Ergo omnes simul cylindri figuræ circa hemisphærium descriptæ, hoc est eadem figura, æqualis erit omnibus simul tubis cylindricis circa solidum trianguli EHA descriptis, cum singuli singulis æquales sint. Sed figura circa hemisphærium descripta minor erat solido trianguli EHA. Necesse igitur est, quòd solidũ trianguli EHA maius sit, quam figura sibi circumscripta pars suo toto. Quod esse non potest.

Hemisphærium igitur neque maius, neque minus erit solido trianguli EHA, sed ipsi æquale, solidum verò trianguli EHA duplum est coni EAD, ergo hemisphærium duplum erit coni EAD. Sphæra verò eiusdem quadrupla erit, Quod erat propositum.

Corollarium.

Hinc patet sphæram subsesquialteram esse cylindri, cuius basis æqualis sit maximo sphæræ circulo, altitudo verò diametro sphæræ æqualis.

Nam sph. ostenditur esse ad conum EAD vt 4, ad vnum, conus vero EAD ad cylindrum EBCD est, vt vnum ad 6. ergo ex æquo sphæra ad cylindrum EBCD erit, vt 4. ad 6. Nempe subsesquialtera.

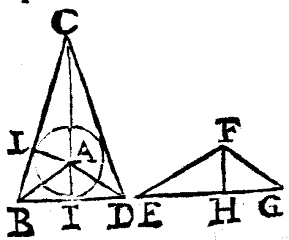
DE SOLIDIS SPÆRALIBVS

LIBER PRIMVS.

PROPOSITIO PRIMA.

CONVS quilibet circa sphæram descriptus, æqualis est cono cuidam, qui basim habeat æqualem vniuersæ superficiei circumscripti coni accepta etiam basi, altitudinem verò æqualem radio sphæræ.

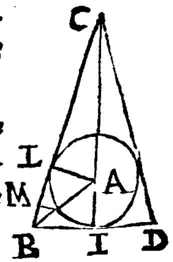
Esto circa sphæram, cuius centrum A, descriptus conus BCD, (qui videlicet spheram tangat & lateribus, & basi) Ponaturque alius conus EFG, qui basim habeat EG equalem tum curuæ superficiei, tum etiam basi coni BCD, altitudinem verò HF habeat equalem radio sphæræ AL.



Dico conos BCD, EFG æquales esse.

26.p.partis. Solidum enim conicum excauatum, quod fit ex reuolutione trianguli CBA circa axem IC, æquale est cono cuidam, qui basim habeat æqualem curuę superficiei conicę BCD, altitudinem verò æqualem perpendiculari AL, nempe radio sphęrę: Talis ergò conus vnà cum cono BAD (cum habeant eandem altitudinem) ęquales erunt cono EFG; Quando quidem conus EFG basim habet vtriq; simul basi æqualem, altitudinem verò alterutræ æqualem. Propterea & conus BCD, qui duobus prædictis conis æquatur, æqualis erit cono EFG. Quod &c.

Aliter.



per 3.sexti. *Ducatur IM æquidistans ipsi AL & quoniam angulus CBI diuiditur bifariam à linea BA, erit vt CB ad BI, ita CA ad AI.*

8. prim. partis. *Superficies ergò coni BCD sine basi, ad circulum suæ basis est vt CB ad BI, nempe vt CA ad AI, & cōponendo, & per conuersionem rationis, erit vniuersa superficies coni BCD cum basi, ad superficiem eiusdē coni sine basi, vt IC ad CA, hoc est vt IM ad AL.*

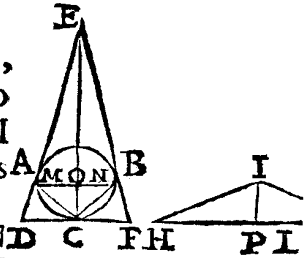
Propterea si reciprocè adhibeantur bases, & altitudines, erit conus, cuius altitudo AL, basis verò æqualis vniuersæ superficiei coni BCD cum basi, ęqualis cono, cuius altitudo sit IM, basis verò curua tantum superficies conica BCD, hoc est cono BCD (æquales enim sunt conus, cuius altitudo IM, basis verò conica superficies BCD; & conus BCD. per 22. huius.)

PROPOSITIO II.

Conus quilibet circa sphęram descriptus, est ad sphæram, vt coni ipsius vniuersa superficies accepta etiam basi, ad superficiem sphæræ.

Esto circa sphæram ABC descriptus conus DEF; Dico huius-

iusmodi conum esse ad sphęram, vt coni superficies vna cum basi, ad superficiem sphęrę.



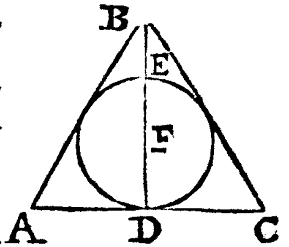
Ponatur conus HIL vt in præcedenti, cuius basis ęqualis sit integro perimetro coni DEF vna cum basi, altitudo verò PI ęqualis radio sphæræ OC, eritque conus HIL æqualis cono DEF. per præced.

Agatur per centrum O planum MN ad axē erectum, & in hemisphęrio MCN concipiatur conus MGN.

Iam conus DEF ad conum HIL (ob æqualitatem) est, vt totus perimeter coni DEFD ad basim HL, conus autem HIL ad conum MCN, (cum eandem habeant altitudinem) est vt basis HL ad basim MN, conus denique MCN ad sphęrā est, vt basis MN ad superficiem sphęrę (nempe in ratione subquadrupla) 20.& 31. p.partis. quare ex æquo erit conus DEF ad sphæram, vt vniuersus perimeter coni DEF ad superficiem sphęrę. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Conus quilibet circa sphęram descriptus, est ad sphęram, vt rectangulum contentum sub latere, & semibasi coni tamquàm vna linea, & sub semibasi, ad quadratum diametri sphęrę.



Esto circa sphærā, cuius diameter DE, descriptus conus quilibet ABC. Dico conum ad sphęram esse, vt rectangulum sub BAD tamquàm vna linea, & sub AD, cōpræhensum, ad quadratum DE.

Curua enim superficies coni ABC ad circulum suę basis est, vt BA ad AD, & componendo erit totus coni perimeter ad eundem circulum basis, vt BA, AD simul ad AD: 8.p.part. hoc est vt rectangulum sub linea BAD, & sub AD ad quadratum AD, cir-

D; circulus verò basis coni, ad circulum circa DE est, vt quadratum AD ad quadratum DF, circulus denique circa DE ad sphæræ superficiem est, vt quadratum DF ad quadratum DE, ergò ex æquo vniuersus coni ABCA perimeter ad superficiem sphęrę (hoc est conus ipse ad sphæram per precedentem) erit, vt rectangulum sub recta linea BAD, & sub AD ad quadratum DE. Quod &c.

Corollarium.

Pro Corollario potest ostendi, conum æquilaterum ad inscriptam sphæram esse, vt 9. ad 4 Posito enim latere AC. 6. erit rectangulum sub latere cum semibasi, & semibasi 27. quadratum verò BD 27. & quadratum DE 12. ergo conus ad spheram, erit vt 27 ad 12. siue vt 9. ad 4.

Scholium.

Possent hinc Theoremata non pauca proponi circa solidorum circumscriptionem, & inscriptionem: qualia sunt.

Si circa sphæram prisma concipiatur, quod singulis suis parallelogrammis spheram contingat; sitque eiusdem altitudinis; Erit prisma ad sphæram, vt perimeter basis prismatis ad duas tertias peripheriæ maximi circuli spheræ.

Si verò non eiusdem sit altitudinis; ratio prismatis ad spheram componetur ex prędicta, & ex ratione altitudinum; altitudo autem spheræ diameter est.

Si cylindro circumscribatur prisma, quod singulis suis parallelogrammis superficiem cylindri contingat; sintque eiusdem altitudinis. Erit prisma ad cylindrum, vt basis ad basim: nempe, vt perimeter basis prismatis, ad peripheriam basis cylindri. Idem verum est de cono, & pyramidibus circumscriptis.

Si verò prisma, & cylindrus non eiusdem altitudinis fuerint, ratio componetur ex ratione perimetri ad peripheriam, & altitudinis ad altitudinem.

Si intra cylindrum inscribatur prisma eiusdem altitudinis, habens basim poligonam, regularem, & parilateram, Erit cylindrus ad prisma, vt peripharia basis cylindri ad perimetrum poligoni

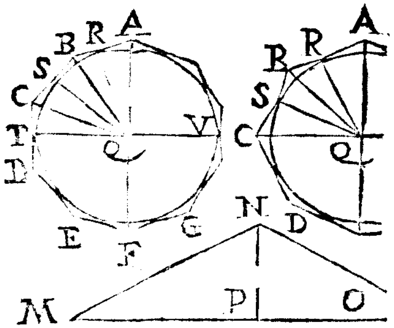
goni regularis in eodem descripti, quod habeat latera multitudine subdupla poligoni basis prismatis. Quæ vera sunt etiam de cono, & pyramidibus, inscriptis.

