primi libri, ad primum, & secundum casum quarti loci, & ad sexti loci tertium, minima vero ad tertium casum tertij loci, ad quartum casum quarti loci, & ad primum sexti loci. Secundus autem liber de spacij sectione habet locos tresdecim, casus septem, & determinationes ex primo libro, ad ipsum enim refertur, & continet primus liber theoremata quadraginta octo, secundus septuaginta sex.

De Libris Διοφάντους τοῦ πρώτου id est determinatæ sectionis.

Post hæc sequuntur determinatæ sectionis libri duo, quorum similiter propositionem vna dicere licet, atque hanc disiunctam. Datam infinitam rectam lineam vno puncto secare, ita vt interiectarum linearum ad data ipsius puncta, vel vnus quadratum, vel rectangulum duabus contentum datam proportionem habeat, vel ad rectangulum contentum vna ipsarum interiecta, & alia extra data, vel duabus interiectis contentum punctis ad vtrasque partes datis. huius igitur velut bis disiunctæ, & difficiles determinationes habentis demonstratio per plura fiat necesse est. demonstrauit autem hanc rursus Apollonius, in nudis rectis lineis vsitato, ac peruulgato modo tentans, vt in secundo libro primorum elementorum Euclidis, & rursus eandem demonstrauit ad institutionem magis accommodatæ, & ingeniosæ per semicirculos. Primus autem liber habet problemata sex, epitagmata sexdecim, & determinationes quinque, quarum quattuor maximæ, atque vna minima, & sunt maximæ ad secundum epitagma secundi problematis, ad tertium quarti problematis, ad tertium quinti, & ad tertium epitagma tertij problematis. Secundus liber determinatæ sectionis continet problemata tria, epitagmata nouem, & determinationes tres, quarum minimæ quidem sunt ad tertium primi, & ad tertium secundi, maxima autem ad tertium tertij problematis. Lemmata primi libri sunt viginti septem, secundi libri viginti quattuor. Theoremata autem duorum librorum determinatæ sectionis sunt octoginta tria.

De Libris Ερατοσθένους id est tactionum.

Deinceps sequuntur duo libri tactionum. Propositiones autem in ipsis videntur esse plures, sed nos vnā posuimus, quæ sic habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis tribus quibuscumque positione datis circulum describere per vnumquodq; datorum punctorum, qui vnāquamq; linearum datarum contingat. Huius ob multitudinem datorum in positionibus similium, vel dissimilium particulares propositiones differentes fieri necessarium est. ex tribus enim dissimilibus generibus triadis differentia inordinatæ fiunt numero decem; vel enim data tria puncta; vel tres rectæ lineæ; vel duo puncta

cta, & recta linea; vel duæ rectæ lineæ, & punctū; vel duo puncta, & circulus; vel duo circuli, & punctum, vel duo circuli, & recta linea; vel punctū, & recta linea, & circulus; vel duæ rectæ lineæ, & circulus; vel tres circuli. Horū prima duo ostensa sunt in quarto libro primorū elementorū, quæ ab eo scripta sunt: illud enim, tribus datis punctis, quæ non sint in recta linea, idem est, quod circa datum triangulū circulū describere. at illud datis tribus rectis lineis, quæ non sint parallelæ, sed omnes inter se conueniant, idem est, quod in dato triangulo circulum describere. etenim si duæ sint parallelæ, & vna incidat, est veluti pars sextæ subdiuisionis. Describuntur in his omnia, & sex, quæ deinceps sunt in primo libro. duo vero reliqua, videlicet duabus datis rectis lineis in circulo, vel tribus datis circulis tantum, in secundo libro. cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum inter se positiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæq; sunt, ac eiusdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quædam oriatur problematum, factum est, ut ab ijs, qui libros digesserunt, ommissa fuerit in hoc secundo libro, a nonnullis autem priori libro addita sit. Erat enim breuis, introductionique imprimis accommodatus, in eoque absoluebatur vniuersum genus tactionum. Rursus autem vnica tantum propositione omnia complectar, quæ quidem hypothese a prædicta deficiat, epitagmate vero abundet. est autem huiusmodi. Ex punctis, & rectis lineis, & circulis quibuscumque duobus datis circulum describere magnitudine datum, qui per datum punctum, vel data puncta transeat; contingat autem vnāquamq; datarum linearum. hæc continet problematum species numero sex: ex tribus enim dissimilibus generibus dualitatis differentie inordinatæ fiunt numero sex. nam vel duobus datis punctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duabus datis circulis, vel puncto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum describere, ut dictum est. hæc autem resolvere, & componere, & determinare secundum datum.

Itaque primus liber tactionum habet problemata septem. Secundus problemata quattuor. lemmata autem duorum librorum sunt vigintiunum; theoremata sexaginta.

De Porismatibus.

Post ipsas autem tactiones sequuntur Euclidis porismata tribus voluminibus contenta; opus quidem artificiosissimum, ac perutile ad resolutionem obscuriorum problematum, ac eorum generum, quæ haud comprehendunt eam, quæ multitudinem præbet naturam. nihil vero additum est ijs, quæ Euclides primum scripsit, præterquam quod nonnulli inepti, qui ante nos fuerunt, secundas descriptiones paucis ipsorum addiderunt. Et cum vnumquodq; numerum demonstrationis præfinitum habeat, quemadmodum ostendimus, hi vnā solummodo pro singulis porismatibus ex Euclide

clide demonstrationem apponentes eam maximè obscurarunt. At vero hæc subtilem, naturalemque in se habent contemplationem, & necessariam, & admodum vniuersalem, & ijs, qui hæc valent perspicere, atque inuestigare, etiam suauem. Horum autem species omnes neq; theorematum sunt, neq; problematum, sed mediam quodammodo inter hæc formam, ac naturam habent, ita vt eorum propositiones formari possint, vt theorematum vel vt problematum. quo factum est, vt ex multis Geometris alij quidem ea genere esse theoremata, alij vero problemata opinati sint, dum ad solam tantum propositionis formam respicerent. Horum autem trium differentiam veteres multo melius cognouisse ex definitionibus perspicuum est. dixerunt enim theoremata esse, quod proponitur in ipsius propositi demonstrationem. Problema, quod affertur in constructionem propositi. Porisma vero, quod proponitur in porismum, hoc est in inuentionem, & inuestigationem propositi. immutata autem est hæc porismatis definitio à iunioribus, qui nequeunt omnia inuestigare, sed his elementis vtuntur, & ostendunt solummodo quod hoc est, quod quaritur, non autem illud ipsum inuestigant. cumque & ex definitione ipsa, & ex ijs, quæ nobis tradita sunt, redarguerentur ab accidente sic porisma definierunt. Porisma est quod hypothesi deficit à locali theoremate. Huius autem generis porismatum loci ipsi sunt vna species; atque de hac ipsa abunde tractatur in resolutio loco; seorsum autem à porismatibus collecta, inscriptaq; ac tradita sunt, quod magis diffusa, & copiosa sit cæteris speciebus. Locorum igitur species sunt decem: siquidem alij sunt planorum, alij solidorū, alij linearium: & in ijs, quæ ad medietates pertinent. Sed & hoc porismatibus contingit, nempe propositiones habere dissectas ob difficultatem multarum rerum, quæ subintelligi consueuerunt, ita vt complures Geometræ aliqua ex parte ea assequantur, quæ vero magis necessaria sunt, significata ignorant. facillimum autem est multa in his vna propositione complecti, propterea quod & ipse Euclides non multa de vnaquaq; posuerit specie, sed causâ ostendendæ multæ copię, in qua pauca ad principium primi libri posuit. consimilia ab vberima illa specie locorum, vt numero decem. quare cum has vna propositione comprehendi posse intelligeremus, ita descripsimus.

Si in tria puncta in vna recta linea, vel parallela alia data sint, reliqua vero præter vnum tangant positione datam rectam lineam, & hoc positione datam rectam lineam tanget. hoc est quattuor quidem rectis lineis tantum; quarum non plures, quàm duæ per idem punctum transeunt; ignoratur autem in omni proposita multitudine verum quod in ea inest sic appellatum. Si quocumque rectæ lineæ sese mutuo secent, non plures, quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipsarum data sint, & vnumquodq; eorum, quæ sunt in altera tangat positione datam re-

ctam li-

etiam lineam, vel vniuersaliter hoc modo. Si quocumque rectæ lineæ sese mutuo secant, non plures quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipsarum data sint, & reliquorum multitudinem habentium triangulum numerum, huius latus singula habet puncta tangentia rectam lineam positione datam, quorum trium non ad angulum existens trianguli spaciij vnumquodq; reliquum punctum rectam lineam positione datam tanget. Euclidem vero non verissimile est ignorare hoc, sed principium dumtaxat statuere, & in omnibus porismatibus apparet principia, & seminaria sola multarum, ac magnarum multitudinum ab eo iacta, quorum vnumquodq; non iuxta positionum differentias distinguere oportet, sed iuxta differentias accidentium, & quæditorum. Et positiones quidem omnes inter se differunt, cum specialissimæ sint. accidentium, vero & quæditorum vnumquodque vnum, & idem existens multis positionibus differentibus contingit, eo quod genere sint eadem. Itaque in primo libro hæc genera quæditorum in propositionibus statuere oportet. in principio quidem septimi, diagramma hoc. Si à duobus datis punctis ad rectam lineam positione datam rectæ lineæ inflectantur, abscindat autem vna à recta linea positione data ad datum in ipsa punctum, abscindet, & altera proportionem habens datam. In ijs autem, quæ sequuntur. Quod hoc punctum tangit positione datam rectam lineam. Quod proportio huius ad hanc data est. Quod proportio huius ad aptomen. Quod hæc positione data est. Quod hæc ad datum punctum vergit. Quod proportio huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quod proportio huius ad aliquam ab hoc ductæ. Quod proportio huius spaciij ad id, quod data recta linea, & hac continetur. Quod huius spaciij alterum quidem est datum, alterum proportionem habet ad aptomen. Quod hoc spaciium; vel hoc vna cum aliquo spacio dato est, illud autem proportionem habet ad aptomen. Quod hæc cum qua ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad aliquam ab hoc, vt dato. Quod id quod sub dato, & hac æquale est ei, quod sub dato, & ab hoc vt dato. Quod proportio huius, & huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quod hæc abscindit a positione datis datum continentes.

At in secundo libro positiones quidem aliæ, quæditorum autem plurimæ eadem sunt, quæ in pr. lib. Eximia vero hæc. Quod hoc spaciū vel proportionē habet ad aptomen, vel vna cum dato proportionē habet ad aptomen. Quod proportio huius sub his ad aptomen. Quod proportio huius sub vtroque horū, & vtrorūq; horum ad aptomen. Quod hoc sub hac, & vtraq; hac: & huius ad quam hæc proportionem habet datam: & hoc sub hac, & hac ad quam hæc proportionem habet datam ad aptomen. Quod vtriusq; proportionis ad aliquam huius vt dati. Quod datum sub datis. In tertio libro plures sunt propositiones in semicirculis paucae autem in circulis, & circulorum portionibus. Quæditorum autem multa similia sunt antedictis. Eximia vero hæc. Quod proportio huius sub his ad hoc sub his. Quod

propor-

proportio huius ab hac ad apotomen. Quod hoc sub his, huic sub dato, & assumpta sub perpendiculari vique ad datum. Quod vterq; & ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad apotomen. Quod est aliquod datum punctum, à quo iunctæ ad datum continent specie triangulum. Quod est aliquod datum punctum, à quo iunctæ rectæ lineæ ad hoc æquales assumunt circumferentias. Quod quæ in parathesi erit, vel vna cum aliqua recta linea ad datum punctum vergente datum continet angulum. Habent autem tres libri porismatum lemmata 38. ipsa vero theoremata sunt 101.

De locis planis

Locorum omnium alij sunt *ἐν ἑαυτοῖς*, hoc est in se ipsis tantum consistentes, de quibus, & Apollonius ante propria elementa dicit puncti quidem locum esse punctum, lineæ locum lineam, superficiæ superficiem, & solidi solidum. alij autem *διεξοδικοί*, hoc est sese extra tendentes, vt puncti locum lineam, lineæ superficiem, superficiæ solidum. locorum autem, qui in resolutio loco alij quidem positione dati *ἀπαιτούται* sunt, alij autem plani dicti, & solidi, & lineares: *διεξοδικοί* vero sunt punctorum, & alij ad superficies. *ἀνταρροφικοί* quidem punctorum, *διεξοδικοί*, autem linearum. lineares loci ex ijs qui sunt ad superficies demonstrantur. dicuntur autem plani loci tum hi, de quibus agemas, tum vniuersæ quicumq; sunt rectæ lineæ, vel circuli. Solidi loci quicumq; sunt conorum sectiones, parabola, vel ellipses, vel hyperbolæ. lineares loci quicumq; lineæ sunt, neq; rectæ, neq; circuli, neque aliqua dictarum con sectionum. loci autem ab Eratosthene inscripi ad medietates ex prædictis genere sunt a proprietate hypotheseon in illis. Antiqui igitur horum planorum ordinem respicientes elementa tradiderunt, quem cum negligerent posteriores, alios apposuerunt, tamquam non infinitos multitudine, si quis velit ascribere quæ ordinem illum consequantur. itaque ponam propositi quidem posteriora ordinem autem priora, vna propositione comprehendens hoc modo. Si duæ lineæ agantur, vel ab vno dato puncto, vel à duobus, & vel in rectam lineam, vel parallelæ, vel datum continent angulum, vel inter se datam proportionem habentes, vel datum comprehendentes spacium: contingat autem terminus vnus locum planum positione datum, & alterius terminus locum planum positione datum continget, interdum quidem eiusdem generis, interdum vero diuersum, & interdum similiter positum ad rectam lineam, interdum contrario modo. Hæc autem sunt iuxta differentias subiectorum. At proposita in principio quidem tertij libri à Charmandro his congruunt. Si rectæ lineæ positione data vnus terminus datus sit, & alter circumferentiam concuam positione datam continget. Si à duobus punctis datis inflectantur rectæ lineæ datum angulum continentes, commune ipsorum punctum cōtinget circumferentiam

ferentiam concauam positione datam. Si trianguli spacij magnitudine dati basis positione, & magnitudine data sit, vertex ipsius rectam lineam positione datam continget. Alia autem huiusmodi. Si recta linea magnitudine data, & cuiuspiam positione data æquidistantis vnus terminus contingat rectam lineam positione datam, & alius terminus rectam lineam positione datam continget. Si à puncto quodam ad positione datas duas rectas lineas parallelas, vel inter se conuenientes ducantur recta linea in dato angulo, vel datam habentes proportionem, vel quarum vna simul cum ea, ad quam altera proportionem habet datam, data fuerit, continget punctum rectam lineam positione datam. Et si sint quotcumque recta linea positione data: atque ad ipsas à quodam puncto ducantur recta linea in datis angulis, sit autem quod data linea, & ducta continetur vna cum contento data linea, & altera ducta æquale ei, quod data, & alia ducta, & reliquis continetur punctum similiter rectam lineam positione datam continget. Si ab aliquo puncto ad positione datas parallelas ducantur recta linea in datis angulis, quæ ad puncta in ipsis data abscindant rectas lineas, vel proportionem habentes, vel spatium continentes datum, vel ita vt species ab ipsis ductis vel excessus specierum æqualis sit spacio dato, punctum continget positione datas rectas lineas.

Secundus autem liber hæc continet. Si à datis punctis recta linea inflectatur, & sunt quæ ab ipsis fiunt dato spacio differentia, punctum positione datas rectas lineas continget, si sint in proportionem data vel recta linea vel circumferentiæ. Si sit positione data recta linea, & in ipsa datum punctum, à quo ducatur quædam linea terminata, à termino autem ipsius ducatur & ad positionem, & sit quod sit à ducta æquale ei, quod à data, & abscissa, vel & ad datum punctum, vel ad alterum punctum datum, vel ad alterum datum in linea data positione, terminus ipsius positione datam circumferentiam contingere. Si à duobus punctis datis recta linea inflectantur, & sit quod ab vna efficitur eo, quod ab altera dato maior, quàm in proportionem, punctum positione datam circumferentia continget. Si à quotcumq; datis punctis ad punctum vnum inflectantur recta lineæ: & sint species, quæ ab omnibus fiunt dato spacio æquales punctum continget positione datam circumferentiā. Si à duobus punctis datis inflectantur recta lineæ, à puncto autem ad positione datam lineam abscissa à recta linea positione data ad datum punctum, & sint species ab inflexis æquales ei, quod à data, & abscissa continetur, punctum ad inflexionem positione datam circumferentiam continget. Si in circulo positione dato sit datum punctum perque ipsum agatur quædam recta linea, & in ipsa punctum extra sumatur, si autem quod sit à linea ducta vsq; ad punctum intra datum æquale ei, quod à tota, & extra sumpta, vel soli, vel vna cum eo, quod duabus, quæ intra

circulum

circulum portionibus continetur: punctum extra sumptum positione datam rectam lineam continget. Et si hoc quidem punctum contingat positione datam rectam lineam circulus autem non ponatur, quæ sunt ad utraq; partes dati puncti contingent positione eandem datam circumferentiam, habent autem planorum locorum duo libri theoremata, vel diagrammata centum quadraginta septem, lemmata autem octo.

De inclinationibus μέγεθος.

Inclinare dicitur linea ad punctum, si producta ad ipsum peruenit; vniuersæ autem idem est siue ad aliquod punctum inclinare linea dicatur, siue aliquod in ipsa sit punctum datum, siue per datum punctum existat. Inscrípserunt autem hæc, inclinationes ab vno eorum, quæ dicta sunt. Et cum hoc sit problema vniuersale. Duabus lineis positione datis inter ipsas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat: in hac particularibus subiecta differentia habentibus, alia quidem erant plana, alia solida, alia vero linearia. Ex planis autem, quæ ad multa utiliora sunt eligentes problemata hæc ostenderunt. Positione dato semicirculo, & recta linea, ad rectos angulos basi sit duorum semicirculorum in directum bases habentium inter duas lineas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad semicirculi angulum pertingat. Rhombo dato, & vno latere producto aptare sub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppositum angulum pertingat. Circulo positione dato aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat. Horum autem in primo libro, quod in vno semicirculo, & recta linea ostensum est, quatuor habens casus, & quod in circulo duos habens casus, & quod in rhombo similiter duos casus habens. At in secundo libro in duobus semicirculis positione decem casus habente. In his autem subdiuisiones plures determinantes causâ magnitudinis rectæ lineæ. Hæc igitur in resolutio loco plano, hoc est quæ, & priora. ostenduntur scorsum à medietatibus Eratosthenis: etenim illa posteriora sunt. Post plana solidorum ordo contemplationem. solida autem vocant problemata, non quæ in solidis figuris præponantur; sed quæ cum non possint ostendi per plana, per conicas lineas ostendantur, quare de his prius scribere necessarium est. Erant igitur conicorum elementorum primum Aristei senioris libri quinque, velut ijs, qui hæc percipere possent cum breuitate conscripti. Itaque inclinationum libri duo habent theoremata, vel diagrammata centum viginti quinque, lemmata autem triginta octo.

De Conicis Apollonijs.

Euclidis libros quattuor conicorum cum Apollonius expleuisset, ac quattuor alios adiunxisset, octo conicorum libros confecit. Aristæus au-

tem, qui scribit ea, quæ ad hoc vsque tempus tradita sunt, solidorum locorum libros quinque conicis coherentes vocauit. Et qui ante Apollonium fuerunt trium conicarum linearum, vnâ quidem coni acutianguli, alterum rectanguli, tertiam vero obtusianguli coni sectionem appellarunt. Quoniam autem in vnoquoque horum trium conorum differenter sectionum tres lineæ sunt, dubitans, vt apparet Apollonius, curuam, qui ante se hanc tractationem expleuerant, vna quidem acutianguli coni sectionem vocauerunt, quæ potest, & rectanguli, & obtusianguli coni esse; alteram rectanguli, quæ potest & in acutiangulo, & obtusiangulo cono reperiri; tertiam vero obtusiangulo, quæ & in acutiangulo, & rectangulo cono in esse potest, mutatis nominibus, quæ quidem acutianguli coni sectio nominatur, ellipsim appellat, quæ rectanguli parabolam, quæ vero obtusianguli hyperbolam, vnicuique ab aliquo proprio accidente nomen imponens spaciū enim quoddam ad lineam quampiam comparatum in acutianguli coni sectione deficiens fit quadrato, in obtusianguli coni sectione quadrato excedens; in rectanguli vero vni sectione neque deficiens, neque excedens. Hoc autem illi accidit, quod non considerauit iuxta vnum dumtaxat casum plani conum secantis, & tres lineas gignentis in vnoquoque conorum aliam neque aliam fieri lineam, quam a coni proprietate nominarunt. Si enim secans planum ducatur vni laterum coni æquidistans, vna tantum ex tribus lineis efficitur semper eadem, quam Aristæus illius coni sectionem appellauit. Apollonius igitur quæ continent ab ipso conscripti conicorum octo libri, dicit, summatim colligens in proœmio libri primi, hoc modo. Continet autem primus liber generationes trium coni sectionum, & earum, quæ oppositæ dicuntur; itemque principalia ipsarum accidentia a nobis, & vberius, & vniuersalius, quam ab alijs, qui de ea rescripserunt, elaborata. Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes sectionum, & ad lineas illas, quæ cum sectione, non conueniunt, quæ à Græcis ἀσύντατοι appellantur, tum de alijs disserit, quæ & generalem, & necessariam utilitatem ad determinationes afferunt. quas autem vocem diametros, & quos axes ex hoc libro cognosces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt & ad solidorum locorum compositiones, & ad determinationes, quorum complura, & pulcherrima, & noua sunt. Hæc nos perpendentes animaduertimus non positam esse ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quattuor lineas, verum ipsius tantummodo particulam quandam, atque hanc non satis feliciter: non enim fieri poterat, vt ea compositio recte perficeretur absque ijs, quæ à nobis inuenta sunt. Quartus liber tradit quot modis conorum sectiones inter se, & circuli circumferentiæ occurrere possint, & multa alia ad pleniorē doctrinam; quorum nihil ab ijs, qui ante nos fuerunt, memoriæ proditum est; coni sectio, & circuli circumferentia, & oppositæ sectiones ad quot puncta oppositis sectionibus occurrant. Reliqui autem quattuor libri ad abundant-

torem

tiorem scientiam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & similibus confectionibus. Septimus continet theorematum, quæ determinandi vim habent. Octauus problemata conica determinata. Et hæc quidem Apollonius. Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neque ipse perficere poterat, neque aliquis alius: sed neque paululum quid addere ijs, quæ Euclides scripsit per ea tantum conica, quæ usque ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, ut etiam ipse testatur dicens, fieri non posse ut locus perficeretur absque ijs, quæ ipse scribere coactus sit. Euclides autem secutus Aristæum scriptorem luculentum in ijs, quæ de conicis tradiderat: neque anteuertens, neque volens eorum tractationem destruere, cum mitissimus esset, & benignus erga omnes, præsertim eos, qui mathematicas disciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare possent, ut par est, & nullo modo infensus, sed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum ostendi potuit de loco per eius conica memoria prodidit. non addens perfectum illud, absolutumque esse; tunc enim necessario reprehendi posset: nunc vero haudquaquam illud faciendum est; siquidem & ipse in conicis pluraque imperfecta relinquens non satis ea valet tueri. Adijcere autem loco, quæ deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quæ ab Euclide de loco scripta fuerant, & dans operam Euclides discipulis Alexandriæ longo tempore, ex quo adeo excellentem in mathematicis habitum est assecutus, neque usquam deceptus est. At locus ad tres, & quatuor lineas, in quo magnifice se iactat, & ostentat nulla habita gratia ei, qui prius scripserat, est huiusmodi. Si positione datis tribus rectis lineis ab vno, & eodem puncto ad tres lineas in datis angulis rectæ lineæ ducantur, & data sit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquæ: punctum contingit positione datum solidum locum, hoc est vnam ex tribus conicis sectionibus. Et si ad quatuor rectas lineas positione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data sit: Similiter punctum datam coni sectionem positione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus ostensus est. Quod si ad plures, quam quatuor punctum continget locos non adhuc cognitos, sed lineas tantum dictas; quales autem sint, vel quam habeant proprietatem, non constat. earam vnam, neque primam, & quæ manifestissima videtur, composuerunt, ostendentes vtilem esse. propositiones autem ipsarum hæc sunt.

Si ab aliquo punctum ad positione datas rectas lineas quinque ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio solidi parallelepipedum rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad solidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum positione datum lineam continget. Si autem ad sex, & sit data proportio solidi tribus lineis contenti ad solidum, quod tribus reliquis conti-

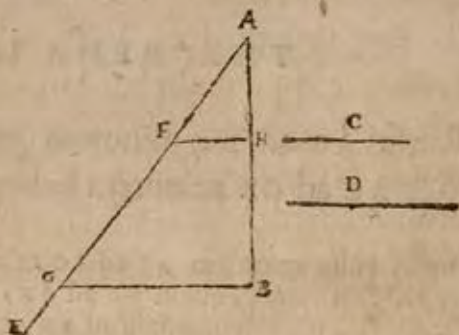
netur; rursus punctum continget positione datam lineam. Quod si ad plures quàm sex, non adhuc habent dicere, data sit proportio cuiuspiam contenti quattuor lineis ad id quod reliquis continetur. Quoniam non est aliquid contentum pluribus quàm tribus dimensionibus. Acquiescunt autem his, qui paulo ante talia interpretati sunt. neque vnum aliquo pacto comprehensibile significantes quod his continetur, licebit autem per coniunctas proportionales hæc, & dicere, & demonstrare vniuersè in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio coniuncta ex ea, quam habet vna ductarum ad vnam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, & reliqua ad reliquam: punctum continget positione datas lineas. & similiter quotcumque sint impares, vel pares multitudine, cum hæc vt dixi, loco ad quattuor lineas respondeant, nullum igitur posuerunt ita vt linea nota sit. hæc respicientes minime extolluntur, quemadmodum antiqui, & vnusquisque eorum, qui meliora conscribunt. Ego autem & à principio in mathematicis versatus, & in materia quæstionum à natura proposita videns omnes commotos erubui, cum & multo meliora ostenderim, & quæ multam afferant vtilitatem. Sed ne vacuis manibus difficultati huic cessasse videar hæc legentibus tradam. Perfectorum vtrorumque ordinum proportio composita est ex proportionibus amphismatum, & rectarum linearum similiter ad axes ductarum à punctis, quæ in ipsis grauitatis centra sunt. Imperfectorum autem proportio composita est ex proportionibus amphismatum, & circumferentiarum à punctis, quæ in ipsis sunt centra grauitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ductarum linearum, & earum, quas continent ipsarum extrema ad axes angulorum. continent autem hunc propositiones ferè existentes vna multa, & varia theoremata, & linearum, & superficialium, & solidorum omnia simul vna demonstratione, & quæ nondum demonstrata sunt, & quæ & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Apollonij theoremata, vel diagrammata quadringenta octoginta septem, lemmata vero quæ in ipsa sunt, nonaginta.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Data rectam lineam in datam proportionem secare.

Sit data quidem recta linea AB data autem proportio, quam habet c ad d: & oporteat secare AB in proportionem c ad d.

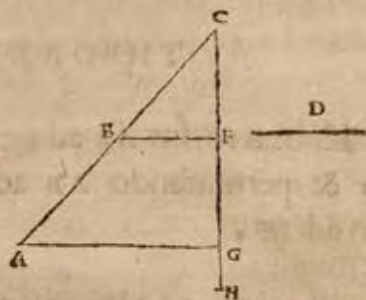
Inclinetur ad AB in quouis angulo recta linea AE, & ipsi c æqualis abscindatur AF, ipsi vero d æqualis FG; & iuncta BG, ducatur FH ei parallela. Quoniam igitur ut AH ad HB, ita est AF ad FG; est autem AF æqualis c, & FG ipsi d: erit ut AH ad HB, ita c ad d. ergo AB secta est in puncto H. quod facere oportebat.



PROBLEMA II. PROPOSITIO II.

Tribus datis rectis lineis AB, BC & D, inuenire ut AB ad BC, ita aliam quandam ad D.

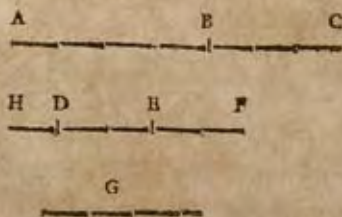
Rursus inclinetur ad AC recta linea CH in quouis angulo, & abscindatur CF æqualis D, iunctaque BF, ipsi parallela ducatur AG. ergo rursus ut AB ad BC, ita erit GF ad FC, hoc est ad D. inuenta igitur est FG. similiter & si recta detur, quartam inueniemus.



THEOREMA I. PROPOSITIO III.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico, & componendo AC ad CB maiorem proportionem habere, quam DF ad FE.

Fiat enim ut AB ad BC ita alia quædam G ad EF. ergo G ad EF maiorem proportionem habet, quam DE ad EF & propterea maior G quàm DE ponatur ipsi G equalis HE. Quoniam igitur ut AB ad BC, ita est HE ad DE; erit componendo ut AC ad CB, ita HE ad EF sed HE ad EF maiorem proportionem habet, quam DE ad FE. ergo: & AC ad CB maiorem proportionem habebit, quam DE ad FE.

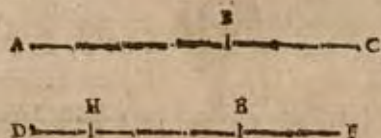


Sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DE ad EF .] Ex 8. quinti. Græcus codex sic habet το δὲ θ ζ ποὶ το ζ ε. post quæ Verba hæc addenda sunt. μὴζοιε λόγον ἐχον, ὥς το δ ζ ποὶ το δ ε.

THEOREMA II. PROPOSITIO IV.

Rursus AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF .
 A Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DE ad FE .

Rursus enim quoniam AB ad BC minorem habet proportionem; quam DE ad EF , si fiat ut AB ad EC , ita alia quædam ad EF , quæ sit HE ; erit ea minor, quam DE , & ut AC ad CB , ita erit HE ad FE . Sed HE ad FE , minorem habet proportionem, quam DE ad FE . ergo & AC ad CB minorem proportionem habebit, quam DE ad FE .



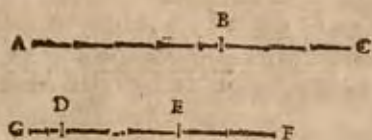
COMMENTARIIS.

A Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DE ad FE] Intellige componendo.

THEOREMA III. PROPOSITIO V.

Habeat rursus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF . Dico & permutando AB ad DE maiorem proportionem habere, quam BC ad EF .

8. quinti Fiat enim ut AB ad BC , ita alia quædam, quæ sit GE ad EF . manifestum est eam maiorem esse, quam DE . quare permutando ut AB ad GE , ita est BC ad EF . habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quam AB ad GE , hoc est, quam BC ad EF . ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF .



Eadem ratione & si AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF , sequetur etiam permutando AB ad DE minorem proportionem habere, quam BC ad EF .

A Erit enim ut AB ad BC , ita alia quædam ad EF , quæ minor sit, quam DE . reliqua vero eadem erunt.

COMMENTARIIS.

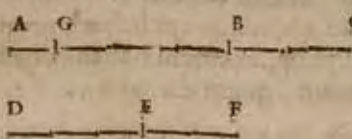
A Quæ minor sit, quam DE] Græcus codex ἐστὶ ποὶ ἐνδεσιν τὸ δ ε. Vide ne legendum sit ἐστὶ ἐνδεσιν τὸ δ ε. Mirum autem videtur Pappum hoc loco diuisuam rationem prætermisisse, cum præsertim ea sæpe utatur; nisi forte temporis iniuria interciderit, quod credibilis est: nos igitur eam supplere aggrediemur.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DE ad FE . Dico & diuidendo AB ad BC maiorem proportionem habere, quam DE ad FE .

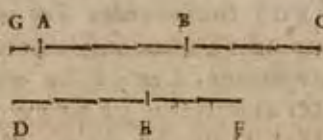
Fiat ut DE ad FE , ita alia quapiam GC ad CB .
Erit utique GC minor, quam AC , & erit diuidendo GB ad BC , ut DE ad EF . Sed AB ad EC maiorem proportionem habet, quam GB ad BC . ergo & AB ad BC maiorem habebit proportionem, quam DL ad EF .

Habeat rursus AC ad CB minorem proportionem, quam DF ad FE , & diuidendo AE ad BC minorem proportionem habebit, quam DB ad BF .

Fiat enim rursus ut DE ad FE , ita alia quapiam GC ad CB . erit GC maior, quam AC . atque erit diuidendo GB ad EC , ut DE ad EF . Sed AB ad BC minorem habet proportionem, quam GB ad BC , quare & minorem habebit, quam DB ad EF .



10 quinti

10. quinti
8. quinti.

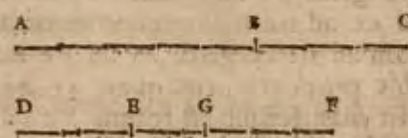
THEOREMA IV. PROPOSITIO VI.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DF ad FE . Dico per conuersionem rationis CA ad AB minorem habere proportionem, quam FD ad DE .

Fiat enim ut AC ad CB , ita DF ad aliam quandam. erit utique ad minorem, quam FE . Sit autem FG : quare per conuersionem rationis, ut CA ad AB , ita erit FD ad DG . Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quam FD ad DE . ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE .

Similiter autem & si AC ad CB minorem proportionem habeat, quam DF ad FE , habebit per conuersionem rationis CA ad AB maiorem proportionem, quam FD ad DE .

Erit enim ut AC ad CB , ita DF ad maiorem, quam FE . reliqua vero manifesta erunt.



8. quinti.

A

COMMENTARIVS.

Ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE . Vide ne haec A in Græco codice desiderentur. χ το' α γ δ ρ α σ π ρ ος τ ο' α β ε λ α ω ν α λ ο γ η ν ι χ η, ω σ τ ο' ζ δ σ π ρ ος τ ο' δ ε.

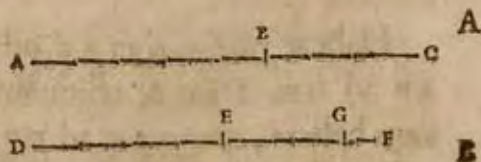
THEOREMA V. PROPOSITIO VII.

Habeat rursus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF . Dico conuertendo CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED .

Fiat enim ut AB ad BC , ita DE ad aliam aliquam, erit ad minorem, quam BF , ut ad BG . conuertendo igitur ut CB ad BA , ita est GE ad ED . Sed GE ad ED minorem proportionem habet, quam FE ad ED . ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED .

Similiter autem & si AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF , conuertendo CB ad BA maiorem habebit proportionem, quam FE ad ED .

Erit enim ut AB ad BC , ita DE ad maiorem, quam EF , reliqua, quæ sequuntur perspicua sunt.



A

B

Ex his

Ex his autem constat si AB ad BC maiorem proportionem habeat, quam DE ad EF , & EB ad ED maiorem habere proportionem, quam CB ad BA . Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF , & FE ad BD minorem habebit proportionem, quam CB ad BA .

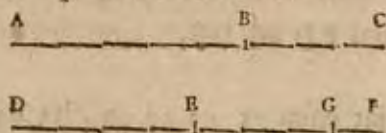
COMMENTARIUS.

- A** Vt ad EG] *Græcus codex ὅτε πρὸς τὸ ἐν ego legerem ὅς πρὸς τὸ ἐν.*
B Ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FB ad ED] *In Græco eod. hæc desiderari videntur. καὶ τὸ γὰρ ἄρα πρὸς τὸ β α ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὑπὲρ τὸ ζ ε πρὸς τὸ ε δ.*
C Similiter autem & si AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF] *Græcus codex ὁμοίως δὲ καὶ τὸ α β ἐλάσσονα λόγον ἔχει. Sed videtur legendum ὁμοίως δὲ καὶ τὸ α β πρὸς τὸ β γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO VIII.

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF . Dico & AB ad DE maiorem habere proportionem quam AC ad DF .

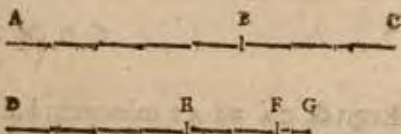
- A** Fiat enim vt AE ad DE , ita BC ad aliam. erit vtique ad minorem, quam EF , sit ad EG .
B tota igitur AC ad totam DG , est vt AE ad DE , Sed AC ad DG maiorem proportionem habet, quam ad DF , ergo & AE ad DE maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF .



- Et manifestum est totam AC ad totam DF minorem proportionem habere, quam AB ad DE , & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

COMMENTARIUS.

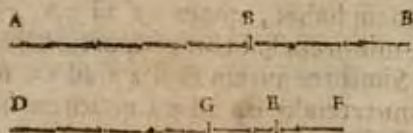
- A** Tota igitur AC ad totam DG , est vt AB ad DE .] *Ex 12. quinti.*
B Et si minor sit proportio partis, totius maior erit] *Hoc est si AB ad DE minorem proportionem habeat, quam BC ad EF , habebit AC ad DF maiorem proportionem, quam AB ad DE . Fiat enim, vt AB ad DE , ita BC ad aliam, quæ sit EG . erit igitur GE maior, quam EF . atque erit AC ad DG , vt AB ad DE . Sed AC ad DG minorem proportionem habet, quam ad DF , ergo & AB ad DE minorem habebit proportionem, quam AC ad DF : & propterea AC ad DF maiorem proportionem habebit, quam AB ad DE . Græcus codex καὶ ἐλάσσον τοῦ μέρους μείζων ὅλως, quæ Verba fortasse depravata sunt, & ita restituenda, καὶ ἐλάσσον τοῦ μέρους, μείζων ὅλως.*



THEOREMA VII. PROPOSITIO IX.

Habeat rursus tota AC ad totam DF maiorem proportionem, quam AB ad DE . Dico & reliquam BC ad reliquam EF maiorem proportionem habere, quam AC ad DF .

- A** Fiat enim vt AC ad DF , ita AB ad DG . ergo & reliqua BC ad reliquam GF est vt AC ad DF .
B Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG . ergo & BC ad EF maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF .



- C** Si vero totius ad totam sit minor proportio, reliqua minor erit.

COMMENTARIVS.

Fiat enim vt AC ad DF , ita AB ad DG] *In Græco codice hæc desiderantur, πεποιήσθαι* A
γὰρ ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν δ ζ.

Sed BC ad BE maiorem proportionem habet, quam ad FG] *In Græco codice nonnulla* B
desiderantur. quare ita restituendus erit. ἡ δὲ β γ πρὸς τὴν ε ζ μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὴν ζ η.

Si vero totius ad totam sit minor proportio, reliqua minor erit] *Græcus codex ἔαν* C
δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἔλασσον, ἢ λοιπὴ μείζον. Sed legendum puto ἔαν δὲ ὅλης πρὸς τὴν ὅλην
ἔλασσον, ἢ λοιπὴ ἔλασσον. Si enim tota AC ad totam DF minorem proportionem habeat,
quam AB ad DE & reliqua BC ad EF minorem habebit, quam AC ad DF .

THEOREMA VIII. PROPOSITIO X.

Sit AB maior, quam C , D vero æqualis E . Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam D ad E .

Ponatur enim ipsi C æqualis BF . est igitur vt BF ad C , ita D ad E . Sed AB ad C maiorem proportionem habet, quam BF ad C . ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam D ad E .

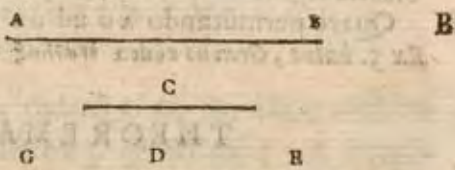
Et manifestum est si AB sit minor, quam C , AB ad C minorem proportionem habere, quam D ad E , ob conuersam scilicet rationem.



THEOREMA IX. PROPOSITIO XI.

Sed sit AB maior, quam C , & DE minor, quam F . Dico AB ad C A
 maiorem habere proportionem, quam DE ad F .

Quod! quidem patet sine demonstratione. Si enim æquali existente DE ipsi F , AB ad C maiorem habet proportionem, quam DE ad F , eo minori existente multo maiorem proportionem habebit. Ob demonstrationem vero hoc modo.



Quoniam enim maior est AB quam C , si fiat vt AB ad C ita alia quædam ad F . erit ea maior, quam F . quare & maior, quam DE . Sit igitur ipsi æqualis GE . ergo GE ad F maiorem proportionem habet, quam DE ad F . Sed vt GE ad F , ita AB ad C . ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam DE ad F .

Et manifestum est, vbi minor, semper minorem habere proportionem, & rectangulum contentum AB & F maius esse eo, quod C & DE continetur. quippe cum ipsi æquale sit rectangulum ex C & EG , quod quidem rectangulo ex C & DE est maius.

COMMENTARIVS.

Sed sit AB maior, quam C , & DE minor, quam F . Dico AB ad C maiorem habere A
 proportionem, quam DE ad F .] *Græcus codex ἔλασσον δὲ τὸ δ τῷ ζε ὅτι &c. ἢ πρὸς τὸ δ πρὸς τὸ ε. sed legendum ἔλασσον δὲ τὸ δ ε τῷ ζ, ὅτι, &c. τὸ δ ε πρὸς τὸ ζ.*

Kk

Quod

- B** Quod quidem patet sine demonstratione] *Græcus codex* ἐπεὶ μὲν δὲ γὰρ διὰ τὴν δειξέας, legendum autem ὅτι ἀπὸ δειξέας, nam paulo post ita scribit διὰ τὴν δειξέας δὲ γὰρ.
- C** Et manifestum est ubi minor, semper minorem habere proportionem] Si AB sit minor, quam C , non propterea sequitur ut AB ad C minorem habeat proportionem, quam DE ad F , nisi vel DE sit maior, quam F , vel ipsi æqualis.
- D** Quippe cum ipsi æquale sit rectangulum ex C & EG] Ex 16. sexti libri elementorum.

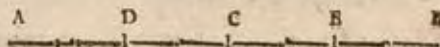
THEOREMA X. PROPOSITIO XII.

Sit recta linea AB , & secetur in puncto C . Dico omnia quidem puncta, quæ sunt inter A & C , diuidere AB in proportionem minorem ea, quæ est AC ad CB , omnia vero, quæ sunt inter C & B diuidere eandem in proportionem maiores.

Sumantur enim puncta ex utraque parte ipsius C , quæ sint DE . Quoniam igitur DA minor est, quam AC ,

A maior autem DE , quam EC ; habebit DA ad AC minorem proportionem,

B nem, quam DE ad EC . quare permutando AD ad DE minorem habebit proportionem, quam AC ad CB . Eodem modo demonstrabitur in omnibus punctis, quæ sunt inter A & C . Rursus quoniam BA maior est, quam AC , minor autem EB , quam EC , habebit EA ad AC maiorem proportionem, quam EB ad EC . ergo permutando AE ad EB maiorem proportionem habebit; quam AC ad CB . similiter demonstrabimus & in reliquis punctis, quæ inter C & B sumuntur.



COMMENTARIUS.

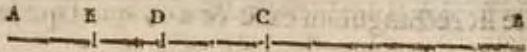
A Habebit DA ad AC minorem proportionem, quam DE ad EC] sequitur hoc ex his, quæ proxime demonstrata sunt. *Græcus codex* ὅτι δὲ δα πρὸς τὴν α γ ἡ μικρὸν λόγον ἔχει, &c. Videtur legendum ὅτι δα ἄρα πρὸς τὴν α γ.

B Quare permutando AD ad DE minorem habebit proportionem, quam AC ad CB] Ex 5. huius, *Græcus codex* ἐναλλαξ ὅτι α δ πρὸς τὴν δ β. Sed legendum puto ἐναλλαξ ἄρα.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XIII.

Si sit recta linea AB , quæ bifariam in puncto C secetur, rectangulum, quod punctum C abscindit, videlicet ACB maximum est omnium, quæ à quoquam alio abscindantur.

Si enim sumatur punctum D , erit rectangulum ADB una cum quadrato ex CD , æquale quadrato ex AC , hoc est ACB rectangulo: quare rectangulum ACB est maius. Eadem sequentur, & ad alteras partes.

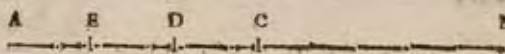


THEOREMA XII. PROPOSITIO XIV.

Dico insuper punctum, quod ipsi c propinquius est, semper maius spaciū efficere eo, quod est remotius.

Sumatur enim aliud punctum e inter a, & d. ostendendum est rectangulum contentum adb maius esse eo, quod abb continetur. Quoniam enim rectangulum adb vna cum quadrato

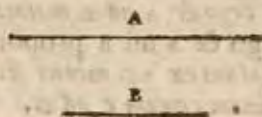
ex dc æquale est quadrato ex ac: est autem & rectangulum abb vna cum quadrato ex bc æquale quadrato ex ac: erit rectangulum adb vna cum quadrato ex dc æquale rectangulo abb vna cum quadrato ex cb. quorum quadratum ex dc minus est quadrato ex cb. reliquum igitur rectangulum adb rectangulo abb est maius.



THEOREMA XIII. PROPOSITIO XV.

Si enim sit a vna cum b æquale ipsi c vna cum de, sit autem de maius, quam b; erit a ipso c maius.

Ponatur ipsi b æquale de. ergo a vna cum de æquale est de vna cum c. commune auferatur de. reliquum igitur a est æquale ipsis c & fe, ac propterea a quam c maius erit.

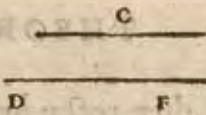


COMMENTARIVS.

Quorum quadratum ex dc minus est quadrato ex ce] Græcus codex corruptus est in quo legitur. *ἀν τὸ δὲ δὲ ζ ἑλασσον ἔστι τοῦ δὲ γ.*

sed legendum *ἀν τὸ δὲ δὲ ζ.*

Sit autem de maius, quam b, [erit a ipso c maius] In Græco codice aliqua desiderantur, qui sic habet. *μείζων ἂν γένοιτο τὸ α τοῦ γ.* legendum autem in hanc sententiam *μείζων ἂν γένοιτο τὸ δ ε τοῦ β.* ὅτι μείζων τὸ α τοῦ γ.



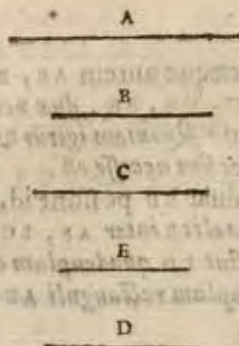
THEOREMA XIV. PROPOSITIO XVI.

Habeat a ad b maiorem proportionem, quam c ad d. Dico rectangulum contentum rectis lineis ad maius esse eo, quod ipsis bc continetur.

Fiat enim vt a ad b, ita c ad e. ergo c ad b maiorem proportionem habet, quam ad d, & idcirco b quam d est minor. Itaque sumpta a communi altitudine erit rectangulum ex ae minus rectangulo ex ad, sed rectangulum ex ab rectangulo ex bc est æquale. rectangulum igitur ex bc minus est rectangulo ex ad; & ob id rectangulum ex ad rectangulo ex bc est maius.

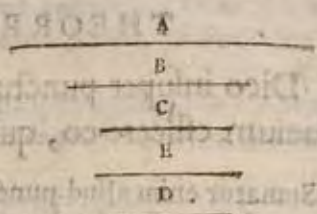
Similiter etiam si minor sit proportio rectangulum rectangulo minus erit.

Sed rursus sit rectangulum ex ad rectangulo ex bc maius. Dico a ad b maiorem proportionem habere, quam c ad d.



161 sexti.

- Ponatur enim rectangulo ex AD æquale re-
 A ctangulum ex BE erit rectangulum ex BE maius
 B eo, quod ex BC . quare & B maior, quam C . ut
 C autem A ad B , ita E ad D . sed E ad D maiorem
 D habet proportionem, quam C ad D . ergo & A
 ad B proportionem maiorem habebit quam C
 ad D .



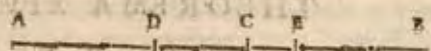
COMMENTARIUS.

- A Erit rectangulum ex BE maius eo, quod ex BC] Græcus codex. γίνεται ἄρα μῖζον μὲν τοῦ ἑωὶ τῶν BE τοῦ ἑωὶ τῶν BC sed legendum γίνεται ἄρα μῖζον μὲν τοῦ ἑωὶ τῶν BE .
 B Quare & B maior, quam C] Græcus codex ὥστε καὶ ἡ B τῆς C μῖζον. lege ὥστε καὶ ἡ C τῆς B μῖζον.
 C Ut autem A ad B , ita E ad D] Ex 16. sexti elementorum. Græcus autem codex corruptus videtur, ego ita restituendum puto ὥς δὲ ἡ A πρὸς τὴν B . οὕτως ἡ E πρὸς τὴν D ἢ δὲ E πρὸς τὴν D μῖζονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἡ C πρὸς τὴν D . καὶ ἡ A ἡ C πρὸς τὴν B μῖζονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἡ C πρὸς τὴν D . sed & illud idem aptius, breuiusque concludi potest non mutata priori figura hoc modo. Ponatur rectangulo ex BC æquale rectangulum ex AE . erit E minor, quam D , & ut A ad B , ita erit C ad E . Sed C ad E maiorem habet proportionem, quam D ad E . ergo & A ad B maiorem proportionem habebit, quam C ad D .
 D Ergo & A ad B proportionem maiorem habebit, quam C ad D] Eodem modo, si rectangulum ex AD minus sit rectangulo ex BC , demonstrabitur A ad B minorem habere proportionem, quam C ad D .

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVII.

Sint duæ rectæ lineæ AB , BC , & inter AB , BC media proportionalis sit BD , ipsique AD æqualis ponatur DE . Dico rectam lineam CE esse excessum, quo utraq; AB , BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB , BC continetur.

- Quoniam enim utraq; AB , BC excedunt utraq; AB , BC recta linea CE , erit CE excessus, quo utraq; AB , BC utraq; AB , BC excedunt: utraq; CE autem AB , BC sunt duæ BD : & duæ ED possunt id, quod quater continetur AB , BC . ergo CE est excessus, quo utraq; AB , BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB , BC continetur.



COMMENTARIUS.

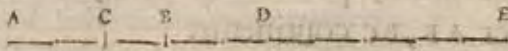
- A Utræque autem AB , BC sunt duæ BD .] Nam utraq; AB , BC sunt æquales his tribus AD , DE , BE . duæ verò ED sunt æquales ipsi BD , BE , ED , quarum ED est æqualis ipsi AD : Quoniam igitur utraq; AB , BC , & duæ BD eisdem sunt æquales, & inter se æquales sint necesse est.
 B Et duæ ED possunt id, quod quater continetur AB , BC] Cum enim BD sit media proportionalis inter AB , BC , erit eius quadratum rectangulo ABC æquale. Sed quadratum duplè ipsius ED quadruplè est quadrati ex BD , hoc est rectanguli ABC . ergo duæ ED possunt quadruplè rectanguli ABC , videlicet id, quod quater AB , BC continetur.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVIII.

Sit rursus ipsarum AB, BC media proportionalis BD , & ipsi AD æqualis ponatur DE . Dico CE constare ex vtrisque AB, BC , & ea, quæ potest id, quod quater AB, BC continetur.

Quoniam enim CE constat ex CD, DE , atque est AD æqualis DE constabit CE ex AD, DC , hoc est ex vtrisque AB, BC & duabus BD .

duæ autem BD possunt id, quod quater continetur AB, BC . ergo CE constat ex vtrisque AB, BC , & ea, quæ potest id, quod quater AB, BC continetur.



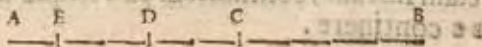
COMMENTARIUS.

Sit rursus ipsarum AB, BC media proportionalis BD . *Hoc loco BD non abscinditur ab ipsa AB , quemadmodum in superiori, sed extrat ipsum sumitur, ut in figura apparet.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XIX.

Rursus ipsarum AB, BC media proportionalis sit BD , & ipsi CD ponatur æqualis DE . Dico AE esse excessum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB, BC continetur.

Quoniam enim vtræque AB, BC excedunt vtrisque BE, BE ipsa AE , vtræque vero, EB, BC sunt duæ BD hoc est quæ potest id, quod quater continetur AB, BC . ergo AE est excessus, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB, BC continetur.



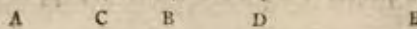
COMMENTARIUS.

Vtræque vero EB, BC sunt duæ BD . *Quoniam eam vtræque, EB, BC sunt æquales his. Videlicet BD, DC , & duplæ CB ; duæ vero BD æquales sunt duplæ DC , & duplæ CB , quarum duplæ DC est æqualis ipsis BD, DC : erunt vtræque, EB, BC , & duæ BD inter se necessario æquales.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XX.

Rursus ipsarum AB, BC media proportionalis sit BD , & ipsi CD æqualis ponatur DE . Dico AE constare ex vtrisque AB, BC , & ea, quæ potest id, quod quater AB, BC continetur.

Cum enim AE constat ex AD, DE , sitque DE æqualis CD , constabit AE ex AD, DC , hoc est vtrisque AB, BC , & duabus BD . At duæ BD possunt id, quod quater continetur AB, BC ergo AE constat ex vtrisque AB, BC , & ea, quæ potest id, quod quater AB, BC continetur.



Hæc

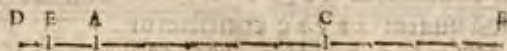
ἡ δὲ τῆς γδ
 ὅ γινεται
 λόμενος .
 τῆς δὲ τῆς
 χρίσιν
 τοιαύτη .

Hæc sumuntur ad sectionem proportionis, hæc autem ad spacij sectionem, differen-
 tertamen .
 Problema in secundum de sectione proportionis, vtile ad epilogum tertijdecimi loci.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXI.

Datis duabus rectis lineis AB, BC & producta AD , sumere datum pun-
 ctum D faciens proportionem BD ad DA , eandem, quæ est ipsius CD
 ad excessum, quo utraq; AB, BC excedunt eam, quæ potest id, quod
 quater AB, BC continetur.

A Sed aliter constitui non potest,
 nisi utraq; DB, AC æquales sint
 excessui EA . totaque DA toti AE ,
 & adhuc EA, AC, CB inter se pro-
 portionem habeant, quam nume-
 rus quadratus ad quadratum numerum & BC ipsius DB sit dupla.



B Factum iam sit, & excessus sit AE . ex ijs enim quæ superius dicta sunt ipsum inueni-
C mus. est igitur ut BD ad DA , ita CD ad AE : & permutando, diuidendoque erit spa-
 cium spacio æquale, videlicet rectangulum contentum BC, EA æquale rectangulo CDE .
 datum autem est rectangulum ex BC, EA , ergo & rectangulum CDE erit datum. & ad
 datam rectam lineam CE applicatur, excedens figura quadrata, datum igitur est
D punctum D ,

Componetur autem hoc pacto,

E Sit excessus EA , & rectangulo ex BC, EA æquale applicetur ad rectam lineam CB ,
 excedens figura quadrata, quod sit CDE . Dico D punctum quaesitum esse.

F Quoniam enim rectangulum ex BC, EA æquale est rectangulo CDE , erit ob pro-
 portionem, & componendo, permutandoque, ut BD ad DA , ita CD ad EA , quæ qui-
 dem est excessus.

E Eodem modo fiet, si velimus sumere punctum faciens, ut BD ad DA , ita CD ad re-
 ctam lineam, constantem ex utriusque AB, BC , & ex ea, quæ potest id, quod quater AB ,
 BC continere.

COMMENTARIUS.

A Sed aliter constitui non potest, nisi utraq; DB, AC æquales sint excessui EA , tota-
 que DA toti AB , & adhuc EA, AC, CB inter se proportionem habeant, quam numerus
 quadratus ad quadratum numerum, & BC sit ipsius DB dupla] *Vereor ne hæc ab aliquo
 addita sint, non enim video cur problema aliter constitui non possit.*

B Et excessus sit AE , ex ijs enim, quæ superius dicta sunt ipsum inuenimus] *Ex 17. huius.*

C Et permutando, diuidendoque erit spacium spacio æquale] *Quoniam enim ut BD ad
 DA , ita est CD ad AE , erit permutando ut BD ad DC , ita DA ad AE : & diuidendo ut BC
 ad CD , ita DE ad EA . ergo rectangulum ex BC, EA æquale est rectangulo CDE .*

D Datum igitur est punctum D] *Ex 59. libri datorum.*

E Et rectangulo ex BC, EA æquale applicetur ad rectam lineam CB , excedens figura
 quadrata, quod sit CDE] *Ex 29. sexti libri elementorum.*

F Erit ob proportionem, & componendo, permutandoque ut BD ad DA , ita CD ad
 EA quæ quidem est excessus] *Est enim BC ad CD , ut DE ad EA & componendo BD ad
 DC , ut DA ad AE , permutandoque ut ED ad DA , ita CD ad AE .*

G Eodem modo fiet, si velimus sumere punctum faciens ut ED ad DA , ita CD ad rectam
 lineam, &c.] *Quænam sit recta linea, quæ constet ex utrisque AB, BC & ex ea, quæ potest,
 quod quater AB, BC continetur, apparet ex 18. huius.*

Primus liber de proportionis sectione habet locos septem, casus, vigintiquattuor, &
 deter-

determinationes quinque, quarum tres sunt maximæ, & duæ minimæ, atque est maxima quidem ad tertium casum quinti loci, minima vero ad secundum casum sexti loci, & ad eundem septimi. maxima etiam est ad quartos casus sexti, & septimi loci.

Secundus liber de proportionis sectione habet locos septem, casus vigintiquattuor & determinationes septem, quarum quattuor sunt maximæ, & tres minimæ, & maxima quidem est ad secundum casum primi loci, & ad primum quarti loci, & ad tertium tertij, & ad quartum quarti, & ad primum sexti.

Secundus liber de spaciij sectione habet locos tredecim, casus septem, determinationes quattuor ex primo, in idem reducuntur.

Quæret fortasse aliquis cur secundus liber de proportionis sectione habet locos quatuordecim, secundus autem de spaciij sectione habet locos tredecim: habet autem ob hanc causam, quod septimus locus in libro de spaciij sectione tanquam manifestus omititur. Nam si utraque parallelæ lineæ in terminos cadant, qualescunque ducantur spaciium datum abscindunt, etenim æquale est contento rectis lineis, quæ inter terminos, & utrarumque linearum a principio positione datarum congressum interiiciuntur. in libro autem de proportionis sectione non adhuc similiter contingit. ob hoc igitur excedit loco vno in secundum secundi, & reliqua

De determinata sectione liber primus.

ἐπιταγ.
με.
LEM.I.

LEMMA I.

Vtile ad primum præceptum quinti problematis,

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXII.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur tria puncta CDE, sitque ADC rectangulum rectangulo BDE æquale. Dico vt BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC.

Quoniam enim rectangulum ADC æquale est BDE rectangulo, erit vt AD ad DE, ita BD ad DC. tota igitur AE ad totam EC est vt ED



ad DC: & conuertendo. rursus quoniam rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, vt AD ad DB, ita erit BD ad DC. ergo tota AB ad totam CE est vt ED ad DC. erat autem vt BC ad AE, ita CD ad DE. quare proportio composita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE est eadem, quæ componitur ex proportione BD ad DC, & proportione CD ad DE. Sed proportio quidem composita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE est rectanguli ABC ad AEC rectangulum: proportio vero composita ex proportione BD ad DC, & ex proportione CD ad DE est ea, quam habet BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC, quod demonstrare oportebat.

A
B
14. sextt
C
D

ALITER.

LEM.
II.

Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, ob proportionem, & tota AE ad totam, erit vt AE ad EC, ita AD ad DE. componendoque vt utraque AB CB ad BC, ita AB ad BD. quod igitur continetur vtrisque AE, CB, & BD æquale est rectangulo ABC. Rursus quoniam est vt AD ad DB, ita AB ad DE; & tota AE ad totam EC est vt ED ad DC. quare conuertendo, componendoque id quod continetur vtrisque AE, CB, & ED est æquale rectangulo ABC. ostensum autem est, quod continetur vtrisque AE, CB, & ED æquale esse rectangulo ABC. permutando igitur vt rectangulū conten-

E
F
E
tum

H tum vtrisque AF, CB & ED ad contentum vtrisque AB, CB , & DE , hoc est vt ED ad DB ita erit rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

C O M M E N T A R I V S.

- A Erit vt AD ad DB , ita ED ad DC] *Ex 14. sexti elementorum.*
 B Tota igitur AB ad totam BC est vt ED ad DC] *Ex 12. quinti elementorum.* Hæc autem omnia nos restitimus, quæ deerant in Græco codice. quare ita legendum erit $\chi \epsilon \lambda \nu \alpha \rho \alpha$ n $a \beta$ $\pi \rho \acute{o} \varsigma \delta \lambda \nu$ $\tau \eta \nu \gamma \epsilon$ $\delta \epsilon \nu \acute{o} \varsigma \beta \delta$ $\pi \rho \acute{o} \varsigma \delta \gamma$.
 C Erat autem vt BC ad AE , ita CD ad DE] *demonstratum etenim est totam AE ad totam BC esse, vt ED ad DC quare conuertendo, vt BC ad AE , ita erit CD ad DE . Græcus codex $\pi \delta \epsilon \chi \acute{o} \varsigma \eta \beta \delta$ $\pi \rho \acute{o} \varsigma \tau \eta \nu \epsilon \alpha$, legendum $\eta \beta \gamma$ $\pi \rho \acute{o} \varsigma \tau \eta \nu \epsilon \alpha$.
 D Sed proportio quidem composita ex proportione AB ad CE . & ex proportione BC ad AB est rectanguli ABC ad AEC rectangulum] *Ex 23. sexti elementorum.*
 E Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE , ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AB ad BE , ita AD ad DB] *Esi enim ex 14. sexti vt AD ad DB ita ED ad DC . quare ex 12. quinti vt AE ad BC , ita est AD ad DB .*
 F Quod igitur continetur vtrisque AE, CB , & ED æquale est rectangulo ABC] *Ex 16. sexti.*
 G Permutando igitur vt rectangulum contentum vtrisque AE, CB & ED ad contentum vtrisque AE, CB , & DE] *Græcus codex mancus est, quem nos ita restituemus. $\eta \nu \alpha \lambda \lambda \acute{\alpha} \chi \alpha \rho \alpha$ $\gamma \iota \nu \epsilon \tau \alpha \iota \acute{o} \varsigma \tau \acute{o} \acute{\iota} \omega \sigma \tau \epsilon \rho \alpha \tau \eta \varsigma \alpha \epsilon$, $\gamma \beta \chi \pi \eta \varsigma \beta \delta$ $\pi \rho \acute{o} \varsigma \tau \acute{o} \acute{\iota} \omega \sigma \tau \epsilon \rho \alpha \tau \eta \varsigma \alpha \epsilon$, $\gamma \alpha$ $\chi \tau \eta \varsigma \delta \epsilon$.*
 H Hoc est, vt ED ad DE] *Rectangula enim, quorum eadem est altitudo ita se habent sicuti bases ex prima sexti elementorum.**

A L I T E R.

LEM. In primum præceptum quinti problematis, præmonstratis tamen duobus, quæ deinceps exponuntur.

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXIII.

Sit recta linea AB æqualis CD , & in ipsa CD sumatur quoduis punctum E . Dico rectangulum ACD æquale esse, & rectangulo AED , & rectangulo BEC .

- A Secetur BC bifariam in F , ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FD eadem ratione rectangulum AED vna cum quadrato ex FE æquale est quadrato ex FD . quare rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED vna cum quadrato ex FE . hoc est vna cum rectangulo BEC , & eo, quod fit ex CF quadrato. commune auferatur quadratum ex CF . reliquum igitur rectangulum ACD æquale est rectangulo AED & rectangulo BEC .



C O M M E N T A R I V S.

- A Ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FD] *Ex 5. secundi elementorum.*
 B Hoc est vna cum rectangulo BEC , & eo quod fit ex CF quadrato] *Rectangulum enim BEC vna cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FE per 6. eiusdem.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXIV.

Iisdem positis sit punctum E extra lineam AD. Dico rursus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo BDC æquale esse. LEM. IV.

Secetur rursus EC bifariam in puncto F. erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FB. ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED vna cum eo, quod sit ex DF quadrato, hoc est vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF. commune auferatur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC.



COMMENTARIVS.

Dico rursus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo BDC æquale esse] A
Græcus codex ὅτι πάλιν τὸ ἴσον ἢ βεγ ἴσον πρὸς τὸ αὐτὸ αὐτὸ. *sed legendum* videtur πρὸς τὸ αὐτὸ αὐτὸ.

Erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FB] B
Ex sexta secundi elementorum.

Ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED vna cum eo, quod sit ex DF quadrato] C
Rectangulum enim AED vna cum quadrato ex D similiter æquale est quadrato ex FE. per sextam secundi elementorum. Græcus codex ἴσον ἐστὶ πρὸς τὸ αὐτὸ αὐτὸ *sed legendum* πρὸς τὸ αὐτὸ αὐτὸ.

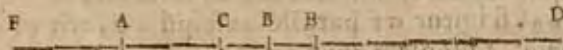
Hoc est vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF] D
Est enim rectangulum BDC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex DF per sextam eiusdem. Græcus codex τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ β γ δ καὶ τὸ αὐτὸ γ ζ *ego legendum* puto. τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ β γ, καὶ τὸ αὐτὸ γ ζ.

Reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC] E
Græcus codex πρὸς τὸ αὐτὸ αὐτὸ *sed legendum* πρὸς τὸ αὐτὸ αὐτὸ.

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXV.

His præmonstratis ostendendum est si rectangulum ABC æquale sit LEM. V.
 rectangulo DBE, vt DB ad BE, ita esse rectangulum ADC ad AEC re-
 ctangulum. A

Ponatur ipsi CE æqualis FA. Quoniam igitur rectangulum AEC æquale est rectangulo DBE, commune apponatur rectangulum FBE ergo totum rectangulum ex



DF, BE æquale est rectangulo FBE, & rectangulo AEC. hæc autem ex antecedenti æqualia sunt rectangulo FCB, hoc est rectangulo AEC. assumatur extrinsecus rectangulum FDB. ergo vt rectangulum FDB ad rectangulum ex FD, BE, videlicet vt DB ad BE, ita rectangulum FDB ad rectangulum AEC. & componendo vt DB ad BE, ita rectangulum FDB vna cum rectangulo AEC ad rectangulum AEC sed rectangulum FDB vna cum rectangulo AEC æquale est rectangulo ADC ex antecedente, vt igitur DB ad BE, ita rectangulum ADC ad rectangulum AEC.

COMMENTARIUS.

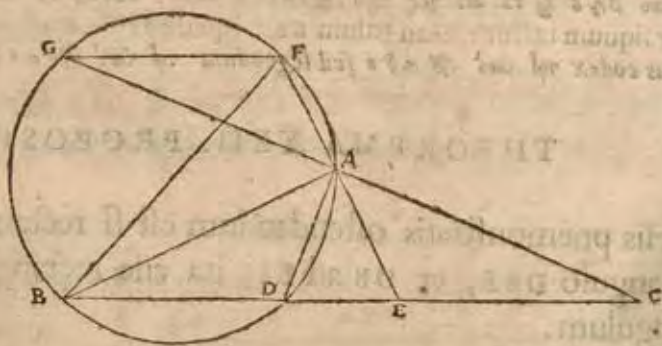
- A** Vt DB ad BE , ita esse rectangulum ADC ad ABC rectangulum] *Græcus codex γιγνεται ως η δ β πρὸς β γ. sed legendum πρὸς ε.*
- B** Ergo totum rectangulum ex DF , BE æquale est rectangulo FBE , & rectangulo ABC] *Rectangulum enim ex DF , BE , æquale est duobus rectangulis DBE , & FBE ex prima secundi elementorum. Græcus codex. ἴσον ἀρα τὸ ὑπὸ δ ζ β ἴσον ἰσὶ τῶτι &c. legendum autem est ἴσον τὸ ὑπὸ δ ζ β ἴσον ἰσὶ τῶτι &c.*
- C** Hæc autem ex antecedenti æqualia sunt rectangulo FCB] *ex 23. huius.*
- D** Hoc est rectangulo AEC] *Quoniam enim FA facta est æqualis CE , si addatur utrique communis AC , erit FC æqualis AB , & ideo ex prima sexti elementorum rectangulum FCB rectangulo AEC est æquale.*
- E** Videlicet ut DE ad BE] *ex prima sexti elementorum.*
- F** Ita rectangulum FDB ad rectangulum AEC , & componendo, ut DB ad BE , ita rectangulum FDB una cum rectangulo ABC ad rectangulum AEC . Sed rectangulum FDB una cum rectangulo ABC æquale est rectangulo ADC ex antecedente] *Huius loci ita restituendum censuimus, in Græco enim codice sic legebatur ὅτω τὸ ὑπὸ ἡ δ α ε γ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἔσται τὸ ὑπὸ ἡ δ α δ γ. sed forte ita restitueretur. ὅτω τὸ ὑπὸ ἡ δ ζ δ ε πρὸς τὸ ὑπὸ ἡ δ α ε γ συνθέντι ἀρα ως η δ β πρὸς β γ ὅτω τὸ ὑπὸ ἡ δ ζ δ ε μετὰ τὸ ὑπὸ ἡ δ α ε γ πρὸς τὸ ὑπὸ ἡ δ α ε γ ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ἡ δ ζ δ ε μετὰ τὸ ὑπὸ ἡ δ α ε γ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἔσται τὸ ὑπὸ ἡ δ α δ γ.*

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

LEM.
VI.

Si sit triangulum ABC , & duæ rectæ lineæ ducantur, ut AD , AE , ita ut anguli BAC , DAE duobus rectis sint æquales; erit ut rectangulum BCD ad rectangulum BED , ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE .

Si enim circa triangulum ABD circulum describamus, & lineas BA , CA producamus ad puncta FG , transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA , rectangulum vero BED ad rectangulum FBA , & oportebit permutando quærere si est ut rectangulum GCA ad quadratum ex CA ita rectangulum FBA



- C** ad quadratum ex BA hoc autem idem est, ac si quæratur, si est ut GC ad CA , ita FB
- D** ad BA . si igitur GF parallela est ipsi BC , erit ut GC ad CA ita FB ad BA . parallela est
- E** FG autem. Quoniam enim anguli BAC , DAE duobus rectis sunt æquales, erit DAE angulus æqualis ipsi BAG . Sed angulus quidem DAE est æqualis angulo FBD extra
- H** quadrilaterum; angulus vero BAG æqualis angulo BFG . angulus igitur FBD angulo
- K** BFG æqualis erit, & sunt alterni, ergo GF parallela est ipsi BC , hoc autem est quod quærebat.

COMMENTARIUS.

- A** Transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA , rectangulum vero BED ad rectangulum FBA] *Hoc est rectangulum GCA erit loco rectanguli BCD , utpote ipsi æquale, & rectangulum FBA loco rectanguli BED ex 36. tertij elem.*

Et oportet.

Et oportebit permutando quærere, si est ut rectangulum GCA ad quadratum ex CA , B
ita rectangulum FBA ad quadratum ex BA . Si enim hoc demonstratum fuerit, sequetur
permutando ut rectangulum GCA ad rectangulum FBA , hoc est ut rectangulum BCD ad re-
ctangulum BBD , ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AB , quod demonstrare oportet.
Græcus codex χ δὲ ἴσται ἰσχυρὰς ζήτησαι αἰς τὸ ἴσθαι ὅτι $\eta\gamma\alpha$ ego legendum arbitror χ δὲ ἴσται ἰσχυ-
ρὰς ζήτησαι αἰς ἔστιν αἰς τὸ ἴσθαι ὅτι $\eta\gamma\alpha$.

Hoc autem idem est, ac si quæratur, si est ut GC ad CA , ita FB ad BA . C
Et ut rectangulum GCA ad quadratum ex CA , ita GC ad CA ; Et ut rectangulum FBA ad quadratum
ex BA , ita FB ad BA ex prima sexti elementorum.

Si igitur GF parallela est ipsi BC , erit ut GC ad CA , ita FB ad BA . D
Fient enim trian-
gula AFG , ABC inter se similia. quare ut GA ad AF , ita erit CA ad AB , Et permutando ut
 GA ad AC , ita FA ad AB , componendoque ut GC ad CA , ita FB ad BA .

Erit ut GC ad CA , ita FB ad BA . E
Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice non erant, quare ita legendum erit αἰς δὲ ἴσται ἰσχυρὰς ζήτησαι αἰς τὸ ἴσθαι ὅτι $\eta\gamma\alpha$ πρός τὸ $\gamma\alpha$ ἔσται
ὅτι ζ πρός τὴν $\epsilon\alpha$ ἔσται δὲ.

Erit DAE angulus æqualis ipsi BAG . F
Sunt enim & anguli GAB , BAC æquales duobus
rectis. ergo dempto communi angulo BAC , erit reliquus DAE reliquo BAG æqualis.

Sed angulus quidem DAE est æqualis angulo FED extra quadrilaterum. G
sequenti lemmate demonstrabimus. Sic quadrilaterum $ABCD$ in circulo descriptum, & AD ad E
producatur. Dico angulum CDE angulo ABC æquale esse.

Sunt enim anguli ABC , ADC oppo-
sitis æquales ex 22. tertij elementorum.
Sed & anguli ADC , CDE sunt æquales duobus
rectis. dempto igitur communi angulo ADC ,
relinquetur angulus CDE angulo ABC æ-
qualis. Eodem modo in reliquis angulis demon-
stratio fiet.



Angulus vero EAG æqualis angulo BEF . H
Ex 21. tertij elementorum.

Et sunt alterni ergo GF parallela est ipsi
 BC . Ex 27. primi elementorum. Græcus co-
dex χ δὲ ἴσται ἰσχυρὰς ἀρα ἔσται & c. legendum χ
αἰς ἴσται ἰσχυρὰς παράλληλος ἀρα ἔσται.

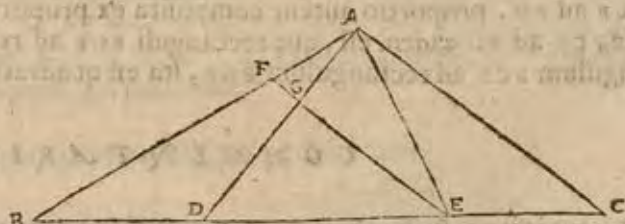
THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXVII.

A L I T E R.

LEM.
VII.

Sint in triangulo ABC anguli BAC , DAE duobus rectis æquales. Di-
co ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE , ita esse quadratum ex CA
ad quadratum ex AE .

Ducatur per E ipsi AC pa-
rallela EF . æqualis igitur
est angulus DAE angulo AFE
& propterea rectangulum
 FEG quadrato ex AE est æ-
quale. Itaque quoniam ut
 AC ad FE , ita est CB ad BE .
Ut autem CA ad GB , ita CD
ad DE , erit proportio com-
posita ex CA ad FE , & ex CA ad GB eadem, quæ componitur ex CB ad BE , & ex CD G
ad DE . Sed, proportio composita ex CA ad FE , & ex CA ad GB est quadrati ex CA
ad rectangulum FEG , hoc est ad quadratum ex AE . composita vero ex proportionem
 CB ad BE , & ex proportionem CD ad DE eadem est, quæ rectanguli CBE ad CDE re-
ctangulum. est igitur ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE , ita quadratum ex CA
ad quadratum ex AE .



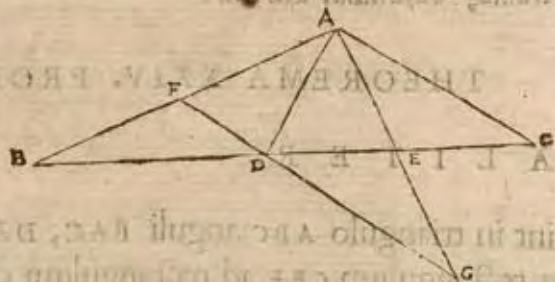
- A Dico ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE , ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AE] Græcus codex $\delta\tau\iota \chi\iota\upsilon\epsilon\tau\alpha\iota \acute{\alpha}\epsilon \tau\omicron' \chi\alpha\iota' \gamma \beta \delta \pi\omicron\varsigma \tau\omicron' \chi\alpha\iota' \beta\epsilon \delta$ sed legendum est $\delta\tau\iota \chi\iota\upsilon\epsilon\tau\alpha\iota \acute{\alpha}\epsilon \tau\omicron' \chi\alpha\iota' \gamma \beta \delta \pi\omicron\varsigma \tau\omicron' \chi\alpha\iota' \gamma \delta \epsilon$, ut ex conclusione apparet.
- B Aequalis igitur est angulus DAE angulo AEE] Anguli enim BAC , DAE sunt aequales duobus rectis, ut posuimus. Sed & anguli BAC , AEE aequales sunt duobus rectis ex 29. primi elementorum. quare sub. acō communi angulo BAC , relinquitur, angulus DAE ipsi AEE aequalis.
- C Et propterea rectangulum FEG quadrato ex AE est æquale] Quoniam enim trianguli AGE angulus GAE est aequalis angulo AEE , trianguli FAE , & angulus AEF est utrique communis; erit & reliquus reliquo aequalis, triangulumque triangulo simile, quare ut FE ad EA , ita est AE ad EG rectangulum igitur FEG quadrato ex AE æquale erit.
- D Itaque quoniam ut AC ad FE ita est CB ad BE] Ob similitudinem ABC , FBE similitudinem.
- E Ut autem CA ad GE , ita CD ad DE] Ob similitudinem triangulorum ADC , GDE .
- F Erit proportio composita ex CA ad FE , & ex CA ad GE , &c.] Græcus codex $\delta' \acute{\alpha}\pi\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha\mu\epsilon\tau\omicron\varsigma \acute{\epsilon}\kappa\tau\epsilon \tau\tilde{\eta} \tau\tilde{\eta}\varsigma \gamma \alpha \pi\omicron\varsigma \zeta \epsilon \kappa\upsilon \acute{\alpha}\upsilon\tau\tilde{\eta} \tau\tilde{\eta}\varsigma \gamma \delta \pi\omicron\varsigma \eta\epsilon$. Scribendum autem $\chi\alpha\iota' \tau\tilde{\eta} \tau\tilde{\eta}\varsigma \gamma \alpha \pi\omicron\varsigma \eta\epsilon$.
- G Sed proportio composita ex CA ad FE , & ex CA ad GE est quadrati ex CA ad rectangulum FEG &c.] Ex 23. sexti elementorum.

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVIII.

LEM.
VIII.

Sit rursus uterque angulorum BAE , CAD rectus; Dico ut rectangulum BCE ad rectangulum BDE , ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AD .

- Ducatur per D ipsi AC parallela FG . & in quo puncto convenit cum AB sit G ; rectus igitur est angulus ADF . Sed & rectus est
- A angulus ADF . Sed & rectus est
- B FAG , ergo rectangulum FDG quadrato ex DA est æquale, & ut quadratum ex CA ad quadratum ex AD , ita quadratum ex CA ad FDG rectangulum. Sed proportio quadrati ex CA ad rectangulum FDG composita est ex proportionibus, quæ
- C habet CA ad DG ; hoc est CB ad BD , & ex proportionibus, quam CA habet ad FD , hoc
- D est CB ad BD . proportio autem composita ex proportionibus CB ad BD , & ex proportionibus, CB ad BD eadem est, quæ rectanguli BCE ad rectangulum BDE . Ut igitur rectangulum BCE ad rectangulum BDE , ita est quadratum ex CA ad quadratum ex AD .



COMMENTARIUS.

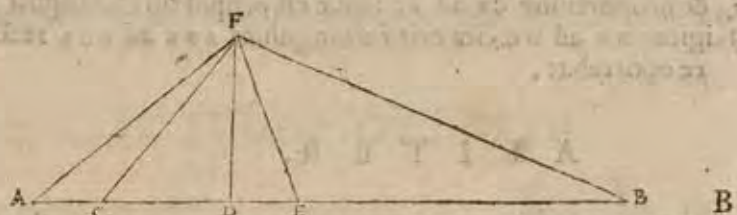
- A Rectus igitur est angulus ADF] Ex 29. primi elementorum parallela enim sunt AC , FG & angulus DAC est rectus.
- B Ergo rectangulum FDG quadrato ex DA est æquale] Ex 8. & 17. sexti elementorum.
- C Hoc est CB ad BD] Ex 4. sexti ob similitudinem triangulorum AEC , DEG .
- D Hoc est CB ad BD] Similia enim sunt triangula ABC , FED .

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXIX.

LEM.
IX.

Quod cum ita sit antedictum lemma aliter demonstrabimus. videlicet ut BD ad DE , ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC .

Erigatur a puncto F quouis recta linea DF , & rectangulo ADC æquale ponatur quadratum ex DF ; iunganturque AF , CF , EF , BF . Quoniam igitur rectangulum ADC æquale est quadrato ex DF , erit angulus CFD angulo A æqualis. Rursum quoniam rectangulum BDE æquale est quadrato ex DF , angulus DFE angulo B æqualis erit. Sed, & angulus CFD æqualis est angulo A . totus igitur angulus CFE angulis AB est æqualis. anguli autem AB una cum angulo AFB duobus rectis æquales sunt. ergo & anguli AFB , CFE sunt æquales duobus rectis. est igitur ob lemma præcedens ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE , ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC . Sed ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE , ita est BD ad DE . Ut igitur BD ad DE , ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC .



COMMENTARIUS.

Quod cum ita dictum sit ante dictum lemma aliter demonstrabimus] Lemma illud demonstratum est in 22. huius. Sit enim recta linea AB , in qua sumantur tria puncta CDE , ut sit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE , erit ut BD ad DE , ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

Quoniam igitur rectangulum ADC æquale est quadrato ex DF , erit angulus CFD angulo A æqualis] Est enim ex 14. sexti elementorum, ut AD ad DF , ita FD ad DC . quare triangulum ADF simile est triangulo FDC ; quod angulus CDE sit utrique communis, & circa ipsum latera proportionalia. angulus igitur CFD angulo DAF æqualis erit. & eadem ratione colligitur angulum DFE angulo DBF esse æqualem.

Est igitur ob lemma præcedens ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE , ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC] Ex 26. huius.

Sed ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE , ita est BD ad DE] Quoniam enim triangulum BDF simile est triangulo FDE , erit ut BD ad DF , ita FD ad DE & ideo ut prima ad tertiam, ita quadratum prima ad secundæ quadratum, hoc est ut BD ad DE , ita quadratum ex BD ad quadratum ex DE . sed rursus ut BD ad DF , ita BF ad FE ob similitudinem eorundem triangulorum BDF , FDE , & ut quadratum ex BD ad quadratum ex DE , ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE . ergo ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE , ita BD ad DE . Græcus codex autem dicit $\tau\omicron$ $\beta\zeta$ $\rho\omicron$ σ $\tau\omicron$ δ ζ , & $\rho\omicron$ σ $\tau\omicron$ δ $\beta\zeta$ $\rho\omicron$ σ $\tau\omicron$ δ ζ . post quæ hæc leguntur $\rho\omicron$ σ $\tau\omicron$ δ $\beta\zeta$ $\rho\omicron$ σ $\tau\omicron$ δ ζ . quæ omnino delenda sunt. non enim illud ex antedictis sequitur, quod in principio ponebatur.

LEMMA utile ad secundum præceptum eiusdem problematis.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXX.

LEM.
X.

Rursum cum æquale sit rectangulum ADE rectangulo BDC , ostendendum est ut BD ad DC , ita esse ABE rectangulum ad rectangulum ECA .

Quoniam

- A** Quoniam enim est, ut BD ad DE
B ita AD ad DC , erit tota BA ad to-
C tam CB , ut BD ad DE . Rursus
 quoniam ut BD ad DA , ita ED ad
D DC , erit reliqua BE ad reliquam
E AC , ut BD ad DC , erat autem, & ut BD ad DE , ita AB ad CB , ergo proportio com-
 posita ex proportione, quam habet BD ad DE , & ex ea, quam BD habet ad DC , quæ
 quidem est proportio BD, DC , eadem est, quæ componitur ex proportione AB ad CB ,
 33. sexti. & proportione CB ad AC : quæ est proportio rectanguli ABE ad rectangulum BCA , ut
F igitur BD ad DC , ita erit rectangulum ABE ad BCA rectangulum, quod demonstra-
 re oportebat.

A L I T E R,

34. sexti. Quoniam est ut AD ad DE ita CD ad DE , erit reliqua AC ad reliquam EB , ut AD
 39. quinti. ad DE ; & componendo ut utraque AC, EB ad EB , ita AB ad BD . rectangulum igitur,
 16. sexti. quod continetur utrisque AC, EB , & BD æquale est rectangulo ABE . Rursus quoniam
G ut BD ad DA , ita est ED ad DC , erit reliqua BE ad reliquam CA , ut ED ad DC . &
 componendo, ut utraque CB, AC ad AC , ita BC ad CD . ergo rectangulum, quod
H utrisque EB, AC , & CD continetur, rectangulo BCA est æquale. Ostenfum autem
 est rectangulum contentum utrisque AC, EB , & BD æquale esse rectangulo ABE . ut
 igitur rectangulum contentum utrisque AC, EB , & BD ad contentum utrisque AC, EB ,
 & CD , hoc est ut BD ad DC , ita est rectangulum ABE ad rectangulum BCA . quod
 ostendere oportebat.

C O M M E N T A R I J S.

- A** Quoniam enim est, ut BD ad DE , ita AD ad DC] *Ex 14. sexti elementorum.*
B Erit tota BA ad totam CB , ut BD ad DE] *Ex 12. quinti elementorum.*
C Rursus quoniam ut BD ad DA , ita ED ad DC .] *Ex 14. sexti elementorum.*
D Erit reliqua BE ad reliquam AC , ut BD ad DC] *Ex 19. quinti elementorum.*
E Ergo proportio composita ex proportione, quam habet BD ad DE , & ex ea, quam
 BD habet ad DC , quæ quidem est proportio BD ad DC] *Proportio enim composita ex*
proportione BD ad DE , & ex proportione BD ad DC , est proportio rectanguli BDE ad re-
ctangulum CDE , hoc est BD ad DC .
F Ut igitur BD ad DC] *Græcus codex ὅτι δὲ ἂν βδ πρὸς τὴν δ. legendum autem vider-*
tur. ὅτι δὲ αὖ πρὸς τὴν δ γ.
G Erit reliqua BE ad reliquam CA , ut ED ad DC] *Græcus codex λοιπὸν δὲ αὖ πρὸς*
λοιπὴν τὴν γ α ὅτι αὖ πρὸς τὴν δ γ. Sed nos Verba illa αὖ πρὸς τὴν
λοιπὴν consulto omisimus tamquam superuacanea, & ab aliquo addita.
H Ostenfum autem est rectangulum contentum utrisque AC, EB , & BD æquale esse re-
 ctangulo ABE . Ut igitur rectangulum contentum utrisque AC, EB , & BD ad con-
 tentum, &c.] *In Græco codice hæc desiderantur ἵσται πρὸς τὸ α β γ. καὶ αὖ πρὸς τὸ δ γ.*
συμμετρίᾳ τῶν α γ β, καὶ τῶν β δ πρὸς τὸ δ γ.

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXXI.

LEM.
XII.

A L I T E R.

Hoc autem ostenso sit AB æqualis ED , & sumatur punctum aliquod
E. Ostendendum est rectangulum ABE rectangulo ACD , & rectangu-
 lo BEC æquale esse.

A B C D E F

LEM.
XIII.

A B

A horizontal number line with six points marked by vertical tick marks. Below the line, the points are labeled from left to right as F, A, E, B, C, and D. The segments between the points are of varying lengths.

C

4. sexti.
1. sexti.

3

B

C

D

E

F

G

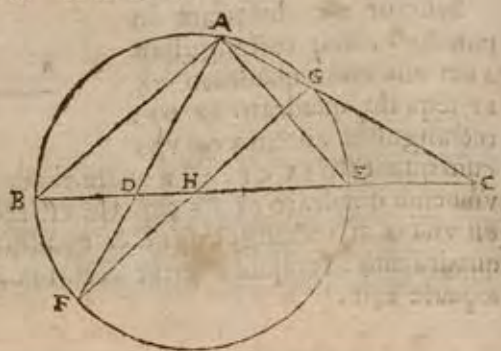
LEM.
XIV.

A

B

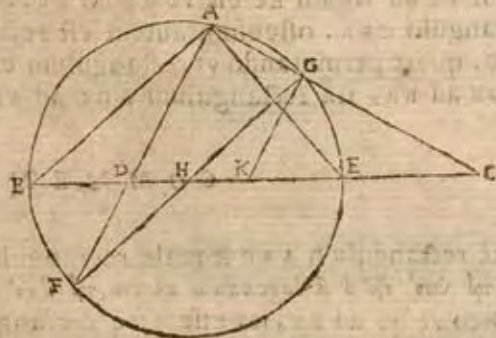
Descri-

C Describatur circa ABE triangulum circulus AEG , & EG iungatur. Quoniam igitur rectus est uterque angulorum BAE , CAD , erit utraque BE , EG circuli diameter. **E** quare centrum eius est punctum H . & cum FH sit æqualis HG , erit ut AC ad CG , ita AD ad DE ; & conuertendo. Sed ut GC ad CA , ita est rectangulum ACG ad quadratum ex CA , hoc est rectangulum BCE ad id, quod ex CA quadratum: & ut ED ad DA , ita rectangulum FDA ad quadratum ex DA . **G** hoc est rectangulum BDE ad quadratum ex DA , permutando igitur ut BCE rectangulum ad rectangulum BDE , ita erit quadratum ex CA ad quadratum ex AD .



COMMENTARIUS.

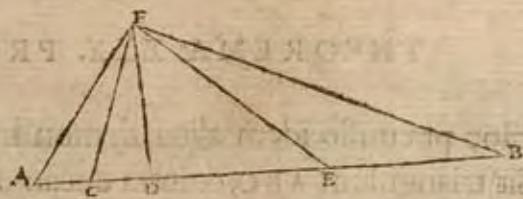
A Hoc præmissis idem aliter demonstrabitur. *Hoc scilicet quod sequitur.*
B Sit triangulum ABC , & introducantur rectæ lineæ AD , AE , quæ utrumque angulorum BAE , CAD rectum efficiant. *Oportet autem angulum BAC obtusum esse alioquin, quod proponitur fieri non posset.*
C Describatur circa ABE triangulum circulus AEG . *Hoc est circa triangulum ADH describatur circulus, & producta AD ipsum in puncto F secet; recta vero linea AC secet in G .*
D Erit utraque BE , EG circuli diameter. *Ex 31. tertij elementorum.*
E Et cum FH sit æqualis HG , erit ut AC ad CG , ita AD ad DE . *Ducatur à puncto G ad BE recta linea GK , quæ ipsi AD sit parallela sicut triangula DFH , HGK inter se similia; anguli enim ad verticem DHF , GKH æquales sunt. itemque æquales ob lineas parallelas DFH , HGK , & HDF , HKG . quare ut HE ad FD , ita HG ad GK & permutando ut FH ad HG , ita DF ad GK . sunt autem æquales FH , HG ergo & DF , GK æquales erunt: & ideo ut AD ad GK , ita AD ad DE . Sed ut AC ad CG , ita AD ad GK ob triangulorum ACD , GCK similitudinem: ut igitur AC ad CG , ita AD ad DE .*
F Hoc est rectangulum BCE ad quadratum ex CA . *Ex 36. tertij elementorum.*
G Hoc est rectangulum BDE ad quadratum ex DA . *Ex 35. eiusdem.*



THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIV.

LEM. Quod cum ita sit, antedictum lemma aliter demonstrabitur videlicet
AV. ut BD ad DC , ita rectangulum ABE ad rectangulum ACE .

A Erigatur a puncto D ipsi AB ad rectos angulos DF , & alterutri rectangulorum ADE , BDC æquale ponatur quadratum DF , & AF , FC , **B** FB , FB iungantur. erit uterque angulorum AFE , CFB rectus. quare ex antecedente sequitur, ut rectangulum ABE ad rectangulum ACE , hoc est BCE , ita esse quadratum ex BF ad quadratum ex FC . ut autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC ita est BD ad DC . ergo ut BD ad DC , ita est ABE rectangulum ad rectangulum ACE .



COMMENTARIVS.

Quod cum ita sit antedictum Lemma aliter demonstrabitur] Hoc est 32. huius. Sit enim recta linea AB, in qua sumantur tria puncta CDE, ita ut rectangulum ADE sit æquale rectangulo BDC. Dico ut ED ad DC, ita esse rectangulum ABE ad ACR rectangulum. Græcus codex $\sigma\tau\alpha\ \tau\omicron\ \acute{\alpha}\beta\gamma\ \mu\omicron\delta\epsilon\ \tau\omicron\ \acute{\alpha}\gamma\epsilon$. sed legendum $\tau\omicron\ \acute{\alpha}\pi\omicron\ \acute{\alpha}\beta\epsilon\ \mu\omicron\delta\epsilon\ \tau\omicron\ \acute{\alpha}\gamma\epsilon$.

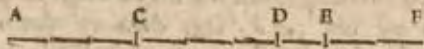
Erit uterque angulorum AFE, CFE rectus] Ex conuersa octaua sexti elementorum, B
Ut autem quadratum ex EF ad quadratum ex FC, ita est BD ad DC] Sunt enim tres C
rectæ lineæ proportionales BD, DE, DC. quare ex corollario 20. sexti, ut quadratum ex BD ad quadratum ex DE, ita est BD ad DC. Sed ut BD ad DE, ita est EF, ad FC ob triangulorum BDE, FEC similitudinem, & ob id ut quadratum ex BD ad quadratum ex DE, ita quadratum ex EF ad quadratum ex FC. Ut igitur quadratum ex EF ad quadratum ex FC, ita erit BD ad DC.

IN PRIMVM præceptum sexti problematis,

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXV.

Sit recta linea AB; & in ipsa tria puncta CDE, sitque rectangulum ABE æquale rectangulo CBD. Dico ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. LEM. AVI.

Quoniam enim rectangulum ABE est æquale rectangulo CBD, erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuersionem rationis, ut excessus ipsarum AC DE ad AC, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod continetur excessu ipsarum AC, DE, & AB est æquale rectangulo DAC. Rursus quoniam ut AC ad DE, ita CE ad BE, erit diuidendo ut excessus AC, DE ad DE, ita CE ad BE. quod igitur continetur excessu AC, DE & BE rectangulo CED est æquale. ostensum autem est rectangulum contentum excessu AC, DE & AB æquale rectangulo DAC. ergo permutando ut rectangulum contentum excessu AC, DE, & AB ad contentum excessu AC, DE, & BE, hoc est ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED.

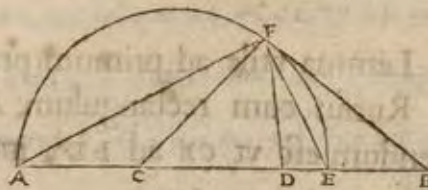


A L I T E R per coniunctam proportionem.

Quoniam est ut AB ad BE, ita DE ad BE, erit reliqua AD ad reliquam CE ut AB ad BE. Rursus quoniam ut AB ad BD, ita CE ad BE. reliqua AC ad DB reliquam est ut CE ad BE. quare proportio composita ex proportione AB ad BE, & proportione CE ad BE, quæ quidem est proportio AB ad BE, eadem est, quæ componitur ex proportione AD ad CE, & AC ad DE, quæ est rectanguli DAC ad rectangulum CED.

A L I T E R.

Describatur in recta linea AB semicirculus AFE, & ducatur contingens BF, iunganturque AF, CE, DE, EF. Quoniam igitur BF quidem circulum contingit, secatur autem BA, rectangulum ABE æquale est quadrato ex BF. Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur. ergo rectangulum CBD quadrato ex BF æquale erit, & ideo BFD angulus æqualis est angulo BCE. quorum angulus



Mm

BFE est

LEM. XVII.

E
F

G

H

K

L M

O BFB est æqualis ipsi FAC. reliquus igitur DFE reliquo AFC est æqualis. ergo ut re-
 P ctangulum DAC ad rectangulum CBD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE.
 Sed ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita est AB ad BE. ut igitur AB ad BE,
 ita erit DAC rectangulum ad rectangulum CBD.

COMMENTARIUS.

- A Erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuersionem rationis, ut ex-
 cessus ipsarum AC, DE ad AC, ita DA ad AB] Quoniam enim rectangulum ABE æquale
 rectangulo CBD, ut AB ad BC, ita est DE ad BE. ergo reliqua AD ad ad reliquam CE, ut
 AB ad BC: & per conuersionem rationis ut AD ad excessum ipsarum AD, CE, hoc est ipsa-
 rum AC, DE, ita BA ad AC: conuertendoque, & permutando, ut excessus ipsarum AC, DE
 ad AC, ita DA ad AB. Græcus codex ὅτιν ἀρα ὡς ὁ ἄλφ α β ὑπεροχὴ πρὸς τὴν α γ, ὅτις
 ἡ β α πρὸς τὴν α δ. Sed legendum videtur ὅτιν ἀρα ὡς ὁ ἄλφ α γ, ε δ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν α γ,
 ὅτις ἡ δ α πρὸς τὴν α β.
- B Ergo rectangulum, quod continetur excessu AC, DE, & AB] Græcus codex τὸ ἀρα
 ὑπὸ ἡ α γ, ε β lege τὸ ἀρα ὑπὸ ἡ α γ, ε δ.
- C Rursum quoniam ut AC ad DE, ita CE ad BF] Rursum enim cum rectangulum ABE re-
 ctangulo CBD sit æquale, erit ut AB ad BD, ita CE ad BE ergo reliqua AC ad DE, est ut
 CB ad BE. Græcus codex πάλιν ἔπει ὅτιν ὡς ὁ ἄλφ α ε πρὸς τὴν ε δ lege ὡς ὁ ἄλφ α γ πρὸς τὴν ε δ.
- D Aliter per coniunctam proportionem] Græcus codex ἄλλως τὸ αὐτὸ συνμμελὲς ego
 legendum arbitror ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τὴν συνμμελὲς.
- E Describatur in recta linea AE semicirculus AFE] Maneant autem eadem, quæ supra,
 ut scilicet rectangulum ABE rectangulo CBD sit æquale.
- F Iunganturque AF, CF, DE, BF] Græcus codex καὶ ἐπιζεύχουσιν αὐτὰς α ζ, δ ζ, ε ζ. Ad-
 dendum γ ζ.
- G Secat autem BA] Græcus codex τέμνει δὲ ἡ β δ corrige ἡ β α.
- H Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur] Græcus codex ἀλλὰ τὸ ἴσον
 α β ε πρὸς γ β δ. lege ἀλλὰ τὸ ἴσον α β ε ἴσον τὸ ἴσον γ β δ.
- K Ergo rectangulum CBD] Græcus codex, καὶ τὸ ὑπὸ β γ δ ἀρα. Scribe τὸ ὑπὸ γ β δ.
- L Et ideo BFD angulus est æqualis angulo BCF] Quoniam enim rectangulum CBD est
 æquale quadrato ex BF, ut CB ad BF, ita erit FB ad BD. ergo triangulum CBF simile est
 triangulo FBD. & propterea angulus BFD angulo BCF est æqualis.
- N Quorum angulus BFE est æqualis ipsi FAC] Rursum quoniam rectangulum ABE qua-
 drato ex BF est æquale, ut AB ad BF, ita est FB ad BE triangulum igitur ABF simile est trian-
 gulo FBE, & angulus FAB, hoc est FAC æqualis angulo BFE.
- N Reliquus igitur DFE reliquo AFC est æqualis] Etenim angulus BCF exterior est æqua-
 lis utrisque interioribus, & oppositis CAF, AFC. quare si ab angulo BCF auferatur CAF re-
 liquus erit AFC angulus.
- O Ergo ut rectangulum DAC ad rectangulum CBD, ita quadratum ex AF ad qua-
 dratum ex FE] Ex 12. sexti libri huius.
- P Sed ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita est AB ad BE] Est enim triangulum
 ABF simile triangulo FBE, ut demonstratum fuit, quare ut BA ad AF, ita est BF ad FE: &
 permutando ut AB ad BF, ita AF ad FE. ergo ut quadratum ex AB ad quadratum ex BF
 ita est quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Rursum ut AB ad BF, ita est FB ad BE. Ut
 igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BF, hoc est ut quadratum ex AF ad quadratum ex
 FE, ita erit AB ad BE.

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXVI.

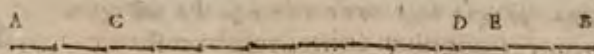
LEM.
XIX.

A Lemma utile ad primum præceptum primi problematis.

B Rursum cum rectangulum ABE æquale sit rectangulo CBD, osten-
 dendum est ut CB ad BD, ita esse rectangulum ACE ad rectangulum
 ADE.

Quoniam

Quoniam enim ut AB
ad BD, ita est CB ad BE,
erit reliqua AC ad reli-
quam DE, ut CB ad BE.
Eadem ratione, & reliqua



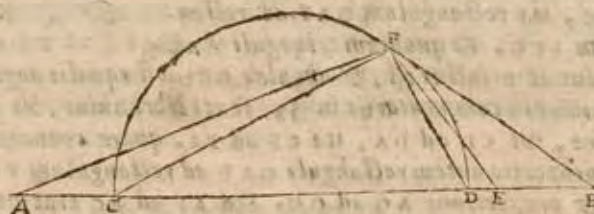
AD ad CB reliquam erit ut DB ad BE. & conuertendo. proportio igitur composita
ex proportione CB ad BE, & proportione BE ad BD, quæ quidem est proportio CB ad
BD, eadem est, quæ componitur ex proportione AC ad DE & ex proportione CB ad
AD, quæ est proportio rectanguli ACE ad rectangulum ADE. ergo ut CB ad BD, ita
erit ACB rectangulum ad rectangulum ADE.

A L I T E R.

Quoniam ut AB ad BD, ita est CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam DE, ut CB
ad BE, & per conuersionem rationis, ut AC ad excessum ipsarum AE, DE, ita CB ad
CE. rectangulum igitur ACE est æquale ei, quod continetur excessu ipsarum AC, DE
& BE. Rursus quoniam reliqua AC ad reliquam DE, est ut AB ad BD, erit diuidendo
ut excessus AC, DE, ad DE, ita DA ad DE. ergo rectangulum ADE est æquale rectan-
gulo contento excessu AC, DE, & DE. ut igitur rectangulum contentum excessu AC,
DE, & BE ad contentum excessu AC, DE, & DE, hoc est ut CB ad BD, ita ACE rectan-
gulum ad rectangulum ADE.

A L I T E R.

Describatur in recta linea CD
semicirculus CFD. & ducatur
contingens BF. iunganturque
AF, CF, DF, BF. itaque cum re-
ctangulum ABE æquale sit re-
ctangulo CED, rectangulum
autem CBD æquale quadrato
contingentis BF, & rectangulum



ABE quadrato contingentis BF æquale erit. angulus igitur BFE est æqualis angulo A.
sed & totus angulus BFD æqualis est toti FCB. ergo reliquis FED reliquo AFC. ut
igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACE ad ADE rectan-
gulum. Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD. ergo ut CB ad
BD, ita ACB rectangulum ad rectangulum ADE.

C O M M E N T A R I V S.

Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis] Vereor ne locus corruptus sit. superius enim posuit lemmata vtilia ad primum, & secundum præceptum quinti proble-
matis.

Rursus cum rectangulum ABE æquale sit rectangulo CED] Manentibus scilicet iisdem
quæ supra.

Erit reliqua AC ad reliquam DE, ut CB ad BE.] Græcus codex λοιπὴ ἀρα &c. ὅτιν ὡς
εἰς τὴν λοιπὴν ὡς ἡ γ β πρὸς τὴν β ε.

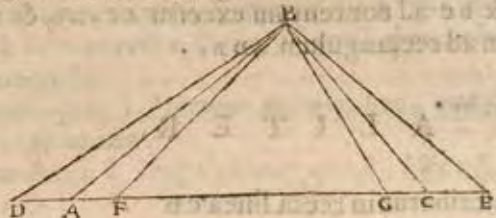
Eadem ratione & reliqua AD ad CB reliquam erit ut DB ad BE, & conuertendo] D
Rursus enim quoniam est, ut AB ad EC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad CB, ut BD ad BE
quare conuertendo ut CB ad AD ita EE ad BD.

Proportio igitur composita ex proportione CB ad BE] Græcus codex ὡς ὁ συννημέ-
νος λοιπός. corrige λόγος.

Quæ quidem est proportio CB ad ED] Græcus codex .εἰ ἔστιν ἄν τις πρὸς τῆς γ β πρὸς F
τὴν β ε lege πρὸς τὴν β δ.

Et ex proportione CB ad AD] Græcus codex. ἡ ἡ β γ πρὸς τὴν β δ legendum est ἡ ἡ γ
πρὸς τὴν α δ.