Quando verò basis prismatis imparilatera fuerit, siue regularis, siue irregularis: Erit cylindrus ad inscriptum prisma, vt peripheria basis cylindri ad omnes sinus arcuum à lateribus basis prismatis subtensorum. Dummodo nullus arcus semicirculo maior sit. Quando verò arcus aliquis semicirculo maior sit; & quando figurarum altitudo non sit eadem, & alia huiusmodi, omnia demonstrari possunt facili quidem negotio; sed institutum nostrum est non omnem solidorum inscriptionem, & circumscriptionem prosequi; sed illam, tantum, quę circa spheram est, vel intra ipsam; Propterea ad inceptum reuertamur.

PROPOSITIO IV.

SI circà circulum describatur poligonum habens latera numero paria, siue à quaternario, siue à binario mensurata, & reuoluatur figura circa diagonalem, erit factum sphærale solidũ æquale cono cuidam, qui basim habeat æqualem superficiei solidi, altitudinem verò semidiametro sphæræ æqualem.

Hoc autem quando numerus laterum mensuratur à quaternario demonstratum fuit ab Archimede Prop. 29 siue mauis 25. lib p. de sph. & cylin Quando verò laterum numerus etiam à binario tantum mensuratur, ostendemus sic, eritque demonstratio (exceptis quę de vltimo solido cylindrico dicentur) eadem cum ea quam affert Archimedes.



Esto poligonum ABCDEFG habens latera à binario tantum mensurata, vt in prima figura. Ergò semipoligonum ABCDEF habebit latera numero imparia, latusque vnum tanget

 cir-

circulum in puncto T, atq; ideo cylindricam ſuperficiem in conuerſione deſcribet. Intelligatur conus MNO, cuius baſis ſit circulus MO æqualis vniuerſæ ſuperficiei ſolidi ſphæralis, altitudo verò PN, æqualis ſit radio ſphæræ. Dico ſphęrale ſolidum ęquale eſſe cono MNO.

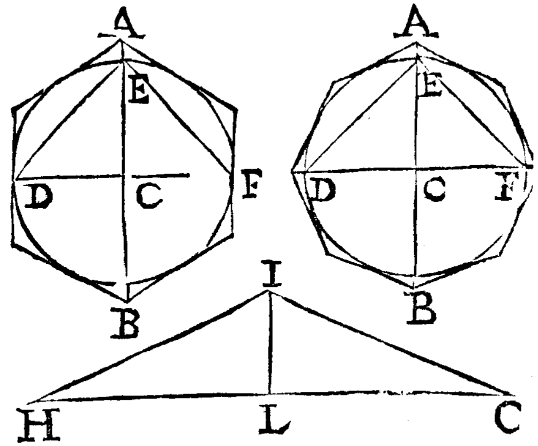
Rombus enim ſolidus factus in conuerſione figuræ à triangu-
53.p.partis. lo ABQ, æqualis eſt cono, cuidam cuius baſis æqualis ſit conicæ ſuperficiei deſcriptæ à linea AB, altitudo verò ſit radius QR. Solidum autem excauatum factum in conuerſione à triangulo
24.p.partis. BCQ, æquatur cono cuidam, cuius baſis æqualis ſit conicæ ſuperficiei deſcriptæ à linea BC. altitudo verò æqualis radio ſphęræ QS. & ſic ſemper procedatur. Vltimum denique ſolidum cylindricum excauatum deſcriptum à triangulo CTQ, æqua-
25.p.partis. le eſt cono cuidam, cuius baſis æqualis ſit ſuperficiei cylindricæ à linea CT factæ, altitudo verò æqualis ſit ſemidiametro cylindri, QT; Et ſic de ſolidis circa alterum hemiſphærium TFV deſcriptis. Ergo vniuerſum ſphærale ſolidum, æquale erit omnibus prædictis conis ſimul ſumptis: iiſdem autem omnibus prædictis conis æqualis eſt conus MNO cum baſim habeat omnibus ſimul illorum baſibus æqualem, nempe ſuperficiei ſolidi ſphæralis, altitudinem verò vnicuique illorum æqualem, nempe radio ſphæræ.] Propterea prædictum ſolidum ſphærale æquale erit cono MNO. Quod &c.

PROPOSITIO. V.

SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa diagonalem: habebit factum ſphærale ſolidum ad ſphęram ſuam eam rationem, quam vniuerſa ſolidi ſphæralis ſuperficies habet ad ſuperficiem ſphæræ.

Manente præcedentis Propoſitionis conſtructione; Eſto ſphærale ſolidum, cuius diagonalis, atque axis ſit AB, centrum autem ſphæræ ſit C. Dico ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi

ſibi ſphæram eſſe, vt ſuperficies ſolidi ad ſuperficiem ſphæræ.



Inſcribatur .n. in hemiſphærio conus DEF, & ponatur conus GIH, cuius baſis GH æqualis ſit vniuerſæ ſuperficiei ſolidi ſphæralis. vt in præcedenti, altitudo verò LI æqualis radio ſphæræ, & erit per præcedentem ſphærale ſolidũ æquale coni GIH.

Propter æqualitatem ergò, erit ſphærale ſolidum ad conum GIH, vt ſuperficies vniuerſa ſphæralis ſolidi ad baſim coni GIH, conus autem GIH ad conum DEF (ob æqualem altitudinẽ) eſt vt baſis circa GH ad baſim circa DF; conus denique DEF ad ſphæram, eſt vt baſis circa DF ad ſuperficiem ſphæræ (nempe in ratione ſubquadrupla.) Propterea erit ex æquo ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi ſphæram, vt vniuerſa ſphæralis ſolidi ſuperficies ad ſuperficiem ſphæræ. Quod &c.

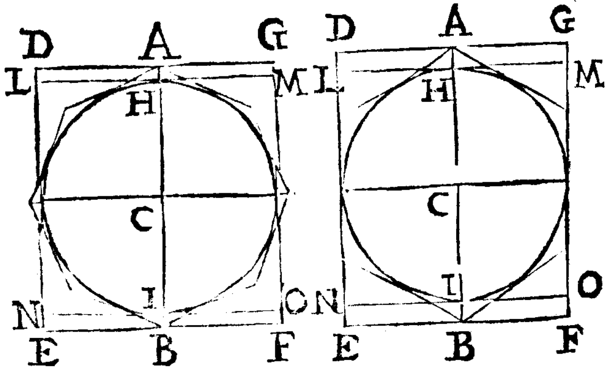
PROPOSITIO VI.

SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa diagonalem, erit factum ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi ſphæram, vt axis ſolidi ad axem ſphæræ.

Manente præcedentium conſtructione: eſto ſphęrale ſolidum, cuius diagonalis, atque axis ſit AB, centrum verò ſphæræ ſit C, & diameter HI.

Dico

Dico sphęrale solidum ad inscriptam sibi sphęram esse, vt AB ad HI.



Circumscribatur n: circa sphęram cylindrus NLMO agãturque per extremitates axis A,B, plana ad axem erecta DG, EF per extremitates verò diametri HI plana LM,NO.

Erit,per pręcedentem, sphęrale solidum ad sphęram vt superficies sphęralis solidi ad superficiem sphæę; hoc est, (sumptis ęqualibus) vt superficies cylindri DEFG, ad superficiem cylindri LNOM,hoc est vt AB ad HI. Quare sphęrale solidum ad sphęram est,vt axis solidi ad diametrum sphæę. Quod &c.

per 15. p. partis
18.p. partis.
prima p. partis.

PROPOSITIO VII.

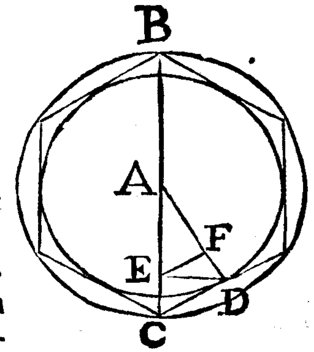
SI intra circulum describatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa diagonalem, erit sphęra ad inscriptum sibi sphęrale solidum, vt quadratum diametri sphęrę,ad quadratum cateti poligoni.

Sint n.circ.cuius cent A,& diamet. BC poligonum regulare, cuius diagonalis sit linea BC,& conuertatur figura circa BC,Dico sphęram circumscriptam ad inclusum sphęrale solidum, esse vt quadratum AC,ad quadratum cateti poligoni AD. Ducatur enim DE ex D perpendicularis ad BC, & EF perpendicularis ad AD,eruntq;in continua proportione quatuor rectę AC,AD, AE, AF. Concipiatur etiam radio AD aliam sphæram descri-

4. sexti.

bi

bi, quæ singulas conicas superficies solidi sphæralis continget; nec non cylindricam, si quam huiusmodi sphærale solidũ habebit.



Erit itaque sphæra maior ad sphęram minorem, vt CA ad AF; minor verò sphæra ad sphærale solidum, quod sibi circumscribitur (per præcedentem) est vt DA ad AC, hoc est vt AF ad AE; Propterea ex æquo erit circumscripta sphæra maior, ad inscriptum solidum sphærale, vt CA ad AE; nempe vt quadratum CA ad quadratum AD. Quod erat &c.

vlt in. duedecima.

PROPOSITIO VIII.

SI circa sphærale solidum, natum ex reuolutione poligoni circà diagonalem reuoluti,sphæra circumscribatur , & altera inscribatur. Habebit circumscripta sphæra ad solidum, duplicatam rationem illius, quam habet solidum ad inscriptam sphæram.

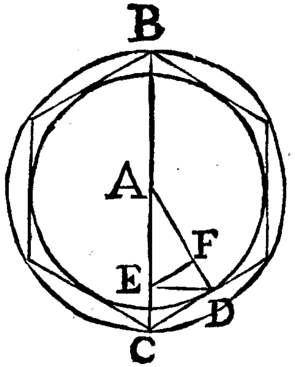
Repetita figura Propositionis præcedentis; cum sit circumscripta sphæra ad solidum vt quadratũ CA ad quadratum AD; *6. hui.* solidum verò ad inscriptam sibi minorem sphæram, vt CA ad AD; patet rationem circumscriptæ sphęræ ad solidum sphærale duplicatam esse illius quam solidum habet ad inscriptam sphæram. Quod &c.

PROPOSITIO IX.

SI circa sphærale solidum, natum ex reuolutione poligoni circà diagonalem reuoluti,sphæra circumscribatur,& altera inscribatur : Erit superficies solidi sphæralis media proportionalis inter superficies duarum sphærarum.

Ma-

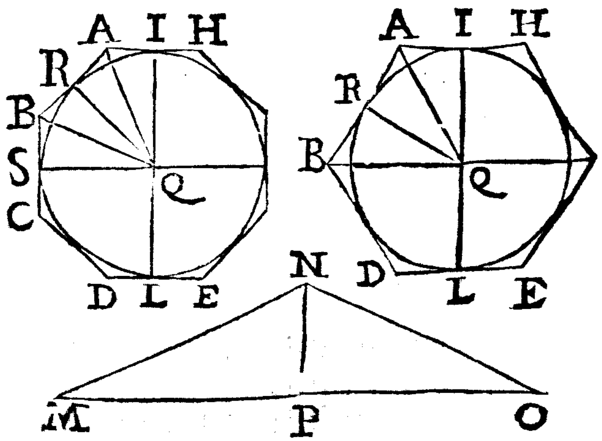
Manente figura, & conſtructione pręcedentium propoſitionum Dico tres ſuperficies, nempe maioris ſphæræ, ſolidi ſphæralis, minoriſq; inſcriptæ ſphæræ, eſſe, inter ſe in continua proportione.



Superficies enim circumſcriptæ ſphæræ eſt ad ſuperficiem inſcriptæ, vt quadratum CA ad quadratum AD; ſuperficies, autem ſolidi ad ſuperficiem eiuſdē *Oſtenditur in 6. huius.* inſcriptæ ſphæræ, eſt vt recta CA ad rectam AD: Ergò tres ſuperficies prædictę ſunt in continua proportione; & quidē perimeter ſphæralis ſolidi medius proportionalis eſt inter ſuperficies duarum ſphærarum. Quod &c.

PROPOSITIO X.

SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero paria, ſiue à quaternario, ſiue tantum à binario menſurata; & conuertatur figura circa catetum; Erit factum ſphærale ſolidum æquale cono cuidam, cuius quidem baſis æqualis ſit vniuerſæ ſuperficiei ſolidi ſphæralis, altitudo verò æqualis radio ſphæræ.



Eſto circa circulum figura poligona æquilatera ABCDEH. habens la-

tera

tera numero paria, & conuertatur figura circa catetum IL, orieturq; ſolidum contentum ſub conicis, circularibus, & vna cylindrica ſuperficie, quando numerus laterum à quaternario mēſuratur; quandò verò à binario tantum, tunc erit ſolidum ſphæralæ ſub conicis, & circularibus tantum ſuperficiebus comprehenſum. Dico vtrumq; ſphærale ſolidum æquale eſſe cono cuidam MNO, qui baſim habeat æqualem vniuerſæ ſolidi ſphæralis ſuperficiei, altitudinem verò PN æqualem radio ſphæræ.

Hoc oſtendetur ſimiliter, vt propoſitione 4. factum eſt. Nam conus, qui fit à triangulo IAQ in conuerſione circa axem IL, æquatur cono, qui baſim habeat æqualem circulo qui fit ex radio IA, altitudinem verò æqualem radio ſphæræ QI, quia idem prorſus eſt. Solidum autem excauatum, quod fit à triangulo, ABQ, æquale probatur cono cuidam, cuius baſis æqualis ſit conicæ ſuperficiei factæ à linea AB, altitudo verò ſit QR radius ſphæræ. *24.p.partis.* Vltimum denique cylindricum ſolidum excauatum, factum à triangulo BQS (quando poligoni latera à quaternario menſurantur, aliàs cylindricum ſolidum nullum eſt) *25.p.partis.* æquatur cono, cuius baſis æqualis ſit cylindricæ ſuperficiei factæ à linea BS altitudo verò ſit QS; & ſic de altero hemiſphærio. Propterea vniuerſum ſphærale ſolidum æquale erit omnibus prædictis conis ſimul ſumptis; & ideo æquale erit etiam cono MNO, qui omnibus illis ſimul ſumptis æquiualet; (quandoquidem baſim habet omnibus ſimul illorum baſibus æqualem, ex ſuppoſitione; altitudinem verò vnicuique illorum æqualem, nēpe radium ſphæræ. Quod &c.

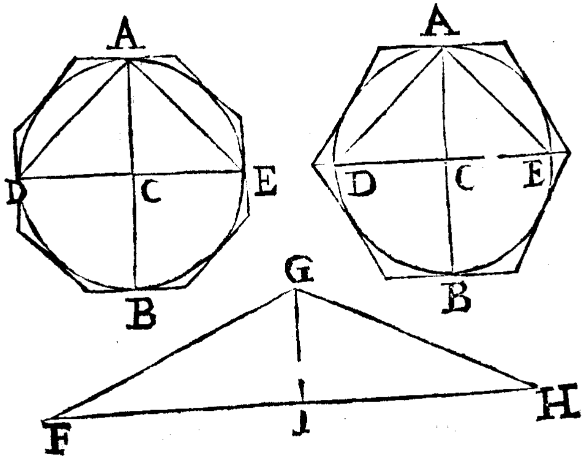
PROPOSITIO XI.

SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa catetum, habebit factum ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi ſphæram eam rationem, quam vniuerſa ſolidi ſphæralis ſuperficies habet ad ſuperficiem ſphæræ.

Manente præcedentis propoſitionis cōſtructione, eſto ſphærale

rale

rale solidum cuius catetus, & axis sit AB; centrum autem sphæræ sit C. Dico sphærale solidum ad inscriptam sibi sphæram esse vt vniuersa ipsius solidi superficie ad superficiē sphærę.



Concipiatur enim in hemisphærio conus DAE, & intelligatur alius conus FGH, cuius basis FH æqualis sit vniuersę superficiei solidi sphęralis, altitudo verò IG æqualis radio sphæræ; & erit per præcedentem sphærale solidum æquale cono FGH.

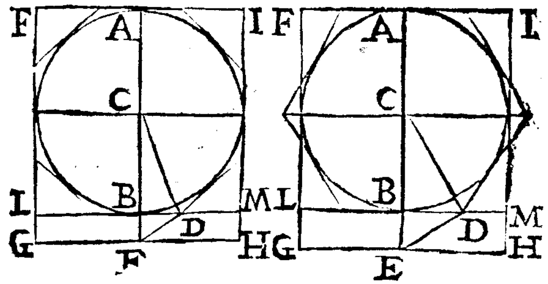
Propter æqualitatem ergo, erit sphęrale solidum ad conum FGH, vt superficies vniuersa sphęralis solidi, ad basim coni FGH, conus autem FGH, ad conum DAE (ob æqualem altitudinem) est vt basis circa FH, ad basim circa DE; denique conus DAE, ad sphæram, est vt basis circa DE ad superficiem sphæræ (nempe in ratione subquadrupla:) Propterea erit ex æquo sphærale solidum ad inscriptam sibi sphæram, vt vniuersa sphæralis solidi superficies ad superficiem sphærę. Quod &c.

PROPOSITIO XII.

SI circa circulum describatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa catetum; Habebit factum sphęrale solidum ad inscriptam sibi sphæram, eam rationem, quam habet composita recta linea ex diametro sphæræ, & ex tertia proportionali (si fiat vt semidiameter sphæræ ad semi-

semilatus poligoni, ita semilatus ad aliam,) ad diametrum sphæræ.

Manente præcedentium propositionum constructione, esto sphærale solidū, cuius catetus, & axis sit AB; centrum autem sphæræ sit C. Fiat angulus



CDE rectus, eritque BE tertia proportionalis ad semidiametrum CB, & semilatus poligoni BD. Dico sphærale solidum ad inscriptam sibi sphæram esse vt EA ad AB; nempe vt composita ex diametro sphæræ AB, & tertia proportionali BE, ad diametrum sphæræ AB. Concipiatur circa sphæram descriptus cylindrus FLMI, & per puncta A, B, E producantur plana FI, LM, GH, ad axem erecta.

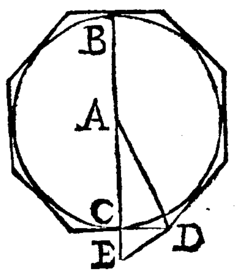
Erit ergo, per præcedentem, sphærale solidum ad inscriptam sibi sphæram, vt superficies solidi ad superficiem sphæræ; hoc est, sumptis æqualibus, vt superficies cylindri FGHI ad superficiem cylindri FLMI; hoc est vt linea AE ad AB. Quod &c. 16. pr partis. 18. pri partis.