- H Vt ac ad excessum ipsarum ac, de, ita cb ad cb] Græcus codex, ας η α γ πο's τὴν α δ, γ ε ὑποχρὶν lege πο's τὴν α γ δ ε ὑποχρὶν.
- K Vt igitur rectangulum contentum excessu ac, de, &c.] Græcus codex hoc loco man-
cus est, in quo legitur ας ἀρα το' ὑπο' τῆς ᾗ α β, γ δ ὑποχρὶς ἢ τῆς δ β legendum autem
ας ἀρα το' ὑπο' τῆς ᾗ α γ, δ ε ὑποχρὶς ἢ τῆς β γ πο's το' ὑπο' τῆς ᾗ α γ, δ ε ὑποχρὶς ἢ
τῆς δ β.
- L Et ducatur contingens ef] Græcus codex ἐπαρτὸν ἢ χθω ἢ γ ζ scribendum ἢ β ζ.
- M Iunganturque af, cf, de, ef] Græcus codex ἢ ἐπεξέυχθασαν αὖ α ζ, δ ζ. Sed scriben-
dum αὖ α ζ, γ ζ, δ ζ, ε ζ.
- N Angulus igitur bfe est æqualis angulo a] Ob similitudinem triangulorum abf, fbe.
- O Sed & totus angulus bfd æqualis est toti fcb] Ob similitudinem triangulorum cbf
fbd.
- P Ergo reliquus bfd reliquo afc] Est enim angulus fcb æqualis utrisque interioribus
& oppositis caf, & afc.
- Q Vt igitur quadratum ex cf ad quadratum ex fd, ita rectangulum acb ad ade
rectangulum] Illud autem hoc lemmate ostendemus.
Sic triangulum orthogonium abc rectum habens angulum ad b, & ex parte quidem a
ducatur utcumque extra triangulum recta linea bd, ex parte autem c ducatur similiter extra
triangulum recta be, ita ut angulus cbe sit æqualis angulo dba. Dico ut quadratum ex
ab ad quadratum ex bc, ita esse rectangulum dab ad rectangulum dce.
- Etant rursus intra triangulum alij duo
anguli prædictis æquales, nempe ductis re-
ctis lineis be, bg, videlicet angulus abf
æqualis angulo dba, & angulus gbc
æqualis ipsi cbe, erit ex 12. sexti libri
huius, ut quadratum ex ab ad quadratum
ex bc, ita rectangulum gaf ad rectan-
gulum fcg. Et quoniam trianguli abg
angulus ad b rectus est, & angulus gbc est æqualis angulo cbe, erit ex ijs, quæ nos demon-
stravimus in commentarijs in 51. sexti libri huius, ut ab ad ec, ita ag ad gc, & eadem
ratione, ut cd ad da, ita cf ad fa. quare convertendo erit ut ad ad dc, ita af ad
fc, proportio autem rectanguli gaf ad rectangulum fcg componitur ex proportione af ad
fc, & proportione ag ad gc. Sed af ad fc erat ut ad ad dc; & ag ad gc, ut ab
ad ec. proportio igitur composita ex proportione ad ad dc, & proportione ab ad ec, quæ
est rectanguli dab ad rectangulum dce, eadem est, quæ componitur ex proportione af ad fc
& proportione ag ad gc, quare rectangulum dab ad rectangulum dce est ut rectangu-
lum gaf ad rectangulum fcg. sed rectangulum gaf ad rectangulum fcg est ut quadra-
tum ex ab ad quadratum ex bc. ut igitur quadratum ex ab ad quadratum ex bc, ita est
rectangulum dab ad rectangulum dce. quod demonstrandum proponebatur.
- R Sed ut quadratum ex cf ad quadratum ex fd, ita cb ad bd] Est enim ob similitudi-
nem triangulorum cbf, fbd, ut cf ad fd, ita bc ad bd. & ut quadratum ex cf ad
quadratum ex fd, ita quadratum ex cb ad quadratum ex bf. Rursus ut cb ad bf, ita bf
ad bd. ergo ut quadratum ex cb ad quadratum ex bf, hoc est ut quadratum ex cf ad qua-
dratum ex fd, ita cb ad bd.

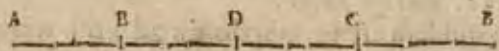


THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXV II.

LEM.
XXII.

- A Sit recta linea ab, & in ipsa sumantur duo puncta cd, sit autem ut
ab ad bc, ita quadratum ex ad ad quadratum ex dc. Dico rectangu-
lum abc quadrato ex bd æquale esse.

- Ponatur ipsi cd æqualis de.
B diuidendo igitur ut ac ad ce, ita
rectangulum cae ad quadratum
ex cd; hoc est ad rectangulum



- C EDC ut autem ac ad ce, ita sum-
pta communi altitudine ae, rectangulum cae ad rectangulum, quod ab, ce conti-
netur

netur. ergo vt rectangulum CAB ad rectangulum BDC , ita rectangulum CAB ad re-
ctangulum contentum AE, CB . rectangulum igitur contentum AE, CB rectangulo BDC 9. quinti.
est æquale. quare ob proportionem componendoque vt AD ad DB , hoc est ad DC , E
ita erit DB ad BC , & tota AB ad totam BD , vt DB ad BC . ergo rectangulum ABC æ- 12. quin.
quale est quadrato ex BD , quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sit autem vt AB ad BC] Græcus codex corrigendus est, in quo legitur. $\epsilon\sigma\tau\iota \delta\epsilon \acute{\alpha}\varsigma \eta \alpha \beta$ A
 $\alpha\beta \tau\eta\nu \beta \delta$. lege $\alpha\beta \tau\eta\nu \beta \gamma$.

Diuidendo igitur vt AC ad CB , ita rectangulum CAB ad quadratum ex CD , hoc est B
ad rectangulum BDC] Quoniam enim vt AB ad BC , ita quadratum ex AD ad quadratum
ex DC , erit diuidendo, vt AC ad CB , ita excessus, quo quadratum ex AD superat quadratum
ex DC ad ipsum quadratum ex DC . quadratum autem ex AD superat quadratum ex DC hoc
est quadratum ex DE , quadrato ex AE , & duplo rectanguli AED , hoc est rectangulo ABC .
est enim ED æqualis DC . Sed quadrato ex AE & rectangulo AEC æquale est rectangulum
 CAB . Vt igitur AC ad CB , ita rectangulum CAB ad quadratum ex CD , hoc est ad rectan-
gulum BDC . Græcus codex corruptus est, qui sic habet. $\delta\tau\omega \tau\omicron' \acute{\alpha}\varsigma \eta \gamma \delta \alpha\beta \tau\eta\nu \beta \delta$
corrigere $\delta\tau\omega \tau\omicron' \acute{\alpha}\varsigma \eta \gamma \alpha \epsilon \alpha\beta \tau\eta\nu \beta \delta$.

Vt autem AC ad CB , ita sumpta communi altitudine AB , rectangulum, &c.] C
Græcus codex $\delta\tau\omega\varsigma \delta\epsilon\iota \kappa\omicron\iota\nu\omicron\nu \acute{\alpha}\beta\omicron\varsigma \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\theta\epsilon\iota\varsigma \tau\eta\varsigma \alpha \epsilon$. sed forte legendum est. $\delta\tau\omega\varsigma \delta\epsilon\iota$
 $\kappa\omicron\iota\nu\omicron\nu \acute{\alpha}\beta\omicron\varsigma \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\theta\epsilon\iota\varsigma \tau\eta\varsigma \alpha \epsilon$.

Ergo vt rectangulum CAB ad rectangulum EDC , ita rectangulum CAB ad rectan- D
gulum contentum AE, CB] In Græco codice hac desiderantur $\delta\tau\omega \tau\omicron' \acute{\alpha}\varsigma \eta \gamma \alpha \epsilon \alpha\beta \tau\eta\nu$
 $\beta \delta$.

Quare ob proportionem, componendoque vt AD ad DB hoc est ad DC , ita erit E
 DB ad BC .] Quoniam enim rectangulum ex AE , & CB est æquale rectangulo EDC , erit vt
 AE ad ED , ita DC ad CB ; & componendo vt AD ad DE , hoc est ad DC , ita DE ad BC .

Ergo rectangulum ABC æquale est quadrato ex ED] Ex 17. sexti elementorum. Græ- F
cus autem codex. $\iota\sigma\tau\omega \delta\epsilon\iota \kappa\omicron\iota\nu \beta \delta$. lege $\kappa\omicron\iota\nu \beta \delta$.

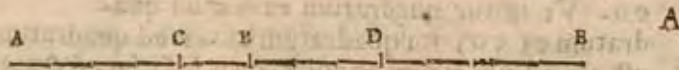
THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXVIII.

LEM.

XXIII.

Sit rursus vt AB ad BC , ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC .
Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse.

Ponatur ipsi CD æqualis DE .
erit diuidendo vt AC ad CB ,
hoc est vt rectangulum EAC ad
rectangulum, quod EA, BC con-
tinetur; ita EAC rectangulum
ad rectangulum CDE . rectangulum igitur contentum EA, BC rectangulo CDE æqua-
le erit. & ob proportionem, diuidendoque vt AD ad DE , hoc est ad DC , ita DE ad BC . B
ergo & reliqua AB ad BD reliquam est vt DB ad BC . rectangulum igitur ABC quadrato
ex BD est æquale.



COMMENTARIVS.

Erit diuidendo vt AC ad CB , hoc est vt rectangulum EAC ad rectangulum, quod A
 EA, BC continetur: ita EAC rectangulum ad rectangulum CDE] Erit enim diuidendo vt
 AC ad CB , hoc est vt rectangulum EAC ad rectangulum ex EA, BC , ita excessus, quo qua-
dratum ex AD excedit quadratum ex DC , hoc est EAC rectangulum ad quadratum ex DC ,
hoc est ad rectangulum CDE . quomodo autem hoc sequatur, nos proxime ostendimus.

Et ob proportionem, diuidendoque vt AD ad DE , hoc est ad DC , ita DE ad BC , er- B
go & reliqua AB ad BD reliquam, est vt DB ad BC .] Est enim vt AE ad ED , ita DC ad
 CB : &

CE: & dividendo ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC. reliqua igitur AB ad reliquam BD est ut DE ad BC. Græcus autem codex corruptus ut opinor. ita enim habet. ὅτις ἡ α γ πρὸς τὴν γ β ὡς λοιπὴ ἀρὰ ἡ γ β πρὸς λοιπὴ τὴν δ β ὅτις ἡ α γ πρὸς τὴν γ β. sed legendum puto. ὅτις ἡ δ β πρὸς τὴν β γ ὡς λοιπὴ ἀρὰ ἡ α β πρὸς λοιπὴ τὴν β δ ὅτις ἡ δ β πρὸς τὴν β γ.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXIX.

LEM.

XXIV.

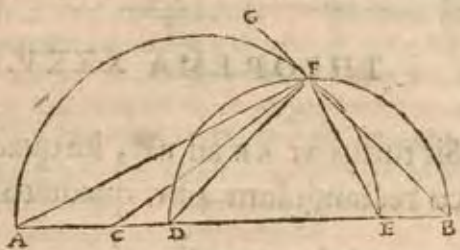
Sit recta linea AB, & in ipsa tria puncta CDE. Sit autem ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Dico ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita esse quadratum ex BC ad quadratum ex CE.

- A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangulo BFE sit æquale. Vt igitur AF ad FD, ita est rectangulum BAE ad rectangulum BDE. est enim lemma in
C determinata sectione sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex AC ad quadratum ex CD. ergo & ut AF ad FD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. rectangulum igitur AFD, hoc est rectangulum BFE quadrato ex FC est
E F æquale. ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE: Sed ut BF ad FE, ita est rectangulum ABD ad rectangulum AED. ut igitur rectangulum ABD ad rectangulum AED ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE.



A L I T E R.

- Describatur in rectis lineis AE, DB semicirculi AFB, DEB: & iungantur AF, FC, FD, FB, FB. Itaque quoniam anguli AFB, DFB duobus rectis sunt æquales, ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quod sit ex AF quadratum ad quadratum ex FD. Sed
H ut rectangulum BAE ad rectangulum BDB, ita est quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FD: & ideo ut AC ad CD, ita
K L est AF ad FD, quare angulus AFD bifariam sectus est recta linea CF. At producta BF ad punctum G, angulus DFE æqualis est angulo GFA. totus igitur BFC angulus toti
M N CFG est æqualis. ergo ut BC ad CE, ita est BF ad FE. & ut quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE. Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED. quare ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE, quod demonstrare oportebat.



C O M M E N T A R I V S.

- A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangulo BFE sit æquale. Secetur ED ad punctum F in proportionem eam, quam habet AE ad DE. ex 10. sexti elementorum, vel ex prima huius, & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim est ut tota AE ad totam DE, ita BF ad FD, erit reliqua AF ad reliquam FE, ut AE ad DE hoc est ut BF ad FD. rectangulum igitur AFD rectangulo BFE est æquale.
B Vt igitur AF ad FD, ita est rectangulum BAE ad rectangulum BDE, est enim lemma in determinata sectione. Videlicet ex 22. huius.

Sed

Rectangulum igitur AFD , hoc est rectangulum BFB quadrato ex FC est æquale.] D
Ex 37. huius.

Sed ut BF ad FE, ita est rectangulum ABD ad rectangulum AED] Ex 22. huius. F

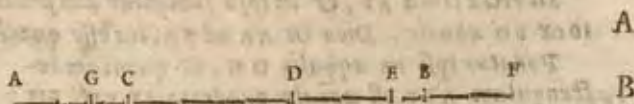
Vt rectangulum BAB ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex AE ad quadra- H
tum ex FD] Ex 26. huius. in Greco codice multi d' siderantur, ut ita legendum sit. ἄν
ἀρα ἐξ τοῦ ἀε' αβ' εὖς τοῦ ἀπ' βδ' ε, στα τοῦ ἀε' αζ' εὖς τοῦ ἀπ' ζδ'. καὶ ὡς τοῦ ἀε'
βα' ε εὖς τοῦ ἀπ' βδ' ε, στας οὖν τοῦ ἀπ' αγ' εὖς τοῦ ἀπ' γδ.

Ergo vt bc ad ce, ita ef ad fe] Secetur angulus efb recta linea fh. erit angulus bfh equalis angulo afc. est autem angulus afb in semicirculo rectus, cui quidem aequales sunt duo anguli afc, cfe. Sed angulus bfh est equalis ipsi afc. ergo & duo anguli cfe, bfh vni recto sunt equales: ac propterea cfh angulus rectus est.

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectan-
gulum AED] *Ex 26. huius.*

LEM.
XXVI.

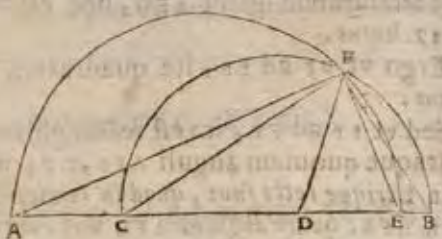
Sumatur rursus æqualitatis
punctum F , vt rectangulum AFB
rectangulo CFB sit æquale. est
igitur vt CF ad FB , ita rectan-
gulum ACB ad ABB rectangu-



A L I.

A L I T E R.

Describantur circa AB , CB semicirculi
 AFB , CFB , & iungantur AF , CF , DF , EF , FE ,
 G erit angulus AFC angulo BFB æqualis. est
 H igitur vt rectangulum ACB ad rectangulum
 AEB , ita quadratum ex CF ad quadratum
 ex FB . Vt autem rectangulum ACB ad re-
 ctangulum AEB , sic erat quadratum ex CD
 ad quadratum ex DB . ergo & vt quadratum
 ex CD ad quadratum ex DB , ita quadratum



K ex CF ad quadratum ex FB . æqualis igitur est angulus CFD angulo DFB . Sed & an-
 gulus AFB æqualis est angulo BFB . ergo totus AFC angulus toti BFD est æqualis. ac
 L propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB , ita quadratum ex AD ad qua-
 M dratum ex DB . Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB , ita rectangulum
 EAC ad rectangulum CBE . ergo vt rectangulum EAC ad CBE rectangulum, ita qua-
 dratum ex AD ad quadratum ex DB , quod oportebat demonstrare.

C O M M E N T A R I I S.

A Sumatur rursus æqualitatis punctum F , vt rectangulum AFB rectangulo CBE sit
 æquale. Sumatur inter AC punctum G , ita vt GC sit æqualis ipsi EB : sicutque vt AG ad
 GC , ita AE ad EB . & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim est vt AG ad GC
 ita AE ad EB , erit componendo vt AC ad CG , hoc est ad EB , ita AF ad FE . ergo reliqua
 CF ad FB erit vt AF ad FE , ac propterea rectangulum AFB rectangulo CBE est æquale.

B Est igitur vt CF ad FB ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum. Quoniam enim
 rectangulum AFB est æquale rectangulo CBE , vt AF ad FB , ita est CF ad EB . ergo reliqua
 AC ad reliquam BE est vt AF ad FB , videlicet vt CF ad FB : & per conversionem rationis
 vt AC ad excessum ipsarum AC , BE , hoc est ad AG , ita EC ad CE , conuertendoque vt GA
 ad AC , ita BC ad CF . rectangulum igitur contentum AG , CF est æquale rectangulo ACB .
 Rursus quoniam vt AC ad BE , ita est AF ad FE , erit diuidendo vt AG ad BE , ita AB ad
 FE . ergo rectangulum contentum AG , BE est æquale rectangulo AEB . erat autem rectangu-
 lum contentum AG , CF æquale rectangulo ACB . quare vt rectangulum contentum AG , CF
 ad rectangulum ACB , ita contentum AG , BE ad rectangulum AEB : & permutando vt re-
 ctangulum contentum AG , CF ad contentum AG , BE , hoc est vt CF ad BE , ita rectangulum
 ACB ad rectangulum AEB .

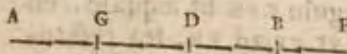
C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB , ita quadratum ex CD ad id, quod
 fit ex DE quadratum. Ita enim ponitur ex quibus constat vt CF ad BE , ita esse quadratum
 ex CD ad quadratum ex DE .

D Æquale igitur est rectangulum CBE , hoc est rectangulum AFB quadrato ex ED .
 Quoniam enim in recta linea CF sumuntur duo puncta DE , estque vt CF ad FB , ita quadra-
 tum ex CD ad quadratum ex DE ; erit ex 37. huius rectangulum CBE , quadrato ex ED æ-
 quale.

E Quare vt AF ad FB , ita quadratum ex DA ad quadratum ex DB hoc nos sequenti
 lemme demonstrabimus.

Sit recta linea AF , & in ipsa sumantur duo puncta DB , sitque vt rectangulum AFB quadra-
 to ex ED æquale. Dico vt AF ad FB , ita esse quadratum ex AD ad quadratum ex DB .

Ponatur ipsi ED æqualis DG , & quoniam re-
 ctangulum AFB est æquale quadrato ex ED , vt
 14. sexti. AF ad FD , ita erit DF ad FB , & diuidendo vt
 16. sexti. AD ad DF , ita DB ad BF . permutandoque vt
 9. quinti. AD ad DB , hoc ad DG , ita DF ad FB , & rursus
 2. sexti. diuidendo, vt AG ad GD , ita DB ad BE . rectangulum igitur contentum AG , BE est æquale
 rectangulo GDB . quare vt rectangulum EAG ad rectangulum contentum AG , BE , ita rectan-
 gulum EAG ad GDB rectangulum. Sed vt rectangulum EAG ad contentum AG , BE , ita est
 3. lecu. AB ad BE . Vt igitur AB ad BE , ita EAG rectangulum ad rectangulum GDB , hoc est ad qua-
 dratum ex GD , est enim GD ipsi DE æqualis, & rectangulo quidem EAG est æquale quadra-
 tum ex



tum ex AG una cum rectangulo AGE: rectangulo autem AGE aequale est duplum rectanguli AGD. ergo ut AB ad BE, ita quadratum ex AG una cum duplo rectanguli AGD ad quadratum ex DG, & componendo ut AF ad BE, ita quadrata ex AG, GD una cum duplo rectanguli AGD ad quadratum ex DG. quadratis autem ex AG, GD una cum duplo rectanguli AGD aequale est quadratum ex AD, ut igitur AF ad BE, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DG hoc est ad quadratum ex DE.

Sed ut AF ad BE, ita est rectangulum EAC ad CBE rectangulum] Ex 35. huius. Etenim in recta linea AF sumuntur tria puncta CBE, atque est rectangulum AEB aequale rectangulo CBE.

Erit angulus AFC angulo BEB æqualis] Est enim rectus angulus AFE æqualis recto CBE. quare dempto communi angulo CFE, reliquus AFC reliquo BEB æqualis erit.

Est igitur ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex BE] Ex demonstratis a nobis ad 36. huius.

Æqualis igitur est angulus CFD angulo DEB] Ex 3. sexti elementorum. sequitur enim ex ante dictis, & 22. sexti ut CD ad DE, ita esse CF ad BE.

Ac propterea ut quadratum ex AF ad quadratum ex BE, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DE.] Quoniam enim angulus AFD est æqualis angulo BED, ut AD ad DE, ita est AF ad BE. quare ex 22. sexti ut quadratum ex AF ad quadratum ex BE, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DE.

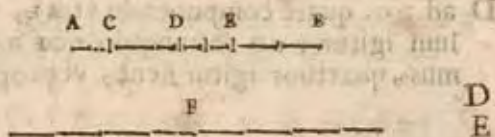
Ut autem quadratum ex AF ad quadratum ex BE, ita rectangulum EAC ad rectangulum CBE.] Ex 12. sexti libri huius.

LEMMA in Secundum librum de determinata sectione.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

Sit recta linea AB, in qua sumantur tria puncta CDE, ita ut rectangulum ADC sit æquale rectangulo BDE: & utrisque AE, CB, æqualis ponatur recta linea F. Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale esse, rectangulum autem FCD rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale.

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, erit ob proportionem, & conuertendo, & tota ad totam, componendoque ut BC, AE, hoc est F ad AE, ita BA ad AD. rectangulum igitur FAD est æquale rectangulo BAE. Rursum quoniam tota AB ad totam CB, est ut ED ad DC, erit componendo ut utraque AE, CB ad CB, hoc est ut F ad CB, ita CE ad CD. ergo rectangulum FCD rectangulo BCE æquale erit. Eodem modo in reliquis fient igitur quattuor, ut dictum est.



COMMENTARIVS.

Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale esse] Græcus codex ὅτι γινεται το' μὲν ὑπο' αὐτῆς ζαδ' ἴσον το' ὑπο' βαε sed legendum. ὅτι γινεται το' μὲν ὑπο' αὐτῆς ζαδ'.

Rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FED rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale] Græcus codex corruptus est, & in eo multa desiderari videntur. quis hic habet. το' δὲ ὑπο' αὐτῆς ζγδ' ἴσον το' ὑπο' αβγ το' δὲ ὑπο' ζδε' πρὸς ὑπο' αεγ legendum autem erit, ut opinor. το' δὲ ὑπο' αὐτῆς ζγδ' ἴσον το' ὑπο' βγε, το' δὲ ὑπο' ζβδ' πρὸς ὑπο' αβγ, το' δὲ ὑπο' ζεδ' πρὸς ὑπο' αεγ.

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, erit ob proportio-

nem, & conuertendo, & tota ad tota, componendoq; vt BC, AB hoc est F ad AE, ita BA ad AD] Nam cum rectangulum ADC æquale sit rectangulo BDE, erit vt AD ad DB, ita BD ad DC, & conuertendo, vt BD ad DA, ita CD ad DE, componendoque, vt BA ad AD, ita CB ad BD, permutandoque & conuertendo vt BC ad AB ita BD ad DA, & rursus componendo vt BC, AE hoc est F ad AE, ita BA ad AD. Græcus codex, $\epsilon\pi\alpha\iota\ \gamma\alpha\rho\ \tau\eta\varsigma\ \iota\sigma\omega\tau\epsilon\varsigma\ \eta\psi\iota\ \alpha\gamma\delta\ \iota\sigma\omega\tau\ \tau\eta\varsigma\ \iota\sigma\omega\tau\epsilon\varsigma\ \eta\psi\iota\ \beta\delta\epsilon$. sed legendum $\epsilon\pi\alpha\iota\ \gamma\alpha\rho\ \tau\omega\ \iota\sigma\omega\tau\epsilon\varsigma\ \eta\psi\iota\ \alpha\delta\gamma$.

D Rectangulum igitur FAD est æquale rectangulo BAE] Ex 16. sexti libri elementorum. Græcus codex $\tau\omega\ \alpha\phi\alpha\ \iota\sigma\omega\tau\epsilon\varsigma\ \eta\psi\iota\ \zeta\alpha\delta\ \iota\sigma\omega\tau\ \delta\epsilon\iota\ \eta\psi\iota\ \iota\sigma\omega\tau\epsilon\varsigma\ \eta\psi\iota\ \beta\delta\epsilon$. lege $\iota\sigma\omega\tau\ \delta\epsilon\iota\ \tau\eta\varsigma\ \iota\sigma\omega\tau\epsilon\varsigma\ \eta\psi\iota\ \beta\alpha\epsilon$.

E Rursus quoniam tota AB ad totam CB est vt BD ad DC] Quoniam vt BA ad AD, ita CB ad BD, & permutando vt AE ad CB, hoc est vt tota ad totam, ita AD ad DE, hoc est ita pars ad partem, erit, & reliqua ED ad reliquam DC, vt tota AB ad totam CB. Græcus codex $\omega\varsigma\ \eta\ \epsilon\delta\ \mu\acute{o}\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \alpha\gamma$. Ige $\mu\acute{o}\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \delta\gamma$.

F Eodem modo & reliquis] Rursus quoniam vt AE ad BC, ita AD ad DE, & componendo vt AE, BC, hoc est F ad BC, ita AE ad ED; rectangulum FBD æquale est rectangulo ABC. Denique quoniam vt tota EC ad totam AE, ita BD ad DA, erit reliqua CD ad reliquam DE, vt tota EC ad totam AE: & componendo vt BC, AE, hoc est F ad AE, ita CB ad BD. rectangulum igitur FED rectangulo AEC est æquale.

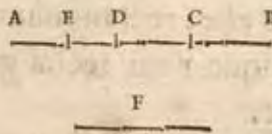
THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLII.

LEM.

II.

A Sit rursus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & vtriusq; B AE, CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rursus quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE, æquale; rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC.

C Quoniam enim] rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AE, CB ad DE, ita BA ad AD. vtræque igitur AE, CB æquales sunt ipsi F. ergo vt F ad AE, ita BA ad AD: & ideo rectangulum FAD æquale est rectangulo BAE. Rursus quoniam vt AD ad DE, ita BD ad DC, erit reliqua AE ad reliquam CB, vt ED ad



D ad DC. quare componendo vt AE, BC, hoc est vt F ad BC, ita BC ad CB. rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit. Eadem & in duobus reliquis ostendimus, quattuor igitur fient, vt proponebatur.

COMMENTARIUS.

A Sit rursus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] Græcus codex $\epsilon\sigma\tau\iota\ \nu\acute{\upsilon}\nu\ \pi\acute{\alpha}\lambda\iota\nu\ \tau\omega\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \alpha\gamma\delta\ \iota\sigma\omega\tau\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\tau\epsilon$. lege $\tau\omega\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \alpha\delta\gamma$.

B Videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE æquale] Græcus codex hoc loco corruptus est, & mancus, in quo legitur. $\tau\omega\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \zeta\alpha\beta\ \iota\sigma\omega\tau\ \tau\eta\varsigma\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \beta\gamma\epsilon$. $\tau\omega\ \delta\epsilon\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \epsilon\tau\epsilon$. legendum autem est. $\tau\omega\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \zeta\alpha\delta\ \iota\sigma\omega\tau\ \tau\eta\varsigma\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \beta\alpha\epsilon$, $\tau\omega\ \delta\epsilon\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \zeta\gamma\delta\ \iota\sigma\omega\tau\ \tau\eta\varsigma\ \upsilon\pi\acute{o}\ \eta\psi\iota\ \beta\delta\epsilon$ $\tau\omega\ \delta\epsilon\ \upsilon\pi\acute{o}\ \tau\omega\ \nu\ \epsilon\tau\epsilon$.

C Quoniam enim] rectangulum AEC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AE, CB ad AE, ita BA ad AD] Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, vt AD ad DB ita erit ED ad DC, & conuertendo vt BD ad DA, ita CD ad DE. ergo reliqua CB ad AE reliquam vt BD ad DA & componendo vt CB, AE ad AE, ita BA ad AD.

D Rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit] Græcus codex pro $\beta\gamma\epsilon$ mendose habet $\beta\epsilon\gamma$.

Eadem

Eadem & in reliquis duobus ostendemus.] Rursus enim quoniam ut AD ad totam DE, E
ED ad DC, reliqua AE ad CB reliquam erit, ut AD ad DE: & componendo AB, CB, hoc est
F ad CB, ut AE ad BD. ergo rectangulum FBD est aequale rectangulo ABC. postremo quo-
niam ut AD ad DE, ita ED ad DC, & conuertendo ut ED ad DA, ita CD ad DE, erit reli-
qua BC ad AB, ut CD ad DE. & componendo ut BC, AE hoc est F ad AE, ita CB ad BD.
ex quibus sequitur rectangulum FED rectangulo AEC aequale esse.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLIII.

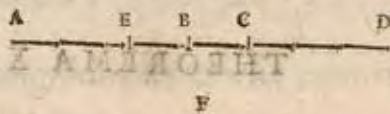
LEM.

III.

A B

Sit autem punctum extra totam lineam, & sit rectangulum ADC æ-
quale rectangulo BDE. Dico rursus si linearum AE, CB excessui æqualis
ponatur F quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD aequale
rectangulo BAE, rectangulum vero FCD aequale rectangulo BCE, re-
ctangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FDE rectangu-
lo AEC.

Quoniam enim rectangulum ADC aequale
rectangulo BDE, erit ob proportionem, & re-
liqua ad reliquam, & per conuersionem ratio-
nis. est igitur, ut AE ad excessum linearum
AB, CB, ita DA ad AB. Sed ipsarum AB, CB
excessus est F. ergo rectangulum FAD est æ-
quale rectangulo BAE. Rursus quoniam re-
liqua AB ad reliquam BC est, ut ED ad DC,
erit diuidendo, ut excessus linearum AE, BC ad BC, ita BC ad CD. rectangulum igitur
contentum excessui ipsarum AB, BC & CD, hoc est rectangulum FCD est aequale
rectangulo BCE. Eadem & in reliquis duobus ostendentur. sunt igitur quattuor ea,
quæ proponebantur.



COMMENTARIVS.

Sit autem punctum extra totam lineam.] Græcus codex ἐκω δὲ ἐκτος τῆς ὅλης τοῦ ση-
μείου. fortasse autem legendum erit τὰ σημεῖα. possunt enim extra totam lineam AB esse etia
puncta BCD, itemque duo CD.

Et sit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE.] Græcus codex καὶ ἴσων τοῦ ὑπὸ τῶν
δ α γ τοῦ ὑπὸ τῶν β δ ε, ego legendum arbitror καὶ ἴσων τοῦ ὑπὸ τῶν α δ γ ἴσων τοῦ ὑπὸ τῶν
β δ ε.

Rectangulum vero FCD aequale rectangulo BCE.] Græcus codex τοῦ δὲ ὑπὸ β γ ε. C
sed legendum τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ζ γ δ τοῦ ὑπὸ β γ ε.

Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportio-
nem, & reliqua ad reliquam, & per conuersionem rationis, est igitur ut AB ad ex-
cessum linearum AE, CB, ita DA ad AB.] Quoniam enim rectangulum ADC aequale est re-
ctangulo BDE, erit ut AD ad DE, ita ED ad DC. ergo reliqua AE ad BC reliquam est, ut
AD ad DE. & per conuersionem rationis ut AE ad excessum ipsarum AE, BC, ita DA ad AB.

Eadem & in reliquis duobus ostendentur.] Quoniam AE ad BC est ut AD ad DE, diui-
dendo excessus ipsarum AE, BC, hoc est F ad BC erit ut AE ad BD. rectangulum igitur
FBD est aequale rectangulo ABC. Rursus cum sit AE ad BC, ut ED ad DC, erit per conuer-
sionem rationis, ut AE ad excessum AE, BC, hoc est ad F, ita DE ad EC, & propterea re-
ctangulum FDE rectangulo AEC aequale erit.

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIV.

D

LEM.

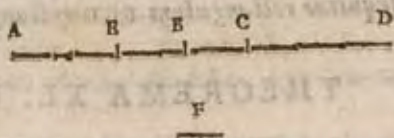
IV.

Hoc autem demonstrato facile inuenientur, quæ in primum de de-

terminata sectione iisdem positis in hunc modum,

A Dico ut BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC.

Quoniam enim demonstratum est rectangulum quidem FED rectangulo ABC æquale, rectangulum vero FDB æquale rectangulo AEC, erit ut rectangulum FED ad rectangulum FDE, hoc est ut BD ad DE, ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.



COMMENTARIUS.

A Dico ut BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC] Græcus codex manens est, in quo legitur $\delta\tau\omega$ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ, legendum autem $\delta\tau\omega$ τοῦ ὑπὸ τῶν αβγ πρὸς τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ.

IN PRIMVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLV.

LEM.
V.

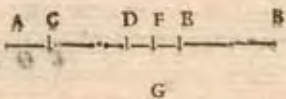
A Sit rursus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & quodvis punctum F. Dico si utrisque AE, CB ponatur æqualis G, rectangulum AFC excedere rectangulum BFE, rectangulo GDF,

B Quoniam enim prius demonstratum est rectangulum GDB æquale rectangulo AEC,

C commune auferatur rectangulum GFE. Reliquum igitur rectangulum GDF est excessus, quo rectangulum AEC, excedit rectangulum GFE.

D Quo autem rectangulum AEC ipsum GFE excedit, ablato communi rectangulo AEF, eodem rectangulum, quod continetur AB, CF excedit rectangulum contentum BC, FE.

E & quo rectangulum ex AB, CF excedit rectangulum ex BC, FE. ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE. rectangulum igitur AFC ipsum BFE excedit rectangulo GDF. quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIUS.

A Sit rursus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] Græcus codex manens est, in quo legitur. $\epsilon\sigma\omega$ πάλιν ἰσὺν τοῦ ὑπὸ τῶν βδε, sed legendum, $\epsilon\sigma\omega$ πάλιν ἰσὺν τοῦ ὑπὸ τῶν αδγ πρὸς τοῦ ὑπὸ τῶν βδε.

B Quoniam enim prius demonstratum est rectangulum GDB æquale rectangulo AEC] videlicet in lemmate primo vel in 41. huius.

C Reliquum igitur rectangulum GDF est excessus, quo rectangulum AEC excedit rectangulum GFE] Nam si à rectangulo GDB auferatur rectangulum GFE, relinquitur GDF rectangulum. ergo rectangulum GDF est etiam excessus, quo rectangulum AEC ipsum GFE excedit.

D Quo autem rectangulum ABC ipsum GFE excedit, ablato communi rectangulo AEF, eodem rectangulum, quod continetur AB, CF excedit rectangulum contentum BC, FE] Rectangulum enim ABC est æquale rectangulo AEF una cum rectangulo contento AB, CF, ex prima secundi elementorum. & eadem ratione rectangulum GFE est æquale rectangulo

Rectangulo AEF una cum rectangulo contento BC , EF , ponitur enim & utrisque AB , EC aequalis. Itaque si à rectangulo ABC auferatur rectangulum AEF , relinquitur rectangulum, contentum AB , CF : & si à rectangulo GDF idem AEC auferatur, reliquum est rectangulum, quod BC , EF continetur. rectangulum igitur contentum AB , EF eodem excessu superat rectangulum contentum BC , EF , quo rectangulum ABC ipsum GEF superabat: Græcus codex $\alpha\varsigma$ δὲ ὑπερέχει τὸ $\Gamma\Delta$. τὰ $\pi\alpha$ ὑπερέχει τὸ ν ὑπὸ τῆς $\alpha\gamma\zeta$ τὸ ν τῆς $\beta\gamma\zeta$, sed legendum est. $\alpha\varsigma$ δὲ ὑπερέχει τὸ $\Gamma\Delta$. τούτῳ ὑπερέχει τὸ ν τῶν $\alpha\gamma\zeta$ τῶν ν τῆς $\beta\gamma\zeta$.

Et quo rectangulum EX AB , CF excedit rectangulum EX BC , EF , ablato communi rectangulo CBE , eodem rectangulū AFC excedit rectangulū BFB . Nam rectangulum contentum AB , CF est æquale rectangulo CBE una cum rectangulo AFC ex prima secundi elementorum & similiter rectangulum contentum BC , EF est æquale rectangulo CBE una cum rectangulo BFB , ablato communi rectangulo CBE , reliquum rectangulum AFC eodem illo excessu, videlicet rectangulo GDE reliquum rectangulum BFB excedit. Græcus codex corruptus est, in quo legitur κοινὸν ἀφαιρέθεις τὸν ὑπὸ τῶν $\beta\gamma\zeta$ $\Gamma\Delta$. τὰ ἀπὸ τῶν $\alpha\gamma\zeta$ τῶν ν $\Gamma\Delta$. legendum autem est. κοινὸν ἀφαιρέθεις τὸν ὑπὸ τῶν $\gamma\zeta$ $\Gamma\Delta$. τὰ ἀπὸ τῶν $\alpha\gamma\zeta$ τῶν ν $\Gamma\Delta$.

Aliud in tertium tertij.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLVI.

Sit inter EB punctum F . Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EFB æquale esse rectangulo GDF .

Quoniam igitur ante ostensum est rectangulum GDE rectangulo AEC æquale, comune apponatur rectangulū GEF . totū igitur rectangulū GDE æquale est rectangulo AEC rectangulo ABC , & rectangulo, quod BC , EF continetur. Sed rectangulum AEC una cum rectangulo AEF est totum rectangulum contentum AB , CF . Rectangulum igitur GDE est æquale rectangulo contento AB , CF , & ei, quod continetur CB , EF . At rursus rectangulum contentum CB , EF est æquale rectangulo CBE , & rectangulo BFB : rectangulum vero EX AB , CF una cum rectangulo CBE est totum rectangulum AFC . Sed habebamus etiam rectangulum BFB . ergo rectangulum GDE æquale est rectangulo AFC & rectangulo BFB .

COMMENTARIUS.

Sit inter EB punctum F . Græcus codex $\epsilon\varsigma\omega$ μετὰ τὸ σημεῖον τῶν $\epsilon\beta$ τὸ ζ . sed legendum puto. $\epsilon\varsigma\omega$ σημεῖον μετὰ τὸ $\epsilon\beta$ τὸ ζ .

Dico rectangulum AFC una cum rectangulo BFB . Græcus codex $\delta\tau\iota$ τὸ ν τῶν $\alpha\gamma\zeta$ B lege $\delta\tau\iota$ τὸ ν τῶν $\alpha\gamma\zeta$.

Totum igitur rectangulum GDE æquale est rectangulo AEC , rectanguloque AEF , & rectangulo, quod BC , EF continetur. Est enim totum rectangulum GDE æquale duobus rectangulis videlicet rectangulo GDE , & rectangulo GEF , rectangulum autem GEF æquale itidem est duobus, rectangulo scilicet AEF , & ei quod continetur CB , EF , etenim & utrisque AB , CB aequalis ponitur. Græcus codex. $\delta\lambda\omicron\upsilon$ ἀπὸ τῶν ν τῆς $\eta\beta\zeta$ lege τὸ ν τῆς $\eta\delta\zeta$.

Rectangulum igitur GDE est æquale rectangulo contento, &c. Græcus codex $\delta\tau\iota$ τὸ ν τῆς $\eta\delta\zeta$ lege τὸ ν τῆς $\eta\delta\zeta$.

IN Primum Præceptum tertij problematis,

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLVII.

LEM.
VII.

A Sit rursus punctum F extra lineam AB. Ostendendum est rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF,

B Quoniam enim rectangulum GDB est æ-

C quale rectangulo ABC, commune appona-

tur rectangulum GBF, totum igitur rectan-

gulum GDB æquale est rectangulo ABC, re-

ctanguloque GBF, hoc est rectangulo con-

tento AE, BF, & rectangulo CBF. rectan-

gulum autem ABG una cum rectangulo

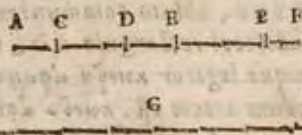
CBF est totum rectangulum, quod AF, CB

D continere. ergo rectangulum GDF est æquale rectangulo contento AF, CB, & con-

E tento AE, BF. Sed rectangulum contentum AF, CB una cum contento AE, BF est ex-

cessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur GDF

est excessus, quo AFC rectangulum ipsum EFB excedit.



COMMENTARIUS

A Sit rursus punctum F extra lineam AB.] Græcus codex $\epsilon\sigma\omega$ πάλιν τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς $\delta\alpha\beta$ τοῦ ζ , sed legendum puto $\epsilon\sigma\omega$ πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτος τῆς $\alpha\beta$ τοῦ ζ .

B Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulo ABC, quod in primo lem-

C mate demonstratum fuit.

C Totum igitur rectangulum GDB æquale est rectangulo ABC, rectanguloque GBF

D æquale rectangulo GDB una cum rectangulo GBF, & rectangulum GDB rursus æquale re-

ctangulo contento AE, BF & rectangulo CBF, quod G Virisq; AE, CB sit equalis. rectan-

gulum igitur GDB æquale est rectangulo EBC una cum rectangulo contento AE, BF, & re-

ctangulo CBF. Græcus codex $\beta\tau\tau\iota$ πάλιν ὑπὸ $\alpha\epsilon$ $\beta\zeta$ χ τῷ ὑπὸ $\beta\zeta$ lege χ τῷ ὑπὸ $\gamma\beta\zeta$.

D Sed rectangulum contentum AF, CB una cum contento AE, BF est excessus, quo

rectangulum AFC excedit rectangulum.] Nam rectangulum AFC est æquale rectangu-

lo contento AF, CB una cum rectangulo AFB, hoc est una cum rectangulo contento AE, BF,

& rectangulo EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo contento

AF, CB una cum contento AE, BF. Græcus codex $\iota\omega\sigma\chi\eta$ ἐπὶ τῷ ὑπὸ $\chi\epsilon\iota$ τοῦ ὑπὸ $\tau\eta\delta$ $\zeta\gamma$

τῷ ὑπὸ $\tau\eta\delta$ $\beta\zeta$. sed legendum τὸ ὑπὸ $\tau\eta\delta$ $\alpha\zeta\gamma$ τῷ ὑπὸ $\tau\eta\delta$ $\beta\zeta$.

E Rectangulum igitur GDF est excessus, quo AFC rectangulum ipsum EFB excedit]

Græcus codex pro $\alpha\delta\zeta$ habebat $\beta\zeta$.

D IN secundum præceptum eiusdem problematis.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLVIII.

LEM.
VIII.

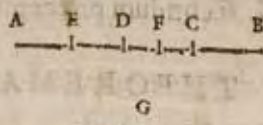
C Sit rectangulum ADG æquale rectangulo EDB, sitque punctum F in-

ter DC, & utrisque AE, CB æqualis ponatur G. Dico rectangulum EFB

cedere rectangulum AFC rectangulo GDF,

Quoniam

Quoniam enim rectangulum GDC æquale est rectangulo BCE , commune auferatur rectangulum GFC . reliquum igitur rectangulum GDF est excessus, quo ECB rectangulum excedit rectangulum GFC . quo autem rectangulum ECB excedit rectangulum GFC , communi ablato rectangulo BFC , eodem rectangulum, quod EF, CB continetur, excedit rectangulum contentum AE, FC . & quo rectangulum contentum EF, CB excedit contentum AB, FC addito communi rectangulo BFC , eodem rectangulum BFB excedit BC rectangulum AFC . rectangulum igitur BFB excedit ipsum AFC rectangulo GDF .



COMMENTARIVS.

Eodem rectangulum, quod EF, CB continetur, excedit rectangulum contentum A, AB, FC .] *Græcus codex* τὸ πρὸς τῷ $αζ, γβ$ τὸ ὑπὸ τῶν $αζ, γβ$ τὸ ὑπὸ τῶν $αβ, ζγ$ lege τὸ ὑπὸ τῶν $αε, ζγ$.

Addito communi rectangulo BFC] *Græcus codex* κοινὸν ἀφαιρέσεις τὸ ὑπὸ $εζγ$. Sed *B* ratio cogit, vel legatur κοινὸν τελόντος $εζγ$.

Eodem rectangulum BFB excedit rectangulum AFC] *Græcus codex* τὸ πρὸς τῷ $αζβ$ τὸ ὑπὸ $αεγ$ lege τὸ ὑπὸ $εζβ$.

IN secundum præceptum secundi problematis.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLIX.

Sed sit punctum F inter CB . Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo BFE æquale esse rectangulo GDF .

Quoniam enim rectangulum GDC æquale est rectangulo BCE , commune addatur rectangulum GCF . totum igitur GDF est æquale rectangulo BCE vna cum rectangulo GCF , hoc est vna cum rectangulo contento AE, CF , & rectangulo BFC . rectangulum autem ECB vna cum rectangulo BFC est totum quod EF, CB continetur. ergo rectangulum contentum EF, CB vna cum contento AE, CF est æquale rectangulo GDF . Sed rectangulum quidem contentum EF, CB est æquale rectangulo BFC , & rectangulo BFB . rectangulum autem BFC vna cum rectangulo contento AE, CF est totum rectangulum AFC . rectangulum igitur AFC vna cum rectangulo BFB est æquale ipsi GDF rectangulo.

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo BFE æquale esse rectangulo GDF] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν $αζγ$ μετὰ τὸ $αζ$ lege μετὰ τὸ ὑπὸ $βζε$.

Ergo rectangulum contentum EF, CB vna cum contento AE, CF] *Græcus codex* γὰρ γινέται τὸ ὑπὸ $εζγ$ μετὰ τὸ ὑπὸ $αβ, γζ$, ὅτε. lege μετὰ τὸ ὑπὸ $αε, γζ$.

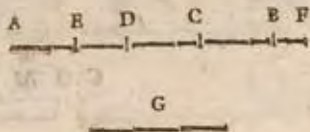
IN secundum præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO L.

LEM.
X.

Sit punctum F extra lineam AB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF.

A Quoniam enim rectangulum GDB est
 B æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GDF, totum igitur GDB est æquale rectangulo ABC una cum rectangulo GDF, hoc est una cum rectangulo contento AE, EF, & rectangulo CBF. rectangulum autem ABC, una cum rectangulo CBF est totum, quod AF, CB continetur. ergo rectangulum contentum AF, CB una cum contento AE, BF est æquale rectangulo GDB. Sed contentum AF, CB una cum contento AE, BF est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF, quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIUS.

A Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulo ABC] *Ex tertio lemmate.*
 B Commune apponatur rectangulum GDF. totum igitur GDB, &c.] *Græcus codex κοινὸν προσκείτω τὸ ὑπὸ τῶν ηδζ. sed legendum puto. κοινὸν προσκείτω τὸ ὑπὸ τῶν ηβζ. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ηδζ.*
 C Est totum, quod AF, CB continetur] *Græcus codex εἶεν ὅτι τὸ ὑπὸ αη, γβ lege τὸ ὑπὸ αζ, γβ.*
 D Est æquale rectangulo GDB] *Græcus codex ἴσον ὅτι τῷ ὑπὸ ηαζ lege τῷ ὑπὸ ηδζ.*
 E Sed contentum AF, CB una cum contento AE, BF est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Rectangulum enim AFC est æquale duobus rectangulis, nempe rectangulo contento AE, CE, & rectangulo AFB, quorum rectangulum AFB est itidem æquale rectangulo contento AE, BF & rectangulo EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo contento AF, CB & contento AE, BF.*

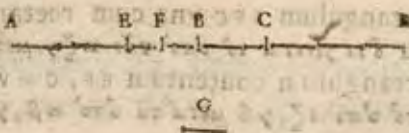
IN tertium præceptum primi problematis.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO LL.

LEM.
XL.

Sit rectangulum ADC rectangulo BDE, æquale: & excessui linearum AE, BC æqualis ponatur G: sumaturque F punctum inter EB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GFD.

A Quoniam enim rectangulum
 B GDB est æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GDF, totum igitur GDB æquale est rectangulo ABC una cum rectangulo GDF, hoc est una cum rectangulo contentum AE, BC & BF continetur. Sed rectangulum ABC est id, quod continetur AF, BC una cum rectangulo FBC. rectangulum igitur GFD est æquale rectangulo contento AF, BC una cum rectangulo CBF, &



CBF , & eo, quod excessu ipsarum AB, BC , & BF continetur, rectangulum autem CBF una cum eo, quod excessu AE, BC , & BF continetur totum est rectangulum contentum AE , ergo rectangulum GFD est æquale rectangulo contento AE, BC , & contento AE, FB . Sed rectangulum AE, BC contentum una cum contento AE, FB est excessus quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB , rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF . quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim rectangulum GFD est æquale rectangulo AFC .] *Ex tertio lemmate A*
Græcus autem codex. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ηβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγβ lege τὸ ὑπὸ αβγ.

Rectangulum autem CBF una cum eo, quod excessu AB, BC , & BF continetur totum est rectangulum contentum AE, FB] *Esse enim AE æqualis excessui, quo ipsa excedit BC una cum BC , & propterea rectangulum contentum AE, FB est æquale rectangulo CBF , una cum eo, quod excessu ipsarum AB, BC , & BF continetur Græcus codex τὸ δὲ ὑπὸ γβ, βζ μετὰ τῷ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, γβ ὑπορχῆς ἢ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αεζ. lege τὸ δὲ ὑπὸ γβ, βζ μετὰ τῷ ὑπὸ τῆς τῶν αε, γβ ὑπορχῆς ἢ τῆς βζ, ὅλον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αεζβ.*

Ergo rectangulum GFD est æquale rectangulo contento AE, BC] *Græcus codex C*
τὸ ὑπὸ ηζδ ἴσον ἐστὶ πᾶσι &c. lege τὸ ὑπὸ ηζδ ἄρα ἴσον ἐστὶ πᾶσι, &c.

Sed rectangulum AFC contentum una cum contento AE, FB est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Quomodo hoc sequatur nos proxime explicamus.*

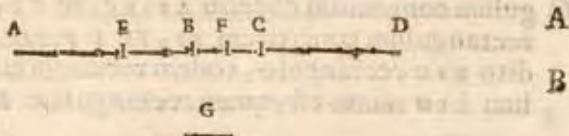
IN primum præceptum secundi problematis.

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO LII.

LEM.
XII.

Isdem positis sit punctum F inter BC . Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EFB æquale esse ei, quod G & FD continetur.

Quoniam enim rectangulū GCD æquale est rectangulo ECB , commune apponatur rectangulum GFC totum igitur GFD est æquale rectangulo ECB , & rectangulo GFC . Sed rectangulum quidem GFC est id, quod excessu ipsarum AF, BC , & FC continetur. rectangulum autem ECB est rectangulum ECF & contentum BF, EC . ergo rectangulum GFD æquale est rectangulo contento BF, EC , rectanguloque ECF & ei quod excessu AE, EC & CF continetur. rectangulum vero contentum excessu AE, BC , & CF una cum rectangulo ECF est totum rectangulum contentum AE, EC . rectangulum igitur GFD est æquale rectangulo contento AE, CF , & contento BF, EC . At rectangulum quidem contentum BF, EC est rectangulum BFC , & rectangulum EFB ; rectangulum autem BFC una cum contento AE, FC est totum rectangulum AFC . Sed habebamus etiam rectangulum EFB . rectangulum igitur AFC una cum rectangulo EFB æquale est rectangulo GFD , quod demonstrandum proponebatur.



COMMENTARIVS.

Commune apponatur rectangulum GFC] *Græcus codex κοινὴν προσκίδω τὸ ὑπὸ ηζ. A*
lege τὸ ὑπὸ ηζγ.

Totum igitur GFD est æquale rectangulo ECB] *Græcus codex ἀναλογεῖν ἄρα ego legendum puto ὅλον ἄρα.*

- C Rectangulum autem ECB est rectangulum ECF , & contentum EF , BC] Hoc est re-
ctangulum ECB est aequale rectangulo ECF & contento EF , BC .
- D Ergo rectangulum GFD aequale est rectangulo contento EF , BC] Græcus codex γὰρ γονεν δὲ τοῦ ὑπὸ αζδ ἴσον τῷ ὑπὸ εζβ. lege τῷ ὑπὸ εζ, βγ.
- E Rectangulum vero contentum excessu AE , BC , & CF] Non sunt hæc in Græco codi-
ce, quæ tamen desiderari videntur, Ut ita legendum sit τοῦ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αε, βγ ὑπερχῆς
καὶ τῆς γζ μετὰ τῷ ὑπὸ βγζ, ὅλον ὅτι τοῦ ὑπὸ αε, γζ. est autem rectangulum contentum
 AE , CF aequale rectangulo contento excessu ipsarum AE , BC , & CF una cum rectangulo
 ECF , quoniam AE est æqualis excessui, quo excedit CB , & ipsi CB , Ut superius dictum fuit.
- F At rectangulum quidem contentum EF , BC est rectangulum EFB . & rectangulum
 EBF] Hoc est rectangulum contentum EF , BC est aequale rectangulo EFB una cum rectangu-
lo EFB . Græcus autem codex corruptus est, qui sic habeat ἀλλὰ τοῦ μὲν ὑπὸ εζ, βγ τοῦ τε
ὑπὸ εζ, ζγ ὅτι καὶ τοῦ ὑπὸ βγ, γβ sed legendum puto τοῦ τε ὑπὸ εζ, ζγ ὅτι καὶ τοῦ ὑπὸ
εζ, ζβ.
- G Rectangulum autem EFB una cum contento AE , FC est totum rectangulum AFC] Græcus codex τοῦ δὲ ὑπὸ βζγ μετὰ τῷ ὑπὸ αεγ ὅλον ὅτι τοῦ ὑπὸ αγζ corrige τοῦ δὲ ὑπὸ
εζγ μετὰ τῷ ὑπὸ αε, ζγ ὅλον ὅτι τοῦ ὑπὸ αζγ.

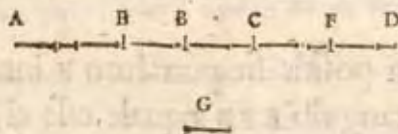
IN Tertium Præceptum tertij problematis.

THEOREMA L. PROPOSITIO LIII.

LEM.
XIII.

Sit rursus punctum F inter CB . Dico rectangulum AFC minus esse,
quam rectangulum EFB rectangulo GFD .

- Quoniam enim rectangulum GCD
est aequale rectangulo ECB , com-
mune auferatur GCF rectangulum
reliquum igitur GFD est excessus,
quo rectangulum ECB superat re-
ctangulū GCF , hoc est id, quod ex-
cessu AE , BC & CF contentū. Quo autē
rectangulum ECB superat rectan-
gulum contentum excessu AE , BC , & CF , addito communi rectangulo ECF , eodem
rectangulum contentum EF , BC si perat contentum AE , CF . & rursus communi ad-
dito ECF rectangulo, eodem rectangulum EBF superat ipsum AFC . ergo rectangu-
lum AFC minus est, quam rectangulum EBF rectangulo GFD .



COMMENTARIUS.

- A Hoc est id, quo excessu AE , BC , & CF continetur] Græcus codex τῶν τῷ ὑπὸ καὶ ὅτι
αε, γβ ὑπερχῆς καὶ τῆς γζ. lege τῶν τῷ ὑπὸ τῆς τῶν αε, γβ ὑπερχῆς καὶ τῆς γζ.
- B Quo autem rectangulum ECB superat rectangulum contentum, &c.] Græcus codex
ἀλλὰ ὑπερχῆς τοῦ ὑπὸ αζβ. lege τοῦ ὑπὸ εζβ.
- C Eodem rectangulum contentum EF , BC superat contentum AE , CF] Rectangulum
enim EF , BC contentum est aequale rectangulo ECB una cum rectangulo ECF , & rectangulum
contentum AE , CF rursus est aequale rectangulo contento excessu AE , BC , & CF una cum
rectangulo ECF .

IN Tertium præceptum tertij Problematis.

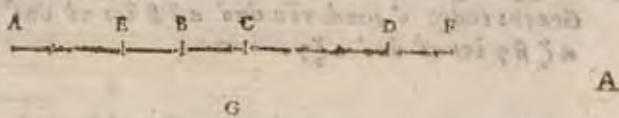
THEOREMA LII. PROPOSITIO LIV.

LEM.
XIV.

Sed sit punctum F extra. Dico rursus rectangulum AFC superare re-
ctangulum EFB rectangulo GDF .

Quoniam

Quoniam enim rectangulum GCD est æquale rectangulo ECB vtraque auferatur a rectangulo GCF . reliquum igitur GDF est excessus, quo GCF rectangulum superat ipsum ECB , & communi addito rectangulo ECF , eodem excessu rectangulum contentum AB , CB superat contentum EF , BC , etenim excessus AB , CB una cum BC est ipsa AE . Quo autem rursus rectangulum contentum AB , CF superat contentum EF , BC , addito communi rectangulo ECF , eodem rectangulum AFC superat ipsum EFB , rectangulum igitur AFC superat rectangulum EFB rectangulo GDF .



COMMENTARIVS.

Reliquum igitur GDF] *Græcus* εοικὲς ὅλον ἀρα τὸ ὑπὸ $n\delta\zeta$ sed ego potius legendum *cenſeo* λοιπὸν ἀρα τὸ ὑπὸ $n\delta\zeta$.

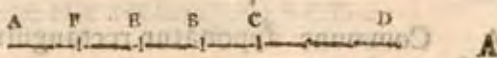
Etenim excessus AE , CB una cum BC est ipsa AB] *Græcus* codex ἡ ἀρα $\gamma\delta$ αε, γβ, ὁποῦν μετὰ τῆς βγ ἢ αε ἵεν ego potius legerem ἢ γαρ τῶν αε, γβ ὁποῦν, &c. Videtur enim reddere rationem, cur rectangulum contentum AE , CF sit æquale rectangulo GCF , hoc est rectangulo contento excessu linearum AE , CB , & CF una cum rectangulo ECF , quam nos supra attulimus. quare opportunius fecisset Pappus, si hoc in Undecimo lemmate explicasset.

IN tertium præceptum tertij problematis.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LV.

Sit punctum F inter AE . Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EFB æquale esse rectangulo GFD . LEM. XV.

Quoniam enim rectangulum GCD æquale est rectangulo ABC , commune addatur rectangulum GCF . totum igitur GFD est æquale rectanguloque ABC & rectangulo GCF . Sed rectangulum quidem ABC æquale est rectangulo contento AE , BC , & rectangulo ECF : rectangulum verò contentum excessu AE , BC , & FE una cum rectangulo CBF æquale est rectangulo, quod AB , BF continetur. At rectangulum contentum AE , BF est rectangulum EFB , & rectangulum AFB , quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AE , BC est rectangulum AFC , rectangulum igitur AFC una cum rectangulo EFB æquale est rectangulo GFD , quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIVS.

Totum igitur GFD est æquale rectanguloque ABC , & rectangulo GCF] Hoc est æquale rectangulo ABC una cum eo, quod continetur excessu linearum AB , BC , & BF .

Rectangulum verò contentum excessu AE , BC , & BF una cum rectangulo CBF æquale est rectangulo, quod AB , BF continetur] Est enim AE æqualis excessui, & ipsi CB .

At rectangulum contentum AE , BF est rectangulum EFB , & rectangulum AFB] *Græcus* codex corruptus est, & minus, in quo legitur ἀρα ἐστὶ τῆς $\gamma\delta$ αε, γβ, ὁποῦν μετὰ τῆς βγ ἢ αε ἵεν. τὸ ὑπὸ $n\delta\zeta$ ἀρα ἐστὶ τὸ τὲ ὑπὸ $\beta\zeta\epsilon$ ἢ τὸ ὑπὸ $\alpha\zeta\beta$, vel hoc modo τὸ $\delta\delta$ ὑπὸ $\alpha\epsilon\beta\zeta$ ἐστὶ τὸ τὲ ὑπὸ $\beta\zeta\epsilon$ &c. rectangulum enim contentum AE , BF est æquale rectangulo EFB una cum rectangulo AFB ex prima secundi elementorum.

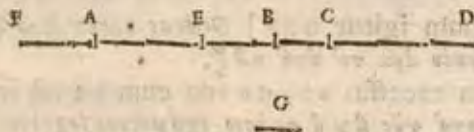
- D Quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF , BC est rectangulum AFC .
Græcus codex ὁ μετα' τοῦ ὑπο' $αδβ$ ἐστὶ τὸ ὑπο' $αζγ$. Sed legendum puto ὁ μετα' τοῦ ὑπο'
 $αζβγ$ ἐστὶ τὸ ὑπο' $αζγ$.

IN tertium præceptum tertij problematis.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LVI.

- LEM. Sit rursus punctum F extra. Dico rectangulum AFC minus esse,
 XVI. quàm rectangulum EFB , rectangulo GFD .

- Quoniam .n. rectangulum GAD
 A est æquale rectangulo BAE , com-
 mune apponatur rectangulū GAF .
 totum igitur rectangulum GDF
 est æquale rectanguloque BAE ,
 & rectangulo contento excessu
 B AE , BC & AF . Rursus commune
 apponatur rectangulum, quod FA ,
 BC continetur. Sed rectangulum quidem contentum excessu AE , BC & AF una cum
 contento FA , BC æquale est rectangulo FAB . rectangulum verò BAE una cum re-
 ctangulo FAB totum est rectangulum contentum FB , AE . quod igitur FB , AE conti-
 netur æquale est rectanguloque GDF & rectangulo contento FA , BC . quare GDF est
 C excessus, quo rectangulum contentum FB , AE superat contentum FA , BC . Sed quo
 rectangulum ex FB , AE superat rectangulum ex FA , BC , addito communi rectangulo
 BFA , eodem, & rectangulum BFE superat rectangulum CFA . rectangulum igitur BFE
 D superat rectangulum CFA rectangulo GDF . Quare CFA rectangulum minus est quam
 rectangulum BFE rectangulo GDF . quod oportebat demonstrare.



COMMENTARIUS.

- A Commune apponatur rectangulum GAF] *Græcus codex.* pro $ααζ$ mendose habe-
 bat $ααδ$.
 B Rursus commune apponatur rectangulum, quod FA , BC continetur] *Græcus codex*
 corruptus est, & mancus, in quo legitur τὸ ὑπο' $ζβ$, αε λοιποὶ τὸ ὑπο' $ζαβγ$ ego restitui men-
 dum puto in hanc sententiam πάλιν κοινὸν προσκείσθαι τὸ ὑπο' $ζαβγ$. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπο' τῆς
 τῶν $αε$, $βγ$ ὑπορχῆς καὶ τῆς $αζ$ μετα' τῆς ὑπο' $ζα$, $βγ$ ἴσον ὄναι τῆς ὑπο' $ζαε$ τοῦ δὲ ὑπο' $βαε$
 μετα' τῆς ὑπο' $ζαε$ ὄναι τῆς ὑπο' $ζβ$. αε τὸ ἀρα ὑπο' $ζβ$, αε ἴσον ἐστὶ τῶν τῆς ὑπο' $ηδζ$ καὶ
 τῆς ὑπο' $γα$, $βγ$, ὅς τε τὸ ὑπο' $ηδζ$ ἢ ὑπορχῆς ἐστὶν ὅς τε.
 C Sed quo rectangulum ex FB , AE superat rectangulum ex FA , BC addito communi
 rectangulo BFA , eodem & rectangulum BFE superat rectangulum CFA] *Græcus codex*
 ἀλλὰ τὸ ὑπο' $ζβ$, αε τῆς ὑπο' $ζα$, $βγ$ ὑπορχῆς. κοινὸν προσθέντος τῆς ὑπο' $βζα$, τῶν τῆς ὑπο'
 χῆς ὡς καὶ τὸ $βζε$ τῆς ὑπο' $γζα$ sed legendum censeo. ἀλλὰ ὡς. τὸ ὑπο' $ζβ$, αε τῆς ὑπο' $ζα$,
 $βγ$ ὑπορχῆς, κοινὸν προσθέντος τῆς ὑπο' $βζα$, τῶν τῆς ὑπο' χῆς καὶ τὸ $βζε$ τῆς ὑπο' $γζα$.
 D Quare CFA rectangulum minus est, quam rectangulum BFE rectangulo GDF .
Græcus codex ὅς τε τὸ ὑπο' $γζ$ ἀπο' τῆς ὑπο' $βζε$ lege τὸ ὑπο' $γζα$ τῆς ὑπο' $βζε$.

IN Tertium præceptum primi Problematis.

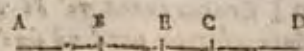
LEM.
XVII.

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LVII.

Sit AB æqualis ipsi CD , & quoduis punctum E inter BC puncta. Di-
 co rectangulum AED superare rectangulum BEC rectangulo ACD .

Quoniam

Quoniam enim rectangulum AED æquale est rectangulo AEC , & rectangulo contento AE, CD , quorum rectangulum AEC rursus est æquale rectangulo BEC , & rectangulo contento AB, EC ; erit rectangulum AED æquale rectangulo BEC vna cum rectangulo contento AE, EC , & contento AE, CD . rectangulum igitur AED superat rectangulum BEC rectanguloque contento AB, EC , hoc est BCD , etenim AB, CD æquales sunt, & rectangulo contento AE, CD . Sed rectangulum BEC , & contentum AE, CD sunt totum rectangulum ACD . ergo rectangulum AED superat rectangulum BEC rectangulo ACD .



COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis ipsi CD] *Græcus codex. ἴσα ἢ αβ τῇ γδ fortasse addendum erit verbum ἢ σν, vel subintelligendum, & similiter in lemmate, quod sequitur.*

Quoniam enim rectangulum AED æquale est rectangulo AEC , & rectangulo contento AE, CD , quorum rectangulum AEC rursus est æquale rectangulo BEC & rectangulo contento AB, EC] *Hæc nos perspicuitatis gratia latinis explicauimus.*

Rectangulum igitur AED superat rectangulum BEC , &c.] *Græcus codex. τοῦ ἀρα ὑπὸ α γ δ τ δ ὑπὸ β ε, ε γ lege ἀρα ὑπὸ α ε, ε δ τ δ ὑπὸ β ε, ε γ.*

Et rectangulo contento AE, CD] *Græcus codex καὶ τοῦ ὑπὸ α γ, γ δ α lege καὶ τοῦ ὑπὸ α ε, γ δ.*

Sed rectangulum BEC & contentum AE, CD sunt totum rectangulum ACD] *Græcus codex mancus est hoc loco, & fortasse ita restituatur ἀλλὰ τοῦ τοῦ ὑπὸ α γ, γ δ καὶ τοῦ ὑπὸ α ε, γ δ γίνεται ὅλον τοῦ ὑπὸ α γ, γ δ.*

IN Tertium præceptum primi problematis.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVIII.

LEM.
XVIII.
A

Sit AB æqualis CD , & sumatur punctum E inter CD . Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale esse rectangulo ACD .

Quoniam enim rectangulum AED æquale est rectangulo contento AC, BD , & rectangulo CEB cōmune apponatur rectangulum BEC . rectangulum igitur AED vna cum rectangulo BEC est æquale rectangulo contento AC, BD . rectanguloque CEB , & rectangulo BEC , sed rectangulum quidem CEB vna cum rectangulo BEC totum est rectangulum contentum BD, CE , hoc est ACB æquales enim sunt, & totæ lineæ AC, BD . rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo ACB est æquale rectangulo ACD .



COMMENTARIVS.

Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale esse rectangulo ACD *Græcus codex hoc loco corruptus est, & mancus, in quo legitur ὅτι τοῦ ὑπὸ α ε, ε δ ἴσον ὄν τῷ τοῦ ὑπὸ α γ, ε δ, καὶ τοῦ ὑπὸ γ ε, ε δ. καὶ κοινὸν προσκείσθαι, ὅτι. ego ita restituendum censeo ὅτι τοῦ ὑπὸ α ε, ε δ ἴσον ὄν τοῦ ὑπὸ α γ δ. ἵνα γὰρ τοῦ ὑπὸ α ε, ε δ ἴσον ὄν τῷ τοῦ ὑπὸ α γ, ε δ, καὶ τοῦ ὑπὸ γ ε, ε δ κοινὸν προσκείσθαι.*

Sed rectangulum quidem CEB vna cum rectangulo BEC] *Græcus codex ἀλλὰ τοῦ μὲν ὑπὸ γ ε, ε β lege τοῦ μὲν ὑπὸ γ ε, ε δ.*

Æqualis enim sunt, & totæ lineæ AC, BD] *Nam cum AB, CD æquales ponantur, addaturque communis BC , erit AC ipsi BD necessario æqualis.*

Re-

D Rectangulum vero contentum AC, BD vna cum rectangulo ACE est æquale rectangulo ACD] *Græcus codex το δὲ ὡς ἔστι α γ, ε δ μετὰ τὴ ὑπὸ β γ, ε γ ἴσος ἐστὶ τῇ ὑπὸ α γ, ε*
 ego legendum arbitror μετὰ τὴ ὑπὸ α γ, ε ἴσος ἐστὶ τῇ ὑπὸ α γ, ε.

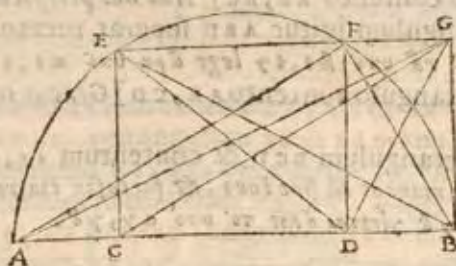
IN Monachos primi secundi, & tertij Epitagmatis.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LIX.

LEM.
XIX.

Semicirculo existente AEB, & diametro AB, existentibusque perpendicularibus CE, DF, & ducta recta linea EFG, & ad ipsam perpendiculari BG, tria porro contingunt, videlicet rectangulum quidem CBD æquale esse quadrato ex BG; rectangulum vero contentum AC, BD quadrato ex EG, & contentum AD, CB quadrato ex EG.

Iungantur enim GC, GD, AF, AD, AG, FB. Quoniam igitur rectus est angulus, qui ad E, & perpendicularis FD, erit angulus DFB angulo BAF æqualis. Sed angulus quidem DFB est æqualis angulo DGE, angulus vero BAF (iuncta EE) est æqualis angulo BBE, hoc est angulo BCG, angulus igitur DGB angulo BCG æqualis erit, & propterea rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG. est autem, & totum rectangulum ABD æquale quadrato ex BE. reliquum igitur quod AC, DE continetur est æquale quadrato ex FG. rursus quoniam rectangulum ABC æquale est quadrato ex BE, quorum rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG, erit reliquum contentum AD, CB quadrato ex BG æquale, contingunt igitur tria, quæ proponebantur.



COMMENTARIUS.

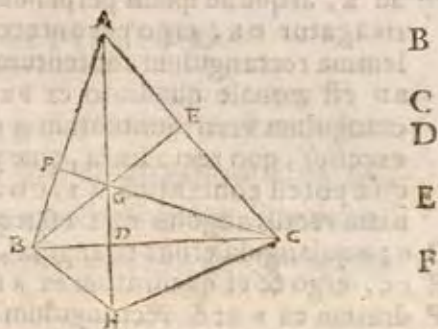
- A Sed angulus quidem DFB est æqualis angulo DGE] Quoniam enim quadrilateri DE, FG duo anguli oppositi FDE, EGF recti sunt, erunt reliqui duo æquales duobus rectis, nam quadrilateri cuiusque anguli quattuor rectis sunt æquales; cum in duo triacula diuidantur, ergo ex conuersa 23. tertij elementorum quattuor puncta FD, EG sunt in circumferentia eiusdem circuli angulus igitur DFB angulo DGE est æqualis.
- B Angulus vero BAF (iuncta EE) est æqualis angulo BBE] Ex 21. tertij elementorum.
- C Hoc est angulo BCG] Quod eodem modo demonstrabimus, quo supra angulum DFB æqualem esse angulo DGE. Sunt enim rursus puncta EC, BG in eiusdem circuli circumferentia.
- D Et propterea rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG] Quoniam enim trianguli CBG angulus BCG est æqualis angulo BGD, & angulus ad B rectus: erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. ergo ut CB ad BG, ita est GB, ad BD, rectangulum igitur CBD quadrato ex BG est æquale.
- E Reliquum igitur, quod AC, DE continetur est æquale quadrato ex FG] Nam rectangulum quidem ABD est æquale rectangulo CBD vna cum rectangulo contento AC, DE ex prima secundi elementorum, quadratum vero ex FE æquale est quadrato ex BG vna cum quadrato ex FG ex 47. primi elementorum.
- F Erit reliquum contentum AB, CB quadrato ex BG æquale] Rursus enim eadem ratione rectangulum ABC æquale est rectangulo CBD vna cum eo, quod AD, CB continetur.

IN Monachum tertij Problematis.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LX.

Sit triangulum ABC , & ducantur AD , BE , CF , sitque AD perpendi-
cularis ad BC , & puncta AF , GF sint in circulo. Dico angulos ad FE LEM
XX.
rectos esse.

Producatur enim AD , & ipsi GD æqualis po-
natur DH . iunganturque EH , HC . æqualis igitur
est angulus H angulo BGC , hoc est ipsi FGE .
sed angulus FGE vna cum angulo A æqualis est
duobus rectis, ergo, & BHC angulus vna cum
angulo A duobus rectis est æqualis. In circulo
igitur sunt AB , HC puncta, & ideo angulus BAG
æqualis est angulo BCH , hoc est GCD . sunt au-
tem, & anguli ad G secundum verticem inter se
æquales, reliquus igitur angulus ad D æqua-
lis reliquo ad F . sed angulus ad D est rectus.
ergo & rectus, qui ad F . Eadem ratione, & an-
gulus, qui ad B est rectus, anguli igitur ad F puncta recti sunt, quod demonstra-
re oportebat.



COMMENTARIVS.

Et puncta AF , GB sint in circulo] In Græco codice legitur. ἐκ κύκλου διὰ τὰ ζε σημεῖα. A
sed puto legendum τὰ αζ, ηε σημεῖα.

Æqualis igitur est angulus H angulo BGC] Quoniam enim trianguli CGD duo latera B
 GD , DC sunt æqualia duobus lateribus HD , DC trianguli CHD , & anguli ad D recti, erit
& basis GC basi CH æqualis, & angulus DGC æqualis angulo DHC , & eodem modo de-
monstrabitur angulus EGD æqualis angulo BHD . totus igitur angulus BGC toti BHC est æ-
qualis.

Sed angulus FGE vna cum angulo A æqualis est duobus rectis] Ex 22. tertij elemen- C
torum. Græcus codex ἀλλὰ μὴ ὑπὸ ζα εἰς λέγε ἀλλὰ ἢ ὑπὸ ζα εἰ.

In circulo igitur sunt AB , HC puncta] Ex conuersa 22. tertij elementorum. Græcus D
codex ἐν κύκλῳ ἀρα εἰσι τὰ αβγ σημεῖα λέγε τὰ αβ, γγ σημεῖα.

Et ideo angulus BAG æqualis angulo BCH] NEx 21. tertij elementorum. E

Reliquus igitur angulus ad D æqualis est reliquo ad F] Græcus codex λοιπὸν ἀρα ἢ δ. F
λέγε λοιπὸν ἀρα ἢ δ.

Eadem ratione, & angulus, qui ad B est rectus] Græcus codex διὰ τὰ αὐτὰ καὶ μὴ G
προς τὸ ε. λέγε καὶ ἢ πρὸς τὸ ε.

Monachus primi problematis tertij Epitagmatis.

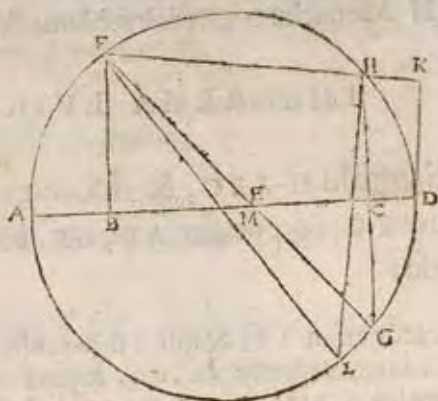
THEOREMA LVIII. PROPOSITIO XLI.

LEM.
XXI.

Tribus datis rectis lineis AB , BC , CD si fiat vt rectangulum ABD ad
rectangulum ACD , ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC , singula- A
ris proportio, & minima est rectanguli AED ad rectangulum BEC . Ita-
que dico eandem esse, quæ est quadrati ex AD ad quadratum excessus,
quo recta linea, quæ potest rectangulum contentum AC , BD excedit
eam, quæ potest contentum AB , CD .

Deseri-

G ex HK . ergo singularis, & minor proportio eadem est, quæ quadrati ex AD ad quadratum excessus, quo recta linea, quæ potest rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ potest contentum AB, CD ,



COMMENTARIVS.

F Et rectangulum GEF, hoc est ABD ad rectangulum BEC] Namque Ut quadratum ex GB ad quadratum ex EC, ita est rectangulum GEF ad rectangulum BEC, quod mox ostenditur. ergo ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita rectangulum GEF, hoc est rectangulum AED ad rectangulum BEC. Quoniam enim triangulum BGC simile est triangulo EFE, Ut GB ad EF, ita est CE ad BB. Sed Ut GB ad EF, ita quadratum ex GH ad rectangulum GEF: Ut autem GB ad BB, ita quadratum ex CE ad CBE rectangulum quare ut quadratum

drat mm

dratum ex GE ad rectangulum GEF ita quadratum ex CB ad rectangulum CEB, & permu-
tando ut quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita rectangulum GEF ad rectangulum CEB.
Vereortamen ne in graeco codice nonnulla desiderentur.

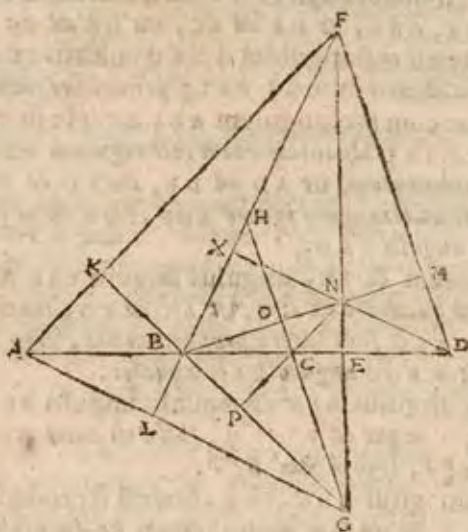
Ergo singularis, & minor proportio eadem est, quæ quadrati ex AD ad quadratum G
excessus, quo recta linea quæ potest rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ
potest contentum AB, CD. *Græcus cod. x ας ε ο μοναχος κμ ελαστον λογος ο αυτο εστι το
δωτ της α δ προς τη δωτ της υπορχης, η υπορχη η δυναμένη το ιωτ α β γ δ. οπερ λεγουμεν
autem ο δυναμένη το ιωτ α γ, β δ της δυναμένης το ιωτ α β, γ δ οπερ.*

Monachus tertij Problematis secundi Epitagmatis.

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LXII.

Rursum tribus datis rectis lineis AB, BC, CD, si fiat ut rectangulum LEM. XXII.
ADB ad rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC, A
singularis, & minor proportio eadem est, quæ quadrati rectæ lineæ con-
stantis ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ
potest contentum AD, BC ad quadratum ex DC. B

Ducatur a puncto E ipsi AD ad
rectos angulos BF, & producat,
fitq; rectangulo ADE æquale qua-
dratum ex FD, & ipsi FD paralle-
la ducatur GC. Quoniam igitur,
ut rectangulum ADE ad rectangu-
lum ACB, ita est quadratum ex DB
ad quadratum ex EC, hoc est qua-
dratum ex DE ad quadratum ex
CG; atque est rectangulum ADE
quadrato ex FD æquale: erit, &
rectangulum ACE æquale quadra-
to ex CG. Iungantur AF, FB, AG,
GB. Itaque cum rectangulum ADE
sit æquale quadrato ex DE, angu-
lus BFD æqualis est angulo FAB.
est autem, & BGC angulus angulo
BAC æqualis. Sed & angulus BFD
angulo BHG; anguli igitur BHG,
BCH, hoc est si producat GE angulus KBF æqualis est angulo LAK. quare in circu-
lo sunt AL, BK puncta, & per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti sunt. Du-
catur ad FD perpendicularis EM, & iuncta DN ad X producat. perpendicularis
igitur est ad FL, & ipsi GL parallela. Rursum autem iuncta GC producat ad O.
ergo perpendicularis ad BN; est enim FD ad BM perpendicularis. Quoniam igitur
rectangulum ACB æquale est quadrato ex CG, erit angulus BGC angulo GAC æqualis
Sed angulus quidem BGC æqualis est angulo CNF in circulo, angulus autem GAC æ-
qualis est ipsi BDN in parallelis. ergo & angulus BAC angulo EDN est æqualis, ac
propterea rectangulum DEC æquale est ei, quod sit ex BN quadrato. Quoniam au-
tem in triangulo EDF acta est perpendicularis DN, & inflexæ sunt ad ipsam FN, NE,
erit quadratorum ex FD, DB excessus æqualis excessui quadratorum ex FN, NB. sed
excessus quadratorum ex FD, DB est ABD rectangulum. ergo & quadratorum ex FN
NB excessus est idem rectangulum ABF. est autem & rectangulum DEC æquale qua-
drato ex EN. quare NE potest rectangulum, quod AC, BD continetur. Rursum quo-
niam quadratorum ex NG, GB excessus est æqualis excessui quadratorum ex NC, CB,
quadratorum autem ex NC, CB excessus est ECB rectangulum, erit quadratorum ex
NG, GB excessus rectangulum BCE atque est rectangulum AEB æquale quadrato ex
BG. ergo NG potest totum rectangulum, quod AD, BC continetur. Sed, & FN po-
test.



7. quinti. γ test rectangulum contentum AC, BD . Itaque quoniam rectus est angulus FKG & perpendicularis AB , erit rectangulum ABB rectangulo FEG æquale. ergo ut rectangulum ABB ad rectangulum CBD , ita est rectangulum FEG ad rectangulum CBD , ut autem rectangulum FEG ad rectangulum CBD , ita quadratum ex FG ad quadratum ex CD . & ut igitur rectangulum ABB ad rectangulum CBD , ita quadratum ex FG ad quadratum ex CD . estque rectanguli quidem ABB ad rectangulum CBD vnica, & minor proportio, recta vero linea FEG constat ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC, BD , & ex ea, quæ potest contentum AD, BC . proportio igitur vnica, & minor, eadem est, quæ quadrati rectæ lineæ constantis ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC, BD , & ex ea, quæ potest contentum AD, BC ad quadratum ex CD .

COMMENTARIUS.

- A Rursus tribus datis rectis lineis AB, BC, CD , si fiat ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB , ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex* $\epsilon\alpha\gamma \gamma\iota\mu\tau\alpha\iota \acute{\alpha}\iota\varsigma \tau\omicron\upsilon \iota\omicron\alpha\iota \alpha \delta \zeta \alpha\pi\omicron\varsigma \tau\omicron\upsilon \iota\omicron\alpha\iota \alpha \epsilon \gamma$ lege $\epsilon\alpha\gamma \gamma\iota\mu\tau\alpha\iota \acute{\alpha}\iota\varsigma \tau\omicron\upsilon \iota\omicron\alpha\iota \alpha \delta \beta \alpha\pi\omicron\varsigma \tau\omicron\upsilon \iota\omicron\alpha\iota \alpha \gamma \beta$.
- B Quoniam igitur ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB , ita est quadratum ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex* $\iota\tau\alpha\iota \delta\epsilon \delta\epsilon\iota\gamma \acute{\alpha}\iota\varsigma \tau\omicron\upsilon \iota\omicron\alpha\iota \alpha \delta \beta \alpha\pi\omicron\varsigma \tau\omicron\upsilon \iota\omicron\alpha\iota \alpha \beta \gamma$ lege $\alpha\pi\omicron\varsigma \tau\omicron\upsilon \alpha \gamma \beta$.
- C Hoc est quadratum ex DE ad quadratum ex CG] Est enim ob similitudinem triangulorum DEF, CBG , ut DE ad BC , ita DF ad CG .
- D Atque est rectangulum ADB quadrato ex ED æquale erit, & rectangulum ACB æquale quadrato ex CG] Ex 14. primi libri elementorum.
- E Itaque cum rectangulum ADB æquale sit quadrato ex DE , angulus BFD æqualis est angulo FAB] Quoniam enim rectangulum ADB est æquale quadrato ex DE , erit, ex 17. sexti elementorum, ut AD ad DE , ita ED ad DB : & sunt circa angulum ADF latera proportionalia. triacula igitur ADF, EDB inter se similia erunt: ideoque angulus BFD æqualis erit angulo FAD .
- F Est autem & BGC angulus angulo BAG æqualis] Rursus quoniam rectangulum ACB æquale est quadrato ex CG , ut AC ad CG , ita erit GC ad CB ex eadem 17. sexti. & circa angulum ACG sunt latera proportionalia. ergo triangulum BGC simile est triangulo GCA , angulusque BGC angulo CAG æqualis.
- G Sed & angulus BFD est æqualis angulo BHG] Ex 29. primi elementorum. producta nimirum GC neque ad BE in H ; facta est enim GC ipsi ED parallela: *Græcus codex*. $\acute{\alpha}\mu\acute{\alpha} \delta \beta \iota \iota\omicron\alpha\iota \alpha \zeta \delta$. lege $\iota \iota\omicron\alpha\iota \beta \zeta \delta$.
- H Anguli igitur BHG, BGH , hoc est si producat GB , angulus KBF æqualis est angulo LAK] Nam cum demonstratum sit angulum BFD æqualem esse angulo FAD , itemque angulum BGC angulo BAG , erunt duo anguli BFD, BGH . hoc est duo anguli BHG, BGH æquales duobus angulis FAD, BAG , hoc est angulo LAK , qui ex his constat, sed producta GB angulus KBF est æqualis duobus interioribus, & oppositis BHG, BGH ex 32. primi elementorum. angulus igitur KBF angulo LAK æqualis erit.
- K Quare in circulo sunt AL, BK puncta] Quoniam enim angulus KBF est æqualis angulo LAK & anguli KBF, KEL æquales sunt duobus rectis erunt quadrilateri $AKBL$ anguli LAK, KBL oppositis duobus rectis æquales. ergo ex conuersa 22. tertij elementorum. quattuor puncta $ALBK$ in circuli circumferentia sit necesse est.
- L Et per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti sunt] Videlicet per 60. huius.
- M Et iuncta DN ad X producat $perpendicularis$ igitur est ad FL , & ipsi GL parallela] Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus.
- Sit triangulum acutiangulum ABC , & ducatur perpendicularis AD , à puncto autem B ad AC rursus perpendicularis ducatur BE secans AD in F : & iuncta CE in G producat $perpendicularis$ CG ad AB perpendicularem esse. Ducatur enim à puncto A ipsi AB ad rectos angulos AK , & producat BE , ita ut cum AK in K puncto conueniat. seceturque FE bisariam in M , & centro quidem M , intervallo autem MF . circulus FEC describatur, qui transibit per B : angulus enim FEC rectus est. similiter secta AK bisariam in L , centro L intervallo autem LK alias circulus describatur ABC , qui per B transibit. Iungatur LM , quæ iidem transibit per B punctum ex 13. tertij. Denique à punctis LM ad AK perpendiculares ducantur LN, MO , quæ

4. *sexii*.

6. [etxi .

29. primi

Pp 2

gulo

gulo ABD una cum rectangulo DBC aequale est rectangulum, quod AC , BD continetur ex prima secundi libri elementorum. quadratum igitur ex FN est aequale rectangulo contento AC , BD ideoque recta linea FN potest rectangulum quod AC , BD continetur.

Z Quadratorum autem ex NC , CB

excessus est ECB rectangulum.

Quoniam enim triangulum obtusi-

angulum est NBC , & a puncto N

ad BC protractam ducta est. per-

pendicularis NE , erit quadratum

ex NC minus, quam quadrata ex

NE , BC , rectangulo, quod bis EEC

continetur, ut nos demonstravimus

ad 13. secundi libri elementorum.

ergo quadratum ex NC una cum re-

ctangulo, quod bis EEC continetur est

aequale quadratis ex NE , BC , hoc est

aequale rectangulo DBC , & ei quod

fit ex BC quadrato. demonstratum

etenim est rectangulum DBC quadrato

ex NE aequale esse. sed rectangulo

DBC est aequale rectangulum DCB una

cum quadrato ex BC per 3. secundi

elementorum, rectangulo autem EEC

est aequale rectangulum ECB una cum

quadrato ex BC . quadratum igitur ex NC una cum duobus quadratis ex BC , & eo, quod

bis ECB continetur est aequale duobus quadratis ex BC , & rectangulo DCB . quare sublati

utrinque duobus quadratis ex BC . erit relinquent quadratum ex NC una cum eo, quod bis

ECB continetur, aequale rectangulo DBC . vel igitur BC est aequalis ED , vel maior, vel mi-

nor. Sit primum aequalis, ut in prima figura, & quoniam rectangulo DCB aequale est rectan-

gulum ECB una cum eo, quod ED , BC continetur, hoc est una cum quadrato ex BC , subla-

to ex utrisque rectangulo ECB , erit quadratum ex NC una cum rectangulo ECB aequale qua-

drato ex BC . excessus igitur quadratorum ex NC , CB est rectangulum ECB . sed sit BC ma-

ior, quam ED , ut in secunda figura, & ipsi DE addatur BQ , ita ut DQ sit aequalis BC , & ipsi

QE aequalis ponatur ER . Dico quadratorum ex NC , CB excessum esse rectangulum RCB .

Quoniam enim quadratum ex NC una

cum eo, quod bis ECB continetur, est

aequale rectangulo DCB ut proxime

demonstratum est; rectangulo autem

DCB aequale est rectangulum QCB ,

una cum eo, quod continetur DQ ,

& BC , hoc est una cum quadrato ex

BC ; & rectangulo ECB aequale est re-

ctangulum QCB , & id, quod BQ , BC

continetur, sublato communi QCB rectan-

gulo erit quadratum ex NC una cum

rectangulo ECB , & eo quod contine-

tur BQ , BC aequale ei quod ex BC qua-

drato, sed rectangulum RCB est aequa-

le rectangulo ECB , & ei quod BQ ,

hoc est RE , & CB continetur. qua-

dratum igitur ex BC superat quadratum

ex NC , rectangulo RCB , ideoque re-

ctangulum RCB est excessus quadra-

torum ex NC , CB . Postremo sit BC

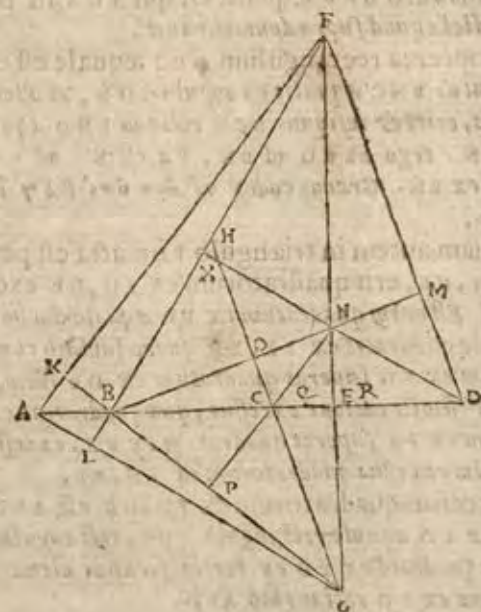
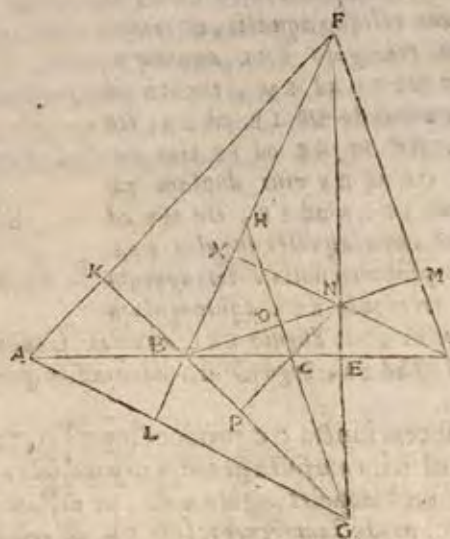
minor, quam ED , & ab ipsa ED ab-

scindatur DQ aequalis BC , ponatur-

que ER ipsi BQ aequalis, & ipsi CE aequalis BS , erit QS aequalis ipsi CR , & rectangulum

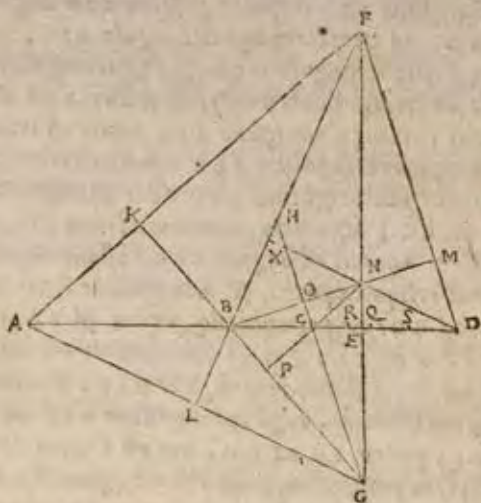
SCB aequale ei, quod bis ECB continetur. Dico rursus quadratorum ex NC , CB excessum es-

se rectangulum RCB .



Quo-

Quoniam enim rursus quadratum ex NC una cum eo, quod bis continetur ECB hoc est una cum rectangulo SCE aequale est rectangulo DCB & rectangulo DCB est aequale rectangulum QEB una cum eo, quod DQ & BC continetur, hoc est una cum quadrato ex BC, rectangulo autem SCE est aequale rectangulum QCB, & id, quod SQ & BC continetur, sublato communi rectangulo QCB, relinquitur quadratum ex NC una cum eo, quod QS, CB continetur, hoc est una cum rectangulo RCB aequale quadrato ex BC. quadratorum igitur ex NC, CB excessus est rectangulum RCB.



Atque est rectangulum AEB aequale quadrato ex BG. Rursus quoniam BCO triangulum obtusangulum est, & ad BC protractam ducitur perpendicularis GE, erit quadratum ex GC minus quam quadrata ex CB, BG, rectangulo, quod bis BGC continetur, ergo quadratum ex GC una cum rectangulo, quod bis continetur BGC aequale est quadratis ex CB, BG. Sed quadrato ex GC aequale erat rectangulum ACB, rectangulo autem ACE est aequale rectangulum ABC una cum quadrato ex BC. ergo rectangulum ABC una cum quadrato ex BC, & eo quod bis BGC continetur est aequale quadratis ex CB, BG. dempto igitur communi quadrato ex BC, relinquere rectangulum ABC una cum eo, quod bis continetur BGC aequale est quadrato ex BG. Quod si AB sit equalis BE, sitque EC ipsius CE dupla, ut in prima figura apparet, rectangulum ABE quadrato ex BG aequale erit, cum sit aequale rectangulo ABC, una cum eo, quod bis BGC continetur. illud vero nos hoc modo demonstrabimus est enim rectangulum ABE aequale rectangulo ABE una cum quadrato ex BE, & rectangulum ABE aequale rectangulo ABC, una cum, quod sit ex AB & CE. Rursus quadrato ex BE equalia sunt quadrata ex BC, EB una cum eo, quod bis BCB continetur. At ex altera parte rectangulum bis contentum BGC est aequale ei, quod bis ECB continetur, & duobus quadratis ex BC. quorum rectangulum ABC, & id quod bis continetur BEC, quadratumque ex BC utrisque communia sunt. reliquum est, ut ostendamus rectangulum, quod sit ex AB, CE una cum quadrato ex EC aequale esse ei, quod ex CB quadrato secetur BC bisariam in puncto Q. Itaque quoniam BC bisariam secta est in Q atque ipsi adijcitur QE, erit rectangulum BEC una cum quadrato ex CQ aequale quadrato ex QE. sed rectangulo quidem BEC est aequale illud, quod sit ex AB, CB, quadrato autem ex CQ aequale quadratum ex CE, & denique quadrato ex GE, aequale ex BC quadratum; namque posita est AB equalis BE, & BC ipsius CE dupla. rectangulum igitur quod sit ex AB, CE una cum quadrato ex EC aequale est quadrato ex CB, ideoque rectangulum AEB est aequale rectangulo ABC una cum eo, quod bis BGC continetur, hoc est aequale quadrato ex BG quod ostendendum erat. Videtur autem Pappi demonstratio congruere in eo tantum casu, in quo AB, EB aequales sunt, itemque aequales inter se BC, BD, & ipsius CE dupla, ut in prima figura.

Ergo NG potest totum rectangulum, quod AD, BC continetur. Quoniam enim rectangulum BEC est excessus quadratorum ex NG, GB, erit quadratum ex NG aequale rectangulo AEB dempto ex eo prius BEC rectangulo, quod quidem est aequale rectangulo quod AD, BC continetur hoc est rectangulum contentum AD, BC una cum rectangulo RCB est aequale rectangulo AEB, ut demonstrabitur est enim ex antedictis rectangulum AEB aequale & rectangulo ABC una cum eo, quod sit ex AB, CE, & quadratis ex BC, EB una cum rectangulo, quod bis BCB continetur. Rursus rectangulum contentum AD, BC est aequale rectangulo ABC, quadratoque ex BC, & rectangulo ECB, una cum eo, quod ED, BC continetur, hoc est una cum quadrato ex BC. quibus addatur excessus, videlicet rectangulum BEC. eorum autem omnium rectangulum quidem ABC, quadratumque ex BC, & id, quod bis BGC continetur utrisque sunt communia, rectangulum vero, quod A continetur BCE una cum quadrato ex BC iam demonstratum fuit aequale quadrato ex BC. quare omnia omnibus equalia sunt. ex quibus sequitur quadratum ex NG aequale esse rectangulo, quod sit ex AD, BC, proptereaque ipsam NG posse rectangulum; quod AD, BC continetur.

Itaque quoniam rectus est angulus FRG, & perpendicularis AE, erit rectangulum

ABE FC

ABB rectangulo FEG æquale J Nam cum angulus ad K rectus sit æqualis recto ad E, & angulus KBA ad vertex æqualis angulo BEG, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum AKB simile triangulo GEB. sed & triangulum ABF simile est triangulo AKB, est enim angulus KAB utrique communis, & rectus ABF æqualis recto AKB, quare & reliquus reliquo æqualis. triangulum igitur ABF simile est triangulo GEB, & ut AE ad BF, ita est GB ad EB, ideoque rectangulum ABE æquale est rectangulo FEG.

¶ Ut autem rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CG J Quoniam enim rectæ lineæ FD, GC parallelae sunt, & in ipsas incidit EG, angulus BFD æqualis est angulo BEG, estque angulus FED rectus æqualis recto GEC. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum FED triangulo BEG simile. ut igitur FE ad EG, ita est DE ad EC: & permutando, ut FE ad BD, ita GE ad EC, quare ex 12. quinti. ut FE ad ED, ita FG ad CD. Rursus quoniam ut FE ad EG, ita DE ad EC, erit ex 1. defin. sexti rectangulum FEG simile rectangulo DEC. similia autem polygonæ in dupla sunt proportionem homologorum laterum. ergo rectangulum FEG ad rectangulum DEC duplam habet proportionem eius, quæ est FE ad ED, hoc est FG ad CD. sed & quadratum ex FG ad quadratum ex CD duplam proportionem habet eius, quæ est FG ad CD. Ut igitur rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita est quadratum ex FG ad quadratum ex CD. Græcus codex ας δὲ τὸ ὑποζεν ὁρὸς τὸ ὑπο γδ, δτω τὸ ὑπο τῆς γδ. lege δτω τὸ ὑπο τῆς ζη ὁρὸς τὸ ὑπο τῆς γδ.

¶ Recta vero lineæ FEG constat ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC, ED, & ex ea, quæ potest contentum AD, BC J Græcus codex η δὲ εζη ἢ συγχειμένη ἐκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπο αβ, γδ. lege δὲ ζεν ἢ συγχειμένη ἐκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπο α γ, βδ ἢ τῆς δυναμένης τὸ ὑπο α δ, β γ.

¶ Proportio igitur unica, & minor eadem est, quæ quadrati rectæ lineæ constantis ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC, ED, & ex ea, quæ potest contentum AD, BC ad quadratum ex CD J Græcus codex οἱ ἀρα οἱ μοναχὸς ἢ ἑλασσον λόγος, οἱ αὐτοὶ οἱ πρὸς τῆς συγχειμένης ἐκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπο α γ, εδ, ἢ τῆς τὸ ὑπο α β, γδ ὁρὸς τὸ ὑπο τῆς κδ. lege ἀρα οἱ μοναχὸς ἢ ἑλασσον λόγος οἱ αὐτοὶ οἱ πρὸς τῆς συγχειμένης ἐκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπο α γ, βδ, ἢ τῆς δυναμένης τὸ ὑπο α δ, β γ ὁρὸς τὸ ὑπο τῆς γδ.

In tertium Epitagma tertij Problematis.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXIII.

LEM.
XXIII.

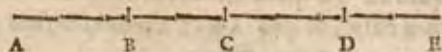
A Sit AB quidem æqualis CD, rectangulum autem BEC rectangulo ABD maius. Dico rectangulum BAC superare rectangulum AED ipso BDE rectangulo.

B Quoniam enim rectangulum BEC æquale est & rectangulo

C BEC, & quadrato ex EC, hoc est

D & rectangulo CED vna cum rectangulo ECD; rectangulū autē BCE vna cum ECD rectangulo totū

E F est regulū quod BD, CE continetur, hoc est rectangulum ACE: erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & rectangulo CED. Sed rectangulum ACE æquale est & H rectangulo, quod continetur AC, ED, & rectangulo ACD; rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo CED totum est ABD rectangulum. factum igitur est K rectangulum BEC æquale rectanguloque ABD, & rectangulo ACD, quod est rectangulum BDC, quare BEC rectangulum superat rectangulum ABD rectangulo BDC.



COMMENTARIUS.

A Dico rectangulum BEC superare rectangulum ABD ipso BDC rectangulo J Græcus codex οἱ τὸ ὑπο βε γ τδ ὑπο α ε δ ὑπερχει πρὸς τὸ ὑπο β γ δ. lege πρὸς τὸ ὑπο β δ γ.

Quo-

& angulo ACD æquale quadratum ex CG : erit vt quadratum ex BF ad quadratum ex
 CG , ita quadratum ex BE ad id, quod fit ex EC quadratum, & longitudine vt BE ad E
 CG , ita BE ad BC : suntque BF , CG parallelæ. ergo recta linea est, quæ per FGE tra- F
 sit. & producat, atque ad ipsam agantur perpendiculares AH , DK . Quoniam igitur
 singularis & maxima proportio est rectanguli AED ad rectangulū BEC , rectangu- G
 lum autem FEG rectangulo AED est æquale; erit singularis & maxima proportio ead- H
 em, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC . vt autem rectangulum FEG ad re- K
 ctangulum BEC , ita est ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC ;
 hoc est quadratum ex AE ad quadratum ex EH , in circulo enim sunt puncta HA , CG , L M
 cum anguli ad HG recti sint. Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH , ita N
 est quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas; singularis igitur, & maxima O
 proportio est quadrati ex DA ad quadratum ex HK . sed HG quidem potest rectangu- P
 lum contentum AC , BD , GK verò potest, quod AB , CD continetur. quare singularis,
 & maxima proportio eadem est, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ
 cur-

componitur ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC , BD , & ea, quæ potest id, quod AB , CD continetur.

COMMENTARIUS.

- A** Tribus datis rectis lineis AB , CD , DE , si fiat ut rectangulum ABD ad rectangulum ACD , ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex habet τριῶν δοθεισῶν ευθυσῶν τῶν AB , CD , & E προσθεμένους τινός, ἵνα γένται ὡς τὸ ὑπὸ ABD πρὸς τὸ ὑπὸ ACD . οὕτω τὸ ὑπὸ BE πρὸς τὸ ὑπὸ EC . sed legendum ut opinor τριῶν δοθεισῶν ευθειῶν τῶν AB , CD , & E , ἵνα γένται ὡς τὸ ὑπὸ ABD πρὸς τὸ ὑπὸ ACD , οὕτω τὸ ὑπὸ BE πρὸς τὸ ὑπὸ EC . Verba autem ita προσθεμένους τινός, tamquam superuacanea, & ab aliquo addita omnino.*
- B** Dico eandem esse, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC , BD , & ex ea, quæ potest contentum AB , CD] *Græcus codex λέγει δὴ ὅτι ὁ αὐτός ἐστι τῶ ἀπὸ τῆς AD πρὸς ἀπὸ τῆς συνημμένης ἕκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν AB , BD , & τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ AB , CD . lege ἕκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν AB , BD , & τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ AB , CD .*
- C** Quoniam igitur factum est ut ABD rectangulum ad rectangulum ACD , ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC] *Græcus codex mancus, quem nos ita restituemus. ἐπὶ δὲ γένηται ὡς τὸ ὑπὸ ABD πρὸς τὸ ὑπὸ ACD οὕτω τὸ ὑπὸ BE πρὸς τὸ ὑπὸ EC .*
- D** Rectangulo autem ABD æquale est in semicirculo quadratum ex BE , & rectangulo ACD æquale quadratum ex CE] *Ex 8. & 17. sexti libri elementorum, est enim BE media proportionalis inter AB , BD ; itemque CE media proportionalis inter AC , CD .*
- E** Et longitudine ut BE ad CG , ita BE ad EC] *Ex 22. sexti. Græcus codex tantum habet, & μήν nos autem perspicuitatis causa ita vertendum censuimus.*
- F** Ergo recta lineæ est, quæ per FGE transit] *Ex lemmae quod nos in 41. huius ostendimus.*
- G** Rectangulum autem FEG rectangulo ABD est æquale] *Ex corollario 26. tertij elementorum. Græcus codex ἀλλὰ τὸ ὑπὸ FEG ὅτι ἀπὸ EC . sed legendum ἀλλὰ τὸ ὑπὸ FEG ὅτι τῶ ABD . ὁ ἀπὸ EC .*
- H** Erit singularis, & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC] *Græcus codex ὁ ἀπὸ μοναχοῦ καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῶ FEG πρὸς τὸ ὑπὸ BEC . βεγ lege ὁ αὐτός ἐστι τῶ FEG πρὸς τὸ ὑπὸ BEC βεγ.*
- K** Ut autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC , ita est ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *Sunt enim rectangula FEG , BEC inter se similia, cum ob similitudinem triangulorum FEB , GEC , ut FE ad EG , ita sit BE ad EC . recta lineæ autem figuræ similes in dupla sunt proportionem homologorum laterum. ergo rectangulum FEG ad rectangulum BEC duplam habet proportionem eius, quam GE habet ad EC , sed & eandem habet quadratum ex GE ad quadratum ex EC . ut igitur rectangulum FEG ad rectangulum BEC , ita est quadratum ex GE ad id, quod ex EC quadratum. Græcus autem codex corruptus & mancus est qui ita restituetur. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ FEG πρὸς τὸ ὑπὸ BEC βεγ, ὅτως ἐστὶ μὲν παραλλήλων τὸ ABD πρὸς τὸ ὑπὸ BEC βεγ.*
- L** Hoc est quadratum ex AB ad quadratum ex EH] *Ob triangulorum AHE , GEC similitudinem nam cum puncta HA , CG sint in circulo, erit angulus AHE in semicirculo rectus æqualis recto GCE ; & sique angulus ad E utriq; communis. reliquus igitur HAE reliquo GCE æqualis, & triangulum triangulo simile erit quare ut GE ad EC , ita AE ad EH , & ut quadratum ex GE ad quadratum ex EC , ita quadratum ex AE ad quadratum ex EH . Græcus codex τὸ ABD πρὸς τὸ ὑπὸ BEC βεγ lege πρὸς τὸ ὑπὸ BEC βεγ.*
- M** In circulo enim sunt puncta $HACG$. cum anguli ad HG recti sint] *Ex conuersa 22 tertij elementorum. quoniam enim quadrilateri $HACG$ anguli ad HG recti sunt, erunt reliqui duobus rectis æquales.*
- N** Ut autem quadratum ex AB ad quadratum ex BH , ita est quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas] *Nam cum DK sit perpendicularis ad HB , erit angulus DKB exterior æqualis interiori, & opposito AHE . quare DK parallela est ipsi AB ; & triangulum KBD simile triangulo AHE . ut igitur AE ad EH , ita DE ad EK . & quoniam ut tota ad totam, ita pars ad partem. erit & reliqua AD ad reliquam HK , ut AE ad EH , & ideo quadratum ex AD ad quadratum ex HK est ut quadratum ex AB ad quadratum ex BH .*
- O** Singularis igitur & maxima proportio est quadrati ex DA ad quadratum ex BH] *Græcus codex ὁ ἀπὸ μοναχοῦ καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῶ ἀπὸ DA πρὸς τὸ ὑπὸ BH . lege πρὸς τὸ ὑπὸ BH & ita supra.*

Sed hoc quidem potest rectangulum contentum AC, BD, GE vero potest quod AB, E
 CD continetur] *Ex 59. huius græcus codex n' δὲ θ κ ἐστὶν ἡ δύναμις τοῦ τε ὑπο' α γ, β δ,
 καὶ τοῦ ὑπο' α β γ. legendum autem ut opinor n' δὲ θ κ ἐστὶν ἡ δύναμις τοῦ ὑπο' α γ, β δ,
 καὶ ἡ κ κ ἐστὶν ἡ δύναμις τοῦ ὑπο' α β, γ δ.*

DE DETERMINATA SECTIONE.

Primus liber de determinata sectione habet problemata sex, præcepta sexdecim, determinationes quinque, quarum maximæ quidem quattuor, minima vero una, & sunt maximæ hæc videlicet ea, quæ ad secundum præceptum secundi problematis, & quæ ad tertium quarti problematis, & ad tertium quinti, & ad tertium sexti. minima autem, quæ ad tertium præceptum tertij problematis.

Secundus liber habet problemata tria, præcepta novē, & determinationes tres, quarum minimæ quidem duæ, maxima vero una, & sunt minimæ, quæ ad tertium præceptum primi problematis, & quæ ad tertium secundi maxima autem, quæ ad tertij problematis.

INCLINATIONVM LIBER PRIMVS.

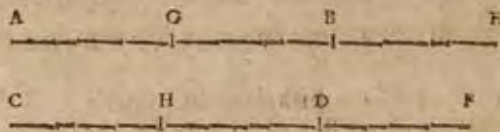
LEMMA utile ad primum problema.

THEOREMA LXII. PROPOSITIO LXV.

LEM.

Sit AB maior, quam CD, & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale. Dico AE maiorem esse, quam CF.

Secetur utraque ipsarum bifariam in punctis GH. manifesto constat GE maiorem esse, quam HD. Itaque quoniam rectangulum AEB æquale est rectangulo CFD, & quadratum ex GE quadrato ex HD maius; erit rectangulum AEB una cum quadrato ex



GE maius rectangulo CFD una cum quadrato ex HD. sed rectangulum quidem AEB una cum quadrato ex GE æquale est quadrato ex GE, rectangulum vero CFD una cum quadrato ex HD æquale quadrato ex HF. quadratum igitur ex GE quadrato ex HF est maius. & ob id recta linea GB maior, quam recta HF. est autem & AG maior, quam CH. ergo tota AE, maior, quam tota CF. similiter autem, & si minor sit AB, quam CD; & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale, erit tota AE, quam tota CF minor.

COMMENTARIVS.

Erit rectangulum AEB una cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD una cum quadrato ex GD] *Græcus codex μείζον ἀπὸ καὶ τοῦ ὑπο' α β μετὰ τῆς ἀπὸ θ δ. sed legendum μετὰ τῆς ἀπὸ η β, τῆς ὑπο' γ δ μετὰ τῆς ἀπὸ θ δ.*

Sed rectangulum quidem AEB una cum quadrato ex GB æquale est quadrato ex GE] *Ex 6. secundi libri elementorum.*

THEOREMA LXIII. PROPOSITIO LXVI.

LEM.

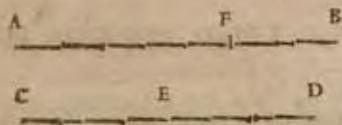
Sit AB maior, quam CD, & secetur CD bifariam in puncto E. Constat igitur fieri posse, ut ad rectam lineam AB applicetur rectangulum æquale rectangulo CED. etenim rectangulum CED quadrato ex CE est æquale, & quadratum ex CE minus quadrato dimidia ipsius AB. Appli-

Qq

cetur

cetur, sitque rectangulum AFB , & AF sit maior, quam FB . Rursus igitur constat maiorem esse AF , quam CE ; & BF minorem, quam ED .

- A Est enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris est dimidia. ut autem AF ad CE , ita ED ad FB . minor igitur est FB , quam ED . quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIUS.

- A Est enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris est dimidia] *Græcus codex*: $\eta\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \gamma\alpha\rho\ \alpha\ \zeta\ \tau\eta\varsigma\ \mu\acute{\epsilon}\iota\zeta\omega\varsigma\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \eta\ \mu\acute{\iota}\sigma\eta\iota\alpha$, $\eta\ \delta\epsilon\ \gamma\ \epsilon\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\varsigma\ \eta\ \mu\acute{\iota}\sigma\eta\iota\alpha\varsigma$. ego, vel ita legendum puto, vel in hanc sententiam $\eta\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \gamma\alpha\rho\ \alpha\ \zeta\ \tau\eta\varsigma\ \mu\acute{\epsilon}\iota\zeta\omega\varsigma\ \mu\acute{\epsilon}\iota\zeta\omega\varsigma\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \eta\ \eta\ \mu\acute{\iota}\sigma\eta\iota\alpha$, $\eta\ \delta\epsilon\ \gamma\ \epsilon\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\lambda\lambda\alpha\sigma\tau\omega\varsigma\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \eta\ \mu\acute{\iota}\sigma\eta\iota\alpha$.
 B Ut autem AF ad CE , ita ED ad FB] Rectangulum namque AFB ponitur æquale rectangulo CED . ergo ut AF ad CE , ita ED ad FB , & cum AF sit maior, quam CE , erit, & ED , quam FB maior, ex $h\text{is}$, quæ demonstravimus in 16. quinti elementorum.
 C Minor igitur est FB , quam ED] Hæc nos addidimus perspicuitatis causa.

THEOREMA LXIV. PROPOSITIO LXVII.

LEM.
III.

Sit rursus AFB rectangulum rectangulo CED æquale, & AB minor, quam CD : sitque DE minor, quam EC , & BF minor, quam FA . Dico B & AF minorem, quam CE , & FB , quam ED maiorem esse.

- C Secentur AB , CD bifariam in punctis H , G . minor igitur est AH , quam CG , & quadratum ex AH quadrato ex CG minus. Sed quadratum quidem ex AH est æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF : quadratum vero ex CG æquale rectanguloque CED , & quadrato ex GE . ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex HF minus est rectangulo CED una cum quadrato ex GE , quorum rectangulum AFB ponitur æquale rectangulo CED , reliquum igitur quadratum ex HF quadrato ex GE est minus, & ob id recta linea HF minor, quam ipsa GE . erat autem & AH minor, quam CG . tota igitur AF , quam tota CE , est minor, & reliqua FB maior, quam reliqua ED .



COMMENTARIUS.

- A Sitque DE minor, quam EC , & BF minor, quam FA] *Græcus codex*: $\eta\ \delta\tau\iota\ \epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\varsigma\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \eta\ \delta\epsilon\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\gamma\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \delta\epsilon\ \eta\ \beta\zeta\ \tau\eta\varsigma\ \zeta\alpha$. sed forte legendum erit. $\eta\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\varsigma\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \delta\epsilon\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\gamma\ \eta\ \delta\epsilon\ \beta\zeta\ \tau\eta\varsigma\ \zeta\alpha$.
 B Dico & AF minorem, quam CE , & FB , quam ED maiorem esse] *Græcus codex* $\delta\tau\iota\ \eta\ \alpha\ \zeta\ \tau\eta\varsigma\ \gamma\epsilon\ \epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\varsigma\ \epsilon\sigma\tau\iota$, sed hæc addenda sunt, ut opinor, $\eta\ \delta\epsilon\ \zeta\beta\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\delta\ \mu\acute{\epsilon}\iota\zeta\omega\varsigma$. in conclusione enim utraque inferuntur.
 C Minor igitur est AH quam CG , & quadratum ex AH quadrato ex CG minus] *Græcus codex* $\epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\varsigma\ \alpha\rho\alpha\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \chi\alpha\iota\ \eta\ \alpha\theta\ \tau\eta\varsigma\ \gamma\eta\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \chi\alpha\iota\ \tau\omicron$, &c. sed Verbum illud $\epsilon\sigma\tau\iota$ delendum puto, tamquam supernuacaneum.
 D Sed quadratum quidem ex AH est æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF , quadratum vero ex CG æquale rectanguloque CED , & quadrato ex GE] *Græcus codex* $\alpha\lambda\lambda\alpha\ \tau\omicron\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \alpha\ \zeta\ \alpha\rho\alpha\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \tau\omicron\tau\epsilon\ \chi\alpha\iota\ \gamma\epsilon\ \delta\ \chi\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ \alpha\theta\ \eta\epsilon$. sed corruptus est, & mancus

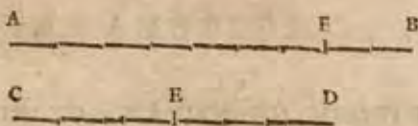
μᾶλλον, qui fortasse ita restituentur ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπο' α θ' ἴσον ὅτι πρὸς ὑπο' α ζ β καὶ τὸ ὑπο' θ ζ γ τὸ δὲ ὑπο' γ η ἴσον πρὸς ὑπο' γ ε δ, καὶ τὸ ὑπο' η ε.

Et reliqua *FB* maior, quam reliqua *ED*. *Græcus codex* ἡ δὲ λοιπὴ τῆς λοιπῆς μείζων. *E* Sed nos perspicuitatis causa ita vertendum duximus.

THEOREMA LXV. PROPOSITIO LXVIII.

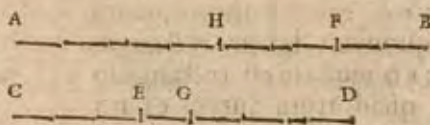
Sit rursus *AB* maior, quam *CD*, & secetur *CD* in puncto *E*, ita ut *DE* non sit minor, quam *EC*. manifestum est fieri posse, ut rectangulo *CED* *A* æquale applicetur ad rectam lineam *AB* deficiens quadrata figura. Quoniam enim *DE* non est minor quam *EC*, vel ipsi æqualis erit, vel maior, & si quidem æqualis rectangulum *CED* minus est quadrato, quod fit a *B* dimidia ipsius *AB*. Si autem maior, multo minus erit, etenim minus est eo quod a dimidia ipsius *CD* efficitur. potest igitur rectangulo *CED* æquale *C* deficiensque quadrata figura ad rectam lineam *AB* applicari. Itaque applicetur, & sit rectangulum *AFB*. & ipsius *AB* maior portio sit *AF*. Dico *D* *FB* minorem esse, quam *CE*.

Quoniam enim *DE* non est minor, quā *EC*, vel æqualis erit, vel maior, sit primum æqualis, & cum *AB* sit maior, quam *CD*, sitque *AF* quidem maior, quam dimidia ipsius *AB*, *DE* vero ipsius *CD* dimidia, erit *AF* maior, quam *DE*: atque est ut *AF* ad *DE*, ita *CE* ad *FB*. maior igitur est *CE*, quam *FB*, ac propterea *FB*, quam *CE* minor.



E

Sit deinde maior *DE* quam *EC*, & secetur *CD* quidem bifariam in puncto *G*, *AB* vero bifariam in *H* secetur. Quoniam igitur maior est *AB*, quam *CD*, ipsius autem *AB* dimidia est *HB*, & ipsius *CD* dimidia *CG*, erit *HB*, quam *CG* maior: ideoque quadratum ex *HB* maius quadrato ex *CG*: sed quadratum ex *HB* æquale est rectangulo *AFE*, & quadrato ex *EH*, quadratum vero ex *CG* æquale rectangulo *CED* & quadrato ex *EG*. ergo rectangulum *AFE* una cum quadrato ex *EH* maius est rectangulo *CED* una cum quadrato ex *EG*, quorum rectangulum *AFE* æquale est ipsi *CED* rectangulo. reliquum igitur quadratum ex *EH* maius est quadrato ex *EG*, & ipsa *HE* maior, quam *EG*. est autem & *AH* maior, quam *DG*. quare tota *AF*, quam *DE* est maior, atque est ut *AF* ad *DE*, ita *CE* ad *FB*. maior igitur est *CE*, quam *FB*, ob id *FB*, quam *CE* minor erit, quod oportebat demonstrare. *L*



F

G
H

COMMENTARIUS.

Manifestum est fieri posse, ut rectangulo *CED* æquale applicetur ad rectam lineam *A* *AB* deficiens quadrata figura. *J* *Græcus codex* φανερόν μὲν εἶναι ὅτι ἐστὶ πρὸς ὑπο' α ζ β καὶ τὸ ὑπο' α θ' ἴσον πρὸς τὴν α β πρὸς βαλὼν ἑλεῖται τετραγώνον. sed Videtur legendum ὅτι δυνατόν ὅτι πρὸς ὑπο' α ζ β γ ε δ ἴσον πρὸς τὴν α β παραβαλὼν ἑλεῖται τετραγώνον.

Et si quidem æqualis, rectangulum *CED* minus est quadrato, quod fit a dimidia ipsius *AB*, si autem maior, multo minus erit; etenim minus est eo, quod a dimidia ipsius *CE* efficitur. *J* *Græcus codex* καὶ εἰ μὲν ἴσον, τὸ ὑπο' γ ε δ τὸ ὑπο' τῆς ἡ μισείας τῆς α β ἡ δὲ μείζων πολλὰ ἑλασσόνος ὅτι τὸ ὑπο' γ ε δ τῆς ἡ μισείας τῆς α β. καὶ γ τῶ ὑπο' τῆς ἡ μισείας, &c. sed legendum opinor. καὶ εἰ μὲν ἴση, τὸ ὑπο' γ ε δ τῆς ἡ μισείας τῆς α β ἑλασσόνος εἶναι εἰ δὲ μείζων, πολλὰ ἑλασσόνος εἶναι τὸ ὑπο' γ ε δ τῆς ἡ μισείας τῆς α β, καὶ γ τῶ ὑπο' τῆς ἡ μισείας, &c.

- C Potest igitur rectangulo cbd æquale, deficiensque quadrata figura ad rectam lineam ab applicari] Ex 28. *sextri elementorum*. Græcus codex δὲ ἀρα ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $γδ$ ἴσον παρα τῆς $αβ$ παραβαλεῖν ἐλλείπον τετραγώνον. sed Videtur legendum. δυνατόν ἀρα ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν $γδ$ ἴσον παρα τῆς $αβ$ παραβαλεῖν ἐλλείπον τετραγώνον.
- D Dico fb minorem esse quam cb] Græcus codex ὅτι δὲ ἐλασσὸν ἐστὶν ἢ $ζβ$ ego legendum puto ὅτι δὴ $εε$.
- E Atque est ut af ad de , ita ce ad fb] Ex 14. *tertij elementorum*.
- F Ipsi autem ab dimidia est hb , & ipsius cd dimidia cg] Græcus codex καὶ ὅτι τῆς μὲν $αβ$ ἀρα ἡ $θβ$, τῆς δὲ $γδ$ ἀρα ἡ $γη$ corrige καὶ ἐστὶ τῆς μὲν $αβ$ ἡμισία ἢ $θβ$, τῆς δὲ $γδ$ ἡμισία ἢ $γη$.
- G Quadratum vero ex cg æquale est rectangulo cbd , & quadrato ex eg] Græcus codex, τὸ δὲ ὑπὸ $ζθ$ τὸ δὲ ὑπὸ $γη$ ἴσον ὅτι τῶν τε, $εε$. delenda sunt verba illa τὸ δὲ ὑπὸ $ζθ$
- H Ergo rectangulum afb una cum quadrato ex fh maius est rectangulo cbd , una cum quadrato ex eg] Græcus codex μείζον ἀρα ὅτι τὸ ὑπὸ $αζβ$ μετὰ τὸ ὑπὸ $ζθ$, τὸ δὲ ὑπὸ $αεδ$ lege τὸ ὑπὸ $γεδ$.
- K Atque est ut af ad de , ita ce ad eb] Græcus codex καὶ ἐστὶν ὥς ἢ $αζ$ πρὸς τὴν $δε$ ὥς ἢ $αβ$ πρὸς τὴν $ζβ$ lege ὥς ἢ $γε$ πρὸς τὴν $ζβ$.
- L Maior igitur est cb , quam fb , & ob id fb , quam ce minor erit] Græcus codex μείζον ἀρα καὶ ἢ $αε$ τῆς $ζβ$, ὥς ἐλασσὸν ἐστὶν ἢ $ζβ$ τῆς $αε$ lege μείζον ἀρα καὶ ἢ $γε$ τῆς $ζβ$, ὥς ἐλασσὸν ὅτι ἢ $ζβ$ τῆς $γε$.

IN sextum Problema.

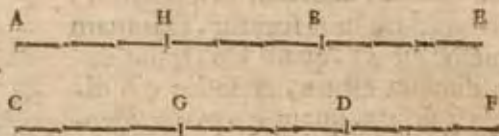
THEOREMA LXVI. PROPOSITIO LIX.

LEM.

V.

Sit minor quidem ab , quam cd , æquale autem rectangulum afb rectangulo cdf . Dico ae , quam cf minorem esse.

* Secentur ab , cd bifariam in punctis h , g . erit hb minor, quam gd , quoniam igitur rectangulum cdf æquale est rectangulo afb , quadratum autem ex hb minus quadrato ex gd , erit rectangulum afb una cum quadrato ex hb , hoc est quadratum ex he , minus rectangulo cdf una cum quadrato ex gd , hoc est minus quadrato ex gf . ergo he , quam gf est minor. est autem & ah minor, quam cg . tota igitur ae minor erit, quam tota cf . similiter autem si tota, quam tota maior fuerit.



COMMENTARIUS.

- A Similiter autem si tota, quam tota maior fuerit] Græcus codex ὁ μᾶλλον καὶ μείζων ἢ ὅλη τῶς ὅλης. sed V. reor ne aliqua desiderentur in hanc sententiam similiter si tota, quam tota maior fuerit, hoc est si tota cf ponatur maior, quam tota ab , demonstrabitur cd , quam ab maiorem esse. quamquam ego non μείζον, sed ἐλασσὸν libentius legerem, ut esset quasi antecedentis conuersa.

IN octauum Problema.

THEOREMA LXVII. PROPOSITIO LXX:

LEM.

VI.

- A Rhombo existente ad , cuius diameter bce , si ipsarum be , ec sumatur media proportionalis ef , & centro quidem e , intervallo autem

EF circ-

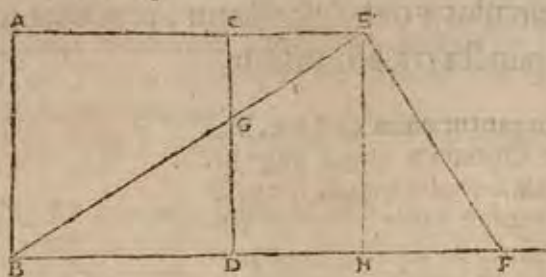
5. primi .

[illegible]

D
E
F G
14. primi.

Duca-

A Ducatur per α ipsi cd pa-
 rallela eh . rectus igitur est an-
 gulus ceh . est autem & rectus
 B fbg . ergo & angulus cbg an-
 gulo feh est æqualis. Sed &
 rectus angulus fhh æqualis est
 C recto bdg , atque est eh æqua-
 D lis bd . æqualis igitur est bf ipsi
 bg . Quoniam autem quadra-
 tum ex bf est æquale quadratis
 E ex be , ef , quorum rectangu-
 F lum ex bf , bd æquale est rectangulo ebg ; in circulo enim sunt $dfeeg$ puncta, erit
 G reliquum bfd æquale rectangulo beg , & quadrato ex ef , hoc est quadrato ex bg .
 H Sed rectangulum beg una cum quadrato ex bg est rectangulum ebg una cum qua-
 K drato ex eg . rectangulum igitur bfd est æquale rectangulo ebg , hoc est bfd , &
 L quadrato ex gb . Commune auferatur rectangulum bdf . ergo reliquum quadratum
 ex fd quadratis ex bd , ge , hoc est quadratis ex cd , gb est æquale.



COMMENTARIUS.

- A Et ducatur bge . atque ipsi ad rectos angulos ef] *Intelligatur recta linea bge secare cd in puncto g , & ac productam in e , recta verò linea ef secare bd productam in f .*
 B Ergo & angulus cbg angulo fbg est æqualis] *Dempto namque communi angulo geh , reliquus cbg reliquo fbh æqualis erit.*
 C Atque est eh æqualis bd] *Est enim ex 34. primi elementorum eh æqualis cd : Videlicet ipsi db , quod est etiam quadrati latus. Græcus codex $\alpha\delta' \epsilon\sigma\iota\upsilon \iota\omega\upsilon \eta \iota \theta \tau\eta \beta\lambda$. lege $\tau\eta \beta\delta$.*
 D Æqualis igitur bf ipsi bg] *Nam cum angulus cbg sit æqualis angulo feh , ut ostensum est, sitque ipsi cbg æqualis ged , erit & ged ipsi feh æqualis. atque est rectus bdg æqualis recto fhh . ergo & reliquus reliquo, & triangulum bdg triangulo hfh simile. Ut igitur he ad bf , ita db ad bg : & permutando ut he ad bd , ita ef ad bg . est autem he æqualis bd . ergo & ef ipsi bg est æqualis.*
 E Quorum rectangulum ex bf , bd æquale est rectangulo ebg] *ex 36. tertij elementorum.*
 F In circulo enim sunt $dfeeg$ puncta] *ex conuersa 22. tertij elementorum, quoniam anguli oppositi gdf , feg recti sunt, quare & reliqui dge , bfd duobus rectis sunt æquales. Græcus codex $\iota\upsilon \chi\alpha\lambda\omega \gamma\alpha\rho \epsilon\sigma\iota \tau\alpha' \delta' \zeta\theta\upsilon \sigma\eta\mu\epsilon\iota\alpha$ sed legendum $\delta' \zeta\epsilon\eta$.*
 G Erit reliquum bfd æquale rectangulo ebg , & quadrato ex ef] *Quoniam enim quadratum ex bf æquale est duobus quadratis ex be , ef , quadrato autē ex bf æqualia sunt utraque rectangula fbd , bfd , ex 2. secundi elementorum; & eadem ratione quadrato ex be æqualia utraque rectangula obg , beg , erunt rectangula fbd , bfd æqualia rectangulis ebg , beg & quadrato ex ef , quorum rectangulum fbd est æquale rectangulo ebg . reliquum igitur bfd reliquo ebg , & quadrato ex ef est æquale.*
 H Sed rectangulum ebg una cum quadrato ex bg est rectangulum ebg una cum quadrato ex eg] *Hoc est rectangulum ebg una cum quadrato ex bg est æquale rectangulo una cum quadrato ex eg . est enim rectangulum ebg æquale rectangulo bge una cum quadrato ex eg ex 3. secundi elementorum. quare rectangulum ebg una cum quadrato ex bg est æquale rectangulo bge una cum duobus quadratis ex eg , ge . & similiter rectangulum ebg una cum quadrato ex eg æquale est rectangulo bge una cum quadratis ex bg , gb . ergo cum eisdem sint æqualia, & inter se æqualia erunt.*
 K Commune auferatur rectangulum bdf] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur. $\tau\alpha' \iota\omega\upsilon' \beta\zeta\delta$, cum legendum sit $\tau\alpha' \iota\omega\upsilon' \beta\delta\zeta$.*
 L Ergo reliquum quadratum ex fd quadratis ex bd , ge , hoc est quadratis ex cd , gb est æquale] *Est enim ex iam dictis rectangulum bfd æquale rectangulo ebg & quadrato ex ef .*

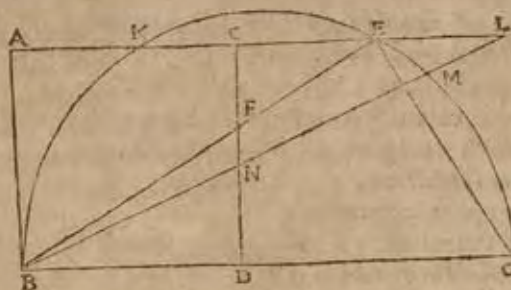
Problema vt Heraclitus,

PROBLEMA IV. PROPOSITIO LXXII.

Quadrato existente AD , producere AC in E , & facere EF datam quæ ad punctum B pertingat.

LEM.
VIII.
A

Factum iam illud sit, & a puncto B ipsi BF ad rectos angulos ducatur EG . Quoniam igitur quadrata ex CD , FE æqualia sunt quadrato ex DG . & data sunt quæ ex CD , FB quadrata, etenim vtraque ipsarum magnitudine datur, datum igitur est quadratum ex DG . quare & ipsa DG , & tota BG magnitudine data est.



B

C

Sed, & positione. ergo semicirculus in recta linea BC descriptus positione datur; & transit per punctum B . ergo punctum B positione circumferentiam contingit. Sed & DEF positione rectam lineam AB . datum igitur est, sed & B datum. quare recta linea BE H positione dabitur.

Componetur autem hoc modo.

Sit quadratum quidem AD , data autem recta linea H . & quadratis ex CD & H æquale sit quadratum ex DG . maior igitur est GD , quam DC . quare, & rectangulum GDB maius est quadrato ex DC . & ideo semicirculus in recta linea BC descriptus transibit supra punctum C . describatur, & sit BK , BC , producatque AC , ad E , & BE , EG iungantur. ergo quadrata ex CD , BE æqualia sunt quadrato ex DG . Sed quadrato ex DG ponebantur æqualia quadrata ex CD , H . quadrata igitur ex CD , H , quadratis ex CD , BE sunt æqualia. & ob id quadratum ex H æquale est quadrato ex BE , & recta linea H rectæ BE æqualis. est autem BE data, ergo BE problema efficit. Itaque dico eam solam hoc efficere. ducatur enim altera quædam linea EL ; quæ si problema efficit, erit NL æqualis BE . maior autem est FE , quam NE tota igitur EL minor est, quam BE quod fieri non potest; est enim BL etiam maior non igitur EL problema efficit, sed sola BE .

Vt autem cognoscamus vtra ipsarum maior sit, demonstrabimus hoc pacto.

Quoniam maior est EL , quam BE , & BE maior, quam BN , erit reliqua NL maior, quam FE , & manifestum est eam, quæ puncto C propinquior est, remotiore semper minorem esse.

COMMENTARIUS.

Quadrato existente AD producere AC in E , & facere EF datam, quæ ad punctum A B pertingat] Græcus codex mancus est, & corruptus, vt opinor, in quo legitur. $\tau\epsilon\gamma\gamma\alpha\gamma\alpha\varsigma\ \theta\iota\sigma\tau\iota\ \tau\omicron\ \alpha\ \delta\ \theta\ \epsilon\iota\varsigma\alpha\ \delta\epsilon\delta\iota\sigma\tau\alpha\ \tau\eta\ \nu\ \epsilon\zeta\ \nu\epsilon\upsilon\sigma\tau\alpha\ \delta\eta\ \tau\omicron\ \beta$ fortasse autem ita restituitur. $\tau\epsilon\gamma\gamma\alpha\gamma\alpha\varsigma\ \epsilon\upsilon\tau\iota\varsigma\ \tau\delta\ \alpha\ \delta\ \epsilon\kappa\beta\alpha\lambda\lambda\epsilon\upsilon\ \alpha\gamma\ \delta\eta\ \tau\omicron\ \epsilon\ \chi\ \nu\epsilon\iota\epsilon\upsilon\ \delta\epsilon\delta\iota\sigma\tau\alpha\ \tau\eta\ \nu\ \epsilon\zeta\ \nu\epsilon\upsilon\sigma\tau\alpha\ \delta\eta\ \tau\omicron\ \beta$. Eadem forma loquendi vsus est Pappus in problemate xvi. huius libri his Verbis. $\theta\iota\sigma\tau\iota\ \delta\epsilon\delta\iota\sigma\tau\alpha\ \tau\eta\ \nu\ \alpha\ \beta\ \alpha\gamma\ \alpha\pi\alpha\ \gamma\alpha\upsilon\ \mu\alpha\sigma\alpha\ \delta\epsilon\delta\iota\sigma\tau\alpha\ \tau\eta\ \nu\ \delta\epsilon\ \chi\ \nu\epsilon\iota\epsilon\upsilon\ \delta\epsilon\delta\iota\sigma\tau\alpha\ \tau\eta\ \nu\ \delta\epsilon$.

Factum iam illud sit, & a puncto B ipsi BF ad rectos angulos ducatur EG] Græcus B codex corruptus est, in quo legitur $\gamma\epsilon\gamma\alpha\gamma\alpha\varsigma\ \tau\delta\ \chi\ \delta\eta\ \tau\delta\ \epsilon\ \sigma\upsilon\mu\epsilon\iota\varsigma\ \tau\eta\ \beta\epsilon\ \epsilon\phi\theta\epsilon\gamma\alpha\gamma\alpha\varsigma\ \epsilon\upsilon\delta\epsilon\iota\alpha\ \gamma\alpha\upsilon\ \eta\chi\theta\omega\ \nu\ \epsilon\ \nu$ sed forte legendum erit. $\chi\ \alpha\pi\omicron\ \tau\delta\ \epsilon\ \sigma\upsilon\mu\epsilon\iota\varsigma\ \epsilon\phi\theta\eta\ \eta\chi\theta\omega\ \nu\ \epsilon\ \nu$.

Quoniam igitur quadrata ex CD , FE æqualia sunt quadrato ex DG] Græcus co-

dex

dex ἐπὶ τῇ αὐτῇ ᾧ γ δ, ζ ε τετραγώνω ἐστὶ πρὸς ἀπὸ δ η τετραγώνω sed legendum est τετραγώνω ἰσα ἐστὶ πρὸς ἀπὸ, &c.

D Et transit per punctum E] Ex 31. tertij elementorum, vel eius conuersa.

E Ergo punctum a positione circumferentiam contingit] Græcus codex τὸ ε ἀρα θέσει περὶ αὐτῆς ἀπτεται. ego legerem ἀπτεταίς ἀπτεται.

F Sed & positione rectam lineam AB] Græcus codex ἀλλὰ καὶ θέσει ἰθὺς καὶ θέσει ἐν θέσει τῆς α ε. lege ἀλλὰ καὶ θέσει ἰθὺς τῆς α ε.

G Datum igitur est] Ex 25. datorum Euclidis. Græcus codex δεθείσα ἀρα ἐστίν. sed forte legendum δοθέν ἀρα ἐστίν.

H Quare recta linea BE positione dabitur] Ex 26. datorum.

K Ergo quadrata ex CD, BE aequalia sunt quadrato ex DG] Ex antecedenti lemmate. Græcus codex τὰ ἀρα ἀπὸ ᾧ γ δ, ε ζ τετραγώνω, ἰσὺν ἀρα ἐστὶ πρὸς ἀπὸ η δ τετραγώνω. sed legendum arbitratur. τὰ ἀρα ἀπὸ ᾧ γ δ, ε ζ τετραγώνω ἰσα ἐστὶ πρὸς ἀπὸ η δ τετραγώνω.

L Erit NL æqualis EF] Græcus codex ἐστὶ ἰσὺν ἢ ἢ λ τῇ ε ζ lege ἢ ἢ λ τῇ ε ζ.

M Est enim BL etiam maior] Secet enim BL circuli circumferentiam in puncto M. erit BM maior, quam BE ex ijs, quæ nos demonstrauimus in octauam propositionem libri Archimedis de lineis spiralibus. ergo BL, quam BE multo maior erit. potest etiam illud aliter demonstrari, ut inferius apparebit.

N Quoniam maior est BL, quam BE, & BE maior quam BN, erit reliqua NL maior quam FC] Est enim quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BA, AL; quadratum autem ex BE æquale quadratis ex BA, AE. & cum quadratum ex AL sit maius quadrato ex AE, quod AL maior quam AE; erit quadratum ex BL maius quadrato ex BE, & ideo BL, quam BE maior. Rursus quadratum ex BE æquale est duobus quadratis ex BD, DE, & quadratum ex BN itidem æquale quadratis ex BD, DN. Quod cum DE, ut maior, quam DN, erit quadratum ex BE maius quadrato ex BN, & ipsa BE, quam BN maior. Similiter, & in alijs idem contingere demonstrabimus. Itaque cum EL sit maior, quam BE, & EF maior, quam BN, sequitur NL, quam BE multo maiorem esse. Græcus codex ut opinor corruptus est, qui sic habet. ἐπὶ μείζων ἐστὶν ἢ μὲν α β τῆς β γ ἢ δὲ τῆς β γ, λοιπὴν ἀρα ἢ γ λ τῆς ζ γ μείζων ἐστὶ sed legendum puto ἐπὶ μείζων ἐστὶν ἢ μὲν β λ τῆς β γ ἢ δὲ β ζ τῆς β γ λοιπὴν ἀρα ἢ γ λ τῆς ζ γ μείζων ἐστὶ.

LEMMA vtile ad determinationem noni Theorematis, ut in antiquis.

THEOREMA LXIX. PROPOSITIO LXXIII.

LEM.
IX.

Sit BA æqualis AC, & secetur BC in puncto D bifariam. Dico BC minimam esse omnium rectarum linearum, quæ per D ducuntur.

Ducatur enim altera quædam EF & AB ad F producat. erit EF maior, quam CB. Quoniam enim angulus ABC, videlicet angulus C maior est angulo BFE, poterimus ab angulo C auferre angulum ipsi BFE æqualem. sit ei æqualis DCG.

A est igitur ut FD ad DB, ita CD ad

B DG. Sed FD maior est, quam DB.

ergo & CD, quam DG maior. Itaque quoniam maior est FD, quam

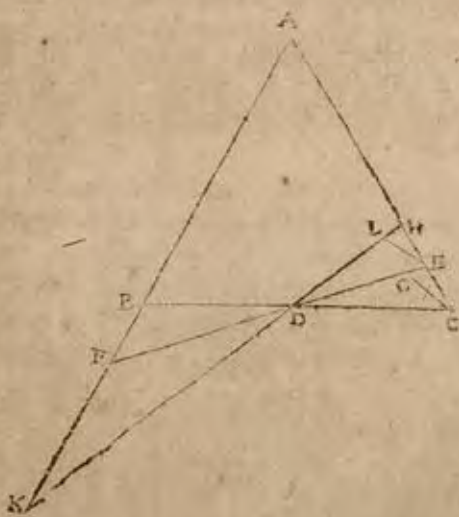
C DB, hoc est, quam DC, & DC maior,

quam DG, erit FD omnium maxima, & DG minima, & quoniam quatuor rectæ lineæ proportionales

D sunt FD, DB, DC, DG, atque est maxima quidem FD, minima vero

E DG, erit FG maior, quam BC, ergo

FG cum sit minor, quam FE, multo minor erit, quam EF. Similiter demonstrabimus BC mino-



BC minorem esse omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur. Dico insuper propinquirem ipsi BC remotiore minorem esse.

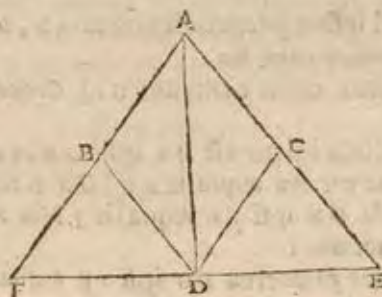
Ducatur enim alia quæpiam HK , & angulo K æqualis constituatur DEL , illud enim fieri potest. Rursus maior est KD , quam DF , & ED , quam DL maior. quare tota KL maior est, quam EF , & propterea KH , quam EF multo maior erit. minor igitur est BF , quam HK . Ex quibus sequitur BC esse minorem omnibus, quæ per D ducuntur, & quæ ipsi propinquior est, semper remotiore minorem esse.

THEOREMA LXX. PROPOSITIO LXXIV.

LEM.
X.

Quod cum ita sit manifesta erit determinatio.

Si enim exponamus rhombum AB, CD , & iungentes AD , ducamus ipsi ad rectos angulos EF , quæ cum ipsis AC, AB in punctis F, E conueniant, oportet determinare, vtrum maxima sit, an minima omnium rectarum linearum, quæ per punctum D ducuntur, & quoniam diagonis est AD , & ipsi AD perpendicularis EF , factum erit triangulum æquicrurum EAF , habens latus EA ipsi AF æquale: ergo per antecedens lemma fit EF minor omnibus rectis lineis, quæ per D ducuntur, & ipsi propinquior semper remotiore minor est.



COMMENTARIVS.

Est igitur ut FD ad DB , ita CD ad DG] *Ex 4. sexti elementorum.* Nam cum angulus DCG sit æqualis angulo BED , & angulus GDC ad verticem æqualis ipsi BDF , & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile erit.

Sed FD maior est, quam DB] *Ex 19. primi* angulus enim ABC exterior maior est interiori BFD . & eadem ratione angulus FBD maior est angulo ACB , hoc est ipso ABC . angulus igitur FBD angulo BED multo maior est, & ideo A maiori latere subeunditur.

Erit FD omnium maxima, & DG minima] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice non erant, sed tamen aliqua in eandem sententiam desiderari videbuntur sic enim in eo legitur.* $\delta\eta\ \alpha\upsilon\ \mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \eta\ \zeta\delta\ \tau\eta\varsigma\ \delta\beta$, $\tau\epsilon\tau\epsilon\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ \delta\gamma$, $\alpha\lambda\lambda\alpha\ \eta\ \delta\gamma\ \tau\eta\varsigma\ \mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu\ \delta\alpha\iota\nu\ \epsilon\pi\alpha\iota\ \delta\upsilon\ \tau\epsilon\sigma\sigma\alpha\pi\tau\epsilon$, &c. fortasse vero hæc addenda erunt. $\mu\epsilon\gamma\iota\sigma\tau\eta\ \delta\alpha\upsilon\alpha\ \delta\alpha\iota\nu\ \eta\ \zeta\delta$, $\epsilon\lambda\alpha\chi\iota\sigma\tau\eta\ \delta\epsilon\ \eta\ \delta\eta$

Erit FG minor, quam BC] *Sequitur hoc ex vltima quinti libri elementorum. constat namque FG ex maxima, & minima; BC vero ex reliquis duabus.*

Ergo BC cum sit minor, quam FG , multo minor erit, quam EF] *Græcus codex dicit $\eta\ \beta\gamma\ \epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\nu\ \delta\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ \zeta\eta$ πολλὰ $\epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\nu\ \delta\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\zeta$. sed vide ne legendum sit $\delta\alpha\iota\ \eta\ \beta\gamma\ \epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\nu\ \delta\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ \zeta\eta$, πολλὰ $\epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omega\nu\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \tau\eta\varsigma\ \epsilon\zeta$.*

Similiter demonstrabimus BC minorem esse omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur] *Post hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ nos consulto omisimus veluti parum necessaria.*

Inclinationum liber Primus.

νύσσιον.

THEOREMA LXXI. PROPOSITIO LXXV.

LEM.
I.

Sit semicirculus in AB , & ducatur quæuis recta linea DE & ad ipsam perpendiculares AD, BE . Dico DF ipsi GE æqualem esse.

Rr

Sumatur

B Sumatur enim centrum H . & ad DB perpendicularis agatur HK . parallela igitur
 C est HK ipsis AD, BE , atque est FK æqualis
 D KG . Et quoniam tres parallelæ sunt $AD,$
 E HK, BE , estque AK æqualis HB , erit & DK
 ipsi KB æqualis. quarum FK est æqualis
 F KG , reliqua igitur DF reliquæ GE æqualis
 erit. Constat præterea DG ipsi FB æqua-
 lem esse.



COMMENTARIUS.

- A Et ad ipsam perpendicularis AD, BE] *Græcus codex* χ ἐπ' αὐτὴν καθέτοιαι α δ, β ε, θ κ
 sed delendum illud θ κ.
 B Sumatur enim centrum H .] *Græcus codex* εἰλήθω το' τδ θ lege εἰλήθω το' κέντρον
 το' θ.
 C Parallela igitur est HK ipsis AD, BE] *Ex 28. primi elementorum.*
 D Atque est FK æqualis KG] *Ex 3. tertij elementorum.*
 E Erit & DK ipsi KB æqualis.] *Hoc vel ex 34. primi, vel ex 2. sexti elementorum faci-*
le concludemus.
 F Constat præterea DG ipsi FB æqualem esse.] *Addita nimirum Utraque communi FG.*

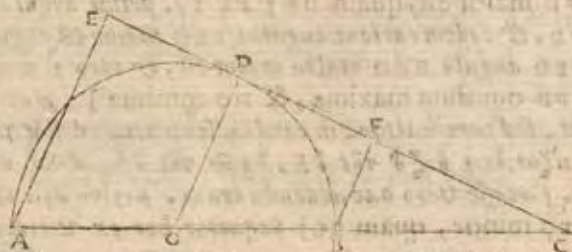
THEOREMA LXXII. PROPOSITIO LXXVI.

LEM.

II.

Sit rursus semicirculus in AB , & contingens ducatur CD , produca-
 turque, & ad ipsam perpendicularis agantur AE, BF . Dico rursus ED
 ipsi DF æqualem esse.

Sit centrum G , & DG jun-
 gatur. ergo DG ipsis AE, BF
 parallela est, fiunt enim re-
 cti anguli qui ad D . Quo-
 niam igitur tres sunt paral-
 lelæ AB, GD, BF , atque est
 AG æqualis GB , erit, & BD
 ipsi DF æqualis.



IN Quintum Problema.

THEOREMA LXXIII. PROPOSITIO LXXVII.

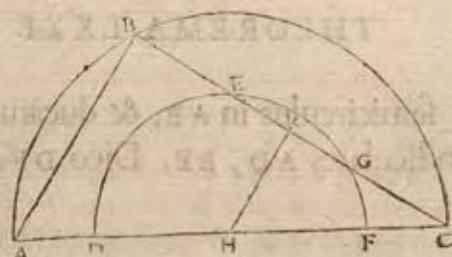
LEM.

III.

Sint duo semicirculi in AC , videlicet ABC, DEF , sitque AD æqualis
 A CF : & a puncto C ducatur CB . Dico BE ipsi GC æqualem esse.

Quoniam enim AD æqualis est CF ,
 semicirculi circa idem centrum confi-
 stunt. sumatur semicirculorum centrum
 H , & ab H ad EG perpendicularis aga-
 tur HK . æqualis igitur est BK ipsi KG .

B Itaque iungatur AB , & quoniam paral-
 lelæ sunt AB, HK , atque est AK æqualis
 HC , erit & BK æqualis KC , quarum BK
 ipsi KG est æqualis. reliqua igitur BE
 reliquæ GC æqualis erit. Manifestum quoque est & EG ipsi BC esse æqualem.



COM-

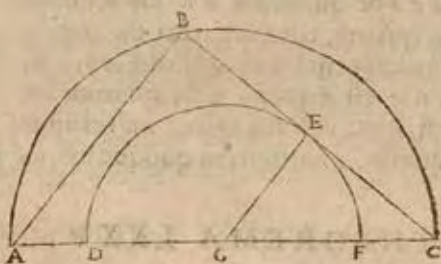
COMMENTARIVS.

Et à puncto c ducatur ce] *Intellige ce secare.* A
 Et quoniam parallelæ sunt ab, hk] *Ex 38. primi elementorum; est enim angulus abc* B
in semicirculo rectus, & qui sunt ad k recti ponuntur.

THEOREMA LXXIV. PROPOSITIO LXXVIII.

Sint rursus semicirculi abc, def : & à puncto c ducatur ce , quæ se- LEM.
IV.
 micirculum def contingat, & ad b producat. Dico be ipsi ec æqua-
 lem esse.

Cum enim ad sit æqualis fc ,
 constat semicirculos circa idem cen-
 trum esse. sumatur rursus eorū cen-
 trum g , & iungantur ge, ab an-
 gulus igitur ad b rectus est, sed &
 rectus, qui ad a . ergo ab ipsi eg
 est parallela, atque est ag æqualis
 gc æqualis igitur est be ipsi ec .



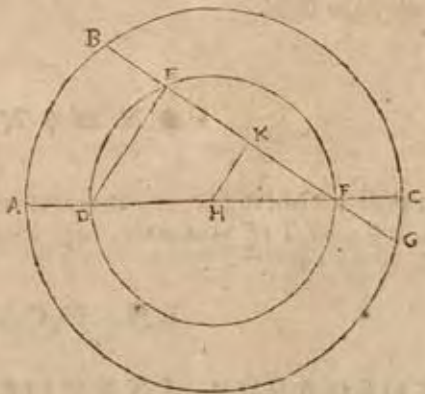
18. tertij.
 83.

IN SEPTIMVM.

THEOREMA LXXV. PROPOSITIO LXXIX.

Sint rursus semicirculi abc, def , & sit ad æqualis fe , compleatur
 autem maior circulus, & per f ducatur quædam recta linea bg . Dico a
LEM.
V.
 be ipsi fg æqualem esse.

Sit centrum h , & ab eo ad bc per-
 pendicularis agatur hk . ergo bk est
 æqualis kg . Itaque iungatur ed . Et
 quoniā de, hk inter se parallelæ sunt
 atque est dh æqualis hf , erit, & bk
 ipsi kf æqualis. est autem & tota bk
 æqualis toti kg reliqua igitur be re-
 liquæ fg æqualis erit. Constat etiam
 be ipsi bg æqualem esse.



B

COMMENTARIVS.

Et per f ducatur quædam recta linea bg] *Græcus codex χ δια τῶ δ ζ ἡ χθω τῆς δ β η* A
lege χ δια τῶ ζ.

Erit & ek ipsi kf æqualis] *Græcus codex $\epsilon\lambda\eta\gamma\alpha\rho\epsilon\sigma\iota\chi\eta\eta\epsilon\kappa\tau\eta\kappa\zeta$ ego legendum B*
puto $\iota\sigma\eta\alpha\rho\alpha\epsilon\sigma\iota\chi\eta\eta\epsilon\kappa\tau\eta\kappa\zeta$, quamquam illud per se patet ex 3. tertij elementorum, adeo
ut ad propositum ostendendum minime opus sit ducere rectam lineam ed . Quoniam enim a
centro h ad bg perpendicularis acta est hk , erit & bk æqualis kg , & eadem ratione ek
æqualis kf . reliqua igitur be reliquæ fg est æqualis, quod demonstrare oportebat.

Rr 2

IN

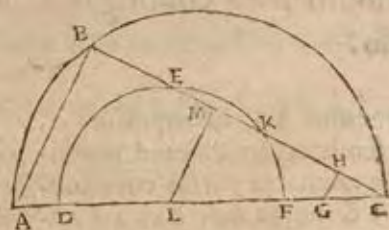
IN NONVM.

THEOREMA LXXVI. PROPOSITIO LXXX.

LEM.
VI.

Sint duo semicirculi ABC, DEF , & ipsi AD æqualis ponatur FG . ducta autem BC à puncto G ad ipsam perpendicularis agatur GH . Dico BE ipsi KH æqualem esse.

Sumatur centrum semicirculi DEF , quod sit L , & à puncto L ad BK perpendicularis ducatur LM . æqualis igitur est BM ipsi MK , & quoniam AD est æqualis FG , & DL ipsi LF , tota AL toti LG æqualis erit. sunt autem tres parallelæ AB, LM, GH ; ergo BM est æqualis MH ; quarum BM æqualis est MK . reliqua igitur BE reliquæ KH est æqualis. manifestum quoque est BK ipsi BK æqualem esse.



THEOREMA LXXVII. PROPOSITIO LXXXI.

LEM.
VII.

A Ipsidem positis contingat BC semicirculum DEF . Dico rursus BE ipsi EH esse æqualem.

A Rursus sumatur centrum semicirculi DEF , quod sit L , & iungatur LE . perpendicularis igitur est ad BC , & factæ sunt tres parallelæ AE, LE, GH , atque est AL æqualis LG , ergo & EE ipsi EH æqualis erit.



COMMENTARIUS.

A Ipsidem positis contingat BC semicirculum DEF] *Græcus codex ὅτι αὐτῶν ἡμικυκλίων ἐφαπτομένη ἡ β γ τὸ δ ε ζ ἡμικυκλίου, ἵσαται δὲ.*

IN OCTAVVM.

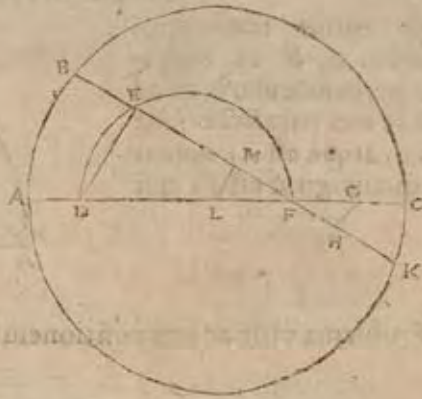
THEOREMA LXXVIII. PROPOSITIO LXXXII.

LEM.
VIII.

Sint duo semicirculi ABC, DEF , & sit AD minor, quam CF , ipsi vero AD æqualis ponatur CG , compleaturq; circulus $BAKC$, & ducta quavis recta linea BK , a puncto G ad ipsam perpendicularis agatur GH . Dico BE ipsi HK æqualem esse.

Sumatur

Sumatur centrum circuli ABC , quod sit L , & a puncto L ad BF perpendicularis agatur LM . æqualis igitur est BM ipsi MK . quoniam autem AL est æqualis LC , & AD ipsi GC , erit reliqua DL reliquæ LG æqualis, & sunt tres parallelæ DE, LM, GH . ergo EM est æqualis MH . est autem tota BM æqualis toti MK . reliqua igitur BE reliquæ HK est æqualis. perspicuum autem est, & BH ipsi BK esse æqualem.



COMMENTARIVS.

Ergo BM est æqualis MH . Quoniam enim ut DL ad LF , ita est BM ad MF , & ut LE ad FG , ita MF ad FH , ob triangulorum LMF, GHF similitudinem, erit ex æquali ut DL ad FG , ita BM ad FH . Rursus quoniam ut LF ad FG , ita MF ad FH . erit componendo, conuertendoque ut FG ad GL , ita FH ad HM . ergo rursus ex æquali ut DL ad LG , ita BM ad MH . est autem DL æqualis LG . ergo & BM ipsi MH æqualis erit.

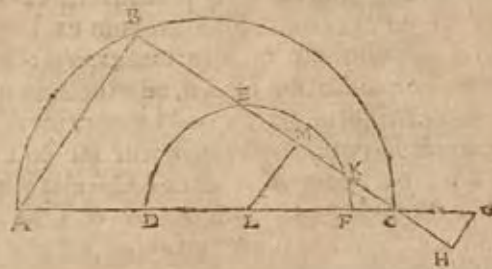
IN DECIMVM SEPTIMVM.

THEOREMA LXXIX. PROPOSITIO LXXXIII.

LEM.
IX.

Isdem positis sit AD maior, quam FC , & ipsi æqualis ponatur FG , ductaque BCH ad ipsam perpendicularis agatur CH . Dico BE ipsi KH æqualem esse.

Sumatur centrum semicirculi DEF , quod sit L , & ab eo ad BE perpendicularis agatur LM . ergo EM est æqualis MK . Et quoniam AD est æqualis FG , & DL ipsi LF , erit tota AL toti LG æqualis. & sunt rursus tres parallelæ BA, ML, GH . æqualis igitur est BM ipsi MH , quarum BM est æqualis MK . ergo reliqua BE reliquæ KH est æqualis, manifestum autem est & BK ipsi BH æqualem esse.



COMMENTARIVS.

Dico BE ipsi KH æqualem esse.] Græcus codex ἐπεὶ ἴσων ἐστὶν ἡ BE τῇ KH ἔλεγε ἐπεὶ ἴσων ἐστὶν ἡ BE τῇ KH .

Æqualis igitur est EM ipsi MH .] Hoc eodem modo demonstrabitur, quo supra demonstratum est EM ipsi MH æqualem esse.

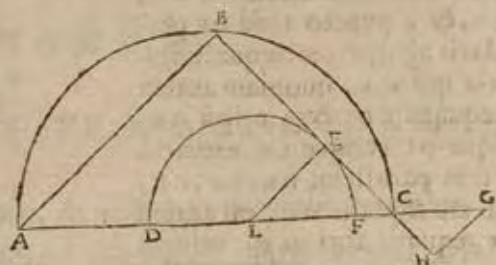
THEOREMA LXXX. PROPOSITIO LXXXIV.

LEM.
X.

Isdem positis contingat BC semicirculum DEF . Dico BE ipsi EH æqualem esse.

Suma-

Sumatur rursus semicirculi
DEF centrum L, & LE iunga-
tur. ergo perpendicularis est ad
BH, & ob id tres parallelæ sunt
AB, LB, GH, atque est AL æqua-
lis LG. æqualis igitur est BE ipsi
BH.

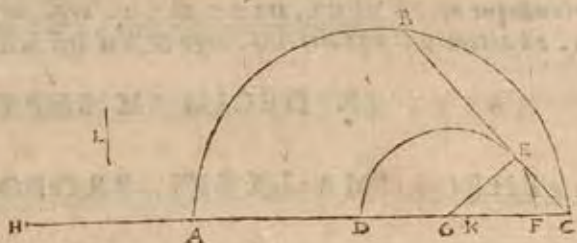


Problema utile ad compositionem decimi septimi.

PROBLEMA V. PROPOSITIO LXXXV.

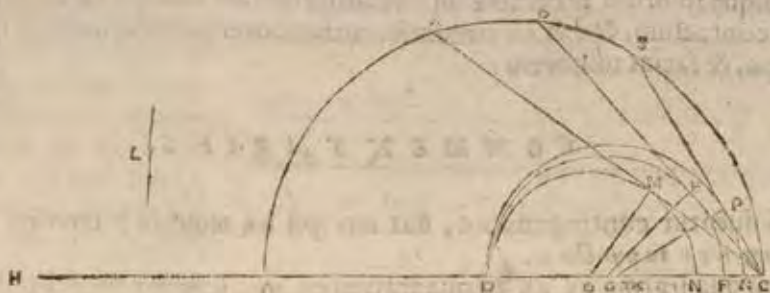
LEM. XI. Semicirculo positione dato ABC, & dato puncto D, describere per
A D semicirculum, qualis est DEF, ita ut si ducatur contingens BC, fiat
AD ipsi BE æqualis.

Factum iam fit. ergo ut
AD ad BC, ita est BE ad BG,
& ut quadratum ex AD ad
quadratum ex BC. ita quod
ex BE quadratum ad quadra-
tum ex BC. Ut autem qua-
dratum ex BE ad quadratum
ex BC. sumpto semicirculi
DEF centro G, & iuncta GE,
ita est quadratum ex AG ad
quadratum ex GC. Sed quadratum ex BC est excessus quadratorum ex BG, GC. est
igitur ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG, GC ita quadratum ex
AG ad quadratum ex GC. ponatur ipsi DA æqualis AH, & secetur DC bifariam in
puncto K. Itaque quoniam ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita est qua-
dratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG, GC; erit reliquum, videlicet rectan-
gulum DGH ad reliquum quadratum ex GD: hoc est HG ad GD; ut vna proportio-
num, nempe ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG, GC, hoc est quod
bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DC, GK datum autem est quadratum
ex AD. ergo & id, quod bis continetur DC & L & quod semel continetur datum erit.
atque est data DC. ergo & L data. Quoniam autem est, ut HG, GD, ita quadratum
ex AD. hoc est quod bis continetur DC & L ad id, quod bis DC & GK continetur; hoc
est ut L ad GK. rectangulum igitur HGK rectangulo contento L & GD est æquale,
& sunt tres rectæ lineæ datæ HD, DK, L. ergo deductum est ad determinatam sectio-
nem. Datæ tribus rectis lineis HD, DK, L, secare DK in puncto G, & facere propor-
tionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale. hoc autem manife-
sto constat, & est indeterminatum. ergo datum est punctum G, & semicirculi DEF
centrum. positione igitur est semicirculus, & a dato puncto C recta est contingens
BC. quare positione est BC.



Idem autem congruet si punctum infra sumatur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit semicirculus quidem ABC, datum au-
tem punctum D, & oporteat facere id, quod propositum est.



Ponatur quadrato ex AD æquale id, quod bis DC & E continetur, ipsi vero DA æqualis ponatur AH , & DC bifariam in puncto K diuidatur. Itaque datis tribus rectis lineis HD , DK , L , secetur DK in G . ut faciat proportionem rectanguli ex L & DG ad rectangulum HGK æqualis ad æquale, & circa centrum G semicirculus DEF describatur. Dico semicirculum DEF problema efficere. ducatur enim BE semicirculum contingens. erit AD ipsi BE æqualis. Nam cum rectangulum HGK æquale sit rectangulo ex L & GD , ut HG ad GD , ita erit L ad GK . Sed ut HG ad GD , ita est rectangulum HGD ad quadratum ex GD , hoc est excessus quadratorum ex GA , AD ad quadratum ex GD . Ut autem L ad GK , ita id, quod bis continetur L & DC ad contentum bis DC , GK , hoc est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG , GC . Ut igitur quadratorum ex GA , AD excessus ad quadratum ex GL , ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG , GC . ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC , ita quadratum A ex D ad excessum quadratorum ex DG , GC ; hoc est ad excessum quadratorum ex CG , GB , hoc est ad quadratum ex EC . Ut igitur quadratum ex AG ad quadratum ex GC , ita quadratum ex AD ad quadratum ex EC . Sed ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC , ita est quadratum ex BE ad quadratum ex EC . ergo ut quadratum ex BE ad quadratum ex EC , ita quadratum ex AD ad id, quod ex BE quadratum. quadratum igitur ex AD æquale est quadrato ex BE , ideoque recta linea AD ipsi BE est æqualis. & manifestum est BE maiorem esse, quam EC . etenim ut HG ad GD , ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC . maior autem est HG , quam GD . ergo & quadratum ex AD maius est quadrato ex EC : ac propterea AD quam EC est maior: & multo maior, quam EC . Semicirculus igitur DEF problema efficit. Dico autem eum solum hoc efficere. Describatur enim alter semicirculus DMN , & ducatur contingens MX . Itaque si DMN etiam problema efficit, erit D æqualis MX , & sumpto semicirculi DMN centro, quod sit O , iungatur OM . ergo conuenientur resolutioni, rectangulum HOK æquale erit rectangulo LDO , quod est absurdum; nam in determinata sectione demonstratum fuit maius esse non igitur semicirculus DMN efficit problema. Similiter ostendemus neque aliud vllum efficere præterquam ipsum DEF . ergo DEF solus problema efficit. Ut autem cognoscamus verum ipsorum maius abscedet ita ostendemus. Quoniam enim in determinata sectione demonstratum est, rectangulum LDO minus rectangulo HOK , habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD . Sed ut L ad OK , ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC quod ostensum est. ut autem HO ad OD , ita excessus quadratorum ex OA , AD ad quadratum ex OD . ergo quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC minorem proportionem habebit, quam excessus quadratorum ex OA , AD ad quadratum ex OD . & omnia ad omnia maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC , hoc est ad quadratum ex CM . quadratum igitur ex AD ad quadratum ex CM minorem proportionem habet, quam quadratum ex AO ad quadratum ex OC , hoc est quam quadratum ex XM ad quadratum ex MC , & propterea XM , quam AD est maior. Non aliter ostendemus, & omnes rectas lineas, quæ inter A & B interjiciuntur, maiores esse, quam AD ; quæ vero inter B & C esse minores. Si enim rursus describamus semicirculum DPR , contingentemque ducamus: & eadem quæ prius construantur, erit centrum semicirculi DPR videlicet T ad alteras partes puncti O . & in sectionem determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK . atque eadem ratione AD , quam SP erit maior. ergo semicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habent, maiorem faciunt eam, quam AD , qui vero remotiores sunt, faciunt minorem, fieri igitur pote, ut per punctum D describantur semicirculi, ita ut linea contingens

COMMENTARIVS.

Sint

- gulo $LD\theta$ multo maius erit. Græcus codex ἐν γὰρ τῇ διαρισμένῃ δέδεικται μείζων lege μείζων.
- ¶ Ergo DCF solus problema efficit] Græcus codex τὸ δ' ζε ὅτι μείζων ποιεῖ τὸ ἀπὸ βλῦμα, lege τὸ δ' ζε ἄρα μείζων ποιεῖ τὸ ἀπὸ βλῦμα.
- γ Habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD] ex 16. huius.
- δ Sed ut I ad OK , ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC] Græcus codex ἀλλ' ὡς μὲν ἡ KO πρὸς $λ$ ὅσας ὅτι τὸ ἀπὸ $αδ$ πρὸς τὴν $ήβ$ ἀπὸ $δθ$, OK ὑποχρὴν legendum autem puto. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $λ$ πρὸς OK . ὅσας ὅτι τὸ ἀπὸ $αδ$ πρὸς τὴν $ήβ$ ἀπὸ $δο$ $γγ$ ὑποχρὴν.
- ¶ Ut autem HO ad OD , ita excessus quadratorum ex OA , AD ad quadratum ex OD] Græcus codex ὡς δὲ ἡ $θo$ πρὸς $οδ$, ὅσας ὅτιν ἡ ἀπὸ ἡ $αδ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $οα$ lege ὡς δὲ $θo$ πρὸς $οδ$, ὅσας ὅτιν ἡ $ήβ$ ἀπὸ $οα$, $αδ$ ὑποχρὴν πρὸς τὸ ἀπὸ $οδ$.
- ζ Ergo quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC minorem proportionem habebit, &c.] Græcus codex $ή$ τὸ ἀπὸ $αδ$ ἀρα πρὸς τὴν $ήβ$ ἀπὸ $οδ$, $γγ$ ὑποχρὴν lege πρὸς τὴν $ήβ$ ἀπὸ $δο$, $γγ$ ὑποχρὴν.
- ¶ Et omnia ad omnia maiorem proportionem habebunt, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC] Videlicet omnia antecedentia ad omnia consequentia, hoc est excessus quadratorum ex OA , AD una cum quadrato ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC una cum quadrato ex OD maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO , OC ex 8. huius libri sed excessus quadratorum ex OA , AD est rectangulum HOD , rectangulum autem HOD una cum quadrato ex AD est æquale quadrato ex AO . Rursus excessus quadratorum ex DO , OC , hoc est MO , OC est quadratum MC , quod una cum quadrato ex DO , hoc est MO est æquale quadrato ex OC . quadratum igitur ex AO ad quadratum ex OC maiorem proportionem habet, quam quadratum ex AD ad quadratum ex MC . Græcus codex $ή$ πάντα πρὸς πάντα ὡς τὸ ἀπὸ $αδ$ πρὸς τὴν $ήβ$ ἀπὸ $γο$, $οδ$ ὑποχρὴν. lege $ή$ πάντα πρὸς πάντα μείζονα λόγον ἔχει ὑπὲρ τὸ ἀπὸ $αδ$ πρὸς τὴν $ήβ$ ἀπὸ $γο$, $οδ$ ὑποχρὴν.
- θ Quæ vero inter BC interijciuntur, esse minores] Græcus codex αἱ δὲ μεταξὺ $ήβ$ $βε$. lege $ήβ$ $βγ$.
- ¶ Et in sectione determinata rectangulum HOK maius erit rectangulo HTK] Græcus codex ἐν δὲ τῇ διαρισμένῃ μείζων ἔσται τὸ ὑπὸ $λαγ$ τῷ $οτκ$ ego legendum puto τὸ ὑπὸ $θηκ$ τῷ ὑπὸ $θτκ$.
- κ Ergo semicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habet maiorem faciunt eam, quam AD , qui vero remotiores sunt, faciunt minorem] Græcus codex ὥς τε τὰ μὲν ἔγγιστα τῷ $α$ $ε$ $ς$. μείζονε ποιεῖ τὴν $αδ$ forte legendum erit μείζονα ποιεῖ τῆς $αδ$.

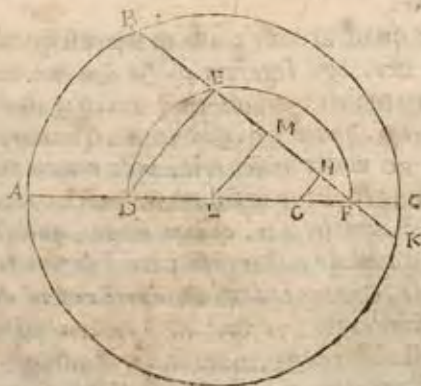
IN DECIMONONO.

THEOREMA LXXXI. PROPOSITIO LXXXVI.

LEM.
XII.

Sint rursus semicirculi, maior autem AD , quam CF , & ipsi AD $α$ -
 A qualis ponatur CG , ductæque BEF a puncto G ad ipsam perpendicularis
 B agatur GH , & compleatur circulus ABC , producaturque BF vique ad K .
 Dico BH ipsi EK æqualem esse.

Sumatur centrum circuli ABC ,
 quod sit L , & ab eo ad BK perpen-
 dicularis ducatur LM , ergo BM est
 æqualis MK . Itaque quoniam AL est
 C æqualis LC , & AD ipsi GC , erit re-
 liqua DL reliquæ LG æqualis, &
 sunt tres parallelæ DB , LM , GH .
 quare BM est æqualis MH , est autem
 & tota BM æqualis toti MK , reliqua
 igitur BE reliquæ HK est æqualis,
 ex quibus constat & BH ipsi BK æ-
 qualem esse.



*Et compleatur circulus ABC | Græcis ἐνδεχ καὶ πρὸς ἀναπτεπληρώσθαι τὰ β γ ἡμῶν - B
ἐλλείπει, ego legendum puto καὶ πρὸς ἀναπτεπληρώσθαι ὁ α β γ κύκλος.*

Erit reliqua DL reliquæ LG æqualis] *Græcus codex* λοιπὴ ἀρα ἢ εἰς λοιπὴ τῇ λη ἔστιν C
 ἴση lege λοιπὴ ἀρα ἢ εἰς λοιπὴ τῇ λη ἔστιν ἴση.

Problema in idem.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO LXXXVII.

LEM.
XIII.

Factum iam sit . & quoniam
AD est æqualis FE, erit & qua-
dratum ex AD quadrato ex FE,
hoc est rectangulo AEC æquale.

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC , perpendicularemq; ducamus EB , & in DEF semicirculum DEF describamus, linea BF semicirculum continget, atq; erit æqualis ipsi AD . hoc

COMMENTARIVS.

Factum iam sit J Resolutio problematis, quæ breuissima est, compositio enim Ut videtur in- A
cipit ab eo loco. Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC, deficiens
figura quadrata, &c.

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam $A c$ deficiens figura B quadrata, ut Afc &c.] *Hoc fiet per 28. sexti libri elementorum.*

Linea BF semicirculum continget } Ex 16. tertij elementorum.

Atque erit æqualis ipsi AD . Cum enim BF sit media proportionalis inter AF , FC , erit quadratum eius æquale rectangulo AFC , hoc est quadrato ex AD : ideoque BF ipsi AD est æqualis.

Hoc autem fit quando AD minor est, quam dimidia ipsius AC] Nam si AD vel dimi- E

diā sit ipſus AB , Vel maior, quam dimidia, recta linea contingentes ſemicirculos, qui per D tranſeunt ſemper minores erunt, quam AD .

F Quoniam enim AB minor eſt, quam DC , erit HM inter DC . ac per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe, quod eſt abſurdum] Ego arbitror hunc locum corruptum eſſe, non enim video, cur eiſmodi verbis opus ſit, cum propoſitum, quam expeditiſſime concludi poſſit hoc pacto.

Itaque hoc inuento ſi per D ſemicirculi deſcribantur, Ut DGH , DKL , & contingentes ducantur HM , LN , neceſſe eſt puncta HL , Vel cadere inter DE , Vel inter FC . Si enim aliquod eorum caderet in F eſſet idem ſemicirculus, qui DE , quod non ponitur. Cadat igitur punctum H inter DE , & punctum L cadat inter FC . Dico HM maiorem eſſe, quam AD , & LN minorem. Quoniam enim rectangulum AHC maius eſt rectangulo AEC ex 14. huius, atque eſt rectangulo AHC æquale quadratum ex HM , & rectangulo AEC æquale quadratum ex FB , erit quadratum ex HM quadrato ex FB , hoc eſt quadrato ex AD maius, & ob id recta linea HM maior, quam AD . Rurſus quoniam rectangulum ALC minus eſt rectangulo AEC , hoc eſt quadratum ex LN minus quadrato ex FB , erit quadratum ex LN quadrato ex AD minus, & ipſa LN minor, quam AD . Similiter, & omnes recta linea, &c.

G Ac per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe, quod eſt abſurdum] Vide ne legendum ſit, accideret enim HC ipſi FC æqualem eſſe, quod abſurdum.

H Et multo minus erit inter FC , quoniam rurſus accideret AD minorem eſſe, quam FC , quod itidem eſt abſurdum] Et fortasſe hoc loco legendum erit, quoniam rurſus accideret HC minorem eſſe, quam FC , quod itidem eſt abſurdum.

K Ut in problemate, quod a principio poſitum eſt]

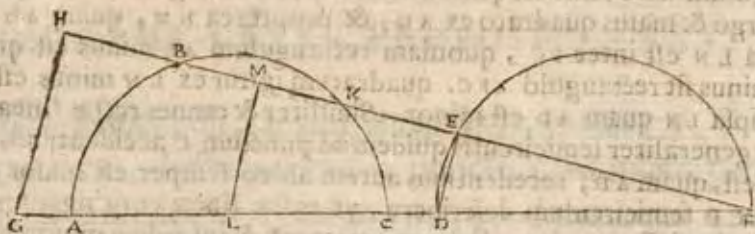
L Maius autem eſt rectangulum AHG , hoc eſt quadratum ex MH rectangulo AEC] Ex 14. huius libri.

IN VIGESIMO.

THEOREMA LXXXII. PROPOSITIO LXXXVIII.

LEM.
XIV.

Sint ſemicirculi ABC , DEF : & ipſi CD æqualis ponatur AG , ducta autem FB ad eam perpendicularis agatur GH . Dico HB ipſi KE æqualem eſſe.

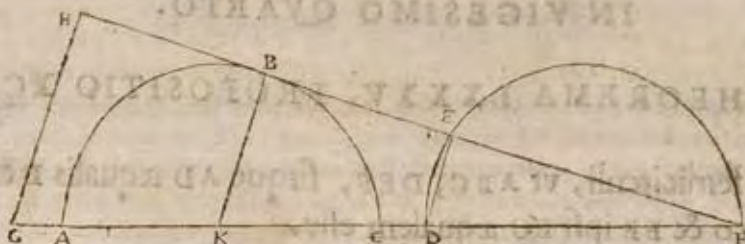


Sumatur centrum ſemicirculi ABC , quod ſit L , & puncto L ad FE perpendicularis ducatur LM , ergo BM æqualis eſt MK : Quoniam autem GA eſt æqualis CD , & AL ipſi LC , erit tota GL toti LD æqualis. ſuntque tres parallelæ GH , LM , DE . ergo HM eſt æqualis MB , quarum BM æqualis eſt MK , reliqua igitur HB reliquæ KE æqualis erit. conſtat etiam HK ipſi BE eſſe æqualem.

LEM.
XV.

THEOREMA LXXXIII. PROPOSITIO LXXXIX.

Iſdem exiſtentibus contingat BF in B . Dico rurſus HB ipſi BE æqualem eſſe.



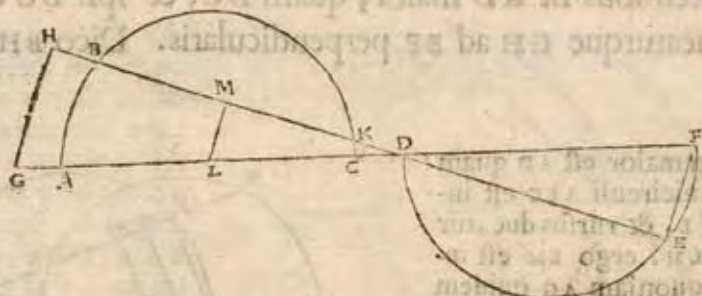
Sumatur enim rursus centrum semicirculi ABC , quod sit κ , & iungatur κB , perpendicularis igitur est ad BF . Et quoniam in tribus parallelis GH , κB , DE æqualis est GH ipsi κD , & HB ipsi BF æqualis erit.

IN VIGESIMOTERTIO.

THEOREMA LXXXIV. PROPOSITIO XC.

LEM.
XVI.

Sint Semicirculi ABC , DEF , & ponatur AG æqualis CD , ducta autem BH ad eam perpendicularis agatur GH . Dico HB ipsi κD æqualem esse. A



Sumatur semicirculus ABC centrum L , & ducatur LM perpendicularis, ergo BM est æqualis ML , & quoniam GA est æqualis CD , & AL ipsi LC , erit tota GL æqualis B toti LD , & sunt parallelæ GH , LM , EF . æqualis igitur est & HM ipsi MD , quarum BM est æqualis ML , ergo reliqua HB reliquæ κD æqualis erit, C

COMMENTARIUS.

Dico HB ipsi κD æqualem esse] *Græcus codex* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $\theta\kappa$ τῇ $\kappa\epsilon$ sed legendum A
ῥητο ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $\theta\beta$ τῇ $\kappa\delta$.

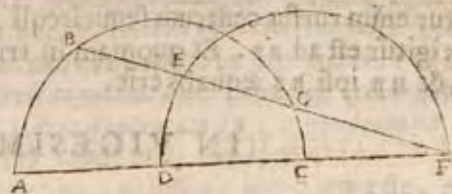
Et quoniam GA est æqualis CD , & AL ipsi LC , erit tota GL æqualis toti LD] *Græ-* B
eus codex ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $\mu\epsilon\nu$ $\eta\alpha$ τῇ $\gamma\zeta$. ἡ δὲ $\alpha\lambda$ τῇ $\lambda\gamma$, ὅλη ἀρα ἡ $\eta\alpha$ ὅλη τῇ $\alpha\zeta$ ἐστὶν ἴση sed corrige ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $\mu\epsilon\nu$ $\eta\alpha$ τῇ $\gamma\delta$, ἡ δὲ $\alpha\lambda$ τῇ $\lambda\gamma$, ὅλη ἀρα ἡ $\eta\alpha$ τῇ $\lambda\delta$.
ἐστὶν ἴση.

Ergo reliqua HB reliquæ κD æqualis erit] *Græcus codex* λοιπὴ ἀρα ἡ $\theta\beta$ λοιπὴ τῇ C
 $\kappa\epsilon$ ἐστὶν ἴση lege λοιπὴ τῇ $\kappa\delta$ ἐστὶν ἴση post hæc in *græco codice* leguntur. καὶ ἰσοπτεταται οὐκ
νερόν ἢ γὰρ ἀπο' αὐτῆς κέντερον ἐκζητῶντα ὅτι τὴν ἀφ' ἧς, quæ nos, ἐστὶν superuacanea, nihilque
ad rem pertinentia omittenda duximus.

THEOREMA LXXXV. PROPOSITIO XCI.

Sint duo semicirculi, ut ABC , DEF , sitque AD æqualis DC , & ducatur FB . Dico & BE ipsi EG æqualem esse.

31. tertij. Hoc autem perspicue constat; si
3. tertij. enim iungatur DE , erit angulus
 DEF in semicirculo reatus, atque
est DE a centro semicirculi ABC ,
ergo BE ipsi EG est æqualis.

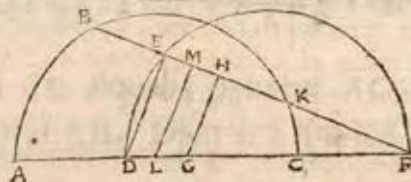


IN VIGESIMO QVINTO.

THEOREMA LXXXVI. PROPOSITIO XCII.

Isdem existentibus sit AD maior, quam DC , & ipsi DC æqualis ponatur AG , ducaturque GH ad BF perpendicularis. Dico BH ipsi EK æqualem esse.

Quoniam enim maior est AD quam DC , centrum semicirculi ABC est inter GD , quod sit L . & rursus ducatur perpendicularis LM . ergo EM est æqualis MK . Et quoniam AG quidem æqualis est DC , AL vero ipsi LC , erit reliqua GL ipsi LD æqualis. suntque tres parallelæ GH , LM , DE . ergo & HM est æqualis ME . erat autem, & tota BM æqualis toti MK . reliqua igitur BH reliquæ EK æqualis erit.



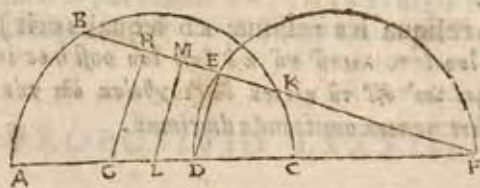
IN VIGESIMO SEPTIMO.

THEOREMA LXXXVII. PROPOSITIO XCIII.

LEM.
XIX.

Sit AD minor, quam DE , & ponatur CG ipsi AD æqualis, ducaturque perpendicularis GH . Dico BE æqualem esse ipsi KH .

Quoniam enim minor est AD , quam DC , erit centrum semicirculi ABC inter DG . Sit L . & a puncto L ad FB perpendicularis ducatur LM . æqualis igitur est BM ipsi MK . Et quoniam AD æqualis est CG , & AL ipsi LC reliqua DL reliquæ GL est æqualis. & sunt tres parallelæ DE , LM , GH . ergo & EM est æqualis MH , sed & tota LM toti MK . reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit.



COMMENTARIVS.

Et quoniam AD æqualis est CG , & AL ipsi LC , reliqua DL reliquæ LG est æqualis] *A Græcus codex hoc loco mancus est, in quo legitur ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ λη sed legendum est ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ γη, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λθ ἴση τῇ λη ἴση ὅτι.*

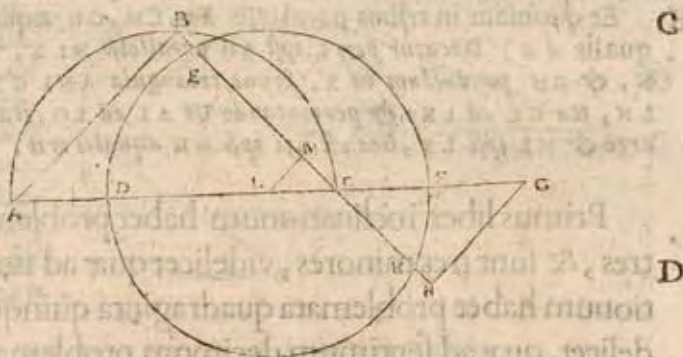
Sed & tota EM toti MK] *Græcus cod. ἐστὶ δὲ ἡ ὅλη ἡ εμ ὅλη τῇ μκ ἴση lege ἡ ὅλη ἡ βμ ὅλη τῇ μκ ἴση.* In græcis codicibus sequuntur duo lemmata, quæ cum nihil aliud contineant, nisi quod in duobus præcedentibus demonstratur, superuacanea visa sunt, quare nos ea consulto omisimus.

IN TRIGESIMOQVARTO.

THEOREMA LXXXVIII. PROPOSITIO XCIV.

Sint semicirculi ABC , DEF . & sit DC maior, CF , ipsi vero AD æqualis ponatur FG , & circulus DEF compleatur; Ducaturque BCH , & à puncto G ad BC perpendicularis agatur GH . patet igitur GH extra circulum B cadere, etenim ipsi parallela AB extra cadit. Dico BE æqualem esse KH .

Quoniam DC maior est quam CF , circuli DEF centrum erit inter CD . sit L ; & perpendicularis ducatur LM . Quod cum AD quidem sit æqualis FG , DL vero ipsi LF erit tota AL toti LG æqualis. & sunt tres parallelæ AB , LM , GH . ergo & EM est æqualis MH , quarum EM æqualis est MK . reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit. constat præterea BK ipsi EH æqualem esse.



COMMENTARIVS.

Et circulus DEF compleatur, ducaturque BCH] *Græcus codex ἡ ὁρὴ ἀναπληρῶ- A θω ὁ κύκλος sed forte legendum ὁ δὲ ζκ κύκλος ut in sequenti lemma. intelligendum autem est rectam lineam BOH secare circulum in punctis EK ,*

Etenim ipsi parallela AB extra cadit] *Græcus codex παραλλήλος γὰρ γίνεται τῇ αβ ἡ δὲ B αβ ὑποπίπτει, ἡ ἡ ὁρὴ ὑποπίπτει vel pro ὑποπίπτει scribendum ἔκτος πίπτει vel idem significat.*

Circuli DEF centrum erit inter CD] *Græcus codex ὁ τδ δὲ ζ ἡ μικρὴ κέντρον μετα- C ξὺ ἐστὶ τδ γδ: Nos circuli potius, quam semicirculi centrum vertere, malimus: non enim semicirculus manet, sed completus est circulus.*

Ergo & EM est æqualis MH] *Cur hoc sequatur ex parallelis diximus supra in commen- D tarijs in 8. huius.*

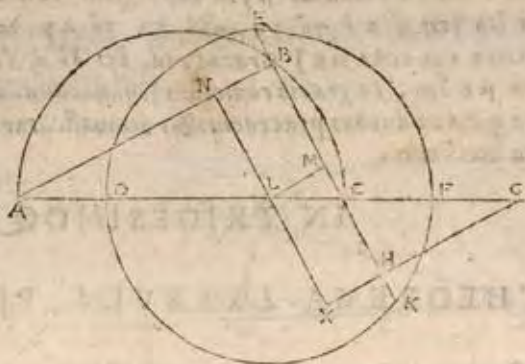
THEOREMA LXXXIX. PROPOSITIO XCV.

LEM.
XXI.

Sint rursus semicirculi ABC , DEF , & maior DC , quam CF , ipsi autem
AD po-

A AD ponatur æqualis FG. compleaturque DEFK circulus; & ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH, patet igitur GH cadere intra circulum, quoniam & AB ipsi parallela intra cadit. Dico EB æqualem esse HK.

Sit enim centrum L, & rursus perpendicularis LM. ergo EM est æqualis MK. Et quoniam in tribus parallelis AB, LM, GH æqualis est AL ipsi LG, erit, & BM æqualis MH. est autem, & tota EM toti MK æqualis. reliqua igitur EB reliquæ HK æqualis erit.



COMMENTARIUS.

A Et ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH] Ducatur a puncto A ad circumferentiam semicirculi ABC, recta linea AB quæ circum DEFK secet, & iuncta C producatur, ut eundem circum secet in punctis EK.

B Et quoniam in tribus parallelis AB, LM, GH æqualis est AL ipsi LG, erit & BM æqualis MH] Ducatur per L ipsi EB parallela NLX, ut rectam lineam AB secet in puncto N, & GH productam in X, erunt triangula ANL GXL inter se similia. ut igitur AL ad LN, ita GL ad LX: & permutando ut AL ad LG, ita NL ad LX. Sed AL est æqualis LG, ergo & NL ipsi LX, hoc est BM ipsi MH æqualis erit.

Primus liber inclinationum habet problemata nouem. determinationes tres, & sunt tres minores, videlicet quæ ad nonum; secundus liber inclinationum habet problemata quadraginta quinque, & determinationes tres, videlicet, quæ ad septimum decimum problema; ad vndeicesimum, & vigesimum, & sunt tres minores.

TACTIONVM LIBER PRIMVS.

THEOREMA XC. PROPOSITIO XCVI.

LEM.
I.

Sint duæ rectæ lineæ AB, CD, quas contingat circulus EF, in EF punctis, & iungatur EF. Dico eam circuli EF diametrum esse.

Sumantur in circumferentia circuli puncta GI, & EG, GF, FH, HE iungantur. Quoniam igitur AB quidem contingit, secatur autem EF, erit ABF angulus æqualis angulo, qui consistit in altera circuli portione, videlicet HH. & eadem ratione angulus DFE æqualis est angulo FGE, qui in altera portione consistit. ergo angulus BHF angulo CGF est æqualis, & sunt æquales duobus rectis. quare vterque ipsorum rectus est; & vterque semicirculus EHF, EGF. diameter igitur est EF ipsius BF circuli, quod demonstrare oportebat.



COM.

Erit $\angle \text{AEF}$ angulus æqualis angulo, qui consistit in alterna circuli positione, videlicet $\angle \text{EHF}$. & eadem ratione angulus $\angle \text{DFE}$ æqualis est angulo $\angle \text{FGB}$, qui in alterna portione consistit.] *Ex 32. tertij elem. Græcus autem codex* ἴση ἀρα ὄντι ἡ ὑπὸ αεζ γωνία τῇ ἐν πω ε ἐναλλὰξ τμήματι γωνία *lege* ἐν πω ἐναλλὰξ τμήματι γωνία, ὅ paulo post ἴση ὄντι τῇ ὑπὸ δζε ἐναλλὰξ. *lege* ἴση ὄντι τῇ ἐν πω ἐναλλὰξ τμήματι γωνία τῇ ὑπὸ ζχε.

Ergo angulus EHF angulo EGF est æqualis | Est enim angulus AEF æqualis angulo BDE ex 29. primi elementorum.

Et sunt æquales duobus rectis] *Ex 22. tertij elementorum.*

Diameter igitur est EF ipsius EF circuli] Huius conuersa ab Apollonio demonstratur D
in 27. secundi libri conicorum, non solum in circulo, sed etiam in ellipsi.

THEOREMA XCI. PROPOSITIO XCVII.

Sit circulus ABD , quem contingant rectæ lineæ BC, CA ; & angulus C bifariam secetur recta linea CD . Dico in CD circuli ABD centrum consistere.

Iungantur DA, AE, DE, BE . Et quoniam contingit quidem AC , fecat autem CD , erit rectangulum DCB æquale quadrato ex CA . ergo angulus DAC est æqualis angulo AEC . & eadem ratione angulus DBC angulo BEC . Sed angulo BAC æqualis est angulus BEC . angulus igitur DAE angulo DBE est æqualis. ergo rectus vterque ipsorum, & DE diameter est circuli ABD . Ex quo sequitur, ut in ipsa CD circuli ABD centrum consistat.



COMMENTARIVS.

Quem contingant rectæ lineæ BC, CA] A puncto c procedentes rectæ lineæ CA, CB A
circulum contingant in punctis AB .

lungantur DA, AE, DE, BE] Græcus codex χ $\epsilon\iota\zeta\upsilon\chi\theta\alpha\sigma\alpha\upsilon$ $\epsilon\iota$ $\delta\alpha$, $\alpha\epsilon$, $\delta\beta$, $\beta\epsilon$. Ego B legendum puto $\epsilon\iota\zeta\upsilon\chi\theta\alpha\sigma\alpha\upsilon$ sine particula χ .

Et quoniam contingit AC , fecit autem CD , erit rectangulum BCA æquale qua-

Ergo angulus DAC est æqualis angulo AHC. Videtur hic locus in Græco codice totus corruptus esse, quæ sic habet ἰση ἀρα ἐστὶ καὶ ἡ γωνία δ α γ γωνία τῆ ἰσῆς α γ δ γωνία διὰ ταῦτα καὶ ἡ ἰσῆς δ α ε γωνία ἰση ἐστὶ τῇ ἰσῇ β γ δ ἀλλὰ τῇ ἰσῇ α γ δ ἰση ἐστὶ ἡ ἰσῆς β γ δ γωνία, neque enim angulus DAC æqualis est angulo ACD, neque DAE ipsi BCD. Sed forte legendum erit hoc pacto. ἰση ἀρα ἐστὶ καὶ ἡ ἰσῆς δ α γ γωνία τῇ ἰσῇ α β γ γωνία, διὰ ταῦτα καὶ ἡ ἰσῆς δ β γ γωνία τῇ ἰσῇ β ε γ ἀλλὰ τῇ ἰσῇ ε α γ ἰση ἐστὶ ἡ ὑπὸ ε β γ γωνία. Uereor tamen ne multa desiderentur.

Angulus igitur $\triangle DAB$ angulo $\triangle DBE$ est æqualis] Ego hoc ita demonstrarem. Quoniam $\triangle CAE$ quidem circulum contingit, CD vero secatur, erit rectangulum $\triangle DCB$ æquale quadrato ex CA . & eadem ratione idem rectangulum $\triangle DCB$ æquale erit quadrato ex CB . quadratum igitur ex CA æquale est quadrato ex CB . ideoque recta linea CA rectæ CB est æqualis. Sed angulus $\triangle ACB$ æqualis est angulo $\triangle BCB$. ergo & basis AB basi EB , & reliqui anguli reliquis angulis æquales: Videlicet angulus $\triangle CAE$ angulo $\triangle CBE$, & angulus $\triangle ABC$ ipsi $\triangle BB$. Rursus quoniam rectangulum $\triangle DCE$ æquale est quadrato ex CA , ut DC ad CA , ita est AC ad CB , & sunt circa

æquales angulos latera proportionalia. triangulum igitur CAE simile est triangulo CDA. Et eodem modo demonstrabitur triangulum CBE simile triangulo CDB. ergo angulus DAC est æqualis angulo ABC, & angulus DEC, angulo BEC, & ob id angulus DAC æqualis est angulo DEC. Sed angulus EAC est æqualis angulo EBC, ut demonstratum fuit. reliquus igitur angulus DAE reliquo DBE est æqualis.

IN DECIMO SECVNDO.

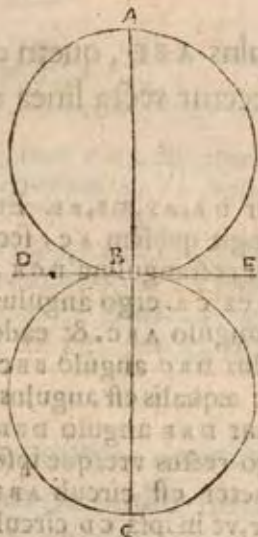
LEM.

III.

THEOREMA XCII. PROPOSITIO XCVIII.

Sint duo circuli AB, BC, sese contingentes in puncto B, & ducatur recta linea ABC, sitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum in ipsa ABC consistere.

Ducatur DBE, quæ utrumque circum contingat. rectus igitur est angulus ABD & quidem deinceps angulus DBC est rectus; contingitque DE circum BC. centrum igitur circuli BC in ipsa EC consistit. Similiter & centrum circuli AB.



THEOREMA XCIII. PROPOSITIO XCIX.

LEM.

IV.

Sint rursus AB, BC circulorum diametri. Dico circulos AB, BC se invicem contingere.

Ducatur rursus DBE, quæ circum AB contingat. rectus igitur est angulus ABD. & qui deinceps DBE est rectus. atque est in ipsa BC centrum circuli BC, ergo DE circum BC contingat. Sed & contingit AB circum in B puncto. circulus igitur AB circum BC in puncto B contingat necesse est in eadem figura.



COMMENTARIVS.

Sint rursus AB, BC circulorum diametri] *Græcus codex* ἔσθωσαν πάλιν αὐτὰ αβ, βγ κῶ. A κλῶν sed forte addendum erit διαμέτροι.

Atque est in ipsa BC centrum circuli BC] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur, B* χὲν ἐκαστὴν κέντρον ἢ βγ.

THEOREMA XCIV. PROPOSITIO C.

LEM.
V.

Sint duo circuli AB, BC sese in puncto B contingentes, & ducatur ACB, sitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum esse in ipsa BC.

Ducatur circulos contingens DE. Quoniam igitur DE circulum AB contingit, & per centrum ducitur AB; erit angulus DBC rectus ducta autem est a tactu BC. ergo in ipsa BC centrum circuli BC consistit. Sed & illud idem constat hoc modo.

Si enim ducatur BEG, & CF, AG iungantur, fiet angulus DBE æqualis vtrique ipsorum BAG, BCF. ergo angulus CFB est æqualis angulo AGE. atque est angulus AGB rectus; rectus igitur est & BEC, & idcirco in ipsa BC est centrum BC circuli. Eadem quoque ratione si ponamus centrum circuli BC esse in linea AB, ostendemus etiam in ipsa circuli AB centrum in esse.



COMMENTARIVS

Ducatur circulos contingens DE] *Transibit ea necessario per punctum B, alioqui utrosque circulos non contingeret.*

Quoniam igitur DE circulum AB contingit, & per centrum ducitur AB] *Græcus B codex* ἐπεὶ δὲ ἐφάπτεται ἡ δὲ τῇ αβ κύκλῳ διὰ τῆς κέντρον ἢ αβ, ὥστε ne legendum sit διὰ δὲ τῆς κέντρον ἢ αβ. Vel χὲν διὰ τῆς κέντρον ἢ αβ.

Ducta autem est a tactu BC. ergo in ipsa BC centrum circuli BC consistit] *Græcus C codex* χὲν ἔκαστῳ ἀπὸ τῆς ἀφ᾽ ἑαυτοῦ τῆς βε. δὲ τῇ βγ τὸ κέντρον ἀρα εἶναι τῇ βγ κύκλῳ. sed fortasse legendum erit. χὲν ἔκαστῳ ἀπὸ τῆς ἀφ᾽ ἑαυτοῦ ἢ βγ δὲ τῇ βγ ἀρα τὸ κέντρον εἶναι τῇ βγ κύκλῳ.

Si enim ducatur BEG, & EF, AG iungantur, fiet angulus DBE æqualis vtrique ipsorum BAG, BCF. ergo & angulus CFB est æqualis angulo AGE] *Græcus cod. corruptus est, qui sic habet.* εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ βζ, χὲν ἐπεξέλθωσαν γζ, αη γένοιτο δὲ ἴση ἢ ὡς δ βζ γωνία ἐκαστὴν ἑξ᾽ ἑαυτοῦ εζγ, αη β γωνία. fortasse autem hoc pacto resituetur. εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ βζη, χὲν ἐπεξέλθωσαν αἱ γζ, αη, γένοιτο δὲ ἴση ἢ ὡς δ βζ γωνία ἐκαστὴν ἑξ᾽ ἑαυτοῦ βαν, βγζ, ἴση ἀρα εἶναι ἢ γζβ γωνία τῇ ακβ. angulus enim DBE, ex 32. tertij elementorum æqualis est vtrisque ipsorum BAG, BCF. & quoniam angulus ad B est communis vtrisque triangulus ABG, CBF, erit, & reliquus CFD æqualis reliquo AGE æqualis.

THEOREMA XCV. PROPOSITIO CI.

LEM.
VI.

Sed rursus sint AB, BC circulorum diametri. Dico circulos sese inuicem contingere.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIII.

LEM.

VIII.

A

B

C

Sit circulus ABC, iunganturque AB, BC, AC: & a puncto A ducatur recta linea AE, ita vt angulus B angulo EAC sit æqualis. Dico DE circulum ABC in puncto A contingere.

Sit recta linea AC transit per centrum, illud manifeste patet; sit enim angulus EAC rectus, cum rectus sit angulus ad B. hoc autem demonstratum est. Si vero non transit per centrum sit centrum F, & ducta AF producat ad E iungaturque BG. rectus igitur angulus AEG. Et quoniam angulus quidem EAC angulo ABC est æqualis, angulus vero GAC in eadem portione est æqualis angulo GBC; erit totus EAG angulus æqualis angulo ABG. Sed angulus ABG est rectus. rectus igitur & EAG, atque est AF semidiameter. ergo DE circulum ABC contingit. hoc enim demonstratum est.



COMMENTARIUS.

Iunganturque AB, BC, AC] *Græcus codex* $\delta\epsilon\ \epsilon\pi\epsilon\sigma\epsilon\upsilon\chi\theta\alpha\ \eta\ \alpha\beta, \beta\gamma$ ego legendum censeo $\alpha\gamma$. A

Ita vt angulus B angulo EAC sit æqualis] *Græcus codex* $\omega\sigma\epsilon\ \iota\sigma\alpha\nu\ \epsilon\iota\sigma\alpha\iota\ \tau\eta\nu\ \gamma\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\nu$ B
 $\tau\eta\ \iota\sigma\alpha\iota\ \epsilon\alpha\gamma\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\ \lambda\epsilon\gamma\epsilon\ \tau\eta\nu\ \beta\ \gamma\omega\gamma\iota\alpha\nu$.

Dico DE circulum ABC in puncto A contingere] *Græcus codex* $\delta\tau\iota\ \iota\sigma\alpha\pi\tau\epsilon\tau\alpha\iota\ \eta\ \delta\epsilon\ \tau\delta\ \alpha\beta\ \chi\upsilon\lambda\lambda\epsilon\ \lambda\epsilon\gamma\epsilon\ \tau\delta\ \alpha\beta\gamma\ \chi\upsilon\lambda\lambda\epsilon$. C

Ergo circulum ABC contingit] *Ex 16. tertij elementorum.* *Græcus autem codex* $\iota\sigma\alpha\pi\tau\epsilon\tau\alpha\iota\ \delta\pi\alpha\ \eta\ \delta\epsilon$. D
Ut arbitror $\iota\sigma\alpha\pi\tau\epsilon\tau\alpha\iota\ \delta\pi\alpha\ \eta\ \delta\epsilon$.

THEOREMA XCVIII. PROPOSITIO CIV.

LEM.

IX.

Quod cum ita sit præcedentis conuersa demonstrabitur, nempe. Parallelis existentibus AC, DE circulos ABC, DBE se inuicem contingere in puncto B.

Ducatur rursus recta linea FG, circulum ABC contingens. ergo angulus ABF est æqualis angulo C. Sed angulus ABF est etiam æqualis angulo EBG. angulus autem D angulo C alterno est æqualis: & angulus GBE angulo D. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta linea FG circulum DBE contingit. Sed & contingit circulum ABC in puncto E. circulus igitur ABC circulum DBE in puncto B contingit



PRO-

PROBLEMA VI. PROPOSITIO CV.

LEM.
X.

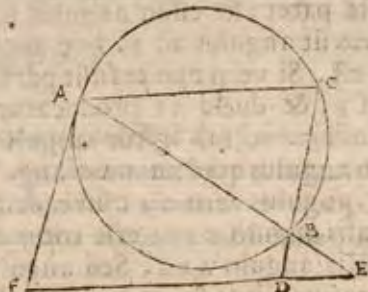
A Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE , ab ipsis DE si inflectatur DBE , & producat, facere AC ipsi DE parallelam.

B Factum iam fit, & ducatur cotingens FA .

Quoniam igitur AC parallela est ipsi DE , angulus C angulo CDE est æqualis. sed etiam est æqualis angulo FAE , etenim FA circulo contingit, & AB secatur angulus igitur FAE æqualis est angulo CDE , ac pro-

C pterea in circulo sunt $ABDE$ puncta. ergo rectangulum ABB rectangulo FED est æquale. datum autem est rectangulum ABB quod æquale sit quadrato lineæ cotingentis, quare & rectangulum DEF est datum,

D & data DE . data igitur & EF . Sed & positione, atque est datum punctum E . ergo & ipsum F . A dato autem puncto F . ducta est recta linea FA , quæ circulum ABC positione datum contingit. ergo & FA positione, & magnitudine datur. & est datum punctum F . datum igitur & A . sed & E datum, positione igitur est AB . est autem, & circulus positione. ergo & punctum B . at datum est utrumque ipsorum DE . utraque igitur DB , BE positione erit data.



Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC : data autem duo puncta DE . & quadrato rectæ lineæ cotingentis ponatur æquale id, quod DE , & alia quadam linea EF continetur. deinde a puncto F ducatur recta linea FA , circulum ABC contingens, & iungatur AE . ducta vero DE producat ad C , & AC iungatur. Dico AC ipsi DE parallelam esse. Quoniam enim rectangulum FED æquale est quadrato rectæ lineæ cotingentis, & eidem

A æquale est rectangulum ABB ; erit ABB rectangulum rectangulo FED æquale. In circulo igitur sunt FA , BD puncta, ideoque FAE angulus æqualis est angulo BDE . Sed & angulus FAE æqualis est angulo, qui in altera circuli portione consistit, videlicet ipsi ACB . angulus igitur ACB . angulo BDE est æqualis, & sunt alterni. ergo AC ipsi DE parallela sit necesse est.

COMMENTARIUS.

A Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE ab ipsis DE si inflectatur DBE , & producat, facere AC ipsi DE parallelam] Græcus codex θέσει δοθέντος κύκλου τῷ $αβγ$ καὶ δύο δοθέντων ᾗ δ $ε$, ἀνδοθῇ ἡ δ $β$ $ε$, καὶ ἐκβληθῇ ποιῆν παράλληλον τῇ $αγ$ τῇ δ $ε$ qui locus corruptus videtur, & fortasse enim ita restituerimus θέσει δοθέντος κύκλου, & $ε$. τῷ $αβγ$ καὶ ἡ δ $β$ $ε$ καὶ ἐκβληθῇ ποιῆν παράλληλον τῇ $αγ$ τῇ δ $ε$. Eodem enim loquendo modo usus est Pappus in quarto libro propositione 34. θέσει ἡ δ $αγ$ καὶ τὸ δοθέντων ἐκ αὐτῆς ᾗ $αβγ$ διαστάσιν ποίσα τὴν ὑπὸ $αγβ$ γωνίαν τῇ ὑπὸ $γαβ$ & in hoc eodem libro propositione 117. ὑπὸ τῶν $θζ$ κεκλῆσθαι $θγζ$ ὡς παράλληλοι ἐναίτην $βη$ τῇ $θζ$ & Euclides, seu Theon in tertio libro elementorum propositione 20. κεκλῆσθαι δὴ πάλιν, καὶ ἔστω γωνία ἑτέρα ἢ ὑπὸ $βδγ$, καὶ ἐκτευχῆσαι ἡ δ $ε$ ἐκτεβλήσθαι ἐπὶ τὸ $η$.

Erit autem problema tale.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE inuenire in circuli circumferentia punctum E , ad quod si ducatur, EB, DB , & producantur in AC puncta, iunganturque AC, DE , recta linea AC sit ipsi DE parallela.

Factum iam sit, & ducatur contingens FA] Græcus codex γαγονέτω καὶ ἡ γὰρ ἐφαπτο. B
μὲν ζῆν lege ἡ ζα.

Ac propterea in circulo sunt AB, DF puncta] Quoniam enim angulus FAB est æqualis C
angulo BDB , & duo anguli BDE, BDF sunt æquales duobus rectis, erunt, & anguli FAB, BDE duobus rectis æquales. ergo quadrilateri AB, DF reliqui anguli AED, DBA duobus rectis æquales sunt: ex quibus sequitur per conuersam 22. tertij elementorum puncta AB, DF in circuli circumferentia esse.

Data igitur & EF] Videlicet magnitudine ex 53. datorum. Græcus codex δεδωμένη ἀρα καὶ D
ἡ βζ. lege καὶ ἡ βζ.

A dato autem puncto F ducta est recta linea FA , quæ circumlunum ABC positione da- E
tum contingit] Græcus codex ἀπὸ δεδομένης σημείας τῆς ζ δὲ δέσσει δεδομένης κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτομένης πρὸς ἐνθεῖαν ἡ καὶ ἡ ζαγ. Sed legendum puto ἀπὸ τοῦ δεδομένης σημείας τῆς ζ δέσσει δεδομένης κύκλου τῆς αβγ ἐφαπτομένης ἐνθεῖα ἡ καὶ ἡ ζα.

In circulo igitur sunt FA, BD puncta, ideoque FAB angulus æqualis est angulo F
 BDE] Ex conuersa 36. tertij elementorum sequitur quattuor puncta FA, BD in circuli cir-
cumferentia esse. ergo anguli FAB, BDE sunt æquales duobus rectis ex 22. tertij, sed & duo-
bus rectis æquales sunt anguli BDF, BDE dempto igitur communi angulo BDF reliquus FAB
reliquo BDE æqualis erit. Græcus autem codex corruptus est & mancus, qui sic habet καὶ κύ-
κλου ἀρα ὅτιν ἡ καὶ ἡ ζα εἰ γὰρ καὶ τῇ καὶ ἡ βδ εἰ γὰρ καὶ & fortasse ita restitueretur ἐν κύκλῳ ἀρα
ὅτι τὰ αβ, δζ σημεία ἴση ἀρα ὅτιν ἡ καὶ ἡ ζα εἰ γὰρ καὶ τῇ καὶ ἡ βδ εἰ γὰρ καὶ.

IN DECIMOQVARTO.

THEOREMA XCIX. PROPOSITIO CVI.

Sint duo circuli ABC, ADE , qui sese in puncto A contingant, & a pun-
cto A ducantur rectæ lineæ ADB, AEC , & DE, BC iungantur. Dico DE
ipsi BC parallelam esse.

Ducatur à puncto A recta linea contingens
 FG . angulus igitur FAB utrique ACB, ABD est
æqualis, & ob id ACB angulus æqualis est an-
gulo AED . ergo DE ipsi BC est parallela. Sed
fit parallela DB ipsi BC . Dico circulos $ABC,$
 ADE se mutuo contingere. Ducatur enim re-
cta linea FG , quæ circumlunum ABC contingat.
ergo FAD angulus est æqualis angulo C . Sed
angulus C æqualis est angulo E . angulus igitur
 FAD angulo E est æqualis. ideoque FG circu-
lum ADE contingit; hoc enim ante demon-
stratum est. circuli igitur ABC, ADE in puncto A se se contingunt.



COMMENTARIVS.

Ducatur à puncto A recta linea contingens FG] Hoc est ducatur per punctum A recta A
linea contingens FG .