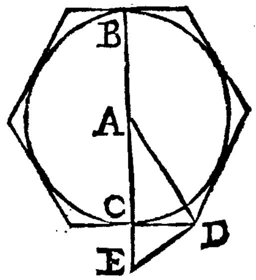
PROPOSITIO XIII.

SI circa circulum describatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa catetum; erit factum sphærale solidum ad suam sphæram, vt duo quadrata, nempe vt quadratum diagonalis, & quadratum cateti simul, ad duplum quadrati eiusdem cateti.

Esto circa circulum, cuius centrum A, descriptum poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa catetum BC; factoq; angulo recto ADE, erit (per præcedentem) soli-

ſolidum ſphærale ad ſuam ſphæram vt EB ad BC. Dico inſuper ſolidum ſphærale ad ſuam ſphæram eſſe, vt quadratum ex AD, ſimul cum quadrato ex AC, ad duplum quadrati ex AC.





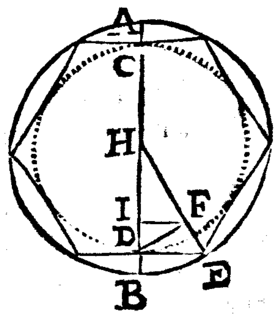
Nam EA ad AC eſt vt quadratum DA ad quadratum AC; & componendo, erunt EA, & AC ſimul, hoc eſt tota EB, ad AC, vt duo quadrata DA, ad AC ſimul ad quadratum AC; ſũptiſque conſequentium duplis, erit EB ad BC: hoc eſt ſolidum ſphærale ad ſphæram] vt duo quadrata DA, AC ſimul, ad duplũ quadrati ex AC. Quod &c.

per præced.

PROPOSITIO XIV.

SI intra circulum deſcribatur poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa catetum; erit ſphæra ad inſcriptum ſibi ſolidum, vt integra diameter ſphæræ, ad ſecundam ſimul, & quartam proportionalium, in ratione ſemidiametri ſphæræ ad ſemicatetum poligoni.

Sit in circulo, cuius diameter AB, poligonum habens latera numero paria, & conuertatur figura circa catetum CD: Ducanturque perpendiculares DF ad rectam HE, & FI ad HD; & erunt quatuor lineæ EH, HD, HF, HI, in continua ratione ſemidiametri HE ad ſemicatetũ HD. Dico ſphæram ad inſcriptum ſolidum eſſe, vt dupla HE ad vtramq; ſimul DH, HI. Vel vt



vt integra diameter ſphæræ ad CI.

Intelligatur alia ſphæra intra ſolidum inſcripta. Erit ergo exterior ſphæra ad interiorem, vt EH, ad HI, ſiue vt dupla EH ad duplam HI; interior verò ſphæra ad ſolidum ſphærale eſt, vt duo quadrata ex HD, ad duo quadrata HD, HE, hoc eſt vt duo quadrata ex HI, ad duo quadrata ex HI, HF, hoc eſt (vt infra oſtendimus) vt dupla HI ad HI, HD; Propterea erit ex æquo ſphæra exterior ad inſcriptum ſibi ſphærale ſolidum, vt dupla HE, hoc eſt integra diameter ſphæræ, ad HI, & HD ſimul; quæ quidem sũt ſecunda, & quarta in ratione ſemidiam. ſphæræ ad ſemicatetum poligoni. Quod &c.

Vltima duodecimi. per præc.

Quod autem aſſumptum eſt oſtendemus. Dico vt duo quadrata ex HI ad duo quadrata ſimul HI, HF, ita eſſe duplam HI ad HI, HD.

Nam ob angulum rectum HFD, erit vt quadratũ FH ad quadratum HI, ita recta DH, ad HI, & componendo, ſumptiſque conſequẽtium dupl s, erunt vt quadrata FH, HI, ad duo quadrata ex HI, ita duæ rectæ DH, HI, ad duplam HI. Conuertendo ergo, erunt duo quadrata ex HI, ad duo quadrata HI, HF vt dupla HI, ad HI, HD ſimul. Quod erat &c.

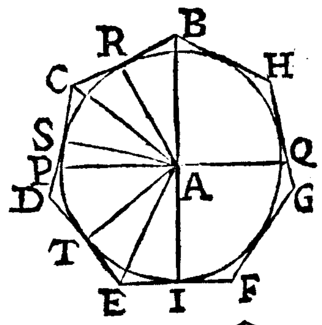
PROPOSITIO XV.

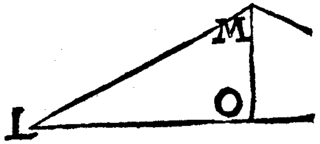
SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero imparia, & conuertatur figura circa catetum poligoni, erit factum ſphærale ſolidũ æquale cono cuidam, cuius baſis æqualis ſit vniuerſæ ſuperficiei ſolidi, altitudo verò radio ſphæræ ſit æqualis.

Eſto circuli centrum A, polig. verò perimeter BCDEFGH. Et ſint latera eius numero imparia, conuertaturque figura circa catetum BI, vt oriatur ſolidum ſphærale contentum ſub conicis ſuperficiebus, vnicoque circulo circa diametrum EF deſcripto. Ponatur iam conus LMN, qui baſim habeat æqualem vniuerſæ ſuperficiei ſphæralis ſolidi, altitudinem vero OM æqualem radio

radio sphæræ AI. Dico solidum sphærale æquale esse cono LMN.

Agatur per centrum sparæ planum PQ ad axem erectum, quod transuersè, secabit aliquod latus poligoni puta CD.





23.p.partis. Erit iam rombus solidus, factus à conuersione triang. BCA, æqualis cono, qui basim habeat æqualem conicæ superficiei factæ à linea BC; altitudinem autem æqualem radio sphæræ AR. Solidum verò conicum excauatum, quod fit ex gyro trianguli CPA, æquale erit cono, qui basim habeat 24.p.partis. æqualem superficiei, quæ fit à linea CP, altitudinem verò æqualem radio sphæræ AS. Solidum quoque excauatum, factum ex 27.p.partis. reuolutione trianguli PDA, æquatur cono, qui basim habeat æqualem superficiei conicæ, quæ fit à motu lineæ PD, altitudinem autem æqualem radio sphæræ AS. Eadem prorsum eodem modo dicuntur de solido conico excauato, facto à triangulo DAE; & de vltimo cono facto à reuolutione trianguli EIA. Propterea totum sphærale solidum æquale erit omnibus prædictis conis simul sumptis, vel cono LMN, qui omnibus illis prædictis æquiualet: (habet enim basim omnibus simul illorum basibus æqualem; altitudinem verò æqualem vnicuiq; illorum.) Quod &c.

Scholium.

Attulimus in hac Propositione Theor. 23. 24. & 27. p. partis; Nam ex gyro trianguli BCA oritur rombus solidus vt in 23. p. partis. Ex gyro trianguli CPA oritur solidum quoddam excauatum, quale relinquitur, si ex cono auferatur rombus solidus: vt in 24. p. partis. Denique ex conuersione trianguli DPA oritur solidum quoddam excauatum habens basim circularem PQ: quale relinquitur, si ex frusto conico conus auferatur habens basim eandem

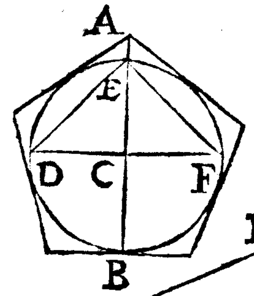
cum

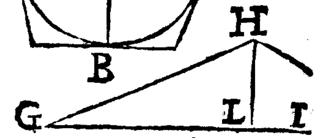
cum maiore basi frusti conici, altitudinem quoque eandem vt in Prop. 27. p. partis.

PROPOSITIO XVI.

SI circa circulum describatur poligonum habens latera numero imparia, & conuertatur figura circa catetum; habebit factum sphærale solidum ad inscriptam sibi spheram, eam rationem, quam vniuersa sphæralis solidi superficies habet, ad superficiem sphæræ.

Manente præcedentis propositionis constructione, sit sphærale solidum, cuius catetus, siue axis sit AB, centrum verò sphæræ sit C. Dico sphærale solidum ad inscriptam sibi sphæram esse, vt ipsius solidi integra superficies ad superficiem spheræ.





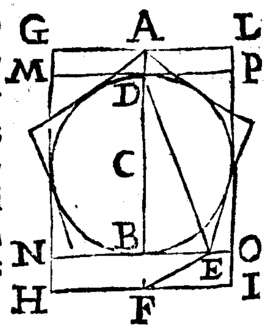
Concipiatur in hemisphærio conus DEF; & intelligatur conus GHI cuius basis GI æqualis sit vniuersæ superficiei solidi sphæralis, altitudo verò LH æqualis sit radio sphæræ, & erit per præcedentem, sphærale solidum æquale cono GHI.

Propter æqualitatem ergo, erit sphærale solidum ad conum GHI, vt superficies vniuersa sphæralis solidi, ad basim coni GHI; conus autem GHI ad conum DEF (ob æqualem altitudinem) est vt basis circa GI, ad basim circa DF: conus denique DEF ad sphæram est, vt basis circa DF ad superficiem sphæræ (nempe in ratione subquadrupla.] Propterea erit ex æquo, sphærale solidum ad inscriptam sibi sphæram, vt vniuersa sphæralis solidi superficies ad superficiem sphæræ. Quod &c.