Angulus igitur FAB utrique ACB, ABD est æqualis] Ex 32. tertij elementorum. B

Ergo DE ipsi BC est parallela] Ex 28. primi elementorum. C

Sed fit parallela DB ipsi BC] Desiderantur hæc in græco codice, quare legendum puto D
ἀλλὰ

330
ἀλλὰ παρ' ἄλλους ἔγωγε δὲ τῇ βγ ὅτι ἐφάπτονται, ὅς.

E Ideoque EG circulum ADB contingit, hoc enim ante demonstratum est] In propo-
sitione 103. & lemmate 8. ex precedentibus.

F Circuli igitur ABC, ADE in puncto A se mutuo contingunt.] *Hæc est principalis conclusio, quæ in græco codice desideratur.*

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO CVII.

LEM.

XII.

A Circulo positione dato ABC , & datis duobus punctis DE inflectere DAE , & facere BC ipsi DE parallelam.

Factum iam fit, & a puncto ducatur contingens

32. tertij. autem BCE , erit angulus FBC hoc est DFE aqua-

Bis angulo α . In circulo igitur sunt AB, BF pun-
29. primi. α & ideo rectangulum ADB rectangulo EDF est

36. tertij. C æquale. datum autem est ADB rectangulum, quod æquale fit quadrato contingentis. quare, &

quod equale sit quadrato contingentis. quare, &
& rectangulum BDF est datum, & data DE ergo,

& D F. sed & positione, & datum punctum D. datum igitur, & F. a dato igitur puncto F ad cir-

culum positione datum contingens ducta est FB.
ergo FB positione est data, & datum punctum B.

D sed & **D** datum. positione igitur est **BD**. quod
E cum circulus **ABC** positione sit, datum erit &

ME. punctum A . est autem & c datum. vtraque igitur istarum DA , AE positione data
erit.



Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC , data vero puncta DE & quadrato contingentis æquale ponatur rectangulum EDF atque a puncto F ducatur recta linea FB , quæ circulum ABC contingat; iunctaque DE ad A producat, & iungantur AB, BC . Dico BC ipsi DE parallelam esse. Quoniam enim rectangulum EDF æquale est quadrato contingentis, & eidem æquale est rectangulum ADE , erit rectangulum ADE rectangulo EDF æquale. In circulo igitur sunt puncta AB, FB . ideoque angulus A , hoc est CAF est æqualis angulo BFD ; etenim BF circulum contingit, & BC secat & sunt anguli alterni; ergo BC ipsi DE est parallela.

COMMENTARIVS.

A Circulo positione dato, & datis duobus punctis DE inflectere DAB, & facere BC ipsi DE parallelam. *Græcus codex* ὁσιν ὅτος τῷ κύκλῳ τῷ αβγ, καὶ δύο δοθέντων ᾧ δ ε, καὶ ὁδοῖσαν τὴν δ α ε καὶ ποιῖν παράλληλον τὸν β γ τῷ δ ε. *Sed ex ijs quæ in antecedenti dicta sunt forte legendum erit hoc modo.* καὶ δύο δοθέντων ᾧ δ ε καὶ ἄλλῃ τῇ δ α ε καὶ ποιῖν, &c. *necesse enim est inuenire punctum B, ita ut ducta DBA, AE, & iunctis BC, DE sit BC ipsi DE parallelæ.*

B In circulo igitur $ABEF$ puncta] Quoniam enim angulus DFB est aequalis angulo A , & sunt anguli DFB , BEF aequales duobus rectis, erunt & quadrilateri $ABFE$ anguli BAE , BEF oppositi aequales duobus rectis, puncta igitur AB , FE in circulo sint necesse est ex conuersa 22. tertii elementorum.

C Datum autem est ad b^m rectangulum, quod æquale sit quadrato contingentis] Gra-
eⁿs codex corruptissimus est, in quo legitur δεξιὴ δὲ τοῦ ὑπὸ λαῖσιν γὰρ τὰς ἀπὸ τῆς βδ δο-
κίμω μετὰ τὴν ἀποδείξιν οὐκ ἐστὶν ἀναγκαζόντων τῶν ἀπὸ τῆς αβ καὶ τῆς βδ ἀποδείξεων.
θέρτε.

V_{II}

F B D

$\angle FBD$ est æqualis angulo ad E . in circulo enim sunt $ABEF$ puncta, sed & $\angle FED$ angulus angulo C est æqualis, contingit, namque FB , & BA secant, erit & angulus C æqualis. ergo BC ipsi DE est parallela.

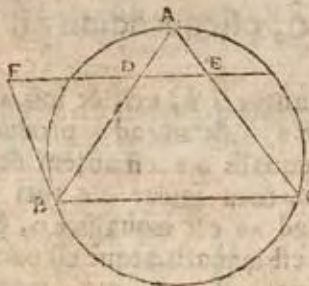
COMMENTARIUS.

- A** Ab ipsis DE inscribere DAE , & facere BC ipsi DE parallelam] *Græcus codex* ἀπὸ τοῦ $\delta\epsilon$, καὶ ἀνὰ τοῦ δ τὴν $α\lambda\epsilon$, καὶ ποιεῖν τὴν $\delta\epsilon$ παράλληλον τῇ $\beta\gamma$. fortasse autem legendum erit ἀπὸ τοῦ δ καὶ $\alpha\lambda\epsilon$ τὴν $\delta\alpha\epsilon$ καὶ ποιεῖν τὴν $\beta\gamma$ παράλληλον τῇ $\delta\epsilon$.
- B** In circulo igitur sunt BF , AC puncta] *Ex conuersa* 22. tertij elementorum.
- C** Quare rectangulum BDA est æquale rectangulo FDB .] *Ex* 35. tertij elementorum.
- D** Etenim a puncto dato A ad rectam lineam positione data facta est ADB , quæ datum angulum efficit.] *Græcus codex* ἀπὸ τοῦ $\gamma\alpha\rho$ δοθέντος τοῦ α οὗς θέσει δεδομένην γωνίαν διήκται ἡ $\alpha\delta\beta$. Vide ne aliqua desideretur sequitur autem ex trigesimo datorum rectam lineam ADB datam esse positione. ergo & magnitudine ex 26. eiusd. m. rectangulum igitur ADB datum erit.
- E** Estque datum punctum D ergo & F] *Græcus codex* manens est, in quo legitur καὶ ὅτι δοθὲν τοῦ δ adde δοθὲν ἄρα καὶ τοῦ ζ .
- F** A dato igitur puncto F ducta est FB , quæ circulum positione datum contingit] *In Græco codice* nonnulla desiderantur, sic enim habet κύκλος ἄρα ἐφαπτομένη ἥκται ἡ $\zeta\beta$. sed restituentus est in hanc sententiam ἀπὸ τοῦ $\delta\eta$ δεδομένης σημείας τοῦ ζ θέσει δεδομένης κύκλος ἐφαπτομένη ἥκται ἡ $\zeta\beta$.
- G** Sed & utrumque punctum DB , utraque igitur ipsarum DA , AC positione data erit] *Ex* 26. datorum *Græcus codex* ὅτι δὲ καὶ ἑκατέρω τοῦ $\delta\epsilon$ δοθέντων δοθὲν ἄρα ὅτιν ἑκατέρω τοῦ $\delta\alpha\alpha\epsilon$ τῇ θέσει lege ὅτι δὲ καὶ ἑκατέρον τοῦ $\delta\epsilon$ δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρω τοῦ $\delta\alpha$, καὶ τῇ θέσει.
- H** Hoc est ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque ABC] *Græcus codex* ἔτι τε τοῦ $\alpha\beta\gamma$ κύκλος ἐφαπτομένη ἥκτω ἡ $\beta\zeta$ καὶ ἐπεζεύχτω ἡ $\gamma\epsilon\alpha$, νεοειρ tamen ne aliqua desideretur.
- K** Contingit namque FB , & BA secant] *Græcus codex* ἐφαπτεται γὰρ καὶ τέμνει. Nos tamen perspicuitatis causa ita Vertere malimus. Hæc autem maius perspicua essent, si in hunc modum explicarentur.
- Ducatur per punctum D recta linea utcumque ADB , & rectangulo ADB æquale ponatur rectangulum EDF . Ducta igitur FB vel circulum ABC contingit, vel non. Si quidem contingit, iungatur AE , & producat in C . Sin minus, ducatur a puncto F alia recta linea FB circulum contingens in B , & rursus ducantur BDA , AE . Quoniam igitur rectangulum FDB est æquale rectangulo BDA , erunt puncta AB , EF in circuli circumferentia, & idcirco angulus FBA æqualis angulo FBA , sed & æqualis est angulo BCA : contingit enim FB , & secant BA . angulus igitur BCA æqualis est angulo FBA . quare BC ipsi DE est parallela.

PROBLEMA X. PROPOSITIO CIX.

Circulo ABC positionē dato, & datis duobus punctis DE, inflectere DAE, ita ut BC ipsi DE sit parallela.

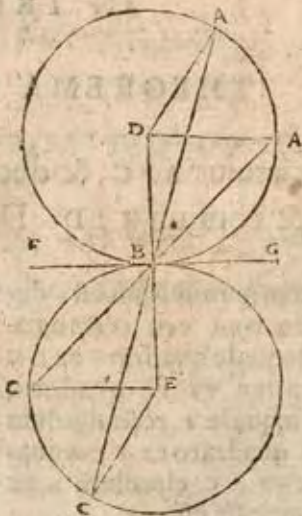
Factum iam sit, & ducatur recta linea circulum contingens EF. erunt igitur rursus in circulo AFBE puncta, & rectangulum ADB rectangulo EDF æquale erit. datum autem est ADB rectangulum. ergo & ipsum EDF. & data est DE. data igitur & DF. Sed etiam positione datum est punctum D. quare & F. positione igitur est EF. Sed & circulus. ergo punctum B est datum, & data DE puncta. utraque igitur ipsarum DA, AB data erit. quod similiter atque supra demonstrabimus, & compositio similiter erit eadem, quæ supra.



THEOREMA C. PROPOSITIO CX.

Contingant sese duo circuli AB, BC in puncto B , & summantur ipsorum centra DE , iunganturq; AD, DB, CE, EB . Sit autem AD ipsi CE parallela. Dico rectas lineas esse, quæ per DBE, ABC transeunt.

Ducatur enim recta linea FG , circulos AB , BC contingens. ex centro autem est DB . ergo angulus DBF est rectus, & eadem ratione rectus est angulus FBE . recta igitur linea est, quæ transit per DBE . Itaque quoniam AD est æqualis DE , & CE ipsi EB , erit ut AD ad DE , ita CE ad EB , & sunt circa æquales angulos DE latera proportionalia, angulus igitur DEA est æqualis angulo CBE , atque est recta linea DBE . ergo etiam recta est, quæ per ABC transit, quod oportebat demonstrare.

A
B

COMMENTARIVS.

Angulus igitur DEA est æqualis angulo CEB] Sequitur enim ex 7. sexti triangulum A
 ADB triangulo CEB simile esse.

Atque est recta linea DB ergo etiam recta est, quæ per A & C transit] *Angulus B*
 V u 2 *nam*

namque ABD , hoc est DBB , CBA sunt æquales duobus rectis. quare per 14. primi elementorum recta linea est ABC .

IN VIGESIMOQVINTO.

THEOREMA CI. PROPOSITIO CXI.

LEM.
XVI.

Æquale existente AB ipsi BC , AD vero ipsi DE , & parallela existente DE ipsi BC , ostendendum est rectam lineam esse, quæ per AEC transit.

A Iungantur AE , EC , & ipsi AE parallela
ducatur BF , & ED ad F producat. ergo
 DF est æqualis DE . est autem & AD ipsi DE
æqualis. tota igitur AE toti FB æqualis
erit. Sed AE est æqualis EC , & EC igitur
B ipsi FB est æqualis. atque est parallela recta
igitur linea est AEC , quod manifesto con-
stat.



COMMENTARIUS.

A Ergo DF est æqualis DE . Quoniam enim FB parallela est ipsi AE , fient triangula ADB
 BDF similia inter se. quare ut AD ad DE , ita BD ad DF . Sed AD posita est æqualis DE er-
go BD ipsi DF æqualis erit ex ijs, quæ nos demonstravimus ad 16. quinti elementorum.
B Atq; est parallela: recta igitur linea est AEC quod manifesto constat. Anguli n . FCE
 CEB sunt duobus rectis æquales, & angulus DFE est æqualis angulo ECB . Sed est etiam æqua-
lis ipsi DEA ob triangulorum similitudinem. angulus igitur DEA æqualis est angulo ECB , &
ideo anguli DEC , DEA duobus rectis æquales sunt. ergo recta linea est BAC .

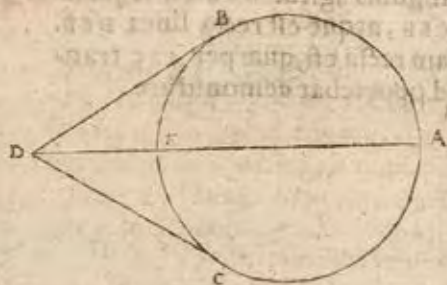
IN TRIGESIMOPRIMO.

THEOREMA CII. PROPOSITIO CXII.

LEM.
XVII.

Si sit circulus ABC , & ducantur duæ rectæ lineæ BD , DC , quæ æqua-
les sint, & contingat BD . Dico etiam DC circulum contingere.

Hoc autem manifestum est. du-
cta namque DEA erit rectangu-
lum ADE æquale quadrato ex DE .
Sed quadratum ex D quadrato
37. tertij, ex DC est æquale. rectangulum
igitur ADE quadrato ex EC æqua-
le erit. ergo DC circulum ABC
contingat necesse est.



LEM.
XVIII.

THEOREMA CIII. PROPOSITIO CXIII.

Sint duo circuli AB , BC , & per B ducatur quædam recta linea ABC , &
duæ

duæ parallelæ AD, EC , quæ à centra circulorum pertineant. Dico circulos AB, BC sese contingere in puncto B .

Sumantur circulorum centra DE , & DE, BE iungantur. recta igitur linea est quæ per DBE transit parallelæ enim sunt AD, EC : & ut AD ad DE , ita est CE ad EB . fiunt autem duo triangula, unum angulum vni angulo æqualem habentia, videlicet angulum A ipsi C , & circa alios angulos DE latera proportionalia. æquiangula igitur triangula sunt, & angulus AED angulo CBE est æqualis. atque est recta linea ABC recta igitur & DBE . Itaque quoniam recta linea est, quæ per centrum circulorum, & contactum transit: circuli AB, BC sese in puncto B contingunt, quod oportebat demonstrare.



A
B
C
29. primi.
2. sexti.
12. tertij.
D

COMMENTARIVS.

Recta igitur linea est, quæ per DBE transit] Hoc apparet ex ijs, quæ deinceps sequuntur, non autem ex antecedentibus.

Parallelæ enim sunt AD, EC] Græcus codex παράλληλος ἀρα ἐστὶν ἡ AD τῇ EC sed ar- B
bitror legendum. παράλληλος γὰρ hoc enim ante positum est.

Et ut AD ad DE , ita est CE ad EB] Græcus codex καὶ ὅτιν ὥς ἡ AD πρὸς DE . lege ὥς C
ἡ AD πρὸς DE .

Atque est recta linea ABC . recta igitur & DBE] Sunt enim anguli DBA, DBC æqua. D
les duobus rectis, hoc est anguli CBE, CBD . ergo DBE recta linea erit.

IN QVINQVAGESIMO SECUNDO.

THEOREMA CXIV. PROPOSITIO CXIV.

LEM.
XIX.

Sit AB quidem parallela CD ; AC vero ipsi BD æqualis, angulo ACD obtuso existente, & BDC acuto. Dico AD parallelogramum esse.

Quoniam enim obtusus est angulus ACD , acutus autem BDC , si punctis AB ad ipsam CD perpendiculares ducatur, ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra cadet, quæ vero a puncto B cadit intra D . itaque cadant, & sint DE, BE . parallela igitur est AB ipsi BE ipsi EF . sed & AB ipsi CD , & sunt anguli ad EF recti. ergo, & FD est æqualis EC , totaque BF toti CD . æqualis igitur est & AB ipsi CD .

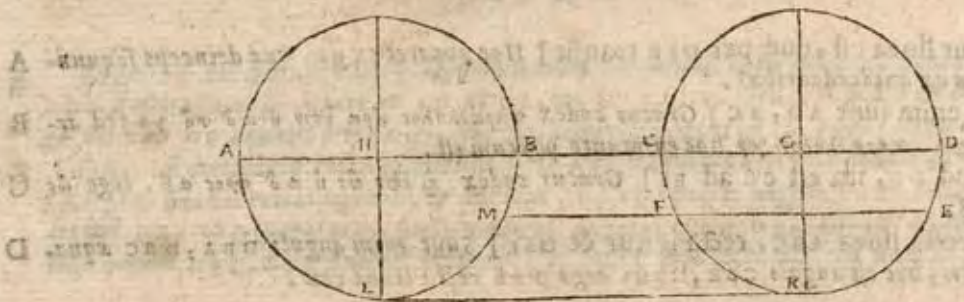


A
B
C
28. primi.
D

- A Acutus autem $\angle BDC$] *Græcus codex* ἡ γὰρ δὲ ἡ $\angle \alpha \gamma \delta$ lege ἡ $\angle \alpha \beta \gamma \delta$.
 B Ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra C cadit, quæ verò a puncto B cadit intra D] *Græcus codex* ἡ μὲν $\angle \alpha \beta \gamma$ αἱ ἑξῆς $\angle \gamma \delta \epsilon$ ἡ δὲ $\angle \alpha \beta \gamma$ βῆτος $\angle \delta$ videtur desiderari verbum $\muὴ \tauῶν$.
 C Ergo & BD est æqualis BC] Quoniam enim parallelae sunt AE, BF , itemque AB, CD , erit AE parallelogrammum, & AE æqualis BF , quod cum anguli ad EF recti sint, quadratum ex AC æquale erit duobus quadratis ex AE, BC . & eadem ratione quadratum ex BD æquale quadratis ex BF, FD . quadrata igitur ex AB, BC quadratis ex BF, FD equalia sunt, pone bantur enim AC, BD inter se æquales. ergo demptis utrinque æqualibus quadratis ex AE, BF , reliqua quadrata ex BC, FD equalia erunt; & ideo EC, FD inter se æquale. *Græcus autem codex* ἡ $\angle \alpha \beta \gamma$ δὲ ἡ $\angle \beta \delta \epsilon$ τῶν $\alpha \gamma$. ego legendum puto ἡ $\angle \delta \epsilon \tauῶν \epsilon \gamma$.

THEOREMA CV. PROPOSITIO CXV.

Sint duo circuli AB, CD inter se æquales, & per centra ducatur AD , ipsi verò CD parallela EF . Dico EF productam etiam circulum AB secare.



- A Sumantur circulorum centra GH , & a punctis GH ad rectos angulos ipsi AD ducantur GK, HL . ergo GK est æqualis HL . sed & parallela, quare & KL ipsi GH est æqualis & parallela, & ob id anguli ad KL recti sunt, & sunt ex centro GK, HL . recta igitur linea KL circulos contingit. Itaque perspicuum est eum, quæ circulum CD contingit contingere etiam circulum AB . ergo EF secans circulum CD & ipsum AB secat. producta enim cadet inter EL , quemadmodum EF inter GK continetur.
 28. primi.
 Corol.
 16. texti.]

COMMENTARIIS.

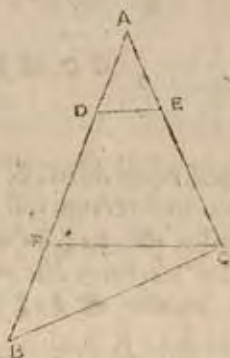
- A Et a punctis GH ad rectos angulos ipsi AD ducantur GK, HL . ergo GK est æqualis HL .] *Ex prima definitione tertij elementorum.* *Græcus autem codex corruptus est, & man- ceps, quem ita restituendum puto.* $\angle \alpha \beta \gamma \delta$ τῶν $\eta \theta$ σημείων τῶν $\alpha \delta$ ὀρθαὶ ἡ $\chi \theta$ ὁρθαὶ αἱ $\eta \chi$, $\eta \lambda$ ἴσιν. ἡ $\alpha \beta \gamma$ δὲ ἡ $\eta \chi$ τῶν $\theta \lambda$.
 B Quare & KL ipsi GH est æqualis, & parallela] *Ex 33. primi elementorum.* *Græcus autem codex.* $\chi \theta$ ἡ $\eta \lambda$ τῶν $\eta \theta$ ἴσιν ὅτι καὶ παράλληλος sed fortasse legendum est καὶ ἡ $\eta \lambda$ ὀρθαὶ τῶν $\eta \theta$ ἴσιν ὅτι καὶ παράλληλος.
 C Itaque perspicuum est eam, quæ circulum CD contingit, contingere etiam circulum AB] *Græcus codex* φανερόν ἐν ὅτι ἡ $\tau \delta$ δὲ ἐφαπτεται $\chi \theta$ $\tau \delta$ $\alpha \beta$. Sed legendum arbitror φανερόν ἐν ὅτι ἡ $\tau \delta$ $\gamma \delta$ ἐφαπτομένη ἐφαπτεται $\chi \theta$ $\tau \delta$ $\alpha \beta$.
 D Producta enim cadet inter EL , quemadmodum EF inter GK continetur] *Græcus codex hoc loco corruptissimus est, quem ego in eam sententiam restituendum arbitror.*

THEOREMA CVI. PROPOSITIO CXVI.

LEM.
XXI.

Sit DA quidem æqualis AE, BD vero maior, quam CE, & DE iungatur. Dico DE productam cum BC conuenire.

Ponatur ipsi CB æqualis DF, & CF iungatur. ergo CF parallela est ipsi DB, & conuenit cum EC, & DB igitur cum BC conueniet.

A
B

COMMENTARIVS.

Ergo EF parallela est ipsi DB] *Ex 2. sexti elementorum.*

Et DE igitur cum EC conueniet] *Ex demonstratis a Proclo in commentarijs in 29. primi libri elementorum, & a Vitellione in 3. propositione primi libri.*

A
B

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO CXVII.

LEM.
XXII.

Circulo ABC positione dato; & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipsi CF.

Factum iam sit, & per B ipsi DE parallela ducatur BG, & iuncta GC ad H producat. angulus igitur BGC, hoc est angulus A est æqualis angulo CHF. ergo in circulo sunt ACHD puncta. ac propterea rectangulum ABC æquale est rectangulo DEN datum autem est rectangulum ABC cum sit æquale quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit. ergo & rectangulum DEN est datum. atque data est DE. data igitur & EN. sed & positione. & datum est punctum E. quare, & H. Itaque a duobus punctis datis HF inflexa est HCF, ita ut BG ipsi HB parallela sit. hoc autem ante demonstratum est datum igitur est punctum C sed & B. ergo positione est CB, sed & circulus datus est. datum igitur est punctum A. est autem AD datum. ergo DA positione datur.

B
C
D
EF
G35. dato-
rum.

27.

20.

25.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC, data autem in recta linea tria puncta DEF. & quadrato H eius lineæ, quæ a puncto B ducta circulum contingit, æquale ponatur rectangulum DEN. & datis duobus punctis HF, ab ipsis in circulum inflectatur HCF, ita ut BG K parallela sit HF. iunctaque BC ad A producat. Dico rectam lineam esse, quæ per L

ABD

ABD transit. Quoniam unumquodque quod rectangulorum ABC, DEH æquale est quadrato lineæ a puncto E contingentis. erit rectangulum ABC æquale rectangulo DEH. In circulo igitur sunt puncta DH, EA. & quoniam angulus BGC angulo CHE est æqualis, angulus autem BGC æqualis angulo EAC in circulo, erit angulus BAC æqualis ipsi CHE: & sunt in circulo ACHD puncta ergo AB in eadem recta linea constituitur, in qua est BC.

COMMENTARIUS.

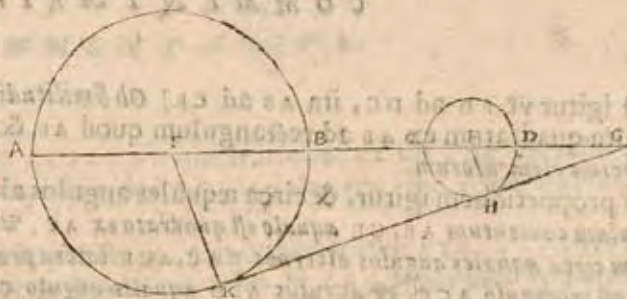
- A Circulo ABC positione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea. inflectere DAE, & facere BC in directum ipsi CF.] *Græcus codex* θέσει ὄντος κύκλου τῷ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων δε ζ ἐπ'ευθείας καὶν δοθείσαν τὴν δ α ε, καὶ ποιῶν ἐπ'ευθείας τὴν β γ τῇ γ ζ. sed forte legendum erit ex his, quæ ante dicta sunt θέσει ὄντος κύκλου τῷ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων δε ζ ἐπ'ευθείας, κλάζαι τὴν δ α ε, καὶ ποιῶν ἐπ'ευθείας τὴν β γ τῇ γ ζ.
- B Angulus igitur BGC, hoc est angulus A est æqualis angulo CHE.] *Angulus enim BGC ex 21. tertij elementorum est æqualis angulo A. Sed & æqualis est angulo CHE ex 29. primi elementorum.*
- C Ergo in circulo sunt ACHD] *Ex conuersa 22. tertij elementorum. Sunt enim anguli CHE, CHD, hoc est anguli DAC, CHD duobus rectis æquales. hæc autem nos addidimus, quæ in Græco codice desiderari videbantur. legendum igitur erit. ἴσιν ἄρα ἔστιν ἡ ἴσος β γ γωνία, ἔστιν ἡ α τῇ ἴσος γ θ ζ γωνία. ἐν κύκλῳ ἄρα ἔστι τὰ α γ, β δ συμπερία τὸ ἄρα ἴσος &c.*
- D Ac propterea rectangulum AEC æquale est rectangulo DEH.] *Ex 36. tertij elementorum.*
- E Datum autem est rectangulum ABC, cum æquale sit quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circumulum contingit] *Ex eadem 36. tertij. recta vero linea ex puncto E circumulum contingens data est, cum positione, tum magnitudine, quod datum sit punctum B, & circumulus ABC sit positione datus.*
- F Itaque a duobus punctis datis HE inflexa est HCF, ita ut EC ipsi HE sit parallela] *Græcus codex corruptus videtur, qui sic habet. γέγονε δὴ μοι ἄπο δύο δοθέντων δ ζ κ λ. ἀν καὶ ποιῶν παράλληλον τὴν β η τῇ θ κ ζ, sed forte legendum γέγονε δὴ μοι ἄπο δύο δοθέντων δ ζ κ λ κλάζαι τὴν θ γ ζ, καὶ ποιῶν παράλληλον τῇ β η τῇ θ ε ζ.*
- G Hoc autem ante demonstratum est] *In lemma 10. ex antecedentibus.*
- H Et quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circumulum contingit] *Græcus codex καὶ τῷ ἄπο τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείδω τὸ ἴσος δ ε θ. sed videtur legendum, ut infra, καὶ τῷ ἄπο τῆς ἄπο τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείδω ἴσος δ ε θ.*
- K Et datis duobus punctis HE, ab ipsis in circumulum inflectatur HCF.] *Græcus codex καὶ δύο δοθέντων σημείων δ ζ α ε καὶ κύκλον ἀπὸ δ ζ κεκλῆσθαι ἐνθεία ὡς παραλληλον τῇ τὴν β η τὸ θ ζ. sed forte legendum erit, ἀπὸ δ ζ κεκλῆσθαι θ γ ζ ὡς, &c.*
- L Iunctaque EC ad A producat] *Hæc desideratur in Græco codice, quæ nos supplenuimus. itaque legendum erit καὶ ἐπέξενω ἡ ε γ καὶ ἐκβεβλήσω ὅτι τὸ α.*
- M In circulo igitur sunt puncta DHEA] *Ex conuersa 36. tertij elementorum.*
- N Ergo AB in eadem recta linea constituitur, in qua est ED] *Quoniam enim angulus BAC est æqualis ipsi CHE, erunt anguli BAE, CHD æquales duobus rectis, & sunt in circulo ADHC. quadrilaterum igitur est ADHC in eo descriptum, ex conuersa 22. tertij, & propterea recta linea est ABD si quis enim contendat non esse ABD unam rectam lineam, sed duas & quinquelaterum esse ADHC, ducta recta linea AD, erit angulus DAC vel minor, vel maior angulo BAC, & idcirco quadrilateri AD anguli DAC, CHD oppositi minores erunt, vel maiores duobus rectis, quod minime esse potest. post hæc in Græco codice nonnulla leguntur, quæ fortasse superuacanea sunt, neque enim quid sibi velint satis intelligere possum.*

At vero ABD rectam lineam esse, etiam aliter ostendere licet, hoc modo.

A geometric diagram featuring a circle with several points labeled around its perimeter: A at the top, B on the left, G on the right, D at the bottom-left, and F at the bottom-right. Inside the circle, there are additional points: C near the center, L below C, and H below L. Outside the circle, point E is located directly below the center, between D and F. Point I is to the far left, connected by a horizontal line segment IA passing through A. A vertical line segment connects A to E, passing through C and L. Several diagonal lines are drawn: AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AL, and AN. These lines intersect to form various geometric figures, including triangles like ABC, ABD, ABE, ACF, ADF, and AGE. The diagram appears to be part of a mathematical proof or construction from a historical text.

L. PROPOSITIO CXVIII.

Sumantur enim circulo-
rum centra EF, & a pun-
cto G ducatur GH, circu-
lum CD contingens, iun-
gaturque EH, & ipsi pa-
rallela ducatur BK. Quo-
niam igitur est vt BG ad
GF, ita EK ad EH, recta
linea est quæ per CHK
transit, & est angulus H re-
ctus: rectus igitur est & K.
quare si recta linea ducta a
puncto G secat circulum CD,
producta etiam AB circulum
secabit. sed secantes cir-
culum CD sunt inter DH.
ergo productæ inter KB
erunt. atque est contingens
GK. secat igitur quæ est
inter BK, DH. Sed eadem,
& circulum AB secat. recta
igitur secans circulum CD,
& AB circulum secabit,
si a puncto G ducatur.



COMMENTARIVS.

Fiatque ut EG ad GF, ita semidiameter circuli AB ad circuli CD semidimetrum] B
Græcus codex ἡ περιμέτρου αὐτῆς ἐν τῷ τῆν ἢ δ' ὅτις, &c. lege αὐτῆς ἐν τῷ τῆν ἢ ζ. sub-
 intelligendum autem puncta ζ εἰς circuloꝝ esse centra, quod ipse postea insert.

Recta linea est, quæ per $G H K$ transit] Perspicuum hoc est, sed tamen nos lemmate ostendimus in commentarijs in 10. libri Archimedis, de ijs, quæ in aqua rebuntur.

PRIMVS Liber tactionum habet Problemata septem.

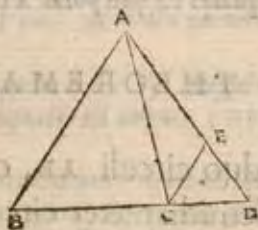
SECVNDVS Problemata quattuor.

LEM.
XXIV.

THEOREMA CVIII. PROPOSITIO CXIX.

Sit triangulum ABC , & ducatur utcumque recta linea AD , sitque ut BD ad DC , ita quadratum ex BA ad quadratum ex AC . Dico rectangulum BDC quadrato ex AD æquale esse.

- A** Ducatur per c ipsi AB parallela CE , est igitur
B ut BD ad DC , ita AB ad CE . & ita quadratum ex AB , ad rectangulum, quod AB & CE continetur. Ut autem BD ad DC , ita erit quadratum ex BA ad quadratum ex AC . ergo rectangulum contentum AB & CE quadrato ex AC est æquale.
C ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos. quare angulus CAD est æqualis
D angulo B , & propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit. hoc autem manifesto patet.



COMMENTARIUS.

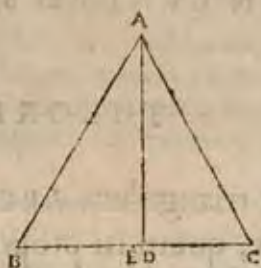
- A** Est igitur ut BD ad DC , ita AB ad CE] Ob similitudinem triangulorum ABD , ECD .
B Et ita quadratum ex AB ad rectangulum quod AB & CE continetur] Ex lemmate in 23. decimi elementorum
C Ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos, &c.] Quoniam enim rectangulum contentum AB , CE æquale est quadrato ex AC , ut BA ad AC , ita erit AC ad CE . & cum circa æquales angulos alternos BAC , ACE latera proportionalia sint, triangulum BAC simile est triangulo ACE , & angulus AED æqualis angulo CAD . Sed angulus D est communis utrique, ergo & reliquis reliquo æqualis, & triangulum BAD triangulo ACD est simile, ideoque, ut BD ad DA , ita AD ad DC , rectangulum igitur BDC quadrato ex AD est æquale.
D Et propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit] Græcus codex &c. ἴσχυρ' ἐστὶ τὸ πρὸς BA γὰρ πρὸς CE ὡς AD ἰσχυρ' ἐστὶ τὸ πρὸς BD γὰρ πρὸς DC .

IN SECVNDVM LOCVM.

THEOREMA CIX. PROPOSITIO CXX.

- A** Sit triangulum ABC , & perpendicularis AD . Dico excessum quadratorum ex BA , AC quadratorum ex AD , DC excessui æqualem esse,
B quod si BC bifariam secetur in puncto E , erit quadratorum ex BA , AC excessus id, quod bis BC , & ED continetur.

Excessum igitur quadratorum ex BA, AC æqualem esse excessui quadratorum ex AD, DC perspicue constat. est enim quadratum quidem ex AB æquale quadratis ex BD, DA. quadratum verò ex AC quadratis ex AD, DC æquale. Quo igitur quadratum ex AB excedit quadratum ex AC, eodem quadrata ex AD, DB excedunt quadrata ex AD, DC: & dempto communi quadrato ex AD, quo reliquum quadratum ex BD excedit quadratum ex DC, eodem & quadratum ex AB quadratum ex AC excedet. quadratorum autem ex BD, DC excessus est id, quod bis BC, ED continetur. ergo & quadratorum ex AB, AC excessus idem erit.



At verò quadratorum ex BD, DC excessum esse id, quod bis continetur BC, ED, hoc modo demonstrabimus.

Quoniam enim BE æqualis est EC, erit BD æqualis vtrisque CE, ED: & quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE, ED. Sed vtrarumque CE, ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED, hoc est eo, quod bis continetur BC, DE. excessus igitur quadratorum ex BD, DC, est id, quod bis BC, DE continetur.

COMMENTARIVS.

Dico excessum quadratorum ex BA, AC quadratorum ex BD, DC excessui æqualem esse] *Græcus codex* ἐστὶ μὲν ἡ τῶν ἀπὸ βδ, α γ ὑπεροχὴ lege ἡ τῶν ἀπὸ βα, α γ ὑπεροχὴ.

Quod si BE bifariam secetur in puncto E, erit quadratorum ex BA, AC excessus id, quod bis BE, & ED continetur] *Græcus codex* εἰς δὲ ἡ β γ διχατομένη τὸ ε ἡ τῶν ἀπὸ βδ ἐστὶ τὸ δις ὑπὸ β γ, ε δ. lege εἰς δὲ ἡ β γ διχατομένη τὸ ε, ἡ τῶν ἀπὸ βα, α γ ὑπεροχὴ ἐστὶ τὸ δις ὑπὸ β γ, ε δ. posset etiam legi ἡ τῶν ἀπὸ βδ, δ γ ὑπεροχὴ. sed illud magis placet.

Est enim quadratum quidem ex AB] *Græcus codex* ἐστὶ γὰρ τὸ μὲν ἑστὸ τῶν α β, lege τὸ μὲν ἑστὸ τῶν α β, vel potius τὸ μὲν ἑστὸ α β.

Quadratorum autem ex BD, DC excessus est id quod bis BE, ED continetur] Hoc deinceps probat *Græcus codex* τῶν δὲ τῶν βδ, δ γ, τὰ δις ἑστὸ β γ, ε δ. sed legendum putato: τῶν δὲ τῶν βδ, δ γ ὑπεροχὴ ἐστὶ τὸ δις ἑστὸ β γ, ε δ.

Ergo & quadratorum ex AB, AC excessus idem erit] Hæc est conclusio secundæ partis, quæ pendet ex eo, quod proximè demonstratur.

Et quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE, ED] *Græcus codex* εἰς τὸ F τῶν ε δ ἀπὸ lege εἰς τὸ τῶν βδ ἀπὸ.

Sed vtrarumque CE, ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED] Est enim quadratum vtrarumque CE, ED æquale quadratis ex CE, ED; & ei, quod bis CED continetur. ex 4. secundæ elementorum. quadratum autem ex CE rursus est æquale quadratis ex CD, DE, & ei, quod bis CDE continetur. sed ex 3. eiusdem rectangulum CED est æquale rectangulo CDE, & quadrato ex ED. Quadratum igitur vtrarumque CE, ED æquale erit ei, quod quater continetur CED una cum quadrato ex CD. ac propterea excedet quadratum ex CD eo, quod quater CED continetur.

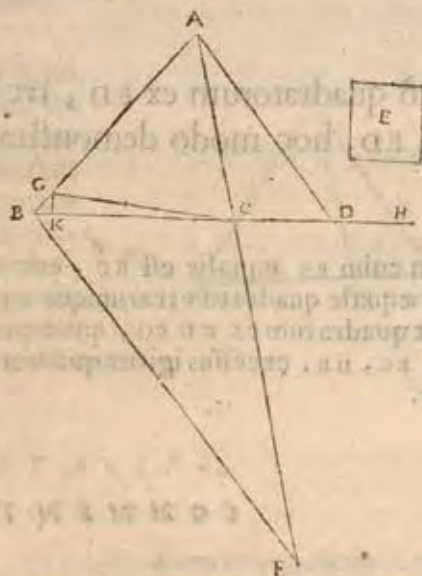
Hoc est eo, quod bis continetur BC, DE] est enim BC ipsius CE dupla.

IN EVNDEM SI NON SIT PROPORATIO AEQUALIS.
AD AEQVALE.

THEOREMA CX. PROPOSITIO CXXI.

LEM. III. Sit triangulum ABC , & quadratum ex BA quadrato ex AC sic dato
A maius, quàm in proportione. datum autem E : & proportio sit BD ad
B DC . Dico rectangulum DBC spatio E maius esse.

D Auferatur enim datum spacium,
quod sit ABG : reliqui igitur videli-
cet rectanguli BAG ad quadratum ex
E AC proportio est data, nempe eadem,
quæ BD ad DC . ponatur rectangulo
 BAG æquale rectangulum FAC . erit
F rursus reliqui rectanguli FAC ad
quadratum ex AC . hoc est rectæ li-
neæ FA ad AC proportio eadem, quæ
G BD ad DC . ergo AD ipsi BE est pa-
H rallela; & idcirco angulus F est æ-
K qualis angulo CAD . Sed angulus F
æqualis est angulo AGC . quare an-
gulus AGC angulo CAD est equalis.
L atque est angulus ADH maior angu-
lo CAD . angulus igitur ADH est ma-
M ior angulo AGC . ergo rectangulum
 DBC rectangulo ABG , hoc est dato
spacio B maius erit.



COMMENTARIUS.

- A Et quadratum ex BA quadrato ex AC sit dato maius, quam in proportione] Magni-
tudo magnitudine dato maior est, quam in proportione, cum ablato dato reliquum, ad idem pro-
portionem datam habuerit ex definitione 11. libri datorum Euclidis.
- B Datum autem E , & proportio sit BD ad DC] Græcus codex δὲ τὸν μὲν τὸ E λόγος δὲ
τὸ $τῆς βδ$ ἀπὸς τῆς $δγ$. Sed legendum est; Ut puto, δὲ τὸν μὲν τὸ E , λόγος δὲ ὁ $τῆς βδ$
ἀπὸς τῆς $δγ$.
- C Dico rectangulum DBC spatio E maius esse] Græcus codex ὅτι μᾶλλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ
 $βδγ$ τοῦ $ε$ χωρίου. lege Ut infra, τὸ ὑπὸ $βδγ$ τοῦ $ε$ χωρίου.
- D Reliqui igitur, videlicet rectanguli BAG ad quadratum ex AC proportio est data]
Ex definitione iam dicta. Sunt enim rectangula ABG , FAC equalia quadrato ex BA ex 2. se-
cundi elementorum Græcus autem codex λοιπὸν ἀπὸ τοῦ ὑπὸ $βδγ$ $ε$ $αυ$. legendum arbitror. λοι-
πὸν ἀπὸ $αυ$.
- E Nempe eadem, quæ BD ad DC] Græcus codex ὁ αὐτὸς τὸ $τῆς βδ$ ἀπὸς τῆς $αυ$. le-
ge ἀπὸς τῆς $δγ$.
- F Erit æquus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC] Græcus codex; λοιπὸν ἀπὸ
τοῦ ὑπὸ $ζαγ$ ἀπὸς τοῦ ἀπὸ $αυ$ & hoc loco legendum arbitror. λοιπὸν ἀπὸ $αυ$.
- G Ergo AD ipsi BE est parallela] Quoniam enim FA ad AC . est ut BD ad DC , erit di-
uidendi, ut FC ad CA , ita BC ad CD , permutandoque ut FC ad CB , ita AC ad CD . &
sunt circa æquales angulos, qui ad verticem latera proportionalia, triangula igitur FCE , ACD
æquiangula sunt, & angulus GBF est æqualis angulo CDA , ideoque AD ipsi BE est paralle-
la ex 27. primi elementorum.
- H Et idcirco angulus F est æqualis angulo CAD] Ex 29. eiusdem quamquam ad hoc pro-
bandum nō necesse habemus ut lineæ parallelæ. ex similitudine enim triangulorum FCE , ACD
sequi-

sequitur & angulum CBF angulo CDA . & angulum BEC angulo CAD equalem; & ob id rectam lineam AD recte BE parallelam esse.

Sed angulus F aequalis est angulo AGC . Quoniam rectangulum BAG est equale rectan- K
gulo FAC , erunt quatuor puncta GBEC in circumferentia circuli, ex conuersa 36. tertij ele-
mentorum; & idcirco quadrilateri CFBG anguli oppositi BGC , BFC sunt aequales duobus re-
ctis. sed & anguli BGC , CGA duobus rectis aequales sunt. dempto igitur communi angulo
 BGC , reliquus BEC reliquo CGA est equalis.

Arque est angulus ADH maior angulo CAD . Ex 16. primi elementorum. L

Ergo rectangulum DBC rectangulo ABG , hoc est dato spatio B maius erit. Nam M
cum angulus AGC minor sit angulo ADH , fiat ipsi ADH equalis angulus AGK . itaque qua-
drilateri AGKD anguli oppositi AGK , ADK aequales sunt duobus rectis, & AG , KD puncta
in circuli circumferentia erunt, ex conuersa 23. tertij. ergo rectangulum ABG rectangulo
 DBK est equale. sed rectangulum DBC maius est rectangulo DBK , quod CB sit maior, quam
 BK . rectangulum igitur DBC rectangulo ABG , videlicet spatio B dato est maius.

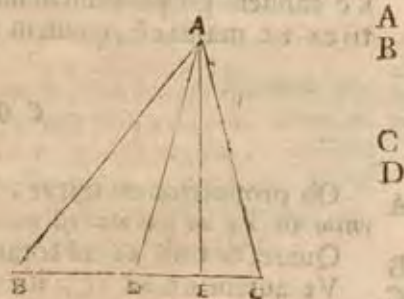
IN TERTIVM LOCVM.

THEOREMA CXI. PROPOSITIO CXXII.

LEM.
IV.

Sit triangulum ABC , & ducatur quaedam recta linea AD , quae ipsam
 BC bifariam fecerit. Dico quadrata ex BA , AC quadratorum ex AD , DC
dupla esse.

Ducatur perpendicularis AE . erunt quadrata
ex BE , EC , quadratorum ex ED , DE dupla. est
autem & quadratum ex AB bis sumptum vna cum
quadrato ex DE bis sumpto duplum quadrati ex AD
& quadrata ex BE , EC vna cum quadrato ex AE
bis sumpto quadratis ex BA , AC sunt equalia. Qua-
drata igitur ex BA , AC quadratorum ex AD , DE ,
hoc est quadratorum ex AD , DC dupla erunt.



COMMENTARIVS.

Erunt quadrata, & BE , EC quadratorum ex ED , DE dupla] Ex 9. secundi elemento- A
rum Græcus codex τὰ δὲ ἐκ τῆς αε, εγ τετραγώνια διπλάσια ἐκ τῆς εβ, εγ. ego legendum
puto τὰ δὲ ἐκ τῆς βε, εγ τετράγωνα.

Est autem & quadratum ex AB bis sumptum vna cum quadrato ex DE bis sumpto B
duplum quadrati ex AD] Quadrata enim ex AB , BD quadrato ex AD sunt equalia ex 47.
primi elementorum ex quibus sequitur per 13. quinti quadrata ex BE , EC vna cum quadra-
tis ex AB , ED bis sumptis quadratorum ex BD , DE , AD dupla esse. quorum quadratum ex
 ED bis sumptum duplum est quadrati ex BD . reliqua igitur quadrata ex BE , EC vna cum qua-
drato ex AE , bis sumpto quadratorum ex AD , DE sunt dupla.

Et quadrata ex BE , EC vna cum quadrato ex AE bis sumpto quadratis ex BA , AC C
sunt equalia] Quadrata enim ex BE , EA equalia sunt quadrato ex AB , quadrata vero ex
 AE , EC quadrato ex AC sunt equalia ex 47. primi.

Quadrata igitur ex BA , AC quadratorum ex AD , DE , hoc est quadratorum ex AD D
 DC dupla sunt] Græcus codex τὰ ἀπὸ βα, α γ διπλάσια ἐκ τῆς ἀπὸ α δ, δε τετρα-
γώνων, ἢ τὸν ἀπὸ γ δ, ε α τετράγωνον. sed legendum arbitror διπλάσια ἐκ τῆς ἀπὸ α δ
δ β τετράγωνον, ἢ τὸν ἀπὸ γ δ, δ α τετράγωνον.

LEM.
V.

THEOREMA CXII. PROPOSITIO CXXIII.

Proportione existente AB ad BC, & spacio CA, AD contento si ipsarum DB, BC media proportionalis BE sumpta fuerit, ostendendum est quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse quam in proportionem AB ad BC rectangulo CAD.

Fiat enim ut AB ad BC, ita a.
A lia quæpiam BE ad EC. ob proportionem igitur, & diuidendo, ut AC ad CB, ita est EC ad CE.

B quare & tota AF ad totam BE est

C ut AC ad CB, & permutando ut FA ad AC, ita EB ad BC ut autem EB ad BC, ita

DE ad BE, quod BE fit media proportionalis. ut igitur FA ad AC, ita est DE ad EC,

D & spacium spacio æquale. ergo quod continetur AF, EC, æquale est contento AC, DE.

E sed quod AF, EC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC, & quo re-

F ctangulum ex AF, EC excedit rectangulum AEC, eo & rectangulum ex AC, DE idem

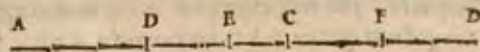
G rectangulum ex AC, DE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE maius est,

& quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius est,

quam rectangulum CAD rectangulo FEC: rectangulum autem FEC ad quadratum ex

BC eandem proportionem habet, quam AB ad BC. quadratum igitur ex AB quadra-

to ex EC maius est, quam in portione AB ad BC rectangulo CAD.



COMMENTARIUS.

A Ob proportionem igitur, & diuidendo, ut AC ad CB, ita est EC ad CE] Quoniam enim ut AB ad BC ita est BE ad EC, erit diuidendo ut AC ad CB, ita EC ad CE.

B Quare, & tota AF ad totam BE est ut AC ad CB] Ex 13. quinti libri elementorum.

C Ut autem EB ad BC, ita DE ad EC, quod BE fit media proportionalis] Facta est enim BE proportionalis media inter DE, & EC, quare ut DE ad BE, ita EB ad BC, diuidendoque ut DE ad BE, ita EC ad CB; & permutando ut DE ad BC, ita EB ad EC.

D Et spacium spacio æquale] Nam rectangulum contentum FA, AE æquale est ei, quod AC, DE continetur. ex 16. sexti elementorum.

E Sed quod AF, EC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC] Rectangulum enim contentum AF, EC ex 13. secundi elementorum est æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo AEC, & rectangulo FEC. quare rectangulum AEC excedit rectangulo FEC. Græcus codex τὸ δὲ τετραγώνιον ὑπὸ αζ, γε τὸ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει πρὸς ὑπὸ ζεγ. sed ut opinor legendum erit τὸ δὲ ὑπὸ αζ, γε τὸ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει πρὸς ὑπὸ ζεγ.

F Et quo rectangulum ex AF, EC excedit, rectangulum AEC, eo & rectangulum ex AC, DE idem AEC rectangulum excedit rectangulum igitur ex AC, DE maius est, quam rectangulum AEC rectangulo FEC] Græcus codex ὁ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ, μείζον ὅτι πρὸς ὑπὸ γεδ. sed in eo multa desiderari videtur, ut fortasse ita restituendus sit, ὁ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζ, γε τὸ ὑπὸ αεγ, τὸ πρὸς ὑπὸ ζεγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ, τὸ ἀρα ὑπὸ αγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ μείζον ὅτι πρὸς ὑπὸ ζεγ.

G Sed quo rectangulum ex AC, DE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius est, quam rectangulum CAD rectangulo FEC. rectangulum autem FEC ad quadratum ex BC eandem proportionem habet, quam AB ad BC] Græcus codex ὁ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ, τὸ πρὸς ὑπὸ ζεγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ, τὸ ἀρα ὑπὸ αγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ μείζον ὅτι πρὸς ὑπὸ ζεγ. sed mendose, ut opinor. fortasse vero ita legendum est, ὁ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ, τὸ πρὸς ὑπὸ ζεγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ, τὸ ἀρα ὑπὸ αγ, δε τὸ ὑπὸ αεγ μείζον ὅτι πρὸς ὑπὸ ζεγ. τὸ δὲ ὑπὸ ζεγ λόγον ἔχει πρὸς τὸ ὑπὸ εγ τὸ αὐτὸ πρὸς τὴν αβ πρὸς τὴν βγ. quam

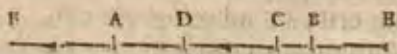
quam hoc multā deesse iure merito exillimari potest. non enim satis aperte quod propositum est concludit: esset autem illud manifestum hoc modo.

Quoniam enim rectangulum ex AC, DE aequale est rectangulo ex AF, EC, rectangulo autem ex AC, DE aequale est rectangulum AED una cum rectangulo DEC, & rectangulo ex AF, EC rursus est aequale rectangulum ex AD, EC una cum duobus rectangulis DEC, FEC, ablatō communi DEC relinquetur rectangulum AED aequale rectangulo ex AD, EC una cum FEC addatur utrique rectangulum BAD. erit rectangulum ABD una cum BAD, hoc est quadratum ex AE aequale rectangulo ex AD, EC una cum rectangulis BAD, FEC. sed rectangulo ex AD, EC una cum BAD aequale est CAD rectangulum, quadratum igitur ex AE aequale est rectangulo CAD una cum ipso FEC; de propterea maius est, quam rectangulum CAD, rectangulo FEC, rectangulum vero FEC ad quadratum ex EC est ut FB ad BC, videlicet ut AB ad BC. ergo quadratum ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportionē AB ad BC rectangulo CAD, quod demonstrare oportebat.

THEOREMA CXIII. PROPOSITIO CXXIV.

Sit proportio AB ad BC, spacium vero contentum CAD, si ipsarum DB, BC media proportionalis sumatur BE. Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse, quā in proportionē AB ad BC, rectangulo CAD,

Fiat enim ut AB ad BC. ita alia quaedam FB ad BC. deuidendo igitur & reliqua ad reliquam, est ut FA ad BE, ita AC ad CB. & permutando ut FA ad AC, ita EB ad BC, ut autem AB ad BC, ita DE ad BC. ergo & ut FA ad AC, ita DE ad BC; & spacium spacio aequale. Quod igitur FA, CB continetur aequale est contento AC, DE. commune apponatur rectangulum ABC una cum rectangulo CAD, quare totum, videlicet quadratum ex AB est aequale toti rectangulo FEC una cum CAD, quadratum igitur ex AB quadrato ex BC maius est, quam in proportionē AB ad BC rectangulo CAD, etenim ABC rectangulum ad quadratum ex BC eandem proportionem habet.



COMMENTARIUS.

Si ipsarum DB, BC media proportionalis sumatur BE] Græcus codex εαν δ' α, α β Α μέση ἀνάλογη τῇ β γ legendum puto εαν δ' β β γ μέση ἀνάλογη τῇ λ θ β η ἢ β γ.

Dico quadratum ex AB quadrato ex BC maius esse; quā in proportionē AB ad BC rectangulo CAD] In Græco codice pro λ α δ mendose ut opinor, legitur β α δ.

Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quaedam FE ad BC] Græcus codex ὅτις ἀλλή τῇς ἢ ζ ε πρὸς τὴν ε γ. sed videtur legendum ὅτις ἀλλή τῇς ἢ ζ ε πρὸς τὴν ε γ.

Diuidendo igitur, & reliqua ad reliquam est ut FA ad BE ita AC ad CB] Quoniam enim ut AB ad BC, ita FE ad BC, erit diuidendo ut AC ad CB, ita FE ad CE. quare reliqua FA ad reliquam BE est ut AC ad CE. Græcus codex διλόντι ἀρα εἰς λοιπὴν πρὸς λοιπὴν εαν αἱ ἢ ζ γ πρὸς τὴν γ ε sed legendum puto αἱ ἢ ζ α πρὸς τὴν β ε.

Ut autem FE ad BC, ita DE ad BC] Erat enim ut DE ad BE, ita BE ad BC. quare per 12. quinti elementorum DE ad BC est ut BE ad BC Græcus codex minus est, in quo legitur ὅτις αἱ ἢ ζ γ πρὸς τὴν γ ε, legendum autem est. αἱ δὲ ἢ ε β πρὸς τὴν β γ, ὅτις αἱ ἢ ε δ πρὸς τὴν ε γ.

Ergo & ut FA ad AC, ita DE ad EC, & spacium spacio aequale] Sequitur enim ex 16. sexti elementorum, rectangulum contentum FA, CE aequale esse ei, quod AC, DE continetur. Græcus codex εἰς αἱ ἀρα ἢ ζ α πρὸς τὴν α γ, ὅτις αἱ δ γ πρὸς τὴν γ ε, lege ὅτις αἱ δ ε πρὸς τὴν γ ε.

Quod igitur FA, CB continetur aequale est contento AC, DE] Græcus codex τὸ ἀρα γ α πρὸς τὴν ζ α, γ ε ἴσον ἐστὶ τῷ α δ γ. lege τῷ α δ γ, α γ.

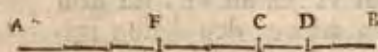
Commune apponatur rectangulum ABC una cum rectangulo CAD quare totum, videli-

videlicet quadratum ex AB est æquale toti rectangulo FBC una cum CAD .] Rectan-
gulum enim ex AC , DE æquale est rectangulo ACD , & rectangulo ACE . Sed rectangulo qui-
dem ACD una cum rectangulo CAD est æquale quadratum ex AC . rectangulo autem ACE una
cum quadrato ex AE æquale est rectangulum EAC ; & duobus rectangulis EAC , ABC qua-
dratum ex AB est æquale. Rursus duobus rectangulis, videlicet rectangulo contento FA , CE ,
& ABC æquale est rectangulum FEC . quadratum igitur ex AE rectangulo FEC una cum
rectangulo CAD æquale erit. Græcus codex κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ δεγ μετὰ τῷ ὑπὸ γαδ
ἔλον ἀρα τὸ δαδ εἶσον ἐστὶ ἔλω, &c. lege κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ αεγ μετὰ τῷ ὑπὸ γαδ
ἔλον ἀρα τὸ δαδ εἶσον ἐστὶ ἔλω, &c.

LEM. VII. THEOREMA CXIV. PROPOSITIO CXXV.

Sit recta linea AB , & duo puncta CD . Dico si quadratum ex AD , &
id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC
ad CB , componantur, fieri & quadratum ex AC , & id, quod ad qua-
dratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB , & insu-
per id, quod ad quadratum ex CD eandem, quam AB ad BC propor-
tionem habet.

B Fiat enim ut AC ad CB , ita FD ad
C DB . ergo & componendo, & reliqua
ad reliquam erit, AF ad reliquam CD ,
hoc est rectangulum contentum AF ,
 CD ad quadratum ex CD , ut AB ad



D BC . quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB ,
est rectangulum FDE . & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem,
quam AC ad CB est rectangulum ACB . Sed ad quadratum ex CD proportionem ha-
bens eandem, quam AB ad BC est id, quod AF , CD continetur. Itaque dico quadra-
tum ex AD una cum rectangulo FDB æquale esse rectangulo BAC una cum eo, quod
F AF , CD continetur. auferatur enim commune rectangulum CAD . Dico reliquum
 ADC rectangulum una cum FDB æquale esse ei, quod continetur AC , DB una cum
G contento AF , CD . Rursus commune auferatur rectangulum, quod AF , CD contine-
tur. Dico rursus rectangulum, FDC una cum FDB , hoc est totum quod continetur
H FD , CB æquale esse contento AC , BD . quod quidem ita se habet. sunt enim quattuor
rectæ lineæ AC , CB , FD , DB inter se proportionales.

COMMENTARIUS

A Dico si quadratum ex AD & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem
habet, quam AC ad CB , componatur, fieri & quadratum ex AC , &c. Græcus codex
δτι το δαδ εἶσον ἔχον πρὸς τὸ δαδ δβ δ αὐτὸν πρὸς τῆς αγ πρὸς τὴν γδ συντεθεί-
σεται, γίνεται, &c. vide re legendum sit δτι εαν το δαδ αδ, & το λογον ἔχον πρὸς τὸ δαδ
δβ δ αὐτὸν πρὸς τῆς αγ πρὸς δ γβ συντεθείσεται, γίνεται, &c.

B Fiat enim ut AC ad CB , ita FD ad DB] Græcus codex πρὸς γαρ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ λο-
γὸν ἔχον δ αὐτὸς γεγόνετω δ τῆς ζδ πρὸς δ δβ. ego legendum puto. πρὸς γαρ τῆς αγ πρὸς
δ γβ λογον ἔχοντι δ αὐτὸς γεγόνετω δ τῆς ζδ πρὸς δ δβ.

C Ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD , hoc est re-
ctangulum contentum AF , CD ad quadratum ex CD , ut AB ad BC] Quotiam enim ut
 AC ad CB , ita est FD ad DB , erit componendo ut AB ad BC , ita FB ad BD , quare & reli-
qua AF ad reliquam CD est ut AB ad BC . Sed ut AF ad CD , ita rectangulum, quod AF ,
 CD continetur ad quadratum ex CD . rectangulum igitur contentum AF , CD ad quadratum
ex CD eandem proportionem habet, quam AB ad BC . Græcus codex & συντεθείσεται ἀρα &
τα λοιπά. sed legendum arbitror & συντεθείσεται ἀρα & τα λοιπά.

D Quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB ,
est rectangulum FDB ; & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem,
quam

quam AC ad CB est rectangulum ACB .] *Ut enim* AC ad CB , ita ED ad DB , & *ut* ED ad DB , ita FDB rectangulum ad quadratum ex DB . rectangulum igitur FDB ad quadratum ex DB est *ut* AC ad CB . & eodem modo ostendetur rectangulum ACB ad quadratum ex CB ita esse, *ut* AC ad CB . *Græcus codex* τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἴσὸν γβ ἐστὶ τὸ ἴσὸν α γ β. *vide ne legendum sit.* τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἴσὸν γ β τὸν αὐτοὶ πρὸς τῆς α γ πρὸς τῆς γ β ὅτι τὸ ἴσὸν α γ β.

Itaque dico quadratum ex AD una cum rectangulo FDB æquale esse rectangulo E BAC una cum eo, quod AF , CD continetur.] *Pro quadrato ex* AC , & rectangulo ACB *assumpsit* rectangulum BAC , quod ipsis est æquale ex 3. tertij elementorum. *Græcus codex.* ὅτι ἐν τῷ ἴσῳ α δ μετὰ τὰ τὸ ἴσῳ δ γ ζ ἴσον ὅτι, &c. lege ὅτι ἐν τῷ ἴσῳ α δ μετὰ τὸ ἴσῳ ζ δ β ἴσον ὅτι, &c.

Dico reliquum ADC rectangulum una cum FDB æquale esse ei, quod continetur AC , DB una cum contento AF , CD .] *Nam si a quadrato ex* AD *auferatur* rectangulum DAC , relinquetur rectangulum ADC ex 2. secundi elementorum, & si a rectangulo BAC idem rectangulum DAC auferatur, reliquum erit quod DB , AC continetur, ex prima eiusdem.

Rursus commune auferatur rectangulum, quod AF , CD continetur. Dico rursus G rectangulum FDC una cum FDB , hoc est totum, quod continetur FD , CB æquale esse contento AC , DB .] *Si enim a rectangulo* ADC *auferamus id*, quod AF , CD continetur, reliquum erit rectangulum FDC , *Græcus codex* ὅτι ἀρα τὸ ἴσῳ ζ α γ μετὰ τὸ ἴσῳ ζ δ β α γίγεται ὁ λόγος τὸ ἴσῳ ζ δ, γ β. sed legendum puto ὅτι ἀρα τὸ ἴσῳ ζ δ γ μετὰ τὸ ἴσῳ ζ δ β γίγεται, &c.

Quod quidem ita se habet. Sunt enim quattuor rectæ lineæ AC , CB , ED , DB inter H se proportionales.] *Quoniam est* *ut* AC ad CB ita ED ad DB , rectangulum contentum AC , DB æquale est ei, quod CB , ED continetur, ex quo veluti per resolutionem constat verum esse illud, quod initio proponebatur. videlicet quadratum ex AD una cum rectangulo FDB æquale esse rectangulo BAC una cum eo, quod AF , CD continetur possumus etiam illud per compositionem concludere hoc modo.

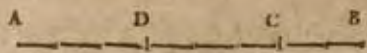
Quoniam rectangulum contentum CB , ED æquale est ei, quod continetur AC , DB ; addito utrique communi rectangulo ex AF , CB , erit rectangulum ADC una cum FDB æquale rectangulo ex AC , DB una cum rectangulo ex AF , CD , & rursus addito communi rectangulo CAD fiet quadratum ex AD una cum rectangulo FDB æquale rectangulo BAC una cum eo, quod AF , CD continetur. Idem etiam continget, si punctum D extra rectam lineam AB sumatur.

THEOREMA CXV. PROPOSITIO CXXVI.

LEM.
VIII.

Sit recta linea AB positione data, & datum quoduis punctum C in A ipsa AB . Dico quadratum ex AC , & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet, æquale esse dato, & ei, quod ad quadratum B rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C , & illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam.

Fiat enim proportio AD ad DE eadem, quæ proportio data. ergo, & proportio AB ad DE data erit, & propterea datum est punctum D . Itaque quoniam recta linea est AB , & duo puncta D , C , quadratum ex AC , & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB , æquale erit quadrato ex AD ; & ei, quod ad quadratum D ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD . quadratum igitur ex AC , & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet, eandem, quam AD ad DB , E hoc est datam, æquale est quadrato ex AD , & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB , hoc est æquale rectangulo BAD , videlicet dato, & ad huc æquale, ei quod ad quadratum ex DC eandem habet, quam AB ad BD proportionem



tionem, nimirum datam. Similiter, & si datum punctum c sit extra rectam lineam AB , eodem demonstrationis modo utemur.

COMMENTARIVS.

- A** Sit recta linea AB positione data, & datum quoduis punctum c in ipsa AB . Dico quadratum ex AC , & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet æquale esse dato, &c.] *Græcus codex* θέσει ευθεία η' AB , & τυχόν τοῦ γ , ἔτι ἐστὶ δοτὲν ἐπὶ τῆς AB , ὥστε τὸ ἀπὸ $A\gamma$, & τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γB δοθὲν ἴσον εἶναι δοθὲν. Sed legendum *supra*cor θέσει ευθεία η' AB & τυχόν τοῦ γ δοθὲν ἐπὶ τῆς AB . ὅτι τὸ ἀπὸ $A\gamma$, & τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γB δοθέντα ἴσον εἶναι δοθέντι.
- B** Et ei quod, ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum c & illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam] *Hoc est ei, quod ad quadratum rectæ lineæ CD , ut infra apparebit, datam habeat proportionem. hæc autem nos supplens, nam græcus codex corruptus, & mancus est, in quo legitur & τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς μέγαυ τῆς δοθέντος, & τῷ ἀπὸ γ δ δοθέντος. Sed quomodo legendum sit, sit diuinare nunc non licet.*
- C** Itaque quoniam recta linea est AB , & duo puncta CD , quadratum ex AC , & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB , æquale erit quadrato ex AD] *Ex antecedenti lemmate.*
- D** Et ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD] *Græcus codex* καὶ πρὸς λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ AB τὸ αὐτὸ πρὸς τῆς AD πρὸς τὸ DB & ἐν πρὸς λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ AB τὸ αὐτὸ πρὸς τῆς AB πρὸς τὸ BD . Sed legendum est, καὶ τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ DB τὸ αὐτὸ πρὸς τῆς AD πρὸς τὴν DB & ἐπὶ πρὸς λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ DB τὸ αὐτὸ πρὸς τῆς AB πρὸς τὴν BD . Quæ vero sequuntur in Græco codice Usque eo. τὸ ἀπὸ $A\gamma$ &c. superuacanea videntur.
- E** Quadratum igitur ex AC , & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB , hoc est datam, æquale est quadrato ex AD , & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem quam AD ad DB , hoc est æquale rectangulo BAD , videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam] *Græcus codex corruptus, & mancus est, quem ita restituendum censeo. τὸ ἀπὸ $A\gamma$ & τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γB , & αὐτὸν πρὸς τῆς AD πρὸς τὸ DB ἴσους εἶναι πρὸς τὸ ἀπὸ AD καὶ πρὸς λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ DB τὸ αὐτὸν πρὸς τῆς AD πρὸς τὸ DB ἴσους εἶναι πρὸς τὸ ἀπὸ BA & ἴσους εἶναι καὶ πρὸς λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ γB τὸν αὐτὸν πρὸς τῆς AB πρὸς τὸ BD , ἴσους εἶναι.*

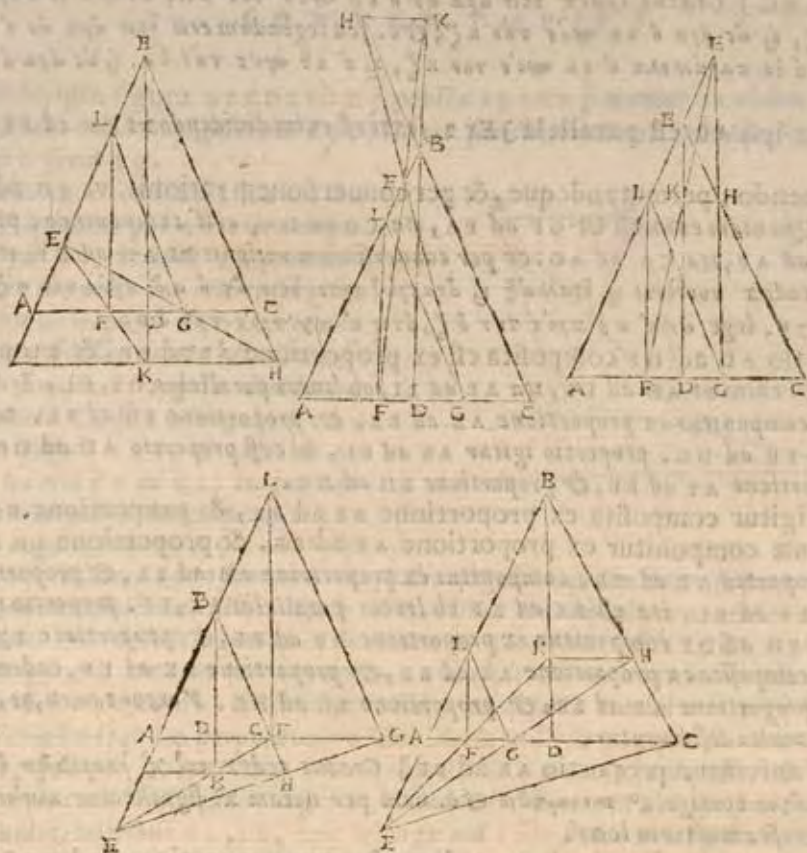
PORISMATON LIBRI III.

IN PRIMVM PORISMA PRIMI LIBRI.

LEM.
I.

THEOREMA CXVI. PROPOSITIO CXXVII.

Sit descripta figura $ABCDEFG$, sitque ut AF ad FG , ita AD ad DC , & HK iungatur. Dico HK ipsi AC parallelam esse.



Ducatur per F ipsi BD parallela FL . Quoniam igitur ut AF ad FG , ita est AD ad DE conuertendo, componendoque, & permutando. erit ut DA ad AF , hoc est in lineis parallelis, ut BA ad AL , ita CA ad AG , ergo LG ipsi BC parallela est. ut igitur AB ad BL ; ita in parallelis EK ad KF , & EH ad HC . quare ut EK ad KF , ita est EH ad HG , ideoque HK ipsi AC est parallela.

Per compositam vero proportionem hoc pacto.

Quoniam est ut AF ad FG , ita AD ad DE , conuertendo erit ut GE ad EA , ita ED ad DA : & componendo, permutandoque, & per conuersionem rationis, ut AD ad DE , ita AC ad CG . Sed proportio AD ad DE composita est ex proportione AB ad BE , & proportione EH ad HG . proportio igitur composita ex proportione AB ad BE , & proportione BK ad KF eadem est, quae componetur ex proportione AB ad BE , & proportione EH ad HG communis auferatur proportio AB ad BE : reliqua igitur proportio BK ad KF eadem est, quae proportio EH ad HG quare HK ipsi AG parallela est.

COMMENTARIVS.

Sit descripta figura $ABCEFG$, sitque ut AF ad FG , ita AD ad DE , & HE iungatur. *Puncta $ACDEFG$ ponuntur in eadem recta linea, quae est trianguli ABC basis. Sed punctum E sumitur in AB etiam ex utraque parte protracta. Vbi vero conueniunt EG , BC ponitur H ; & ubi conueniunt EF , BD ponitur K .*

Erit ut DA ad AF , hoc est in lineis parallelis ut BA ad AL . Quoniam enim FL parallela facta est ipsi DB ut DE ad EA , ita est EL ad LA . ergo & componendo ut DA ad AF , ita BA ad AL .

Ergo LG ipsi BC parallela est] Ex 2. sexti elementorum.

- D** Vt igitur AB ad BL, ita parallelis BK ad KF, & EH ad HG. quare vt BK ad KF. ita est EH ad HG] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ἐβ πρὸς τὴν βλ, ὅτως ἡ ἐν παράλληλῳ ἡ ἐκ πρὸς ἡ κζ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ἐκ πρὸς τὴν κζ, &c. sed legendum erit ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ἐβ πρὸς τὴν βλ, ὅτως ἡ ἐν παράλληλῳ ἡ ἐκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ἡ ἐθ πρὸς τὴν θη. καὶ ὡς ἄρα ἡ ἐκ πρὸς τὴν κζ, &c.
- E** Ideoque HK ipsi AC est parallela] *Ex 2. sexti est enim diuidendo* vt BF ad FK, ita EG ad GH.
- F** Et componendo, permutandoque, & per conuersionem rationis, vt AD ad DF, ita AC ad CG] *Quoniam enim est vt GF ad FA, ita CD ad DA, erit componendo, permutandoque vt DA ad AF, ita CA ad AG: & per conuersionem rationis vt AD ad DF, ita AC ad CG. Græcus codex* συνθέντι καὶ ἰναλλάξ καὶ ἀνατρέψαιτι ἔστιν ὡς ἡ ἀδ πρὸς τὴν αζ. ὅτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη. lege ὡς ἡ ἀδ πρὸς τὴν δζ, ὅτως ἡ αγ πρὸς τὴν δη.
- G** Sed proportio AD ad DF composita est ex proportione AB ad BF, & proportione EH ad HG] *Est enim* vt AD ad DF, ita AB ad BL, ob lineas parallelas DE, FL. Sed proportio AB ad BL componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EB ad BL. vt autem EB ad BL, ita EH ad HG. proportio igitur AB ad BL, hoc est proportio AD ad DF composita est ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG.
- H** Proportio igitur composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF eadem est, quæ componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *Rursus enim proportio AB ad BL, componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EB ad BL, sed vt EB ad BL, ita est EK ad KF ob lineas parallelas BK, LF. proportio igitur AB ad BL, hoc est AD ad DF componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF. ergo proportio composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF, eadem est, quæ componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. Vereor tamen, ne aut hæc in Græco codice multa desiderentur.*
- K** Communis auferatur proportio AB ad BE] *Græcus codex* καὶ χ' ἐκκεκράδω ὁ τῆς αβ πρὸς τὴν βε λόγος corrige κ' ἐκκεκράδω &c. nam per notam κ' significatur κοινός hoc est communis, vt infra multis in locis.
- L** Reliqua igitur proportio EK ad KF eadem est, quæ proportio EH ad HG] *Græcus codex* λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς ἐκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὅτι τῆς ἐθ πρὸς τὴν θη. lege λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς ἐκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὁ αὐτοῦς ὅτι τῆς ἐθ πρὸς τὴν θη.
- M** Quare HK ipsi AC parallela est] *Ex 2. sexti elementorum. Græcus codex* λόγος ἄρα ὅτιν ἡ θη τῇ αγ. ego corrigendum puto. παράλληλος ἄρα ὅτιν ἡ θη τῇ αγ.

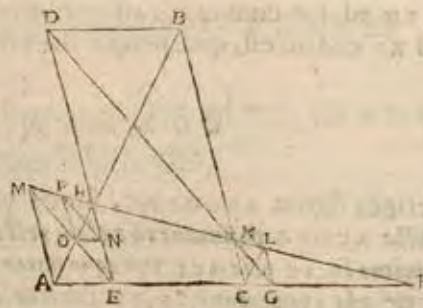
IN SECVNDVM PORISMA.

LEM.
II.

THEOREMA CXVII. PROPOSITIO CXXVIII.

- A** Sit descripta figura ABCDEFGH, & sit AF parallela ipsi DB. Vt autem AE ad EF, ita sit CG ad GF. Dico rectam lineam esse quæ puncta HKF transit.

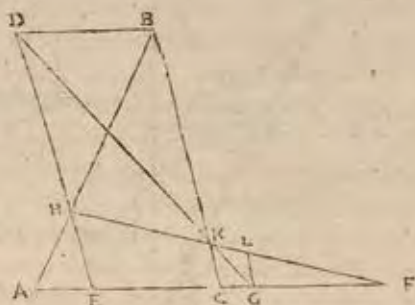
- Ducatur per G recta linea GL parallela DB, & iuncta HK ad L producat. Quoniam igitur est vt A ad EF, ita CG ad GF, vt autem AB ad CG, ita est EH ad GL; & permutando, quod duæ duabus sint parallelæ. Vt igitur BF ad FG, ita EH ad GL. atque est EH parallela ipsi GL. Ergo recta linea est, quæ per HKLF transit.



COMMENTARIVS.

Sit descripta figura $ABCDEFGH$] puncta $AECGF$ sumuntur in eadem recta linea, in qua consistunt bases triangulorum ABC , EDG . punctum autem H ubi DE secat ipsum AB , & K ubi DG secat EC .

Vt autem AB ad CG , ita est EH ad GL] Ducatur per A recta AM parallela ipsi CB , vt cum KH producta conueniat in puncto M . erit trapezium $MAEH$ simile trapezio $KCGL$, vt monstrabimus. similes autem rectilinee figure in similia triangula diuiduntur quare iuncta CL fiet triangulum CLG simile triangulo AHE , & ideo vt AB ad EH , ita erit CG ad GL ; Itaque constat ob lineas parallelas trapezij $MAEH$ angulus angulis trapezij $KCGL$ equales esse.



At vero latera, quæ sunt circumæquales angulos eandem inter se proportionem habere, hoc modo demonstrabitur. Abscindatur ab EH linea HN equalis LG ; & ab HM abscondatur HP equalis LK . deinde a puncto N ducatur NO parallela ipsi AB , & a puncto P ducatur parallela ipsi MA , quæ cum NO in puncto O conueniet. Conuenient autem in linea AH . est. n. vt EH ad HN , ita AE ad ON ; & similiter vt MH ad HP , ita MA ad PO . ergo ex lemmate, quod nos conscripsimus in 10. propositionem libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vebuntur, recta linea est, quæ per AOH transit. Dico trapezium $POXH$ æquale esse, & simile trapezio $KCGL$. nam cum circa æquales angulos, qui ad HL latera NH , HP proportionalia sint, immo vero æqualia, lateribus GL , LK , erit triangulum PHN simile triangulo KLG . quare vt HP ad PN , ita est LK ad KG , & permutando vt HP ad LK , ita PN ad KG . sed HP est equalis LK . ergo & PN ipsi KG equalis erit, & parallela, quod angulus HPN equalis sit angulo LKG & HNP ipsi LKG . non aliter demonstrabitur triangulum MHE simile triangulo KLG , & ME parallela KG , hoc est ipsi PN . Rursus quoniam PO parallela est MA , videlicet ipsi KC , erit angulus NPO equalis angulo GKC , & eadem ratione angulus PNO equalis ipsi KGC . reliquus igitur reliquo est equalis, & triangulum triangulo simile. ergo vt NP ad PO , ita GK ad KC ; & permutando. sed NP est equalis GK , vt demonstratum est quare, & PO ipsi KC equalis erit, & eodem modo demonstrabitur NO equalis CG . est igitur HN ad NO , vt HE ad EA ; & NO ad OP , vt BA ad AM , & denique OP ad PH , vt AM ad MH . quod ipsum demonstrare oportebat.

Quod duæ duabus sint parallelæ] Vereor ne hæc ab aliquo addita sint. non enim duæ duabus parallelæ sunt, nisi forte intelligat ductam CL , quod mihi non placet.

Ergo recta linea est, quæ per $HKLF$ transit] Ex eodem lemmate in 10. Archimedis de ijs, quæ in aqua vebuntur.

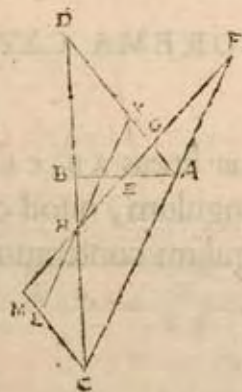
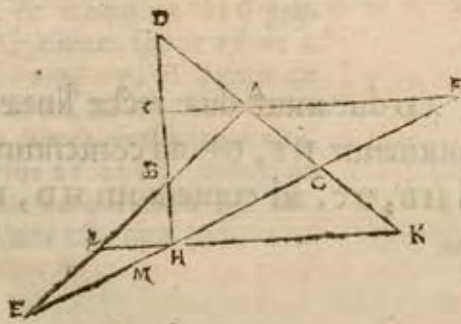
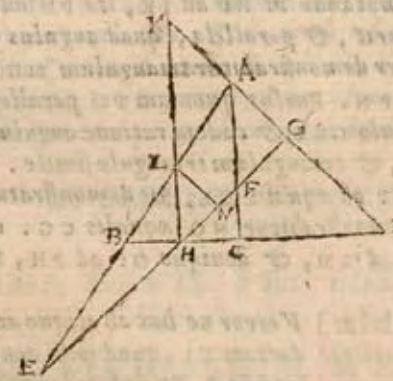
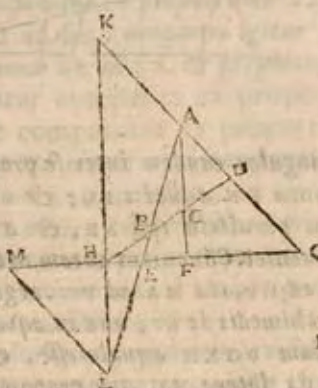
THEOREMA CXV.III. PROPOSITIO CXXIX.

LEM.
III.

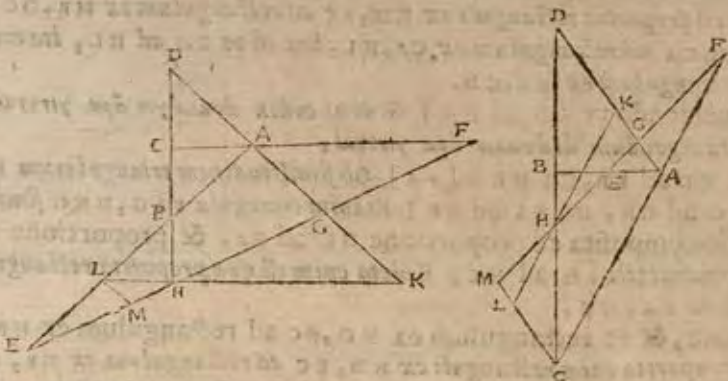
In tres rectas lineas AB , CA , AD ducantur duæ rectæ lineæ HE , HD . Dico vt rectangulum, quod continetur HE , GF ad contentum HG , FE , ita esse rectangulum contentum HB , DC . ad contentum HD , BC .

Ducatur

Ducatur per h quidem linea
 KL parallela ipsi FCA , & DA , AB
 cum ea conueniant in punctis KL ;
 per L vero ducatur LM parallela
 DA & cum BH conueniat in M .



Itaque quoniam vt BF ad FA , ita EH ad HL , vt autem AF ad FG , ita LH ad HM , A
 etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali vt BF ad FG B
 ita BH ad HM . rectangulum igitur contento HE , GF æquale est contento BF , HM . C
 Sed aliud rectangulum est, quod BF , GH continetur. ergo vt rectangulum ex BH , GF D
 16. sexti.



ad rectangulum ex EF , GH , ita est rectangulum ex BF , HM , ad rectangulum ex EF , E F
 GH ; hoc est MH ad HG ; hoc est LH ad HK . Eadem ratione, & vt KH ad HL , ita erit G
 rectangulum ex HD , BC , ad rectangulum ex HE , CD . ergo, & conuertendo vt LH ad H
 HK , ita rectangulum ex HB , CD ad rectangulum ex HD , BC . Sed vt LH ad HK , ita
 ostendimus esse rectangulum ex EH , GF ad rectangulum ex BF , GH . Vt igitur rectan-
 gulum ex BH , GF ad rectangulum ex EF , GH , ita erit rectangulum ex HB , DC ad re-
 ctangulum ex HD , BC .

Per compositam vero proportionem ostendetur hoc modo.

Quoniam proportio rectanguli ex HB , GF ad rectangulum ex HG , FE composita est K
 ex proportione, quam habet HE ad BF , & ex ea, quam FG habet ad GH atque est vt L
 HB , ad BF , ita HL ad FA , vt autem FG ad GH , ita FA ad HK ; erit proportio rectan-
 guli ex HB , GF ad rectangulum ex HG , FE composita ex proportione, quam habet HL
 ad FA , & ex ea, quam habet FA ad HK .

Sed proportio composita ex proportione HL ad FA , & proportione FA ad HK ea-
 dem est, quæ proportio LH ad HK . est igitur vt rectangulum ex HB , GF ad rectangu-
 lum ex HG , FE , ita LH ad HK .

Eadem ratione, & vt rectangulum ex HD , BC ad rectangulum ex HB , CD , ita est
 KH ad HL , & conuertendo vt rectangulum ex HE , CD ad rectangulum ex HD , BC , ita
 LH ad HK . Vt igitur rectangulum ex HB , GF ad rectangulum ex HG , FE , ita rectan-
 gulum ex HB , CD ad rectangulum ex HD , BC .

COMMENTARIVS.

Itaque quoniam vt BF ad FA , ita EH ad HL] Ex 4. sexti elementorum ob similitudi- A
 nem triangulorum EAF , ELH .

Vt autem AF ad FG , ita LH ad HM] Similia enim sunt triangu- B
 la FAG , HLM .

Etenim HK , HG ad parallelas rectas lineas terminantur] Lineæ namque MHG , LHK C
 sunt inter parallelas ML , GK . Græcus cod $x \chi \gamma \alpha \nu \theta \kappa$ $\pi \rho \sigma$ $\tau \eta \nu$ $\theta \eta$ $\epsilon \nu$ $\pi \alpha \rho \alpha \lambda \lambda \acute{\eta} \lambda \omicron$. sed for-
 te legendum est $\chi \chi \gamma \alpha \nu \theta \eta$ $\chi \chi \eta \theta \kappa$ $\epsilon \nu$ $\pi \alpha \rho \alpha \lambda \lambda \acute{\eta} \lambda \omicron$.

Ergo vt rectangulum ex BH , GF ad rectangulum ex BF , GH , ita est rectangulum ex D
 BF , HM ad rectangulum ex EF , GH .] Ex 7. quinti elementorum.

Hoc est MH , ad HG] Ex prima sexti. E

Hoc est LH ad HK] Ob similitudinem triangulorum HLM , HKG . F

Eadem ratione, & vt KH ad HL , ita erit rectangulum ex HD , BC ad rectangulum G
 ex HB

ex HB, CD] ut enim KH ad HL ita est rectangulum contentum KH, CA ad contentum CA HL, sed ex 23. sexti elementorum proportio rectanguli ex KH, CA ad rectangulum ex CA HL, componitur ex proportione KH ad CA, & proportione CA ad HL. Ut autem KH ad CA, ita HD ad DC ob similitudinem triangulorum DKH, DAC; & ut CA ad HL, ita CB ad BH: triangula enim DAC, BLH similia sunt. ergo rectanguli ex KH, CA ad rectangulum ex CA HL proportio componitur ex proportione HD ad DC, & proportione CB ad BH. ex quibus etiam composita est proportio rectanguli ex HD, BC ad rectangulum ex HB, DC. Ut igitur rectangulum ex KH, CA ad rectangulum ex CA, HL, hoc est ut KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD.

H Ergo & conuertendo ut LH ad HK] Græcus codex ἀναλόγῳ ἀπὸ γινεται ὡς ἡ λ θ πρὸς τὴν θ κ. sed puto legendum ἀνὰ πάλιν ἀπὸ γινεται.

K Atque est ut HE ad EF, ita HL ad FA] Ob similitudinem triangulorum ELH, EAF.

L Ut autem FG ad GH, ita FA ad HK] Etenim triangula FAG, HKC similia sunt.

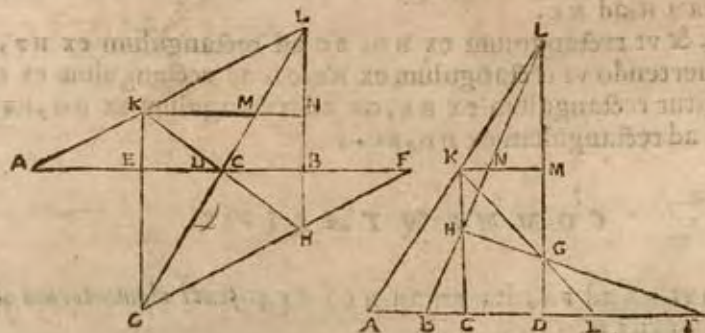
M Sed proportio composita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem est, quæ proportio LH ad HK] Eadem enim est quæ proportio rectanguli ex HL, FA ad rectangulum ex FA, HK.

N Eadem ratione, & ut rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita est KH, ad HL] Proportio enim rectanguli ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, componitur ex proportione HD ad DC, & proportione CB ad BH. sed ut HD ad DC, ita KH ad KA: & ut CB ad BH, ita CA ad HL. quod superius explicatum est. Ut igitur rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita est rectangulum ex KH, CA ad rectangulum ex CA, HL, hoc est ita KH ad HL.

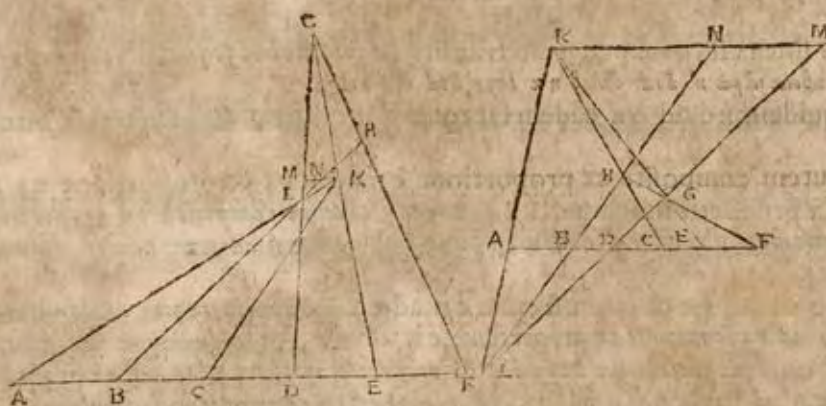
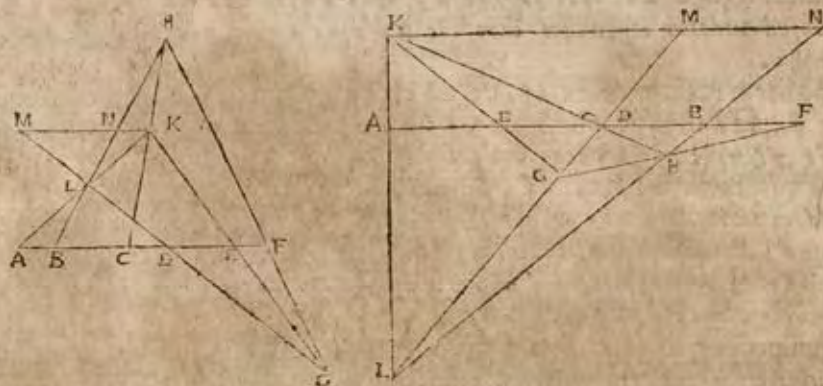
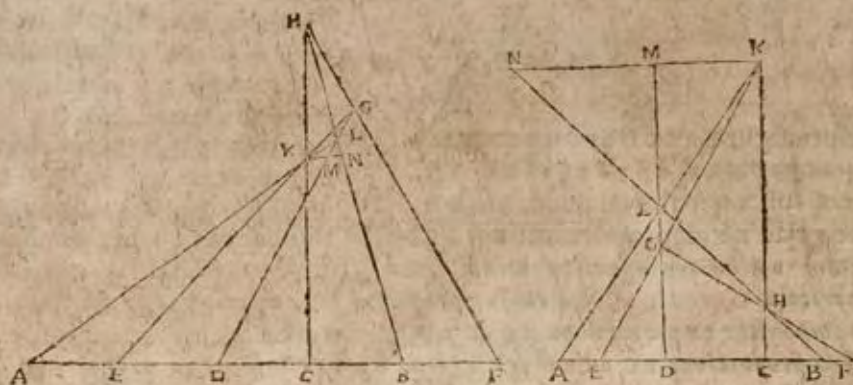
O Ut igitur rectangulum ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE] Græcus codex τὴν δὲ ὡς τοῦ ἡσθ, ζη πρὸς τοῦ ἡσθ, ζη lege ὡς ἀπὸ τοῦ ἡσθ, ζη πρὸς τοῦ ἡσθ, ζη.

THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CXXX.

Sit descripta figura ABCDEFGHKL MNX, sitque ut rectangulum quod continetur AF, BC ad contentum AB, FC ita rectangulum quod continetur AF, DE ad contentum AD, EF. Dico rectam lineam esse, quæ per puncta HGF transit.



Quoniam



Quoniam enim est ut rectangulum ex AF, BC ad rectangulum ex AB, FC, ita rectan- 1. sexti:
 gulum ex AF, DE ad rectangulum ex AD, BF; erit permutando ut rectangulum ex AF,
 BC ad rectangulum ex AF, DE, hoc est ut BC ad DE, ita rectangulum ex AB, CF ad
 rectangulum ex AD, BF. sed si per K ipsi AD parallela ducatur KM, proportio BC
 ad DE composita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & in-
 super ex proportione KM ad DE. proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectan-
 gulum ex AD, BF composita est ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad DE,
 communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM, erit re-
 liqua proportio CF ad DE composita ex proportione BC ad KN, hoc est CN ad NK,
 & proportione KM ad DE, hoc est KG ad GE. recta igitur linea est, quæ per HGF
 transit. nam si per E ipsi HC parallela ducatur EX, & iuncta HG protrahatur ad X,
 proportio quidem KG ad CE eadem est, quæ proportio KN ad EX. proportio autem
 composita ex proportione CN ad NK, & proportione NK ad EX transmutatur in
 propor-

L proportionem CH ad BX . & proportio CF ad FE eadem est, quæ CH ad EX , cum CH
M ipsi EX parallela sit. recta igitur linea est, quæ transiit per HXF . hoc enim manifeste
constat. ergo & recta est, quæ per HGF transiit.

COMMENTARIVS.

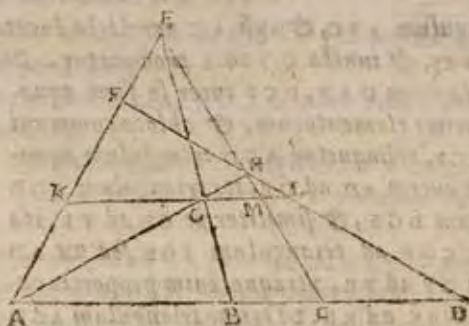
- A** Sit descripta figura $ABCDEFHGKLMNX$] Græcus codex $\kappa\alpha\tau\alpha\gamma\rho\alpha\sigma\eta\iota\iota\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta$
 $\iota\kappa\lambda$ ego legendum puto $\eta\iota\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta\kappa\lambda\mu\nu\xi$.
- B** Sed si per κ ipsi AB parallela ducatur KM , proportio BC ad DE composita erit ex
proportione BC ad KN , & proportione KN ad KM , & insuper ex proportione KM ad DE] *Proportio enim BC ad DE assumpta media linea CD , componitur ex proportione BC ad CD , & proportione CD ad DE . sed rursus proportio BC ad CD , hoc est ad KM , assumpta
media KN componitur ex proportione BC ad KN , & KN ad KM . proportio igitur BC ad DE
composita est ex proportione BC ad KN , & KN ad KM , & insuper ex proportione CD , hoc
est KM ad DE . Græcus codex $\alpha\lambda\lambda\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\tau\eta\varsigma\beta\gamma\pi\rho\omicron\varsigma\tau\eta\nu\delta\epsilon\sigma\iota\nu\eta\pi\tau\alpha\iota\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma$, $\epsilon\alpha\nu\delta\iota\alpha\delta\epsilon\tau\eta\alpha\zeta$
 $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma\alpha\chi\theta\eta\iota\iota\kappa\eta$, $\epsilon\kappa\tau\epsilon\tau\delta\tau\eta\varsigma\beta\gamma\pi\rho\omicron\varsigma\kappa\eta$, $\chi\eta\tau\eta\varsigma\kappa\eta\pi\rho\omicron\varsigma\kappa\mu$, $\chi\eta\epsilon\tau\alpha\tau\omicron\tau\eta\varsigma$
 $\kappa\mu\pi\rho\omicron\varsigma\delta\epsilon$. sed videtur legendum $\epsilon\kappa\tau\epsilon\tau\eta\varsigma\beta\gamma\pi\rho\omicron\varsigma\kappa\nu$, $\chi\eta\tau\eta\varsigma\kappa\nu\pi\rho\omicron\varsigma\kappa\mu$, $\chi\eta\epsilon\tau\iota\tau\eta\varsigma$
 $\kappa\mu\pi\rho\omicron\varsigma\delta\epsilon$.*
- C** Proportio autem rectanguli ex AB , CF ad rectangulum ex AD , EG composita est ex
proportione BA ad AD , & proportione CF ad FE] *Ex 23. sexti elementorum. Græcus co-
dex $\chi\eta\tau\delta\tau\eta\varsigma\gamma\zeta\pi\rho\omicron\varsigma\tau\eta\nu\delta\epsilon$ lege $\pi\rho\omicron\varsigma\tau\eta\nu\zeta\epsilon$.*
- D** Communis auteratur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc
est ex una quidem parte auferatur proportio BA ad AD , ex altera vero auferatur proportio
 NK ad KM , quæ eadem est ob similitudinem triangulorum ALB , KLN , & triangulorum ALD ,
 KLM . Græcus codex $\kappa\omicron\epsilon\iota\kappa\epsilon\chi\rho\epsilon\delta\omega\omicron\tau\eta\varsigma\beta\alpha\pi\rho\omicron\varsigma\alpha\delta\omicron\alpha\upsilon\tau\epsilon\varsigma\omega\tau\eta\tau\eta\varsigma\eta\kappa\pi\rho\omicron\varsigma\kappa\mu$. lege
 $\omicron\alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma\omega\nu\tau\eta\varsigma\eta\kappa\pi\rho\omicron\varsigma\kappa\mu$.]*
- E** Erit reliqua proportio CF ad FE composita ex proportione BC ad KN hoc est CH
ad HK] *Ob similitudinem triangulorum BHC , NHK . Græcus codex $\epsilon\kappa\tau\epsilon\tau\delta\tau\eta\varsigma\beta\gamma\pi\rho\omicron\varsigma$
 $\tau\eta\nu\kappa\eta$ lege $\pi\rho\omicron\varsigma\tau\eta\nu\kappa\nu$.*
- F** Erit proportione KM ad DE , hoc est KG ad GE] *Similia enim sunt triangu-
la KGM ,
 EGD .*
- G** Recta igitur linea est, quæ per HGF transit] *Quomodo hoc sequatur, deinceps ostendit
Græcus codex $\iota\upsilon\theta\iota\kappa\alpha\delta\rho\alpha\iota\delta\iota\alpha\tau\eta\theta\eta\kappa$ lege $\delta\iota\alpha\tau\eta\theta\eta\zeta$.*
- H** Proportio quidem KG ad GE eadem est, quæ KH ad EX] *Quod triangu-
la KHG , EXG
similia sint.*
- K** Proportio autem composita ex proportione CH ad HK , & proportione HK ad EX
transmutatur in proportione CH ad EX] *Propositio enim composita ex proportione CH
ad KH , & proportione HK ad EX eadem est, quæ proportio CH ad EX , nempe assumpta me-
dia HK .*
- L** Et proportio CF ad FE eadem est quæ CH ad EX] *Superius enim demonstratum est
proportionem CF ad FE componi ex proportione CH ad HK , & proportione KG ad GE , sed
proportio KG ad GE eadem est, quæ KH ad EX . proportio igitur CF ad FE composita est ex
proportionibus CH ad HK , & HK ad EX . ex quibus etiam componitur proportio CH ad EX
ergo ut CF ad FE , ita est CH ad EX . Græcus codex $\chi\eta\omicron\tau\eta\varsigma\gamma\zeta\pi\rho\omicron\varsigma\zeta\epsilon\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma\omicron\alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma\tau\eta\delta$
 $\tau\eta\varsigma\gamma\theta\pi\rho\omicron\varsigma\tau\eta\nu\theta\zeta$ lege $\pi\rho\omicron\varsigma\tau\eta\nu\epsilon\zeta$.*
- M** Hoc enim manifeste constat] *Ex nostro lemma in 10. proportionem libri Archimedis
de $\eta\varsigma$, quæ in aqua vehuntur.*

LEM.
V.

THEOREMA CXX. PROPOSITIO. CXXXI.

Si sit figura $ABCDEFKH$, sit ut AD ad DC , ita AB ad BC . sit igitur. ut AD ad DC , ita AB ad BC . Dico rectam lineam esse, quæ per AGH transit.

Ducitur per G ipsi AD parallela KL . Itaq; quoniam AD ad DC , ita AB ad BC , & AD ad BC , ita KG ad GM . Vt autē AD ad DC , ita GL ad GM : erit GL ad LM hoc est AD ad DC . quare permutando, AD ad GL , ita CD ad LM : hoc est DC ad HL . atq; est GL parallela ipsi AD . recta igitur linea est, quæ transiit per AGH . hoc enim manifestò constat.

A
B
C
D
E
F

COMMENTARIVS.

Vt autem AD ad DC , ita GL ad LM] Ob similitudinem triangulorum AHC , GHI , & A triangulorum CHD , MHL . Græcus codex $\alpha\lambda\lambda'$ $\acute{\alpha}\varsigma$ $\mu\acute{\epsilon}\nu$ η α δ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\delta\gamma$, $\delta\tau\omega\varsigma$ η $\chi\alpha$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\lambda\mu$ sed legendum puto $\delta\tau\omega\varsigma$ η $\eta\lambda$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\lambda\mu$.

Erit ut GI ad LM , ita KG ad GM] Ex II. quinti elementorum post quæ in Græco codice B hæc leguntur $\iota\gamma\iota$ $\lambda\alpha\iota\pi\eta$ η $\eta\lambda$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\lambda\alpha\iota\pi\eta\nu$ $\tau\eta\nu$ $\lambda\mu$, $\delta\tau\eta\nu$ $\acute{\alpha}\varsigma$ η $\kappa\mu$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\lambda\mu$. Sed nos ea, uti corrupta, & supernuacanea omisimus.

Hoc est AD ad DC] Est enim ut KG ad GM , ita AE ad BC ob similitudinem triangulorum KEG , AEB , & triangulorum GBM , BEC . Ut autem AB ad BC , ita ponitur esse AD ad DC . Græcus codex $\tilde{\tau}\tau\delta\eta$ $\acute{\alpha}\varsigma$ η α δ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\alpha\gamma$. lege $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\delta\gamma$.

Quare permutando ut AD ad GL , ita CD ad LM] Græcus codex $\acute{\alpha}\nu\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$ $\delta\tau\eta\nu$ $\acute{\alpha}\varsigma$ η α δ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\eta\delta$, $\delta\tau\omega\varsigma$ η $\gamma\delta$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\lambda\mu$. Vide ne legendum sit $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\alpha\zeta$ $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$ $\acute{\alpha}\varsigma$ η α δ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\eta\lambda$ $\delta\tau\omega\varsigma$ η $\gamma\delta$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\tau\eta\nu$ $\lambda\mu$.

Hoc est DH ad HL] Ex quarta sexti elementorum, quod triangula CHD , MHL sint similia.

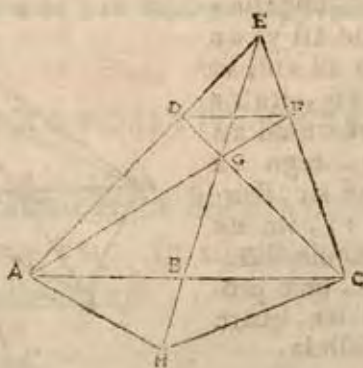
Recta igitur linea est, quæ transiit per AGH . hoc enim manifestò constat] Nam si iungatur AH transibit ea per G , alioqui sequeretur partem totæ æqualem esse; quod nos lem. ante dicto ostendimus.

THEOREMA CXXI. PROPOSITIO CXXXII.

LEM
VI.

Rursus si sit descripta figura, & DF ipsi AC sit parallela, erit AB æqualis BC . Sit igitur æqualis. Dico DF ipsi AC parallelam esse.

Quod quidem ita se habet, nam si ponamus BH æqualem ipsi GB , & AH , HC iungamus, fiet AH , CG parallelogrammum, ac propterea ut AD ad DE , ita CF ad FE . vtraque enim dictarum proportionum eadem est, quæ proportio HG ad GB . ergo DF ipsi AC est parallela.

B
C
D

COMMENTARIVS.

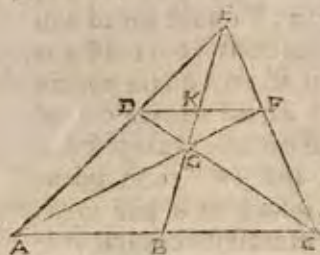
Rursus si sit descripta figura, & DF ipsi AC sit parallela, erit AB æqualis BC] Non demonstratur hoc a Pappo, sed eius conuersum demonstrabitur autem hoc modo.

ZZ 2

Sit

Sit triangulum AFC, & ipsi AC parallela ducatur DE, iungaturque AF, DC sese in puncto G secantes, & iuncta CG in B producat. Dico AB ipsi BC æqualem esse.

Triangula enim DAF, DCF inter se sunt equalia ex 37. primi elementorum, & ablato communi triangulo DGE, relinquetur AGD triangulum æquale CGF, Ut autem AD ad DE, ita triangulum AGD ad triangulum DGB, & similiter ut CF ad FE, ita triangulum CGF ad triangulum FGB sed Ut AD ad DE, ita CF ad FE, utraque enim proportio eadem est, quæ BK ad KE. Ut igitur triangulum AGD ad triangulum DGE, ita triangulum CGF ad triangulum DGE, & permutando. triangulum autem



AGD est æquale triangulo CGF. ergo, & triangulum DGE triangulo FGE: ac propterea totum triangulum AEG toti CEG æquale. At triangulum AEG ad triangulum AGB est ut AG ad GB, & ita triangulum CEG ad triangulum CGB. quare Ut triangulum AEG ad triangulum AGB, ita triangulum CEG ad triangulum ad ipsum CGB: & permutando triangulum igitur AGB est æquale triangulo CGB, & ob id recta linea AB ipsi BC æqualis.

B Nam si ponamus BH æqualem ipsi BG] Græcus codex $\epsilon\alpha\nu\ \gamma\alpha\ \tau\eta\nu\ \epsilon\beta$, $\theta\omega\ \tau\eta\ \eta\beta\ \iota\alpha\nu\ \tau\eta\ \beta\theta$. sed legendum est. $\epsilon\alpha\nu\ \gamma\alpha\ \theta\ \omega\ \tau\eta\ \eta\beta\ \iota\alpha\nu\ \tau\eta\ \beta\theta$.

C Et AH, HC iungamus, fiet AHCG parallelogramum] Quoniam enim duo latera AB BF equalia sunt duobus lateribus CB, BG, & angulum ABH est æqualis angulo ad verticem CBG. erit & basis AH æqualis basi GC totumque triangulum toti triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus equalia latera subeunduntur. angulus igitur AHB ipsi æqualis angulo BGC, ideoque recta linea AH recta CG parallela est. Eodem modo demonstrabimus CH parallelam esse ipsi AG.

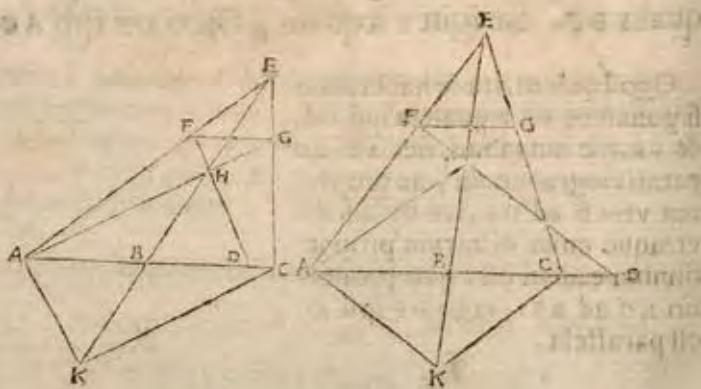
D Ac propterea ut AD ad DB, ita CF ad FB, utraque enim dictarum proportionum eadem est, quæ proportio HG ad GB] Cum enim DGC parallela sit ipsi AH erit AD ad DE, ut HG ad GB. & eadem ratione cum parallela sit AGF ipsi HC, ut HG ad GE, ita erit CF ad FB. ut igitur AD ad DB, ita CF ad FB. quare ex 2. sexti DE ipsi AC parallela erit.

LEM.
VII.

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

A Sit descripta figura, & ipsarum CB, BA sumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipsi AC parallelam esse.

B Producat EB, & per A ipsi DF parallela ducatur AK, & KC iungatur. Itaque quoniam est ut CB ad BA, ita AB ad BD, ut autem AB ad BD, ita KB ad BH; erit & ut CB ad BA ita KB ad BH. ergo AH parallela est ipsi KC. Rursus ut AF ad FE, ita CG ad GE, utraque enim dictarum eadem est, quæ proportio KH ad HE. quare FG ipsi est parallela.



COMMENTARIUS.

A Sit descripta figura, & ipsarum CB, BA sumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipsi AC parallelam esse] Sit triangulum AEC, ducaturque ad basim utcumque recta linea BB, & ut CB ad BA, ita fiat AB ad BD. postea ducatur AG, quæ secet EB in puncto H, iuncta DH ad F producat, iungaturque FG. Dico FG ipsi AC parallelam esse. Græcus codex

codex ἔσθ' καταγραφὴ κατὰ τῶν αβ, βγ μέση ἀναλογον ἔσθ' ἡ αδ. sed legendum puto ἔσθ' καταγραφὴ, καὶ τῶν γβ, βα τρίτη ἀναλογον ἔσθ' ἡ αβ.

Producatur EB & per A ipsi DE parallela ducatur AK] Græcus codex ἐκβληθεῖσα ἡ B αβ, καὶ διὰ τῆς A ἑσθ' ego legerem ἐκβληθεῖσα ἡ $εβ$.

Vt autem AB ad BD , ita KB ad BH] Ὁμοσιμετρίαν τριγώνων ABK , DBH .

Erit, & vt CB ad BA , ita KB ad BH] Græcus codex καὶ ὡς ἀρα ἡ γβ πρὸς τὴν βα lege πρὸς τὴν βα.

Ergo AK parallela est ipsi CE] Est enim vt CB ad BA , ita KB ad BH : & permutando, vt CB ad BK , ita AB ad BH , & sunt anguli ad B æquales, triangulum igitur CBK triangulo ABH ὁμοίωτον ἐστίν, & angulus BCK angulo BAH æqualis. quare AK ipsi CE est parallela. Græcus codex παράλληλος ἀρα εἶναι ἡ γθ τῇ κεγ: lege ἡ αθ τῇ κεγ.

Rursus vt AF ad BE] Græcus codex. εἶναι δὲ πάλιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν ζγ lege πρὸς τὴν ζε.

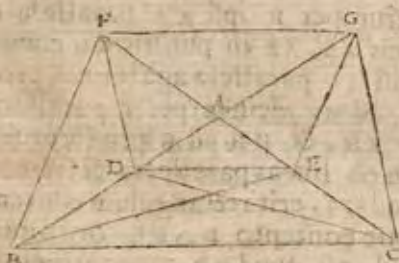
Vtraque enim distarum eadem est, quæ proportio KN ad HE] Ex 2. sexti. Græcus G codex pro $θ$ e habet $βθ$.

THEOREMA CXXIII. PROPOSITIO CXXXIV.

LEM.
VIII.

Sit bomiscos $ABCDEFG$, sitque DE ipsi BC parallela: & EG parallela BF . Dico DF ipsi CG parallelam esse.

Iungantur BE , DC , EG . erit triangulum DBE æquale triangulo DCB , commune apponatur triangulum DAE ergo totum ABE toti EDA est æquale. Rursus quoniam EF parallela est ipsi EG triangulum BFE æquale est triangulo BEG . auferatur commune AEF , reliquum igitur ABE reliquo AGF æquale erit. sed triangulum ABE est æquale triangulo ACD . ergo & ACD ipsi AFG æquale, & communi appposito triangulo ACG , fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG . & est in eadem CG basi. quare CG ipsi DF est parallela.



COMMENTARIUS.

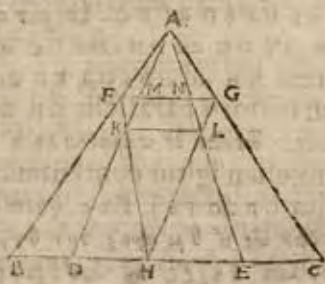
Sit bomiscos $ABCDEFG$] Huiusmodi figuram idcirco βαμίσκον appellauit, quod parui Altaris imaginem referat.

THEOREMA CXXIV. PROPOSITIO CXXXV.

LEM.
IX.

Sit triangulum ABC , in quo ducantur rectæ lineæ AD , AE : ipsique BC parallela ducatur FG , & inflectatur FHG . sit autem vt BH ad HC , A ita DH ad HE . Dico KL ipsi BC parallelam esse.

Quoniam enim est, vt BH ad HC , ita DH ad HE , erit reliqua BD ad reliquam BC , vt DH ad HE . sed vt AD ad BD ad BC , ita FM ad NG vt igitur FM ad NG , ita DH ad HE . & permutando vt FM ad DH , ita NG ad HE . vt autem FM ad DH , ita in lineis parallelis FK ad KN : & vt NG ad HE , ita GL ad LE . ergo vt FK ad KN , ita GL ad LE . parallela igitur est KL ipsi FG , & propterea ipsi BC .

B
C
2. sexti.
30. primi

COM.

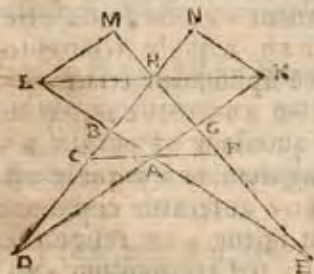
- A** Et inflectatur FHG] *Græcus codex* χ κεκλᾶσθαι ἢ ζη. *Vide ne legendum sit* χ κεκλᾶσθαι ἢ ζη.
- B** Sed ut BD ad EC, ita FM ad NG, ut igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *Græcus codex* *maneus est*, in quo legitur ὡς δὲ ἢ βδ πρὸς τὸ εγ, ὥτως ὅτιν ἢ ζη πρὸς νη, ὥτως ὅτιν ἢ δθ πρὸς τὸ θε, legendum autem est ὡς δὲ ἢ βδ πρὸς τὸ εγ, ὥτως ὅτιν ἢ ζμ πρὸς νη, χ ὡς ἀρα ἢ ζμ πρὸς νη, ὥτως ὅτιν ἢ δθ πρὸς τὸ θε.
- C** Ut autem FM ad DH, ita in lineis parallelis EK ad KH: & ut NG ad HE, ita GL ad LH] *Ob similitudinem scilicet triangulorum* FKM, DKH, *itemque triangulorum* NLO, HLE.

LEM.
X.

THEOREMA CXXV. PROPOSITIO CXXXVI.

In duas rectas lineas BAE, DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HE, sitque ut rectangulum quod continetur DH, BC ad contentum DC, BH, ita rectangulum contentum HG, FE ad contentum HE, FG. Dico rectam lineam esse, quæ per CAF puncta transit.

- Ducatur per H ipsi CA parallela KL, quæ cum lineis AB, AD in punctis KL conueniat, & per L ipsi AD parallela agatur LM, producatque EH ad M. deinde per K parallela ipsi AB ducatur KN, & DH ad N producat. Itaque quoniam ob lineas parallelas fit ut DH ad HN, ita DC ad CE, erit rectangulum contentum DH, CE æquale contento DC, HN. Sed aliud aliquod rectangulū est, quod DC, BH continetur: ergo ut rectangulū contentū DH, BC ad contentū DC, BH ita contentū DC, HN ad contentū DC, BH, hoc est HN ad HB. Sed ut rectangulū quidem contentum HD, BC ad contentum DC, BH, ita ponitur esse contentum HG, FE ad contentum HB, FG. Ut autem NH ad HB, ita KH ad HL, hoc est in lineis parallelis GH, HM, hoc est rectangulum contentum HG, FE ad contentum HM, FE. ergo ut contentum HG, FE ad contentum HB, FE, ita contentum HC, FE ad contentum HM, FE. rectangulum igitur contentum HE, FG æquale est contento HM, FE. quare ut MH ad HB, ita GF ad FE, componendoque, & permutando, ut ME ad EG, ita HE ad EF. Sed ut ME ad EG, ita est HE ad EA. & ut igitur LE ad BA, ita HE ad EF. & ideo AE parallela est ipsi KL. Sed & CA, ergo recta linea est, quæ per CAF puncta transit, quod oportebat demonstrare.

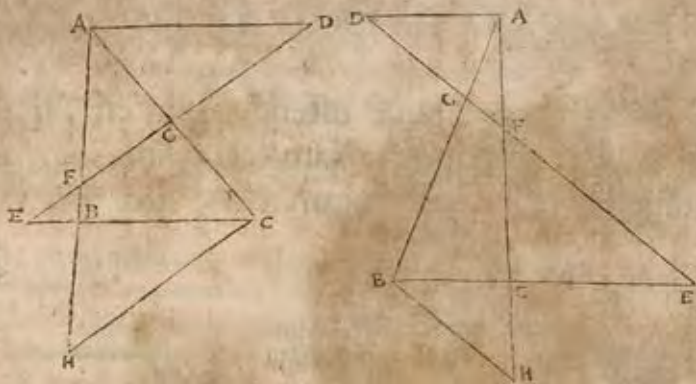


- A** Itaque quoniam ob lineas parallelas fit ut DH ad HN, ita DC ad CE] *Ut enim* DH ad HN, ita DC ad CE. *Utraque enim ipsarum eadem est, quæ proportio* DA ad AK: & permutando ut BD ad DC, ita EN ad CH. *Ut autem omnia ad omnia, ita unum ad unum ergo* ut ND ad DH, ita ED ad DC. & per conuersionem rationis, ut DN ad NH, ita DB ad BC dividendoque ut DH ad HN, ita DC ad CE.
- B** Ut autem NH ad HB, ita KH ad HL] *Similia enim sunt triangula* KHN, LHB.
- C** Hoc est in lineis parallelis GH autem HM] *Ob similitudinem triangulorum* KGH, LMH. *Græcus codex* $\tau\epsilon\tau\epsilon\rho\alpha$ ἐν παραλλήλοις ἢ νθ πρὸς τὴν θμ, lego ἢ νθ πρὸς τὸ θμ.
- D** Rectangulum igitur contentum HE, FE æquale est contento HM, FE quare ut MH ad HB, ita GF ad FE] *Ex 9. quinti elementorum. Græcus codex* *maneus est*, in quo legitur ἴσον ἀρα ὅτιν ὡς ἢ θμ πρὸς τὴν θε, ὥτως ἢ ζη πρὸς τὴν ζε. Sed cum ita resisteremus ἴσον ἀρα ὅτιν τὸ ὡς ἢ θμ πρὸς τὴν θε, ζη πρὸς τὸ θμ, ζε. χ ὡς ἀρα ἢ θμ πρὸς τὴν θε, ὥτως ἢ ζη πρὸς τὴν ζε.

THEOREMA CXXVI. PROPOSITIO CXXXV.II.

LEM.
VI.

Quæ vero ad casus ipsius pertinent, similiter atque antedicta ostendimus, quorum est conuersum, videlicet. Sit triangulum ABC , & ipsi BC parallela ducatur AD . & ducta DE conueniat cum BC in puncto E . Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD , B ita esse CB ad BE .



Ducatur per C ipsi DB parallela CH , & AB ad H producat. Itaque quoniam est C vt CA ad AG , ita CH ad GF , & vt CA ad AG , ita BD ad DG : erit vt ED ad DG , ita D CH ad FG , ac propterea rectangulum contentum CH, DG æquale est contento ED, DG . Sed aliud aliquod rectangulum est, quod EF, GD continetur. ergo vt rectangu- E F G lum contentum DE, FG ad contentum DG, EF , ita contentum CH, DG ad contentum DG, EF , hoc est ita CH ad EF , hoc est CB ad BE . Ex quibus sequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum EF, GD , ita esse CB ad BE . Eadem ratione, & si G ad alteras partes agatur parallela AD , atque a puncto D extra C , velut ad E ducatur DE , vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD , ita demon- strabitur esse BC ad CB .

COMMENTARIVS.

Quæ verò ad casus ipsius pertinent, similiter atque antedicta ostendimus, quorum est A conuersum] *Græcus codex* τὰ δὲ πρὸς αὐτὸν ἐμὴς τοῖς ἀπογεγραμμένοις, ὧν ἐστὶν ἀν- *ιστορίαν* quibus verbis quid significetur planè intelligere non possumus, cum *porismatum* libris *careamus*.

Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD , ita esse CB B ad BE] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ DE , ζῆν ἀπὸς τὸ ὑπὸ EF , ἢ λ. lege ἀπὸς τὸ ὑπὸ E E EF , ἢ $δ$.

Itaque quoniam est vt CA ad AG , ita CH ad GF] *Ob similitudinem triangulorum* C CAH, GAF .

Et vt CA ad AG , ita ED ad DG] *Ob similitudinem triangulorum* CGB, AGD .

Hoc est CB ad BE] *Similia enim sunt triangu- D* CEB, BEF .

Ex quibus sequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum EF, GL] *Græ- E* *cus codex* ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ DE , ζῆν ἀπὸς τὸ ὑπὸ EF , ἢ λ. lege ἀπὸς τὸ ὑπὸ E E EF , ἢ $δ$.

Eadem ratione, & si ad alteras partes agatur parallela AD , atque à puncto D ex- G *tra* C velut ad E ducatur DE , vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad conten- tum EF, GD , ita demonstrabitur esse BC ad CB .] *Græcus codex corruptus est, & mancus, ut videtur, qui sic habet. τὰ δ' αὐτὰ, καὶ ἐπὶ τὰ ἑτέρα μέρη ἀχθῆναι ἢ ἀδ παραλλήλους, ἢ ἀπὸ τοῦ δ' ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ γ διὰ τὴν εὐθείαν. Vide ne legendum sit ἢ ἀπὸ τοῦ δ' ἐκτὸς τοῦ λ.*

Sit triangulum ABC , & ipsi BC ad alteras partes parallela agatur AD , ut in subiecta figura apparet, ductaque DE extra C conveniat cum BC in puncto E . Dico ut rectangulum, quod continetur DB , FG ad contentum BE , GD , ita esse BC ad CE .

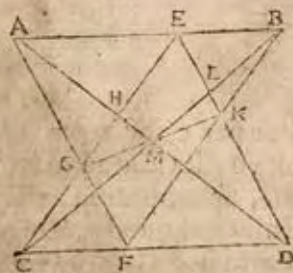
Ducatur per E ipsi DE parallela BH, & AC ad H producatur. Itaque quoniam est ut EA ad AG, ita BH ad GF, Ut autem EA ad AG, ita ED ad DG, erit ut ED ad DG, ita BH ad FG, & rectangulum ex ED, FG rectangulo ex EH, DG aequale. Sed aliud rectangulum est quod continetur EF, GD. Ut igitur rectangulum ex ED, FC ad rectangulum ex EF, GD, ita rectangulum ex EH, DG ad rectangulum ex EF, DG, hoc est BH ad EF, hoc est BC ad CE. ergo ut rectangulum, quod continetur DE, FG ad rectangulum contentum EF, GD, ita erit BC ad CE.

THEOREMA CXXVII. PROPOSITIO CXXXVIII.

His autem demonstratis, nunc ostendendum est, si parallelæ sint AB, CD , atque in ipsas incidant quædam rectæ lineæ AD, AE, BC, BF , & ED, EC iungantur, rectam lineam esse, quæ per G, M, K puncta transit.

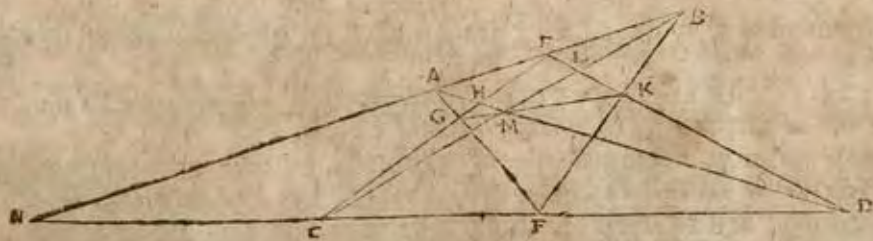
Quoniam enim triangulum est DAF , ipsique DF parallela est AE , & ducta est EC , conueniens cum DF in C , erit ob antecedens lemma, vt DF ad EC ita rectangulum quod continetur CB , CH ad contentum CG , HB . Rursus quoniam triangulum est CFE , & ipsi CD parallela est BE , duciturque ED conueniens cum CF in D , fiet vt CF ad ED ita rectangulum contentum DB , LE ad contentum DK , LB , & conuertendo vt DF ad EC , ita rectangulum contentum DK , LE ad contentum DB , LB . sed vt DF ad EC , ita erat rectangulum, quod continetur CB , CH ad contentum CG , HB : igitur rectangulum contentum CB , CH ad contentum CG , HB , ita est rectangulum, quod continetur DB , LE ad contentum DB , LB . Itaq; res deducta est ad decimum lemma; nam cum in duas rectas lineas CML , DHM ductæ sint duæ rectæ lineæ EC , ED , & vt rectangulum quod continetur CB , CH ad contentum CG , HB , ita sit rectangulum contentum DK , LE ad contentum DB , LB , erit recta linea, quæ per puncta G , M , K transit. hoc enim demonstratum est.

In 10. lē-
mate an-
ceden-
tium.



THEOREMA CXXVIII. PROPOSITIO CXXXIX.

A Sed non sint $ABCD$ parallelæ, & in puncto N conueniant. Dico rur-
sus rectam lineam esse, quæ per G & K puncta transit.



B Quoniam enim in tres rectas lineas AN, AF, AD ab eodem puncto c ductæ sunt duæ rectæ lineæ cB, cD , ut rectangulum, quod continetur CE, GH ad contentum CG, HE ita est.

ita est rectangulum contentum CN, FD ad contentum ND, CF . Rursus quoniam ab eodem puncto B in tres rectas lineas BN, BC, BF duæ rectæ lineæ DE, DN ducuntur erit vt rectangulum contentum NC, FD ad contentum ND, FC , ita quod continetur DK, BL ad contentum DE, KL . Sed vt rectangulum contentum NC, FD ad contentum ND, FC , ita demonstratum est rectangulum contentum CE, GH esse ad contentum CG, HE . Vt igitur rectangulum contentum CB, GH ad contentum CG, HE , ita est quod DK, BL continetur ad contentum DE, KL . & res deducta est ad idem, quod in parallelis. ergo ex iam dictis recta linea est, quæ per G, M, K puncta transit.

COMMENTARIVS.

Et in puncto N conueniant] *Græcus codex pro v habet n.*

Quoniam enim in tres rectas lineas AN, AF, AD a eodem puncto C ductæ sunt duæ rectæ lineæ CB, CD] *Græcus codex ἐπει εἰς τρεῖς ἑυθείας τὰς α.ν., α.ζ., α.δ. ὅτι τὸ αὐτὸ σημεῖον τὸ π. δύο διηγμέναι εἰσιν αἱ γ.ε., γ.δ. lege ὅτι τὸ αὐτὸ σημεῖον τὸ γ.δ. δύο διηγμέναι εἰσιν αἱ γ.ε., γ.δ.*

Rursus quoniam ab eodem puncto B inter rectas lineas BN, BC, BF] *Græcus codex πάλιν ἐπει ὅτι τὸ σημεῖον τὸ δ. τρεῖς ἑυθείας, &c. lege ὅτι τὸ αὐτὸ σημεῖον τὸ β. εἰς τρεῖς ἑυθείας.*

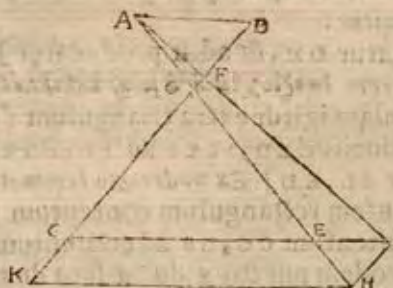
Et res deducta est ad idem, quod & in parallelis] *Hoc est res deducta est ad decimum lemma, quemadmodum & in parallelis. Quoniam enim in duas rectas lineas CML, DMH ab eodem puncto B ductæ sunt BC, BD , atque est vt rectangulum, quod CB, GH continetur ad contentum CG, HE , ita rectangulum contentum DK, LE ad contentum DE, LK , recta linea erit, quæ per G, M, K puncta transibit.*

THEOREMA CXXIX. PROPOSITIO CXL.

LEM. IV.

Sit AB parallela CD , ducanturque AD, BC , & sit in recta linea BC punctum F , ita vt quam proportionem habet DE ad EC , eandem habeat rectangulum contentum CB, GF ad contentum FB, CG . Dico rectam lineam esse, quæ per A, F, D puncta transit.

Ducatur per D quidem ipsi BC parallela DN , & producat AB ad N , per N vero agatur HK ipsi CD parallela, & BC ad K producat. Itaque quoniam vt DE ad EC , ita est rectangulum, quod continetur CB, GF ad contentum FB, CG , vt autem DE ad EC , ita & DN ad CG , & rectangulum contentum DN, BF ad contentum CG, BE ; erit rectangulum quod continetur CB, GF æquale contento DN, BF , ergo vt CB ad BF , ita DN , hoc est CK ad GF . & ob id tota KB ad totam BG est vt KC ad GF , videlicet vt DN ad EG . Sed vt KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG , quare HA ad AG est vt DN ad EG ; & sunt DN, EG parallelæ. recta igitur linea est quæ per A, F, D puncta transit.



B
C
14. sexti
9. quinti
34. primi
12. quin.

COMMENTARIVS.

Et sit in recta linea BC punctum F] *Græcus codex ὅτι σημεῖον ἐστὶ τῆς ζ. η. το. ζ. lege ἐστὶ A ὅτι β. η. το. ζ.*

B Itaque quoniam ut DB ad BC , ita est rectangulum, quod continetur CB , FG ad contentum FB , CG] *Græcus codex* ἐπεὶ δὲ ὅτιν ὡς ἢ δὲ ὅτιν εἰς γ, ὅτιν τοῦ ὡς γβ, ζη ὅτιν τοῦ ὡς βγ, ζη lege πρὸς τοῦ ὡς ζβ, γη.

C Ut autem DB ad BC , ita & DH ad CG , & rectangulum contentum DH , BF ad contentum CG , BF] *Similia namque sunt triacula* DEH , CBG : & ut DH ad CG , ita rectangulum contentum DH , BF ad contentum CG , BF .

Sed ut KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG] *Ob similitudinem triangulorum* KGH , AGB .

THEOREMA CXXX. PROPOSITIO. CXLI.

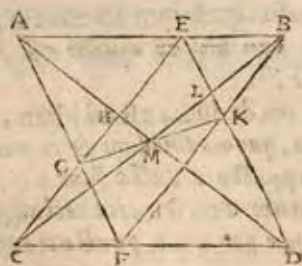
LEM.
XV.

Hoc præmissis sit AB parallela CD . & in ipsas incidant rectæ lineæ AF , FB , CE , ED . iungaturque BC , GK . Dico rectam lineam esse, quæ per AMD puncta transit.

C D Iungatur DM , & ad H producat. Quoniam igitur extra triangulum BCF a verticis puncto B acta est BB parallela ipsi CD , & ducitur ED , ut CF ad ED , ita rectangulum quod continetur DE ,

E KL ad contentum BL , KD . ut autem rectangulum contentum DE , KL ad contentum EL , KD , ita est rectangulum contentum, CG , HE , ad contentum CB , GH . etenim in tres rectas lineas CL , DH , GK , ab eodem puncto E ductæ sunt duæ rectæ lineæ EC , ED . ergo ut DF ad FB , ita est re-

G ctangulum, quod continetur CE , GH ad contentum CG , HE . atque est recta linea DM . quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta linea erit, quæ per AMD puncta transibit.



COMMENTARIUS.

A Iunganturque BC , GK] *Secet* CE ipsam AF in G , & ED secet FB in K , iunctæque BC GK sese in puncto M secant.

B Dico rectam lineam esse, quæ per AMD puncta transit] *Græcus codex* ὅτι ἰσοῦσα ἔστιν ἢ διὰ τῶν $ημκ$, sed legendum puto ἢ διὰ τῶν $αμδ$, ut in conclusione, namque GMK recta ponitur.

C Iungatur DM , & ad H producat] *Græcus codex* ἐπιζεύχθω ἢ $λμ$ ἐκβεβλήθω ἐπὶ τὸ $θ$. ego legerem ἐπιζεύχθω ἢ $δμ$ καὶ ἐκβεβλήθω ἐπὶ τὸ $θ$.

D Quoniam igitur extra triangulum BCF a verticis puncto B acta est BB parallela ipsi CD , & ducitur ED , ut CF ad ED , ita est triangulum, quod continetur DE , KL ad contentum BL , KD] *Ex undecimo lemmate præmissorum.*

E Ut autem rectangulum contentum DE , KL ad contentum BL , KD , ita est rectangulum contentum CG , HE ad contentum CE , GH , etenim in tres rectas lineas CL , DH , GK ab eodem puncto E ductæ sunt duæ rectæ lineæ EC , ED] *Ex tertio lemmate. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὡς δὲ $ε$, καὶ πρὸς τοῦ ὡς δὲ $κ$, $λβ$. ego legendum censeo, πρὸς τοῦ ὡς $ελ$, $κδ$.

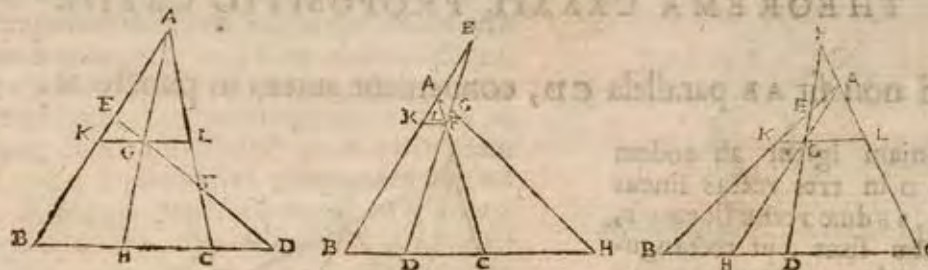
F Ergo ut DF ad FC , ita est rectangulum, quod continetur CE , GH ad contentum CG , HE] *Ex iam dictis sequitur, ut* CF ad FD , ita esse rectangulum contentum CG , HE ad contentum CB , GH . quare & conuertendo ut DF ad FC , ita rectangulum quod continetur CE , GH ad contentum CG , HE .

G Atque est recta linea DMH . quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta linea erit, & quæ per AMD puncta transibit] *Græcus codex* καὶ ὅτιν ἰσοῦσα ἢ διὰ τῶν $ημκ$ vide ne legendum sit καὶ ὅτιν ἰσοῦσα ἢ διὰ τῶν $δμθ$, nam quæ ex antecedenti lemmate constat rectam lineam esse, quæ AHD transit. sed cum recta sit DMH , etiam AMB recta erit.

THEOREMA CXXXI. PROPOSITIO CXLII.

LEM.
XVI.

In duas rectas lineas AB, AC ab eodem puncto A duæ rectæ lineæ DB, DE ducantur, & in ipsis sumantur puncta GH: sitque vt rectangulum, quod continetur EG, FD ad contentum DE, GF, ita rectangulum contentum BH, CD ad contentum BD, CH. Dico rectam lineam esse, quæ per AGH puncta transit.



Ducatur per G ipsi BD parallela KL. Itaque quoniam est, vt rectangulum, quod continetur EG, FD ad contentum DE, GF, ita est rectangulum contentum BH, CD ad contentum BD, CH; proportio autem rectanguli contenti EG, FD ad contentum DE, GF composita est ex proportione, quam habet GH ad BD, hoc est KG ad BD, & ex proportione, quam DF habet ad FG, hoc est CD ad GL; & proportio rectanguli contenti BH, CD ad contentum BD, CH composita est ex proportione, quam habet BH ad BD, & ex ea, quam habet DC ad CH: erit proportio composita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL; eadem, quæ componitur ex proportione BH ad BD, & proportione DC ad CH. sed proportio KG ad BD composita est ex proportione KG ad BH, & proportione HB ad BD. proportio igitur composita ex proportione KG ad BH & proportione HB ad BD, & insuper ex proportione CD ad GL eadem est, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH. communis auferatur proportio HB ad BD. ergo reliqua proportio, quæ componitur ex proportione KG ad BH & proportione CD ad GL, eadem est, quæ proportio DC ad CH, hoc est proportio composita ex proportione DC ad GL, & proportione GL ad CH. & rursus communis auferatur proportio DC ad GL. reliqua igitur proportio KG ad BH eadem est, quæ proportio GL ad CH, & permutando vt KG ad GL, ita est BH ad HC. sunt autem KL, BH inter se parallelæ. ergo recta linea est, quæ per AGH puncta transit.

COMMENTARIUS.

Hoc est KG ad BD] Ob similitudinem triangulorum EKG, EDB.

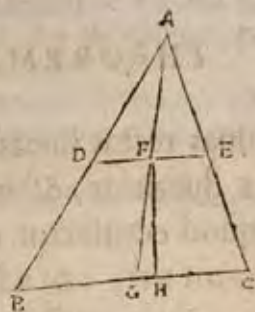
Hoc est CD ad GL] Quod similia sint trianguula CFD, LFG.

Erit proportio composita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL, eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH] Græcus codex ἐκτε τῆς τῆς βθ πρὸς θδ καὶ τῆς α γ πρὸς γθ lege ἐκτε τῆς τῆς θ β πρὸς βδ, καὶ τῆς δ γ πρὸς γθ.

Ergo recta linea est quæ per AGH puncta transit] Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus.

Sit triangulum ABC, ipsique BC parallela ducatur DE, & in ea sumpto quouis puncto F fiat vt DF ad FE, ita BG ad GC. Dico rectam lineam esse, quæ per AF, EG puncta transit.

Si enim fieri potest, producta AF non cadat in G . sed in aliud punctum H inter GC , erit ob similitudinem triangulorum DAE, BAH , ut DF ad FA , ita BH ad HA : & rursus ob similitudinem triangulorum FAB, HAC , ut AF ad FB , ita AH ad HC . ergo ex equali, ut DF ad FE , ita BH ad HC . sed ut DF ad FE , ita erat EG ad GC , ut igitur BH ad HC , ita EG ad GC , & permutando ut HB ad EG , ita HC ad GC . est autem HB maior, quam EG . ergo, & HC maior erit, quam GC , hoc est pars maior, quam totum, quod fieri non potest. idem sequetur absurdum, si H inter BG cadere ponatur. recta igitur linea est, quæ per AFG puncta transit.

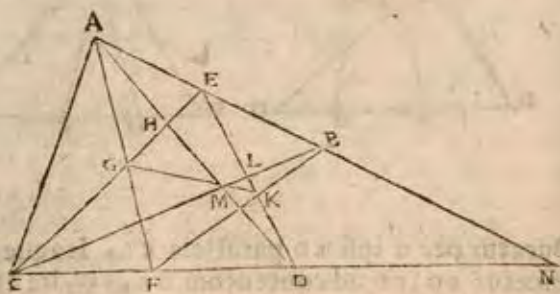


LEM.
XVII.

THEOREMA CXXXII. PROPOSITIO CXLIH.

A Sed non sit AB parallela CD , conueniant autem in puncto N .

B Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN, BC, BE duæ rectæ lineæ DE, DN ductæ sunt, ut rectangulum, quod continetur ND, CF ad contentum NC, DF , ita est rectangulum contentum ED, KL ad contentum BL, KD . Sed ut rectangulum contentum ED, KL ad contentum BL, KD , ita rectangulum contentum BH, CG ad contentum BC, HG . Rursus enim in tres rectas lineas CL, DH, GK ab eodem puncto C ductæ sunt duæ rectæ lineæ BC, ED . Vt igitur rectangulum, quod continetur BH, CG ad contentum BC, HG , ita rectangulum contentum ND, CF ad contentum NC, DF . quare ob lemma præcedens recta linea est, quæ per AHD , & idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta transit.



COMMENTARIUS.

A Sed non sit AB parallela CD , conueniant autem in puncto N] Hoc ex quintodecimo lemme pender, cuius veluti pars quadam est, subintelligere autem oportet, ut in ipsas AB, CD incidant rectæ lineæ AF, FB, CE, ED , & ductis BC, GK , quæ se in puncto M secant, iungatur DM & ad H producat. Dico rectam lineam esse, quæ per AMD puncta transit.

B Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN, BC, BE , duæ rectæ lineæ DE, DN ductæ sunt, ut rectangulum, quod continetur ND, CF ad contentum NC, DF , ita est rectangulum contentum ED, KL ad contentum BL, KD] Ex tertio lemme præmissorum. Græcus codex επι εν απο τω αυτω σημειω τω δευτερω ενθειας τοις βη, βγ βζ δυο ενθειας διηγμεναι εισιν αι δε, δν, εσιν ως το ισο νλ, γζ. lege αι ηεις ενθειας τας βν, βγ, βζ, δυο ενθειας διηγμεναι εισιν αι δε, δν, εσιν ως το ισο νδ, γζ, & c.

C Sed ut rectangulum contentum ED, KL ad contentum BL, KD , ita rectangulum contentum BH, CG ad contentum BC, HG . Rursus enim, & c.] Ex eodem tertio lemme. Græcus codex ως δε το ισο εδ, κλ προς το ισο ελ, κδ, εως οτι το ισο εθ γν προς το ισο εγ, θν lege εως οτι το ισο εθ, γη προς το ισο εγ, θη.

D Vt igitur rectangulum quod continetur BH, CG ad contentum BC, HG , ita contentum ND, CF ad contentum AC, DF] Græcus codex η ως αρα το ισο εθ, γη προς το ισο εγ, θν, ετω το ισο νλ, γζ, προς το ισο νδ, γζ, προς το ισο νγ, ζδ. Sed legendum puto και ως αρα το ισο εθ, γη προς το ισο εγ, θη, ετω το ισο νδ, γζ προς το ισο νγ, δζ.

E Quare ob lemma præcedens recta linea est, quæ per AH, DN] Namque in duas rectas lineas AN, AF ab eodem puncto C duæ rectæ lineæ ducuntur CE, CF , & in ipsis sumuntur puncta

puncta HD, estque ut rectangulum, quod continetur EH, CG ad contentam EC, HG, ita rectangulum contentum ND, CF ad contentum NC, DF.

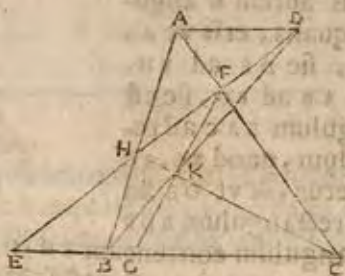
Et idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta transit] Recta enim est HMD, quod cum F recta sit AHD, etiam AMD recta erit.

THEOREMA CXXXIII. PROPOSITIO CXLIV.

LEM.
XVIII.

Sit triangulum ABC, & ipsi BC parallela AD, ducanturque DE, FG. Sit autem ut quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC. Dico si iungatur BD, rectam lineam esse, quæ per HKC puncta transit.

Quoniam enim est ut quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC, communis addatur proportio CE ad EB, eadem scilicet, quæ est rectanguli ECB ad BCB rectangulum, ergo ex æquali proportio quadrati ex EB ad rectangulum BCB, hoc est EB ad BC, eadem est, quæ componitur ex proportione BG ad GC, & proportione rectanguli ECB ad rectangulum EEC, hoc est CB ad EB. proportio igitur quadrati ex EB ad rectangulum EEC composita est ex proportione BG ad GC, & proportione CE ad EB, quæ eadem est, quam rectangulum contentum EC, BG habet ad contentum EB, CG. Ut autem BB ad BC, ita est ob præcedens lemma rectangulum, quod continetur DE, FH ad contentum DF, HB, ergo ut rectangulum, quod continetur GB, BG ad contentum CG, BE, ita est rectangulum contentum DB, FH ad contentum DF, HE. quare recta linea est, quæ per HKC puncta transit. hoc enim in ijs, quæ ad conuersum casum pertinent demonstratum est.

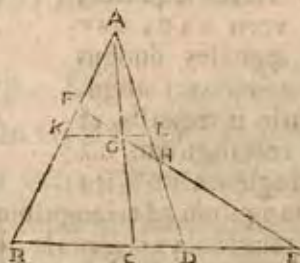


THEOREMA CXXXIV. PROPOSITIO CXLV.

LEM.
XIX.

In tres rectas lineas AB, AC, AD ab aliquo puncto E ducantur duæ rectæ rectæ lineæ EF, EB: sitque ut EF ad FG, sic EH ad HG. Dico ut EB ad BC, ita esse ED ad DC.

Ducatur per G ipsi BE parallela KL. Itaque quoniam ut EF ad FG, sic est EH ad HG; ut autem EF ad FG, sic BE ad GK: & ut EH ad HG, sic DE ad GL: erit ut EB ad GK, sic DE ad GL. & permutando ut BE ad ED, ita KG ad GL. sed ut KG ad GL, ita BC ad CD: ut igitur BE ad ED, ita BC ad CD: permutandoque ut EB ad BC, ita ED ad DC. quæ vero ad casus pertinent, similiter explicabantur.



COMMENTARIVS.

Vt autem EF ad FG, sic EB ad GK] Ob similitudinem triangulorum BFE, GFK.

Et ut EH ad HG, sic DE ad GL] Similia enim sunt trianguula EHD, GHL.

Sed ut KG ad GL, ita BC ad CD] Ob similitudinem triangulorum BCA, KAG, itemque C triangulorum CAD, GAL.

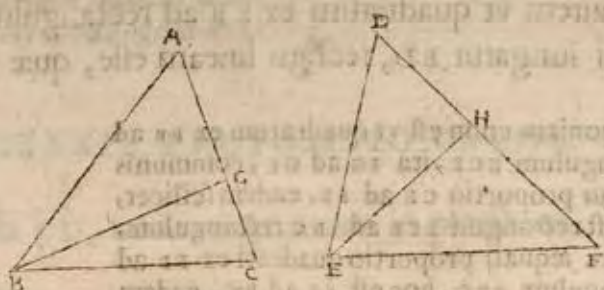
THEO.

LEM.
XX.

THEOREMA CXXXV. PROPOSITIO CXLVI.

Sint duo triacula ABC , DEF , quæ æquales habeant angulos AD . Dico vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF , ita esse ABC triangulum ad triangulum DEF .

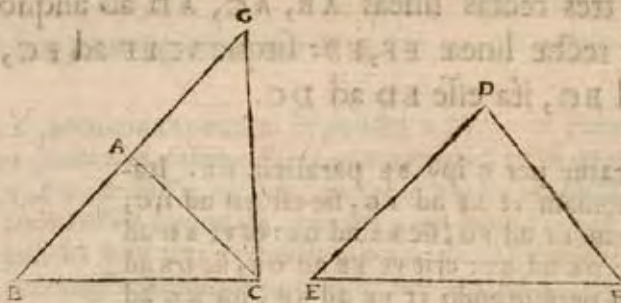
A. sexti. Ducatur catheti BO , BH , & quoniam angulus A est æqualis angulo D , angulus autem G angulo H æqualis; erit vt AB ad BG , sic DE ad EH . Sed vt AB ad BG , sic est rectangulum BAC ad rectangulum, quod BG , AC continetur, & vt DE ad BH , sic rectangulum BDF ad rectangulum contentum BH , DF . ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BG , AC , ita est rectangulum EDF ad contentum EH , DF , & permutando. Sed vt rectangulum quod continetur BG , AC ad contentum EH , DF , ita est ABC triangulum ad triangulum DEF . Vtraque enim ipsarum BO , BH cathetos est vtriusque dictorum triangulorum, & vt igitur rectangulum BAC ad rectangulum EDF , ita est ABC triangulum ad triangulum DEF .

LEM.
XXI.

THEOREMA CXXXVI. PROPOSITIO CXLVII.

Sint anguli AD duobus rectis æquales. Dico rursus vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF , ita esse triangulum ABC ad DEF triangulum.

Producatur BA , & ipsi BA ponatur æqualis AG , & CG iungatur. Itaque quoniam anguli AD sunt duobus rectis æquales, anguli vero BAC , CAG itidem æquales duobus rectis, erit CAG angulus angulo D æqualis, vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF , ita AGC triangulum ad triangulum DEF . æqualis autem est GA ipsi AB , & triangulum AGC triangulo ABC æquale. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF , ita ABC triangulum ad triangulum DEF .



COMMENTARIUS.

A Vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF , ita AGC triangulum ad triangulum DEF] Ob præcedens lemma. Græcus codex $\delta\eta\iota\ \delta\tau\ \tau\acute{o}\ n\alpha\gamma\ \alpha\phi\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{o}\ \iota\sigma\acute{o}\varsigma\ \epsilon\delta\zeta$, lege $\delta\eta\iota\ \delta\tau\ \tau\acute{o}\ \iota\sigma\acute{o}\varsigma\ n\alpha\gamma\ \alpha\phi\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{o}\ \iota\sigma\acute{o}\varsigma\ \epsilon\delta\zeta$.

B Et triangulum AGC triangulo ABC æquale] Ex prima sexti, eandem enim altitudinem habent, & æqualem basim. Græcus codex $\tau\acute{o}\ \delta\iota\ a\eta\gamma\ \tau\eta\iota\gamma\omega\iota\nu\ \tau\eta\ \alpha\delta\gamma\ \tau\eta\iota\gamma\omega\iota\nu\ \tau\eta\ \epsilon\beta\gamma\ \tau\eta\iota\gamma\omega\iota\nu$.

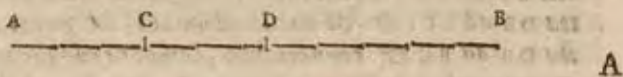
Ergo

Ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF , ita ABC triangulum ad triangu-
lum DBF] Nam EA est equalis AG , & BC vtrique communis: triangulum vero ABC ad
triangulum DBF eandem proportionem habet, quam AGC triangulum ad idem triangulum
 DBF , ex 7. quinti elementorum.

THEOREMA CXXXVII. PROPOSITIO CXLVIII. LEM. XXII.

Sit recta linea AB , & in ipsa sumantur duo puncta CD . Sitque quod
bis AB, CD continetur æquale quadrato ex CB . Dico quadratum ex AD
quadratis ex AC, DB æquale esse.

Quoniam enim, quod bis conti-
netur $ABCD$ est æquale quadrato
ex CB , commune auferatur con-
tentum bis BDC . erit reliquum,
quod bis ADC continetur quadra-
tis ex CD, DB æquale. Rursus commune auferatur quadratum ex CD . reliquum igitur B
videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale est ei, quod fit ex DB
quadrato commune addatur quadratum ex AC . ergo totum, quod ex AD quadratum C
quadratis ex AC, DB æquale erit.



COMMENTARIVS.

Erit reliquum quod bis ADC continetur quadratis ex CD, DB æquale] Et enim quod A
bis AB, CD continetur ex prima secundi elementorum est æquale quod bis continetur ADC ,
& quod bis BDC continetur. quadrato autem ex CB æqualia sunt quadrata ex CD, DB , &
quod bis BDC continetur, ex quarta eiusdem.

Reliquum igitur, videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale est B
ei, quod fit ex DB quadrato] Rectangulum namque ADC est æquale rectangulo ACD , &
quadrato ex CD ex 3. eiusdem. quare si ab eo, quod bis ADC continetur, auferamus quadra-
tum ex CD , reliquum erit quod bis continetur ACD vna cum eo, quod ex CD quadrato.

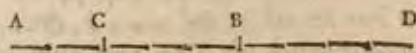
Ergo totum, quod ex AD quadratum quadratis ex AC, DB æquale erit] Quod enim C
bis ADC continetur vna cum quadratis ex AC, DB quadrato ex AD est æquale, ex quarta
iam dicta.

THEOREMA CXXXVIII. PROPOSITIO CXLIX.

LEM. XXIII.

Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD . Dico tria conringere,
videlicet rectangulum quidem, quod vtrique AD, DC , & BD contine- A
tur æquale esse rectangulo ADC . rectangulum vero contentum vtrique B
 AD, DC , & CB æquale esse quadrato ex DC . & rectangulum contentum
vtrique AD, DC , & AB quadrato ex AD æquale.

Quoniam enim rectangulum
 ABC æquale est quadrato ex BD ,
erit ob proportionem, & tota ad
totam, & conuertendo, compo-
nendoque vt vtrique CD, DA ad



DA , ita CD ad DB . rectangulum igitur, quod continetur vtrique AD, DC , & BD
rectangulo ADC est æquale. Rursus quoniam tota AD ad totam DC est vt DB ad BC ,
componendo, vt vtrique AD, DC ad DC , ita erit DC ad CB . quare rectangulum con-
tentum vtrique AD, DC & CB æquale est quadrato ex DC . Rursus quoniam tota AD
totam DC est vt AB ad BD , conuertendo, componendoque erit vt vtrique CD, DA
ad DA

16. sexti.

ad DA, ita DA ad AB, ergo rectangulum, quod vtraque AD, DC, & AB continetur
æquale est quadrato ex AD.

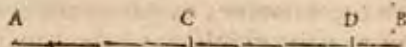
COMMENTARIUS.

- A** Rectangulum quidem, quod vtraque AD, DC, & BD continetur æquale esse re-
ctangulo ADC] *Græcus codex* τοῦ μὲν ὑποσυναμφοτέρως τῆς α δ, ε γ καὶ τῆς β δ ἴσον, &c. lege
τοῦ μὲν ὑποσυναμφοτέρως τῆς α δ, δ γ καὶ τῆς β δ ἴσον,
- B** Rectangulum vero contentum vtraque AD, DC, & CB æquale esse quadrato ex DC,
Græcus codex τοῦ δὲ ὑποσυναμφοτέρως τῆς α δ, ε γ καὶ β δ ἴσον &c. lege τοῦ δὲ ὑποσυναμ-
φοτέρως τῆς α δ, δ γ, καὶ γ β ἴσον, &c.
- C** Quoniam enim rectangulum ABC æquale est quadrato ex BD erit ob proportio-
nem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD, DA ad DA,
ita CD ad DB] *Nam cum rectangulum ABC sit æquale quadrato ex BD, erit vt* AB ad CD,
ita DB ad BC: & *Vt omnia ad omnia, ita vnum ad vnum, hoc est vt tota AD ad totam DC,*
ita DB ad BC & conuertendo, componendoque vt vtraque CD, DA ad DA, ita CD ad DB.
Græcus codex ἐπεὶ γὰρ τοῦ ὑποσυναμφοτέρως τῆς α β γ ἴσον ὅτι τῆς α πο' β δ, ἀνάπαλιν καὶ εἰς πρὸς ε' ἴσον καὶ ἀνά-
παλιν. lege ἀνάλογον καὶ ε' ἴσον, καὶ ἀνάπαλιν.

LEM.
XXII.

THEOREMA CXXXIX. PROPOSITIO CL.

- A** Sit recta linea AB, & duo puncta CD, sitque quadratum ex CD æ-
quale ei, quod bis AC, DB continetur. Dico, & quadratum ex AB qua-
dratis ex AD, CB æquale esse.
- B** Quoniam enim quadratum ex
CD æquale est ei, quod bis conti-
netur AC, DB; erit contentum bis
ACB æquale & quadrato ex CD, &
ei, quod bis ACD continetur. com-
mune addatur quadratum ex AC. ergo contentum bis ACB vna cum quadrato ex AC
D æquale est ei, quod ex AD quadrato. rursus commune addatur quadratum ex BC, to-
tum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale erit.



COMMENTARIUS.

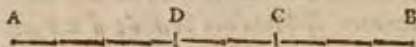
- A** Sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC, DB continetur. Dico, & qua-
dratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale esse.] *Græcus codex* καὶ ἔσο' τοῦ α πο' γ δ τετρα-
γώνον ἴσον τῷ δις ὑποσυναμφοτέρως τῆς α γ β διότι καὶ τοῦ &c. ego legendum puto. καὶ ἔσο' τοῦ α πο' γ δ τετρα-
γώνον ἴσον τῷ δις ὑποσυναμφοτέρως τῆς α γ, δ β ὅτι καὶ τοῦ &c.
- B** Quoniam enim quadratum ex CD æquale est ei, quod bis continetur AC, DB, erit
contentum bis ACB æquale, & quadrato ex AD, & ei quod bis ACD continetur]
*Cum quadratum ex CD æquale sit ei, quod bis continetur AC, DB addito vtrunque commu-
ni rectangulo, quod bis ACD continetur, erit contentum bis AC, DB vna cum contento bis
ACD, hoc est contento bis ACB æquale quadrato ex AD vna cum eo, quod bis ACD continetur.*
Græcus codex ἐπεὶ γὰρ τοῦ α πο' γ δ ἴσον ὅτι τῷ δις ὑποσυναμφοτέρως τῆς α γ, α β ἴσον ἐστὶ τῷ τε α πο' τῆς
γ δ &c. sed legendum arbitror ἐπεὶ γὰρ τοῦ α πο' γ δ ἴσον ὅτι τῷ δις ὑποσυναμφοτέρως τῆς α γ, δ β τοῦ ἀπὸ δις
ὑποσυναμφοτέρως τῆς α γ β ἴσον ὅτι τῷ τε α πο' τῆς γ δ, &c.
- C** Ergo contentum bis ACB vna cum quadrato ex AC æquale est quadrato ex AD]
Nam quod bis continetur ACD vna cum quadratis ex AC, CD quadrato ex AD est æquale ex
4. secundaelementorum.
- D** Totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale erit] *Quadratum enim*
ex AB est æquale quadratis ex AC, CB vna cum eo, quod bis ACB continetur, ex eadem quar-
ta secundi.

THEOREMA CXL. PROPOSITIO CLI.

LEM.
XXV.

Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD . Dico tria contingere, videlicet rectangulum, quod excessu ipsarum AD , DC & BD continetur æquale esse rectangulo ADC . rectangulum vero contentum excessu ipsarum AD , DC , & CB æquale esse quadrato ex DC , & rectangulum contentum excessu AD , DC & BA æquale esse quadrato ex AD .

Quoniam enim est ut AB ad BD ita DE ad BC , erit reliqua ad reliquam, & diuidendo ut excessus ipsarum AD , DC ad DC , ita AD ad DE . rectangulum igitur, quod excessu AD , DC , & DB continetur est æquale rectangulo ADC . Rursus quoniam reliqua AD ad reliquam DC , est ut DB ad BC , diuidendo erit ut excessus AD , DC ad DC , ita DC ad CB . ergo rectangulum contentum excessu AD , DC , & CB æquale est quadrato ex DC . Rursus quoniam est ut AD ad DC , ita AB ad BD , erit conuertendo, diuidendoque ut excessus AD , DC ad DA , ita DA ad AB . quare rectangulum, quod excessu AD , DC , & AB continetur, quadrato ex AD est æquale.



COMMENTARIVS.

Rectangulum vero contentum excessu ipsarum AD , DC , & CB æquale esse quadrato ex DC] *Græcus codex* τοῦ δὲ ὑποῦ τῆς AD , δὲ ὑποῦ τῆς DC καὶ τῆς CB ἴσον τοῦ ὑποῦ τῆς DC *legendum autem puto.* τοῦ δὲ ὑποῦ τῆς AD , δὲ ὑποῦ τῆς DC καὶ τῆς CB , ἴσον τοῦ ὑποῦ τῆς DC .

Et rectangulum contentum excessu AD , DC , & BA æquale esse quadrato ex AD] *Græcus codex* τοῦ δὲ ὑποῦ τῆς AD , DC καὶ τῆς BA ἴσον τοῦ ὑποῦ τῆς AD , δὲ ὑποῦ τῆς DC , &c. *lege* τοῦ δὲ ὑποῦ τῆς AD , δὲ ὑποῦ τῆς DC , &c.

Quoniam enim est ut AB ad BD , ita DE ad BC , erit reliqua ad reliquam, & diuidendo ut excessus ipsarum AD , DC , ita AD ad DE] *Cum rectangulum ABC æquale sit quadrato ex BD , erit ut AB ad BD , ita DE ad BC , ergo reliqua AD ad reliquam DC est ut AB ad BD , & diuidendo ut excessus ipsarum AD , DC ad DC , ita AD ad DE .* *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ὅτιν AB πρὸς τὴν BD , ὅτιν DE πρὸς τὴν BC ἴσον τοῦ ὑποῦ τῆς DC *lege* πρὸς τὴν BC .

Rursus quoniam est ut AD , DC ad DC , ita AB ad BD , erit conuertendo, diuidendoque ut excessus AD , DC ad DA , ita DA ad AB] *Quoniam ut AD ad DC , ita AB ad BD , erit conuertendo ut CD ad DA , ita DE ad BA , & diuidendo ut excessus ipsarum AD , DC ad DC , ita AD ad DE . quare ex æquali ut excessus AD , DC ad DA , ita DA ad AB .*

THEOREMA CXLI. PROPOSITIO CLII.

LEM.
XXVI.

Sit ut AB ad BC , ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC . Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse.

Ponatur enim ipsi CD æqualis DE . ergo rectangulum BAC vna cum quadrato ex CD , hoc est vna cum rectangulo CDE est æquale quadrato ex AD . Itaque quoniam est ut AB ad BC , ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC , erit diuidendo, ut AC ad CB , videlicet ut rectangulum BAC ad rectangulum contentum BA , BC , ita rectangulum BAC ad rectangulum CDE . rectangulum igitur contentum BA , BC rectangulo CDE est æquale.



A
1. sexti.
9. quinti.
16. sexti.

Bbb

ergo

ergo ob proportionem, & diuidendo vt AD ad DB , hoc est ad DC , ita DB ad BC , & ideo reliqua AB ad reliquam BD est vt DB ad BC . rectangulum igitur ABC quadrato ex BD æquale erit.

COMMENTARIUS.

- A Ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex ED , hoc est vna cum rectangulo CDE est æquale quadrato ex AD] *Ex 6. secundi elementorum, etenim recta linea EC bifaria scatur in D , atque ei adiungitur CA . Græcus codex τὸ ἀρὰ ὑπὸ ἐα γ μετα' τῷ ὑπὸ γ δ τῷ τῷ τὸ ὑπὸ γ δ ἐῖς ἴσον ὅτι τῷ ὑπὸ α ζ. lege τστὸν τῷ ὑπὸ γ δ ἐῖς ἴσον ὅτι τῷ ὑπὸ α δ.*
- B Ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DB , hoc est ad DC , ita DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum contentum EA, BC est æquale rectangulo CDE vt AE ad ED , ita erit DC ad CB : & diuidendo vt AD ad DE , videlicet ad DC , ita DE ad BC . Græcus codex. ἀνάπαλιν ὃ διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ α δ, &c. ego legendum arbitror ἀνάλογον ὃ διελόντι.*
- C Et ideo reliqua AB ad reliquam BD est vt DB ad BC .] *Ex 19. quinti elementorum. Græcus codex ὃ γοισπ ἀρὰ ἡ α β πρὸς λοιπὴν β δ ἐστὶν ὡς ἡ β δ πρὸς τὸ δ γ. sed legendum ὡς ἡ δ β πρὸς τὴν β γ.*

LEM.
XXVII.

THEOREMA CXLII. PROPOSITIO CLIII.

Sit rursus vt AB ad BC , ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC . Dico rectangulum ABC æquale esse quadrato ex BD .

- Ponatur enim similiter DB æqualis ipsi CD . erit rectangulum CAE vna cum quadrato ex CD , hoc est vna cum rectangulo EDC æquale quadrato ex AD ; atque erit diuidendo vt AC ad CB , hoc est vt rectangulum EAC ad rectangulum contentum EA, CB , ita rectangulum CAE ad rectangulum BDC . æquale igitur est rectangulum contentum AE, CB rectangulo BDC : & ob proportionem, & componendo vt AD ad DE , videlicet ad DC , ita DB ad BC , quare, & tota AB ad totam BD est vt DB ad BC . rectangulum igitur ABC quadrato ex BD est æquale.



COMMENTARIUS.

- A Atque erit diuidendo vt AC ad CB , hoc est vt rectangulum EAC ad rectangulum contentum EA, CB , ita rectangulum CAE ad rectangulum BDC] *Græcus codex mancus est, in quo legitur, ὃ γινεται καὶ διαίρεσιν ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γ β τστὸν ὡς τὸ ὑπὸ γ α ε πρὸς τὸ ὑπὸ ε δ γ sed ita restituendus erit. τστὸν ὡς τὸ ὑπὸ α ε γ πρὸς τὸ ὑπὸ ε α γ β, ὅτως τὸ ὑπὸ γ α ε πρὸς τὸ ὑπὸ ε δ γ.*
- B Et ob proportionem, & componendo vt AD ad DE , videlicet ad DC , ita est DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum, quod continetur AE, CB est æquale rectangulo BDC , vt AE ad BD ita erit DC ad CB , & componendo vt AD ad DE hoc est ad DC ita DB ad BC . Græcus codex ἀνάπαλιν ὃ συνθέντι ὅτιν ὡς α δ πρὸς τὴν δ ε, &c. ego legerem ἀνάλογον ὃ συνθέντι.*
- C Quare & tota AB ad totam BD est vt DB ad BC] *Ex 12. quinti elementorum.*

LEM.
XXVIII

THEOREMA CXLIII. PROPOSITIO CLIV.

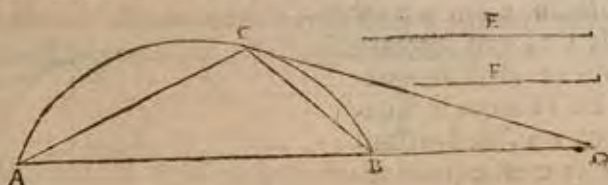
Circulum ABC contingunt rectæ lineæ AD, DC , & AC iungatur. Dico vt BD ad DE , ita esse BF ad FE .

Quoniam

Quod quidem cum ita sit fict ut BD ad DE, ita BF ad FB. Quoniam enim rectangulum BFB una cum quadrato ex DF est æquale rectangulo BDR, quadratum autem ex DF est æquale rectangulo DFE una cum rectangulo FDR: erunt rectangula BFB, DFE, & FDE, videlicet rectangulum, quod continetur BD, FB & rectangulum FDR æqualia rectangulo BDE. Sed rectangulo BDE sunt equalia duo rectangula, rectangulum scilicet contentum BF, DE, & rectangulum FDE. ablato igitur communi rectangulo FDE, relinquetur rectangulum contentum ED, FE æquale contento BF, DE. ergo Ut BD ad DE, ita erit BF ad FB.

Circuli portione data in recta linea AB , inflectere ACB in data proportione.

A Factum iam sit, & a puncto c ducatur recta linea contingens, quæ sit ED .
B Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CB ,
C ita est AD ad DB . proportio autem quadrati ex AC



D ad quadratum ex CB est data. ergo & proportio AD ad DB data erit. atque est datum punctum B. ergo & D, & linea DB. quare & ipsa AD data.

Componetur autem problema hoc modo.

E Sit portio quidem circuli ACB . data autem proportio, quam habet B ad F , &
F fiat ut quadratum ex B ad quadratum ex F , ita AD ad DB . ducaturque contingens
G DC , & AC, CB iungantur. Dico rectas lineas AC, CB problema efficere.
H Quoniam enim ut quadratum ex B ad quadratum ex F , ita est AD ad DB , ut autem
 AD ad DB , ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB , propterea quod CD circulum
 22. sexti. contingitur: erit ut quadratum ex B ad quadratum ex F , ita quadratum ex AC ad id,
 quod fit ex CF quadratum, quare & ut B ad F , ita AC ad CB . ergo ACB problema
 efficit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto c ducatur recta linea contingens, quæ sit cd] *A centro circuli, cuius portio est ac ducatur recta linea in c , atque ipsi ad rectos angulos agatur cd , erit cd circulum contingens, ex 16. tertij elementorum.*

B Vt igitur quadratum ex ac ad quadratum ex cb , ita est ad ad db] *Quoniam enim cd circulum contingit, & cb secatur, erit angulus dcb æqualis angulo cab ex 32. tertij sed angulus cdb est communis Utrique triangulo acd , cdb , ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile: ut igitur ad ad dc ita cd ad db , & ut ad ad dc , ac ad cb . ideoque ex corollario 20. sexti prima ad tertiam db erit, ut quadratum primæ ad ad quadratum secundæ dc , hoc est ut quadratum ipsius ac ad quadratum cb .*

C Proportio autem quadrati ex ac ad quadratum ex cb est data. ergo & proportio ad ad db data erit] *Nam cum data sit proportio ac ad cb , dabitur etiam proportio quadrati ex ac ad quadratum ex cb . Græcus autem codex hoc loco corruptus est, & manens, quisque habet λόγος δὲ τῶ ἀπὸ α γ πρὸς τ β δ δοθέν. sed fortasse ita restituatur. λόγος δὲ τῶ ἀπὸ α γ πρὸς τοῦ ἀπὸ γ β δοθέν. ὥστε καὶ ὁ τῆς α δ πρὸς τ β δ.*

D Atque est datum punctum b . ergo & d , & linea ad , quare & ipsa ad data] *Græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur καὶ ἐστὶ δοθέν ἀρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ τοῦ β δ δοθέν. . . sed fortasse legendum erit καὶ ἐστὶ δοθέν τὸ β, δοθέν ἀρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ ἢ δ β δοθέν καὶ ἢ α δ.*

E Data autem proportio, quam habet b ad f] *Græcus codex ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς θ πρὸς τῆς ζ ergo legendum puto ὁ δὲ λόγος τῆς ε πρὸς τ ζ.*

F Et fiat ut quadratum ex b ad quadratum ex f , ita ad ad de] *Si enim fiat, ut excessus, quo quadratum ex b excedit quadratum ex f ad quadratum ex f , ita ab ad bd , erit componendo ut excessus, quo quadratum ex b excedit quadratum ex f Una cum quadrato ex f , hoc est ut quadratum ex b quadratum ex f , ita ad ad de .*

G Ducaturque contingens dc] *Ex 17. tertij elementorum.*

H Vt autem ad ad db , ita quadratum ex ac ad quadratum ex cb] *Hoc superius demonstratum fuit.*

LEM.
XXX.

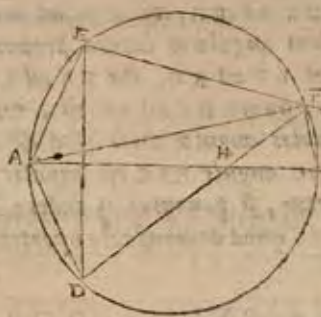
THEOREMA CXLIV. PROPOSITIO. CLVI.

Sit circulus, cuius diameter AB , & à quouis puncto ad ipsam perpendicularis agatur DE : ducaturque DF iuncta vero EF producat, ut
cum

cum diametro in puncto G conueniat. Dico vt AG ad GB ita esse AH ad HB.

Iungantur enim DA, AB, AE.

& quoniam DE perpendicularis est ad diametrum, erit angulus DAB æqualis angulo BAE. sed angulus DAB æqualis est angulo HEB, qui in eadem portione consistit: & angulus BAE æqualis angulo BEG, qui est extra quadrilaterum. angulus igitur HEB angulo BEG est æqualis, atque est angulus AEB rectus. ergo ex lemmate vt AG ad GB, ita est AH ad HB.

A
B

C

D

COMMENTARIVS.

Iungantur enim DA, AE, AF] Videne addendum sit DE.

Et quoniam DE perpendicularis est ad diametrum, erit angulus DAB æqualis angulo BAE. sed angulus DAB æqualis est angulo HEB, qui in eadem portione consistit] Græcus codex corruptus est, vt videtur qui sic habet $\epsilon\pi\epsilon\iota \delta\epsilon \delta\epsilon\iota \mu\epsilon\tau\epsilon\rho\varsigma \kappa\alpha\theta\epsilon\tau\omicron\varsigma \eta\delta\epsilon \iota\sigma\alpha\iota \epsilon\sigma\tau\iota \eta\iota\omega\delta\epsilon \delta\alpha\beta \tau\eta \epsilon\nu \tau\omicron\varsigma \alpha\upsilon\tau\omega\tau\epsilon \tau\eta\mu\alpha\tau\epsilon \iota\sigma\alpha\iota \delta\epsilon \tau\eta \iota\omega\delta\epsilon \theta\zeta\beta$. sed forte restituitur in hunc modum $\delta\epsilon\iota \delta\epsilon \delta\epsilon\iota \mu\epsilon\tau\epsilon\rho\varsigma \kappa\alpha\theta\epsilon\tau\omicron\varsigma \eta\delta\epsilon \iota\sigma\alpha\iota \delta\epsilon\tau\alpha\iota \eta\iota\omega\delta\epsilon \delta\alpha\beta \tau\eta \iota\omega\delta\epsilon \beta\alpha\epsilon$. apud $\delta\epsilon\iota \delta\epsilon \delta\alpha\beta \tau\eta \epsilon\nu \tau\omicron\varsigma \alpha\upsilon\tau\omega\tau\epsilon \tau\eta\mu\alpha\tau\epsilon \iota\sigma\alpha\iota \delta\epsilon \tau\eta \iota\omega\delta\epsilon \theta\zeta\beta$. angulus enim DAB est æqualis angulo HEB hoc est DEB, quod in eadem sit portione DABEB ex 21. tertij elementorum.

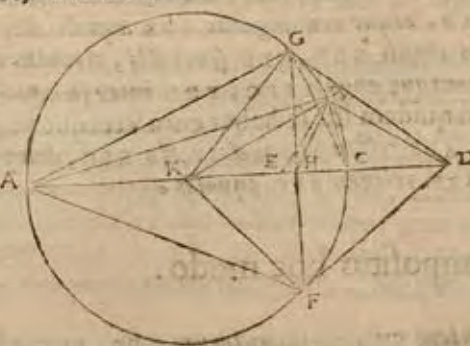
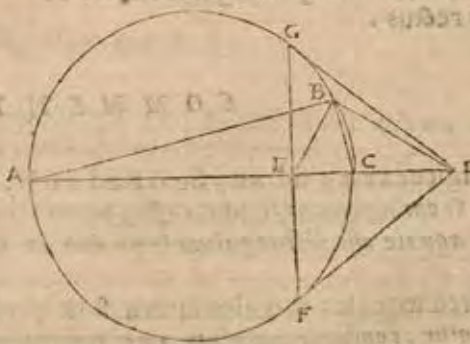
Et angulus BAE æqualis angulo BEG, qui est extra quadrilaterum] Anguli enim in quadrilatero oppositi DAB, EFB sunt æquales duobus rectis. sed & duobus rectis æquales sunt anguli EFB, BEG. dempto igitur communi angulo EFB, reliquus DAB reliquo BEG est æqualis.

Ergo ex lemmate vt AG ad GB; ita est AH ad HB] Per lemma fortasse intelligit 51. sexti huius, vel potius eius conuersum, quod nos eodem in loco demonstrauius. sed & aliter demonstrari potest hoc modo.

Sit triangulum orthogonum ABC, re-ctum habens angulum ad B: & a puncto B ducta vt cumque recta linea BD extra triangulum, fiat angulo CBD æqualis angulus CBE. Dico vt AB ad DC, ita esse AB ad EC.

Describatur circa diametrum AC circulus AFC, qui per B transibit: atque a puncto D ducantur DE, DG circulum contingentes & iungatur GF, quæ ad AC perpendicularis erit, & ipsam secabit in puncto E, vt infra demonstrabitur. Ex ijs igitur, quæ tradita sunt in lemmate. 28. huius sequitur vt AD ad DC, ita esse AB ad EC. Illud autem, quod positum est ita ostendemus.

Si enim fieri potest, recta linea GF non secet AC in E, sed in alio puncto, quod sit H inter EC, circuli centrum sit K, & AE, AG, KE, KG, GC, HB iungantur. erit KGD angulus rectus, & quoniam in triangulo orthogonio KGD ab angulo recto perpendicularis acta est GH, fient trianguula KHC, GHD similia toti triangulo KGD, & inter sese; eritque angulus HGD angulo GKD æqualis. angulus autem KEG est æqualis angulo KFG

18. certij.
2. sexti.
5. primi.

& añ

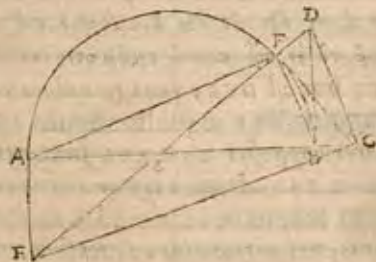
ult. sexti. & anguli ad H recti. ergo & reliquis EKC reliquo GKC , circumferentiaque FC æqualis
 27. tertij. circumferentiæ CG , & angulus CAF , hoc est CGH angulo CAG . sed angulus GKC , hoc est
 21. sextij. HGD duplus est anguli GAC , hoc est HGC . ergo & reliqui CGD est duplus, & anguli HGC .
 20. tertij. CGD inter se æquales sunt, ut igitur HG ad GD , ita est HC ad CD . Quoniam vero ob trian-
 26. tertij. gulum similitudinem, ut DK ad KG , ita GK ad KH , erit & ut DK ad KE , ita EH
 3. sexti. ad KH ; & sunt circa eundem angulum latera proportionalia. triangulum igitur KEH si-
 8. sexti. mile est triangulo KDB , & ut EK ad KD , ita HB ad BD , ut autem EK ad KD , hoc est ut
 7. quinti. GK ad KD , ita HG ad GD . quare HB ad BD est, ut HG ad GD , hoc est ut HC ad CD ,
 3. sexti. ideoque angulus HBC est æqualis angulo CBD . sed & angulus EBC æqualis erat eidem an-
 gulo CBD angulus igitur EBC angulo HBC est æqualis, videlicet totum parti, quod fieri non
 potest. idem absurdum sequetur, si ponamus H cadere inter B & K , ex quibus perspicuum
 est GF secare AC in puncto B . quod demonstrare oportebat.

LEM.
XXXI.

THEOREMA CXLV. PROPOSITIO CLVII.

Sit semicirculus recta linea AB , atque a punctis A & B ipsi ACB ad re-
 ctos angulos agantur rectæ lineæ BD , AE , & ducatur utcumque DE .
 a puncto autem F ipsi DE ad rectos angulos agatur FG , quæ cum AB
 in puncto G conveniat. Dico rectangulum contentum AE , BD rectan-
 gulo AGB æquale esse.

- A Erit igitur ut EA ad AG , sic GB ad BD
 B & circa æquales angulos latera sunt pro-
 portionalia. quare angulus AGB est æ-
 C qualis angulo BDG . Sed angulus quidem
 AGB æqualis est angulo AFB , qui in ea-
 dem portione consistit: angulus vero
 BDG rursus æqualis ipsi BFG , qui est in
 eadem portione. ergo angulus AFB æ-
 D qualis est angulo BFG . quod quidem ita
 se habet; cum uterque angulorum AFB ,
 BFG sit rectus.



COMMENTARIUS

- A Erit igitur ut EA ad AG , sic GB ad BD] Ad hoc demonstrandum utitur resolutiva me-
 thodo. Si enim ponatur illud ita esse, ut concludi oportet, videlicet rectangulum contentum
 AE , BD æquale esse rectangulo AGB erit ex 14. sexti elementorum ut EA ad AG , sic GB
 ad BD .
 B Et circa æquales angulos latera sunt proportionalia] Nam cum anguli ad AB re-
 cti ponantur, constat triangulum AEG triangulo BGD æquiangulum esse.
 C Sed angulus quidem AGB æqualis est angulo AFB , qui in eadem portione confi-
 nit, angulus vero BDG rursus æqualis ipsi BFG , qui est in eadem portione] Quoniam
 enim EAG , BFG recti sunt, si circa diametrum EG describatur semicirculus, transibit per
 puncta A & F , atque erit angulus AFB æqualis angulo AGB , qui in eadem est portione, & simi-
 liter cum anguli GBD , GFD sint recti, circulus circa diametrum GD descriptus per B & F tran-
 sibat: eruntque anguli BFG , BDG inter se æquales.
 D Quod quidem ita se habet cum uterque angulorum AFB , BFG sit rectus] Nam cum
 angulus AFB rectus sit æqualis recto BFG , dempto ab utrisque communi angulo, EBF erit æ-
 qualis AFE reliquo BFG æqualis.

Compositio hoc modo.

Quoniam uterque angulorum AFB , BFG est rectus, dempto communi angulo EBF erit
 angu-

LEM.
XXXII

Excessus igitur quadratorum ex κF , FA est quadratum ex κH] *Ex ante demonstratis* E
constat

THEOREMA CXLVIII. PROPOSITIO CLX.

LEM.
XXXIV.

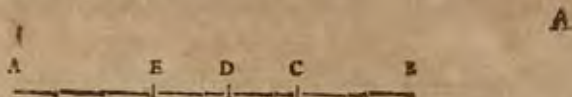
Sit vt AB ad BC , ita AD ad DC , & AC bifariam in puncto E secetur. Dico tria contingere, videlicet rectangulum quidem BED æquale esse quadrato ex EC : rectangulum vero BDE rectangulo ADC : & rectangulum ABC rectangulo EBD æquale esse.

Quoniam enim est vt AB ad BC ita AD ad DC , erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuersionem rationis, vt BE ad EC , ita CE ad ED . rectangulum

igitur BED quadrato ex EC est æquale. Commune auferatur quadratum ex DE . ergo rectangulum BDE , quod relinquitur, est æquale rectangulo ADC . Rursus cum rectangulum BBD æquale sit quadrato ex BC , vtrique auferantur a quadrato ex BB , reliquum igitur rectangulum ABC æquale est rectangulo EBD .

Sed sit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC : & secetur AC bifariam in B . Dico vt AB ad BC , ita esse AD ad DC .

Quonia enim rectangulum BDE est æquale rectangulo ADC , commune apponatur quadratum ex DB , erit totum rectangulum BBD quadrato ex CB æquale. ergo ob proportionem, & per conuersionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque vt AB ad BC , ita AD ad DC .



COMMENTARIVS.

Quoniam enim est vt AB ad BC , ita AD ad DC , erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuersionem rationis, vt BE ad EC , ita CE ad ED . Quoniam vt AB ad BC , ita AD ad DC , erit componendoque vt vtrique AB, BC ad BC , ita AC ad CD , & antecedentium dimidia, vt BE ad BC , ita EC ad CD , & per conuersionem rationis vt BE ad BC , ita CE ad ED . Græcus codex δὲ ὅτι AE πρὸς τὸν $EΓ$, ἢ $EΓ$ πρὸς τὸν ED lege δὲ ἢ BE πρὸς τὸν $EΓ$, ἢ $EΓ$ πρὸς τὸν ED .

Rectangulum igitur BED quadrato ex EC est æquale. Ex 16. sexti. Græcus codex τὸ δὲ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $ι$ $κ$ $λ$ $μ$ $ν$ $ξ$ $ο$ $π$ $ρ$ $σ$ $τ$ $υ$ $φ$ $χ$ $ψ$ $ω$ $α$ $β$ $γ$ $δ$ $ε$ $ζ$ $η$ $θ$ $$

LEM.
XXXV.

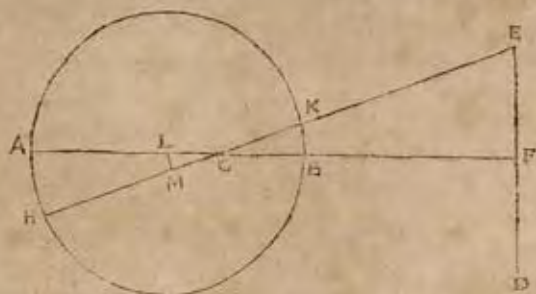
THEOREMA CXLV. PROPOSITIO CLXI.

His ita se habentibus, sit circulus circa diametrum AB , producat-
que AB , ut ad quamlibet rectam lineam DE sit perpendicularis: & fiat
ut AF ad FB , ita AG ad GB . Dico rursus si quodcumq; punctum sumat-
ur in recta linea ED , veluti E , & iuncta EG ad H producat, ut HE
ad EK , ita esse HG ad GK .

Sumatur centrum circuli,
quod sit L , & ab eo ad BH per-
pendicularis agatur LM . erit
 KM æqualis MH .

B Quoniam autem rectus est
uterque angulorum, qui ad MF ,
C puncta BF, LM in circulo erunt
rectangulum igitur FGL æqua-
le est rectangulo AGE , propte-
rea quod ut AF ad FB , ita sit
 AG ad GB , & secta est AB bifa-

D riam in puncto L , ergo & rectangulum EGM est æquale rectangulo AGE , videlicet
35. tertij. ipsi HGK , quod in circulo continetur, & HK bifariam secta est in M , quare eo, quod
E proxime demonstratum est, ut HB ad EK , ita erit HG ad GK .



COMMENTARIUS.

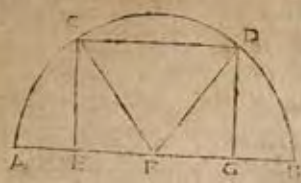
- A** Erit KM æqualis MH] *Ex tertia sexti elementorum, recta enim linea EG circulum in puncto K secat.*
B Quoniam autem rectus est uterque angulorum, qui ad MF , puncta BF, LM in circulo
31. tertij. erunt] *Nam si iuncta EL circa ipsam circulus describatur per MF puncta transibit.*
C Rectangulum igitur FGL æquale est rectangulo AGE , propterea quod ut AF ad
 FB , ita sit AG ad GB , & secta est AB bifariam in puncto L] *Ex secunda parte anteceden-
tis lemmatis.*
D Ergo & rectangulum EGM est æquale rectangulo AGE .] *Rectangulum enim EGM æ-
quale est rectangulo FGL ex 35. tertij elementorum.*
E Quare ex eo, quod proxime demonstratum est, ut HB ad EK , ita erit HG ad GK] *ob conuersam scilicet secundæ partis antecedentis lemmatis, quam proxime demonstrauit.*

LEM.
XXXVI.

THEOREMA CL. PROPOSITIO CLXII.

Sit semicirculus in recta linea AB , & ipsi AB parallela sit CD : ducan-
turque CE, DG perpendiculares. Dico AE ipsi GB æqualem esse.

Sumatur centrum circuli, quod sit F , & CF, FD iungantur. ergo CF est æqualis FD , ac pro-
pterea quadratum ex CF quadrato ex FD æqua-
le erit. sed quadrato quidem ex CF æqualia sunt
quadrata ex CE, BF , quadrato autem ex FD æ-
qualia quadrata ex DG, GF . ergo quadrata ex
 CE, BF quadratis ex DG, GF æqualia sunt: quo-
rum quadratum ex CE est æquale quadrato ex DG . reliquum igitur quadratum ex EF
reliquo ex FG quadrato est æquale, ideoque recta linea EF æqualis rectæ FG . est au-
tem



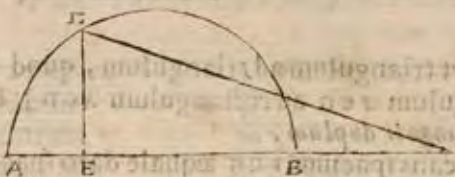
tem, & tota AF æqualis toti FB. ergo & reliqua AB reliqua GB æqualis erit, quod oportebat demonstrare.

THEOREMA CLI. PROPOSITIO CLXIII.

LEM.
XXXVII.

Sit semicirculus in recta linea AB, atque a quolibet puncto C ducatur CD, & perpendicularis agatur DE. Dico quadratum ex AC superare quadratum ex CD, eo quod utraque AC, CB & AB continetur.

Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc est æquale quadratis ex DE, EC, & ei, quod utraque AC, CB, & AB continetur. quare ablato communi rectangulo CAB, reliquum rectangulum ACE est æquale quadrato ex DE, hoc est rectangulo ABE, & quadrato ex CE, & ei quod AB, CB continetur. Rursusque ablato communi quadrato ex CE, rectangulum AEC, quod relinquitur est æquale rectangulo ABE, & contento AB, BC. quod quidem ita se habet.



COMMENTARIVS.

Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD] Per resolutionem hoc ostendit. Nam si ponatur quadratum ex AC superare quadratum ex CD rectangulo, quod utraque AC, CB, & AB continetur, erit quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc est quadratis ex DE, EC, & rectangulo, quod utraque AC, CB, & AB continetur.

Quare ablato communi rectangulo CAB, reliquum rectangulum ACE est æquale quadrato ex DE, hoc est rectangulo ABE & quadrato ex CE, & ei, quod AB, CB continetur] Est enim quadratum ex AC æquale duobus rectangulis CAB, ACE ex 2. secundi libri elementorum. Græcus codex λοιπὸν τοῦ ἀπὸ α γ ε ἰσὺν ἐστὶ πλὴν τοῦ ἀπὸ α β γεγενημένου δε.

Rursusque ablato communi quadrato ex CE rectangulum AEC, quod relinquitur, est æquale rectangulo ABE, & contento AB, BC] Ex 3. eiusdem.

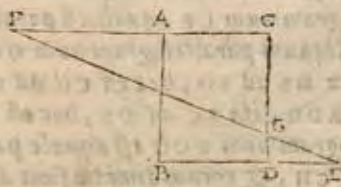
Quod quidem ita se habet] Ex prima eiusdem, quare constat verum esse illud, quod proponebatur. Compositio autem manifesta est.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO CLXIV.

LEM.
XXXVIII.

Parallelogrammo AD positione dato, a dato puncto E ducere rectam lineam EF, & facere triangulum FCG parallelogrammo AD æquale.

Factum iam sit. Quoniam igitur FCG triangulum æquale est parallelogrammo AD, parallelogrammum vero AD duplum est trianguli ADC; & triangulum FCG trianguli ADC duplum erit. Sed ut triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum c consistunt, ita rectangulum FCG ad rectangulum ACD. datum autem est rectangulum ACD. ergo, & ipsum FCG datum. & a dato puncto E ad rectas lineas AC, CD datas positione ducta est EF in spacij refectionem. positione igitur est ipsa EF.



Componitur autem sic.

Sit parallelogrammum quidem AD , positione datum autem punctum K : & a puncto B in FC , CD positione datas ducatur recta linea EF , resecans spacium FCG aequale dato spacio, videlicet duplo ipsius ACD : & ex iisdem, quæ in resolutionem dicta sunt, ostendemus triangulum FCG parallelogrammo AD æquale. recta igitur linea EF problema efficit, constat autem ipsam solam hoc efficere, quoniam & illa sola est.

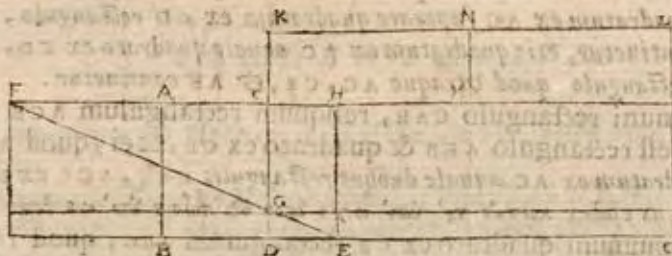
COMMENTARIUS.

A Sed ut triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C consistunt, ita
41. primi rectangulum FCG ad rectangulum ACD] *Ex 15. quinti elementorum est enim rectangulum trianguli duplum.*

B Resecans spacium FCG æquale dato spacio, videlicet duplo ipsius ACD] *Græcus codex ἵσον δοθέντι χωρίον τὸ διπλασίονι τῷ ἀπὸ $α γ δ$. legendum autem est ἵσον δοθέντι χωρίον τὸ διπλασίονι τῷ ὑπὸ $α γ δ$.*

C Et ex eisdem, quæ in resolutione dicta sunt, ostendemus, &c.] *Græcus codex $α γ δ$ τὰ αὐτὰ τὴν ἀνάγνωσιν lege τῇ ἀναλλίσσει.*

D Recta igitur linea EF problema efficit] *Non docet Pappus quo inveniendum sit punctum G . sed Verisimile est hoc apparere ex libris de spacijs sectione ab Apollonio conscriptis, qui iniuria temporum ad manus nostras non pervenerunt.*



Nos igitur quo pacto illud fieri possit, demonstrare aggrediemur. Maneant eadem, quæ dicta sunt, & a puncto B ipsi DC parallela ducatur BH , ut cum AC producta in H conveniat, & rursus producta DC fiat CK æqualis ipsi CH , atque ad rectam lineam CK applicetur parallelogrammum CK, LM duplo parallelogrammi AD æquale. deinde si cecur KL bisariam in N ducatur NX parallela KE , competoque parallelogrammo CD, OM , rursus ad rectam lineam CM applicetur parallelogrammum æquale parallelogrammo CD , OM excedens figura quadrata, quod sit CG, PR , postremo iuncti EG ad F producat. Dico iam factum esse, quod proponebatur, videlicet triangulum FCG parallelogrammo AD æquale esse. Quoniam enim parallelogrammum CP æquale est parallelogrammo CO , ablato communi parallelogrammo CS erit reliquum parallelogrammum GO æquale quadrato MP . ergo ut CM ad MS , hoc est ad CG , ita MS ad SO , hoc est CG ad GD . ut autem CG ad GD ob similitudinem triangulorum FCG, BDG , ita FC ad DE , hoc est ad CH . ut igitur MC ad CG , ita FC ad CH . ideoq; parallelogrammum FCG est æquale parallelogrammo MK , quod scilicet continetur MC & CK , hoc est CH , & eorum dimidia sunt æqualia. Sed triangulum FCG parallelogrammi FCG dimidium est: & parallelogrammum CN dimidium parallelogrammi MK , ac propterea æquale parallelogrammo AD , triangulum igitur FCG parallelogrammo AD est æquale. quod ipsum facere oportebat.

IN PRIMVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLII. PROPOSITIO CLXV.

LEM.
I.

Sit conus, cuius basis circulus AB , & vertex punctum c . Si igitur acquiritur est conus, manifesto constat rectas lineas omnes, quæ ab ipso c ad AB circuli circumferentiam ducuntur, inter se æquales esse; si vero iscalenus est, oportet inuenire quæ maxima sit, & quæ minima.

Ducatur a puncto c ad planum circuli AB recta linea perpendicularis, quæ primum cadat intra circulum, sitque cd , & sumatur centrum eius, quod sit B , & iuncta DE producat in utramque partem ad puncta AB : deinde AC , CE iungantur. Dico rectam lineam BC maximam esse, AC minimam omnium, quæ a puncto c ad circulem AB pertinent. Ducatur enim alia quædam recta linea CF , & FD iungatur, maior igitur est BD , quam DE , communis autem CD , & anguli, qui ad D recti. ergo maior est BC , quam CF . eodem modo & CF maior ostendetur, quam CA . ex quibus apparet rectam lineam CB omnium maximam esse, AC vero minimam.

7.tertij.
47. primi.

THEOREMA CLIII. PROPOSITIO CLXVI.

LEM.
II.

Rursus a puncto c perpendicularis ducta cadet in ipsam AB circuli circumferentiam, quæ sit CA , & cum circuli centro D copulata AD producat in B , & BC iungatur. Dico BC maximam esse, & AC minimam.

Ipsam igitur CB maiorem esse, quam CA , perspicuum est. ducatur autem alia quædam CE , & AE iungatur. Itaque quoniam AB diameter est, necessario maior erit, quam AE : & continet AC cum ipsis AB , AB angulum rectum. ergo BC quam CE maior erit, & similiter maior, quam ceteræ omnes. Eodem modo, & BC maior ostendetur, quam CA . quare sequitur ut BC maxima sit, AC vero minima omnium, quæ ab ipso c ad circulum AB pertinent.

19. primi.
15. tertij.

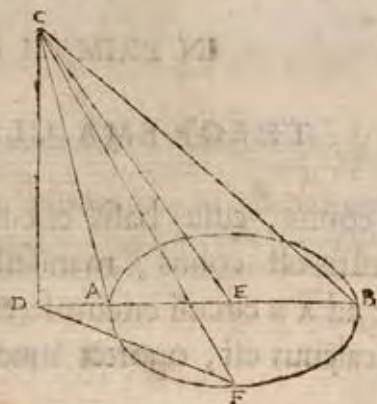
THEOREMA CLIV. PROPOSITIO CLXVII.

LEM.
III.

Iisdem positis cadat perpendicularis cd extra circulum, & ad E circuli centrum ducta DE producat, iunganturq; AC , BC . Dico BC maximam, & AC minimam esse omnium, quæ a puncto c ad AB circulum perducuntur.

Constat

Constat namque BC maiorem esse ipsa CA . Sed & maior erit omnibus, quæ ab ipso C in circumferentiam circuli AB cadunt. Ducatur enim alia quædam recta linea CF , & DF iungatur. Cum igitur BD per centrum transeat, maior est autem, quam DE . est autem CD perpendicularis ad rectas lineas DB , DE , quoniam & ad ipsum planum. ergo maior erat BE , quam CE : & similiter maior, quam aliæ omnes. perspicuum est igitur ipsam CE maximam esse. At vero AC minimam hoc modo ostendemus. Quoniam enim minor est AD , quam DE , atque est ad ipsas perpendicularis DC , minor erit AC , quam CE , & ita minor, quam aliæ. recta igitur linea AC minima est, & BC maxima omnium, quæ a puncto C ad AB circuli circumferentiam perducuntur.



Si ab aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non sit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in utramque partem producat, &c.

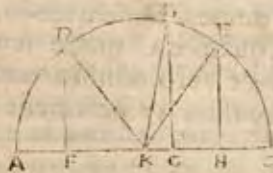
Conuenienter Apollonius addidit in utramque partem producat, cum vniuscuiusque coni ortum tradat. Si enim æquicuriis sit conus, frustra produceretur, quod recta linea, quæ conuertitur, circumferentiam circuli perpetuo contingit, quippe cum ab ea punctum manens semper æquali distet intervallo. Sed quoniam potest, & scalenus esse conus, in quo ut iam demonstratum est, & maximum, & minimum latus inuenitur, necessario illud apposuit, ut quæ minima est recta linea usque adeo augeri intelligatur, quoad fiat maximæ æqualis, ac propterea circuli circumferentiam perpetuo contingat.

LEM.
IV.

THEOREMA CLV. PROPOSITIO CLXVIII.

Sit linea ABC , & positione data AC . Omnes autem, quæ ab ipsa ABC ad AC perpendiculares ducuntur, ita se habeant, ut quadratum vniuscuiusque ipsarum æquale sit rectangulo-basis partibus, quæ ab ipsa secantur, contento. Dico ABC circuli circumferentiam esse, & eius diametrum rectam lineam AC .

Ducantur enim à punctis DBE perpendiculares DF , EG , EH . ergo quadratum ex DF æquale est rectangulo AFC , & quadratum ex EG rectangulo AGC , quadratum vero ex EH rectangulo AHC est æquale. secetur AC bifariam in K , & DK , KB , KE iungantur. Itaque quoniam AFC rectangulum vna cum quadrato ex FK est æquale quadrato ex AK , & ipsi AFC æquale est quadratum ex DF ; erit quadratum ex DF vna cum quadrato ex FK , hoc est quadratum ex DK æquale ei, quod ex AK quadrato. ergo recta linea AK ipsi KD est æqualis. Similiter ostendemus, & vnamquamque ipsarum BK , EK ipsi AK vel KC æqualem esse. quare ABC circuli circumferentia est circa centrum K ; hoc est circa diametrum AC .

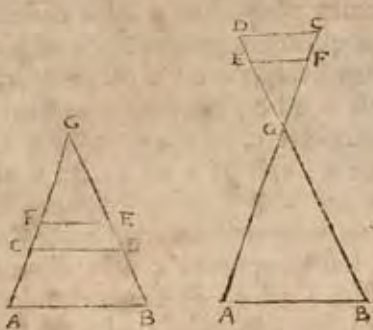


THEOREMA CLVI. PROPOSITIO CLXIX.

LEM.
V.

Sint tres rectæ lineæ parallelæ AB, CD, EF, & in ipsas ducantur duæ rectæ AGFC, BGED. Dico vt rectangulum, quod fit ex AB, & EF ad quadratum ex CD, ita esse rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

Quoniam enim vt recta linea AB ad EF hoc est vt rectangulum ex AF & FE ad quadratum ex EF, ita recta linea AG ad ipsam GF, hoc est rectangulum AGF ad quadratum ex FC. erit vt rectangulum ex AB, & FE ad quadratum ex EF, ita rectangulum AGF ad quadratum ex FG, sed vt quadratum ex EF ad quadratum ex CD ita quadratum ex FG ad quadratum ex GC. ex æquali igitur vt rectangulum ex AB, & FE ad quadratum ex CD, ita rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

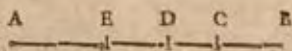
lemm. in
23. deci-
mi.
4. sexti.

THEOREMA CLVII. PROPOSITIO CLXX.

LEM.
VI.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & secetur AC bifariam in puncto E. Dico rectangulum BED quadrato ex EC æquale esse: itemque rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & rectangulum ABC rectangulo EBD.

Quoniam enim vt AB ad BC, ita est AD ad DC, erit componendo, sumptisque antecedentium dimidijs, & per conuersionem rationis, vt BE ad BC, ita CE ad ED. rectangulum igitur BED æquale est quadrato ex CE. commune auferatur quadratum, scilicet ex ED. ergo quod reliquitur rectangulum ADC rectangulo BD est æquale. Rursus quoniam rectangulum BED æquale est quadrato ex CE, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale erit. quæ omnia demonstrare oportet. at.



A

17. sexti.

B

C

COMMENTARIVS.

Erit componendo, sumptisque antecedentium dimidijs, & per conuersionem rationis A
vt BE ad BC, ita CE ad ED] Quoniam enim vt AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo
vt AB, BC ad CB; ita AC ad CD, & antecedentium dimidia vt BE ad BC, ita EC ad CD;
est enim AE ipsius AC dimidia, quare per conuersionem rationis vt BE ad BC, ita CE ad ED.

Commune auferatur quadratum scilicet ex ED] Est enim quadratum ex CE æquale re- B
ctangulo ADC una cum quadrato ex ED. & rectangulum BED æquale rectangulo BDE una
cum quadrato ex ED. quare sublato communi, relinquitur rectangulum ADC rectangulo
BED æquale.

Rursus quoniam rectangulum BED æquale est quadrato ex BC, vtraque auferan- C
tur a quadrato ex BE] Nam cum secetur AC bifariam in E, atque ipsi adiunctur CE, re-
ctangulum ABC, una cum quadrato ex CE æquale est quadrato ex BE. rursus quadrato ex BE
æqualia sunt vtraque rectangula EBD, BED. si igitur a quadrato ex BE æquali auferantur,
videlicet rectangulum BED & quadratum ex CE, relinquitur rectangulum APC rectangu-
lo EBD æquale esse.

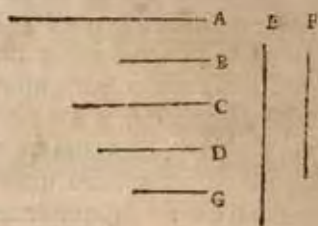
THEO-

LEM.
VII.

THEOREMA CLVIII. PROPOSITIO CLXXI.

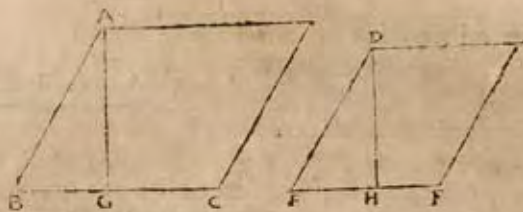
Habeat A ad B proportionem compositam ex proportione C ad D & ex proportione E ad F . Dico C ad D proportionem compositam habere ex proportione A ad B , & proportione F ad E .

Fiat enim proportio D ad G eadem, quæ est E ad F . & quoniam proportio A ad B composita est ex proportione C ad D , & proportione E ad F , hoc est D ad G ; proportio autem composita ex proportione C ad D , & D ad G est eadem, quæ C ad G ; erit ut A ad B , ita C ad G . Rursum quoniam C ad D proportionem habet compositam ex proportione C ad G , & proportione C ad D ; sed proportio C ad G demonstrata est eadem quæ A ad B , & conuertendo proportio G ad D eadem est, quæ F ad E ; habebit C ad D proportionem compositam ex proportione A ad B , & proportione F ad E .

LEM.
VIII.

THEOREMA CLIX. PROPOSITIO CLXXII.

Sint duo parallelogramma AC , DF æquiangula, quorum angulus B sit æqualis angulo E . Dico ut rectangulum ABC ad rectangulum DEF , ita esse parallelogrammum AC ad DF parallelogrammum.



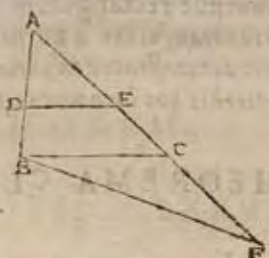
Si enim anguli B recti sint, illud perspicue constat, sin minus, demittantur perpendiculares AG , DH , & quoniam angulus B æqualis est angulo E , & angulus ad G rectus æqualis recto ad H ; erit triangulum ABG triangulo DEH æquiangulum. quare ut BA ad AG , ita ED ad DH . sed ut BA ad AG , ita rectangulum ABC ad rectangulum, quod AG , BC continetur, & ut ED ad DH , ita DEF rectangulum ad rectangulum contentum DH , EF . ergo permutando ut rectangulum ABC ad rectangulum DEF , ita rectangulum quod continetur AG , BC , hoc est parallelogrammum AC ad rectangulum contentum DH , EF , hoc est ad parallelogrammum DF .

LEM.
IX.

THEOREMA CLX. PROPOSITIO CLXXIII.

Sit triangulum ABC , sitque BC parallela ipsi DE : & quadratum, quod fit ex CA æquale sit rectangulo FAE . Dico iam si iungantur DC , BF rectam lineam BF ipsi DC parallelam esse.

Hoc vero manifeste patet. Quoniam enim ut FA ad AC , ita est CA ad AF ; & ut CA ad AB , ita BA ad AD : erit ut FA ad AC , ita BA ad AD . ergo DC , BF inter se parallelæ sunt.

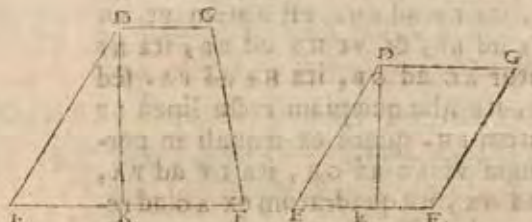


17
4. sexti.
2

THEOREMA CLXI. PROPOSITIO CLXXIV.

LEM.
X.

Sit triangulum ABC , trapezium vero $DEFG$, ita ut ABC angulus angulo DEF sit æqualis. Dico ut triangulum ABC ad rectangulum, quod continetur vtraque ipsarum KG , EF , & DE , sic esse triangulum ABC ad trapezium $DEFG$.



Ducatur enim perpendiculares AH , DK . & quoniam angulus ABC æqualis est angulo DEF , & qui est ad H rectus æqualis recto ad K ; erit ut BA ad AH , ita ED ad DK . sed ut BA ad AH , ita rectangulum ABG ad id, quod continetur AH , BC , & ut ED ad DK , ita rectangulum, quod continetur DG , EF , & DE ad contentum vtraque DG , EF & DK . est autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH , BC ; & trapezium $DEFG$ dimidium eius quod continetur vtraque DG , EF & DK . ergo ut rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG , EF , & DE . ita est triangulum ABC ad $DEFG$ trapezium, quod si ABC triangulum sit, & EF parallelogrammum, eadem ratione fiet, ut ABC triangulum ad DE parallelogrammum, ita esse rectangulum ABC ad duplum rectanguli DEF .

Ex quibus constat, rectangulum ABC si quidem DE parallelogrammum sit, æquale esse duplo rectanguli DEF ; si vero sit trapezium æquale ei, quod vtraque DG , EF & ipsa DA continetur.

COMMENTARIVS.

Est autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH , BC , & trapezium $DEFG$ dimidium eius, quod vtraque DG , EF & DK continetur. Iuncta enim DE erit triangulum EDF dimidium rectanguli contenti EF & DK , & triangulum DFG itidem dimidium eius, quod continetur DG , & DK . ergo totum trapezium $DEFG$ dimidium est rectanguli, quod vtraque EF , DG , & ipsa DK continetur.

Ergo ut rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG , EF , & DE , ita est triangulum ABC ad $DEFG$ trapezium. Ex antedictis enim colligitur, ut rectangulum ABC ad rectangulum ex AH , & BC , ita esse rectangulum ex DG , EF , & DE ad rectangulum DG , EF , & DK ; quare permutando ut rectangulum ABC ad rectangulum ex DG , EF & DE , ita rectangulum ex AH , & BC ad rectangulum ex DG , EF , & DK ; & ita eorum dimidia, hoc est triangulum ABC ad trapezium $DEFG$.

Ddd

Ex qui.

- C Ex quibus constat rectangulum ABC , si quidem DE parallelogrammum fit $\text{Sequitur hoc quadrato triangulum } ABC \text{ parallelogrammum, vel trapezio } DEFG \text{ sit æquale, quod etiam ab Eutocio demonstratur in commentarijs in 49. primilibri Apollonii. quare Verisimile est in Pappi Verbis hoc loco nonnulla desiderari.}$

LEM.
XI.

THEOREMA CLXII. PROPOSITIO CLXXV.

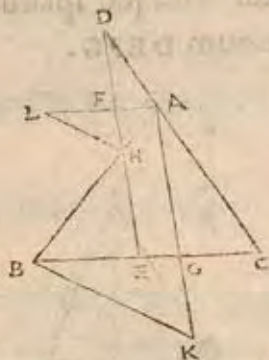
Sit triangulum ABC , & producta CA ad D ducatur, ut contingit recta linea DHE , cui quidem parallela ducatur AG ; ipsi vero BC parallela AF . Dico ut quadratum ex AG ad rectangulum BGC , ita esse rectangulum DFH ad quadratum ex FA .

A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK , & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL , & iungantur BK , HL . Quoniam igitur angulus $ad c$ æqualis est angulo BKG , & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL ;

B erit & angulus GKB angulo FHL æqualis. ergo

C ut BG ad GK , ita LF ad FH . est autem ut AG ad GB , ita HE ad EB , & ut HE ad EB , ita HF ad FA . ut igitur AG ad GB , ita HF ad FA . sed ut BG ad GK , ita alia quæpiam recta linea LF ad antecedentem FH . quare ex æquali in perturbata analogia ut AG ad GK , ita LF ad FA , ut vero AG ad GK , ita quadratum ex AG ad rectangulum AGK , hoc est ad rectangulum BGC , & ut LF ad FA , ita rectangulum LFA , hoc est DFH ad quadratum ex FA . ergo ut quadratum ex AG ad rectangulum BGC , ita rectangulum DFH ad quadratum ex FA . Sed licet illud idem etiam per compositionem proportionem demonstrare. Quoniam enim proportio AG ad GB est eadem, quæ HE ad EB , hoc est HF ad FA ; proportio autem AG ad GC eadem, quæ DE ad EC , hoc est DF ad FA ; erit proportio composita ex proportionibus AG ad GB & ex proportionibus AG ad GC quæ quidem est quadrati ex AG ad rectangulum BGC , eadem, quæ componitur ex proportionibus HF ad FA , & ex proportionibus DF ad FA , hæc autem est proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA .

lemm. in
23. decim.
mi.



COMMENTARIUS.

A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK , & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL $\text{[Græcus codex } \kappa\epsilon\iota\delta\omega \tau\omicron\varsigma \mu\epsilon\nu \kappa\omicron\tau\omicron \beta\kappa\gamma \text{ } \iota\sigma\omicron\nu \tau\omicron \kappa\omicron\tau\omicron \alpha\zeta \delta \text{ sed legendum ut puto. } \kappa\epsilon\iota\delta\omega \tau\omicron\varsigma \mu\epsilon\nu \kappa\omicron\tau\omicron \beta\kappa\gamma \text{ } \iota\sigma\omicron\nu \tau\omicron \kappa\omicron\tau\omicron \alpha\eta\kappa, \tau\omicron\varsigma \delta\epsilon \kappa\omicron\tau\omicron \delta\zeta\theta \text{ } \iota\sigma\omicron\nu \tau\omicron \kappa\omicron\tau\omicron \alpha\zeta\lambda. \text{ Illud vero ita intelligendum est, ut producat } AG \text{ ad } K, \text{ \& fiat rectangulum } AGK \text{ rectangulo } BGC \text{ æquale, \& rursus producat } AF \text{ ad } L \text{ fiat rectangulum } AFL \text{ æquale rectangulo } DFH.}$

B Quoniam igitur angulus $ad c$ æqualis est angulo BKG , & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL $\text{[Ex 21. tertij elementorum sunt enim puncta } ABKC \text{ in circumferentia eiusd. m. circuli, cum rectangulum } AGK \text{ æquale sit rectangulo } BGC \text{ ex conuersa 35. eiusdem, \& eadem ratione puncta } AD, LH \text{ cadent in circumferentia alterius circuli.}]}$

C Erit & angulus GKB angulo FHL æqualis $\text{[Namque angulus } ad c \text{ angulo } DAL \text{ est æqualis, quod } BCEA \text{ parallela sint.}]}$

D Ergo ut BG ad GK , ita LF ad FH $\text{[Sequitur enim ex iam dictis triangulum } LFH \text{ triangulo } BGC \text{ simile esse, quoniam angulus } ad K \text{ angulo } FHL \text{ est æqualis; ut demonstratum fuit; \& angulus } CFH \text{ æqualis angulo } LAG, \text{ hoc est ipsi } BGC. ergo \& reliquis reliquo æqualis erit.}]}$

Hæc

Hæc autem est proportio rectanguli DFH ad ad quadratum ex FA Ex quibus fit E
 ut rectangulum DFH ad quadratum ex FA eandem habeat proportionem, quam quadratum ex
 AG ad rectangulum BGC , quod quidem demonstrare oportebat.