Pro-

PROPOSITIO XVII.

SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero imparia,& conuertatur figura circa catetum poligoni, habebit factum ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi ſphæram eam rationem,quam habet linea compoſita ex cateto poligoni & tertia proportionalium (ſi fiat vt diameter ſphæræ ad ſemilatus poligoni,ita ſemilatus ad aliam,)ad diametrum ſphæræ.



Manente præcedentium conſtructione, ſit ſphęrale ſolidum, cuius catetus, atque axis ſit AB,centrum verò ſphæræ C,& diameter DB. Fiat angulus rectus DEF, eritq; BF tertia proportionalium, poſita diametro DB pro prima, & ſemilatere poligoni BE pro ſecunda. Dico ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi ſphæram eſſe vt tota AF ad DB.

Concipiatur circa ſphæram cylindrus MNOP, & per puncta A, D,B, F, plana agantur ad axem erecta.

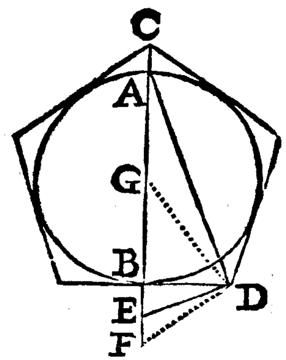
Erit ergo, per præcedentem,ſphærale ſolidum ad inſcriptam ſibi ſphęram,vt ſuperficies ſphæralis ſolidi ad ſuperficiem ſphæræ;hoc eſt, ſumptis æqualibus,vt ſuperficies cylindri GHIL ad ſuperficiem cylindri MNOP;hoc eſt vt recta AF ad BD per primam p.partis. Quod &c.

per 17.& 18.p.partis.

PROPOSITIO XVIII.

SI circa circulum deſcribatur poligonum habens latera numero imparia,& conuertatur figura circa catetum poligoni; habebit factum ſphærale ſolidum ad ſphæram eam rationem,quam habent quatuor ſimul termini nempe, maximus, minimuſq;cum duobus medijs;ad quatuor minimos; (quandò ratio-

tio rectæ GB ad GD continuata fuerit in tribus terminis.



Eſto circulus, cuius diameter AB, centrum verò G, ipſiq; circumſcribatur poligonum habens latera numero imparia,cuius catetus ſit CB, & conuertatur figura circa CB; Factoque angulo GDF recto, erit ratio rectæ GB ad GD continuata in tribus terminis GB,GD, GF; vti propoſitũ eſt.Dico ſolidum ad ſphæram eſſe, vt GF, GB,ſimul cum GD bis ſumpta, ad ipſam GB quater ſumptam.

Fiat alius angulus ADE rectus;eritq;ſolidum ad ſphæram per præcedentem, vt CE ad diametrũ ſphæræ AB, hoc eſt vt EG, GD ſimul, ad diametrum ſphæræ (ſunt enim æquales GC, GD) hoc eſt vt dupla EG,& dupla GD ad duas diametros,hoc eſt vt FG,GB cum dupla GD, ad quatuor ſemidiametros GB. Quod erat demon. &c. *oſtenditur infra*

Quod autem aſſumptum fuit, oſtendemus ſic. Dico ipſam EG bis ſumptam,æqualem eſſe duabus FG, GB.

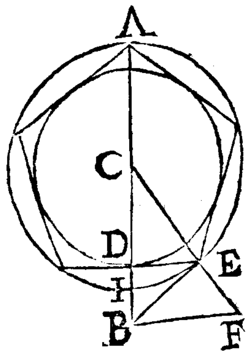
Quoniam ob angulum rectum,rectangula ABE, GBF,æqualia ſunt eidem quadrato BD,æqualia erunt & inter ſe; ideoque latera eorum reciproca,nempe vt AB ad BG ſubduplam,ita erit FB ad BE ſubduplam;æquales ergo ſunt FE, EB & tres rectæ GF,GE,GB ſunt in proportione Aritmetica; ideo EG bis ſumpta æqualis erit duabus FG,GB. Quod &c.

PROPOSITIO XIX.

SI intra circulum deſcribatur poligonum habens latera numero imparia,& conuertatur figura circa catetum poligoni,erit ſphæra ad inſcriptũ ſibi ſphærale ſolidum,vt ſunt quatuor ſimul maximi termini, ad maiorem reliquorum ſemel, & medium bis, & minorem ſemel ſumptum (quando proportio CD

ad

CE continuata erit in quatuor terminis.)



Sit circulus, cuius diameter AI, centrum verò C, & inſcribatur poligonum habens latera numero imparia; tum conuertatur figura circa catetum AD. Fiantque anguli CEB, & CBF recti, eritque ratio CD ad CE continuata in quatuor terminis CD, CE, CB, CF Dico ſphæram ad inſcriptum ſibi ſolidum ſphærale, eſſe, vt CF quater ſumpta, ad CB ſemel, CE bis, & CD ſemel, ſimulque ſumptas.

Intelligatur alia ſphæra, cuius ſemidiameter CD, inſcripta in ſolido. Erit ergo maior ſphæra ad minorem vt cubus EC ad cubum CD, vel recta FC, ad CD, vel vt FC quater, ad CD quater; ſphæra verò minor inſcripta, eſt ad ſolidum ſphærale, (per præcedentem) vt CD quater ſumpta, ad CB ſemel, CE, bis, & CD ſemel: Propterea erit ex æquo, maior, ſiue circumſcripta ſphæra, ad ſuum ſphærale ſolidum, vt CF quater ſumpta, ad CB ſemel, CE bis, & CD ſemel ſumptas. Quod &c. *Vltima duodecimi.*

Scholium.

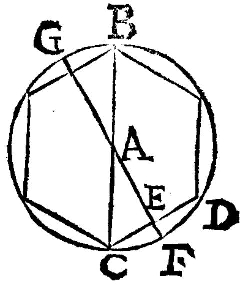
Hactenus ſex precipua Theoremata de ſolidis ſphæralibus demonſtrata ſunt. Sequuntur nunc quædam ſcitu non iniucunda, & ad doctrinam ſpectantia.

PROPOSITIO XX.

SI intra ſphæram deſcriptum ſit ſphærale ſolidum parilaterũ, circaq; diagonalem reuolutũ: erit ſphæra ad exceſſum, quo ipſa ſolidum ſuperat, in duplicata ratione diametri ſphęrę ad latus poligoni.

Sit in circulo, cuius centrum A deſcriptum poligonum habẽs latera

latera numero paria, & conuertatur circa diagonalem BC. Dico ſphæram ad exceſſum, quo ipſa ſolidum ſuperat, eſſe vt quadratum BC ad quadratum CD.

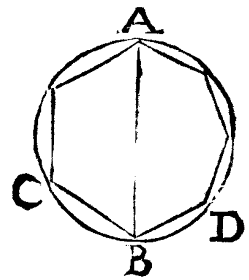


Ducatur AE ex centro perpendicularis ad latus CD, & producatur.

Quoniam per demonſtrata, eſt vt ſphæra ad ſolidum ſphærale, ita quadratum FA ad quadratum AE, erit per conuerſionem rationis ſphæra ad exceſſum, vt quadratum FA ad differentiam quadratorum FA, AE, hoc eſt ad rectangulum FEG, ſiue ad quadratum EC. Conſtat ergo ſphæram ad exceſſum, quo ipſa ſuperat inſcriptum ſphærale ſolidum eſſe vt quadratum FA ad quadratum EC, ſiue vt quadratum BC ad quadratum CD. Quod &c. *7. huius*

PROPOSITIO XXI.

SI in eadem ſphæra duo ſolida parilatera, & circa diagonalem reuoluta, concipiantur, erit differentia vnius à ſphæra, ad differentiam alterius à ſphæra, homologè in duplicata ratione laterum.

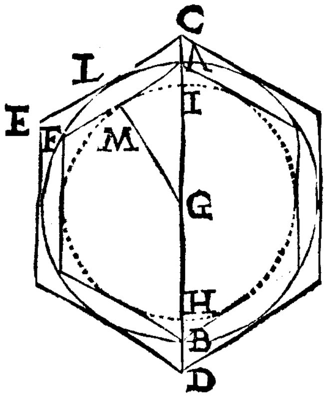


Sint in circulo, cuius diameter AB, duo ſemipoligona ACB, ADB; & conuertatur figura circa diagonalem AB. Dico differentiam inter ſphæram, & ſphærale ſolidum ACB, ad differentiã inter ſphæram, & ſphærale ſolidum ADB, eſſe vt quadratum CB ad quadratum BD.

Demonſtratum enim eſt, differentiam ACB eſſe ad ſphæram, vt quadratum BC, ad quadratum AB; ſed ſphæra ad differentiam ADB, eſt vt quadratum AB ad quadratum BD, ergo ex æquo erit differentia ACB ad differentiam ADB vt quadratum BC ad quadratum BD. Quod &c. *per præced.* *per eandem.*

PROPOSITIO XXII.

SI eidem sphæræ duo solida parilatera, & similia, circaque diagonalem reuoluta, alterum circumscribatur, alterum verò inscribatur; superficies sphæræ media proportionalis erit inter superficies duorum solidorum.