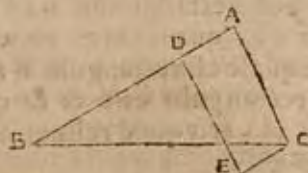
IN SECVNDVM CONICORVM.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO CLXXVI.

LEM.
I.

Datis duobus rectis lineis AB, BC , data recta DE , in ipsas AB, BC
 coaptare rectam lineam, ipsi DE æqualem parallelam.

Hoc autem manifestum est, nam si per B du-
 catur BC parallela AB , & per C ipsi DE paral-
 lela ducatur CA ; erit AC, ED parallelogram-
 mum, & propterea AC ipsi DE , & æqualis, &
 parallela, quæ quidem in datis rectas lineas $AB,$
 BC coaptata erit.



34. primi.

THEOREMA CLXIII. PROPOSITIO CLXXVII.

LEM.
II.

Sint duo trianguia ABC, DEF ; sitque ut AB ad BC , ita DE ad EF : &
 AB quidem sit parallela DE ; BC vero ipsi EF . Dico & AC ipsi DF pa-
 rallelam esse.

Producatur enim BC , & conueniat
 cum DE, DF in punctis GH . est igitur
 angulus E æqualis angulo G , hoc est ipsi
 B propterea quod duæ rectæ lineæ AB
 BC duabus DE, EF parallelæ sunt. Ita-
 que quoniam ut AB ad BC , ita est DE ad
 EF , & anguli ad BE sunt æquales; erit
 angulus C æqualis angulo F , hoc est an-
 gulo H . ergo recta linea AC ipsi DH
 est parallela.



THEOREMA CLXIV. PROPOSITIO CLXXVIII.

LEM.
III.

Sit recta linea AB , & æquales sint AC, DB , & inter CD sumatur quod-
 uis punctum E . Dico rectangulum ADB vna cum rectangulo CED æ-
 quale esse rectangulo AEB .

Secetur enim CD bifariam in F , quomodo-
 cumque se habeat ad E punctum, & quoniam
 rectangulum ADB vna cum quadrato ex FD
 æquale est quadrato ex FE ; quadrato autem
 ex FD rectangulum CED vna cum quadrato
 ex FE est æquale, & quadrato ex FE æquale rectangulum AEB vna cum quadrato ex
 FE : erit rectangulum ADB vna cum rectangulo CED , & quadrato ex FE , & æquale
 rectangulo AEB , & ei quod sit ex FE quadrato. commune auferatur quadratum ex
 FE . reliquum igitur ADB rectangulum vna cum rectangulo CED æquale est rectan-
 gulo AEB .

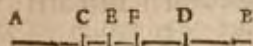


LEM.
IV.

THEOREMA CLXV. PROPOSITIO CLXXIX.

Sit recta linea AB , & æquales sint AC , DB ; & inter CD quoduis punctum E sumatur. Dico rectangulum AEB æquale esse rectangulo CED , & rectangulo DAC .

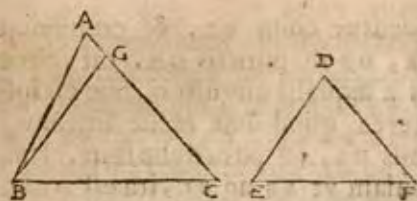
Secetur enim CD in F bifariam, quomodo-
cumque se habeat ad punctum B . quare tota
 AF ipsi FB est æqualis. rectangulum igitur ABB
vna cum quadrato ex BF æquale est quadrato
ex FA . Sed rectangulum DAC vna cum qua-
drato ex CF , quadrato ex FA est æquale, ergo rectangulum ABB vna cum quadrato
ex EF æquale est rectangulo DAC , & ex CF quadrato. quadratum autem ex CF est
æquale rectangulo CED & quadrato ex EF . quare sublato communi, nempe qua-
drato ex EF , erit quod relinquitur rectangulum ABB æquale rectangulo CED , & re-
ctangulo DAC .

LEM.
V.

THEOREMA CLXVI. PROPOSITIO CLXXX.

Sint duo triacula ABC , DEF , & sit angulus quidem C æqualis angulo F , angulus vero B angulo E maior. Dico rectam lineam BC ad CA minorem proportionem habere, quàm EF ad FD .

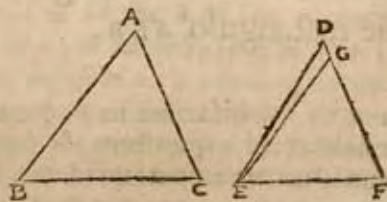
Constituatur enim angulus CEG æ-
qualis angulo B , & angulus C est æ-
qualis angulo F . ergo ut BC , & CG , ita
 EF ad FD . Sed BC ad CA minorem
proportionem habet, quam BC ad CG .
quare & BC ad CA minorem habebit
proportionem, quam EF ad FD .

LEM.
VI.

THEOREMA CLXVII. PROPOSITIO CLXXXI.

Habeat rursus BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD :
& sit angulus C æqualis angulo F . Dico angulum B angulo E minorem
esse.

Quoniam enim BC ad CA minorem
proportionem habet, quam EF ad FD ,
si fiat ut BC ad CA , ita EF ad aliam
quandam; erit ea minor, quam FD . Ita-
que sit FG , & AG iungatur. Cum
igitur circa æquales angulos latera pro-
portionalia sint, angulus B est æqua-
lis angulo FEG , & propterea angulo
 E minor erit.



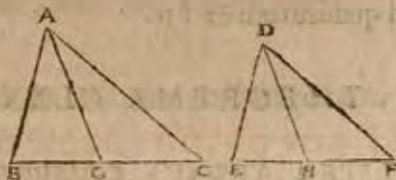
THEOREMA CLXVIII. PROPOSITIO CLXXXII.

LEM.
VII.

Sint trian̄gula similia ABC, DEF , & ducantur AG, DH , ita vt sit rectan̄gulum BCG ad quadratum ex CA , sicut rectan̄gulum EFH ad quadratum ex FD . Dico trian̄gulum AGC trian̄gulo DHF simile esse.

Quoniam enim est, vt rectan̄gulum BCG ad quadratum ex CA , ita rectan̄gulum EFH ad quadratum ex FD , & proportio rectan̄guli BCG ad quadratum ex CA composita est ex proportione BC ad CA , & proportione GC ad CA ; proportio autem rectan̄guli EFH ad quadratum ex FD componitur ex proportione EF ad FD , & proportione HF ad FD , quarum quidem proportio BC ad CA eadem est, quæ EF ad FD propter similitudinem trian̄gulorum: erit reliqua GC ad CA eadem, quæ HF ad FD . & sunt circa æquales angulos latera proportionalia. ergo trian̄gulum AGC trian̄gulo DHF simile erit.

Hoc igitur ex composita proportione in eum, quem diximus, modum demonstratur. Sed licet etiam aliter demonstrare absque composita proportione.

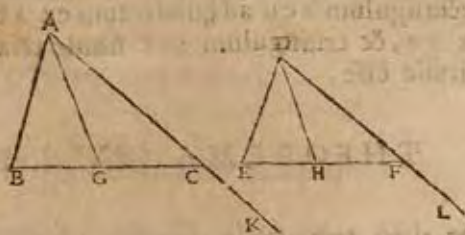


THEOREMA CLXIX. PROPOSITIO CLXXXIII.

LEM.
VI.

A L I T E R.

Ponatur enim rectan̄gulo BCG æquale rectan̄gulum ACK . ergo vt BC ad CK , ita AC ad CG . Rursus ponatur rectan̄gulo EFH æquale rectan̄gulum DEL , erit vt EF ad FL , ita DF ad FH . Sed positum est vt rectan̄gulum BCG , hoc est rectan̄gulum ACK ad quadratum ex AC , videlicet vt AK ad CK , ita rectan̄gulum EFH , hoc est DEL ad quadratum ex DF , videlicet vt DE ad FL . Vt autem BC ad CA , ita EF ad FD ob similitudinem trian̄gulorum. ergo vt BC ad CK , ita EF ad FL . Sed vt BC ad CK , ita AC ad CG , quod demonstratum est. itemque vt EF ad FL , ita DF ad FH . quare vt AC ad CG , ita erit DF ad FH . & sunt circa æquales angulos. trian̄gulum igitur ACG simile est trian̄gulo DHF , & eadem ratione trian̄gulum AGB trian̄gulo DHE , quod & ABC trian̄gulum ipsi DEF simile sit.

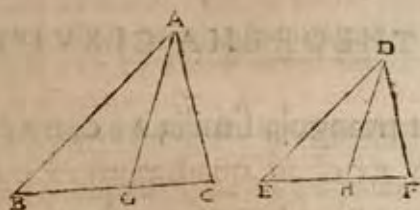
lemm. in
23. de
m.

THEOREMA CLXX. PROPOSITIO CLXXXIV.

Sit trian̄gulum quidem ABC simile trian̄gulo DEF , trian̄gulum vero ABG ipsi DEH simile. Dico vt rectan̄gulum BCG ad quadratum ex CA , ita esse rectan̄gulum EFH ad quadratum ex FD .

Quoniam

Quoniam enim propter similitudinem triangulorum totus angulus A toti D est æqualis; angulus autem BAG æqualis est angulo BDH : erit reliquus CAG reliquo HDF æqualis. Sed & angulus C est æqualis angulo F , est igitur ut GC ad CA , ita HF ad FD . ut autem BC ad CA , ita EF ad FD . ergo & proportio composita compositæ proportioni eadem erit. idcircoque ut rectangulum BGC ad quadratum ex CA , ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD .

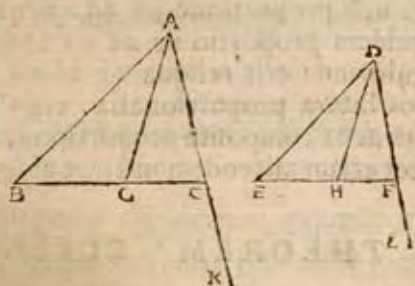


LEM.
X.

THEOREMA CLXXI PROPOSITIO CLXXXV.

ALITER ABSQVE COMPOSITA PROPORTIONE.

Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum ACK , & rectangulo EFH æquale rectangulum DEL ; erit rursus ut BC ad CK , ita AC ad CG . Ut autem EF ad FL , ita DF ad FH , & eadem ratione, qua supra demonstrabimus ut AC ad CG , ita esse DF ad FH . ergo ut BC ad CK , ita EF ad FL . Sed ut BC ad CA , ita EF ad FD ob triangulorum similitudinem. ex æquali igitur ut KC ad CA hoc est ut rectangulum KCA , hoc est rectangulum BGC ad quadratum ex CA , ita LF ad FD , hoc est rectangulum LFH , hoc est rectangulum EFH ad quadratum ex FD . quod demonstrare oportebat. Similiter demonstrabimus, si ut rectangulum BGC ad quadratum ex AC , ita fuerit rectangulum EFH ad quadratum ex FD , & triangulum ABC simile triangulo DEF ; & triangulum ABG triangulo DBH simile esse.

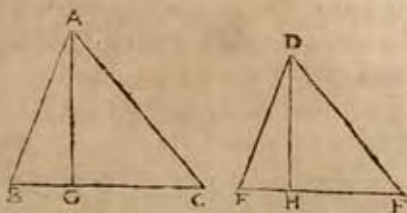


LEM.
XI.

THEOREMA CLXXII. PROPOSITIO CLXXXVI.

Sint duo triacula similia ABC , DEF , & ducantur perpendiculares AG , DH . Dico ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG , ita esse rectangulum EHF ad quadratum ex DH .

Hoc autem ex ijs, quæ superius dicta sunt perspicue constat.



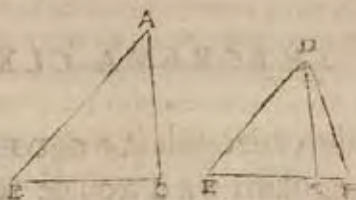
LEM.
XII.

THEOREMA CLXXIII PROPOSITIO CLXXXVII.

Sit angulus quidem B æqualis angulo E , angulus vero A angulo D minor. Dico CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED .

Quoniam

Quoniam enim angulus A minor est angulo D constituatur angulo A equalis angulus BDG . est igitur ut CB ad BA , ita GB ad ED . Sed GE ad BD minorem habet proportionem, quam EB ad ED . ergo & CB ad BA minorem proportionem habebit, quam BE ad ED . Similiter, & omnia alia huiusmodi ostendemus.

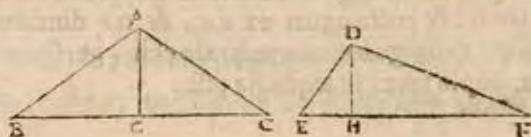


THEOREMA CLXXIV. PROPOSITIO CLXXXVIII.

LEM.
XIII.

Sit ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG , ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH : & sit BG quidem equalis GC , CG vero ad GA minorem proportionem habeat, quam FH ad HD . Dico FH maiorem esse ipsa HE .

Quoniam enim quadratum ex CG ad quadratum ex GA minorem proportionem habet quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD , quadratum autem ex CG æquale est rectan-



gulo BGC . habebit BGC rectangulum ad quadratum ex AG minorem proportionem, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD . Sed ut BGC rectangulum ad quadratum ex AG ita positum est rectangulum EHF ad quadratum ex HD . ergo rectangulum EHF ad quadratum ex HD minorem proportionem habet, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD . maior igitur est quadratum ex FH rectangulo EHF . quare, & recta linea FH ipsa HE maior erit.

IN TERTIVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLXXV. PROPOSITIO CLXXXIX.

LEM.
I.

Sit descripta figura $ABCEDEFG$, & sit BG equalis GC . Dico EF ipsi BC parallelam esse.

Ducatur enim per A recta linea HK parallelæ BC , & BE , CF ad puncta KH producatur. Itaque quoniam BG est equalis GC , erit & HA ipsi AK æqualis. ergo ut BC ad HA , hoc est ut BE ad EA , ita BC ad KA , hoc est CF ad FA . quare BF ipsi BC est parallelæ.

A
B

COMMENTARIVS.

Erit & HA ipsi AK æqualis] Ob similitudinem triangulorum BDG , KDA itemque triangulorum CDG , HDA . est enim ut BG ad GD , ita KA ad AD , & ut DG ad GC , ita DA ad HA . ex equali igitur ut BG ad GC , ita KA ad HA . Sed BG est equalis GC . ergo & KA ipsi HA equalis erit.

Ergo ut BC ad HA , hoc est ut BE ad EA , ita BC ad KA , hoc est CF ad FA .] Sunt B enim triangula similia BEC AEH , & triangula BFC , KFA itidem similia.

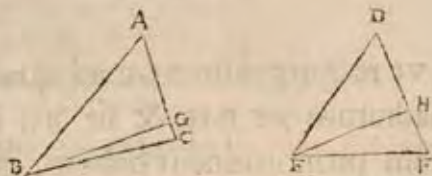
THEO.

LEM.
II.

THEOREMA CLXXVI. PROPOSITIO CXc.

Sint duo triacula ABC, DEF , quæ angulos ad æquales habeant, & sit rectangulum BAC æquale rectangulo EDF . Dico triangulum triangulo æquale esse.

Ductis enim perpendicularibus BG, BH . erit ut GB ad BA , ita HB ad ED .
A ergo ut rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC , ita rectangulum ex BH & DF ad rectangulum EDF . & permutando ut rectangulum ex BG & AC ad rectangulum ex BH & DF , ita rectangulum BAC ad rectangulum BDF .
 est autem rectangulum BAC rectangulo BDF æquale. ergo & rectangulum ex BG , & AC est æquale rectangulo ex BH & DF . Sed rectanguli ex BG & AC dimidium est ABC triangulum. & rectanguli ex BH , & DF dimidium est triangulum DEF . triangulum igitur ABC triangulo DEF æquale erit. perspicuum autem est, & parallelogramma ipsorum dupla inter se æqualia esse.



COMMENTARIUS.

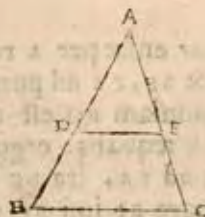
A Ergo ut rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC . ita rectangulum ex BH & DF ad rectangulum BDF]. *Ex prima sexti est enim rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC , ut GB ad BA , quod eandem altitudinem habeant. videlicet rectam lineam AC . & similiter rectangulum ex BH & DF ad rectangulum EDF ut HB ad ED . quare ex undecima quinti sequitur propositum.*

LEM.
III.

THEOREMA CLXXVII. PROPOSITIO CXCI.

Sit triangulum ABC , & sit DE ipsi BC parallela. Dico ut quadratum ex AB ad quadratum ex AD , ita esse triangulum ABC ad triangulum ADE .

Quoniam enim triangulum ABC simile est triangulo ADE , habebit ABC triangulum ad triangulum ADE duplam proportionem eius, quam BA habet ad AD . sed & quadratum ex AB ad quadratum ex AD duplam proportionem habet eius, quam habet BA ad AD . ergo ut quadratum ex AB ad quadratum ex AD , ita erit ABC triangulum ad triangulum ADE .

19. sexti.
20. sexti.
11. quintiLEM.
IV.

THEOREMA CLXXVIII. PROPOSITIO CXCI.

Sint rectæ lineæ AB, CD inter se æquales, & sumatur quoduis punctum E . Dico rectangulum CEB superare rectangulum CAB rectangulo DEA .

Secetur enim BE bifariam in F . ergo punctum F ipsam quoque AD bifariam secat, & quoniam rectangulum CEB una cum quadrato ex BF æquale est quadrato ex FE ; rectangulum autem DEA una cum quadrato ex AF æquale est quadrato ex FE ; atq; est quadratum ex AF æquale rectangulo CAB una cum quadrato ex BF : commune auferatur quadratum ex BF . reliquam igitur rectangulum CEB æquale est rectangulo CAB una cum rectangulo DEA quare CEB rectangulum superat rectangulum CAB ipso DEA rectangulo, quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIVS.

Commune auferatur quadratum ex BF Sequitur enim ex iam dictis rectangulum A CEB una cum quadrato ex BF æquale esse rectangulis DEA , CAB una cum eo, quod ex BF quadrato.

THEOREMA CLXXIX. PROPOSITIO CXCIH.

LEM.

V.

Si vero punctum E sit inter A & B rectangulum CEB minus est, quam rectangulum CAB eodem ipso spatio, videlicet rectangulo DEA , quod simili ratione demonstrabitur.



COMMENTARIVS.

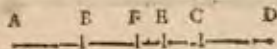
Quod simili ratione demonstrabitur Est enim rectangulum CAB una cum quadrato ex BF æquale quadrato ex FA , & rectangulum DEA una cum quadrato ex BF æquale est quadrato ex FA : quadratum vero ex BF est æquale rectangulo CEB una cum quadrato ex BF . ergo rectangulum CAB una cum quadrato ex BF æquale est rectangulis DEA , CEB una cum quadrato ex BF & dempto communi quadrato ex BF , relinquitur rectangulum CAB æquale rectangulis DEA , CEB . rectangulum igitur CEB minus est, quam rectangulum CAB , rectangulo DEA .

THEOREMA CLXXX. PROPOSITIO CXCIIV.

LEM.

VI.

Quod si E punctum sit inter B & C , eadem ratione rectangulum CEB minus est, quam rectangulum AED rectangulo ABD .



COMMENTARIVS.

Nam cum rectangulum ABD una cum quadrato ex BF æquale sit quadrato ex FA rectangulum vero ABD una cum quadrato ex BF eidem quadrato ex FA sit æquale, & quadratum ex BF æquale rectangulo CEB una cum quadrato ex BF ; dempto communi quadrato ex BF , sequitur rectangulum AED æquale esse rectangulo ABD una cum CEB rectangulo ergo CEB rectangulum minus est quam rectangulum AED rectangulo ABD , id quod demonstrandum proponebatur.

Ecc

THEO.

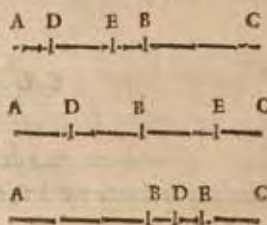
THEOREMA CLXXXI. PROPOSITIO CXCV.

LEM.

VII.

Sit recta linea AB æqualis ipsi BC & duo puncta D, E sumantur. Dico quadratum ex AB quater sumptum æquale esse rectangulo ADC bis, vna cum rectangulo AEC bis, & quadratis ex DB, BE bis sumptis.

Hoc autem perspicuum est. quadratum enim ex AB bis sumptum propter bipartitas sectiones æquale est rectangulo ADC bis, & quadrato ex DB bis: itemque quadratum ex AB bis est æquale rectangulo AEC bis, & bis ei, quod fit ex BB quadrato.



THEOREMA CLXXXII. PROPOSITIO CXCVI.

LEM.

VIII.

Sit recta linea AB æqualis ipsi CD : & sumatur punctum E . Dico quadrata ex AE, ED æqualia esse quadratis ex BE, EC , & rectangulo ACD bis sumpto.

Secetur BC bifariam in F , & quoniam quadratum ex DF bis sumptum æquale est rectangulo ACD bis, & bis quadrato ex CF ; appposito communi quadrato ex EF bis erit rectangulum ACD bis vna cum quadratis ex CF, FA bis, æquale quadratis ex D, FE bis sumptis: sed quadratis ex DF, FE bis sumptis æqualia sunt quadrata ex AE, ED : quadratis autem ex CF, FB bis sumptis æqualia sunt ex FE, EC quadrata. quadrata igitur ex AE, ED æqualia sunt quadratis ex BE, EC & rectangulo ACD bis sumpto.

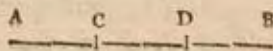


THEOREMA CLXXXIII. PROPOSITIO CXCVII.

LEM.

IX.

Sit rectangulum BAC vna cum quadrato ex CD æquale quadrato ex AD . Dico CD ipsi DB æqualem esse.



Commune enim auferatur quadratum ex CD , erit reliquum quod continetur AE , DB æquale rectangulo DCA . æqualis igitur est DC ipsi DB .

COMMENTARIUS

Hoc lemma est veluti conuersum sextæ propositionis secundi libri elementorum, in cuius demonstratione cum nonnulla desiderari videantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo,

Commune

Commune auferantur quadratum ex CD . erit reliquum rectangulum BAC aequale rectangulo DAC una cum rectangulo DCA . est enim ex secunda proportionem secundae elementorum quadratum ex AD aequale rectangulo DAC una cum rectangulo ADC , hoc est una cum rectangulo DEA , & quadrato ex CD per tertiam eiusdem sed per primam rectangulum BAC aequale est rectangulo DAC una cum eo, quod BD , & AC continetur. quare rursus ablato communi rectangulo DAC relinquitur rectangulum contentum BD , & AC aequale rectangulo DEA aequalis igitur est recta linea CD ipsi DE .

THEOREMA CLXXXIV. PROPOSITIO CXCVIII.

Sit rectangulum ACB una cum quadrato ex CD aequale quadrato ex DB . Dico rectam lineam AD aequalem esse ipsi DB . LEM. X.

Ponatur ipsi CD aequalis DE . ergo rectangulum CBE una cum quadrato ex DE hoc quadrato ex CD aequale est quadrato ex DB , hoc est rectangulo ACB una cum quadrato ex CD . quare rectangulum CBE est aequale rectangulo ACB , & propterea recta linea AC aequalis ipsi BE . Sed & CD aequalis ipsi DE . tota igitur AD toti DB est aequalis.



COMMENTARIVS.

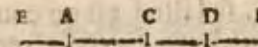
Hoc lemma conuersum est quintae propositionis secundi elementorum.

Quare rectangulum CBE est aequale rectangulo ACB Nempe ablato communi, videlicet quadrato ex CD . LEM. XI.

THEOREMA CLXXXV. PROPOSITIO CXCIX.

Sit rursus rectangulum BAC una cum quadrato ex DB aequale quadrato ex AD . Dico rectam lineam CD ipsi DB esse aequalem.

Ponatur enim ipsi DB aequalis AE . & quoniam rectangulum BAC una cum quadrato ex DB , hoc est cum quadrato ex BA aequale est quadrato ex AD , commune auferatur rectangulum DAC . ergo reliquum, quod BD , & AC continetur, videlicet rectangulum EAC una cum quadrato ex BA , quod est rectangulum CBA aequale est ipsi ADC rectangulo. quare recta linea BA , hoc est BD ipsi DC est aequalis.



COMMENTARIVS.

Commune auferatur rectangulum DAC Est enim rectangulum BAC aequale rectangulo DAC una cum eo, quod BD & AC continetur. quadratum vero ex AD aequale est rectangulo DAC una cum ADC rectangulo.

Quod est rectangulum EAC Ex tertia secundi elementorum.

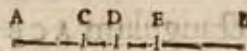
Quare recta linea EA , hoc est BD ipsi DC est aequalis Quoniam enim rectangulum EAC aequale est rectangulo ADC , erit ut EA ad CD ita DA ad DB , & componendo ut AD ad DC , ita DE ad BA . ergo EA ipsi DC est aequalis.

LEM.
XII.

THEOREMA CLXXXVI. PROPOSITIO CC.

Sit recta linea AB, in qua sumantur tria puncta CDE, ita ut BE sit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico ut BA ad AC, ita esse BD ad DC.

Quoniam enim rectangulum AED æquale est quadrato ex CE, erit ut AB ad BC, ita CE ad BD. quare per conuersionem rationis, antecedentibusque bis sumptis, & diuidendo ut EA ad AC, ita erit BD ad DC.



COMMENTARIUS.

Hoc lemma, & quod sequitur in Græcis codicibus corruptissima sunt, quæ nos restitimus. A Erat ut AB ad BC, ita CE ad ED. Hæc nos addidimus perspicuitatis causa in Græco enim codice tantum legitur ἀναλογον.

B Quare per conuersionem rationis, antecedentibusque bis sumptis, & diuidendo ut BA ad AC ita erit BD ad DC. Quoniam enim ut AB ad BC, ita CE ad ED, erit per conuersionem rationis ut EA ad BC, ita EC ad CD & antecedentium dupla ut EA, AC ad CA ita BC ad CD. est enim EC ipsius CB dupla. ergo diuidendo ut EA ad AC, ita est BD ad DC.

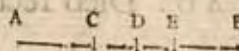
LEM.
XIII.

THEOREMA CLXXXVII. PROPOSITIO CCI.

Sit rursus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipsi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectangulo CBD æquale esse.

Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE est æquale, ut BC ad CE hoc est ad CA, ita erit CB, hoc est AC ad CD. & tota ad totam, & per conuersionem rationis, & spacium spacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale est CBD

rectangulo. sed illud etiam constat, rectangulum scilicet ADE ipsi BDC æquale esse. Si enim a quadrato CB, & a rectangulo BCD auferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt.



COMMENTARIUS.

A Et tota ad totam, & per conuersionem rationis, & spacium spacio æquale. Quoniam enim est ut BC ad CA ita AC ad CD, erit componendo ut tota BA ad AC, hoc est ad totam BC, ita pars AD ad partem DC, ergo reliqua BD ad reliquam DE, ut BA ad AC: & per conuersionem rationis DB ad BE, ut AB ad EC. rectangulum igitur ABE rectangulo CBA est æquale.

Sed hoc etiam aliter demonstrare possumus. Nam cum recta linea AB bisariam secetur in C, atque ipsi addatur BE erit rectangulum ABE una cum quadrato ex BC æquale quadrato ex CB. sed eidem quadrato ex CB æqualia sunt utraque rectangula CBD, BCD. rectangulum igitur ABE una cum quadrato ex BC æquale est rectangulo CBD una cum rectangulo BCD. quare ab altero quadrato ex BC ab altera parte, & ab altera rectangulo BCD quæ inter se æqualia sunt, sequitur rectangulum ABE rectangulo CBD æquale esse.

B Sed illud etiam constat, rectangulum scilicet ADE ipsi BDC æquale esse. Nam cum AC sit æqualis CE, rectangulum ADE una cum quadrato ex CD æquale est quadrato ex CE.

sed re-

sed rectangulum BDG una cum quadrato ex CD est æquale rectangulo BCD , hoc est quadrato ex CB . quare sublato communi quadrato ex CD , relinquitur rectangulum ADE rectangulo BDC æquale.

5 secūdi.
16. sexti.

ALITER quoque idem demonstrari potest, hoc pacto.

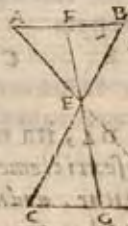
Quoniam ut tota BA ad BC , ita est pars AD ad DC , erit, & reliqua BD ad DE , ut AD ad DC ; & propterea rectangulum ADE æquale est rectangulo BDC .

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOSITIO CCII.

LEM.
XIV.

In duas parallelas AB , CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED , BEC , FEG ducantur. Dico ut rectangulum AEB ad rectangulum AEB , ita esse rectangulum CED ad CGD rectangulum.

Hoc per compositam proportionem manifestum est. ut enim AB ad ED , ita est AF ad DG ; & ut EB ad EC , ita EB ad GC , & componuntur ex his proportionibus spatia. Constat igitur propositum.



Sed licet etiam aliter demonstrare absque composita proportionem, hoc pacto.

Quoniam enim ut AB ad ED , ita est DE ad EC , erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB , ut rectangulum BEC ad quadratum ex EC , ut autem quadratum ex EB ad quadratum ex BF , ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG . quare ex æquali ut rectangulum AEB ad quadratum ex BF , ita rectangulum BEC ad quadratum ex CG . Sed ut quadratum ex BF ad rectangulum BFA , ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD . ex æquali igitur ut rectangulum AEB ad rectangulum AEB , ita rectangulum CED ad rectangulum CGD .

COMMENTARIVS.

Hoc per compositam proportionem manifestum est. Cum enim rectæ lineæ AF , CD A inter se parallela sint, erit ABF triangulum simile triangulo DEG , & triangulo FBE simile ipse GBC . quare ut EA ad AF , ita ED ad DG ; & ut EB ad BF , ita EC ad CG . proportio autem rectanguli AEB ad rectangulum AEB componitur ex proportione EA ad AF , & proportione EB ad BF ; & proportio rectanguli CED ad rectangulum CGD componitur ex proportione ED ad DG , & proportione EC ad CG . quare cum proportionem, ex quibus componuntur, eadem sint, sequitur rectangulum AEB ad AEB rectangulum, ita esse, ut rectangulum CED ad rectangulum CGD .

IN QVINTVM LIBRV M CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOSITIO CCIII.

LEM.
I.

Sit triangulum ABC , & ducatur perpendicularis AD . Dico si rectangulum BDC æquale sit quadrato ex AD , angulum ad A rectum esse, si maius obtusum, si vero minus acutum.

Sit pri-

LEM.
IV.

A Sit primum æquale. ergo ut BD ad DA, ita est AD ad DC & sunt circa æquales angulos latera proportionalia. angulus igitur ad A æqualis est angulo ad D, ac propterea angulus ad A rectus erit. Sed sit maius. ponaturque ipsi æquale quadratū ex DB, & BE, & C iungantur. erit angulus BEC rectus. & ipso maior est angulus ad A. ergo angulus ad A est obtusus. Sit denique minus, & ipsi æquale ponatur quadratum ex DF, iunganturque BE, FC. erit FEC angulus rectus, atque eo minor est angulus ad A angulus igitur ad A acutus erit.

A

COMMENTARIUS.

A Ergo ut BD ad DA, ita est AD ad DC. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia] Ex 14. sexti elementorum. Hæc autem nos ita vertimus perspicuitatis causa, nam in Græco codice legitur. ἀνάλογον ἀπαρτὶ καὶ τὰς γωνίας.

B Angulus igitur ad A æqualis est angulo ad D, ac propterea angulus ad A rectus erit] Quoniam enim rectangulum BDC æquale est quadrato ex AD, ut BD ad DA, ita est AD ad DC. suntque circa æquales angulos, videlicet rectos, qui sunt ad D latera proportionalia. triangulum igitur ABD triangulo ADC æquiangulum est, & angulus ABD angulo DAC æqualis. Sed duo anguli ABD, BAD sunt æquales uni recto, quare & ipsi BAD, DAC hoc est angulus BAC. angulus igitur ad A est rectus.

LEM.
II.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO CCIV.

Duabus rectis lineis AB, BC positione datis, & dato puncto D, per D circa asymptotos AB, BC hyperbolam describere.

Factum iam sit ergo B est ipsius centrum iungatur DE, & producat; quæ diameter erit,

A ponaturque ipsi DE æqualis BE.

B datum igitur est punctum E.

C quare & punctum E dabitur, & diametri terminus. ducatur a

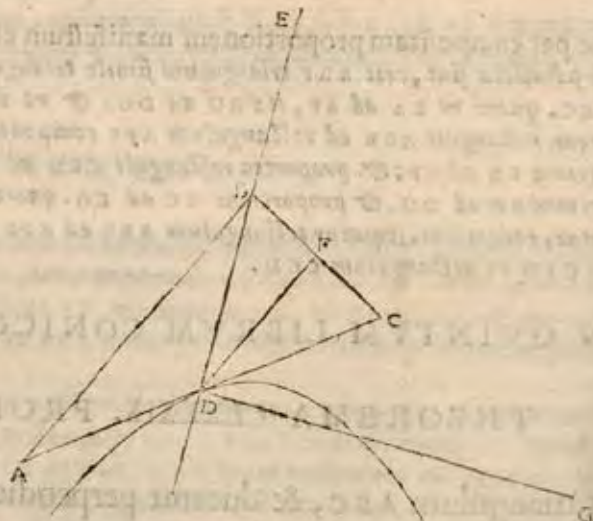
D puncto D ad rectam lineam BC perpendiculari DF. ergo & punctum F est datum. Rursus

27. dator. ponatur ipsi BF æqualis FC. erit & C datum, & iuncta CD

producat ad G, quæ positione data erit. sed & positione est data AB, ergo & ipsum A.

E est autem & C datum. quare recta linea AC magnitudine dabitur. & erit AD æqualis DC, propterea quod BF est æqualis

F FC. Itaque figuræ, quæ ad diametrum ED constituitur, sit DE rectum latus, veraque igitur ipsarum AD, DC potestate quarta pars erit rectanguli BDC. sed & quarta pars est quadrati ex AC. rectangulum igitur BDC quadrato ex AC est æquale. datum autem est



tem est, quod sit ex AC quadratum. ergo & datum rectangulum EDG , & data est ED .
quare & ipsa DG , & punctum G datur. Quoniam igitur positione datis duabus rectis $G H$
lineis in plano, ED , DG quæ ad rectos angulos inter se constituantur; & a dato pun- K
cto D facta est sectio hyperbole, cuius diameter quidem est ED , vertex autem D pun-
ctum & a sectione ad diametrum ductæ in dato angulo ADB applicantur, & possunt L
spatia adiacentia ipsi DG , latitudinemque habentia, lineas ex diametro abscissas, quæ M
inter ipsas, & punctum D interijciuntur, & excedentia figura simili ei, quæ rectis li- N
neis EDG continetur; erit ipsa sectio positione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint duæ rectæ lineæ AB , BC positione datæ, & datum punctum D , iunctaque DB
producatur ad E , ut sit BE ipsi DB æqualis, & ducatur perpendicularis DE , ponatur O
que ipsi BE æqualis FB ; & iuncta CD ad A producatur. atque ipsi ED aptetur ad re-
ctos angulos DG , ita ut quadrato ex AC æquale sit rectangulum BDG ; & circa diame- P
trum DE hyperbole describatur. ut in resolutione ductum est. Dico eam problema
efficere. Quoniam enim BE est æqualis EC , erit & AD ipsi DC æqualis; ergo utraque
ipsarum AD , DC potestate quarta pars est quadrati ex AC . hoc est rectanguli BDG , Q
hoc est figuræ quæ ad diametrum ED constituitur demonstratum etenim est in secundo
libro conicorum, rectas lineas AB , BC ipsius hyperbolæ asymptotos esse.

COMMENTARIVS.

Datum igitur est punctum B] *Ex 25. libri datorum. sunt enim AB , AC positione data.* A
Græcus codex dōbēr dpa dōr. adde τὸ β.

Quare & punctum B dabitur] *Ex 27. eiusdem libri.*

Ducatur a puncto D ad rectam lineam BC perpendicularis DE] *videtur hic locus* C
corruptus esse non enim ducenda est DE ad ipsam BC perpendicularis, nisi quando AB , BC re-
ctum angulum continent, quippe cum necesse sit rectam lineam DE ipsi AB parallelam esse. sed
fortasse dicemus hoc problema theoremati sequenti tantum inferuire, in quo asymptoti BA , NC
ad rectos inter se angulos statuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter con-
scribitur.

Ergo & punctum F est datum] *Ex 25. libri datorum. nam & recta linea DE positione* D
datur ex 30. eiusdem.

Quare recta linea AC magnitudine dabitur.] *ex 26. eiusdem.* E

Utraque igitur ipsarum AD , DC potestate quarta pars erit rectanguli EDG] *Deside-* F
ratur in Græco codice τὴν τετάρτην vel δ.

Quare & ipsa DG , & punctum G datur] *Est nim ex 14. vel 77. sexti elementorum, ut* G
 ED ad AC , ita AC ad DG , & data est AC . ergo & ipsa DG . estque datum punctum D ; qua-
re, & ipsum G dabitur ex 27. datorum Græcus codex ἐστὶ δὲ dōbēr τὸ u ego legendum puto ἂν δὲ
dōbēr τὸ u.

Quoniam igitur positione datis duabus rectis lineis in plano ED , DG] *Græcus co-* H
dex ἐστὶ δὲ θέσιν δεδομένων δύο ἰσθμίων ἀντιθέτων. ego legendum opinor δύο ἰσθμίων ἐν ἀν-
τιθέτω.

Et a dato puncto D facta est sectio hyperbole] *Græcus codex mendosus est, in quo legi-* K
tur. ἂν ἀπὸ δὲ dōbērtos τῆς τῶν α δ θ γ ε γίνεται ὁπιοβολίς διάμετρος μὲν ἡ ε δ &c. forte le-
gendum est ἂν ἀπὸ δὲ dōbērtos τὸ δ γίνεται ὑπερβολή, ἢς διάμετρος μὲν ἡ ε δ.

Et possunt spatia adiacentia ipsi DG] *In Græco codice mendose legitur δ α.* L

Latitudinesque habentia lineas ex diametro abscissas, &c.] *Græcus codex πλατὺ ἔχον-* M
τα αὐτὰς ἀπὸ πρὸς legendum πλατὺν ἔχοντα, δ αὐτὰς ἀφαιρῶσα.

Et excedentia figura similes, quæ lineis EDG continetur] *Græcus codex ὑπερβάλλον* N
τα ἐδὲν ὁμοίω τῷ τῶν ἐδὲν lege τῷ τῶν ἐδὲν.

Et ducatur perpendicularis DE] *vid. quæ supra scripsimus in c.* O

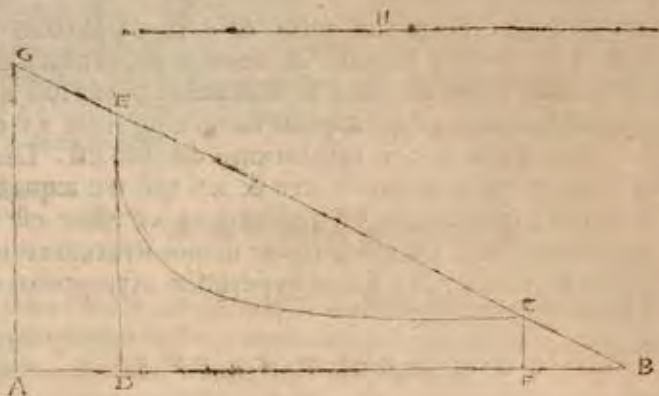
Et circa diametrum DE hyperbole describatur] *Ex 53. primi conicorum.* P

Hoc est figura, quæ ad diametrum ED constituitur] *Græcus codex ἡ τῆς τῶν ἀπὸς τῶ* Q
ε δ διαμέτρος ἐδὲν ἢ ὡς δοτάμιν. ego legerem ἡ τῶν τῶ ἀπὸς τῆ δ ε διαμέτρος ἐδὲν.

LEM.
III.

THEOREMA CX C. PROPOSITIO CCV.

Sit recta linea AB positione data, & datum punctum C ; ducaturque BC , & ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE . Dico punctum E positione tangere coni sectionem hyperbolen, quæ per punctum C transit.



- B C** Ducatur perpendicularis CE : atque ipsi BD æqualis ponatur FA . ergo punctum A
D est datum. erigatur ipsi BA ad rectos angulos AG , quæ positione data erit. & rectæ
 lineæ BC productæ occurrat in G . Itaque duabus rectis lineis BA, AG positione datis,
E F & dato puncto C , hyperbole circa asymptotos GA, AB describatur. transibit igitur &
G per punctum E , propterea, quod BC est æqualis EG : est enim tota BD toti FA , hoc
 est tota BE toti CG æqualis.

Componetur autem hoc modo.

- Sit recta linea AB data positione, datumque punctum C : & ducatur BC : recta vero
 linea, in qua H sit data, cui æqualis ponatur FA ; ducta scilicet CF perpendiculari:
 erigaturque AC ad rectos angulos, quæ ipsi BC in puncto G occurrat. & circa asym-
 ptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole describatur. Dico eam proble-
 ma efficere hoc est si perpendicularis ducatur ED , rectam lineam ED ipsi H æqualem
 esse. Illud vero perspicuum est propter asymptotos, cum EG sit æqualis CB ergo &
 AD ipsi FB , & tota AF , hoc est H ipsi BD æqualis erit.

COMMENTARIUS.

- A** Sit recta linea AB positione data, & datum punctum C] *Græcus codex θέλει ἐνθεῖν αὐτὸν αὐτὸ δὲ δοθέν τοῦ γ. sed puto legendum θέλει ἐνθεῖν αὐτὸν αὐτὸ δὲ δοθέν τοῦ γ.*
B Atque ipsi BD æqualis ponatur FA] *Hoc nos addidimus quæ in Græco codice desiderari videbantur. quare legendum erit ἡ γὰρ ἐστὶν ἡ γ. & τὸ βδ ἔστιν ἡ γ. & ζα.*
C Ergo punctum A est datum] *Ex 27. datorum Græcus autem codex habet δοθέν αὐτὸν τοῦ β.*
D Quæ positione data erit] *Ex 30. datorum.*
E Hyperbole circa asymptotos GA, AB describatur] *Ex antecedente in Græco autem codex deest verbum περιγράφω.*
F Transibit igitur & per punctum E propterea quod BC sit æqualis EG] *Ex 8. secundi libri conicorum.*
G Est enim tota BD toti FA , hoc est tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim data recta linea BD æqualis ponitur FA , & inter se parallela sint CF, DE, AG , erit ex 2. sexti elementorum*

mentorum, ut DE ad FE, ita EC ad CB, & componendo ut DE ad BF, ita EB ad BC, ut autem EF ad FA, ita EC ad CG. quare ex equali ut BD ad FA, ita BE ad CG. atque est D equalis FA ergo & BE equalis CG, & dempta utrinque communi CE, erit reliqua BC reliqua EG equalis. In Græco codice nonnulla deesse videntur, qui sic habet $\epsilon\pi\alpha\iota\ \alpha\iota\ \omicron\lambda\eta\ \eta\gamma\epsilon\iota\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \delta\iota\delta\ \tau\omicron\delta\ \alpha\pi\omicron\gamma\epsilon\gamma\mu\mu\epsilon\iota\omicron\nu\omicron\nu$.

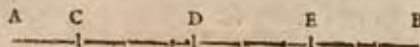
Et ducatur BE] In Græco codice mendose, ut opinor, legitur $\eta\ \delta\epsilon\ \delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\epsilon\rho\omicron\varsigma\ \eta\ \beta\gamma$ non H enim BC est hyperbole diameter. Sed fortasse legendum erit $\eta\gamma\epsilon\iota\ \delta\eta\mu\chi\theta\alpha\ \eta\ \beta\gamma$.

Et circa asymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole describatur. K Ex antecedente. secet autem data hyperbole rectam lineam BC in E puncto.

THEOREMA CXCI. PROPOSITIO CCVI.

LEM.
IV.

Sit ut BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex DC. Dico ipsarum BA, AC mediam proportionalem esse AD.



Ponatur ipsi CD æqualis DE. ergo diuidendo ut BC ad CA, hoc est ut rectangulum CBE ad rectangulum, quod AC, BE continetur, ita rectangulum CEB ad quadratum ex BD. rectangulum igitur contentum AC, BE quadrato ex BD, hoc est rectangulo CDE est æquale. ergo ob proportionem, & componendo, ut BD ad DE, hoc est ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet ut BA ad AD, ita DA ad AC. ipsarum igitur BA, AC media proportionalis est AD.

i. sexti.
A
9. quinti.
B
C

COMMENTARIVS.

Ita rectangulum CBE ad quadratum ex BD] Quadratum enim ex BD superat quadrum ex DC, hoc est ex DE, rectangulo CBE ex 6. secundi elementorum, cum recta linea CA bifariam secetur in D, atque ei adiungantur EB.

Ergo ob proportionem & componendo, ut BD ad DE, hoc est ad DC, ita DA ad AC] Quoniam enim rectangulum contentum AC, BE rectangulo CDE est æquale, ut BE ad ED, ita DC ad CA, & componendo ut BD ad DE, hoc est ad DC, ita DA ad AC.

Quare & tota ad totum, videlicet, ut BA ad AD, ita DA ad AC] Sequitur namque ex duodecima quinti elementorum, ut BD, DA ad DC, CA, hoc est ut BA ad AD, ita DA ad AC.

THEOREMA CXCI. PROPOSITIO CCVII.

LEM.
V.

Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lineam AC ipsi CB æqualem esse.



Ponatur ipsi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, & sunt ad eandem rectam lineam. ergo DA hoc est AC ipsi CB est æqualis.

A
B

COMMENTARIVS.

Erit CD, BA rectangulum æquale rectangulo ABC] Est enim rectangulum CDA ad quadratum ex AC, ut DC ad CA videlicet duplum, ac propterea rectangulum ADC duplo quadrati ex AC, hoc est rectangulo ABC est æquale.

Pff

Et

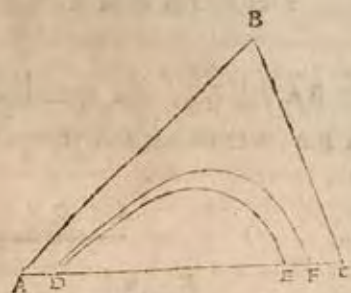
- B Et sunt ad eandem rectam lineam] Namque ex 14. sexti elementorum ut DC ad CB, ita est BA ad AD: & componendo ut DB ad EC, ita BD ad DA, quare sequitur DA, hoc est AC ipsi CB aequalit esse.

THEOREMA CXCIIL. PROPOSITIO CCVIII.

LEM.
VI.

Circa eandem asymptotos AB, BC, hyperbole DE, DF describantur
Dico eas inter se non conuenire.

- A Si enim fieri potest, conueniant ad punctum D, & per D in sectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter sectionem quidem DF recta linea AD aequalis FC, propter sectionem vero DE, erit AD aequalis EC. quare FC ipsi CB est aequalis. quod fieri non potest. non igitur sectiones inter se conueniunt.



Dico preterea eas, etiam si infinite augeantur ad sese propius accedere, & ad minus intervallum peruenire.

- B Ducatur enim alia recta linea

HK, & sit diameter, cuius terminus punctum M. erit igitur ut rectangulum MLN ad quadratum

ex LZ, ita transuersum figuræ

latus ad rectum, ut autem MOP

ad rectangulum ad quadratum ex

OR, ita transuersum latus ad rectum. ergo ut rectangulum MLN

ad quadratum ex LZ, ita rectangulum MOP

ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius est rectan-

gulo MOP. quare EF maior est,

quam RS. atque est propoter sectiones rectangulum FDZ æqua-

le rectangulo KRH. minor igitur

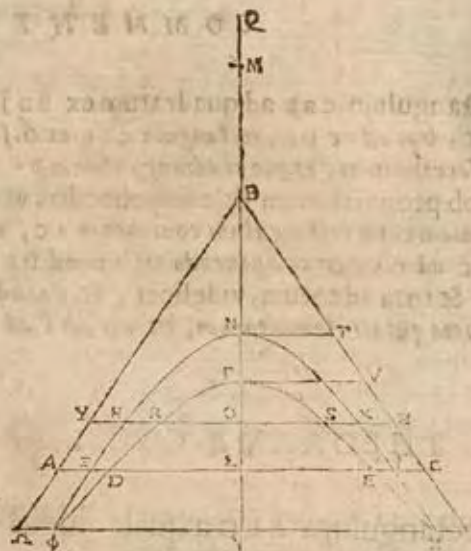
est XD, quam HR, quare semper

ad minus intervallum perueniunt.

Sed & illud facile constare potest.

Si enim vtraque ipsarum ad asymptotos propius accedit, & ad sese propius ac-

cedant, necesse est.



COMMENTARIUS.

- A Et per D in sectiones ducatur recta linea ADEFC] Græcus codex xj Sm τδ δ δνχ-
θαται εις τομας ιουθα αλ α δ ζ ε γ. sed legendum puto, xj Sm τδ δ δνχθα εις τομας ιου-
θα n a δ ε ζ γ Non enim plures lineæ sunt, sed una tantum in pluribus punctis secita.

- B Ducatur enim alia recta linea HK] Sint duæ hyperbolæ xj HNK, DR, PSE circa eandem
asymptotos AB, BC descriptæ, ut docetur in quarta propositione secundi lib. conic. vel in 23.
quarti libri huius, vel in 204, huius, & intelligantur rectæ lineæ A xj DLEFC, HK xj ad
earum

earum diametrum & l. ordinatim applicata, quæ inter se parallela erunt. Vtræque enim parallela est recta linea in puncto P, vel N sectionem contingenti ex 3. secundi libri conicorum.

Et sit diameter, cuius terminus punctum M] Non potest idem terminus esse diametri Utriusque sectionis. producat enim LNB diameter in puncta M] ita ut MB sit equalis EN & GB equalis BP. erit punctum M terminus diametri sectionis Z F: & Q terminus diametri sectionis DPE, quod B sit Utriusque centrum. quare mirum videtur Pappum Uno eodemque puncto M Uti pro termino Utriusque diametri nisi forte intelligamus duo puncta, quæ termini sunt, eadem littera notati, quod nouum est, & inusitatum.

Erit igitur ut rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita transuersum figuræ latus ad latus rectum] Ex 21. primi libri conicorum.

Vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita transuersum figuræ latus ad rectum] Hoc est ut rectangulum QOP ad quadratum ex OR, ita figuræ quæ sit ad PQ diametrum sectionis DPE transuersum latus ad rectum alia enim sunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum est, quamquam eadem inter se proportionem habeant. nam ut figuræ, quæ sit ad NM diametrum sectionis Z NE transuersum latus ad rectum, ita est figuræ, quæ sit ad diametrum PQ sectionis DPE transuersum latus ad rectum, quod facile demonstrabitur hoc modo. Ducatur recta linea NT sectionem Z NE contingens in N, & ducatur PV, quæ sectionem DPE contingat in P erunt NT, PV parallelae inter sese, Utræque enim parallela est recta linea AC, vel HK ex quinta secundi conicorum, & fiant triangula BNT, BPV similia. ergo ut BN ad NT, ita BP ad PV & ut quadratum ex BN ad quadratum ex NT, ita quadratum ex BP ad quadratum ex PV. sed ut quadratum ex BN ad quadratum ex NT, ita figuræ quæ sit ad diametrum NM transuersum latus ad rectum; ex ijs, quæ tradita sunt in prima secundi conicorum, & eadem ratione ut quadratum ex BP ad quadratum ex PV, ita figuræ, quæ sit ad diametrum PQ transuersum latus ad rectum, ergo ut figuræ ad diametrum NM transuersum latus ad rectum, ita figuræ ad PQ diametrum transuersum latus ad rectum. ex quibus constat hyperbolas Z NE, DPE inter se similes esse, itemque alias, quacunque circa easdem asymptotos hoc pacto describuntur.

5. secundi
conicor.

4. sexti.

21.

Ergo ut rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR] Sequitur enim ex iam dictis ut rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita rectangulum QOP ad quadratum ex OR.

Quare & permutando MLN rectangulum ad rectangulum QOP, ita quadratum ex LX ad quadratum ex OR.

Rectangulum vero MLN maius est rectangulo MOP] Hoc est rectangulum MLN maius rectangulo QOP, nam rectangulum MLN maius est rectangulo QLP. quare rectangulo QOP multo maius erit, quod punctum O supra L sumatur. Illud autem ita demonstrabimus. Rectangulum enim MLN aequale est rectangulo MNL una cum quadrato ex NL per 3. secundi elementorum, quorum quadratum ex NL est aequale duobus quadratis ex NP, PL una cum eo quod bis NPL continetur. similiter rectangulum QLP est aequale rectangulo QPL una cum quadrato ex PL, quorum rectangulum QPL rursus aequale est tribus rectangulis, rectangulo scilicet contento MN, PL, & contento QM, PL, & rectangulo NEL, quæ duo postrema rectangula aequalia sunt ei, quod bis NPL continetur est enim QM ipsi NP æqualis. Itaque sublatis utrinque communibus nempe quadrato ex PL, & rectangulo, quod bis continetur KPL, relinquitur ex altera quidem parte rectangulum MNL una cum eo, quod ex NP quadrato, ex altera vero rectangulum contentum MN, PL sed rectangulum MNL est aequale duobus rectangulis. videlicet rectangulo MNP, & ei quod MN, & PL continetur. rectangulum igitur MLN maius est, quam QLP, quadrato ex NP. & MNP rectangulo ut autem rectangulum MNL ad quadratum ex LX, ita rectangulum QLP ad quadratum ex LD, & permutando ex quibus sequitur quadratum ex XL maius esse quadrato ex LD. ergo recta linea XL maior est, quam LD, & tota XL, quam DE maior, & multo maior, quam RS. Hæc eo spectare videtur, ut ostendat sectione DPE intra ipsam ZNE contineri. quod tamen absque his, ex alijs, quæ in principio dicta sunt, satis constat si enim punctum P, per quod sectio DPE transit, infra N sumitur, & sectiones inter sese conuenire non possunt, supernacaneum quodammodo fuit in his tantopere inuorari. sed vereor ne locus corruptus sit, ut Pappus aliud quidpiam potius, quam hoc ostendere voluerit. non enim ex dictis apparet rectam lineam RK minorem esse, quam DL, quod ad propositum concludendum præmonstrasse oportebat.

4. secundi.

1. secundi.

Atque est propter sectiones rectangulum LL æquale rectangulo KKH] Hæc nos ita resutimus, nam Græcus codex habet, $\kappa\kappa' \delta\delta' \text{ διὰ τοῦδε ἵσος τοῦ } \lambda\lambda' \text{ ὅτι } \zeta\delta \text{ ἔστι τῆς } \sigma\phi\theta, \text{ ὁ μὲν δὲ } \text{mendose ut videtur, rectangulum enim FF æst aequale rectangulo KKH ut demonstrabimus & ob id maius rectangulo SRH producatur KH ex utraque parte adeo ut faceret asymptotem$

AB in Y & BC in Z. Quoniam igitur ut YB ad BA, ita YZ ad AC, atque est YB minor, quam BA, erit & YZ quam AC minor. Sed ex his, quæ in 4. secundi conicorum demonstrata sunt AD minor est, quam YR. & FB minor, quam KZ. asymptoti enim & sectio productæ ad 14. quinti. seipsas propius accedunt. quare si ex YZ demantur YR, KZ, & ex AC demantur AD, FC, relinquitur RK multo minor, quam DF. Itaque propter sectionem DPB rectangulum YRZ aequale est rectangulo ADC; utraque enim sunt aequalia quadrato ex PV per 10. secundi libri conicorum. & propter sectionem ENF rectangulum YHZ est aequale rectangulo AEC, quod utraque sint aequalia quadrato ex NT. rectangulum verò YHZ una cum rectangulo HRK est aequale rectangulo YRZ. & rectangulum AEC una cum rectangulo EDF aequale rectangulo ADC quod Pappus demonstravit in huius ergo si à rectangulo YRZ auferatur rectangulum YHZ relinquetur rectangulum HRK. & si à rectangulo ADC auferatur rectangulum AEC, reliquum erit rectangulum EDF, ac propterea rectangulum HRK rectangulo EDF est æquale. Ut igitur RK ad DF, ita est ED ad HR. sed RK minor ostensa est, quam DF. ergo & ED, quam HR minor erit.

K Quare semper ad minus intervallum perveniunt.] Non solum ad minus intervallum perveniunt, sed ad intervallum quolibet dato intervallo minus. producantur enim sectiones una cum asymptotis. quousque intervallum, quod interijcitur inter asymptotos & sectionem DPE sit dato intervallo minus. quod quidem fieri posse, ex 14. secundi conic. apparet: erit tunc intervallum inter sectiones interiectum multo minus intervallo dato. & quamquam hæ sectiones infinite producantur, nunquam tamen inter se conveniunt ut à Pappo superius est demonstratum, & ex proximè traditis aliter demonstrari potest in hunc modum. si enim fieri potest, conveniant in punctis Φ X, & ducatur recta linea Φ X diametrum secans in Ψ , quæ primum parallela sit rectis lineis AC, YZ, videlicet ad diametrum BP ordinatim applicata: Eodem modo, quo supra demonstrabimus rectangulum MPN maius esse rectangulo QP Φ , & ut rectangulum MPN ad quadratum ex $\Psi\Phi$, ita rectangulum QP Φ ad idem quadratum ex $\Psi\Phi$, & permittendo rectangulum MPN ad rectangulum QP Φ , ita quadratum ex $\Psi\Phi$ ad seipsum. ergo rectangulum MPN rectangulo QP Φ est æquale. sed & maius, quod est absurdum.

ALITER. Si sectiones inter se conveniunt in Φ X producat recta linea Φ X usque ad asymptotos in Ω S. erit rectangulum $\Omega\Phi$ S propter sectionem ENF aequale quadrato ex NT, & propter sectionem DPB aequale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit. Itaque quoniam ut quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita est quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB aequale quadrato ex BP, & idè recta linea NB rectæ BP æqualis, quod idem est absurdum. non igitur hæ sectiones inter se conveniunt. Quod si recta linea Φ X non sit parallela ipsis AC, YZ diuidatur bifariam in puncto Ψ & iuncta $\Psi\Phi$ producat ad M Q, secet autem hyperbolas DPE, ENF in punctis PN, & ab ipsis ducantur PV, NT sectiones contingentes, quæ ipsis AC, YZ parallelæ erunt ex 5. secundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BF. erit NM sectionis ENF, & PQ sectionis DPE diameter transversa quare similiter ut supra demonstrabimus nullo modo fieri posse, ut hæ sectiones inter se conveniant.

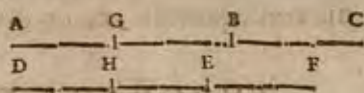
L Sed & illud facile constare potest, si enim utraque ipsarum ad asymptotos propius accedit, & ad se propius accedant necesse est] Vide quomodo hæ ratio necessitatem habeat. posset enim quis dicere, utramque sectionem accedere quidem propius ad asymptotos, sed tamen pari intervallo, ita ut semper ipse sese parallela sint.

THEOREMA CXCIV. PROPOSITIO CCIX.

Sit ut AB ad BC, ita DE ad EF, ut autem BA ad AG, ita ED ad DH.
LEM. Dico ut solidum basim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem
VII. verò AB ad solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita esse cubum ex AG una cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH una cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod sit ex FE quadratum.

Quoniam

Quoniam enim ut CA ad AB , ita FD ad DE , erit ut quadratum ex CA ad quadratum ex AB , ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE . sed ut quadratum ex CA ad quadratum ex AB , ita solidum basim habens quadratum ex CA , & altitudinem AB ad cubum, qui fit ex AB , ut autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE , ita solidum basim habens quadratum ex FD & altitudinem DE ad eum, qui fit ex DE cubum. Hæc igitur eandem inter se proportionem habent. quare & permutando est autem ut cubus ex AB ad cubum ex DE , ita & cubus ex AG ad cubum ex DH , & cubus ex GB ad cubum ex HE . sed ut cubus ex GB ad cubum ex hæc. ita solidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB ad solidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DE ad quadratum ex FE . ut igitur vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. quare ut solidum basim habens quadratum ex CA , & altitudinem AB , ad solidum basim habens quadratum ex FD , & altitudinem DE , ita cubus ex AG vna cum solido, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB , ad cubum ex DH vna cum solido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DE ad id, quod ex FE quadratum.



COMMENTARIVS.

Quoniam enim ut CA ad AB , ita FD ad DE Est enim ut AB ad BC , ita DE ad EF . A
quare & componendo ut AC ad CB , ita DF ad FE : & per conuersionem rationis ut CA ad
 AB , ita FD ad DE .

Erit ut quadratum ex CA ad quadratum ex AB , ita quadratum ex FD ad quadratum B
ex DE in Græco codice mendose legitur $\chi \acute{\alpha}\varsigma \alpha\pi\alpha \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \gamma \alpha \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \gamma \beta$. $\epsilon\upsilon\tau\omega \tau\acute{o}$
 $\alpha\pi\acute{o} \zeta \delta \theta \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \delta \theta$, cum legendum sit hoc modo, $\chi \acute{\alpha}\varsigma \alpha\pi\alpha \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \gamma \alpha \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o}$
 $\alpha \beta$, $\epsilon\upsilon\tau\omega \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \zeta \delta \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \delta \epsilon$.

Sed ut quadratum ex CA ad quadratum ex AB , ita solidum basim habens quadra C
tum ex CA & altitudinem AB , ad cubum qui fit ex AB Græcus codex $\alpha\lambda\lambda' \acute{\alpha}\varsigma \mu\acute{\iota}\nu \tau\acute{o}$
 $\alpha\pi\acute{o} \gamma \alpha \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \alpha \beta \kappa\upsilon\beta\omicron\nu \upsilon\phi\omicron\varsigma \eta \alpha \beta$, $\epsilon\upsilon\tau\omega \tau\acute{o} \sigma\epsilon\pi\epsilon\omicron\nu \epsilon\varsigma$. sed verba ista $\kappa\upsilon\beta\omicron\nu \upsilon\phi\omicron\varsigma$
 $\eta \alpha \beta$, supernacanea videntur, ideo a nobis omitti sunt.

Ut autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE , ita solidum habens basim qua D
dratum ex FD , & altitudinem DE , ad eum, qui fit ex DE cubum Græcus codex $\chi \acute{\alpha}\varsigma \delta\epsilon$
 $\tau\acute{o} \iota\omega\omicron \zeta \delta \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o} \alpha\pi\acute{o} \delta \epsilon$, $\kappa\omicron\iota\omicron\nu\acute{o}\nu \upsilon\phi\omicron\varsigma \eta \delta \epsilon$, $\epsilon\upsilon\tau\omega \tau\acute{o} \sigma\epsilon\pi\epsilon\omicron\nu \tau\acute{o} \beta \alpha \sigma\iota\nu \mu\acute{\iota}\nu \epsilon\chi\omicron\nu \epsilon\varsigma$.
& hoc loco verba ista $\kappa\omicron\iota\omicron\nu\acute{o}\nu \upsilon\phi\omicron\varsigma \eta \delta \epsilon$ tamquam supernacanea omittimus.

Hæc igitur eandem inter se proportionem habeant. quare & permutando Græcus E
codex $\tau\alpha\upsilon\tau\alpha \alpha\pi\alpha \alpha\lambda\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$, $\chi \acute{\iota}\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi \epsilon\varsigma\iota\nu$. sed nos perspicuitatis causa, ita vertendum
duximus. sequitur enim ex iam dictis solidum, cuius basis est quadratum ex CA , & altitudo
 AB ad cubum ex AB , eandem proportionem habere, quam solidum, cuius basis est quadratum
ex FD , & altitudo DE , ad cubum ex DE : & permutando, solidum, cuius basis quadratum
ex CA & altitudo AB ad solidum, cuius basis quadratum ex FD , & altitudo DE , eandem
habere proportionem, quam cubus ex AB ad eum, qui fit ex DE cubum.

Est autem ut cubus ex AB ad cubum ex DE , ita cubus ex AG ad cubum ex DH , & F
cubus ex GB ad cubum ex HE Nam ut BA ad AC , ita posuimus esse ED ad DH . ergo &
permutando, ut AB ad DE , ita AG ad DH : & ita reliquum ad reliquum, hoc est GB ad HE .
ex quibus per 27. vndecimi libri elementorum concluditur propositum Græcus codex $\epsilon\varsigma\iota \delta\epsilon \chi \acute{\alpha}\varsigma$
 $\alpha\varsigma \tau\acute{o} \iota\omega\omicron \tau\eta\varsigma \alpha \beta \chi \acute{\alpha}\varsigma \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\nu \iota\omega\omicron \tau\eta\varsigma \delta \epsilon \kappa\upsilon\beta\omicron\nu$. sed legendum est $\epsilon\varsigma\iota \delta\epsilon \chi \acute{\alpha}\varsigma \alpha\varsigma \tau\acute{o} \iota\omega\omicron \tau\eta\varsigma$
 $\alpha \beta \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\nu \iota\omega\omicron \tau\eta\varsigma \delta \epsilon \kappa\upsilon\beta\omicron\nu$.

Sed ut cubus ex AB ad cubum ex HE Hæc nos addidimus, que in Græco codice nō erant, G
ut ita legendum sit $\alpha\lambda\lambda' \acute{\alpha}\varsigma \alpha\varsigma \tau\acute{o} \iota\omega\omicron \tau\eta\varsigma \eta \beta \kappa\upsilon\beta\omicron\nu \pi\acute{o}\varsigma \tau\acute{o}\nu \iota\omega\omicron \tau\eta\varsigma \theta \epsilon \kappa\upsilon\beta\omicron\nu$.

Ita solidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadra H
tum ex AC ad quadratum ex CB , ad solidum, quod ad cubum ex HE eandem habet
proportionem, quam quadratum ex DE ad quadratum ex FE sit solidum K quod ad
cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex C ;
& sit L solidum quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum, 22. sexti.
ex

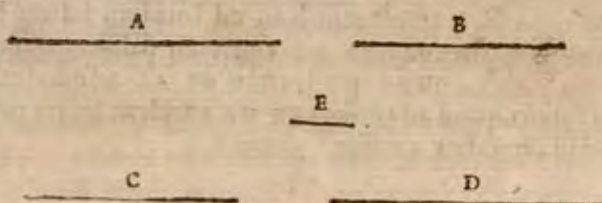
ex DE ad quadratum ex FE . Quoniam igitur ut AC ad CB ita est DE ad FE , erit & ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB , ita quadratum ex DE ad quadratum ex FE . ergo solidum K ad cubum ex GB eandem habet proportionem, quam solidum L ad cubum ex HE , & permutando solidum K ad solidum L eandem habet, quam cubus ex GB ad eum, qui ex HE cubum.

K Ut igitur vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia] ex 12. quinti elementorum.

LEM.
VIII.

THEOREMA CXCV. PROPOSITIO. CCX.

Sit A vna cum B æquale ipsi C vna cum D . Dico quo A superat C , eodem D superare ipsum B .



A Sit enim E illud, quo A superat C , ergo A ipsis CE est æqualis, commune apponatur B erunt AB æqualia ipsis CB . sed AB ipsis CD æqualia ponuntur, quare & CD æqualia sunt ipsis CB . commune auferatur C . reliquum igitur D reliquis EB est æquale. ac propterea D superat B ipso E . Quo igitur A superat C , eodem & D superat B . similiter demonstrabimus si quo A superat C eodem D ipsum B superet, AB ipsis CD æqualia esse.

COMMENTARIUS.

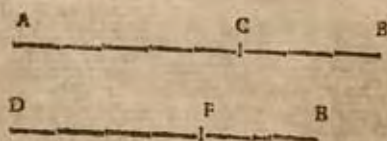
A Similiter demonstrabimus, si quo A superat C , eodem D ipsum B superet, AB ipsis CD æqualia esse] Hæc est conuersa præcedentis.

Sit enim B quo A superat C , & quo D superat E . ergo A ipsis CE est æquale; & communi appposito B , erunt AB æqualia ipsis CB . Rursus cum D superat B ipso E , sequitur ut D sit æquale ipsis EB , quare appposito C utrinque communi, fient CD ipsis CB æqualia. sed eisdem CB æqualia erant AB ergo AB ipsis CD æqualia sunt necesse est.

LEM.
IX.

THEOREMA CXCVI. PROPOSITIO CCXI.

A Sint duæ magnitudines AB, BG . Dico quo BA superat AC , eo & illud, quod ad AB proportionem habet, superare id, quod ad AC eandem habet proportionem, similiter ad CB eandem proportionem habente.



B Sit enim DB quidem, quod ad AB proportionem aliquam habet: D vero, quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eandem proportionem habebit. atque est EF id quo DB superat D , hoc est, quo proportionem habens ad AB superat illud, quod ad AC proportionem habet eandem.

Dico quo BA superat AC , eo & illud, quod ad AB proportionem habet, superare
id, quod ad AC eandem habet proportionem] *Græcus codex* τὸ πρὸς ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον
ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ $\alpha\beta$, τὸ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ $\alpha\gamma$. lege τὸ πρὸς ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον
πρὸς τὸ $\alpha\beta$ τὸ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ $\alpha\gamma$.

DE vero, quod ad $\alpha\epsilon$ proportionem habet eandem. reliquum igitur $\beta\epsilon$ ad $\beta\zeta$ eandem proportionem habet. *Gacus codex* τοῦ δὲ πρὸς τοῦ $\alpha\gamma$ τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔχον τῷ δὲ ζ λοιπὸν ἄρα τοῦ ἐξ λόγῳ ἔχει τῷ αὐτῷ sed legendum τοῦ δὲ πρὸς τοῦ $\kappa\gamma$ τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔχον τοῦ δὲ ζ. λοιπὸν ἄρα τοῦ ἐξ πρὸς τοῦ $\beta\gamma$ λόγῳ ἔχει τῷ αὐτῷ.

LEM.
X.

Excedat E ipsum c minori excessu, quam quo D excedit B. Dico A B
ipsis c D minora esse.



Sit enim e excessus, quo a excedit c . ergo ab æqualia sunt ipsis cbb . Quoniam a autem a excedit c minori excessu, quam quo d ipsum b , & a excedit c ipso e . erit b minus excessu ipsorum db . quare eb minora sunt, quam d . commune apponatur c . erunt cbb minora, quam cd . sed cbb ostensa sunt æqualia ipsis ab . ergo ab , quam cd minora erunt. similiter & conuersum ostenderetur, & quæ sunt in ellipti.

Ergo AB æqualia sunt ipsis CBB . Sequitur enim ex iam dictis A æquale esse ipsis EC . A
quare addito utrique communi E ; erunt AB ipsis CEB æqualia.

Similiter & conuersum ostendetur] Hoc est, si AB minora sint, quam CD , excedet A B ipsum C minori excessu, quam quo D excedit B .

Sitenim E excessus, quo A excedit C. ergo A ipsis CE est æquale: & addito communi B, erunt AB æqualia ipsis CEB. sed AB minora sunt, quam CD. ergo & CEE quam CD sunt minora: commune auferatur C. erunt CE minora, quam D, & idcirco D excedet B minori excessu, quam sit E. excedit autem A ipsum C excessu E. sequitur igitur ut A minori excessu excedat C, quam D ipsum B.

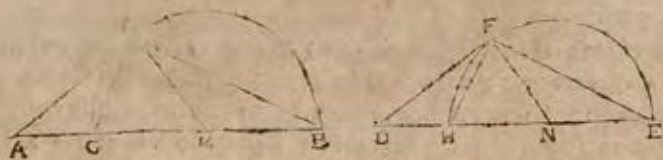
Et quæ sunt in ellipsi | Quid his verbis significare voluerit, cum Apollonij libris careamus, diuinare non licet. C

IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

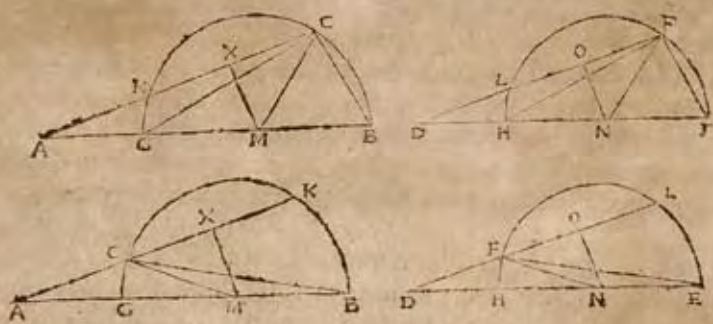
LEM.
I.

Sint duo triangula ambligonia ABC, DEF , quæ obtusos angulos habeant CF , & æquales acutos AD . ducantur autem rectæ lineæ CG, FH ipsi CB, FE perpendiculares: & sit vt rectangulum BAG ad quadratum $cx AG$

ex AC, ita rectangulum EDH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse.

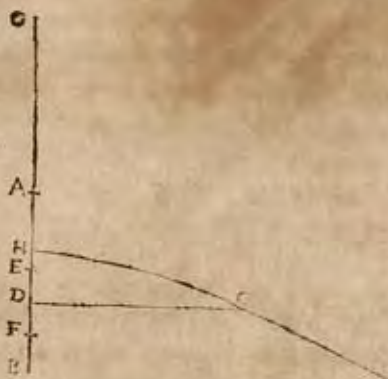


31. tertij. Describantur enim in rectis GB, HE semicirculi, qui etiam per CF transibunt: sint autem GCE, HFE. vel igitur AC, DF semicirculos contingunt, vel non contingunt, & si quidem contingunt, perspicuum est triangula ABC, DEF esse similia. etenim sumptis MN semicirculorum centris, iunctisque MC, NF, erunt anguli MCA, NFD recti. A
18 tertij. & sunt anguli ad A inter se æquales. ergo angulus AMC est æqualis angulo DNF item
32. primi que æquales eorum dimidij, videlicet angulus B æqualis angulo E. sed & angulus A ipsi D æqualis: triangula igitur ABC, DEF inter se sunt similia.



Si vero AC, DF semicirculos non contingunt, sed secant in punctis KL, ducantur ad AC, DF rectæ lineæ perpendiculares MX, NO erit KX æqualis XO & LO æqualis OF. est autem triangulum AMX simile triangulo DNO: quare ut XA ad AM, ita OD ad DN. Sed quoniam ut rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita est rectangulum EDH ad quadratum ex DF. erit & ut rectangulum KAC ad quadratum ex AC. hoc est ut KA ad AC, ita rectangulum LDF ad quadratum ex DF, hoc est LD ad DF. quare & ut XA ad AC, ita OD ad DF. D
3. sexti. Sed & ut XA ad AM, ita OD ad DN propter similitudinem triangulorum. ergo ex æquali ut CA ad AM, ita FD ad DN. & circa æquales angulos AD latera proportionalia sunt. æqualis igitur est angulus AMC angulo DNF, & eorum dimidia æqualia: ergo & B angulus est æqualis angulo E. Sed & A æqualis est ipsi D ex positione triangulorum igitur ABC triangulo DEF simile erit.

Manifestum autem est ipsius conuersum. Videlicet si triangulum ABC simile sit triangulo DEF, & anguli BCG, EFH recti, esse ut rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EDH ad quadratum ex DF, nam propter similitudinem triangulorum, ut BA ad AC, ita est ED ad DF, & ut CA ad AC, ita HD ad DF. quare, & composita proportio.



COMMENTARIVS.

Itemque æquales eorum dimidij] angulus enim AMC duobus interioribuss, & oppositis A
est æqualis, videlicet angulis MBC , BCM , qui etiam inter se æquales sunt quare angulus MBC 5. primi
anguli AMC est dimidius, & eadem ratione angulus NBF dimidius ipsius DNF .

Est autem triangulum AMX simile triangulo DNO] Pontur enim angulus A angu- B
lo D æqualis, atque est angulus ad X rectus æquali recto ad O ergo & reliquis reliquo æqua-
lis, & triangulum triangulo simile erit.

Erit, & vt rectangulum KAC ad quadratum ex AC , hoc est vt KA ad AC , ita re- C
ctangulum LDF ad quadratum ex DF . hoc est LD ad DF] Ex 7. quinti nam rectangu- 36. sexti.
lum KAC est æquale rectangulo BAG , & rectangulum LDF rectangulo EDH .

Quare & vt XA ad AC , ita OD ad DF] Est enim vt KA ad AC , vt LD ad DF . quare D
conuertendo, diuidendoque, vt CK ad KA , ita FL ad LD , & antecedentium dimidia vt XK
ad KA , ita OL ad LD : & componendo, vt XA ad AK . ita OD ad DL . erat autem vt KA
ad AC , ita LD ad DF . ergo ex æquali vt XA ad AC , ita OD ad DF , ita quidem argumen-
tabimur in prima figura, in secunda autem hoc modo. Quoniam vt KA ad AC , ita LD ad DF
erit diuidendoque vt KC ad CA , ita LF ad FD , & antecedentium dimidia vt XC ad CA ,
ita OF ad FD , componendoque vt XA ad AC , ita OD ad DF .

Sed vt XA ad AM , ita OD ad DN propter similitudinem triangulorum. ergo ex æ- E
quali vt CA ad AM ita FD ad DN] Quoniam vt XA ad AC , ita OD ad DF , erit conuer-
tendo vt CA ad AX , ita FD ad DO , vt autem XA ad AM , ita OD ad DN ob similitudinem
triangulorum AMX , DNO , quare ex æquali vt CA ad AM , ita FD ad DN .

Æqualis igitur angulus AMC angulo DNF] Ex antedictis & 6. sexti libri elemento. F
rum, sequitur triangulum ACM triangulo DFN simile esse; ob id angulum AMC angulo DNF
æqualem.

Et vt GA ad AC , ita HD ad DF] Nam cum triangulum ABC simile sit triangulo DEF G
erit angulus ACB æqualis angulo DEB : atque est angulus BCG rectus æqualis recto BFH .
reliquus igitur GCA reliquo HFD est æqualis, ac propterea AGC angulus æqualis ipsi DHF
triangulumque ACG triangulo DFH simile. vt igitur GA ad AC ita HD ad DF , 4. sexti.

Quare & composita proportio] Proportio enim composita ex proportione BA ad AC , & H
proportione GA ad AC , quæ quidem est rectanguli BAG ad quadratum ex AC , erit eadem
quæ componitur ex proportione ED ad DF , & proportione HD ad DF , videlicet, quæ est re-
ctanguli EDH ad quadratum ex DF .

THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CCXIV.

LEM.
II.

Sint duæ portiones similes in rectis lineis AB , CD semicirculo maio-
res, & ducantur EFG , HKL , sit autem, vt EG ad GF , ita HL ad LK .
ostendendum est circumferentiam BF circumferentiæ DK similem
esse.

conuersionem rationis in primo casu, in secundo autem conuertendo, diuidendoque ut BM ad MS, ita GX ad XF. & eadem ratione demonstrabitur, ut BN ad NT; ita P ad PK. Græcus autem codex mancus est & ita restituendus. ὅτις ὁ λ π, ποῖς π κ. Ἐπὶ δὲ ν δὲ ν ποῖς ν τ, ἄ-
ρα ν δὲ ν ποῖς ν τ.

Et sunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT] anguli enim SFX, TKP sunt recti. quare MFS, NKT necessario acuti erunt.

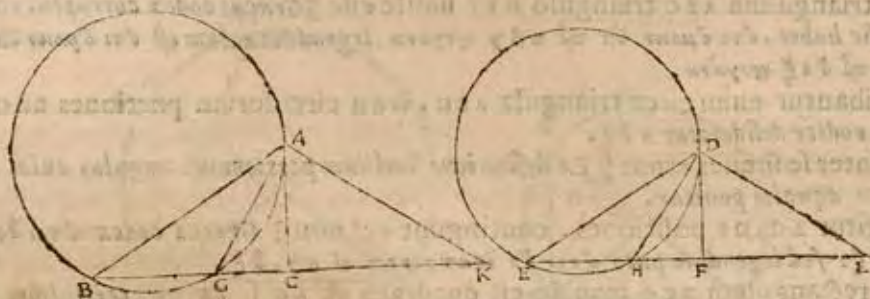
Angulus igitur SMF est æqualis angulo TNK] Ex ijs, quæ dicta sunt, sequitur per se-
ptimum sexti libri elementorum triangulum MSF triangulo NTK simile esse. ergo angulus
SMF angulo TNK est æqualis, ac propterea in primo casu circumferentia BF similis est cir-
cumferentiæ DK. in secundo autem casu angulus FMB reliquus ex duobus rectis est æqualis an-
gulo KND. quare & circumferentia BFF circumferentiæ DHK similis esse concludetur.

THEOREMA CC. PROPOSITIO CCXV.

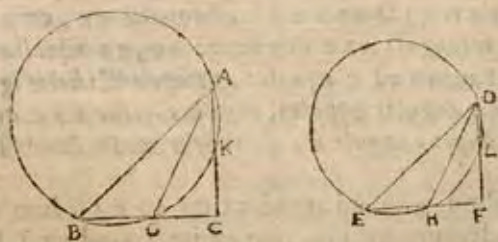
LEM.

III.

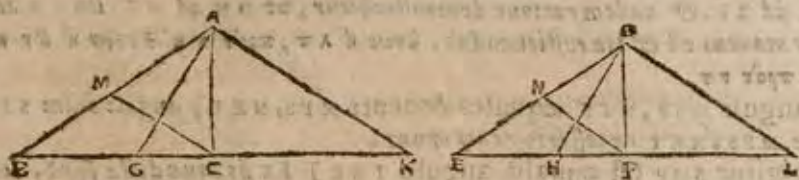
Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos CF rectos habeant, &
ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH. Sit autem ut re-
ctangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EFH ad quadra-
tum ex DE. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse.



Describantur enim circa triangula AEG, DEH circulorum portiones BAG, EDH, quæ inter se similes erunt. Vel igitur AC, DF portiones contingunt, vel non contin-
gunt primum. ergo rectangulum quidem BCG æquale est quadrato ex AC, hoc est
rectangulo GCK, si ipsi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH
æquale est quadrato ex DE, hoc est rectangulo HFL. si ducatur DL ad rectos angu-
los ipsi DH. quare BC est æqualis CK, & EF ipsi FL. At perpendiculares sunt AC, DE.
angulus igitur BAK duplus est anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF. æ-
quale autem sunt BAK, EDL, etenim BAG angulus æqualis est angulo EDH, & rectus
GAK recto HDL, quare & anguli BAC, EDF æquales erunt; & sunt recti anguli CF.
simile igitur est triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant autem AC, DE,



fed in punctis KL secant. est igitur ut rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc
est ut KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc est ita LF ad FD:
& sunt similes maiores portiones BAG, EDH. ergo circumferentia AG similis circum-
ferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H est æqualis. triangulum igitur ABC
triangulo DEF simile erit.



P **ALITER.** Ducantur ipsis AG, DH perpendiculares AK, DL. æquale igitur est
 8. & 17. quadratum quidem ex AC rectangulo GCK. quadratum vero ex DE rectangulo HFL.
 sexti. ergo ut rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc est ut BC ad CK, ita erit rectan-
Q gulum EFH ad rectangulum HFL. hoc est EF ad FL. Ducantur CM, FN ipsis AK, DL
R parallelæ, erit ut BM ad MA, ita FN ad ND. & sunt anguli ad CF recti, æquales au-
S tem ad MN, quoniam, & æquales sunt BAK, CDL. quare ob id quod ante traditum
T est, triangulum ABC triangulo DEF simile erit.

COMMENTARIUS.

- A** Et ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH] Hoc est ducantur AG, DH ita
 ut æquales angulos contineant; cum BA, ED, hoc est ut anguli BAG, EDH sint æquales.
- B** Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse] Græcus codex corruptus est, & man-
 cus, qui sic habet. ὅτι ὁ μὲν ἐστὶ τὸ α β γ τρίγωνον. legendum autem est ὅτι ὁ μὲν ἐστὶ τὸ α β γ
 τρίγωνον τὸ δ ἐστὶ τρίγωνον.
- C** Describantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH]
 In Græco codice desideratur ε δ θ.
- D** Quæ inter se similes erunt] Ex definitione similium portionum. angulus enim BAG an-
 gulo EDH æqualis ponitur.
- E** Vel igitur AC, DE positiones. contingunt vel non] Græcus codex ὅτι ἐφαπτόνται
 α γ δ ζ. sed legendum puto ὅτι α γ δ ζ ἐφαπτόνται α γ, δ ζ.
- F** Ergo rectangulum BCG æquale est quadrato ex AC] Ex 36. tertij libri element.
- G** Hoc est rectangulo GCK, si ipsi AG ad rectos angulos ducatur AK & C.] Ducta nam-
 8. & 19. que AK ad rectos angulos ipsi AG, erit rectangulum GCK æquale quadrato ex AC. ergo re-
 sexti. ctangulum BCG rectangulo GCK est æquale, & ob eandem causam rectangulum EFH rectan-
 gulo HFL æquale ostendetur. Græcus codex mendosus est, sic enim habet ἴσους εἶναι τοὺς ὀρθο-
 γώνους ἀγὰρ τὴν α γ τὴν α κ, τὸ ὡς ἡ γ α, τὸ δὲ ὡς ἡ γ δ ζ τὸ δὲ ὡς ἡ γ δ ζ ἴσους εἶναι ὀρθο-
 γώνους τὴν δ α τὴν δ θ τὸ ὡς ἡ γ α, quare legendum erit ἴσους εἶναι τοὺς ὀρθογώνους ἀγὰρ τὴν
 α γ τὴν α κ τὸ ὡς ἡ γ α, τὸ δὲ ὡς ἡ γ δ ζ τὸ δὲ ὡς ἡ γ δ ζ, ἴσους εἶναι ὀρθογώνους ἀγὰρ τὴν
 δ α τὴν δ θ τὸ ὡς ἡ γ α.
- H** Quare BCG est æqualis CK] Cum enim rectangulum BCG si æquale rectangulo GCK, ut
 14. sexti. BC ad CG, ita erit CK ad CG. est igitur BC ipsi CK æqualis. & eadem ratione EF æqua-
 9. quinti. lis FL.
- K** Et EF ipsi FL] Græcus codex ὅτι δὲ α γ τὸ ζ α lege ἢ δὲ α γ τὸ ζ α.
- L** At perpendiculares sunt AC, DE. angulus igitur BAK duplus est anguli BAC, & an-
 gulus EDL duplus anguli EDF] Quoniam BC est æqualis CK, & EF ipsi FL, suntque AC
 DE perpendiculares: erunt trianguli ABC duo latera AC, CB æqualia duobus lateribus AC,
 CK trianguli AKC, & sunt anguli ad C æquales, nempe recti batis igitur BA est æqualis basi
 AK, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, angulus igitur BAC æqualis est angulo KAC,
 & ideo totus angulus BAK duplus anguli BAC. eodem modo demonstrabimus angulum EDL
 anguli EDF duplum esse.
- M** Est igitur ut rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc est ut KC ad CA, ita
 rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc est ita LF ad FD] Erat enim ut rectangu-
 lum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD. sed rectangulo
 BCG æquale est rectangulum KCA, & rectangulo EFH æquale rectangulum LFD. ergo ut
 rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc est ut KC ad CA, ita rectangulum LFD ad qua-
 dratum ex FD, hoc est LF ad FD. Græcus codex corruptus est, qui sic habet ὡς α γ τὸ α γ
 πρὸς γ α, ὡς τὸ α γ τὸ α γ, ζ α πρὸς τὸ α γ δ ζ ego sic legendum puto ὡς α γ τὸ α γ
 πρὸς γ α, ὡς τὸ α γ τὸ α γ, ζ α πρὸς τὸ α γ δ ζ, ὡς τὸ α γ τὸ α γ, ζ α πρὸς τὸ α γ δ ζ.
- N** Et sunt similes maiores portiones] Ponuntur siquidem anguli BAG EDH inter se æqua-
 les; &

les; & sunt acuti. quoniam, & ipsi BAC, EDF etiam acuti sunt. Græcus codex χ $\delta\eta\nu$ $\delta\mu\sigma\iota\sigma\nu$ $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu\alpha$ $\tau\mu\eta\mu\alpha\tau\alpha$. ego legerem χ $\delta\eta\nu$ $\delta\mu\sigma\iota\alpha$ $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu\alpha$ $\tau\mu\eta\mu\alpha\tau\alpha$.

Ergo circumferentia AG similis est circumferentiæ DH] Ex antecedente. O

Ducantur ipsi AG, DH perpendiculares AK, DL] In Græco codice hoc loco eadem, quæ P
supra iterantur, & ideo nos omittenda censuimus.

Ergo ut rectangulum BGG ad rectangulum GGK] In Græco codice pro $\beta\gamma\kappa$ mendose Q
legitur $\beta\gamma\kappa$.

Hoc est EF ad FL] Græcus codex η $\theta\zeta$ $\alpha\phi\omicron\varsigma$ $\zeta\lambda$ lege η $\epsilon\zeta$ $\alpha\phi\omicron\varsigma$ $\zeta\lambda$. R

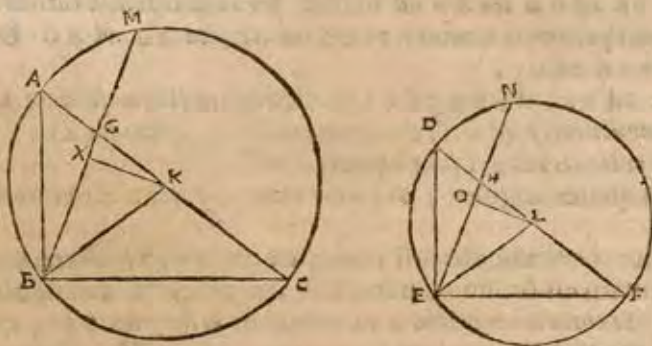
Quoniam & æquales sunt BAK, BDL] Græcus codex χ $\eta\delta$ $\alpha\iota$ $\iota\omega\sigma'$ $\beta\alpha\kappa$, $\epsilon\delta\lambda$ sed for- S
tasse legendum erit. χ $\gamma\alpha\phi$ $\alpha\iota$ $\iota\omega\sigma'$ $\beta\alpha\kappa$, $\epsilon\delta\lambda$, vel $\epsilon\pi\epsilon\iota$ χ $\alpha\iota$ $\iota\omega\sigma'$ $\beta\alpha\kappa$, $\epsilon\delta\lambda$.

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF simile erit] T

THEOREMA CCL. PROPOSITIO CCXVI.

LEM.
IV.

Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE , & ducantur BG, EH in æqualibus angulis AGB, DHE , sit autem ut rectangulum AGC ad quadratum ex GB , ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE . ostendendum est triangulum ABC triangulo DEF simile esse.



Describantur circa triangula circuli, & ipsorum centra sumantur KL , perspicue constat ea esse ad easdem partes punctorum GH . nam si fieri potest, sit K quidem inter CG puncta, L vero inter DH , producanturque BG, EH ad puncta MN , & a puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX , quæ inter GB cadet, eritque angulus ACB obtusus, est autem æqualis angulo DHE , quare & DHE obtusus erit, & acutus DHN perpendicularis igitur a puncto L ad BN ducta cadit inter HN . cadat, & sit LO . erit NO æqualis OB . ergo NO , quam HE maior est: & NH multo maior, quam HE , & rectangulum NHE , hoc est DHF maius quadrato ex HE . est autem ut rectangulum DHF ad quadratum ex HE , ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB . quod est absurdum. est enim & minus, quoniam MG minor est, quam GB , & rectangulum MGB minus quadrato ex GB . non igitur centro K inter GC existente, erit L inter DH . sit inter HF . & ad easdem partes ducatur perpendiculari LO . Itaque quoniam ut rectangulum AGC , hoc est MGB ad quadratum ex GB . hoc est ut MG ad GB , ita rectangulum DHF , hoc est NHE ad quadratum ex HE , hoc est NH ad HE , & secantur MB, NB bifariam in punctis XO ; erit ut BX ad XG , ita BO ad OH . sed & ut GX ad XK , ita HO ad OL ; recti enim sunt anguli ad XO , & æquales qui ad GH . ergo æquali ut BX ad XK , ita BO ad OL . & sunt circa æquales angulos, quare angulus BKX est æqualis angulo BLO . est autem & XKG angulus æqualis angulo OLH . totus igitur BKG toti BLH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & angulus ACB æqualis ipsi DFE suntque recti ad BB . simile igitur est triangulum ABC triangulo DEF .

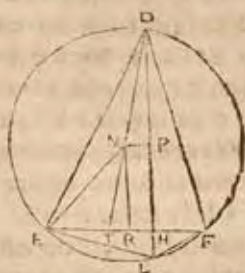
Manifestum autem est & huius conuersum, videlicet si triangulum ABC simile sit triangulo DEF , & triangulum GBC triangulo HEF , esse ut rectangulum AGC ad quadratum ex GB , ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE .

- A** Quæ inter GB cadet, eritque angulus AGB obtusus] *Angulus enim BGC est acutus & propterea COM obtusus. si enim caderet inter GM , essent trianguli duo anguli duobus re-
ctis maiores. quod est absurdum. At si angulus BGC obtusus sit ut in alia figura, perpendi-
cularis KX inter GM cadat necesse est.*
- B** Cadat, & sit LO] *In Græco codice mendose legitur $\alpha\theta$.*
- C** Erit NO æqualis OE] *Ex 3. tertij elementorum. Græcus codex pro v habebat θ , & ita in ijs, quæ proxime subsequuntur.*
- D** Hoc est DHF maius quadrato ex HB] *Ex 35. tertij libri elementorum. Græcus codex. $\tau\tau\theta\eta$ $\tau\theta$ δ ϵ ζ sed legendum $\tau\tau\theta\eta$ $\tau\theta$ δ ϵ ζ .*
- E** Quod est absurdum] *Nam cum sit rectangulum DHF maius quadrato ex HB , ut demon-
stratum est, & rectangulum AGC quadrato ex GB maius erit. sed & minus quod fieri non
potest.*
- F** Erit L inter DH] *Græcus codex $\tau\alpha\lambda\epsilon\sigma\alpha\mu\epsilon\tau\alpha\zeta\upsilon$ $\theta\eta$ δ ϵ . sed legendum $\mu\epsilon\tau\alpha\zeta\upsilon$ $\theta\eta$ δ ϵ .*
- G** Hoc est NH ad HE] *Desiderantur hac in Græco codice, quare ita restituendus erit, $\delta\tau\alpha$
 $\tau\theta$ $\iota\alpha\sigma$ δ θ ζ , $\tau\tau\theta\eta$ $\tau\theta$ $\iota\alpha\sigma$ $v\theta$ ϵ $\alpha\pi\sigma$ $\tau\theta$ $\iota\alpha\sigma$ θ ϵ , $\tau\tau\theta\eta$ δ $v\theta$ $\alpha\pi\sigma$ θ ϵ .*
- H** Erit ut BX ad XG , ita EO ad OH] *Secetur BX in puncto P ita ut XP sit æqualis XG
& similiter secetur EO in R ut OR sit æqualis OH . erit PG excessus, quo EG excedit GM .
& RH excessus, quo EH excedit HN . Quoniam igitur ut MG ad GE , ita NH ad HE , erit
conuertendo, ut BG ad GM ita EH ad HN : & per conuersionem rationis, ut BG ad GP , ita
 EH ad HR : & consequentium dimidia, ut BG ad GX , ita EH ad HO : & denique diuidendo
ut BX ad XG , ita EO ad OH .*
- K** Sed & ut GX ad XK , ita HO ad OL] *Ob similitudinem scilicet triangulorum KGX ,
 LHO sunt enim anguli recti ad XO , & æquales ad GH , quoniam AGB , DHE æquales pon-
bantur. ergo, & reliquis reliqui sunt æquales.*
- L** Et sunt circa æquales angulos] *Sequitur enim ex 6. sexti elementorum triangula BXK
 $HO L$ similia esse.*
- M** Ergo & angulus ACB æqualis ipsi DFB] *Ex 30. tertij elementorum.*
- L** Manifestum autem est & huius conuersum, videlicet si triangulum ABC simile sit
triangulo DEF] *Si enim triangulum ABC simile sit triangulo DEF , & triangulum GBC
triangulo HEF , erit etiam triangulum ABC triangulo DEH simile. ergo ut AG ad GB , ita
1. sexti, DH ad HE , & ut CG ad GB , ita EH ad HE proportio igitur composita ex proportione AG
ad GB & proportione CG ad GB , quæ quidem est proportio rectanguli AGC ad quadratum
ex GB , eadem erit, quæ componitur ex proportione DH ad HE , & proportione EH ad HE ,
quæ est rectanguli DHE ad quadratum ex HE . ergo ut rectangulum AGC ad quadratum ex
 GB , ita rectangulum DHE ad quadratum ex HE .*

LEM.
V.

THEOREMA CCII. PROPOSITIO CCXVII.

- A** Sint duo triangula ABC , DEF , quæ angulos ad æquales habeant:
- B** non autem rectos, & perpendiculares ducantur AG : DH : sitque ut re-
ctangulum BGC ad quadratum ex AG , ita rectangulum EHF ad qua-
dratum ex DH : & rectarum linearum BC , EF maiores portiones sint
 BG , EH . Dico triangulum ABC triangulo DEH , & reliquum reliquo
simile esse.



Circumferantur circuli, & producantur AG, DH ad puncta KI . Sumantur autem MN circulorum centra, atque ab ipsis ad rectas lineas AK, BC, DL, EF perpendiculares ducantur MX, MO, NP, NR . Ex ijs igitur, quæ ante dicta sunt, ut KG , ad GA , ita erit LH ad HD . quare & ut AX ad XG , ita DP ad PH . Iungantur AM, DN , sed ut AX quidem ad XG , ita AM ad MH : ut vero DP ad PH , ita DN ad NT . ergo & ut AM ad MS , ita DN ad NT . Iungantur præterea BM, BN , itaque quoniam portio BAC similis est portioni EDF , erit & reliqua BKC reliquæ ELF similis: & ideo anguli in ipsis æquales, & eorum singuli æquales singulis: anguli igitur BMO, ENR æquales sunt in primo casu, in secundo autem casu ex apposis constat angulum BMO æqualem esse angulo ENR , quoniam, & anguli, qui in portionibus BAC, EDF . est igitur ut BM ad MO , hoc est ut AM ad MO , ita BN ad NR , hoc est DN ad NR . est autem ut AM ad MS , ita DN ad NT . quare ex æquali ut OM ad MS , ita RN ad NT . suntque anguli, qui ad OR recti; acuti autem qui ad ST . æqualis igitur est angulus OMS angulo RNT sed & angulus BMO angulo ENT est æqualis. ergo & æqualis BMS ipsi ENT , ac propterea angulus C angulo F æqualis. triangula igitur inter se omnino similia erunt.

Potest autem vnus angulorum siue obtusorum, siue acutorum præmissa demonstratione, & reliquum ostendi hoc modo. Ponatur enim primum demonstratum iam esse in angulis obtusis æqualibus, ut dictum est, & oporteat in æqualibus angulis acutis FAC, EDF demonstrare triangula similia esse. Rursusque circumferantur circuli, & productis AG, DH ad puncta KI , iungantur BK, KC, EL, LF . æquales igitur sunt & anguli BKC, ELF obtusi. Et quoniam est ut rectangulum BGC , hoc est AGK ad quadratum ex AG , videlicet ut KO ad GB , ita rectangulum BHE , hoc est DHL ad quadratum ex DH , videlicet EH ad HD : erit ut quadratum ex AG ad quadratum ex GK , ita quadratum ex DH ad quadratum ex HL . est autem, & ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG , ita rectangulum BHE ad quadratum ex DH . ergo ex æquali ut rectangulum BGC ad quadratum ex GK , ita rectangulum BHE ad quadratum ex HL : & sunt æquales anguli obtusi BKC, ELF , & perpendiculares KO, LH . ex ijs igitur, quæ ante tradita sunt, triangulum quidem BKC simile est triangulo ELH . triangulum vero CKG triangulo FLH . quare & triangulum ABG triangulo DEH est simile: & triangulum ACG triangulo DHF , ergo & totum triangulum ABC simile est toti DEF .

COMMENTARIIS.

- A** Sint duo triangula ABC . DEF , quæ angulos AD æquales habeant, non autem rectos. *Græcus codex* ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $αβγ$, & $δεζ$ ἴσας ἔχοντα τοὺς $αδ$ γωνίας μὴ ὀρθὰς τε καὶ ἀθροῖς ἡχθῶσαν αἱ $αγ$, $δθ$, fortasse autem legendum est μὴ ὀρθὰς δὲ, καὶ ἀθροῖς ἡχθῶσαν αἱ $αν$, $δθ$. de his enim, quæ rectos angulos habent, & superius dictum est, & inferius paulo post dicetur.
- B** Sitque ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG , &c. *Græcus codex* ὥς τε τὸ $αβγ$ ἢ $βγ$, &c. Sed legendum arbitror ἔστω τε ὡς τὸ $αβγ$ ἢ $βγ$.
- C** Ex ijs igitur, quæ ante dicta sunt ut KG ad GA , ita erit LH ad HD *Est enim ut rectangulum BGC , hoc est rectangulum KGA ad quadratum ex GA , hoc est KG ad GA , ita rectangulum BHF , hoc est LHD ad quadratum ex HD , hoc est DH ad HD .*
- D** Quare & ut AX ad XG , ita DP ad PH *Quoniam enim ut KG ad GA , ita LH ad HD , erit per conversionem rationis ut KG ad excessum, quo KG superat GA , hoc est ad duplum ipsius GX , ita LH ad duplum ipsius HP , & consequentium dimidia, ut KG ad GX , ita EH ad HP , & dividendo ut KX , hoc est AX ad XG , ita LP hoc est DP ad PH .*
- E** Et ideo anguli in ipsis æquales, & eorum singuli æquales singulis. anguli igitur BMO , BNR æquales sunt in primo casu. in secundo autem casu, &c. *Cum portio BKC similis sit portioni ELF . anguli in ipsis æquales sunt; Sed angulo qui in portione BKC æqualis est angulus BMO , ut proxime explicavimus. angulo autem qui in portione ELF est æqualis angulus ONR . ergo anguli BMO , BNR inter se sunt æquales. atque hoc in primo casu nam in secundo illud per se constat, ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF quare & BMO ipsis ENR æqualis erit in Græco codice pro $βμ$ mendose legitur $βμθ$, & ita in ijs, quæ sequuntur, ponitur $θ$ loco ipsius.*
- F** Est igitur ut BM ad MO , hoc est ut AM ad MO , ita BN ad NR , hoc est DN ad NR *Quoniam enim angulus BMO est æqualis angulo ENR , angulique ad ND , OR , & reliquis reliquo æqualis erit, & triangulum BMO triangulo BNR simile ergo ut BM , hoc est AM ad MO ita BN , hoc est DN ad NR , & convertendo ut OM ad MA , ita RN ad ND .*
- G** Suntque anguli, qui ad OR recti: acuti autem, qui ad ST *Ex his sequitur per septimæ sexti, elementorum triangulum MOS simile esse triangulo NRT , & angulum OMS angulo RNT æqualem.*
- H** Sed & angulus BMO angulo ENR est æquales *Quod ante demonstratum fuit Græcus codex* ἀλλὰ καὶ ἡ $αβγ$ ἢ $βγ$ ἢ $αμ$ τῇ $αμ$ ἐστὶν ἴση sed arbitror legendum ἀλλὰ καὶ ἡ $αβγ$ ἢ $βμ$ τῇ $αμ$ ἐστὶν ἴση.
- K** Ergo & æqualis BMS ipsi ENT *In primo casu erit totus angulus BMS ex duobus æqualibus constans æqualis toti ENT . In secundo autem casu, erit reliquus BMC reliquo LNT æqualis.*
- L** Ac propterea angulus C angulo F æqualis *Quoniam enim angulus BMS , hoc est BMA in primo casu est æqualis angulo ENT , hoc est END , erit circumferentia BA similis circumferentiæ ED , & ideo angulus C angulo F æqualis. in secundo autem casu, quoniam angulus BMS est angulus angulo ENT , reliquus ex duobus rectis BMA reliquo END æqualis erit; circumferentiæque BA circumferentiæ ED similis, & angulus C angulo F æqualis.*
- M** Triangula igitur inter se omnino similia erunt *Ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF ergo, & reliquus B reliquo O æqualis, & triangulum ABC triangulo DEF simile. Sed & utrique anguli, qui ad CH recti. sunt quare & reliquus BAG reliquo EDF , reliquusque CAC reliquo EDH æqualis. triangulum igitur ABG triangulo DEH , & triangulum ACG triangulo DFH simile erit.*
- N** Potest autem unius angulorum siue obtusorum, siue acutorum præmissa demonstratione, & reliquum ostendi *Græcus codex* δυνάται δὲ καὶ τῆς μίας γωνίας ἢ ὅσῃ ἀμβλυῶν ἢ ὀξεία προγεγραμμένης τῆς δεξιᾶς τοῦ λοιποῦ ἀποδιδῆναι ὅτος. Sed legendum *αβγ* ἢ $βγ$ δυνάται δὲ καὶ τῆς μίας γωνίας ἢ ὅσῃ ἀμβλυῶν ἢ ὅσῃ ὀξεία προγεγραμμένης τῆς δεξιᾶς τοῦ λοιποῦ ἀποδιδῆναι ὅτος.
- O** Et oporteat in æqualibus angulis acutis BAC , EDF demonstrare triangula similia esse *Græcus codex* pro $βγ$, & $δεζ$ habebat $αβγ$, & $δεζ$, & mendose, ut arbitror.
- P** Quare & triangulum ABG triangulo CEH est simile & triangulum ACG triangulo DFH *Quoniam enim triangulum BGC simile est triangulo BHI , erit angulus BKG hoc est BKA æqualis angulo BLD , & ideo circumferentia BA similis circumferentiæ BD , angulusque*

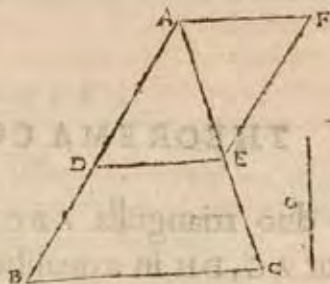
que $\angle BCA$ angulo $\angle EDF$ æqualis. Rursus quoniam triangulum CGK simile est triangulo FHL , angulus $\angle CKA$ æqualis erit angulo $\angle FLD$, circumferentiaque AC circumferentia DE similis, & angulus $\angle ABC$ angulo $\angle DBF$ æqualis. sunt autem anguli ad GH recti. reliqui igitur anguli reliquis æquales erunt; & triangulum ABG simile triangulo DEB , & triangulum ACG triangulo DEH ; & denique totum triangulum ABC simile toti DEF . Græcus codex. $\omega\sigma\epsilon\ \delta\gamma\ \tau\omicron\ \mu\epsilon\tau\alpha\ \beta\eta\ \tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\epsilon\tau\epsilon\upsilon\ \tau\omicron\varsigma\ \delta\epsilon\theta\ \tau\epsilon\lambda\epsilon\gamma\epsilon\tau\epsilon\upsilon\ \delta\epsilon\tau\epsilon\iota\ \iota\sigma\tau\omicron\upsilon$. Sed legendum $\delta\epsilon\tau\epsilon\iota\ \iota\sigma\tau\omicron\upsilon$.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO CCXVIII.