Sit circulus, cuius diameter AB, atque ipsi duo poligona, alterum circumscribatur, alterum verò inscribatur, habeatq; vtrumq; latera numero paria, & sit numerus laterũ vnius æqualis numero laterum alterius, vt sphæralia solida similia euadant. Tum conuertatur figura circa diagonalem CD.

Dico superficiem factæ sphæræ mediam proportionalem esse inter superficies factorum solidorum. Ducatur ex centro G recta GL ad contactus M, & L, & radio GM fiat sphæra IMH.

Iam superficies solidi AF ad superficiem sphæræ IM intra ipsum inscriptæ est vt solidum AF ad sphæram IM, per 5. huius, nempe vt axis AG ad GM, per 6. huius, hoc est vt rectangulum AGM ad quadratum GM; Superficies verò sphæræ IM ad superficiem sphæræ ALF est vt quadratum GM ad quadratum GA. Ergo ex æquo superficies solidi AF ad superficiem sphæræ AL erit vt rectangulum AGM ad quadratum GA, nempe vt recta MG ad GA, vel vt recta LG ad GC. Sed superficies sphæræ ALF ad superficiem solidi CE est vt LG ad GC (quod probatur eodem modo, vt factum fuit supra) ergo in continua proportione sunt superficies vniuersa solidi AMF, superficies sphæræ ALF, & superficies solidi CE. Quod erat &c.

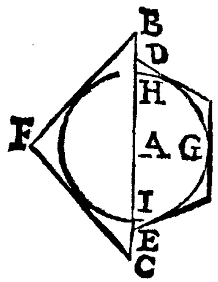
Corol-

Corollarium.

Hinc patet etiam, quòd si eidem solido sphærali parilatero circa diagonalem reuoluto duæ sphæræ, altera circumscribatur, altera verò inscribatur, tres superficies in continua proportione erunt inter se.

PROPOSITIO. XXIII.

SPhæralia solida parilatera circa diagonalem reuoluta, & eidem sphæræ, vel æqualibus sphæris circumscripta, inter se sunt vt axes.



Sint circa circulum, cuius centrum A, duo poligona dissimilia, quorum latera numero paria sint, & conuertantur circa diagonalẽ: Sitq; alterius factorum solidorum BFC, axis BC; alterius verò, nempe DGE, esto axis DE. Dico solidum BFC, ad solidum DGE esse vt BC ad DE.

Hoc autem patet. Quoniam solidum BFC ad sphæram est vt BC ad diametrum HI; sphæra vero ad alterum solidum DGE est vt diameter HI ad axem DE, erit ex æquo, solidum BFC ad solidum DGE, vt BC ad DE. Quod erat &c. *6. huius ex eod.*

Hinc facilè ostendi potest excessum, quo solidum BFC superat sphæram, ad excessum, quo solidum DGE superat eandem sphæram esse vt BH, ad HD.

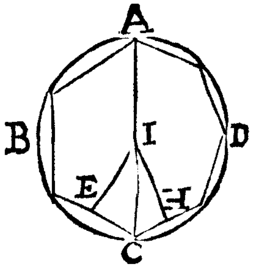
Cum enim solidum BFC ad sphæram sit vt BA ad AH; erit diuidendo excessus BFC ad sphæram, vt BH ad HA. Eadem ratione sphæra ad excessum DFE erit, vt HA ad HD; ergo ex æquo, excessus BFC ad excessum DCE supra sphæram, erit vt BH ad HD. Quod &c. *6. huius.*

Pro-

PROPOSITIO XXIV.

SOlida ſphæralia parilatera eidem vel æqualibus ſphæris inſcripta,& circa diagonalem reuoluta, ſunt inter ſe in duplicata ratione catetorum.

Inſcribantur in circulo, cuius diameter AC, duo ſemipoligona ABC,ADC,& conuertatur figura circa diagonalem AC, vt deſcribantur duo ſolida ſphæralia, vt imperatum eſt.



Dico ſolidum ſphærale factum ex poligono ABC,ad ſolidum ſphærale factum ex poligono ADC, eſſe vt quadratum cateti IE, ad quadratum cateti IH.

Solidum enim ex ABC ad ſphæram, eſt vt quadratum IE ad quadratum IC; ſphæra autem ad ſolidum ADC, eſt vt quadratum IC ad quadratum IH; ergo ex æquo ſolidum ABC ad ſolidum ADC erit, vt quadratum IE ad quadratum IH. Quod erat &c.

7. huius per eandem.

PROPOSITIO XXV.

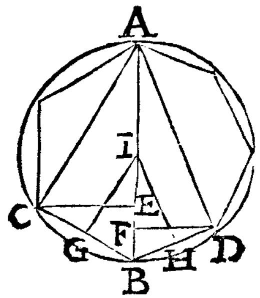
SI intra æquales, vel eandem ſphæram, cuius diameter AB, deſcripta fuerint duo ſolida ſphæralia parilatera, quorum duo latera ſint BC,BD; demittanturque ex punctis C,D,perpediculares CE,DF ad diametrum;erit ſolidum,cuius latus BC, ad ſolidum,cuius latus BD,vt AE ad AF.

Ducantur enim ex centro I ad latera BC, BD perpendiculares IG,IH.

Recta EA ad rectam AB, eſt vt quadratum AC ad quadratum AB (ob angulum in ſemicirculo rectum ACB)recta autem BA ad AF, eſt vt quadratum AB, ad quadratum AD, ergo ex æquo

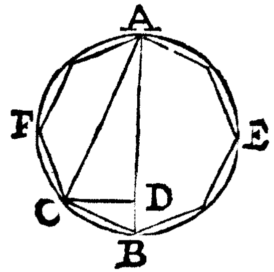
æquo recta EA ad rectam AF, eſt vt quadratum AC ad quadratum AD, hoc eſt vt quadratum IG ad quadratum IH, hoc eſt vt ſolidum, cuius latus eſt BC ad ſolidum, cuius latus eſt BD. Quod erat &c.

per præced.



PROPOSITIO XXVI.

SI intra ſphæram, cuius diameter AB deſcriptum ſit ſolidum ſphærale parilaterum, & circa diagonalem reuolutum; demittaturque ab extremitate lateris BC, quod diametrum contingit, recta CD perpendicularis ad diametrum circuli AB, erit conus, cuius baſis circulus AFCBE; altitudo verò ſit AD, ſubduplus ſolidi ſphæralis; conus verò, cuius eadem ſit baſis, & altitudo DB, erit ſubduplus differentiæ,quæ inter ſphæram, & ſolidum ſphærale eſt.



Sphæra enim ad inſcriptum ſolidum eſt vt quadratum diametri ad quadratum cateti AC (eſt enim AC ob angulum in rectum ACB,æqualis cateto poligoni,)hoc eſt vt BA recta ad rectam AD.

1. huius

Iam quia conus, cuius baſis AFCBE; altitudo verò ſit AB, æqualis eſt hemiſpherio in eadem baſi conſtituto; erit dictus conus, hoc eſt hemiſpherium, ad conum, cuius baſis eadem AFCBE, altitudo vero AD,vt AB ad AD. Sed hemiſpherium etiam ad ſemiſolidum eſt vt AB ad AD; vt oſtendimus ſupra. Propterea conus, cuius baſis circulus AFCBF, altitudo autem AD, erit æqualis ſemiſolido ſphærali, ſiue ſubduplus ſolidi ſphæralis. Quod &c.

ex 30. 1 partis.

Similiter infertur, conum cuius baſis eadem AFCBE, altitudo verò DB, ſubduplum eſſe exceſſus illius, quo ſphæra ſolidum ſuperat.

Scho-

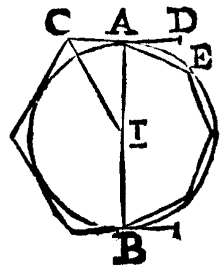
Scholium.

Demonstramus etiam singula illa solida rotunda annularia, quæ describuntur in reuolutione figuræ à bilineis mixtis, quale vnum est FC, & solidum sphærale circundant æqualia esse singulis sphæroidibus, quarum vniuscuiusque maximus circulus sit circa diametrum FC. Axis verò æqualis sit portioni rectæ ex AB, quæ intercipitur inter duas perpendiculares ad ipsam AB ductas ex punctis F, & C: & sic de reliquis. Sed hoc alibi.

PROPOSITIO XXVII.

SI eidem circulo duo poligona parilatera alterum circumscribatur, alterum verò inscribatur; & conuertatur circumscriptum quidem circa catetum, inscriptum verò circa diagonalem; erit differentia inter circumscriptum, & sphæram, ad differentiam inter sphæram, & inscriptum, vt quadratum lateris circumscripti ad duplum quadrati lateris inscripti.

Esto circuli diameter AB, latus verò poligoni circumscripti CD, & inscripti AE. Dico excessum, quo maius solidum sphæram superat, ad excessum, quo sphæra superat minus, esse vt quadratum CD ad duo quadrata ex AE.



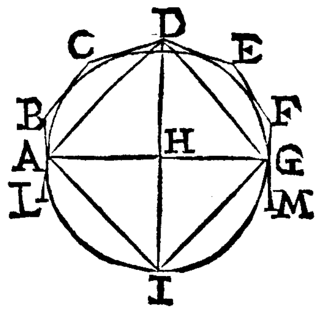
Solidum enim circumscriptum
13. huius. est ad sphæram vt duo quadrata CI, IA ad duplum quadrati ex IA; ergo diuidendo, erit excessus solidi supra sphæram, ad ipsam sphæram, vt quadratum CA ad
20. huius. duplum quadrati ex IA, siue vt quadr. CD, ad duplũ quadr. ex AB. Sphæra autem ad excessum, quo ipsa superat minus solidũ, est vt quadratum AB ad quadratum AE, vel vt duo quadrata ex AB ad duo quadrata ex AE. Propterea ex æquo excessus solidi maioris supra sphærã, ad excessũ sphæræ supra minus solidũ, erit

erit vt quadratum ex CD ad duo quadrata ex AE. Quod &c.

PROPOSITIO XXVIII.

QVodlibet sphærale solidum circa diagonalem reuolutum (cuius latera numero quidem paria sint, sed nullo modo à quaternario mensurentur, vt sunt 6. 10. 14. 18. 22. &c.) inscripti sibi rombi solidi duplum est.

Sit solidum, quale dictum est ABCDEFG circa axem, siue diagonalem DI reuolutum. Manifestum est, quòd duo latera opposita BL, FM contingent sphæram in extremitatibus A, G, diametri AG, quæ quidem perpendicularis sit ad DI; quandoquidẽ laterum numerus à binario tantùm mensuratur, non autem à quaternario.



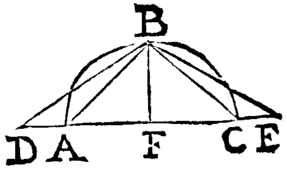
Inscribantur iam duo coni; nempe ADG in semisolido, habens altitudinem HD; conus verò AIG in hemisphærio. Erit igitur semisolidum ABCDEFG ad hemisphærium vt axis ad axem, nempe vt DH ad HI, hoc est vt conus ADG ad conum 6. huius.
AIG (cum sint in eadem basi;) & permutando semisolidum ad suum conum ADG, erit vt hemisphærium ad suum conum AIG; quare duplum erit. Propterea omne solidum, quale dictum est duplum erit inscripti sibi rombi solidi. Quod &c.

Lemma.

Si hemisphærium ABC, & conus quicumque rectus DBE eandem altitudinem habuerint FB; erit hemisphærium ad prædictum conum vt duplum basis hemisphærij ad basim eiusdem coni.

Sit vt ponitur: Et inscribatur in hemisphærio conus ABC. Erit ergo conus ABC ad conum DBE vt basis AC ad basim DE; sum-

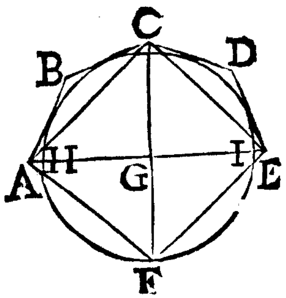
sumptisq; antecedentium duplis, erit hemisphærium ABC ad conum DBE vt duplum basis AC ipsius hemisphærij, ad DE basim coni. Quod erat &c.



PROPOSITIO XXIX.

QVodlibet sphærale solidum circa diagonalem reuolutum, cuius latera à quaternario mensurentur, ad inscriptum sibi rombum solidum, est vt superficies inscriptæ sibi sphæræ, ad semisuperficiem circumscriptæ.

Sit solidum, quale dictum est ABCDE, cui inscribatur semirombus, hoc est conus ACE; ad altitudinem verò hemisphęrij sit conus AFE, in basi AE,



Erit ergo semisolidum ad hemisphærium vt axis ad axem, hoc est vt CG ad GF, siue vt conus ACE, ad conum AFE (sunt enim in eadem basi) & permutando erit semisolidum ad suum conum ACE, vt hemisphærium ad alterum conum AFE, hoc est per lemma præmissum, vt duo circuli ex HI, ad circulum ex AE, vel sumptis duplis, vt quatuor circuli ex HI, ad duos circulos ex AE; hoc est vt superficies inscriptæ intra solidum sphæræ, ad semisuperficiem circumscriptæ. Propterea etiam dupla eandem rationem habebunt, hoc est totum sphærale solidum ad inscriptum sibi rombum solidum erit, vt dictum est. Quod &c.

6. huius.

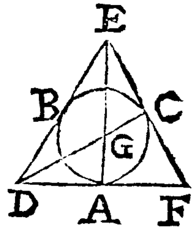
Poterat etiam concludi, solidum sphærale prædictum esse ad inscriptum sibi rombum, vt inscriptus in poligono circulus ad semicirculum circumscriptum; vel vt quadratum cateti GH ad semiquadratum diagonalis GA eiusdem poligoni.

Lemma.

Si in triangulo æquilatero inscriptus fuerit circulus. Erit circu-

circulus alter cuius diameter sit latus trianguli, triplus inscripti circuli.

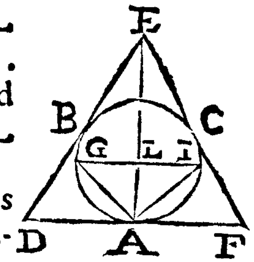
Inscribatur circulus ABC in triang. æquilatero DEF. Sitque G punctum, centrum & circuli, & trianguli; propterea DG dupla ipsius GC, hoc est ipsius GA. Ergo quadr. DG quadruplum est quadrati ex GA & quadratum DA triplum erit eiusdem GA; Quare etiam circulus, cuius semidiameter sit DA triplus erit circuli, cuius semidiameter sit CA. Quod erat &c.



PROPOSITIO XXX.

SI circa circulum descriptum fuerit triangulum æquilaterum, & reuoluatur figura, erit factus conus æquilaterus ad inscriptam sibi sphæram vt 9. ad 4.

Esto circa circulum ABC triangulum æquilaterum DEF, & conuertatur figura. Dico factum conum æquilaterum esse ad inscriptam sphæram in proportione dupla sesquiquarta, nempe vt 9. ad 4.



Concipiatur in hemisphærio GAI conus GAI. Erit iam per lemma præcedens circulus, cuius diameter DF triplus circuli, cuius diameter GI; sed conus DEF ad conum GAI rationem habet compositam ex ratione altitudinum EA ad AL; quæ tripla est: Et ex ratione basium, nempe circuli DF ad circulum GI quæ similiter tripla est: quare conus DEF ad conum GAI erit vt 9. ad vnum, sumptisq; consequentium quadruplis, erit conus DEF ad sphæram sibi inscriptam, vt 9. ad 4. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXXI.

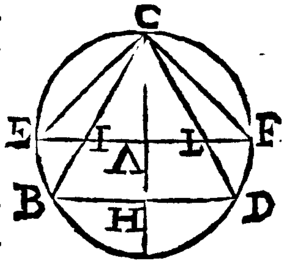
SI circa eandem ſphæram deſcripti ſint conus, & cylindrus, ambo æquilateri; erunt tria ſolida, nempe conus, cylindrus, & ſphæra in continua proportione ſeſquialtera.

Hoc autem patet. Poſita enim ſphæra vt 4. erit (per Corollarium Prop. 30. p. partis) cylindrus vt 6; conus autem oſtenſus eſt in præcedenti eſſe vt 9. Quare tria ſolida erunt inter ſe in continua proportione ſeſquialtera. Quod &c.

PROPOSITIO XXXII.

SPhæra ad inſcriptum ſibi conum æquilaterum eſt in ratione numeri 32. ad 9.

Sit in circulo, cuius centrum A inſcriptum triangulum æquilaterum CBD, & conuertatur figura circa CH. Dico ſphæram eſſe ad factum conum æquilaterum ſibi inſcriptum vt 32. ad 9.



Ducatur diameter EF ad angulos rectos ipſi CH, & concipiatur in hemiſphærio conus ECF: Punctum A erit centrum, tum circuli, cum etiam trianguli æquilateris BCD, propterea CH ſeſquialtera erit ipſius CA.

Sed cum etiam ICL ſit triangulum æquilaterum, erit CA potentià tripla ipſius AI, ergò & circulus ex CA, ſiue ex AE triplus erit circuli ex AI; ideoq; conus ECF, triplus coni ICL videlicet vt 24. ad 8. Conus autem ICL ad conum BCD ob ſimilitudinem, eſt vt cubus AC ad cubum CH, nimirum vt 8. ad 27. Quare ex æquo erit conus ECF ad conum BCD vt 24. ad 27. Reductaque ratione ad minimos terminos, erit conus ECF ad conum BCD vt 8. ad 9. Sumptis igitur antecedentium

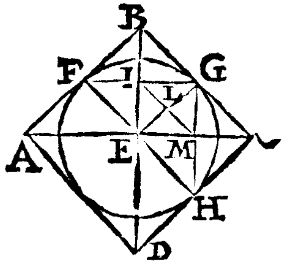
qua-

quadruplis ſphæra ad inſcriptum ſibi conum æquilaterum erit vt 32. ad 9. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXXIII.

ROmbus ſolidus æquilaterus circa ſphæram deſcriptus eſt ad ipſam ſphæram vt diameter quadrati ad latus eiuſdẽ.

Eſto quadratum ABCD circa circulum, cuius centrum E; & voluatur figura circa diagonalem BD; Dico rombum ſolidum æquilaterum factum ex reuolutione, eſſe ad ſphærã vt diameter quadrati ad latus eiuſdem.