LEM
VI.

Rectis lineis AB, AC positione datis ducere DE parallelam rectæ lineæ A positione datæ, & facere ipsam DE datam.

Factum iam sit, & per A ipsi DB parallela ducatur AF . ergo AF parallela est rectæ lineæ positione datæ atque est datum punctum A , positione igitur est AF . Ducatur per E linea EF parallela ipsi AB . ergo AF est æqualis DE . Data autem est DE . quare & AF data. sed & positione. & datum punctum A . datum igitur & F . Itaque per datum punctum F ducta est FB parallela ipsi AB positione datæ. positione igitur est FE . sed & positione AC . ergo & punctum B est datum. & per ipsum ducta est DB lineæ positione datæ parallela. quare & DB positione datur.



B
34. primi.
C
D
28. dator.

E

Componetur autem problema hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ AB, AC positione datæ. data autem magnitudine sit recta lineæ in qua G , cui autem parallelæ ducantur sit AF , & ponatur AF ipsi G æqualis, & per F quidem ducatur FB parallela AB . per B vero ducatur BD parallela EF . Dico ipsam DE problema efficere.

Quoniam enim DE æqualis est ipsi AF , & AF æqualis ipsi G , videlicet lineæ datæ erit & DE datæ lineæ G æqualis. ergo DE problema efficit. manifestum autem est ipsam solam hoc efficere. nam quæ propinquior est ipsi A , semper remotiore est minor.

COMMENTARIVS.

Et facere ipsam DB datam] Hoc est datum magnitudine, vel rectæ lineæ magnitudini A datæ æqualem.

Positione igitur est AF] Ex 28. libri datorum.

Data autem est DE . quare & AF data] Magnitudine scilicet. Græcus codex $\delta\omicron\delta\epsilon\iota\sigma\tau\omicron\upsilon\ \delta\epsilon\tau\epsilon\iota\ \iota\sigma\tau\omicron\upsilon\ \eta\ \delta\epsilon$. Sed legendum puto. $\delta\omicron\delta\epsilon\iota\sigma\tau\omicron\upsilon\ \delta\epsilon\tau\epsilon\iota\ \iota\sigma\tau\omicron\upsilon\ \eta\ \delta\epsilon$, in resolutione enim ponitur DB data.

Datum igitur & F] Ex 27. libri datorum.

Ergo & punctum B est datum] Ex 25. eiusdem.

B

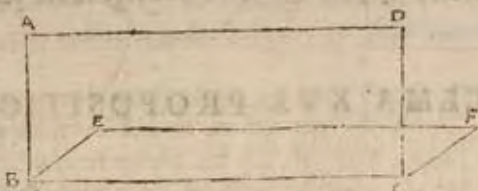
C

D

E

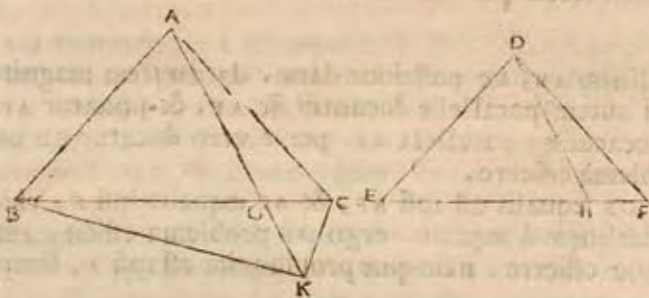
LEM.
VII.

THEOREMA CCIII. PROPOSITIO CCXIX.

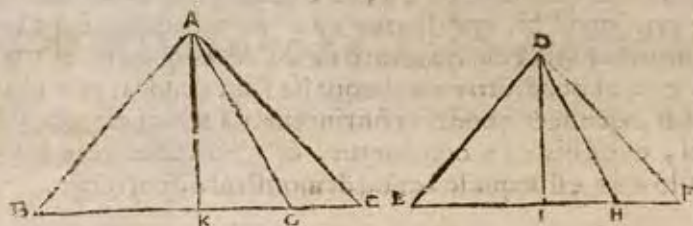
LEM.
VIII.

THEOREMA CCIV. PROPOSITIO CCXX.

Sint duo triangula $ABCDEF$, quæ angulos ad rectos habeant, & ducantur AG, DH in æqualibus angulis AGB, DHE , sit autem ut BG ad GC , ita EH ad HF . Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse; triangulumque AGB triangulo DHE , & triangulum AGC triangulo DHF .



- A Producatur AG , & fiat ut DH ad HE , ita CG ad GK , & BK, KC iungantur. æqualis igitur angulus est DEH angulo CKG . & quoniam ut BG quidem ad GC , ita EH ad HF , ut autem CG ad GK , ita DH ad HE . Ergo ex æquali in perturbata analogia ut EG ad GK , ita DH ad HE . & sunt circa æquales angulos. æqualis igitur est angulus BKG angulo F . ostensum autem est angulum quoque CKG angulo B æqualem esse. & sunt anguli EF recto æquales. ergo angulus BKC rectus est. sed & rectus BAC ex positione. in circulo igitur sunt puncta AB, CK , & ob id AKC angulus, hoc est DEH æqualis ipsi ABC . sed & angulus AGB positus est æqualis angulo DHE . triangulum igitur ABG triangulo DHE est simile; & eadem ratione triangulum AGC simile est triangulo DHF .



COMMENTARIVS.

IN SEPTIMVM, ET OCTAVVM LIBRV M CONICORVM LEMMATA.

LEM.
I.

Sit parallelogrammum rectangulum $A C$, & ducatur $E F A$. Dico rectan- $A B$
gulum $E A F$ rectangulo $E D C$, & triangulo $C B F$ æquale esse.

H h h 2

drato

drato ex CB , & similiter quadratis ex CB , BF æquale est contentum bis CBF una cum quadrato ex CF : erit quod bis continetur BAF una cum quadrato ex EF æquale ei, quod bis ADG continetur una cum quadrato ex CF , & ei quod bis continetur CBF una cum quadrato ex CF . at quadrato ex EF æqualia sunt quadrata ex EG , CF , ut dictum est. reliquum igitur, videlicet quod bis continetur BAF æquale est ei, quod bis continetur EDC , & ei, quod bis CBF continetur. & ideo rectangulum BAF rectangulo EDC , & rectangulo CBF est æquale, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIUS.

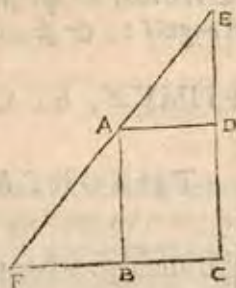
- A** Et ducatur BAF] *Græcus codex* χ $\delta\iota\chi\theta\omega$ n ϵ ζ . ego legendum puto ϵ ζ a .
B Dico rectangulum BAF rectangulo EDC & rectangulo CBF æqual esse] *Græcus codex* $\delta\tau\iota$ $\tau\omicron$ $\iota\omicron\omicron$ ϵ a ζ $\iota\omicron\omicron\tau$ $\delta\tau\iota$ $\iota\omicron\omicron$ ζ γ β χ $\tau\omicron$ $\iota\omicron\omicron$ ϵ γ δ . sed legendum ϵ $\tau\omicron\tau\epsilon$ $\iota\omicron\omicron$ ζ β γ , χ $\tau\omicron$ $\iota\omicron\omicron$ ϵ γ δ .
C Et quadrata ex BA , AF sunt æqualia quadratis ex ED , DA , & c.] *Ex 47. primi elementorum* *Græcus codex* $\alpha\gamma$ $\tau\alpha$ $\iota\omicron\omicron$ $\eta\eta$ ϵ a , a ζ $\tau\epsilon\gamma\alpha\gamma\omega\alpha$. Sed videtur legendum χ $\tau\alpha$ $\iota\omicron\omicron$ $\eta\eta$ ϵ a , a ζ $\tau\epsilon\gamma\alpha\gamma\omega\alpha$ vel ut in sequenti lemmate. $\delta\tau\iota$ $\delta\epsilon$ χ $\tau\alpha$ $\alpha\pi\omicron$ $\eta\eta$ ϵ a , a ζ $\tau\epsilon\gamma\alpha\gamma\omega\alpha$ $\iota\omicron\alpha$ $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\alpha\pi\omicron$ $\eta\eta$ ϵ δ , δ a .
D Hoc est quadratis ex ED , CB] *Græcus codex* $\tau\epsilon\tau\epsilon\iota$ $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\alpha\pi\omicron$ $\eta\eta$ ϵ δ γ . Sed ex $\eta\varsigma$, quæ sequuntur legendum arbitror $\alpha\pi\omicron$ $\eta\eta$ ϵ δ , γ δ .
E Sed quadratis ex EA , AF æqualia sunt rectangula BAF , EFA una cum quadratis ex BF , FA] *Est enim ex 4. secundi elementorum; quadratum ex BA æquale quadratis ex BF , FA & ei, quod bis BAF continetur. Sed ei, quod semel EFA continetur una cum quadrato ex FA æquale est rectangulum BAF ex tertia eiusdem. Hac autem omnia nos addidimus usque ad eum locum. Reliquum igitur, & c. nam in Græco codice multa in eandem sententiam desiderari videbantur.*
F Quorum rectangulum EFA una cum quadrato ex FA est æquale rectangulo BAF] *Ex tertia secundi libri elementorum. erit igitur quadratis ex EA , AF æquale, quod bis BAF continetur una cum quadrato ex BF .*

LEM.
II.

THEOREMA CCVI. PROPOSITIO CCXXII.

Sit parallelogrammum rectangulum AC , & ducatur BAF . Dico rectangulum EDC una cum rectangulo CBF æquale esse rectangulo BAF .

- A** Quoniam enim quadratum ex EF æquale est quadratis ex EC , CF , & sunt quadrata ex BA , AF æqualia
B 47. primi. quadratis ex ED , DC , CB , BF ; erit & quod bis BAF continetur æquale ei, quod bis continetur EDC , & ei, quod bis continetur CBF . rectangulum igitur BAF rectangulo EDC una cum rectangulo CBF est æquale.



COMMENTARIUS.

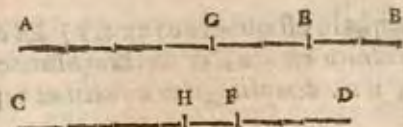
- A** Æquale esse rectangulo BAF] *In Græco codice mendose legebatur ϵ δ ζ .*
B Et sunt quadrata ex BA , AF æqualia quadratis ex ED , DC , CB , BF] *Est enim quadratum ex BA æquale quadratis ex ED , DA , hoc est quadratis ex ED , CB , & quadratum ex AF æquale quadratis ex AB , BF , hoc est DC , BF Græcus codex ϵ δ δ γ habebat ϵ δ , δ ζ .*
C Erit & quod bis BAF continetur æquale ei, quod bis continetur EDC , & ei, quod bis continetur CBF] *Quadratum namque ex EF æquale est quadratis ex EC , CF . Sed quadrato ex BC æqualia sunt quadrata ex ED , DC una cum eo, quod bis continetur EDC , & quadrato ex CF pariter æqualia sunt quadrata ex CB , BF una cum eo, quod bis CBF continetur.*
 Rursus

Rursus quadratum ex BF æquale est quadrato ex BA, AF, & ei, quod bis continetur BAF. quadratis autem ex BA, AF sunt equalia quadrata ex ED, DC, CB, BF. Quadrata igitur ex ED, DC, CB, BF una cum eo, quod bis continetur EDC, & eo, quod bis CBF continetur æqualia sunt quadratis ex ED, DC, CB, BF, & ei, quod bis BAF continetur, quare ablatis communibus quadratis, erit reliquum, quod bis continetur EAF æquale ei, quod bis continetur EDC & ei quod bis CBF continetur. 47. primi

THEOREMA CCVII. PROPOSITIO CCXXIII.

LEM. III.

Sit recta linea AB maior quam CD, sitque rectangulum AEB æquale A rectangulo CFD, & AE, CF sint maiores earum portiones. Dico AE, quam CF maiorem esse.



Secentur totæ lineæ AB, CD bifariam in punctis GH. maior igitur est GB, quam B HD, & ideo quadratum ex GB quadrato ex HD est maius. sed rectangulum AEB æquale est rectangulo CFD, ergo & quadratum ex GB maius est quadrato ex HF, & D recta linea GB quam HF maior. est autem & AG maior, quam CH. tota igitur AB, quam tota CF maior erit.

COMMENTARIVS.

Sitque rectangulum AEB æquale rectangulo CFD] Græcus codex χ $\epsilon\sigma\sigma\eta$ η $\epsilon\sigma\sigma\eta$ $\alpha\epsilon\beta$ A $\gamma\sigma\iota\alpha$ $\tau\eta$ $\epsilon\sigma\sigma\eta$ $\gamma\zeta\delta$ sed legendum puto χ $\epsilon\sigma\sigma\eta$ $\tau\epsilon$ $\upsilon\pi\sigma$ $\alpha\epsilon\beta$ $\tau\delta$ $\upsilon\pi\sigma$ $\gamma\zeta\delta$.

Maior igitur est GB, quam HD] Ex 14. & 15. quinti elementorum. Græcus codex $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\upsilon$ $\alpha\pi\alpha$ $\delta\epsilon\iota\upsilon$ η $\eta\beta$ $\tau\eta\varsigma$ $\delta\epsilon$. sed legendum $\tau\eta\varsigma$ $\delta\theta$.

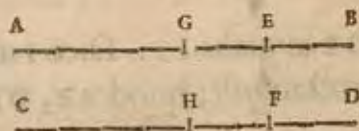
Et ideo quadratum ex GB quadrato ex HD est maius] Græcus codex $\omega\varsigma\epsilon$ χ $\tau\alpha$ $\alpha\pi\sigma$ C $\eta\epsilon$ $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\upsilon$ $\tau\eta$ $\alpha\pi\sigma$ $\delta\theta$ $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\omega\upsilon\varsigma$ lege $\omega\varsigma\epsilon$ χ $\tau\alpha$ $\alpha\pi\sigma$ $\eta\beta$ $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\upsilon$ $\tau\eta$ $\alpha\pi\sigma$ $\delta\theta$ $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\omega\upsilon\varsigma$.

Ergo & quadratum ex GB maius quadrato ex HD] Est enim quadratum ex GB maius quadrato ex HD. sed quadratum ex GB æquale est rectangulo AEB una cum quadrato ex GE, & quadratum ex HD æquale est rectangulo CFD una cum quadrato ex HF. ergo rectangulum AEB una cum quadrato ex GA maius est rectangulo CFD una cum quadrato ex HF. rectangulum autem AEB ponitur æquale rectangulo CFD quadratum igitur ex AE quadrato ex HD est maius.

THEOREMA CCVIII. PROPOSITIO CCXXIV.

LEM. IV.

Sit rectangulum AEB æquale rectangulo CFD æqualibus existentibus AB, CD. Dico maiores portiones AE, CF inter se æquales esse. A



Secentur enim AB, CD bifariam in punctis GH. erit GB æquales HD. quare, & B quadratum ex GB quadrato ex HD est æquale. sed & rectangulum AEB est æquale re-

D le rectangulo CFD , quadratum igitur ex GE æquale est quadrato ex HF , ac propterea recta linea GE ipsi HE æqualis; est autem & AG æqualis CH , ergo tota AB toti CF æqualis erit.

COMMENTARIUS.

A Dico maiores portiones AE , CF inter se æquales esse] *Græcus codex* ἑτάπητα μείζονα τμήματα τὰ $αε$, $γζ$ ἔστι τὸ διέφε. *sed ut puto legendum est* ἑτάπητα μείζονα τμήματα τὰ $αε$, $γζ$ ἀλλήλοις ἔστιν ἴσα.

B Secetur enim AB , CD bifariam in punctis GH] *Græcus codex* τμήματα γὰρ τὰ $αβ$, $γδ$ δι, $χα$ τῶν $ηθ$. *Sed legendum erit* τετμήθεσαν γὰρ $αβ$, $ογ$, &c.

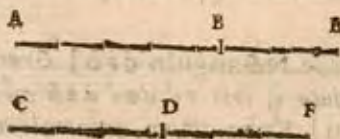
C Erit GE æqualis HD] *Hæc omnia usque ad hanc nos addidimus, quod in Græco codice multa in eandem sententiam desiderari videbantur.* ἴση ἄρα ἔστιν ἡ $ηβ$ τῇ $θδ$ ὥς $ε$ $χ$ τὸ ἀπὸ $ηβ$ ἴσον πρὸς ἀπὸ $θδ$ τετραγώνω. ἔστι δὲ $χ$ τὸ ὑπὸ $αεβ$ ἴσον πρὸς ὑπὸ $γζδ$ καὶ τὸ ἀπὸ $ηε$ ἄρα ἴσον πρὸς ἀπὸ $θζ$ ἴση ἄρα ἔστιν ἡ $ηε$ τῇ $θζ$ ἔστι δὲ καὶ ἡ $αν$ ἴση τῇ $γθ$. ὅλη ἄρα ἡ $αεολη$ τῇ $γζ$ ἴση ἴση.

D Quadratum igitur ex GE æquale est quadrato ex HF] *Est enim rectangulum* ABE *una cum quadrato ex* GB *æquale quadrato ex* GE , & *rectangulum* CED *una cum quadrato ex* HE *similiter æquale quadrato ex* HD . *demptis igitur æqualibus rectangulis* ABB , CFD , *reliqua inter se æqualia erunt.*

LEM.
V.

THEOREMA CCIX. PROPOSITIO CCXXV.

Sit AB quidem maior, quam CD , BE vero minor, quam DF , maiori existente AB , quam BE : & CD maiori, quam DF . Dico excessum ipsarum AB , BE excessu BD , DF maiorem esse.



A Quoniam enim AB maior est, quam CD , erit ipsarum AB , BE excessus maior excessu CD , BE . sed excessus CD , BE maior est excessu CD , DE , quod EB minor sit, quam DF . excessus igitur ipsarum AB , BE excessu CD , DF multo maior erit.

COMMENTARIUS.

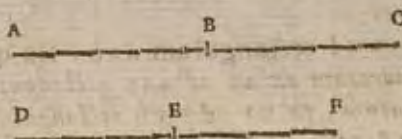
A Quoniam enim AB maior est, quam CD , erit ipsarum AB , BE excessus maior excessu CD , BE] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς $αβ$ τῆς $γδ$ $εβ$ ὑπερῶς. *Sed fortass. legendum erit,* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ $αβ$ τῆς $γδ$, μείζων ἄρα ἡ $αβ$ $βε$ ὑπερῶς τῆς $αβ$ $γδ$ $εβ$ ὑπερῶς.

LEM.
VI.

THEOREMA CCX. PROPOSITIO. CCXXVI.

Sit AB æqualis BC , & DE æqualis EF . Dico rectangulum contentum AC , DF quadruplum esse rectanguli, quod AB , DE continetur.

Quoniam



Quoniam enim CA dupla est ipsius AB , sumpta DE communi altitudine, erit rectangulum ex CA, DE duplum rectanguli ex AB, DE . Rursus quoniam FD dupla est DE , sumpta communi altitudine AC rectangulum ex AC, DF duplum erit rectanguli ex AC, DE . sed rectangulum ex AC, DE duplum est rectanguli ex AB, DE . rectangulum igitur ex AC, DF rectanguli ex AB, DE quadruplum erit.

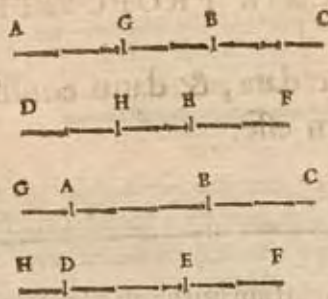
COMMENTARIVS.

Sed rectangulum ex AC, DE duplum est rectanguli ex AB, DE] *Græcus codex* ἀλλὰ τοῦ ὡς α γ δ ζ τὸ ὡς α γ δ ε sed legendum puto ἀλλὰ τοῦ ὡς α γ δ ε τὸ ὡς α β δ ε. Rectangulum igitur ex AC, DF rectanguli ex AB, DE quadruplum erit] Hæc nos addidimus de fortuitatis causa, quæ fortasse in *Græco codice* desiderantur, ut ita legendum sit. τοῦ ὡς α γ δ ζ τετραπλάσιον ὅτι τὸ ὡς α β δ ε.

THEOREMA CCXI. PROPOSITIO CCXXVII.

LEM. VII.

Sit ut AB ad BC , ita DE ad EF : ut autem AB ad BG , ita DE ad EH . Dico ut rectangulum ABG ad rectangulum AGC , ita esse rectangulum DEH ad DHF rectangulum.



Quoniam enim ut AB ad BG , ita DE ad EH , erit per conuersionem rationis ut BA ad AG , ita ED ad DH . ergo ut quadratum ex BA ad quadratum ex AG , ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH . sed & ut quadratum ex AB ad rectangulum ABG , ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum. ut igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG , ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH . quoniam autem ut AB ad BC , ita ponitur DE ad EFO erit conueniendo, componendoque ut CA ad AB , ita FD ad DE . Sed ut BA ad AG , ita est ED ad DH , ex æquali igitur ut CA ad AG , ita FD ad DH ergo ut CG ad GA , ita EH ad HD . ac propterea et rectangulum CGA ad quadratum ex GA , ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD . ut autem quadratum ex AG ad rectangulum ABG , ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH . ergo ut rectangulum ABG ad rectangulum AGC , ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF .

COMMENTARIVS.

Dico ut rectangulum ABG ad rectangulum AGC , ita esse rectangulum DEH ad DHF rectangulum] *Græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τοῦ ὡς α β γ δ ε τὸ ὡς α β γ δ ε. Sed ut puto legendum erit. ὅτι γίνεται ὡς τοῦ ὡς α β γ δ ε τὸ ὡς α β η γ δ ε. Sed ut puto legendum erit. ὅτι γίνεται ὡς τοῦ ὡς α β η γ δ ε.

ἢ αβη ὅς τοι ἔστω ἡ ἀνγ, ὅτω τοι ἔστω ἡ δὲ θ ὅς τοι ἔστω ἡ δὲ ζ. Quod ex ijs, quæ sequuntur manifesto apparet.

B Sed & ut quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum] Est enim quadratum ex AB ad ABG rectangulum, ut AB ad BG ex prima sexti elementorum: & quadratum, ex DE ad DEH rectangulum, ut DE ad EH. Græcus codex. ἀλλὰ ἡ ὥς τοι ἔστω αβ ὅς τοι ἔστω αβη ὅτω τοι ἔστω δὲ θ ὅς τοι ἔστω δὲ ζ. sed legendum est. ἀλλὰ ἡ ὥς τοι ἔστω αβ ὅς τοι ἔστω αβη, ὅτω τοι ἔστω δὲ θ ὅς τοι ἔστω δὲ ζ.

C Ut igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH] Quoniam enim ut quadratum ex EA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH, convertendo ut quadratum ex GA ad quadratum ex AB, ita erit quadratum ex HD ad quadratum ex DE. Sed ut quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum ergo ex equali ut quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad DEH rectangulum. Græcus codex ὅτω τοι ἔστω δὲ θ ὅς τοι ἔστω δὲ ζ. lege ὅς τοι ἔστω δὲ θ.

D Ergo ut CG ad GA, ita FH ad HD] Dividendo scilicet.

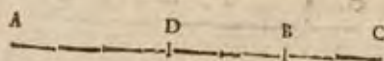
E Ac propterea ut rectangulum EGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD] Ex prima sexti elementorum. Græcus codex ἡ ὥς τοι ἔστω ὅς τοι ἔστω τὸ ἔστω, vel igitur legendum est ἡ ὥς τοι ἔστω ὅς τοι ἔστω τὸ ἔστω, vel quod magis placet ἡ ὥς τοι ἔστω γνα ὅς τοι ἔστω καὶ ὅτω τοι ἔστω ζθδ ὅς τοι ἔστω θδ.

F Ergo ut rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHE] Ex antedictis sequitur ex equali ut rectangulum AGC ad rectangulum ABG ita rectangulum DHE ad rectangulum DEH. quare convertendo ut rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita rectangulum DEH ad rectangulum DHE. Græcus codex ὅτω τοι ἔστω δὲ θ ὅς τοι ἔστω δὲ ζ. Sed videtur legendum ὅς τοι ἔστω δὲ θ. quamquam iisdem positis sequatur, ut rectangulum ABG ad rectangulum ABC, ita esse DEH rectangulum ad rectangulum DEF, & ut rectangulum AGE ad rectangulum AEC, ita rectangulum DHE ad DEF rectangulum, quæ quidem omnia ex his per facile, & nullo negotio demonstrabuntur.

LEM.
VIII.

THEOREMA CCXII. PROPOSITIO CCXXVIII.

A Sint quadrata ex AB, BC data, & datus eorum excessus. Dico utramque ipsarum AB, BC datam esse.



B C Ponatur ipsi CB æqualis ED, datum igitur est & rectangulum CAD. quare & quod D bis CAD continetur est datum; est enim rectangulum CAD quadratorum ex AB, BC excessus. ergo datum est utrumque quadratorum ex CA, AD: & ob id quadratum utriusque CA, AD datum erit. Sed BA ipsius CA, AD dimidia est data igitur est BA. quare K & BC est data.

COMMENTARIUS.

A Sint quadrata ex AB, BC data] Intellige Utraque quadrata simul sumpta data esse, videlicet compositum ex ipsis, nam si ea seorsum data sint, frustra illud, quod datum esset, quereretur.

B Datum igitur est & rectangulum CAD] Græcus codex. δὲ θ ὅς τοι ἔστω γνα δ.

C Quare & quod bis CAD continetur est datum] Ex 2. libri datorum.

D Est enim rectangulum CAD quadratorum ex AB, BC excessus] Ex 6. secundi elementorum. Nam cum CD bifariam secetur in E & ipsi adijciatur DA, erit rectangulum CAD una cum quadrato dimidia videlicet BC æquale quadrato ex AB.

E Ergo datum est utrumque quadratorum ex CA, AD] Ex 2. datorum, sunt enim quadrata ex CA, AD dupla quadratorum ex AB, BC quæ data sunt per 10. secundi elementorum.

F Et ob id quadratum utriusque CA, AD datum erit] Videlicet quadratum ipsarum CA AD ad

Sed BA ipsius CA, AD dimidia est] Græcus codex καὶ ὅτιν αὐτῆς ἡμίσηα δύο αἱ β α λ ε - G
ge καὶ ὅτιν αὐτῆς ἡμίσηα ἡ β α.

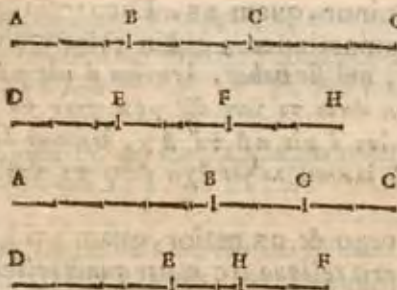
H

K

Ponatur ipsi CB aequalis BD. Datum igitur est rectangulum CAD, est enim dictorum quadratorum excessus, ergo rectangulum CAD Una cum quadrato ex BC est aequale duobus quadratis ex AB, BC dempto ab ipsis quadrato ex BC addatur utrisque quadratum ex BC. ergo rectangulum CAD Una cum duobus quadratis ex BC est aequale quadratis ex AB, BC. Itaque de quadratis ex AB, BC dematur rectangulum CAD, erit quod relinquitur datum, cum Utraque data sint, atque erit aequale duobus quadratis ex BC. quare & duo quadrata ex BC erunt data, & Unum ipsorum. resta igitur linea BC, & idcirco ipsa AB data erit.

LEM.

IX.
Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, sitque ut CB ad BG, ita FE ad A B
EH. Dico ut rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita esse rectan-
gulum DHE ad rectangulum EFH.



Quoniam enim vt CB ad BA, ita FB ad ED, vt autem CB ad BG, ita FE ad EH; erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHB. sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF: & vt quadratum ex BG rectangulum BCG, ita quadratum ex BF ad rectangulum BFH. ex æquali igitur vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHB ad BFH rectangulum.

COMME NT A R I V S.

A

B

cc

2

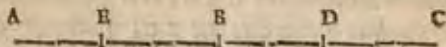
Sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum E
ex EF] Erat enim vt AG ad GB, ita DH ad HE; & vt GB ad BC, ita HE ad EF. quare
rursus ex equalis vt AG ad BC, ita DH ad EF, & ideo vt quadratum ex AG ad quadratum
ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF. 22. sexti.

P Et ut quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH] Namq; ut CB ad BG, ita erat FE ad EH, quare convertendo, ut CB ad BC, ita HE ad EF, dividendoque, & rursus convertendo, ut EC ad CG, ita EF ad EH, ergo ut quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad EFH rectangulum.

LEM.
X.

THEOREMA CCXIV. PROPOSITIO CCXXX.

A Sit AB æqualis BC , & BD minor, quam BE . Dico rectangulum ADH ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE .



B Quoniam enim AB est æqualis BC , & BD minor, quam BB ; erit CD maior, quam
C AB . ergo & CE maior, quam AD . rectangulum igitur ADB minus est rectangulo
D CBB ; & rectangulum BCD rectangulo BAE maius. quare rectangulum ADB ad re-
E ctangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CBB ad rectan-
 gulum BAE .

COMMENTARIVS.

A Sit AE æqualis BC , & BD minor, quam BE . Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CBB ad rectangulum BAE] *Græcus codex manicus est, qui sic habet.* ἔστω ἴση ἡ μὲν $αβ$ τῇ $βγ$, ἑλάσσων δὲ ἡ $βδ$ τῆς $βε$ ὥς $βδ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ ἴσος ὥς $βα$ εἰς τοὺς $αδ$ *autem erit in hunc modum* ἔστω ἴση ἡ μὲν $αβ$ τῇ $βγ$, ἑλάσσων δὲ ἡ $βδ$ τῆς $βε$ ὥς $βδ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ ἴσος ὥς $βα$ εἰς τοὺς $αδ$ *ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἑλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς βε ὥς βδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ ἴσος ὥς βα εἰς τοὺς αδ*

B Erit CD maior, quam AB . ergo & CB maior, quam AD] *Nam cum sint æquales* AB BC , *sitque* BD *minor, quam* BE , *erit reliqua* DC *maior quam reliqua* AE . *quare addita utrisque communi* ED , *fiet* CE *maior, quam* AD .

C Rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CBB] *Est enim* AD *minor, quam* CB , & DB *minor, quam* BE .

D Et rectangulum BCD rectangulo BAE maius] *Nam* CB *est æqualis* BA , & CD *maior quam* AB .

E Quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CBB ad rectangulum BAE] *Rectangulum enim* ADB *ad rectangulum* BCD *minorem proportionem habet, quam ad rectangulum* BAE . *sed rectangulum* ADB *ad rectangulum* BAE *ad huc minorem habet proportionem, quam rectangulum* CBB *ad rectangulum* BAE . *rectangulum igitur* ADB *ad rectangulum* BCD *multo minorem proportionem habebit, quam* CBB *rectangulum ad rectangulum* BAE . *Græcus codex* τὸ ἀρα ἴσος $αδ$ $β$ *πρὸς τὸ ἴσος* $βγδ$. *legendum autem* τὸ ἀρα ἴσος $αδ$ $β$ *πρὸς τὸ ἴσος* $βγδ$.

s. quinti.

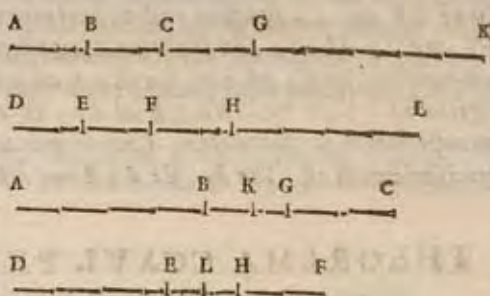
LEM.
XI.

THEOREMA CCXV. PROPOSITIO CCXXXI.

Ostendendum nunc sit præcedentis conuersum. Sit enim AB æqualis BC , & DE ipsi EF ; sitque ut rectangulum AGB ad rectangulum BGG , ita rectangulum DHE ad rectangulum EFH . Dico ut CB ad BG ; ita esse FE ad EH .

Ponatur

Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG , AK , rectangulo autem DHB æquale id, quod EH , DL continetur. est igitur ut rectangulum contentum AK , CG ad rectangulum BCK , hoc est ut AK ad BC , ita rectangulum contentum DL , EH ad rectangulum EHL , hoc est ita DL ad BE . sed & ut CB ad BA , ita FB ad BD . ergo AB , BC , CK respondent ipsis DE , BE , EL in eadem proportionem,



hoc est ut KC ad CB , ita LF ad BE . quoniam autem rectangulum AGB æquale est ei, quod AK , CG continetur; utrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK , BC . reliquum igitur rectangulum BCK est æquale contento AK , BC . ergo ut rectangulum contentum AK , BC ad quadratum ex BK , ita est rectangulum BCK ad quadratum ex BK . & eadem ratione ut rectangulum contentum DL , EH ad quadratum ex EL , ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL . atque est ut rectangulum contentum AK , BC ad quadratum ex BK , ita rectangulum contentum DL , EH ad quadratum ex EL , ob analogiam similium portionum. ergo & ut rectangulum BCK ad quadratum ex BK , ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL , & sunt eadem portiones BC , EH . est igitur ut GB ad BK ita HE ad EL ; ac propterea ut GB ad BC , ita HE ad EF .

COMMENTARIVS.

Ostendendum nunc sit precedentis conuersum] *Videlicet conuersum noni lemmatis.*

Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG , AK] *Græcus* *codex* $\kappa\epsilon\iota\delta\omega$ τὸ μὲν ὑπο' $\alpha\eta\beta$ ἴσων τῷ ὑπο' $\gamma\eta$, $\alpha\kappa$ ego potius legerem. $\kappa\epsilon\iota\delta\omega$ τῷ μὲν ὑπο' $\alpha\eta\beta$ ἴσων τῷ ὑπο' $\gamma\eta$ $\alpha\kappa$. propterea, quæ sequuntur.

Hoc est ut KC ad CB , ita LF ad BE] Quoniam enim est ut CB ad BA , ita FB ad BD , erit componendo, conuertendoque ut BA ad AC , ita ED ad DF . Rursus quoniam ut AK ad BC , ita DL ad EF ; & ut CB ad BA , ita FE ad BD : ex equali ut KA ad AE , ita erit LD ad DE . sed ut BA ad AC , ita ED ad DF . ergo rursus ex equali, ut CA ad AC , ita LD ad DF : diuidendoque ut KC ad CA , ita LF ad FD : & consequentium dimidia, ut KC ad CB : ita LF ad BE .

Utrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK , BC] *Græcus* *codex* $\epsilon\delta\chi$ $\alpha\mu\omega\tau\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\rho$ $\alpha\phi\epsilon\eta\tau\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\rho$ $\delta\pi\omicron$ τῷ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\alpha\kappa$, $\beta\eta$. sed puto legendum $\alpha\mu\omega\tau\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\rho$ $\alpha\phi\epsilon\eta\tau\epsilon\iota\sigma\tau\epsilon\rho$ $\delta\pi\omicron$ τῷ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\alpha\kappa$, $\beta\eta$.

Reliquum igitur rectangulum BCK est æquale contento AK , BC] Est enim rectangulum AGB una cum rectangulo BCK æquale rectangulo contento AK , CG ex prima secundæ elementorum, & obeandæ causæ rectangulum contentum AK , CG una cum eo, quod AK , BC continetur est æquale eidem rectangulo contento AK , BC . quare si a rectangulo contento AK , BC auferantur æqualia rectangula, videlicet AGB , & contentum AK , CG , relinquentur rectangula BCK , & contentum AK , BC , quæ etiam inter se æqualia erunt. *Græcus codex.* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\beta\alpha$, $\eta\kappa$ ἴσων ἐστὶ τῷ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\alpha\kappa$, $\beta\gamma$. sed legendum ut opinor, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\beta\eta$, $\eta\kappa$ ἴσων ἐστὶ τῷ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\alpha\kappa$, $\beta\gamma$.

Et eadem ratione ut rectangulum contentum DL , EH ad quadratum ex EL , ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] Nam cum rectangulum DHB ponatur æquale rectangulo contento DL , EH , si eorum utrumque auferatur a rectangulo contento DL , EH , erit reliquum rectangulum EHL æquale reliquo, quod DL , EH continetur. *Græcus codex.* δὴ ταῦτα δὴ καὶ ὡς τὸ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\alpha\lambda$, $\epsilon\zeta$. lege τὸ ὑπο' $\alpha\eta\beta$ $\delta\lambda$, $\epsilon\zeta$.

Ergo ut rectangulum BCK ad quadratum ex BK , ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *Græcus codex.* ὅτω τὸ ὑπο' $\eta\theta\alpha$ $\alpha\phi\omicron\varsigma$ τὸ ὑπο' $\alpha\epsilon$ sed legendum puto ὅτω τὸ ὑπο' $\epsilon\theta\lambda$ $\alpha\phi\omicron\varsigma$ τὸ ὑπο' $\epsilon\lambda$.

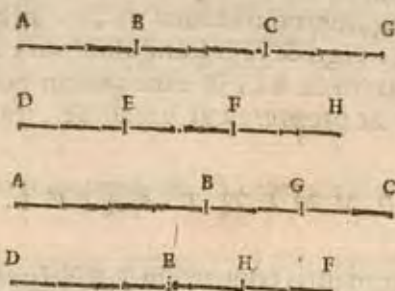
Et sunt eadem portiones BC , EH . est igitur ut GB ad BK , ita HE ad EL , ac propterea ut GB ad BC , ita HE ad EF] Quoniam enim ut rectangulum BCK ad quadratum ex BK , ita est rectangulum EHL ad quadratum ex EL , & proportio quidem rectanguli BCK ad quadratum ex BK componetur ex proportione CB ad BK , & proportione CK ad BK ; pro-

portio autem rectanguli BHL ad quadratum ex BL componitur ex proportionē HE ad EL, & proportionē HL ad LE; suntque eadem portiones BG, EH, & GK, HL, & BK, EL: erit ut GI ad BK, ita HE ad EL. sed superius demonstratum est, ut KC ad CB, ita esse LE ad EB. quare componendo ut KB ad BC, ita est LE ad EF. erat autem ut GB ad BK, ita HB ad EL aequali igitur ut GB ad BC, ita HE ad EF, & conuertendo ut CB ad BC, ita EB ad BH, quod demonstrandum proponebatur. Græcus codex ἐστὶν ἀρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βα, ὅπως ἡ λει πρὸς εθ. legendum autem est. ὅτιν ἀρα ὡς ἡ ηβ πρὸς βκ, ὅπως ἡ θει πρὸς ελ.

LEM.
XII.

THEOREMA CCXVI. PROPOSITIO CCXXXII.

- A Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, habeatque BC ad CG maiorem
B proportionem, quam EF ad FH. Dico in primo quidem casu & AG ad BC, maiorem proportionem habere, quam DH ad EF: in secundo autem casu minorem.



- C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH, habe-
D bit in primo casu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH: in secundo au-
E tem casu maiorem, quare & AB ad BG in primo casu minorem proportionem habet,
F quam DE ad EH, sed in secundo casu maiorem. ergo GA ad AB in primo casu maio-
G rem habet proportionem, quam HD ad DE, & in secundo casu minorem. est autem
ut AB ad BC, ita DE ad EF. ex æquali igitur in primo casu AG ad BC maiorem pro-
portionem habebit, quam DH ad EF: & in secundo casu minorem.

COMMENTARIUS.

- A Sit AB æqualis BC] Græcus codex ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῇ βγ. ego legendum puto ἐστὶν ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ.
B Dico in primo quidem casu & AG ad BC maiorem proportionem habere, quam DH ad EF] Græcus codex ὅτι ὅτι μὲν τῆς πρώτης πτάσεως καὶ ἡ αη πρὸς θηγ. lege πρὸς τῇγ βγ.
C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad EH] Græcus codex ὅτι γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς εθ ὅτι δὲ τῆς δευτέρας μείζονα. quo in loco multa desiderari videntur; ut ita legendum sit. ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς εθ, ὅτι μὲν τῆς πρώτης πτάσεως ἡ γβ πρὸς βη ἐλάττωρα λόγον ἔχει ἢ πρὸς εθ, ὅτι δὲ τῆς δευτέρας μείζονα.
D Habebit in primo casu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH, in secundo autem casu maiorem] Videlicet per conuersionem rationis per 30. quinti libri elementorum ex editione nostra.
E Quare & AB ad BG in primo casu minorem proportionem habet, quam DE ad EH. sed in secundo casu maiorem] Quoniam enim AB ad BC est ut DE ad EF, & CB ad BG minorem habet proportionem, quam FE ad EH; habebit ex æquali AB ad BG proportionem minorem, quam DE ad EH, quod a nobis demonstratum est in commentarijs, in 52. quinti libri huius, & eodem modo in secundo casu, AB ad BG maiorem habebit proportionem, quam DE ad EH;
F Ergo GA ad AB in primo casu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE]
Cum

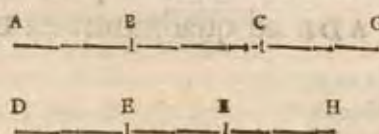
Cum AB ad BG in primo casu minorem proportionem habeat, quam DE ad EH, & componendo per 28. quinti elementorum ex editione nostra, AG ad GB minorem habebit proportionem, quam DH ad HE. quare & per conuersionem rationis per 30. eiusdem GA ad AB habebit maiorem proportionem, quam HD ad DE. & ita in secundo casu minorem habere demonstrabitur.

Ex æquali igitur in primo casu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam G DH ad EF & in secundo casu minorem] Ex demonstratis a nobis in 52. quinti libri huius, ut dictum est.

THEOREMA CCXVII. PROPOSITIO CCXXXII.

LEM.
XIII.

Sit rursus AB æqualis BC, & DE ipsi EF: habeatque AG ad GB minorem proportionem, quam DH ad HE. Dico & BC ad CG minorem A proportionem habere, quam EF ad FH.



Quoniam enim per conuersionem rationis, & diuidendo GB ad BA, hoc est ad BC B maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc est ad BF, habebit per conuersionem rationis, & diuidendo BC ad CG minorem proportionem, quam BF ad FH.

COMMENTARIVS.

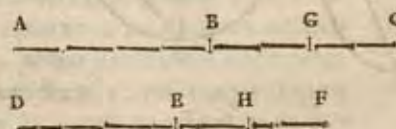
Dico, & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH] Græcus codex A dicit $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta\iota\kappa\lambda\mu\text{ν}\pi\rho\sigma\tau\upsilon\phi\chi\psi\omega$ pro $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta\iota\kappa\lambda\mu\text{ν}\pi\rho\sigma\tau\upsilon\phi\chi\psi\omega$ sed mendose, ut opinor, nam videtur legendum. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omicron\nu\alpha\ \lambda\omicron\gamma\omicron\nu\ \epsilon\chi\epsilon\iota$.

Quoniam enim per conuersionem rationis & diuidendo, GB ad BA, hoc est ad BC B maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc est ad BF] Quoniam AG ad GB minorem proportionem habet, quam DH ad HE, habebit per conuersionem rationis GA ad AB maiorem proportionem, quam HD ad DE, & diuidendo per 29. quinti ex editione nostra GB 30. quinti. ad BA, videlicet ad BC maiorem, quam HC, ad ED, hoc est ad BF. Rursusque per conuersionem rationis BG ad GC minorem habebit proportionem, quam EH ad HF, & rursus diuidendo BC ad CG minorem, quam EF ad FH. Græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur $\mu\epsilon\zeta\omicron\nu\alpha\ \lambda\omicron\gamma\omicron\nu\ \epsilon\chi\epsilon\iota$ cum legendum sit $\epsilon\lambda\alpha\sigma\tau\omicron\nu\alpha\ \lambda\omicron\gamma\omicron\nu\ \epsilon\chi\epsilon\iota$.

THEOREMA CCXVIII. PROPOSITIO CCXXXIV.

LEM.
XIV.

Sit AB æqualis BC, & DE ipsi EF, habeatque AG ad GB maiorem proportionem, quam DH ad HE. Dico BG ad GC minorem A proportionem habere, quam EH ad HF.



Quoniam enim diuidendo AB, hoc est CB ad BG maiorem proportionem habet, B quam DE, hoc est FE ad EH, habebit per conuersionem rationis, ac diuidendo BG ad GC minorem proportionem, quam EH ad HF.

COM-

COMMENTARIUS.

A Dico EG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF] *Græcus codex* ὅτι ἡ $\beta\gamma$ πρὸς τὴν $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\tau\alpha$ λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὴν $\theta\zeta$, *legendum* ἡ $\alpha\beta$ πρὸς τὴν $\theta\zeta$.

B Quoniam enim diuidendo AB hoc est CB ad EG maiorem proportionem habet, quam DB , hoc est FE ad BH] *Græcus codex* ὅτι γὰρ $\chi\prime$ διαύρεσιν ἡ $\alpha\beta$ $\pi\tau\omicron\zeta\iota\tau$ ἢ $\beta\gamma$ πρὸς τὴν $\gamma\delta$ sed legendum $\pi\tau\omicron\zeta\iota\tau$ ἢ $\gamma\beta$ τὴν $\beta\delta$.

IN LOCO AD SUPERFICIEM.

LEM. I. THEOREMA CCXIX. PROPOSITIO CCXXXV.

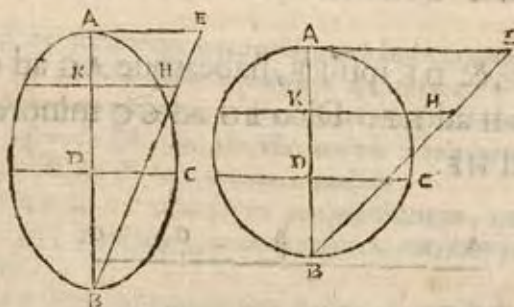
Si sit recta linea AB , & CD rectæ lineæ positione datæ parallela sit-
A que proportio rectanguli ADB ad quadratum ex DC data; punctum c conicam lineam contingeret.



B Si igitur recta linea AB positione priuetur; puncta AB data non sint, fiat autem recta linea ad rectas lineas AE , EB positione datas, punctum c in sublimē eleuatum, erit ad superficiem positione datum; hoc autem ostensum est.

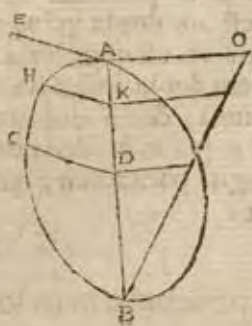
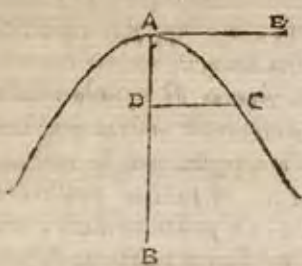
COMMENTARIUS.

A Punctum c conicam lineam contingeret] Sit recta linea DC ipsi AB parallela, vel igitur angulus ADC est rectus, vel non rectus, & quadratum ex DC vel est æquale rectangulo ADB , vel in æquale. Sit primum ADC angulus rectus & quadratum ex DC in æquale rectangulo ADB , erit punctum c in ellipti. Fiat enim ut quadratum ex DC ad rectangulum

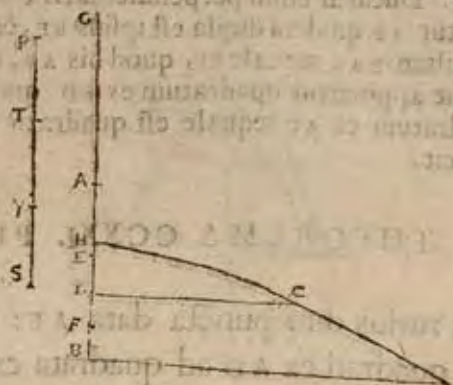


ADB , ita recta linea AE ad ipsam AB . Itaque datis duobus rectis lineis terminatis EA , AB inueniatur ex 54. primi libri conicorum circa diametrum AB coni sectio, elliptis appellatur in eodem plano, in quo sunt dictæ lineæ, ita ut vertex sit punctum A & rectum figuræ latus AB : ductæ uero a sectione ad diametrum AB in angulo recto applicentur, & possint spacia adiacen.

adiacentia ipsi AB, quæ latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipsas, & punctum A, deficientque figura simili, & similiter posita ei, quæ rectis lineis EA, AB continetur. Quonia igitur quadratum ex DC ad rectangulum ADB est ut rectum figuræ latus EA ad transversum AB, erit ex 21. primi libri conicorum, punctum C in ellipti: & similiter ductis alijs lineis a sectione ad AB, quæ ipsi CD sint parallele ut HK habebit quadratum ex HK ad rectangulum AKB proportionem datam, videlicet eam, quam habet quadratum ex CD ad rectangulum ADB quare elliptis AHCB locum efficit. Si vero angulus ADC sit rectus, & quadratum ex DC æquale rectangulo ADB, punctum C in circulo circumferentia erit. est enim CD media proportionalis inter AD, DB: & similiter a circumferentia circuli ad diametrum ductis alijs lineis ipsi DC parallelis, velut HK, idem plane continget, ut scilicet quadratum ex HK ad rectangulum AKB eandem proportionem habeat, quam quadratum ex CD ad rectangulum ADB. & circumferentia AHCB locum efficiet. Sed fieri etiam potest, ut punctum C sit in parabola, si ex 52. primi conicorum in ipsa AD inueniatur coni sectio, quæ parabole appellatur, ita ut eius vertex sit punctum A, & quis a sectione ad diametrum applicantur, parallele ipsi DB, possint rectangulum contentum recta linea, quæ est inter ipsum, & punctum A, & altera quedam data linea, quæ sit æqualis DB. Sit præterea AD minor quam DB, ut in alia figura, productaque DA ad L, sit DL ipsi DB æqualis, & ut quadratum ex CD ad rectangulum ADB, hoc est ad rectangulum ADL, ita fiat recta linea AE ad AL. Datis igitur duabus rectis lineis terminatis LA, AB ex 53. primi libri conicorum inueniatur hyperbole, ita ut eius diameter sit LAD. vertex punctum A, & rectum figuræ latus AE, quæ vero a sectione ad diametrum in recto angulo applicantur, possint rectangula adiacentia ipsi AB, & latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipsas, & punctum A, excedantque figura simili, & similiter posita ei, quæ LA, AB continetur. Itaque quoniam quadratum ex CD ad rectangulum ADL est ut figuræ rectum latus EA ad transversum AL, erit punctum C in hyperbola ex 21. primi conicorum: & a sectione ad diametrum ductis alijs lineis, quæ parallele sint ipsi CD, ut MN, habebit quadratum ex MN ad rectangulum ANL eandem proportionem, quam quadratum ex CD ad rectangulum ADL, & linea ACM locum efficiet. Quod si angulus ADC non sit rectus, siue quadratum ex CD sit æquale rectangulo ADB siue in æquale, fiat ut quadratum ex DC ad rectangulum ADB ita recta linea quadam OA ad AB, quæ cum ipsa AB rectos angulos continent: & ex 54. primi conicorum inueniatur elliptis, cuius diameter AB & rectum figuræ latus AO. erit eadem ratione punctum C in ellipti, & ducta alia linea a sectione ad diametrum, quæ ipsi CD sit parallela habebit quadratum ex HK ad rectangulum AKB eandem proportionem, quam quadratum ex CD ad rectangulum ADB, & linea AHC locum efficiet. Si vero AD sit minor, quam DB producta DA ad L, ita ut sit DL ipsi DB æqualis, & quam proportionem habet quadratum ex CD ad rectangulum ADL, habeat recta linea OA ad AL, quæ cum AL rectos contineat angulos, & rursus ex 53. primi conicorum inueniatur hyperbole, cuius vertex punctum A, rectumque figuræ latus OA, & transversum AL, erit punctum C in hyperbola ex 21. primi conicorum, & a sectione ad diametrum ducta alia linea MN ipsi CD parallela, erit quadratum ex MN ad rectangulum ANL ut quadratum ex



portione, quam habet TS ad SY , & ex ea, quam habet TS ad SR , & ex data portione, quæ est quadrati ex RT ad quadratum ex TS : & ducatur perpendicularis CD . Dico lineam HK facere id, quod præcipitur. Agatur enim perpendicularis CD , & fiat ut AE quidem ad BG , ita EB ad BD , ut autem AN ad HB , ita BD ad DB , quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ proportio GB ad BA , hoc est TS ad SY proportio autem HD ad AB eadem, quæ TS ad SR . illud enim in resolutione demonstratum est. ergo rectanguli HDG ad rectangulum FAE proportio composita est ex portione, quam habet TS ad SY , & ex ea, quam habet TS ad SR . sed rectangulum HDG ad quadratum ex DC proportionem habet compositam ex portione TS ad SY , & ex portione TS ad SR , & ex data portione, quæ quidem est quadrati ex RT ad quadratum ex TS . rectangulum autem HDG ad quadratum ex DC rursus proportionem habet compositam ex portione rectanguli HDG ad rectangulum FAE , & portione rectanguli FAE ad quadratum ex CD . atque est proportio rectanguli HDG ad rectangulum FAE eadem, quæ composita est ex portione TS ad SY , & ex portione TS ad SR . reliqua igitur rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem est, quæ proportio quadrati ex RT ad quadratum ex TS , hoc est quadrati ex ED ad quadratum ex DB : & omnia ad quadratum ex TS ; hoc est proportio data. quare HK pars sectionis locum efficit.



COMMENTARIUS.

- A Et quoniam quadratum ex AD est æquale quadratis ex CB , DB , si ponatur ipsi EB æqualis DB , erit rectangulum EAB æquale quadrato ex DC . Cum enim CB bisariam secetur in D , atque ei adiungatur AB ; rectangulum EAB una cum quadrato ex ED est æquale quadrato ex AD . sed quadrato ex AD æqualia erunt quadrata ex CD , DB . ergo ablato utrimque æquali, videlicet quadrato ex ED ex altera parte, ex altera autem quadrato ex DB , relinquitur rectangulum EAB quadrato ex CD æquale.
- B Atque est AB dupla ipsius FD . Est enim AB dupla ipsius BF , & EB dupla BD . ergo & reliqua AE reliqua FD dupla erit.
- C Est autem dupla ipsius AB data. Ex 2. libri datorum.
- D Quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex DC est æquale. Ponatur recta linea in qua R dupla ipsius AB ergo ut recta linea R ad AB , ita est AB ad FD rectangulum igitur contentum ipsa R & FD est æquale rectangulo EAB , hoc est quadrato ex DC . Græcus codex τοῦ ἀπὸ τοῦ δὲ β, ἡ τῆς β γ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς δ γ. legendum autem est ut opinor τοῦ ἀπὸ τοῦ δὲ β γ, ἡ τῆς ζ δ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς δ γ.
- E Et ideo punctum c positione contingit parabolē, quæ per punctum F transit. Ex 11. primi libri conicorum Apollonij est enim linea iuxta quam possunt, quæ à sectione ad diametrum ordinatim applicantur. Græcus codex τοῦ γ ἀπὸ ἀπτεται θέσει παραβολῇ ἐρχομένη διατῆ ζ. lege παραβολῆς ἐρχομένης διατῆ ζ.
- F Circa axem FB parabole FG describatur, ita ut sumpto in ipsa quouis puncto, velut c , & ab eo ducta perpendiculari ED . Ex 52. primi libri conicorum. Græcus codex ὡς εἰν εἶν ἀπ' αὐτῆς σημείον ἀποθῆ ὡς τοῦ γ. lege εἶν ἐπ' αὐτῆς.
- G Et ipsi ED æquale ponatur DE . Græcus codex ἡ τῆ γ δ ἴση κείδω ἢ δ ε. lege ἡ τῆ β δ ἴση κείδω ἢ δ ε.
- H Et ducatur DC perpendicularis. Græcus codex ἡ ἰσαπτεται ἢ δ γ ἡ ὁρθῆ, ego legendum puto ἡ κατ' ὀρθῶν ὁρθῆ ἢ δ γ. Vel aliter in eandem sententiam.
- K In primo quidem casu maioris ad minus, in secundo autem minoris ad maius. Græcus

his codex δὲ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσων πρὸς μείζονα, δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσων, sed mendose ut opinor legendum enim est δὲ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσων δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσων πρὸς μείζονα nisi forte per proportionem datum intelligi gamas eius conuersam, videlicet quæ est quadratorum ex CD, DB ad quadratum ex AD, quem admodum inferius in ea, quæ sequitur.

Fiat ipsi eadem proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DB. erit BD in primo casu maior, quam DB, in secundo autem minor.] Iungatur CB, & ut AD ad CB ita fiet ED ad DB ex 2. huius erit igitur ut quadratum ex AD ad quadratum ex CB, hoc est ad quadrata ex CD, DB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB Græcus codex ὁ αὐτὸς αὐτῶν γεγόνετω ὁ τῷ ΔΟ' βδ πρὸς το' ΔΟ' δὲ ἐπὶ μὲν δὲ τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσων ὅτιν ἢ βα τῆς δὲ, δὲ τῆς δευτέρας μείζων ὅτιν ἢ βδ τῆς δὲ. sed legendum est. ὅτος αὐτῶ γεγόνετω ὁ τῷ ΔΟ' εδ πρὸς το' ΔΟ' δβ δὲ μὲν δὲ τῆς πρώτης πτώσεως μείζων ὅτιν ἢ εδ τῆς δβ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσων ὅτιν ἢ εδ τῆς δβ.

Ponatur ipsi ED æqualis DF.] Græcus codex κείδω ὅτι τῷ εδ ἴση ἢ δζ. lege κείδω τῷ M εδ ἴση ἢ δζ.

Erit reliqua rectanguli FAB ad quadratum ex DC proportio data.] Est enim rectangulum FAB una cum quadrato ex BD æquale ei, quod fit ex AD quadrato. ergo rectangulum FAB ad quadratum ex DC est ut quadratum AB ad quadrata ex CD, DB, vel ut quadratum 5. quinti. ex BD ad quadratum ex DB. Græcus codex καὶ λοιπὸν ἀπὸ το' ΔΟ' Ζα ε & c. lege καὶ λοιπὸς ἀπὸ τῷ ΔΟ' Ζα ε πρὸς το' ΔΟ' δγ λόγος δὲ δόθεις.

Quod cum data sit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD dabitur.] Quoniam O enim ED ad DB hoc est ED ad DB datam habet proportionem, & ad reliquam BF datam proportionem habebit ex 5. libri datorum. quare ex 8. eiusdem FB ad BD datam proportionem habeat necesse est, ita quidem argumentabimur in primo casu, in secundo autem hoc modo. Quoniam ED ad DB datam habet proportionem, & reliqua FB ad BD proportionem datam habebit. Græcus codex ἐπεὶ δὲ λόγος ὅτι τῆς εδ πρὸς δβ, καὶ τῆς ζδ πρὸς δβ, ego legendum puto καὶ τῆς ζβ πρὸς βδ.

Cui eadem fiat proportio AB ad BG.] In secundo casu sumatur punctum G ad partes A, P alioqui, quæ deinceps dicuntur Vera non essent.

Ergo, & totius AF ad DG proportio data erit.] Quoniam enim est ut FB ad BD, ita AB ad BG, erit in primo casu ex 12. quinti elementorum tota AF ad totam DG, ut AB ad BG, sed in 2. casu hoc modo. Quoniam tota AB ad totam BG est, ut pars FB ad partem BD, erit reliqua AF ad reliquam DG, ut AB ad BG. proportio igitur AF ad DG est data ex quibus manifeste constat in secundo casu punctum G ad partes A sumi oportere. si enim ad alteras partes nullo modo sequeretur AF ad DG ita esse, ut AB ad BG, quod quidem in compositione ne concludetur, ut apparebit, namque AF minor est, quam AB. sed DG multo maior esset, quam BG.

Rursus quoniam data est proportio AD ad DB, eadem fiat proportio AH ad HB.] R Diuidatur AB in data proportionem quæ est BD ad DB ex 6. sexti elementorum. Græcus codex πάλιν ἐπεὶ λόγος ὅτι δόθεις, ὁ αὐτὸς αὐτῶ γεγόνετω ὁ τῆς αβ πρὸς βδ. Nos autem perspicuitatis causâ addidim SED ad DB. sed quæ sequuntur ita legenda censemus ὁ αὐτὸς αὐτῶ γεγόνετω ὁ τῆς αθ πρὸς θδ.

Quare & AB ad BH proportio data est, & datum punctum H.] Vtraque enim ipsarum SAH, HB est data ex 7. libri datorum. ergo & earum proportio, & proportio totius AB ad BH dabitur ex prima & sexta eiusdem libri.

Reliqua igitur AB ad HD proportio erit data.] Namque ut AH ad HB, ita est BD ad TB: & componendo ut AB ad BH, ita EB ad BD, quare & reliqua AE ad reliquam ED est ut AB ad BH. data igitur erit proportio AB ad HD. Græcus codex καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς θδ sed legendum καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς θδ.

Et data proportio rectanguli FAB ad rectangulum HDG.] Rectangulum enim FAB ad V rectangulum HDG proportionem habet compositam ex datis proportionibus, videlicet ex proportionibus AF ad DG & proportionibus AE ad HD.

Rectanguli vero FAB ad quadratum ex CD proportio est data.] Ex antecedentibus. X Quare & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC.] Ex 8. libri datorum.

Ergo in primo casu punctum c ellipsum, in secundo autem hyperbolen contingit.] Z Est enim in primo casu HG ellipsis diameter in secundo autem casu GH est diameter hyperbole. quæ ex ipsa sumitur.

- e* Data autem propositio sit quadrati ex RT ad quadratum ex TS .] *Græcus codex* ο' δε δοθεις λόγος ο' τῆς RT πρὸς τῆς TS . sed vide ne legendum sit ο' δε δοθεις λόγος ο' τῆς RT πρὸς τὸ TS . In resolutione enim data proportio erat quadrati ex AD ad quadratum ex CD DB . hac autem eadem est, quam quadratum ex RT habet ad quadratum ex TS , ut deinceps apparebit.
- β* In primo quidem casu maioris ad minus, in secundo autem minoris ad maius.] *Corrigendus etiam est hoc loco. Græcus codex, qui sic habet.* ἐπὶ μὲν τῆς πρῆτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα. Iteendum enim est ἐπὶ μὲν τῆς πρῆτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα.
- γ* Et circa axem GH describatur in primo quidem casu ellipsis, in secundo autem hyperbole.] Describatur in primo casu ellipsis circa axem HG , in secundo autem describatur hyperbole circa axem GH productam, hoc est circa HE , ita ut punctum H sit ipse vertex.
- δ* Ita ut sumpto in ipsa quouis puncto veluti C &c.] Hoc est ita ut GH transversum figurae latus ad rectum compositam proportionem habeat ex proportione TS ad SY , & ex proportione TS ad ST , & ex data proportione, ut enim rectangulum HDC ad quadratum ex DC ita transversum figurae latus ad rectum ex 31 primi libri conicorum.
- e* Quæ est quadrati ex RT ad quadratum ex TS .] *Græcus codex* ο' εἰν ο' τῆς RT πρὸς τὸ TS lege ο' εἰν ο' τῆς RT πρὸς τὸ TS . &c.
- ζ* Dico lineam HK facere id quod p accipitur.] Hoc est lineam HK , quæ sectionis pars est. *Græcus codex* ο' τι ὁ βλ. ποιῇ τὸ ὁμαγμα sed legendum arbitror λέγω ο' τι ὁ βλ. &c.
- η* Quare proportio quidem GA ad AE eadem erit, quæ GB ad BA .] Ex hoc loco colligitur in secundo casu punctum G ad partes A sumendum esse, ut supra admonuimus.
- τ* Et ex data proportione.] Hec nos addidimus, quæ in Græco codice desiderari videbantur, ut ita legendum sit ἀλλ' ἐπεὶ τὸ TS ὅθ' ἡ πρὸς τὸ TS δὲ $γ$ τῆς συνμμενῶς ἔχει λόγον ἐξ ὧν ἔχει ἡ TE πρὸς ST ἢ ἐξ ὧν ἔχει ἡ TS πρὸς ST , ἢ ἐξ ὧν ἔχει ὁ δοθεις λόγος ἢ εἰν ο' δοθεις λόγος ο' τῆς RT πρὸς τὸ TS quæ vero sequuntur ἐλάσσων πρὸς μείζονα nos defendenda censuimus.
- κ* Reliqua igitur rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem est, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS .] *Græcus codex* λοιπὸν ἀρα τῆς FAE πρὸς τὸ TS δὲ $γ$ λόγος. legendum item ut puta λοιπὸς ἀρα τῆς FAE πρὸς τὸ TS δὲ $γ$ λόγος.
- λ* Hoc est quadrati ex ED ad quadratum ex DE .] *Græcus codex* ἔστι τὸ τῆς ED πρὸς τὸ DE πρὸς τὸ DE lege πρὸς τὸ DE πρὸς DE .
- μ* Et omnia ad omnia.] Quoniam enim proportio rectanguli FAE ad quadratum ex DC eadem est, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS , hoc est quadrati ex ED ad quadratum ex DE ; erit omnium antecedentium ad omnia consequentia eadem proportio, videlicet rectanguli FAE una cum quadrato ex ED . hoc est quadrati ex AD ad quadratum ex CD , DB .
- ν* Ergo ut quadratum ex AD ad quadratum ex CD , DB , ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS .] *Græcus codex* ἀρα τὸ AD πρὸς τὸ CD πρὸς τὸ DB . sed legendum πρὸς τὸ AD πρὸς CD , DB .

LEM.

V.

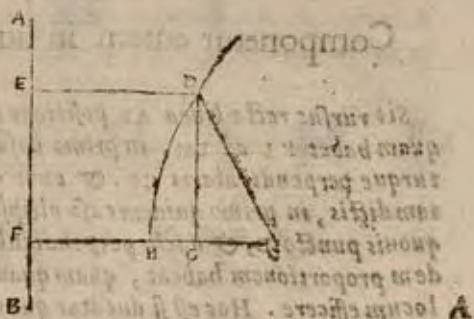
THEOREMA CCXXII. PROPOSITIO CCXXXVIII.

His ita habentibus transcamus ad id, quod initio proponebatur.

Sit recta linea positione data AB , & datum punctum C , in eodem plano, ducaturque CD , & perpendicularis DE . proportio autem data sit CD ad DE . Dico punctum D coni sectionem contingere, & si quidem proportio sit æqualis ad æquale, erit ea sectio parabole, si vero minoris ad maius, ellipsis; quod si maioris ad minus erit hyperbole.

Sit pri.

Sit primum proportio æqualis ad æquale, hoc est sit primum CD æqualis DB . ostendendum est punctum D parabole contingere. Ducatur perpendicularis CF ipsi vero AB parallela ducatur DG . & quoniam quadratum ex ED æquale est quadrato ex DC , æqualis autem ED ipsi FG , & quadratum ex DG æquale quadratis ex DG , GC : erit quadratum ex FG quadratis ex DG , GC æquale; atque est recta linea FC data positione; & duo puncta FC data; ergo punctum D parabolen contingit ex eo, quod ante demonstratum est.



Componetur autem hoc modo.

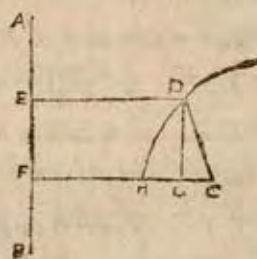
Sit recta linea AB positione data, datumque punctum C , & ducatur perpendicularis CF . Itaque cum CF detur positione, & dentur duo puncta FC , inueniatur parabola DH , ita ut sumpto in ea quouis puncto, veluti D , & data DG perpendiculari, quadratum ex FG sit æquale quadratis ex DG , GC . Dico lineam DH locum efficere. hoc est ducta quauis linea, ut CD , & perpendiculari DB , lineam CD ipsi DB æqualem esse. ducatur enim perpendicularis DG . Ergo propter parabolen quadratum ex FG est æquale quadratis ex DG , GC . atque est ipsi quidem FG æqualis ED , quadratis vero ex DG , GC æquale quadratum ex D . ergo quadratum ex CD quadrato ex DE est æquale, ac propterea CD ipsi DB æqualis. linea igitur DH , quæ est pars sectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

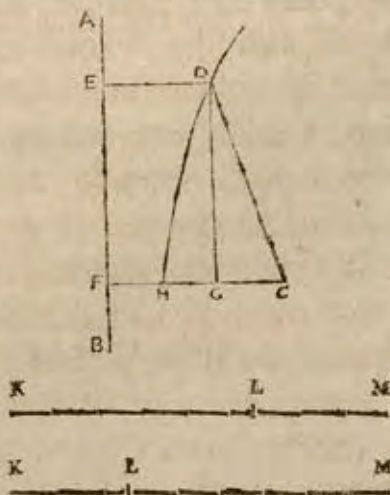
Atque est recta linea FC data positione] *Ex 30. libri datorum.*

Inueniatur parabola DH , ita ut sumpto in ea quouis puncto, &c.] *Ex ijs, quæ superius tradita sunt.*

Desideratur ut appareat, Ultima pars huius theorematidis quam nos supplere aggrediemur.



Sint eadem, quæ prius, & sit proportio data CD ad DE minoris ad maius, vel maioris ad minus, hoc est sit CD minor, quam DE , vel maior. Ostendendum est punctum D in primo casu ellipsim, in secundo autem hyperbolen contingere. fiant enim omnia, quæ superius dicta sunt, erit quadratum ex FG maius quadratis ex DG , GC , vel minus atque est FC positione data, & data puncta FC . punctum igitur D ex iam demonstratis ellipsim, vel hyperbolen continget.



Compe

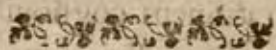
Componetur autem in hunc modum.

Sit rursus recta linea AB positione data, & datum punctum C . sit autem data proportio, quam habet KL ad LM , in primo casu maioris ad minus, in secundo minoris ad maius ducaturque perpendicularis CF . & cum CF sit positione data, & data puncta EC , inueniatur ex iam dictis, in primo quidem casu ellipsis, in secundo autem hyperbole DH , ita ut sumpto in ea quouis puncto D , & ducta perpendiculari DG , quadratum ex FG ad quadrata ex DG , GC eandem proportionem habeat, quam quadratum ex KL ad quadratum ex LM . Dico lineam DH locum efficere. Hoc est si ducatur quavis recta linea, ut CD , & perpendicularis DE , lineam CD ad DE eam habere proportionem, quam ML ad LK . ducatur enim perpendicularis DG . ergo propter ellipsim vel hyperbolen quadratum ex FG ad quadrata ex DG , GC est ut quadratum ex KL ad quadratum ex BA . atque est DE equalis GF ; & quadratum ex CD quadratis ex DG , GC equale, ergo quadratum ex CD ad quadratum ex DE eam habet proportionem, quam quadratum ex ML ad quadratum ex LK , & idcirco linea CD ad DE eandem proportionem habebit, quam ML ad LK . linea igitur DH locum efficiat, necesse est.

SEPTIMI LIBRI FINIS.

P A P P I
A L E X A N D R I N I
M A T H E M A T I C A R V M
C O L L E C T I O N V M
L I B E R O C T A V V S .
C V M C O M M E N T A R I I S

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.



VM mechanica contemplatio fili Hermodore multis, & magnis vitæ nostræ rationibus conducatur, iure optimo à philosophis maxima laude digna existimata est: & omnes mathematici non mediocri studio in eam incumbunt; etenim fere prima physiologiam, quæ in elementorum mundi materia variatur, attingit. nam cum statum, & corporum lationem, motumque secundum locum in yniuerso contempletur, horum quidem, quæ natura sunt, causas reddit; illa autem à natura sua decedere cogens extra propria loca in contrarios motus transfert, quod per ea theorematata, quæ ex ipsa materia decidunt, excogitat. Mechanice verò alteram partem rationalem esse, alteram manuum opera indigere, sentit Hero mechanicus. & rationalem quidem partem ex geometria, & arithmetica, & astronomia, & ex phisicis rationibus constare; eam vero, quæ manuum opera indiget, ex araria, & ædificatoria & testonica, & pictura, & in omnibus manuum exercitatione. atque cum quidem in supradictis scientijs a prima ætate versatus sit, & prædictas artes calluerit, quique acrisit ingenio, optimum fore, & inuentorem, & architectum mechanicorum operum, cum fieri non possit, ut quis tantopere in his disciplinis excellat, simulque prædictas artes discat, præcipit autem ei, qui mechanica opera tractare velit, ut proprias artes ad manum habeat. quibus cum opus sit, in singulis utatur, & maxime omnium necessariae artes sunt ad vitæ usus, mechanica post æditectonicam: & ars manganorum, qui & ipsi mechanici ab antiquis appellati sunt. magna enim pondera machinis adhibitis præter naturam in altitudinem tollunt, minori potentia moventes:

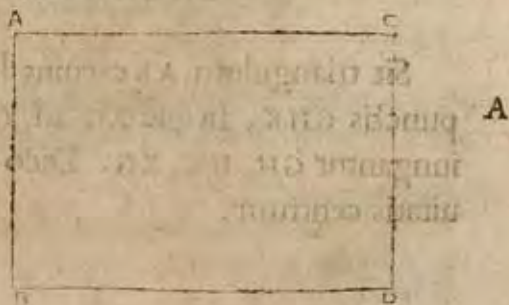
uentes: & ars conficiend. instrumenta ad bellum necessaria, quæ & mechanica vocantur. Sagittæ enim, & lapides, & tela, & his similia emittuntur in longissima viâ spacia per catapultas, quæ ab ipsis construuntur. ad hæc ars, eorum, qui μηχανικοί, hoc est machinas conficientes appellantur; ex multa enim profunditate aqua facilius attolitur, per instrumenta ad ipsam ex hauriendam excogitata. vocant autem mechanicos antiqui etiam eos, qui admirationem pariunt, quorum alij quidem per spiritus artem exercent, vt Hero πνευματικοίς. alij per nervos, & funes animatorum motus imitari videntur. vt Hero ad τομαῖς ἢ ζυγίς. alij vero per ea, quæ in aqua vehuntur, vt Archimedes ἀχημένους; vel horologijs per aquam constructis. vt Hero ὑδρικοίς. quæ etiam videntur communem habere rationem cum gnomonica contemplatione. Mechanicos insuper vocant eos, qui nouerunt sphaeropæias conficere. a quibus imago cæli construitur per æqualem, & circularem aquæ motum. Horum autem omnium causam, & rationem cognouisse aiunt quidam syracusanum Archimedem. is enim solus nostris temporibus varia, & natura, & intellegentia vltus est ad omnia perscrutanda; quemadmodum, & Geminus mathematicus asserit in libro de mathematicarum disciplinarum ordine. Carpus autem antiochenis quodam in loco dicit Archimedem syracusanum vnum duntaxat librum mechanicum composuisse de sphaeropæia, hoc est de sphaeræ constructione. de alijs vero sibi scribendum non existimasse, quamuis apud multos ob mechanicam facultatem summo in honorem semper fuerit, & ad mirabilis magno quodam ingenio habitus sit, adeo, vt adhuc apud omnes homines eius fama mirandum in modum celebretur. sed de ijs quæ præcipua sunt, & geometricam, arithmeticaque contemplationem continent, quamquam ea breuissima videantur esse, diligenter conscripsit, tanto vt appareat, prædictarum scientiarum amore inflammatus, vt nihil extrinsecus in eas introducendum statuerit. ipse autem corpus, & alij quædam iure optimo vti sunt Geometria etiam ad aliquas artes, Geometria enim nihil læditur, quæ multas artes stabilire consuevit, quando eis adiungatur. Itaque cum sit tamquam mater artium non læditur, quod curam habeat organicae, & architectonicae, neque enim propterea quod simul sit cum ea, quæ terras dimetitur, & cum gnomonica, & mechanica, & scenographia aliqua ex parte læditur. sed contra potius videtur eas promouere, quod & honoretur, & ab ipsis pro dignitate ornatur. Cum igitur eiusmodi sit mechanica scientia simul, & ars, & in tot partes diuidatur, existimaui recte se habere, si & breuius, & apertius conscripsero ea, quæ ratione geometrica in contemplationem veniunt, & quæ, quod ad motum grauium attinent, maxime sunt necessaria, & theoremata tam quæ apud veteres posita, quam quæ a nobis vtiliter adinuenta sunt, & magis exquisita ratione, quam ea, quæ a prioribus conscripta est. vt dato pondere a

dere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod à subiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur. hoc autem vtile est mechanicis manganarijs, addentes enim inuentæ potentia alteram quandam virorum potentiam confidenter in sublime pondus attolunt, & datis duabus rectis lineis inaequalibus, duas medias proportionales in continua analogia inuenire. ex hoc enim theoremate omnis soleda figura data secundum datam proportionem & augetur, & minuitur, & quomodo fieri possit, vt tympano dato si & data multitudine scytularum, ipsius, vel dentium apponatur ei tympanum datum habes dentium multitudinem, & appositi tympani diameter inueniatur, quod quidem tum ad multa vtile est, tum ad artem eorum, qui mechanicas conficiunt propter constitutionem scytulorum tympanorum. Horum autem vnum quodque in proprio loco perspicuum fiet, etiam cum alijs quæ architecto, & mechanico vtilia sunt, si prius ea, quæ tractationem de centro grauium continent, explicauerimus. Quid igitur sit graue, & quid leue, & quæ causa sit, cur corpora sursum, & deorsum ferantur: & hoc ipsum sursum, ac deorsum quo modo intelligatur, & quibus terminis circumscribatur, nihil a nobis in praesentia in medium afferri oportet, quoniam hæc a Ptolomæo in mechanicis declarata sunt. Centrum autem grauitatis vniuscuiusque corporis, quod est principium & elementum tractationis de centro grauium, ex quo & reliquæ mechanicæ partes dependent, quid nam sit, & quid sibi velit, dicendum, ex hoc enim vt opinor, & reliqua, quæ in hac tractatione considerantur, perspicua erunt. Dicimus autem centrum grauitatis vniuscuiusque corporis esse punctum quoddam intra positum a quo si graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quiescit, & seruat eam, quam in principio habebat positionem, neque in ipsa latione circonuertitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Hæc autem punctum non solum in corporibus, quæ certum seruant ordinem, sed etiam in ijs, quæ temere & casu formata sunt, inuenitur, ratione quadam persuasum huius modi.

Ponatur planum rectum $ABCD$ ad mundi centrum vergens, in quo & corpora graua prorsus inclinationem habere videntur, & sit recta linea AB perpendicularis plano, in quo incedimus. si igitur aliquod corpus graue constituatur in AB recta linea, ita vt omnino a plano producto secetur, habebit aliquando positionem talem, vt maneat immotum, & non decidat, quod cum ita factum sit, si intelligatur planum $ABCD$ productum secabit utique super impositum corpus in duas



partes æqualium momentorum, quæ circa planum, veluti circa punctum suspensionis in libra, inter se æqueponderabunt. Rursus transpositum corpus graue in altera parte attingat rectam lineam AB habebit circum actum aliquando positionem eam, ut dimissum maneat, & non decidat. Itaque si rursus intelligatur planum $ABCD$ productum in partes æqueponderantes corpus secabit, & priori plano secanti occurrerit. si enim non occurrat, eadem partes inter se, & æqueponderantes, & non æqueponderantes erunt, quod est absurdum.

A L I T E R.

His autem explicatis rursus intelligatur recta linea AB perpendicularis ad planum, in quo incedimus, videlicet ad ipsius mundi centrum vergens; & similiter corpus graue in puncto A constituitur, recta linea AB tamquam basi innixum stabit aliquando corpus in puncto, ita ut maneat, siquidem & in plano ipsius poterat quiescere. Si igitur eo manente recta linea AB , producat, aliqua pars ipsius in proposita figura comprehendetur. Itaque intelligatur manens, & rursus in alia parte corpus lineæ imponatur, ita ut quiescat. Dico rectam lineam AB productam occurrere ei, quæ prius in figura fuerat comprehensa. Si enim non occurrerit, poterunt quædam plana per utramque earum ducta sibi ipsis intra figuram non occurrere, & unumquod quæ ipsorum diuidere corpus graue in partes æqueponderantes, & non æqueponderantes, quod est absurdum. ergo dictæ lineæ intra figuram sibi ipsis occurrerit. Similiter, & si iuxta alias positiones corpus in puncto A statuatur, ita ut maneat, producta recta linea AB occurrerit alijs prius intra figuram comprehensis, quare constat rectas lineas si ita duci intelligantur, sese in vno puncto secare. hoc autem punctum centrum grauitatis appellatur. constat præterea corpus graue, si ex centro appensum mente concipiatur, non circumuerti, sed manere, seruans in latione quacunque in principio habebat positionem. omnia enim, quæ per ipsum ducuntur plana in partes æqueponderantes corpus diuidunt. neque vlla conuersionis causa admitti potest, cum iuxta omnem positionem partes ipsius æqueponderantes ex utraque parte centri constituentur. Hoc igitur est, quod tractationem de centro grauium maxime continet. addiscas autem ea, quæ ad elementa pertineat, per hanc demonstrata, si legas Archimedis librum de æqueponderantibus, & Heronis mechanica. Sed quæ non ita multis cognita sunt, deinceps conscribamus, nempe hæc.

A
B

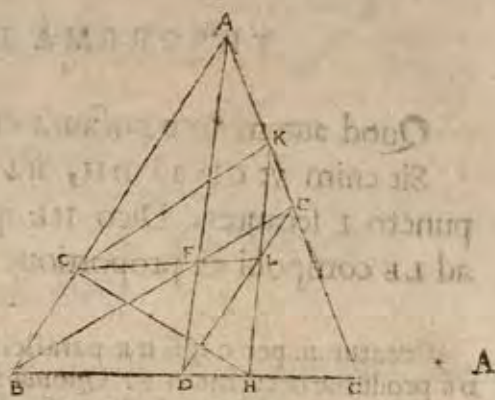
C O M M E N T A R I V S.

- A** Habebit aliquando positionem talem, ut maneat immotum, & non decidat. Corpora enim graua deorsum feruntur secundum rectam lineam ad horizontem perpendicularem, quæ per centrum grauitatis eorum ducitur, quare corpus super impositum plano ad horizontem recto tunc solum manebit, & non decidet, cum centrum grauitatis eius supra planum directe constiterit, quippe a quo ulterius descendere prohibentur. etenim aduertendum autem est, ut centrum grauitatis hoc modo inueniamus, non satis esse corpus graue plano bis componere: duorum etenim planorum communis sectio est recta linea. Oportebit igitur & tertio idem efficere, & in quo puncto dicta linea a plano secetur, illud grauitatis esse centrum manifesto apparebit.

THEOREMA I. PROPOSITIO II.

Sit triangulum ABC cuius latera in eandem proportionem fecentur à punctis CHK , sitque AG ad GB , ut BH ad HC , & CK ad KA , & coniungantur GH , HK , KG . Dico triangulorum ABC , GHK idem esse grauitatis centrum.

Secentor enim BC , CA bifariam in punctis DE : & AD , BE iungantur. ergo punctum F , in quo conueniunt, est centrum grauitatis trianguli ABC . nam si triangulum in aliquo plano recto constituitur secundum rectam lineam AD , in neutram partem uiget, quod triangulum ABD triangulo ACD sit æquale. similiter triangulum ABC secundum rectam lineam BE in plano recto constitutum in neutram uiget partem quod equalia sint triangu-
la ABE , BCE . & cum in utraque restarum linearum AD , BE triangulum æqueponderet, commune ipsorum punctum F grauitatis centrum erit. oportet autem intelligere punctum F , ut antedictum est, in medio trianguli ABC quod scilicet æque crassum, & æqueponderans ponitur, constat præterea AF ipsius FD duplam esse, & BF duplam FE & ut CA ad AE . ita esse AD ad DE , & BF ad FE , & AF ad FD : propterea quod triangu-
la DFB , ABF æquiangu-
la sunt. itemque æquiangu-
la CDE , ABC . iungatur igitur DE , quæ secet HK in L , & quoniam proportio BH ad HC composita est ex proportione BH ad HD , & proportio-
ne DH ad HC ; est autem componendo ut BC ad CH , ita CA ad AK , & anteceden-
tium dimidia ut BD ad CH , ita BA ad AK , & per conuersionem rationis ut CD ad DH ita AB ad CK , sed CD ipsi DB est æqualis, & AB : erit ut BD ad DH , ita CE ad CK : & componendo ut BH ad HD , ita CK ad KE . ergo, & proportio AG ad GE componitur
ex proportione CK ad KE , & proportione DH ad HC . componitur autem ex eisdem
etiam proportio DL ad LE , atque est HL ipsi LK æqualis ut demonstrabitur. quare &
ut AG ad GE , ita est DL ad LE . suntque parallelæ AB , DE : & iunctæ AD , BE se mu-
tuo secant in F . ergo recta linea est, quæ per puncta GFL transit. hoc enim infra osten-
detur, quamquam parui sit momenti. Itaque quoniam ut BF ad FE , ita GF ad FL , &
est BF dupla FE ; erit & GF ipsius FL dupla. triangulum autem GHK latus HK bifa-
riam diuiditur in L , estque GL dupla FL . punctum igitur F centrum est grauitatis
trianguli GHK . erat autem & trianguli ABC centrum, quod demonstrare oportebat.



COMMENTARIVS.

Commune ipsorum punctum F grauitatis centrum erit] Hoc idem Archimedis aliter A demonstrauit in libro de æqueponderantibus.

Constat præterea AF ipsius FD duplam esse, & BF duplam FE] Quoniam enim BC B CA in punctis DE bifariam secantur, erit ut BD ad DC ita AE ad EC . quare ducta DE ipsi AB parallela erit, & idcirco triangulum CDE simile est triangulo CBA , itemque DEF trian-
gulum triangulo AEB simile. Cum igitur sit ut BC ad CD , ita BA ad DE , erit BA ipsius DE
dupla. sed ut EA ad DE , ita AF ad FD , & BF ad FE . ergo AE dupla est ED , & BF ipsius
 FE . Hoc autem nos aliter demonstrauimus in commentarijs in sextam propositionem libri Ar-
chimedis de quadratura parabole.

Est autem componendo ut BC ad CH , ita CA ad AK] Ponitur enim ut BH ad HC C ita esse CK ad KA . quare, & componendo ut BC ad CH , ita CA ad AK .

Ergo & proportio AG ad GE componitur ex proportione CK ad KE , & proportio- D ne DH ad HC] Ex antedictis sequitur proportionem BH ad HC compositam esse ex propor-
tione CK ad KE , & proportione DH ad HC . sed ut BD ad HC , ita posita est AG ad GE . quare, & AG ad GE proportio ex eisdem proportionibus componitur, necesse est.

Componitur autem ex eisdem etiam proportio DL ad LE : atque est HL ipsi LK æ- E qualis.] Hæc duo inferius demonstrantur.

Ergo recta linea est, quæ per puncta GFL transit; hoc enim infra ostendetur, quam F quam parui sit momenti] Hoc quoque infra ostendit Pappus. Græcus autem codex, & n-
bitror, mendosus est.

Trianguli autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L] Hunc locum nos ita resti- G tuimus. in Græco enim codice legebatur $\pi\epsilon\gamma\mu\epsilon\tau\epsilon\varsigma\ \delta\eta\ \tau\delta\ \eta\theta\kappa\ \delta\iota\chi\omicron\tau\omicron\mu\iota\alpha\ \tau\omicron\ \gamma$.

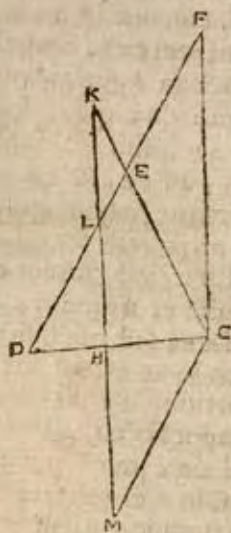
Punctum igitur F centrum est grauitatis trianguli GHK] Ex ante demonstratis. H

THEOREMA II. PROPOSITIO VIII.

Quod autem ante positum est, sic demonstrabitur.

Sit enim ut CD ad DH , ita CE ad EK : & iungantur DE , HK sese in puncto L secantes. Dico HL ipsi LK æqualem esse, & proportionem DL ad LE componi ex proportionem DH ad HC , & proportionem CK ad KE .

Ducatur .n. per C ipsi HK parallela CF , quæ lineæ DB productæ occurrat in F . Quoniã igitur duæ rectæ lineæ sunt DL , LE & extrinsecus assumitur LF . erit proportio DL ad LF composita ex proportionem DL ad LE , & proportionem LE ad LF . sed proportio DH ad HC eadẽ est, quæ proportio DL ad LF , cum parallelæ sint CF & HK . proportio autem CK ad KE eadem est, quæ FL ad LE , quod triangula CEF , KEL æquiangula sint. ergo proportio DL ad LE componitur ex proportionem DH ad HC , & proportionem CK ad KE . Eadem ratione ostendetur proportio KL ad LH componi ex proportionem KE ad EC , & proportionem CD ad DH , ducta scilicet per C linea CM ipsi ED parallela; quæ lineæ KH productæ occurrat in M . Rursus enim cum duæ rectæ lineæ sint KL , LH , & extrinsecus assumatur LM , proportio KL ad LH componitur ex proportionem KL ad LM , & proportionem ML ad LH . sed proportio KL ad LM eadem est, quæ KE ad EC , quod rursus parallelæ sint BD , CM , proportio autem ML ad LH est eadem, quæ CD ad DH , quoniam triangula DHL , CHM æquiangula sunt, proportio igitur KL ad LH eadem est quæ componitur ex proportionem KE ad EC , hoc est HD ad DC , & proportionem CD ad DH , quæ quidem proportionem efficit æqualitatis. ergo & proportio KL ad LH æqualitatis proportio est, & ob id KL ipsi LH est æqualis.



COMMENTARIUS.

A Proportio autem CK ad KE eadem est, quæ FL ad LE , quod triangula CEF , KEL æquiangula sint] Est enim CE ad EF , ut KB ad EL : permutandoque CE ad EK , ut FB ad EL : & componendo CK ad KB ut FL ad LE .

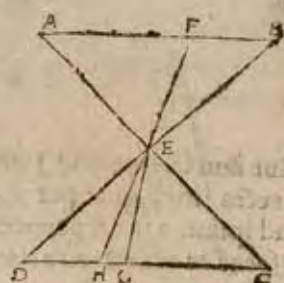
THEOREMA III. PROPOSITIO IV.

Sed quod reliquum, ita demonstrabitur.

Sit AB parallela ipsi CD , & ut AF ad FB , ita CH ad HD : iunganturque AC , BD sese in puncto E secantes. Dico lineam, quæ per F & H ducitur, rectam esse.

Si enim

Si enim non sit FEG recta, & quoniam ut AF ad CG , ita FB ad EG ; ut autem FB ad EG , ita FB ad GD : erit ut AF ad CG ita FB ad GD , & permutando ut AF ad FB , hoc est CH ad HD , ita CG ad GD , quod fieri non potest. linea igitur, quæ per FEB ducitur, necessario recta erit.



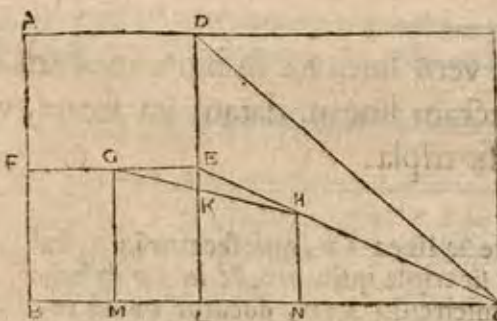
COMMENTARIVS.

Et quoniam ut AF ad CG ita FB ad EG Si enim FEG recta linea intelligatur erunt Δ triangula AEF , CEG similia; itemque similia inter sese triangula FEB , GED .

PROBLEMA II. PROPOSITIO V.

Dato parallelogrammo rectangulo AC ducere rectam lineam DC , ita ut si trapezium $ABCD$ ex puncto D suspendatur, rectæ lineæ AD , BC parallelæ sint horizonti.

Ponatur iam factum esse. ergo recta linea, quæ per D , & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipsam BC est perpendicularis, sit autem DL , quæ in E bifariam secetur. itemque AB secetur bifariam in F ; & FE , EC iungantur, secetur, præterea CE in H , ita ut CH dupla sit ipsius HE , & BE bifariam secetur in G iunganturque GH secans DL in K , punctum igitur G est cen-



trum grauitatis parallelogrammi BD , & H est centrum grauitatis trianguli CEH , quare totius trapezij grauitatis centrum est in recta linea GH . sed est etiam in ipsa DL . ergo K trapezij $ABCD$ grauitatis centrum erit. parallelogrammi autem BD centrum grauitatis est G ; & trianguli DCE centrum H . ut igitur parallelogrammum BD ad triangulum DCE , ita est HK ad KG . Si enim contra intelligamus parallelogrammi quidem BD grauitatem in ipso ita se habere, ut tota contrahantur ad G , trianguli vero DCE totam grauitatem contractam ad H ; erit recta linea GH instar libræ, in cuius extremis partibus dictæ grauitates consistunt, & si GH secetur in K , ita ut quam proportionem habet grauitatis in G ad grauitatem in H , hoc est parallelogrammum BD ad triangulum DCE , eandem habeat HK ad KG , iuxta proportionem distantiarum in libra: quæ ex contraria parte grauitatibus respondent: erit punctum K ex quo grauitates ipsæ æqueponderant, ergo & trapezium $ABCD$ æqueponderat ex puncto K suspensum. Ducantur a punctis G & H ad BC perpendiculares GM , HN , & quoniam ut BD parallelogrammum ad triangulum DCE , ita HK ad KG , ut autem parallelogrammum ad triangulum, ita BL ad dimidiam ipsius LC : & ut HK ad KG , ita NE ad LM , propterea, quod in lineas parallelas GM , BL , HN ductæ sunt GKH , MLN : erit ut BL ad dimidiam LC , ita NE ad LM , hoc est ad dimidiam LB . Ut igitur BL ad LC ita NE ad duplam ipsius LM , hoc est ad LB ; & idcirco quadratum ex BL æquale est rectangulo CLN , quare ut CL ad LB , ita BL ad LN . Sed ut CL ad LN , ita quadratum ex CL ad quadratum ex LN atque est CL tripla ipsius LN quoniam, & CE tripla est CH . est enim CH ipsius HE dupla. quadratum igitur ex CL triplum est quadrati ex LN . & sunt data puncta B , C . ergo & punctum L est datum: ac propterea datum punctum D . Itaque si BC secetur in L , ita ut quadratum ex CL triplum sit quadrati ex LB , habebimus punctum D , videlicet suspensionis punctum.

COM-

- A** Ponatur iam factum esse] *Hic incipit resolutio problematis.*
B Ergo recta linea, quæ per D , & per centrum gravitatis trapezij ducitur ad horizon-
 tem, & ad ipsam BC est perpendicularis] *Est enim suspensionis punctum, & centrum gra-
 vitatis suspensi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonstravimus in
 commentarijs in 6. propositionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.*
C Punctum igitur G est centrum gravitatis parallelogrammi BD] *Ex nona primi libri
 Archimedis de æqueponderantibus.*
D Et H est centrum gravitatis trianguli DEL] *Ex ante demonstratis.*
E Erit punctum K , ex quo gravitates ipsæ æqueponderant] *Ex octava eiusdem libri
 Archimedis.*
F Quare ut EL ad LB , ita BL ad LN] *Ex 14. sexti, quamquam hoc brevius concludi po-
 terat. cum enim demonstratum sit, ut BL ad LC , ita esse NL ad LB , erit convertendo ut
 EL ad LB , ita BL ad LN .*
G Itaque si BC secetur in L , ita ut quadratum ex CL triplum sit quadrati ex LB , ha-
 bebimus punctum D , videlicet suspensionis punctum] *Compositio est problematis.*

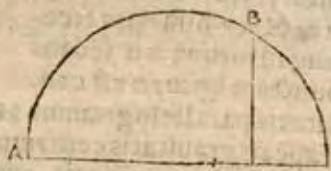
PROBLEMA III. PROPOSITIO VI.

At vero linea BC in hunc modum secabitur.

Rectam lineam datam ita secare, ut maior ipsius pars minoris pote-
 state sit tripla.

cor. 20.
sexti.

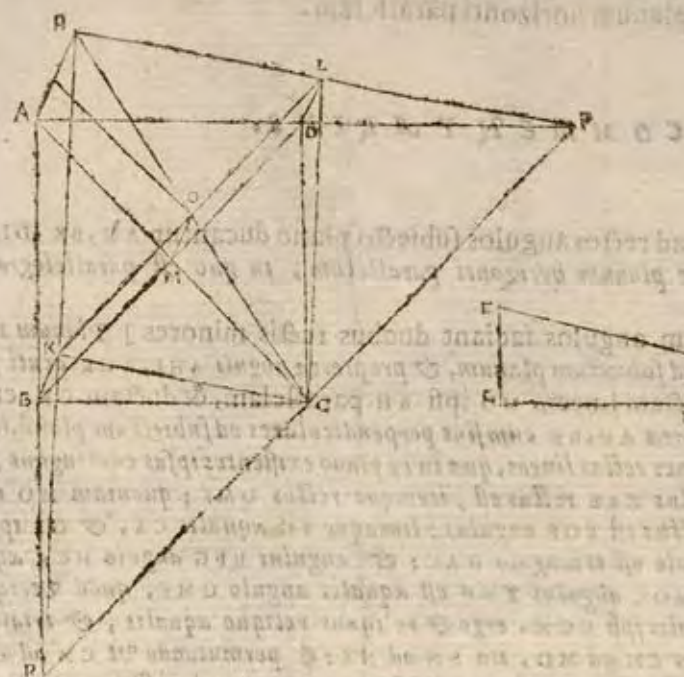
Sit recta linea AD , quæ secetur in C , ita
 ut AC sit tripla ipsius CD , & in AD descri-
 pto semicirculo ABD , ducatur CB ad re-
 ctos angulos ipsi AD , fiatque ut AC ad CB ,
 ita AB ad BD . Dico AB ipsius BD potestate
 triplam esse. Quoniam enim BC media
 est proportionalis inter AC , CD , erit ut
 AC ad CD , ita quadratum ex AC ad qua-
 dratum ex CD , hoc est quadratum ex AB ad
 id quod ex BD quadratum. ergo AB ipsius BD potestate est tripla. Similiter etiam
 in datam proportionem potestate secabitur AD , & omnis recta linea date.



THEOREMA IV. PROPOSITIO VII.

Sint positione data rectæ lineæ AB , AC : datumque punctum B : &
 ducatur CD , quæ secet datam proportionem rectæ lineæ AC ad BD . de-
 monstrandum est centrum gravitatis trianguli ACD consistere in recta li-
 nea positione data.

Posicio.



Sit datum parallelogrammum prius æquilaterum $ABCD$, & datus angulus, in quo volumus planum inclinare BFG a punctis autem ABD ad rectos angulos subiecto plano ducantur AH, BK, DL ; sitque C punctum, in quod volumus inclinationem vrgeri; & lineæ quidem AC iunctæ ponatur æqualis FG , ipsi vero FG ad rectos angulos ducatur GE , & ponatur AH æqualis GE . si igitur HC ductam intelligamus erit HCA angulus inclinationis planorum. Itaque a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BM , & ponatur FN ipsi CM æqualis, ipsi vero FG ad rectos angulos NX . cui quidem ponatur æqualis vtrique ipsarum BK, DL ; & iunctæ HL, HK producantur, vt cum rectis lineis AD, AB productis conueniant ad puncta PR . conueniunt enim, cum angulis, B faciant duobus rectis minores. planum igitur HKL inclinatum est ad planum $ABCD$ in angulo HCA , hoc est BFG . nam si intelligamus rectam lineam MO ipsi AH parallelam, & ductam OK , erit MO æqualis NX ; propterea quod triangulum FNX simile est triangulo CMO ; recta vero linea KO ipsi BM æqualis & parallela, parallelogrammumque $KBMO$ ad subiectum planum rectum, & quoniam puncta PC sunt in duobus simul planis. videlicet in subiecto plano $ABCD$, in quo sunt PR , & in plano $KBCE$, erunt PCR in vna recta linea, quæ est communis sectio dictorum planorum. Eadem ratione & puncta KOL sunt in communi sectione plani $KHLC$, & plani, quod transit per KOL ipsi AB, CD plano parallelum, ita vt recta linea KOL parallela sit ipsi PR . Quoniam igitur vt AP ad PD , ita est HA ad LD ; vt autem AR ad RE , ita AH ad BE ; atque est DL æqualis BK ; erit & AP ipsi AR æqualis, & angulus APR angulo ARP æqualis. sed PAC angulus æqualis est angulo PAC , ergo & reliquis ACP reliquo ACR æqualis, & ob id vterque ipsorum rectus, & linea PE bisariam, atque ad angulos rectos a linea AC secatur. est autem MO ad ipsam, & ad planum $ABCD$ perpendicularis. quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma sphericorum; & vterque angulorum ACP, OCP rectus. planum igitur $KHLC$ inclinatum est ad planum $ABCD$ in angulo BFG dato. sed sit AT maior, quam AD , & alia eadem ponantur. Dico angulum ACP acutum esse. Quoniam enim vt AP ad PD , ita est AC ad DL ; vt autem AR ad RE , ita AH ad BE , & æqualis est DL ipsi KE ; erit vt AP ad PD , ita AR , RE quare diuidendo vt AD ad DP , ita AE ad ER , & permutando vt AD ad AB , ita DE ad BR . sed AD minor est, quam AB . ergo & DP quam BR est minor. tota igitur AP minor est, quam AR ; & ideo angulus APR angulo ARP maior. angulus autem CAP maior est angulo CAR . quare trianguli CAP reliquis angulus ACP minor est reliquo ACR trianguli CAR acutus igitur est ACP angulus; & propterea dictorum planorum inclinatio fit ad punctum, quod est inter C & P ; ducta scilicet a puncto A ad CP perpendi-

pendiculari. Itaque constat fieri posse, ut planum in dato angulo ad aliud planum inclinetur. quare & inclinato plano, eius inclinationem inuenire licebit, hoc est in quo angulo inclinatum sit ad planum horizonti parallelum.

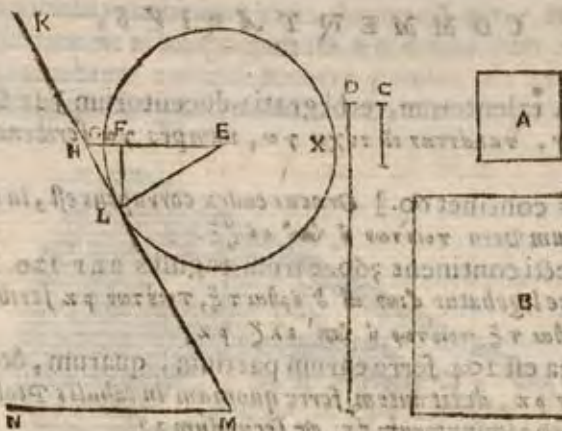
COMMENTARIUS.

- A** A punctis autem ABD ad rectos angulos subiecto plano ducantur AH, BK, DL] Per subiectum planum intellige planum horizonti parallelum; in quo est parallelogrammum ABCD.
- B** Conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores] Planum namque HKCL inclinatum ponitur ad subiectum planum, & propterea anguli AHL, AHK acuti sunt.
- C** Nam si intelligamus rectam lineam MO ipsi AH parallelam, & ductam OR, erit MO æqualis NX] Rectæ enim lineæ AH, BK cum sint perpendiculares ad subiectum planum, inter se parallele sunt: & ad omnes rectas lineas, quæ in eo plano existentes ipsas contingunt, rectos efficiunt angulos. ergo angulus HAE rectus est, itemque rectus OMC; quoniam MO ipsi AH parallela ponitur, sed & rectus est EGF angulus: lineaque EG æqualis CA, & GE ipsi AH. triangulum igitur BGF simile est triangulo HAC: & angulus BFG angulo HCA æqualis.
3. definit.
vndec. triangulorum Vero NXF, MOC angulus XNF est æqualis angulo OMC, quod Vterque rectus. & XFN angulus æqualis ipsi OCM. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum
6. sexti. triangulo simile erit, quare ut CM ad MO, ita FN ad NX: & permutando ut CM ad FN, ita MO ad NX. sed CM, FN posite sunt æquales. ergo & MO, NX æquales sint, necesse est.
- D** Recta vero linea KO ipsi EM æqualis, & parallela] Nam cum parallela sint AH, BK itemque AH, MO, BK inter se sunt parallele. sunt autem & æquales. ergo & KO, EM æquales, & parallele erunt.
- E** Parallelogrammumque KB, MO rectum ad subiectum planum] Transit enim per BK, quæ ad dictum planum est perpendicularis.
33. primi.
F Erit & AP ipsi AR æqualis] Quoniam enim ut AP ad PD, ita est HA ad LD, & ut AR ad RE, ita AH ad BK. ut autem HA ad LD, ita HA ad BK, sunt enim LD, BK æquales: erit ut AP ad PD, ita AR ad RE: & diuidendo ut AD ad DP, ita AB ad BR: permutandoque ut DA ad AB, ita DP ad BR. sed DA est æqualis AB. ergo & DP ipsi BR, ac propterea tota AP toti AR æqualis erit. Vereor tamen ne hoc loco aliqua desiderentur.
- G** Sed PAC angulus æqualis est angulo RAC] Triangulum enim ACD æquale est, & simile triangulo ACB, cum AD, DC ipsis AB, BC æquales sint, & AC Vtrique communis. angulus igitur DAC, hoc est PAC angulo BAC hoc est RAC est æqualis.
- H** Quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma sphaericorum] Per lemma sphaericorum, ut opinor, intelligit illud, quod in sexto libro scriptum reliquit, propositio-
ne 42.
- K** Angulus autem CAP maior est angulo CAR] Quoniam enim AB maior est, quam AD, erit CAD, hoc est CAP angulus maior angulo CAB; hoc est angulo CAR.

THEOREMA V. PROPOSITIO IX.

Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur.

Sit sub-



Sit subiectum planum per rectam lineam quidem mn transiens, per mx vero planum ad ipsum inclinatum in dato angulo kmn , & aliquod pondus a moueatur a potentia c in subiecto plano intelligaturque per a sphaera aequae grauis circa e centrum, quae ponatur in plano per mx , ipsum contingens in l . ergo ducta el perpendicularis est ad planum, vt demonstratum fuit in quarto theoremate sphaericorum. & ideo perpendicularis ad ipsam km . Ducatur per km , el planum, quod sectionem faciat in sphaera circulum $lgsx$: perque centrum e ipsi mn parallela ducatur eh : & a puncto l ad eh ducatur perpendicularis lf . Quoniam igitur datus est angulus ehl , est enim angulo acuto dato kmn aequalis; erit & elf angulus datus, aequalis scilicet angulo bhl , quod triangulum elf triangulo bhl aequiangulum sit. ergo triangulum blf specie datur, & data proportio bl , hoc est bg ad bf . quare & reliqua fg ad bf proportio data erit. fiat vt gf ad fe , ita pondus a ad pondus b , & potentia c ad potentiam d : est autem ponderis a potentia c , ergo ponderis b in eodem plano potentia erit d . & quoniam vt recta linea gf ad fb , ita est pondus a ad pondus b , si pondera ab circa centra bg ponatur; aequponderabunt ex puncto f suspensa, tamquam nixa basi lf , quae recta est ad horizontem, ponitur autem pondus circa b centrum, etenim pro ipso est sphaera. ergo pondus b circa centrum g positum aequponderabit, ita vt sphaera ob plani inclinationem deorsum non feratur, sed stabilis permaneat, tamquam si in subiecto plano esset. mouebitur autem in subiecto plano a potentia c . quare in plano inclinato ab vtrisque mouebitur, videlicet a potentia c , & potentia ponderis b , hoc est a potentia d , & est potentia d data. Geometrica igitur problematis demonstrata est. vt autem in exemplo, & constructionem & demonstrationem faciamus. Sit pondus quidem a talentorum, verbi gratia, ducentorum ductum in plano horizonti parallelo a potentia c mouente, hoc est sint homines mouentes quadraginta, angulus autem kmn , hoc est bhl sit duarum tertiarum recti, erit reliquus flh vnus tertiae recti, sed rectus est blh angulus, ergo & duarum tertiarum recti est blf : & quarum partium quattuor recti continent 360. earum angulus elf contineat 60. quarum vero duo recti contineat 360. earum angulus elf 120. quare descripto circa triangulum orthogonium bhl circulo, erit circumferentia, quam subtendit recta linea bf , 120. earum partium, quarum totus circulus est 360. & ipsa bf recta linea est 104. fere earum partium, quarum bl circuli diameter est 120. haec enim perspicua sunt ex tabula rectarum linearum, quae in circulo describuntur apud Ptolemaeum in primo libro mathematicorum. proportio igitur rectae lineae bl , hoc est bg ad bf est ea, quam habent 120. ad 104. & ideo reliqua gf ad fb proportio est, quam habent 16. ad 104. eadem autem est ponderis d ad pondus b , & potentiae c ad potentiam d . sed pondus a est ducentorum talentorum, & potentia c mouens quadraginta hominum. ergo pondus quidem b erit mille & trecentorum talentorum, potentia vero d ducentorum, & sexaginta hominum, vt enim 16. ad 104. ita 200. ad 1300. & 40. ad 260. Itaque cum primo pondus ducentorum talentorum in plano horizonti parallelo moueatur a quadraginta hominibus, mouebitur idem pondus ab omnibus iam dictis, videlicet a trecentis hominibus in plano ad horizontem inclinatio secundum angulum kmn , qui duarum tertiarum recti esse ponitur.

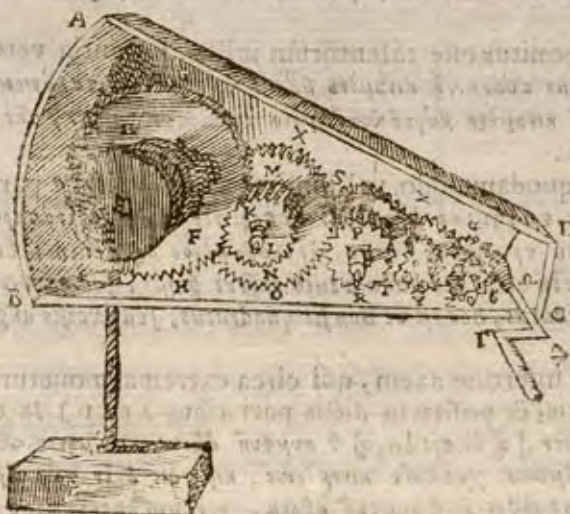
- A** Sit pondus quidem α talentorum, verbi gratia, ducentorum] In Græco codicibus mendose, ut opinor, legitur. $\tauαλάντων \epsilon \iota \tau \acute{o} \chi ο ι \gamma \alpha$, nam pro $\gamma \alpha$ scribendum σ , & ita in sequentibus.
- B** Earum angulus $\epsilon \lambda \zeta$ continet 60.] Græcus codex corruptus est, in quo legitur, $\tau ο ι \acute{u} \tau \omega \nu \alpha \epsilon \iota \iota \omega \delta' \epsilon \lambda \zeta$. legendum vero $\tau ο ι \acute{u} \tau \omega \nu \eta \iota \omega \delta' \epsilon \lambda \zeta \xi$.
- C** Quarum vero duo recti continent 360. earum angulus $\epsilon \lambda \zeta$ 120.] Hæc nos restitui-
mus. nam in Græco codice legebatur $\alpha \iota \omega \tau \alpha \iota \delta' \sigma \rho \theta α ι \tau \xi$, $\tau ο ι \acute{u} \tau \omega \nu \rho \kappa$ scribendum autem ut ar-
bitror, $\sigma \iota \omega \nu \delta \delta \alpha \iota \beta \sigma \rho \theta α ι \tau \xi$ $\tau ο ι \acute{u} \tau \omega \nu \eta \iota \omega \delta' \epsilon \lambda \zeta$, $\rho \kappa$.
- D** Et ipsa $\beta \epsilon$ recta linea est 104. ferre earum partium, quarum, &c.] In Græco codice
pro $\rho \delta$ perperam legitur $\rho \kappa$, dixit autem ferre quoniam in tabulis Ptolemæi constat rectam
lineam $\epsilon \zeta$ esse partium 103. minorum 55. & secundum 23.
- E** Apud Ptolemæum in libro primo mathematicorum] In Græco codice legitur $\iota \nu \tau \omega \delta$
 $\delta \epsilon \upsilon \tau \epsilon \rho \alpha \kappa \alpha \iota \mu α \theta \eta \mu α \tau ι \kappa \omega \nu$ sed legendum puto $\iota \nu \tau \omega \pi \rho \omega \tau \omega \kappa \alpha \iota \mu α \theta \eta \mu α \tau ι \kappa \omega \nu$ ut intelligatur
Ptolemæi liber, qui græce inscribitur $\mu ε γ α λ \eta \sigma \upsilon \nu \tau α \xi \iota \varsigma$ Vulgo *Almagestum* vocant.
- F** Ergo pondus quidem β erit mille, & trecentorum talentorum, potentia vero δ du-
centorum, & sexaginta hominum] Græcus codex $\iota \sigma α ι \alpha \rho α \chi \epsilon \tau \acute{o} \mu \epsilon \nu \beta \beta \acute{\alpha} \rho ο \varsigma \tau α λ \acute{\alpha} \nu τ ω ν α$
 $\tau \acute{o} \delta \delta \delta \delta \upsilon \nu α μ ι \varsigma \alpha \nu \tau \rho \omega \pi \omega \nu \omega \xi$. sed legendum est $\tau α λ \acute{\alpha} \nu τ ω ν α \tau \eta \delta \delta \delta \delta \upsilon \nu α μ ι \varsigma \alpha \nu \tau \rho \omega \pi \omega \nu \epsilon \xi$.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

Ad eandem contemplationem attinet. Datum pondus data potentia
mouere.

- Hoc enim est quadragesimum inuentum mechanicum Archimedis, in quo fertur di-
xisse. Da mihi, inquit, ubi consistam, & terram commouebo. Hero autem Alexan-
A drinus constructionem eius in libro, qui inscribitur $\beta α ρ \acute{\upsilon} λ λ ο ι$ manifestissime explicuit,
sumpto lemmate, quod demonstrauit in mechanicis. ubi etiam de quinque facultati-
bus disserit; videlicet de cuneo, veste, cochlea, polyspasto, & axe. In libro quidem
 $\alpha \epsilon \iota \tau \rho ο χ ι ω δ ι \acute{u} \omega \nu$, idest de Rotulis, pondus datum data potentia secundum vnamquan-
que facultatem mouetur. In eo autem, qui inscribitur $\beta α ρ \acute{\upsilon} λ λ ο ι$, per appositionem
tympanorum dentatorum datum pondus mouetur data potentia, diametro tympani
B ad diametrum axis proportionem habentem eandem, quam quinque ad vnum. & pon-
dus motum ponitur esse talentorum mille; potentia vero mouens talentorum quinque,
sed nobis liceat in proportionem dupla idem ostendere. sitque motum pondus talento-
rum centum sexaginta pro mille, & potentia ipsum mouens talentorum quattuor pro
quinque, hoc est homo mouens possit per se absque machina trahere talenta quattuor.
& sit dictum ab ipso Glorificum $\alpha \beta \epsilon \delta$; & in eo ad longos, & parallelos parietes sit
axis $\beta \epsilon$, qui expedite vertatur. huic autem insertum sit tympanum dentatum radijs
C quasi dentibus $\gamma \eta$ habens diametrum duplam diametri axis $\beta \epsilon$ iuxta tempora. sit
enim quadratus circa medium ad tantam longitudinem, quanta est tympani crassitudo,
in quem tute inferatur. rotundus autem quodammodo, vel diminutus ex vtrisque par-
tibus tympani. Si igitur ad pondus, quod attrahitur, alligari funes, qui arna vocantur,
per quoddam foramen, vel potius per sectionem latam in pariete $\epsilon \beta$ ingredientem cir-
ca axem $\beta \epsilon$ ex vtraque parte tympani $\gamma \eta$ conuoluantur; vertanturque $\gamma \eta$ tympanum:
D & hoc simul vertet insertum axem, quæ circa extrema mouetur in digitis æreis, & py-
xidibus similiter æreis, & positus in dictis parietibus $\alpha \beta \epsilon \delta$: conuoluti autem funes ex
E pondere, quod vocatur $\sigma \rho \sigma \tau ι ο ν$, pondus ipsum mouebunt. sed ut moueatur tympanum
 $\gamma \eta$ oportebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani dia-
metri axis sit dupla, hoc enim problema demonstratum est ab Herone in mechanicis.
& alia quam plurima problemata vtilissima, & vitæ nostræ rationibus conducentia
F conscripta sunt. Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octo-
ginta, sed talentorum quattuor, fiat alius axis $\kappa \lambda$, qui ponatur parallelus ipsi $\beta \epsilon$, ha-
G beatque insertum tympanum dentatum $\mu \nu$, ita ut eius dentes dentibus tympani $\gamma \eta$
congruant. hoc autem fiet si sit, ut diameter tympani $\omicron \eta$ ad tympani $\mu \nu$ diame-
trum,

trum, ita multitudo dentium GH ad multitudinem dentium MN , quod quidem quatione fiat, ex sequentibus manifestum erit. datum est igitur etiam tympanum MN . sed eidem axi KL insertum sit aliud tympanum NO diametrum habens duplam diametri tympani MN . quomobrem volenti mouere pondus per tympanum NO , necesse erit adhibere potentiam quadraginta talentorum, cum octoginta talenta talentorum



quadraginta dupla sint. Rursus tympano NO dentato adiaceat aliud tympanum dentatum PR , alij axi insertum: atque eidem axi inseratur aliud tympanum ST , habens diametrum similiter duplam diametri tympani PR , cuius dentes dentibus tympani MN non implicantur. ergo potentia mouens pondus per tympanum ST talentorum viginti pondus attrahet. erat autem data potentia quattuor talentorum. necesse est igitur rursus aliud tympanum dentatum VO tympano ST dentato coaptare: & axi tympani VO inferere tympanum XZ dentatum, cuius diameter ad diametrum VO eam habeat proportionem, quam duo ad vnum. ergo potentia, quæ per tympanum XZ pondus mouet, erit talentorum decem. Rursus tympano XZ accomodabimus aliud tympanum dentatum IZ & ipsius axi inferemus tympanum AC dentatum dentibus obliquis, cuius diameter ad diametrum IZ proportionem habeat eandem, quam decem talenta quattuor potentie datæ. His igitur constructis, si intelligamus glossocomum $ABCD$ in sublimi collocatum, ita vt dimoueri non possit: & ex axe qui quidem BE pondus appendamus: ex tympano autem AC potentiam attrahentem quattuor talenta, neutram in partem inclinatio fiet, dummodo axes facile vertantur, & tympanorum appositio exquisitè congruat. sed veluti in quadam libra quattuor talentorum potentia centum sexaginta talentis æqueponderabit. si igitur vni ipsorum paruum aliquod pondus addatur, deorsum verget, & præponderabit ex ea parte, ad quam additio facta fuerit. si enim, verbi gratia, potentie quattuor talentorum addatur pondus vnius minæ, exuperabit ea, & pondus centum sexaginta talentorum attrahet. sed pro additione coaptetur tympano AC cochlea OA habens helicen obliquis dentibus ipsius congruentem: hoc autem quomodo fieri oporteat, scriptum est ab Herone in mechanicis, & nos in ijs, quæ sequuntur manifestius exponemus. Itaque vertetur cochlea expedite circa tormos existentes in foraminibus rotundis, quorum alter excedat in exteriorem partem glossocomi iuxta parietem CD , & excessus quadratus accipiat ansam TA . per quam apprehendentes, & vertentes cochleam, vertemus etiam tympanum AC . & vna tympanum IZ ipsi coniunctum. ergo & appositum ei tympanum XZ vertetur. & huic coniunctum VO , & appositum ipsi ST . & rursus coniunctum PR , & appositum NO : itemque coniunctum MN , & appositum GH . quare & ipsi coniunctus axis EF . circa quem conuoluentes ex pondere funes, pondus ipsum mouebimus. nam ipsum quidem moueri perspicue constat, cum additasit altera potentia ansæ, describens circulum, cuius perimenter maior est perimetro cochleæ. demonstratum etenim est in libro Archimedis $\alpha\epsilon\lambda\gamma\upsilon\alpha\upsilon$ id est de libra, & in mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperante minores, quando circa idem centrum conuersio eorum fiat. Hæc igitur sunt contemplationem mechanicam maxime continent.

COMMENTARII.

- A** In libro, qui inscribitur βαρύλον] In Græco codice legitur ἐν τῷ καλαμένῳ βαρύλον, sed ut ar bitror legendum ἐν τῷ καλαμένῳ βαρύλον, ut unicuique sit verbum & ita in ἡς, quæ sequuntur.
- B** Et pondus motum ponitur esse talentorum mille, potentia vero mouens talentorum quinque] Græcus codex τὸ κινημένον βάρος ὑποκειμένην ταλάντων χεῖρα ταλάντων ε. sed puto legendum τὸ κινημένον βάρος ὑποκειμένην ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινήσεως δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε.
- C** Rotundus autem, quodammodo vel diminutus ex vtriusque partibus tympani] In Græco codice sic legitur στρογγύλος δὲ πᾶσι ἡλεωθεμένος ἐκ ὧν ἐφ' ἐνάτερᾳ τῷ τυμπάνῳ μερῶν. ego ita legendum existimo στρογγύλος δὲ πᾶσι, ἡλεωθεμένος axis enim debet esse quadratus circa eius medium, ut pote in quod tympanum tuto inseri possit. sed ex vtriusque parte quodammodo rotundus, vel diminutus, hoc est ut non sit quadratus, sed excisis angulis ad rotunditatem quandam accedens.
- D** Et hoc simul vertet insertum axem, qui circa extrema mouetur indegitis æreis, & pixidibus similiter æreis, & positus in diētis parietibus A B C D] In Græco codice legitur καὶ σφαῖρὴ τὸ πῦρ τυμπανον, καὶ ὁππότε, καὶ τὸ συμφυῖ ἀξονα κινημένον περὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτυλοχαλκοῖς καὶ πῖξιν ὁμοίως χαλκαῖς κινημένοις, κινημένοις δ' ἐν τοῖς εἰρημένις α β γ δ τοῖς οἰς sed legendum puto καὶ ὁππότε, καὶ τὸ συμφυῖ ἀξονα. verbum autem illud κινημένοις superflue videtur, nam pyxides, quæ in parietibus compinguntur, immobiles esse oportet.
- E** Sed ut moueatur tympanum G H, oportebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis sit dupla, hoc enim pro lema demonstratum est ab Herone in mechanicis] In Græco codice, mendose legitur δυνάμις δυνάμις ταλάντων η. sed legendum ταλάντων π. quod ex sequentibus manifeste apparet. Hæc autem libri, in quibus problema illud demonstratur ad manus nostras non perueniunt. sed fortasse idem demonstrari poterit in hunc modum.
- Sit diameter axis A B, cuius centrum C, & diameter tympani circa idem centrum D E, sitque D E ipsius A B dupla. & iungatur rectæ lineæ D A C B E. ut ergo axis A B mouetur, indigebimus potentia centum sexaginta talentorum, nam si ad A pondus sexaginta talentorum & ad B totidem talentorum potentia intelligatur, æque ponderabunt ea inter sese ex puncto C suspensa; cum distantie A C, C B æquales sint. Rursus si ex eodem centro intelligatur ad B pondus octoginta talentorum, æque ponderabit ponderi talentorum centum sexaginta ad A posito. Ut enim distantia B C ad C A, ita est pondus ad A ad pondus ad B. sed E C semidiameter tympani D E est dupla ipsius C A semidiametri axis A B, & pondus ad A est talentorum centum sexaginta. ergo pondus octoginta talentorum, & eorumdem talentorum potentia ad E ipsi æque ponderabit.
- Ex quibus perspicuum est, octoginta talentorum potentiam adhibitam tympano D E sustinere pondus centum sexaginta talentorum, quod quidem ex axe A B dependens ponitur. similiter idem ostendetur data quacumque diametrorum poportione. Si enim diameter D E sit quadrupla diametri A B, potentia quadraginta talentorum adhibita tympano D E, poterit datum pondus talentorum centum sexaginta sustinere. Eadem quoque ratio erit, si sint duo tympana A B. D E, quæ uni & eidem axi inserantur.
- F** Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, sed talentorum quattuor] Græcus codex ἐπεὶ δὲ ἔχουμεν τὸ δοτῆσα δύναμιν τὰ πάντα π, ἀλλὰ τὰ λάντων δ. sed legendum puto τὸ δοτῆσαν δύναμιν ταλάντων π ἀλλὰ τὰ λάντων δ.
- G** Hoc autem fiet, si sit ut diameter tympani G H ad tympani M N diametrum, ita multitudo dentium G H ad multitudinem dentium M N] Græcus codex τῶν δὲ γινεται ἐὰν ἡ ἀξὸν διαμέτρος τῷ τυμπάνῳ ἢ πρὸς τὸ διὰ μέτρον τῷ μ ν, ὥτω τὸ πλῆθος ὧν ὁ δόντων τῷ ἢ πρὸς τὸ πλῆθος, ὧν ὁ δόντων τῷ μ ν.
- H** Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos existentes in foraminibus rotundis]

Græcus

Græcus codex $\sigma\pi\epsilon\phi\epsilon\delta\omega$ δὲ ο' νοχλίας ἐυλατὰς αἰεὶ τὸ ῥῆμα ἐμὸντας ἐν τριτάτῃ σπογγύλῳ. sed fortasse legendum erit αἰεὶ τὸ ῥῆμα ἐυλατὰς per τριτάτῃ autem, ut opinor, intelligi. quos Hero Alexandrinus $\kappa\acute{\alpha}\delta\alpha\kappa\alpha\varsigma$ vocat. eo verbo utitur etiam Vitruvius in libro 10. cap. 6. quamquam non enodates, sed codices in impressis codicibus legatur.

Nam ipsum quidem moveri perspicue constat.] Græcus codex $\tau\acute{\iota}$ γὰρ κινῆσται δὴλαρ. K sed puto legendum ὅτι γὰρ κινῆσεται δὴλον.

Demonstratum etenim est in libro Archimedis αἰεὶ ζυγῶν id est de libra, & mechanica L cīs Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idem centrum conuersio eorum fiat.] Non extant hi libri. sed illud apparet ex mechanicis Aristotelis, & Iordani, quamquam non Iordani, sed alicuius docti viri ex Antiquis esse videntur.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

Organicæ autem multæ sunt species, & partes. alia enim a mechanica, & gnomonica, & ea tractatione, quæ circa aquas versatur, ratione considerata, per instrumenta ab ipsa confecta demonstrantur. multa vero, & seorsum a mechanicis extrinsecus ab ea perficiuntur. & nonnulla, quæ Geometricis rationibus non facile tractantur, assumens, instrumentis ad faciliorem constructionem perduxit. statim igitur problema, quod deliacum appellatur, cum natura solidum sit, fieri non potest, ut geometricis rationibus innixi construamus; quoniam neque coni sectionis facile est in plano describere. Instrumentis autem mutatum in manuum operationem, & constructionem magis idoneam ea, quæ ab alijs exposita est, sic in reducetur propositum. Dico autem cubum cubi duplum inuenire. Non solum autem duplus. inuenitur per subiectum instrumentum, sed etiam generaliter proportionem habens quamcumque datam.

Problem.
Deliacū.

Non facile est coni sectiones in plano describere.



Describatur enim semicirculus ABC , & a centro D ad rectos angulos ducatur DB : & moueatur regula quædam circa A punctum, ita ut unus quidem eius terminus clauulo quopiam aptetur puncto A ; reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His ita constructis propositum sit duos cubos inuenire, qui inter se datam proportionem habeant. fiat proportio BD ad DE eadem, quæ proportio data: & iuncta EB producat ad F . moueatur autem regula inter BC , donec pars eius interiecta inter rectas lineas FB , BB æqualis sit ei, quæ inter BB , & circumferentiam BKC interijcitur. hoc enim tentantes semper, & regulam transferentes facile assequemur. factum igitur iam sit, & regula positionem habent $AGHK$, ita ut GH , HK inter se sint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex BH datum habere proportionem, quæ scilicet est BD ad DE . Intelligatur enim circulus completus, iunctaque KD producat ad L , & LG iungatur, ergo LG parallela est ipsi BD , propterea quod & KH est æqualis HG , & KD ipsi DL . & sexti. iungatur etiam AL , LC . Et quoniam angulus GAL in semicirculo rectus, & perpendicularis AM , erit ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA , hoc est, ut CM ad MA , ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG , etenim ut LM ad MA , ita AM ad MG . ergo & ut

A & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & CM ad MA communis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio composita ex proportione CM ad MA, & proportione AM ad MG videlicet proportio CM ad MG eadē est, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratū ex MG, & ex proportione AM ad MG.

B MG, & ex proportione AM ad MG.
Sed proportio composita ex pro-
portione quadrati ex AM ad qua-
dratum ex MG, & proportione AM
ad MG, eadem est, quam habet cu-
bus, qui fit ex AM ad cubum, qui
ex MG. ergo & CM ad MG propor-
tio eadem est, quam cubus ex AM
habet ad cubum ex MG. vt autem
CM ad MG, ita CB ad DB, hoc est
BD ad DB: & vt AM ad MG, ita
AD ad DH. ergo vt BD ad DE, quæ
est proportio data, ita cubus ex
BD ad eum, qui fit ex DH cubum.



COMMENTARIUS.

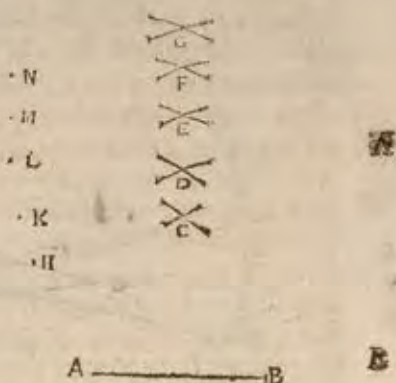
A Ergo & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA , ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG ; & CM ad MA . Rursus quoniam angulus ALC in semicirculo rectus est, & perpendicularis LM , erunt tres recte linea CM, ML, MA in continua analogia proportionales. quare ut CM ad MA , ita quadratum ex CM ad quadratum ex ME . hoc est quadratum ex LM

B Sed proportio composita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG , & proportionem AM ad MG eadem est: quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG :] *Prismata namque omnia, & pyramides inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro gravitatis solidorum propositione vigesima prima demonstravimus. est enim cubus prisma quoddam, cuius basis latus ipsius altitudini est æquale. Hoc idem problema ponitur etiam in tertio libro.*

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO XII.

Organica vero, quæ dicuntur in mechanicis problemata sunt, quod sunt ablata eis facultate geometrica, qualia sunt, & quæ vno intervallo describuntur: & id, quod ab architectis propositum est in cylindro secundum utraq; bales diminuto volunt enim portione superficiæ re-
cti cylindri data, cuius nulla pars in circumferentijs basium integra ser-
uatur, inuenire cylindri crassitudinem, hoc est diametrum circuli, a quo
cylindrus ipse ortum habuit. Inuenitur autem methodo inuestigata, hoc
pacto.

Sumantur in data superficie duo puncta A, B , & ex
 ipsis A, B centris, atque intervallo quopiam signetur
 in dicta superficie punctum C : & rursus ex eisdem
 centris A, B , intervalloque maiori primo signetur D :
 & alio intervallo signetur E , & alio F . & denique
 alio G . erunt quinque puncta C, D, E, F, G in vno plano.
 propterea quod recta linea coniungens vnumquod-
 que ipsorum ad verticem trianguli æquicruris, & pun-
 ctum medium ductæ lineæ AB , vt communis basis
 triangulorum, ad ipsam AB , sit perpendicularis, &
 quinque rectæ lineæ in vno sint plano. videlicet ipsa
 C, D, E, F, G puncta. Hæc autem in plano hoc modo
 transferemus. Ex tribus quidem rectis lineis,
 quæ puncta C, D, E coniungunt, triangulum HKL in
 plano constituatur: ex tribus vero, quæ coniungunt D, E, F constituatur triangulum
 HKL in plano constituatur: ex tribus vero quæ coniungunt D, E, F constituatur trian-
 gulum KLM , & ex tribus coniugentibus E, F, G constituatur LMN . erunt triangu-
 la HKL, KLM, LMN pro ipsis $C, D, E, D, E, F, E, F, G$ triangulis. si igitur circa punctum HKL, LMN
 ellipsim describamus, minor ipsius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.



COMMENTARIVS.

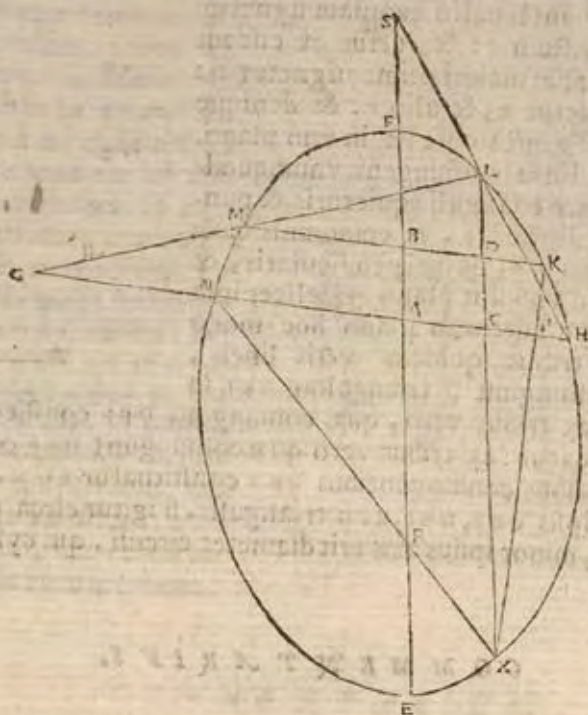
Erunt quinque puncta C, D, E, F, G in vno plano, propterea quod recta linea coniun-
 gens vnum quodque ipsorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium
 ductæ lineæ AB , vt communis basis triangulorum, ad ipsam AB sit perpendicularis.]
 Ductis enim ab ipsis C, D, E, F, G punctis, hoc est a triangulorum æquicrurum verticibus ad
 medium communis basis AB , erunt hæc ad ipsam AB perpendiculares. & idcirco ex secunda
 propositione Undecimi libri elementorum in vno, & eodem plano. puncta igitur C, D, E, F, G in
 vno plano consistent. sunt autem ea quidem in superficie curua cylindri, sed tamen omnia in
 eadem lineæ, quæ vel recta erit, vel curua, & si quidem recta, est cylindri latus. Si vero cur-
 ua, portio est circuli, vel ellipsis. nam cum planum per ea transiens parallelum est plano basis,
 ex sectione ipsa circulus: cum vero non est parallelum, ellipsis efficitur, quæ omnia in primo li-
 bro Sereni demonstrata sunt.

Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta C, D, E coniungunt, triangulum in plano
 constituatur.] Atqui non semper possunt ex his triangu-
 la constitui, quando scilicet ea pun-
 cta in recta linea, hoc est in cylindro latere collocantur.

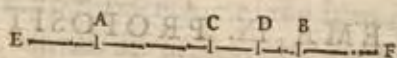
Si igitur circa puncta H, K, L, M, N ellipsim describamus, minor ipsius axis erit diameter
 circuli, qui cylindrum perficit.] Hoc demonstratur a Sereno in 9. propositione primi libri,
 fieri tamen potest, quod proxime diximus, vt circa dicta puncta non ellipsis, sed circumseren-
 tia circuli, qui est basi æqualis, describatur.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.

Cum autem quæsitum sit circa quinque data puncta H, K, L, M, N eli-
 psim describere. Sit iam descripta: & iunctæ M, K, N, H primum sint pa-
 rallela, diuidanturque bifariam in punctis A, B : & ducta A, B ad E, F pun-
 cta ellipsis producat. est igitur EF ipsius diameter per definitionem
 conicorum positione data. etenim vnumquodque punctorum A, B da-
 tum est positione,

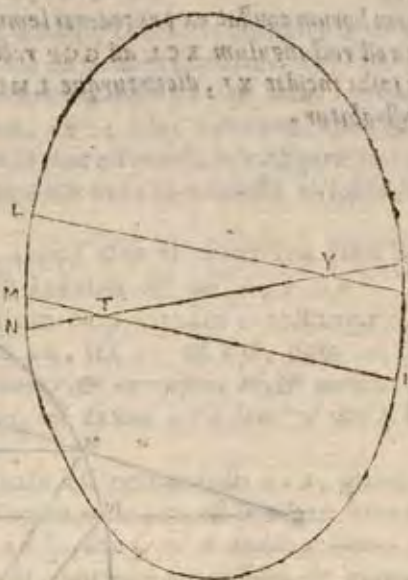


Ducatur per I ipsi EF parallela LX : & iunctæ XK ; LM occurrant rectæ lineæ HN
 D perductæ in punctis PG . ergo datæ sunt KM , HN cum vnumquodque punctum
 E KM , HN sit datum. Et quoniam vt rectangulum XDL ad rectangulum M , K ita est
6. quinti. rectangulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCF , NCH erit GCF rectangulum re-
 F G ctangulo NCH æquale. atque est datum rectangulum NCH , vtraque enim N , CH
 H data est. ergo & P est datum. sed & K . positione igitur KPX data erit. data autem
 K est, & LCX . quare & punctum X dabitur, quod est in ellipsi. iungantur NX , LH :
 L & diametro EF productæ occurrant in RS . erit rursus vt rectanguli NCH ad rectan-
gulum XCL , ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS , EAF , ac
6. quinti. propterea rectangulum RAS est æquale ipsi ABE rectangulo, atq; est rectangulum RAS
 M datum; datæ enim sunt RA , AS . rectangulum igitur BAE datum erit. Simili ratione
demonstrabitur rectangulum quoque EEF datum, & dantur AB puncta. ergo & ipsa
 N EF , vt deinceps ostendemus, quare & EF diameter magnitudine data est; & diame-
ter ipsi coniugata, cum detur proportio transversæ lateris EF ad rectum. eadem enim
est, quam rectangulum EAF habet ad id, quod fit ex AN quadratum. Quod autem
positum est, sic demonstrabitur.
 O Sit datum vtrumque rectangulorum ACB , ADB ; & data CD puncta. dico puncta
 AB datam esse.



P Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCB æquale; rectangulo autem
 ADB æquale rectangulum CDF . erit vt CB ad EA , ita AF ad ED : nam ob constructio-
 Q nem vtraque proportio. eadem est ei, quæ CB ad ED . rectangulum igitur conten-
tum EC , FD æquale est rectangulo BAE , quare datum erit punctum A similiter & ip-
sum B datum.

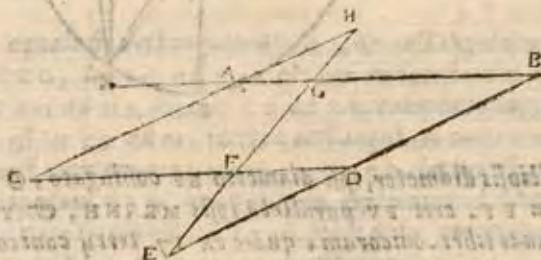
Sed non sint parallele recte linee, quæ puncta NH , MK in ellipsi dati coniungunt, & ductis NK , MH sese in puncto T secantibus, ducatur per L recta linea LYV ipsi MTH parallela. erit proportio rectanguli NYK ad rectangulum LYV data. eadem enim est, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH , & datum est NYK rectangulum. ergo & ipsum LYV . sunt autem puncta LY data. datum igitur est punctum V , quare devenimus ad illud, quod ante dictum est. nam cum parallelæ sint inter se MH , LV circa quinque data puncta $NMLVH$ quemadmodum tradidimus, ellipsum describemus.



R
S
T
V

COMMENTARIVS.

Ad coram, quæ hoc loco traduntur, demonstrationem, sequens lemma præmittimus.



Sint due rectæ linee inter se parallelæ AB , CD , in quas incidat recta linea $EFGH$: & a quibuslibet eius punctis EH ex altera quidem parte ducatur HAC , ex altera vero BDB , quæ eadem parallelas quomodocumque secant. Dico. ut rectangulum EGH ad rectangulum AGB , ita esse rectangulum EFH ad CFD rectangulum.

Rectanguli enim EGH ad rectangulum AGB proportio composita est ex proportione EG ad AB , & proportione HG ad GA . Rursus proportio rectanguli EFH ad rectangulum CFD componitur ex proportione EF ad FD , & proportione HF ad FC . Sed ut EG ad AB , ita est EF ad FD , ob similitudinem triangulorum ECB , EDB , & ob similitudinem triangulorum ACH , CFH , ut HG ad GA , ita est HF ad FC . cum igitur proportionem, ex quibus componuntur eadem sint, habebit rectangulum EGH ad rectangulum AGB proportionem eandem, quam rectangulum EFH ad rectangulum CFD .

Sit iam descripta] Hoc est ponatur esse descripta, & est problematis resolutio.

Est igitur EF ipsius diameter per definitionem conicorum positione data] Per definitionem scilicet definitionem conicorum Apollonii.

Etenim unamquodque punctorum AB datum est positione] Frustra additur positione, non enim alio modo punctum datur, nisi positione.

Ergo datæ sunt rectæ lineæ KMN cum unumquodque punctorum, KMN sit datum] Nos hæc ita restituiimus, nam Græcus codex corruptus est, & mancus, ut opinor, qui sic habet $\delta\omicron\delta\iota\tau\epsilon\ \alpha\pi\omicron\varsigma\ \eta\varsigma\ \kappa\mu$, $\theta\tau$. datæ autem sunt KM , HN positione & magnitudine ex 26. libri datorum.

Et quoniam ut rectangulum XDL ad rectangulum MDK ita est rectangulum XCL ad utrumque rectangulorum GCP , NCH] Græcus codex $\chi\ \epsilon\tau\iota\ \alpha\varsigma\ \tau\omicron\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \xi\ \delta\ \kappa\ \alpha\pi\omicron\varsigma\ \tau\omicron\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \eta\varsigma\ \mu\ \kappa\ \delta\tau\omega\ \tau\omicron\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \xi\ \gamma\ \lambda\ \alpha\pi\omicron\varsigma\ \epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\omicron\varsigma\ \eta\varsigma\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \kappa\ \gamma\ \pi$, $\nu\ \gamma\ \theta$. s. d. legendum est $\chi\ \epsilon\tau\iota\ \alpha\varsigma\ \tau\omicron\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \xi\ \delta\ \lambda\ \alpha\pi\omicron\varsigma\ \tau\omicron\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \mu\ \delta\ \kappa$, $\delta\tau\omega\ \tau\omicron\ \iota\omega\omicron\varsigma\ \xi\ \gamma\ \lambda\ \alpha\pi\omicron\varsigma\ \epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\omicron\varsigma\ \eta\varsigma\ \nu\ \gamma\ \pi$, $\nu\ \gamma\ \theta$. Pri-

partia quæque ipsorum data erit. & datum transuersum latus, videlicet diameter BF. ergo & latus rectum, & propterea diameter ipsi coniugata; hæc est secunda diameter, quæ ex d. finitio-
ne mediam proportionem habet inter figuræ latera, videlicet inter EF, & latus rectum dabi-
tur enim proportio ipsius BF ad secundum diametrum. ex 24. libri datorum. Cum igitur per
resolutionem diameter ellipsis EF magnitudine data sit, hoc est transuersum figuræ latus. item
que latus rectum, facile erit ex 54. primi libri conicorum circa data puncta ellipsim describe-
re, quod ipsum facere oportebat.

Sit datum utrumque rectangulorum ACB, ADB] Græcus codex ἔστω δὲ ἡ ἐκείνη ἐν ἐκείνῃ. O
por ἡ δὲ αὐτὴ α. β. γ., α. β. δ. sed lege idem puto ἔστω δὲ ἡ ἐκείνη ἐν ἐκείνῃ ἡ δὲ αὐτὴ α. γ. β., α. δ. β.

Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCB æquale, rectangulo autem P
ADB æquale rectangulum CDE. erit ut CB ad BA, ita AE ad ED. nam ob constru-
ctionem, Sec.] Hæc nos restitimus nam Græcus codex, & corruptus est, & mancus, qui sic
habet. ἔστω γὰρ τὸ μὲν αὐτὸ α. β. γ. ἵσον τοῦ αὐτοῦ δ. γ. ε., τὸ δὲ αὐτοῦ α. δ. β. ἵσον τοῦ αὐτοῦ γ. δ. ζ. ὅπως
τοῦ ε. λ., ἕως ἢ α. ζ. ὅπως ζ. δ. δ. α. τ. α. τακευν.

Rectangulum igitur contentum BC, ED æquale est rectangulo EAF. quare datum Q
erit punctum A si similiter & ipsum B datum] Corruptus etiam est hac loco Græcus codex
in quo sic legitur. ἵσον ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ β. γ. δ. τὸ αὐτοῦ ε. δ. ζ. ὅπως ἂν τοῦ α. συνείκη ἰσότης ἂν τοῦ β.
sed cum hac demonstratio obscura nimis, & concisa sit, nos eam apertissime, & planissima ex-
plicare conabimur. Sit datum utrumque rectangulorum ACB, ADB, & data sint CD puncta.
Quæ etiam puncta AB data esse.

Rectangulo enim ACB æquale sit rectangulum DCE, & rectangulo ADB æquale rectangu-
lum CDE, erit ut BC ad CD, ita EC ad CA. & per conuersionem rationis ut CB ad BD,
ita CB ad BA. Rursus ut AD ad DE, ita erit CD ad DB, componendoq; ut AE ad ED, ita CB
ad BD. quare AE ad ED, est ut CE ad EA, idcirco rectangulum contentum ED, & CE æquale
est rectangulo EAF. sed rectangulum contentum ED & CB datum est, utraque enim est data,
ergo datum est etiam rectangulum EAF, quod quidem applicatur ad datam rectam lineam BF,
deficiens figura quadrata, data igitur est BA ex 38. libri datorum, & data AC. Quod cum da-
tum sit rectangulum ACB, erit CB & tota AB necessario data.

Eadem enim est, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH] Nam ex 17. tertij R
libri conicorum eodem modo, quo supra demonstrabimus rectangulum NYK ad rectangulum
LYV ita esse, ut rectangulum NTK ad MTH rectangulum.

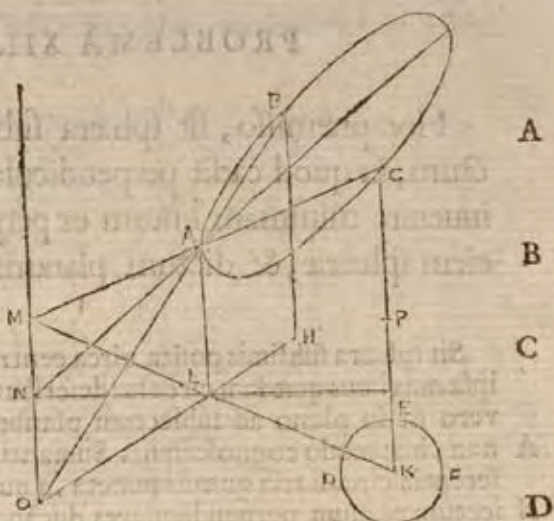
Et datum est NYK rectangulum] Quoniam data sunt NK. LY, dabitur etiam punctum S
Y, in quo conueniunt ex 25. libri datorum. quare & ipse NY, YK rectangulum continentes.
Ergo & ipsum LYV] Ex 2. libri datorum.

Datum igitur est punctum V] Cum enim datum sit rectangulum LYV, & data LY, da- T
bitur quoque YV ex 55. libri datorum, quare & V punctum ex 27. eiusdem.

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIV.

Facile autem est inuentis quibuscumque coniugationibus diame-
trorum ellipsis, axes eius organice inuenire. quod quidem hac ratio-
ne fiet.

Sit circulus sublimis in quo tria puncta ABC sumantur: & ab ipsis ducentur perpendiculares ad subiectum planum. ducentur autem hoc modo. A puncto C recta linea in subiectum planum incidens, vt CD , admoveatur, & tangat planum in alijs duobus punctis EF . sumaturque circuli circa DEF centrum quod sit K . ergo quæ a puncto C perpendicularis ducitur, in K punctum cadet, & data erit CK . demittantur etiam a punctis AB similiter perpendiculares BH , AI . iunctæque KL , HL producantur, & fiat vt CK quidem ad AL , ita KM ad ML : vt autem BH ad AL , ita HO ad OL . quare data erunt puncta MO . etenim in nobis erit eiusmodi perpendiculares sumere ita vt ipsarum vna videlicet AL minima sit. rectæ igitur lineæ sunt MAC , OAB suntque in plano circuli ABC , & ideo communis sectio ipsius, & subiecti plani, est recta linea MO . ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN , & AN iungatur erit, & AN ad MO perpendicularis. inuentus igitur erit angulus ANL , qui quidem est ipsorum planorum inclinatio.



COMMENTARIVS.

A puncto C recta linea in subiectum planum incidens, vt CD admoveatur, & tangat planum in alijs duobus punctis EF . Cadat a puncto C in subiectum planum recta linea quedam CD ita vt ipsum in D contingat. Vel igitur CD in vno tantum puncto planum continget, vel in pluribus punctis, & si quidem in vno puncto tantum, erit CD ad ipsum perpendicularis, sin minus, transferatur ita vt in alijs duobus punctis, planum contingat. cum enim punctum C a subiecto plano aequali distet intervallo, recta linea CD in circuli ambitu ferretur, & coniecti superficiem describet. quare ducta linea ab ipso C ad circuli centrum, quæ est axis conij, ad dictum planum perpendicularis erit.

Sumaturque circuli circa DEF , centrum, quod sit K . Illud autem hoc modo fiet. Sint data puncta ABC , & iuncta AB bisariam secetur in D , atque ipsi ad rectos angulos ducatur DE . erit in recta linea DE ipsius circuli centrum, ex corollario primæ tertij elementorum. Rursus iuncta BC secetur bisariam in F , & per F ipsi BC ad rectos angulos ducatur EG , quæ secet DE in H . Dico punctum H esse centrum circuli, qui per puncta ABC transit. est enim centrum in recta linea DE , vt ostensum est, & eadem ratione in ipsa EG , quare erit in puncto H , in quo scilicet ipsæ DE , EG conveniunt hoc autem nihil aliud est, nisi circa datum triangulum circulum describere.

Et fiat vt CK quidem ad AL , ita KM ad ML . Fiet autem hoc modo. Secetur CK in puncto P , ita vt PK sit æqualis ipsi AL : & quam proportionem habet CP ad PK , habeat KL ad LM . erit enim componendo vt CK ad KP , hoc est ad AL , ita KM ad ML . & eodem modo fiet, vt BH ad AL , ita HO ad OL .

Rectæ igitur lineæ sunt MAC , OAB . Hoc nos demonstravimus in commentarijs in decimam propositionem secundi libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, videlicet in primo lemmate.

Ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN , & AN iungatur. Addita hæc sunt nobis, quæ in Græco codice desiderari videbantur.

Erit & AN ad MO perpendicularis. Ex 42. sexti libri huius.

PRO-

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVII.

Hoc præmissis, sit sphaera sublimis, & propositum sit inuenire punctum, in quod cadit perpendiculariter demissa in subiectum planum: & inuenire minimam lineam ex perpendiculari abscissam, quæ inter superficiem sphaeræ, & dictum planum interijcitur.

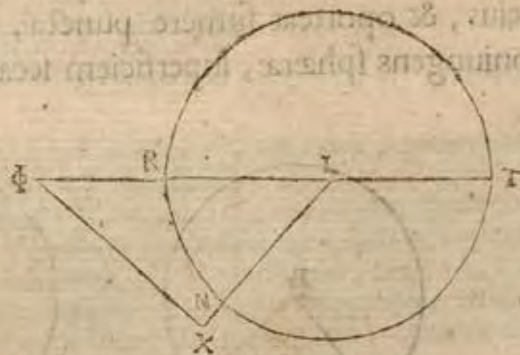
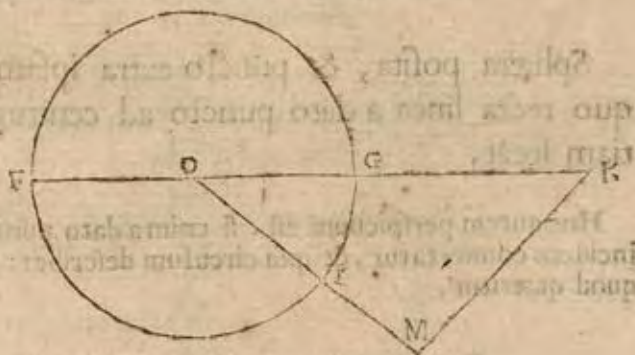
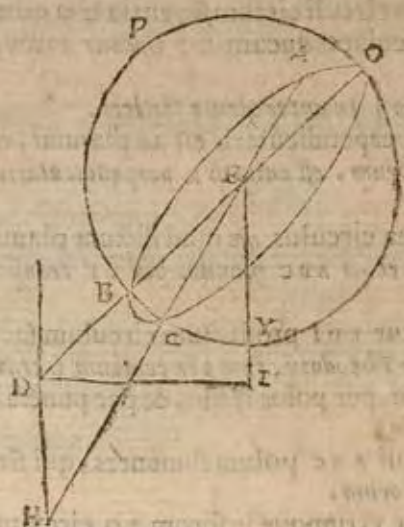
Sit sphaera sublimis posita circa centrum E , & in ipsa maximus quædam circulus describatur ABC . An vero sit in plano ad subiectum planum recto, an non, hoc modo cognoscemus. Sumantur in circumferentia circuli tria quæuis puncta, a quibus ad subiectum planum perpendiculares ducantur, ut didicimus, & si quidem puncta in quæ perpendiculares cadunt, sint in eadem recta linea, erunt plana ad sese recta, sin minus inclinata. Sint autem primum recta: & a punctis A & C perpendiculares ducantur AD , CG , quæ vel æquales erunt, vel inæquales. Sint primum æquales, & iuncta DG bifariam secetur in F . erit igitur F punctum in plano, quod quærimus: & punctum B circumferentiæ ABC medium, quod in superficie sphaeræ puncto F respondet: & BF perpendicularis minima, ut ante dictum est.



Sed non sint æquales, sitq; AD minor: & producta CG , fiat ut CG ad AD , ita CH ad ND . erit punctum H , in quo recta linea a puncto C ad A ducta, subiecto plano occurrit, & tum recta linea AN , tum angulus AND dabitur. His ita constitutis exponatur circulus circa diametrum KL , æqualis maximo circulo ABC : & producta KL adiungatur EM æqualis AN : anguloque AND æqualis fiat angulus KMN . a punctis autem K & L perpendiculares demittantur KN , LO , & a centro S perpendicularis SP , quæ circumferentia AB : & rectæ lineæ OP æqualis recta DF : quod idem est, ac si diceremus recta linea

intra DG bifariam secetur in F. erit igitur F punctum, in quod sphaera demissa cadet, & punctum B in superficie sphaerae: & perpendicularis minima, quae ipsi RF est aequalis.

Non sit autem circulus ABC in plano ad subiectum planum recto: sumaturque ipforum communis sectio DH: & in circulo ABC sumantur puncta AC secundum diametrum opposita, ita ut recta linea coniungens puncta AC communi sectioni DH occurrat. quod quidem facile fieri potest, cum linea sit in circuli ABC plano. Itaque occurrat in H, data igitur erit AH, & angulus AHD datus. ducatur a centro E ad DH perpendicularis EBD, quae quidem ducetur hoc modo. Exponatur circulus FLO circa FG diametrum maximo circulo ABC aequalis: & adiungatur GK aequalis CH, anguloque AHD aequalis constituatur angulus EKM: & a centro O perpendicularis OLM. postea circumferentiae GL aequalis abscindatur circumferentia EV, & rectae lineae KM aequalis recta VD. ergo DV ipsi ME aequalis erit: & ad HD perpendicularis; ac producta in centrum H cadet. haec enim ex similitudine perspicua sunt. ducatur ipsi DH ad rectos angulos in subiecto plano recta linea BB. quare DH perpendicularis est ad planum, quod per lineas EDI ducitur, ac propterea circulus ABC ad dictum planum rectus est, planum igitur BDI productum circulum faciet in sphaera maximum, ad circulum ABC rectum. quod quidem per polos ipsius & per puncta BO transibit. ergo si circuli ABC polos sumentes, qui sit P; per P & per utrumque ipsorum BO circulum describemus: erit is in sphaera maximus, & erit in plano per ODI transeunte. Itaque describatur, & sit BPO: rursusque exposito circulo RNT circa RT diametrum, addatur RP aequalis BD, & angulo BDI aequalis fiat angulus RPX: & a centro L perpendicularis ducatur LNX. circumferentiae vero RN sumatur aequalis circumferentia YI in BPO circulo. & rectae lineae PX aequalis recta DI. ergo iuncta IV aequalis erit ipsi XN, & producta in centrum E cadet: eritque ad subiectum planum, & ad rectam lineam DI perpendicularis. punctum igitur I est illud, in quod sphaera cadit: & punctum Y secundum quod cadit. minima vero perpendicularium est ipsa YI.



- A** Sumantur in circuli circumferentia tria quævis puncta, a quibus ad subiectum planum perpendiculares ducantur] *Græcus codex hoc loco deprauatissimus est, quem nos restitimus.*
- B** Vt didicimus] *In antecedente scilicet.*
- C** Quare DH perpendicularis est ad planum, quod per lineas BDI ducitur] *Ex 4. Undecimi elementorum. est enim DH perpendicularis ad ipsas DE, DC , quæ in puncto D se mutuo secant.*
- D** Ac propterea circulus ABC ad dictum planum est rectus] *Ex 18. Undecimi elementorum. Nam circuli ABC planum per DH transit, quippe quæ communis sectio est ipsius, & subiecti plani.*
- E** Planum igitur BDI productum circulum faciet in sphaera maximum] *Ex 6. primi libri sphaericorum Theodosij, cum per centrum B transeat.*
- F** Quod quidem per polos ipsius, & per puncta BO transibit] *Ex 13. primi libri sphaericorum eiusdem.*
- G** Ergo si circuli ABC polum sumentes, qui sit P] *Circuli polum inueniemus ex 21. primi libri sphaericorum.*
- H** Per P & per vtrumque ipsorum BO circulum describemus] *Ex 19. eiusdem libri.*

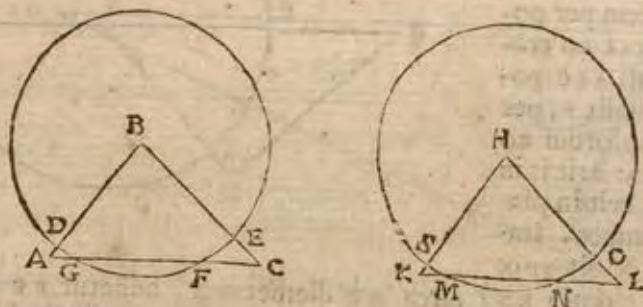
PROBLEMA XIII. PROPOSITIO XVII.

Sphaera posita, & puncto extra ipsam dato, inuenire punctum, in quo recta linea a dato puncto ad centrum sphaerae ducta circumferentiam secat.

Hoc autem perspicuum est. si enim a dato puncto recta linea in circumferentiam incidens conuertatur, & ipsa circulum describet: & polus ipsius erit punctum illud, quod quaeritur.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XVIII.

Ponatur rursus sphaera, & duo puncta dentur, vtraque extra superficiem eius, & oporteat sumere puncta, in quibus recta linea data puncta coniungens sphaerae, superficiem secat.

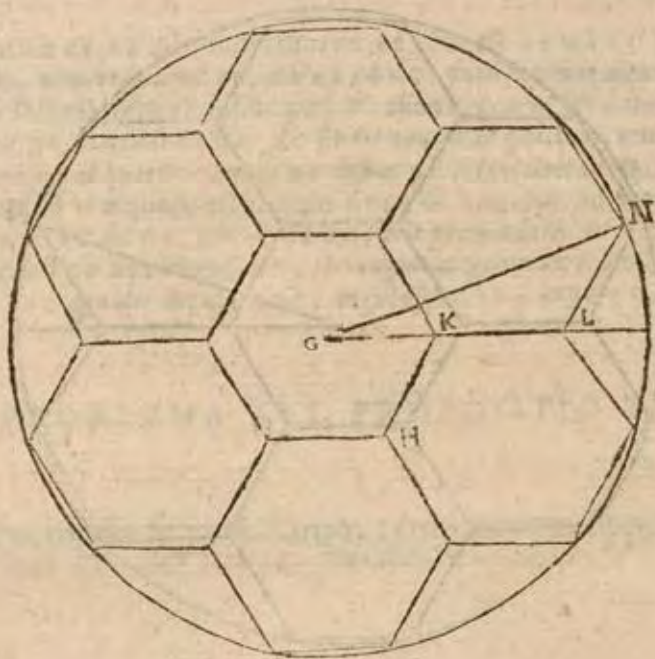


Ponatur enim sphaera circa B centrum, & data puncta extra superficiem eius sint AC . puncta vero, in quibus rectæ lineæ a punctis AC ad centrum B ductæ superficiem occurrunt DE . Describatur maximus circulus $DEFG$. ergo datae erunt AD, CE rectæ lineæ, & cum data sit sphaeræ semidiameter, totæ AB, CB dabuntur. itemque ea, quæ data puncta AC coniungit. Ex tribus igitur rectis lineis AB, AC, CB triangulum ABC consti-

constituatur, & circa centrum H describatur $SMNO$ circulus; circulo $DEFG$ æqualis. Si ergo is circulus secat KL , manifestum est rectam lineam, quæ puncta A & C contingit, sphaeram ipsam secare, sin minus non secare. Itaque circulus secet KL in MN punctis: & circumferentiæ SM æqualis abscindatur circumferentia DO ; circumferentiæ vero ON æqualis abscindatur EF constat igitur puncta G & F ea esse, in quibus recta linea contingens A & sphaeræ superficiem secat.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XIX.

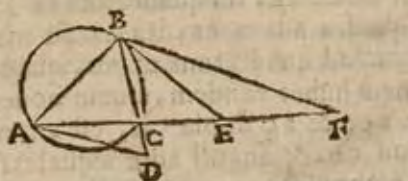
Vtilia etiam sunt, quæ proprie organica appellantur; & maxime quando ad id quod facile est a resolutione manuducta experientiam proportionem respondentem effugere possint. vt exempli gratia. In dato circulo septem hexagona describere, vnum quidem circa idem, quod est circuli centrum: reliqua vero sex a medijs lateribus, quæ opposita latera habent ad circuli circumferentiam aptata.



Sit datus circulus, cuius centrum G , & circa idem centrum ponatur latus hexagoni HK , ita ut hexagonum, quod ab HK describitur, latus LN ad circuli circumferentiam aptatum habeat: & iungatur GK . ergo GK in eadem recta linea constituitur in qua latus hexagoni K , propterea quod angulus quidē GKH duas tertias recti, angulus vero HKL rectum, ac recti tertiam continet: & iuncta GN , cum GK , KL aequales sint, erit GL dupla ipsius LN . estque angulus ad L datus, quippe qui continet rectum, ac recti tertiam. triangulum igitur GLN specie datur. & datur proportio GN ad NL , sed data est GN . ergo & NL , videlicet hexagoni latus, data erit.

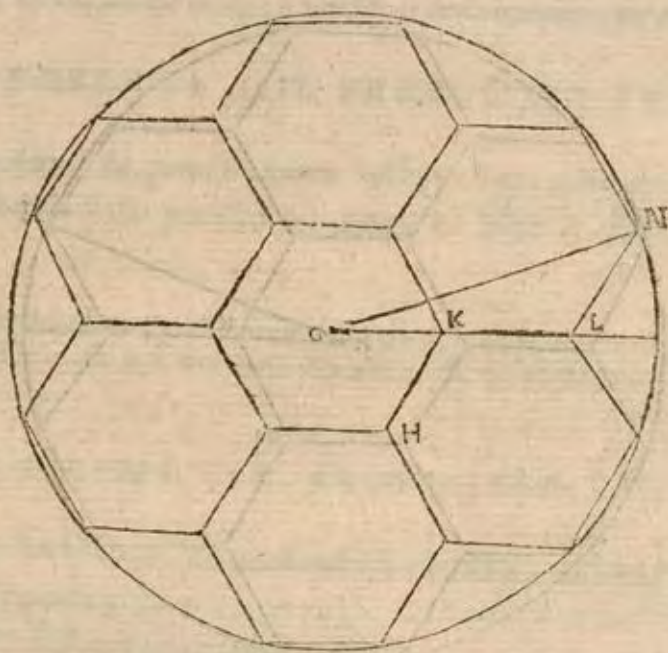
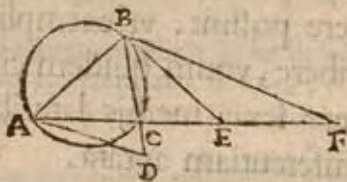
Organicum vero hoc modo.

Exponatur rectæ lineæ, quæ est ex centro
circuli tertia pars AC , in qua circuli portio
 ABC describatur, duarum tertiarum recti angu-
lum suscipiens, & quarum partium recta linea AB
est novem, earum quattuor abscindatur CB : &



BB contingens ducatur. Dico iunctam AB hexagoni lateri HK æqualem esse. pro-
ducatur enim BC, & ipsi AB, equalis ponatur BD. ergo triangulum ABD æquicrurum
est: & recta linea AF æqualis eis, quæ est ex centro circuli. Quoniam igitur AB ad
BC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & quadratum ex AB ad qua-
dratum ex BC hæc eandem proportionem habebit, quare AB hoc est BD sesquialtera
est BC, & BC ipsius CD dupla. sed & EC dupla est CA. ergo, & iuncta EF ipsius
AD, hoc est AB dupla erit. sed & GL dupla est LN & æquales angulos continent.
triangulum igitur AEF simile est triangulo NLG: & recta linea AF æqualis GN. ergo
& AB ipsi NL, vel HK æqualis erit.

A L I T E R.



Idem aliter manifestius ostendemus.

Sit AF æqualis ei, quæ est ex centro circuli dati: & abscindatur ipsius tertia pars
AC, in qua circuli portio ABC describatur, suscipiens angulum duarum tertiarum recti,
& quarum AC est quinque, earum quattuor ponatur CE: ducaturque BE portionem
contingens, & iunctis AB, BE, BC producat BE ad D, ita ut BD sit æqualis BA, &
AD iungatur. Quoniam igitur in circulum ductæ sunt BCA, BE, quarum altera quidem
secat, altera vero circulum contingit; erit rectangulum AEC æquale quadrato ex BE:
ergo ut AB ad BE, ita BE ad EC: proptereaque CBB triangulum triangulo ABB æ-
quiangulum erit. & ut BA ad AB, ita BE ad BC, ut igitur quadratum ex AE ad qua-
dratum ex BE, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC. sed ut quadratum ex AE
ad quadratum ex BE, ita AB ad BE, quare ut AB ad BE, ita quadratum ex AB, hoc
est BD ad quadratum ex BC. quadratum igitur ex DB ad quadratum ex BE propor-
tionem habet eandem, quam nouem ad quattuor. & id circo DB sesquialtera est ip-
sius BE: & BE dupla CD. est autem & EC ipsius CA dupla. ergo ut EC ad CA, ita
BE ad CD. & anguli ad C æquales sunt. angulus igitur ad D angulo FBC: & angulus
ad F angulo CAD est æqualis. quare ut FB ad BC, ita AD ad DC: & permutando ut
FB ad

FE ad AD, ita EC ad CD. sed EC est dupla CD. ergo & FE ipsius AD, hoc est AB dupla erit. angulus autem ad D est duarum tertiarum recti. quare, & duarum tertiarum recti est FBC: & totus ABE vnus recti, ac tertie. Itaque si habeamus circulum circa centrum G, cuius semidiameter sit æqualis AF; a centro autem ipsius ducamus GL, quæ sit æqualis FB, & ad rectam lineam GL, atque ad punctum I. angulum constituamus GLI ipsi FBA æqualem, & iungamus GN: erit triangulum NIG triangulo ABE æquiangulum. estque AF æqualis GN ergo & NI ipsi AB æqualis erit. constat igitur descriptionem sex hexagonorum in circulo fieri a recta linea ipsi AB æquali.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur AB ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & A quadratum ex AB ad quadratum ex EC hanc eandem proportionem habebit.] Omnia hæc, & quæ deinceps sunt, paulo post apertius explicabuntur.

Vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AB ad quadratum ex EC] Quoniam enim ut BA ad AB, ita EC ad EC, erit permutando ut AB ad EC, ita AB ad EC; & ideo ut quadratum ex AB ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AB ad quadratum ex EC.

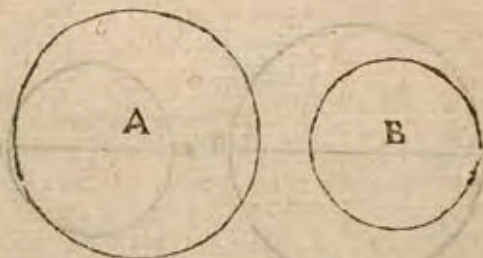
Sed ut quadratum ex AB ad quadratum ex EC, ita est AB ad EC] Ex corollario 20. C sexti elementorum. nam ut AE ad BE, ita BE ad EC, quod superius demonstratum est.

Et idcirco DB sesquialtera est ipsius EC] Ut enim nouem ad sex, ita sex ad quattuor, cum quadratum ex DB ad quadratum ex EC sit ut nouem ad quattuor, erit DB ad EC, ut nouem ad sex; Vel ut sex ad quattuor. ergo DB ipsius EC sesquialtera erit.

Angulus igitur ad D æqualis est angulo FBC, & angulus ad E angulo CAD est æqualis] Quoniam ut FC ad CA, ita EC ad CD, erit permutando ut FC ad CE, ita AC ad CD; atque est angulus BCF æqualis ipsi DCA. triangulum igitur BCF simile est triangulo DCA; & ob id angulus FBC æqualis angulo ADC; angulusque LEC angulo CAD æqualis.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XX.

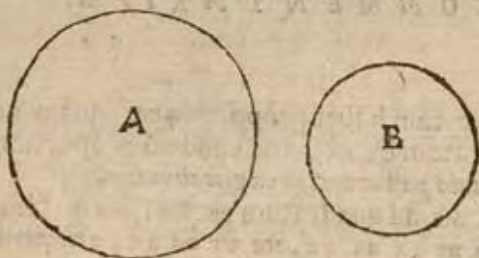
Quo autem modo supradictorum tympanorum appositio fiat, nunc dicemus.



Sint duo tympana tornata, & sibi ipsis apposita AB: & sit ut diameter tympani A ad diametrum tympani B, ita multitudo dentium A ad multitudinem dentium B. sic enim tympanorum appositio seruetur: propterea quod ut circumferentia circuli ad circuli circumferentiam, ita est diameter ad diametrum, hoc enim infra demonstrabitur.

THEOREMA V. PROPOSITIO XXI.

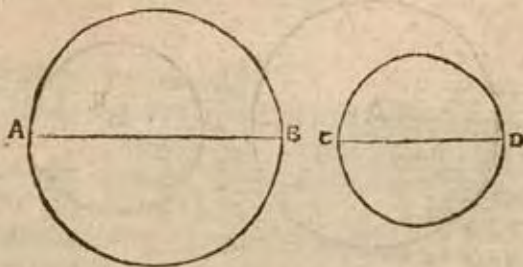
Ponatur tympanum quidem A dentium sexaginta, tympanum vero B dentium quadraginta. Dico vt velocitas tympani A ad velocitatem tympani B, ita esse dentium B multitudinem ad multitudinem dentium A.



Quoniam enim tympana A B sibi ipsis apposita sunt, quot dentes mouetur B, totidem mouebitur etiam ipsum A quando igitur B conuersum integram reuolutionem fecerit, tunc A quadraginta dentes motum erit. & quando B integras reuolutiones sexaginta fecerit, quanta est multitudo dentium A, tunc A motum erit, dentes 2400. quanta est multitudo dentium A in multitudinem dentium B ducta: simili ratione ostendetur, & quando A integras reuolutiones quadraginta fecerit; quanta est multitudo dentium A, tunc B dentes 2400. motum esse, quanta est multitudo dentium B ducta in multitudinem dentium A. Quando igitur A integras reuolutiones fecerit quadraginta, quanta est multitudo dentium B, tunc & B integras reuolutiones sexaginta fecerit, quanta est multitudo dentium A. ergo vt velocitas A ad velocitatem B, ita multitudo dentium B ad dentium A multitudinem.

THEOREMA VI. PROPOSITIO XXII.

Circumferentias autem circulorum inter se esse, vt eorum diametri, nunc ostendemus.



Sint enim duo circuli AB, CD circa AB, CD diametros. Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita esse AB diametrum ad diametrum CD. Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD. sed circuli AB quadruplum est rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur. circuli vero CD quadruplum est rectangulum, quod continetur diametro CD, & CD circumferentia; rectangulum enim contentum semidiametro circuli, & ipsius circumferentia duplum est circuli areae, vt ab Archimede, & in commentario in primum mathematicorum, & a nobis vno theoremate demon-

monstratum est, vt igitur rectangulum, quod diametro AB , & AB circumferentia continetur, ad rectangulum contentum CD diametro & circumferentia CD , ita quadratum ex AB ad quadratum ex CD : permutandoque vt rectangulum contentum circumferentia AB & AB diametro ad quadratum ex AB , ita quod circumferentia CD , & CD diametro continetur ad quadratum ex CD . ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB , ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum. hoc enim perspicuum est, & in elementis sumitur. quare & permutando vt AB circumferentia ad circumferentiam CD , ita diameter AB ad diametrum CD .

COMMENTARIVS.

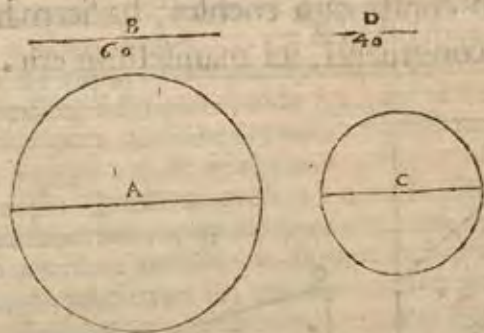
Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD] *Ex secunda propositione duodecimi libri elementorum.*

Rectangulum enim contentum semidiametro circuli, & ipsius circumferentia duplum est circuli areæ] *Archimedes namque in libro de circuli dimensione, propositione prima demonstrat quemlibet circulum equalem esse triangulo orthogonio, cuius semidiameter quidem vni laterum, quæ circa rectum angulum sunt, circumferentia vero basi eius est æqualis. Sed rectangulum contentum semidiametro circuli, & eius circumferentia dicti trianguli est duplum. quare sequitur ipsius quoque circuli duplum esse.*

Ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB , ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum] *Est enim rectangulum contentum circumferentia circuli AB , & AB diametro ad quadratum ex AB , ita rectangulum contentum circumferentia circuli CD , & CD diametro ad quadratum ex CD . Sed vt rectangulum contentum circumferentia circuli AB , & AB diametro ad quadratum ex AB , ita est circumferentia circuli AB ad AB diametrum ex prima sexti libri elementorum. habent enim eandem altitudinem, videlicet rectam lineam AB & simili ratione vt rectangulum contentum circumferentia circuli CD , & CD diametro ad quadratum ex CD , ita circuli CD circumferentia ad diametrum CD , quare vt circumferentia circuli AB ad AB diametrum, ita circumferentia circuli CD ad diametrum CD .*

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXIII.

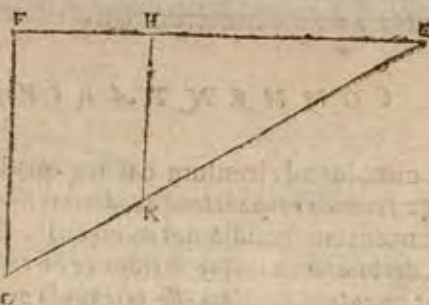
Tympano dato, & data multitudine dentium ipsius, propositum sit apponere ei tympanum datam habens dentium multitudinem, & apponito tympani diametrum inuenire.



Sit tympanum A , cuius dentium multitudo sit numerus B , vnitatum videlicet sexaginta, & ipsi A apponatur tympanum C , cuius multitudo dentium sit D numerus vnitatum quadraginta. Itaque oportet tympani C diametrum inuenire. Quoniam enim numerus B est multitudo dentium tympani A , & numerus D multitudo dentium tympani C estque multitudo dentium tympani C ipsius circumferentia: erit vt B numerus ad numerum D , ita circumferentia A ad circumferentiam C . sed vt circumferentia ad circumferentiam, ita diameter ad diametrum. proportio autem numeri B ad D numerum est data; cum data sit proportio sexaginta ad quadraginta. ergo & diametri A ad diametrum C proportio eadem est, quæ sexaginta ad quadraginta, & data est dia-

est diameter A . ergo & diameter c dabitur. Oportebit enim facere, ut numerus sexaginta ad quadraginta, ita diametrum A ad alium diametrum, circa quam circulus descriptus quasito tympano æqualis erit.

Organice vero hoc modo,



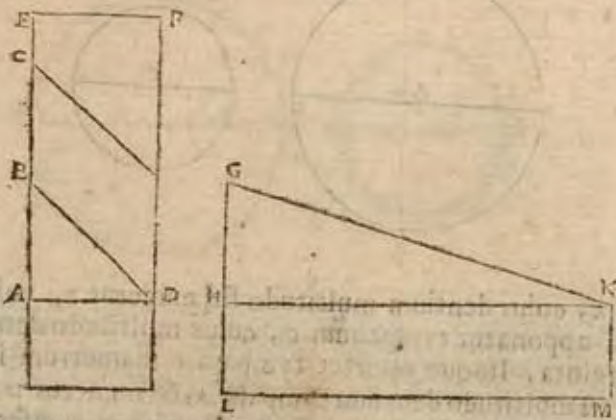
- Exponatur recta linea EF , diuisa in tot partes æquales, quot dentes sunt tympani A , hoc est in sexaginta. atque ipsi ad rectos angulos ducta EG tympani A ad diametro æqualis ponatur: iungaturque FG ; & quarum partium EF est sexaginta, earum quadraginta sumatur EH ; quanta scilicet est multitudo dentium tympani c . deinde per H ipsi FG parallela ducatur HK . erit igitur HK tympano c æqualis. etenim demonstratio manifesta est.

COMMENTARIUS.

- A** Atque ipsi ad rectos angulos ducta EG tympani A diametro æqualis ponatur. *Test* EG ad EF etiam in quocumque alio angulo aptari. idem namque sequatur necesse est.
- B** Etenim demonstratio manifesta est. *Ex quarta sexti libri elementorum, triangula enim EFG , EHK similia sunt. quare ut EF ad EG , ita EH ad HK , & permutando ut FE ad EH , hoc est ut sexaginta ad quadraginta, ita EG ad HK ; hoc est ita diameter tympani A ad tympani c diametrum.*

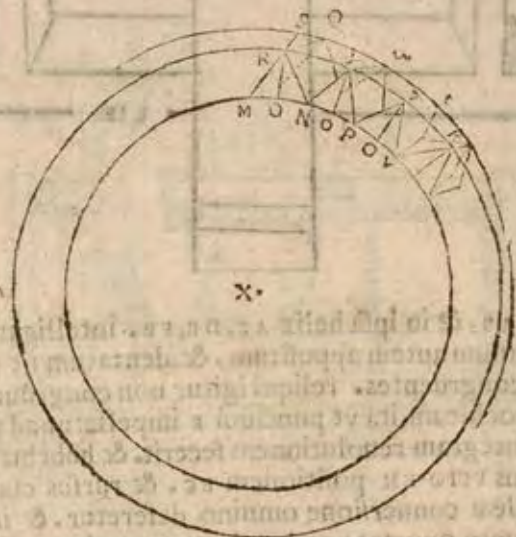
PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIV.

Quomodo autem construatur cochlea, hælicem habens obliquis dentibus tympani dati congruenti, ita manifestum erit.

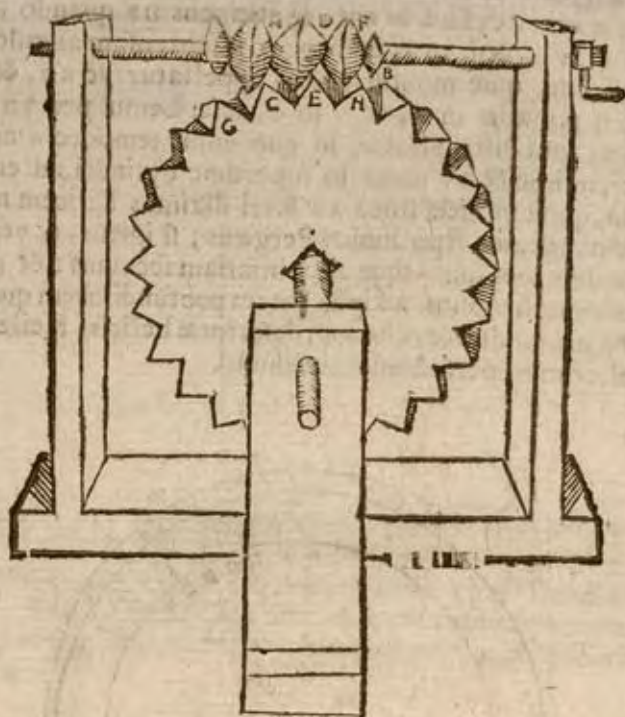


Intelligatur cylindrus æquali crassitudine tornatus ad EF , cuius latus AE , sumaturque in ipso intervallum helicis monostrophæ AB : & fiat lamina ærea, cuius pars quidem GHK sit triangulum orthogonium, rectum angulum habens ad H ; reliqua vero parallelogrammum rectangulum $HKLM$. sitque HG æqualis ipsi AB , & HK æqualis perime-

perimetro cylindri AD, BF . & circumflectatur lamina circa cylindrum, ita vt parallelogrammum $H K L M$ etiam cylindrus fiat, contingens DE quando introductum fuerit. ponatur autem H in A , & G in E , & sic per $G K$ subtenfam angulo recto, atq; inflexam describemus helicem, quæ monostrophos appellatur, vt BD & rursus transponentes laminam, vt H ponatur in B , & G in C , describemus per GH alteram helicem monostrophon, ita vt tota distrophos sit in quo enim tempore A ad B accedit. cum æqualiter moueatur, in hoc & A mota in superficie cylindri ad eundem locum reuertitur, & punctum, quod in recta linea AB ferri diximus helicem monostrophon describet. id, quod demonstrauit Apollonius Pergæus; si igitur, & vtramque linearum AB, BC . & ca , quæ deinceps sunt vsque ad E bifariam secemus: & per puncta lamina describamus helices monostrophos, ab ipsis autem profunditatem quamcumque voluerimus, sumamus, & a profunditate reliquæ descriptæ helices, facile helicem lenticulari forma, cum polierimus, perfectam habebimus.



Rursus in altera superficie dati tympani circa tempus intelligatur circulus, cuius circumferentia $RYTK$, & centrum X , punctaque RYT æquali spacio inter sese distantia, verbi gratia cum totus circulus in viginti quattuor partes diuisus fuerit. ab ipsis autem RYT punctis ad X centrum vergentes ducantur vsque ad circumferentiam MN, PV circa X descriptam rectæ lineæ RO, YO, TO : & a punctis quæ circumferentias OO bifariam secant, ad RYT ducantur NR, MR, NY, PY, TT, VT : & in directum ipsi $O R$ ducatur in conuexa superficie tympani RS vsque ad circumferentiam, quæ est in altera tympani superficie circa tempus similiter descripto circulo QQ . atque a puncto S medietati circumferentiæ RY vt obliquitatis, ponatur æqualis SQ . ipsi autem $RYQO$: & ita deinceps æqualem ponentes OO ipsi YT , & reliquas, coniungentesque RQ, YQ, TC habebimus dentium obliquitates. Quoniam igitur RY circuli circulo QQ est æqualis, describemus etiam in altera superficie tympani circa centrum oppositum puncto X , circumferentiam æqualem circulo MM , & a punctis QQ ducemus ad ipsum rectas lineas, vergentes in centrum: atque eadem facientes ijs, quæ in circumferentia circuli RYT , habebimus aliud latus tympani descriptum. postremo excidentibus figuras, quæ inter lineas interijciuntur $STRNY, YPT$, & ipsis opposita, habebimus tympanum obliquis dentibus dentatum. vnusquisque autem eorum in helicem cochleæ ingreditur, quoniam, & interuallum inter RY æquale est interuallum AB helices cochleæ: & manifestum est secundum vnâquamque conuersionem cochleæ vnum dentem deferri. Hoc enim Hero in mechanicis demonstrauit, conscribetur autem & a nobis, vt nihil extrinsecus inquireamus.



Intelligatur cochlea AB , & in ipsa helix AC, DE, FB . intelligantur etiam monostrophi dictæ helices. tympanum autem appositum, & dentatum sit GC, BH , dentes habens GC, BH helici congruentes. reliqui igitur non congruunt in reliquis helices. Itaque si conuertamus cochleam, ita ut punctum E impellatur ad partes C , erit E in C , quando cochlea vnam integram reuolutionem fecerit. & habebit dens quidem CB positionem ipsius CG , dens vero BH positionem EC . & rursus cum BH habuerit positionem CB in vna cochleæ conuersione omnino deferetur. & in dentibus, quideinceps sunt eadem intelligere oportet; quam ob rem quot dentes habuerit tympanum, toties cochlea mota vnam integram tympani reuolutionem faciet.

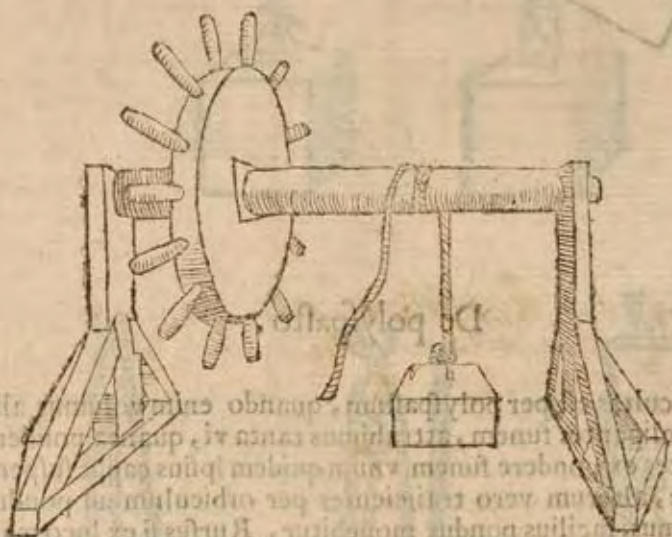
De quinque facultatibus, per quas datum pondus data potentia mouetur.

Hæc igitur de pondere dicta sint. de quinque vero facultatibus iam dictis ex Herone expositionem breuiter faciemus, ad memoriam studiosorum, addentes etiam de machina vniembri, bimembri, trimembri, & quadrimembri ea quæ necessario dicuntur. ne qui hæc querit aliquando laboret inopia librorum in quibus scripta sunt. etenim nos in libros magna ex parte deprauatos, & tum principio, tum sine carentes incidimus. Cum igitur quinque sint facultates, per quas datum pondus data potentia mouetur, necessarium est figuras earum, & vsus; præterea etiam nomina exponere. Traditur autem est ab Herone, & a Philone qua de causa prædictæ facultates in vnam reducuntur naturam, quamquam figuris multum inter se distantes. Nomina igitur hæc sunt. Axis in peritrochio, vectis, polyspaston, cuneus, & præter hæc quæ appellatur infinita cochlea.

De Axe in peritrochio.

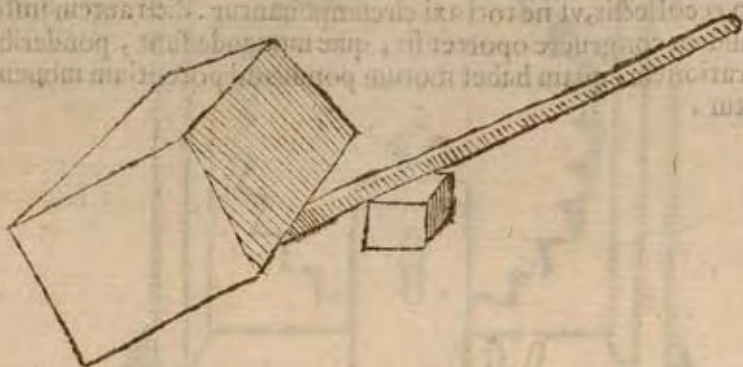
Axis igitur in peritrochio hoc modo construitur. Lignum accipere oportet firmum, quadratum perinde, ac tignum; eiusque extrema contorquentes rotunda facere, & choincidas circumponere areas coagmentatas axi, ita ut in iniectæ foramina rotunda in immoto quodam pegmate expedite vertantur, cum foramina habeant æquales æreos choincidibus subiectos. Vocatur autem id lignum, quod dictum est, axis & circa medium

ium axem circumponitur tympanum, habens foramen quadratum axi congruens, vt eodem tempore & axis, & peritrochium vertatur. Constructio igitur declarata est. **V**sus autem est, qui dicitur. Cum enim volumus magna pondera minore vi mouere, alligatos ad pondus funes circumponimus circa depressoas partes axis: & in foramina, quæ sunt in peritrochio iniicientes scytalas, deducentesque peritrochium conuertimus & ita facile pondus a minore potentia mouebitur, funibus circa axem conuolutis, vel etiam ab aliquo relictis, vt ne toti axi circumponantur. dicti autem instrumenti magnitudinem, quidem congruere oportet ijs, quæ mouenda sunt, ponderibus, symmetriam vero ad rationem, quam habet motum pondus ad potentiam mouentem, vt deinceps ostendetur.



De vecte.

Erat autem secunda facultas, quæ per vectem, & fortasse præmeditatio motus circa excedentia pondera; statuentes enim quidam magna pondera mouere, quoniam primum a terra attollere oportet, ansas autem non habebant, quod omnes partes basis ipsius ponderis solo incumbere, paulum suffodientes, & ligni longi extremitatem subijcientes sub onus, adducebant ex altera extremitate, supponentes signo prop ipsum onus lapidem, qui hypomochlium appellatur: eumque illis visus esset hic motus valde facilis existimauerunt fieri posse, vt hoc pacto magna pondera mouerentur: vocatur autem tale lignum Vectis, siue quadratum, siue rotundum sit. & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto facilius pondus mouetur, vt deinceps ostendemus.

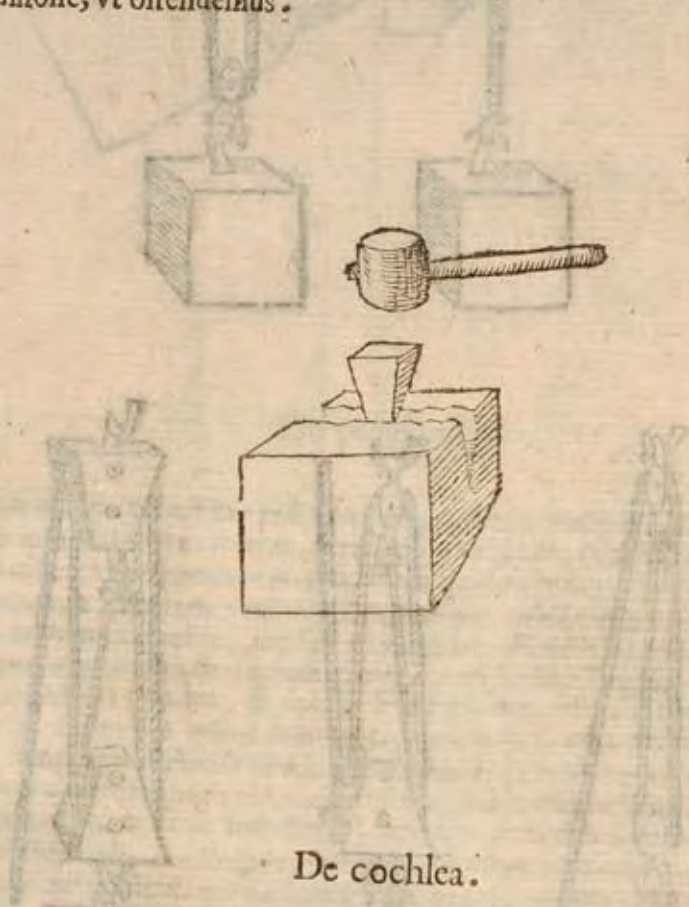


De polyspasto.

Tertia autem facultas est per polyspastum, quando enim volumus aliquod pondus attrahere ab ipso religantes funem, attrahimus tanta vi, quanta ponderi est equalis. Si autem attrahentes ex pondere funem, vnum quidem ipsius caput suspendamus ex aliquo loco manente, alterum vero traicientes per orbiculum ad pondus religatum, etiam hoc attrahamus, facilius pondus mouebitur. Rursus si ex loco manente suspendamus alterum orbiculum, & ductum caput per orbiculum fumentes attrahamus, multo facilius mouebitur pondus. & rursus si ad pondus religauerimus alterum orbiculum, & ductum caput per ipsum fumentes attrahamus, adhuc multo facilius pondus mouebitur. semperque orbiculum a manente loco, & pondere religantes, & vicissim ductum caput traicientes per orbiculos, facilius pondus mouebitur: & tanto facilius, in quanto plura membra funis inflectetur. oportet autem religatum caput ex aliquo loco manente suspendi. sed singulos orbiculos seorsum a manente loco, & a pondere religemus, orbiculi quidem, qui dicuntur in manente loco esse, in vnum lignum induntur, circa axes versationes habentes, quod manganum appellatur, hoc autem per alterum funem ex manente loco suspenditur. orbiculi vero, qui sunt ad pondus in alterum manganum huic æquale induntur: quod rursus solum a pondere religatur, atque ita oportet in manganis dispositos esse orbiculos, vt ne membra inter se explicata difficulter moueantur. Quam autem ob causam cum plura sint membra, facilitas mouendi subsequatur, ostendemus, & cur alterum caput ex manente loco suspendatur.

De Cunco .

Sequens autem facultas, quæ fit per cuneum, & ipsa magnas utilitates affert, tum ad compressiones vnguentarias, tum ad excellentes conglutinationes per tectonicam. Omnium autem maximum est, quando lapides coerentes cum partibus inferioribus ex ipsis lapidicinis euellere opus sit. nulla enim aliarum facultatum hoc efficere potest; neque si omnes inter se copulentur. At solus cuneus efficax est qualibet ratione: & nulla cessatio fit per intermissiones agentium: valida autem fit contentio quod quidem manifestum est ex eo, quod interdum non percussio cuneo sonitus, & ruptiones per cunei actionem fiunt, & quanto cunei angulus minor est, tanto facilius agit. videlicet leuiori percussione, vt ostendemus.



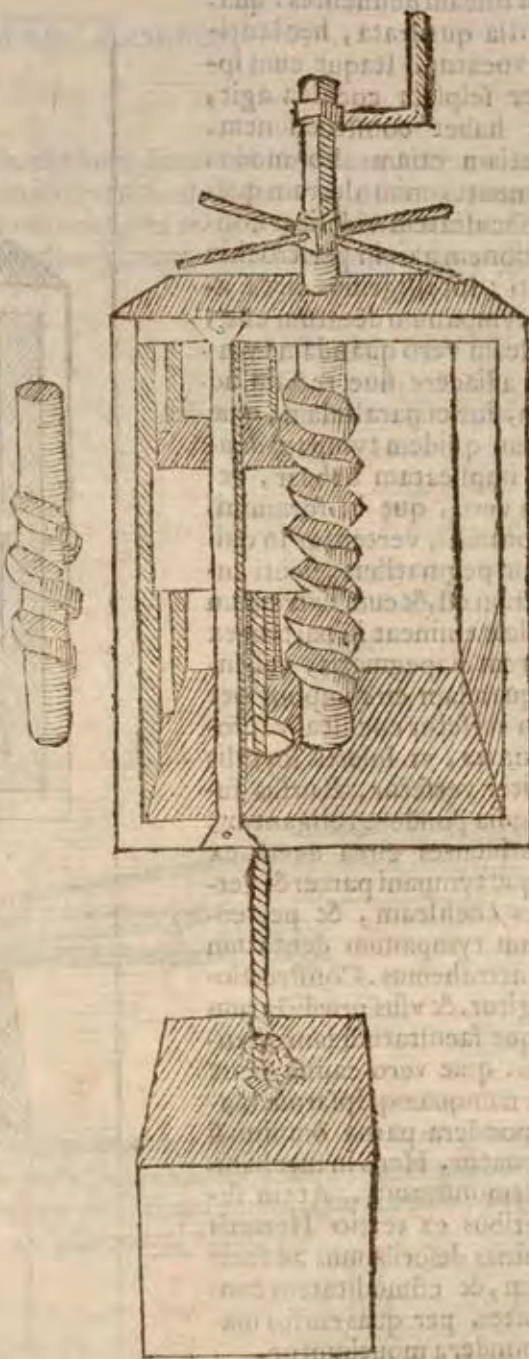
De cochlea.

Instrumenta vero, de quibus dictum, manifestas, & absolutas habeat constructiones quæ per sæpe in ipso usu apparent. Sed cochlea nescioquid difficile habet, tum ad constructionem tum ad usum. Interdum enim ipsa per se ipsam sola agit: interdum vero aliam quoque facultatem assumens; quamquam nihil aliud sit cochlea, quam assumptus cuneus expers percussione; per vestem quoque, motionem efficiens. Hoc autem manifestum erit ex ijs, quæ dicentur. Natura quidem considerationis, quæ circa ipsam, eiusmodi est.

Si cylindri latus feratur in superficie cylindri; a termino autem ipsius punctum aliquod simul in latere feratur, ita ut in eodem tempore, & latus vnam conuersionem absoluat, & punctum latus totum permeet; linea in superficie cylindri a puncto facta helix est, quam cochleam appellant. Describitur autem in cylindro hoc pacto.

Si in plano duæ rectæ exponantur, ad rectos inter se angulos, quarum vna quidem dicto lateri cylindri sit æqualis, altera vero æqualis circuli circumferentiæ, qui est basis cylindri: & ad terminos dictarum linearum ducatur linea recto angulo subtensa: ponatur autem ea, quæ est æqualis lateri cylindri, in ipso cylindri latere; & altera, quæ circa rectum angulum conuoluatur in circuli circumferentiâ, & quæ recto angulo subtenditur, in cylindri superficie conuoluetur, in qua erit dicta helix, licet autem diuidere cylindri latus in tot partes æquales, quot quis voluerit. & in vnaquaque ipsarum helicem describere, sicuti superius dictum est, ita ut in cylindro plures helices describantur. vocetur autem semel sumpta helix monostrophos, videlicet linea, quæ fit circa singulas partes. In ipsa igitur linea canalem incidentes in profunditatem cylindri, & exidentes, ita ut tylus solidus aptetur in canali, cochlea sic vtuntur. Extrema ipsius rotunda faciêtes aptant in quædã diapegmata in rotundis foraminibus, ita ut facile conuertantur supra cochleam vero accommodantes regulam, quæ canalem ipsi parallelum habeat medium in superiori superficie.

In hoc canali aptant supradictum tylum, ita ut alterum quidem ipsius tyli extremum in canali cochleæ aptetur, alterum vero in dicto canali, qui est regula. Quando igitur volunt per hoc instrumentum onus mouere, fumentes funem, vnum ipsius caput a pondere religant, alterum vero a prædicto tylo: & cum foramina sint in capite cochleæ scytalas iniicientes eam versant, atque ita ab helice tylus deductus in canali funem, & per funem onus attrahit. licet etiam loco scytalarum manubrium quoddam circumponere cochleæ extremo, quod extra diapegma emineat, & ita versantes cochleam onus attrahere. Helix autem, quæ est in cochlea interdum quadrata fit, interdum lenticularis: quadrata quidem, cum ea canalis rectas habet incisiones, lenticularis



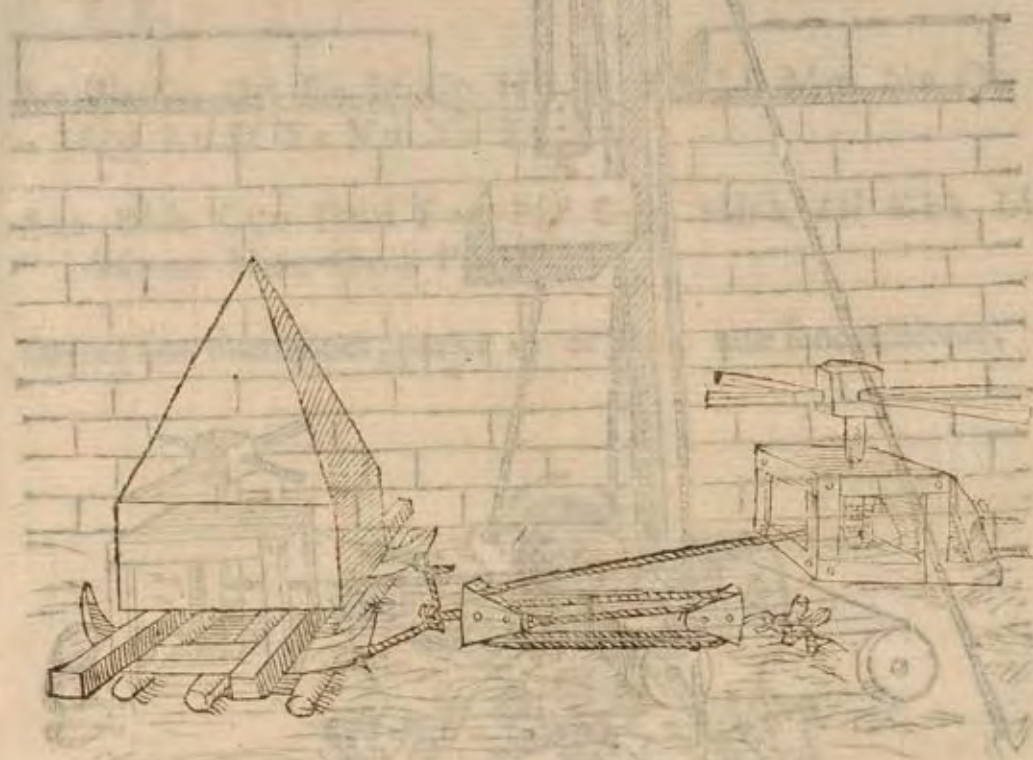
cularis vero cum obliquas; in
vnam lineam desinentes. qua-
rum illa quadrata, hæc lenti-
laris vocatur. Itaque cum ip-
sa per seipsam cochlea agit,
hanc habet constructionem.
Fit etiam etiam alio modo.
Assumentes enim alteram quā-
dam facultatem videlicet con-
structionem axis in peritrochio
vocati; intelligemus circa a-
xem tympanum dentatum esse,
cochleam vero quandam tym-
pano adiacere siue rectam ad
solum, siue ei parallelam; quæ
helicem quidem tympani den-
tibus implicatam habeat, ex-
terna vero, quæ in foramini-
bus rotundi, vertentur in qui-
busdam pegmatibus, sicuti an-
te dictum est, & cum extremum
cochleæ emineat in partem ex-
teriorem diapegmatis, vel an-
sam quandam circumponi per
quam versetur cochlea, vel fo-
ramina ita, vt iniectis scyrtalis
similiter versetur. Rursus fu-
nes, quia pondere religantur,
conuoluentes circa axem ex
vtraque tympani parte: & ver-
santes cochleam, & per co-
chleam tympanum dentatum
onus attrahemus. Constructiones
igitur, & vsus prædictarum
quinque facultatum iam osten-
dimus. quæ vero causa sicut
per vnamquamq; ipsarum ma-
gna pondera parua omnino si
mouenatur, Hero in mechani-
cis demonstrauit. At in se-
quentibus ex tertio Heronis
machinas describemus ad faci-
litatem, & comoditatem con-
struentes, per quas rursus ma-
gna pondera mouebuntur.



De ijs

De ijs, quæ in solo ducuntur.

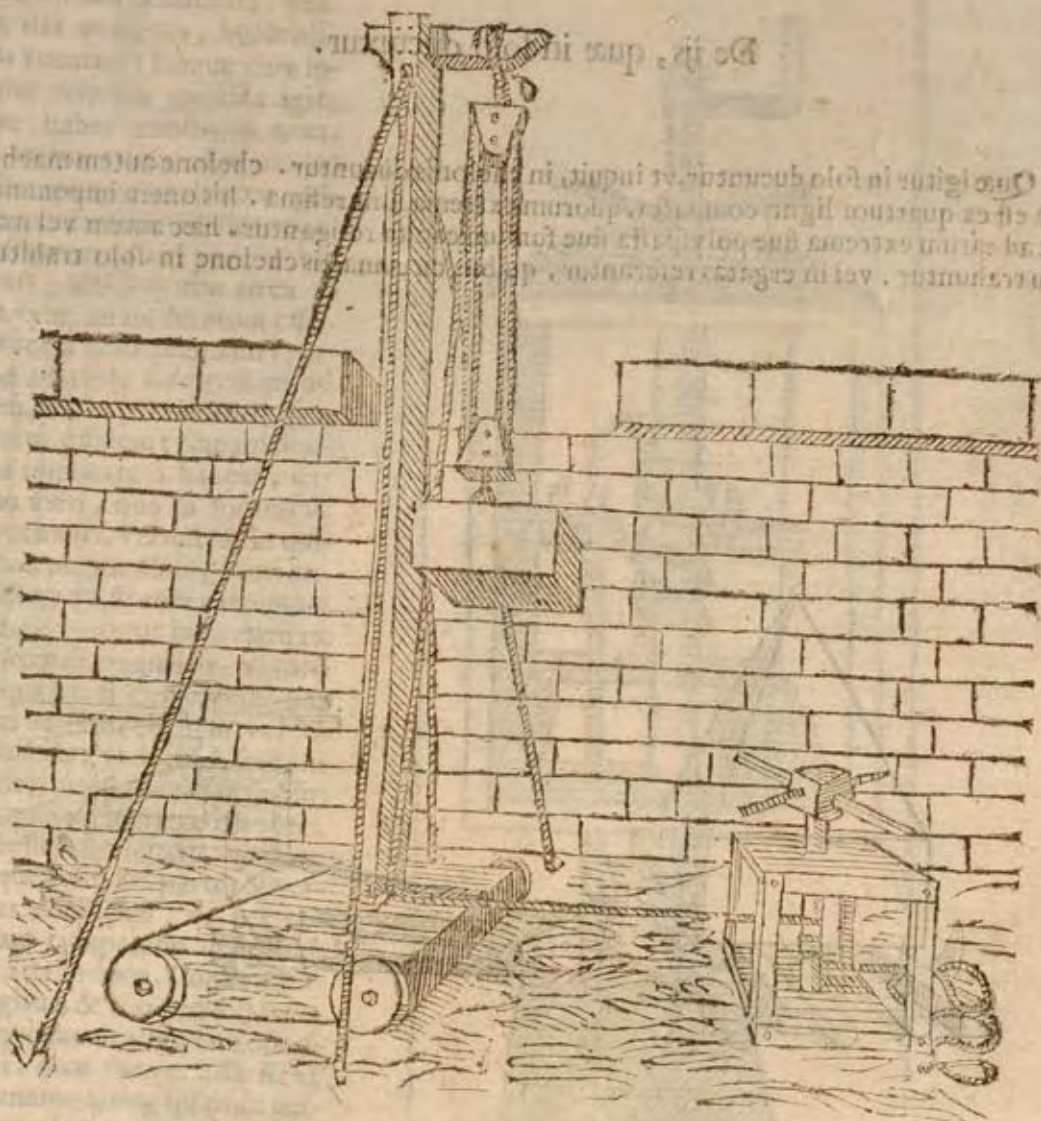
Quæ igitur in solo ducuntur, vt inquit, in chelonis ducuntur. chelone autem machina est ex quattuor lignis compacta, quorum extrema sunt resima. his onera imponunt, & ad earum extrema siue polyspasta siue funium capita religantur. hæc autem vel manu trahuntur. vel in ergatas referuntur. quibus circumactis chelone in solo trahitur



suppositis scytalis, vel sanidibus. Si enim paruum sit onus scytalis, si magnum sanidibus uti oportet, propterea quod hæc non facile trahuntur. scytalæ enim conuerse periculum subeunt, cum onus impetum susceperit. aliqui vero neque scytalis, neque sanidibus utuntur, sed rotas solidas chelonis adhibentes agunt.

De ijs, quæ in altum tolluntur.

Sed in ijs oneribus, quæ in altum tolluntur, vt inquit, machinæ sunt, aliæ quidem unimembres, aliæ bimembres, aliæ trimembres, aliæ vero quadrimembres. unimembres igitur hoc modo. Lignum firmum sumitur, altitudinem habens maiorem, quam quo volumus onus eleuare. & si ipsum quidem per se firmum fuerit, fumentes funem circaque ipsum stringentes, & pertexentes iuxta conuolutionem constringunt, intervallum autem, quod inter conuolutiones interiicitur, non sit maius quattuor palmis, & ita lignum firmitus efficitur, & funis conuolutiones, tamquam gradus, vtilis erunt ijs, qui agunt, & volunt in superiore partem onus eleuare. Si autem lignum non sit firmum ex pluribus coagmentetur, & expendere oportet onera, quæ eleuari debent, vt ne membrum debilius sit; fiat enim membrum rectum in ligno aliquo: & ad extremam ipsius partem funes religantur tres, vel quattuor, & demissi referuntur ad aliqua
loca



loca permanentia, ut lignum quo quis impulerit, non cedat, ab extensis funibus con-
tentum. ex superiori autem ipsius parte polyspasta suspenduntur, & ducentes ad vnum
attrahunt, siue manu. siue ad ergatas referentes. & quando onus in sublimem eleua-
tum sit, oporteatque lapidem parieti imponere, vel ubi quis voluerit, relaxantes vnum
aliquem funem ex ijs, qui in extremo religantur, videlicet eum. qui est ad alteras par-
tes oneris, membrum inclinant, vel scytalas supponentes oneri in ijs partibus, in qui-
bus funda lapidi non obuoluitur, laxant agentia polyspasta, quousque onus scytalis in-
fideat; deinde soluentes fundam, vectibus mouent onus, adeo ut in quem velint locum
transferant; vel rursus subiectum membro lignum funibus manu attrahentes ad asce-
ram aedificij partem tandem adducunt, simul remittentes funes, & rursus religantes
vtuntur, sicut ante dictum est.

OCTAVI LIBRI FINIS.

REGISTRVM.

* A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X
Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Na Oo Pp
Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll
Mmm Nnn Ooo Ppp.

Omnes sunt duerniones, præter * & Ppp quæ sunt terniones.



BONONIÆ, ex Typographia HH. de Ducijs. MDCLVIII.

SUPERIORVM PERMISSV.



428951