Intelligatur in hemiſphærio conus FGH, cuius baſis FH, altitudo EG, & ducatur IM.

Erit iam conus ABC, cuius baſis AC, ſimilis cono FGH, vterque enim rectus & rectangulus eſt. Ergo conus ABC ad conum FGH erit vt cubus BE ad cubum EG, nempe vt recta BE ad EL. (ſunt enim EB, EG, EI, EL in continua ratione) ſumptis autẽ conſequentium duplis, erit conus ABC ad hemiſphærium, vt BE ad EG, & propterea totus rombus ſolidus ad totam ſphæram ſibi inſcriptam erit vt BE, ad EG, hoc eſt vt diameter alicuius quadrati ad latus eiuſdem. Quod &c.

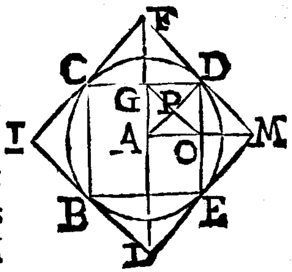
PROPOSITIO XXXIV.

SPhæra ad inſcriptum ſibi cylindrum æquilaterum eſt, vt diameter quadrati ad 3. quart. lateris eiuſdem.

Deſcribatur intra circulum, cuius centrum A quadratum BCDE, & voluatur figura circa catetum AG. Dico ſphæram ad cylindrum BCDE, eſſe vt diameter alicuius quadrati ad 3. quart. lateris eiuſdem.

Intel-

Intelligatur circa ſphæram alter cylindrus æquilaterus FILM, & producta AM iungantur AD, GO. Erunt ob ſimilitudinem triangulorum, in continua ratione FA, AD, AG, AP; Et quia cylindri ſunt ſimiles, nempe æquilateri, erit cylindrus IFML ad cylindrum BCDE vt cubus FM ad cubū CD, hoc eſt vt cubus FD ad cubum DG, ſiue vt cubus FA ad AD, hoc eſt vt recta FA ad quartam AP. Sumptiſque antecedentium ſubſeſquialteris, erit ſphæra ad cylindrum BCDE vt duæ tert. ipſius FA ad AP; hoc eſt vt tota FA ad ſeſquialteram ipſius AP; ſiue (quod idem eſt) vt FA ad 3. quar. rectæ AD. Conſtat ergo ſphæram ad inſcriptum ſibi cylindrum æquilaterum eſſe vt FA ad 3. quar. ipſius AD; hoc eſt vt diameter alicuius quadrati ad 3. quar. lateris eiuſdem. Quod &c.

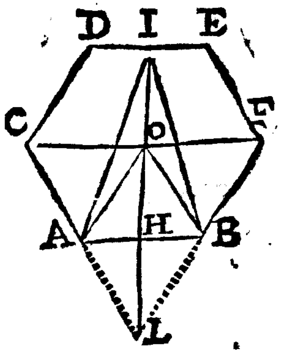


PROPOSITIO XXXV.

Solidum exagonale; hoc eſt ſphærale ſolidum genitum ab exagono circa catetum reuoluto, ſeptuplum eſt coni eandem ſibi baſim, & altitudinem habentis.

Eſto exagonum æquilaterum, & æquiangulum ACDEFB & conuertatur circa catetum HI; inſcribaturque conus AIB. Dico exagonale ſolidum factum ex reuolutione, ſeptuplum eſſe coni AIB.

Producantur CA, FB donec concurrant in aliquo puncto L, eruntque ob exagonum, quatuor triangula æquilatera OCA. OAB, OBF, ABL, æqualia inter ſe. Concipiatur ergo conus CLF perfectus; eritque conus AIB duplus coni ALB, quandoquidem eandem habet baſim AB, ſed altitudinem habet HI duplam ipſius HL.

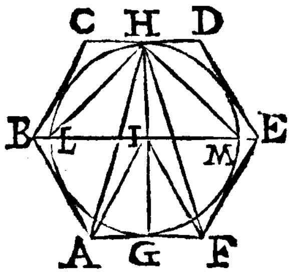


Iam conus CLF ad conum ALB, erit ob ſimilitudinem, vt cubus CL ad cubum LA, nempe vt 8. ad 1; & diuidendo ſemiſolidum CABF erit ad conum ALB, vt ſeptem ad vnum. Propterea etiam dupla eandem rationem habebunt, hoc eſt ſolidū exagonale integrum ſeptuplum erit coni AIB. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXXVI.

Si circa circulum deſcribatur exagonum, & reuoluatur figura circa catetum, erit ſphæra ſextupla coni, qui eandem baſim, & eandem altitudinem cum ſolido habeat.

Eſto circa circulum, cuius centrum I exagonum ABCCEF, & conuertatur circa catetum GH; inſcribaturque in facto ſolido exagonali conus AHF, qui baſim habeat circulum circa AF, altitudinem verò GH eandem cum ſolido. Dico ſphæram ſextuplam eſſe coni AHF.



Concipiantur duo alij coni; nempe LHM in hemiſphærio, & AIF ſuper baſi AF conſtitutus ad centrum I.

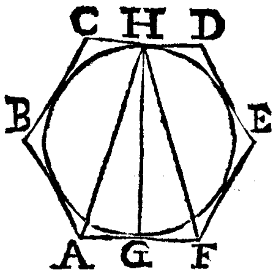
Erit ergò propter exagonum, triangulum AIF æquilaterum, & ideo ipſa IG tripla erit potentia ipſius GA. Conſtat igitur quod circulus, cuius diameter LM (dupla ſcilicet ipſius IG) triplus erit circuli, cuius diameter AF, & propterea conus LHM triplus erit coni AIF. Sphæra autem duo decupla erit coni AIF, & ideo ſextupla coni AHF. Quod erat &c.

PROPOSITIO XXXVII.

Si circa circulum deſcribatur exagonum, & voluatur figura circa catetum; erit factum ſolidum ad factam ſphæram ſeſquiſextum.

Eſto

Esto circa circulum, cuius centrum I exagonum ABCDEF & conuertatur figura circa catetum GH. Dico solidum sphærale factum, esse ad sphæram vt 7. ad 6.



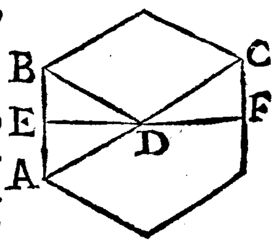
Concipiatur enim in solido conus AHF, vt in duabus præcedentibus propositionibus.

Erit ergo (per 35. huius) solidum exagonale ad conum AHF vt 7. ad vnum, conus autem AHF ad sphæram est vt 1. ad 6.; quare ex æquo
per præced. erit solidum ad sphæram vt 7. ad 6. Quod &c.

Lemma.

Linea diagonalis exagoni potentiâ sesquitertia est cateti eiusdem.

Sit exagonum ABC, cuius centrum D. Dico diagonalem AC potentiâ esse sesquitertiam cateti EF.



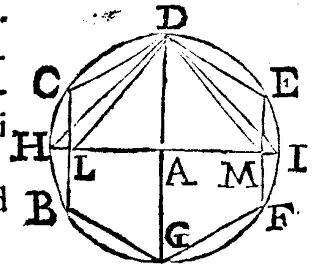
Hoc autem patet. Nam ducta DB erit ABD triangulum æquilaterum, ad exagonum; & AD latus erit potentiâ sesquitertiam perpendicularis DE: ergò sumptis lineis duplis, etiã AC sesquitertia erit potentia ipsius EF. Quod &c.

PROPOSITIO XXXVIII.

SPhæra inscripti sibi solidi exagonalis circa diagonalem reuoluti, sesquitertia est.

Sit in circulo, cuius centrum A descriptum exagonum BCDEFG; iunctisq; DH, DL, DM, DI, conuertatur figura circa diagonalem DG. Dico sphæram inscripti solidi exagonalis sesquiter-

tertiam esse. Circulus enim, cuius diameter HI, sesquitertius est circuli, cuius diameter LM (per lemma præcedens) ergo conus HDI sesquitertius est coni LDM, sumptisque quadruplis, erit sphęra sesquitertia solidi exagonalis. Quod erat &c.

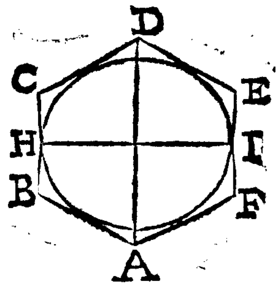


Assumptum fuit solidum exagonale quadruplum esse coni LDM. hoc enim patet ex propositione 28. huius.

PROPOSITIO XXXIX.

SI idem exagonum dupliciter reuoluatur, nempe circa catetum, & circa diagonalem; Erit solidum circa catetum reuolutum, ad solidum circa diagonalem, in subduplicata ratione numerorum 49. ad 48. Nempe vt radix q. num. 49. ad radicem q. num. 48.

Esto exagonum æquiangulum, & æquilaterum ABCDEF, quod vtroq; modo concipiatur reuolutum, nempe circa catetum HI & circa diagonalem DA; vt inde fiant duo solida sphæralia inter se diuersa specie: & intra vtrũq; intelligatur sphæra inscripta. Manifestum iam est (per lemma Propositionis præcedentis) diagonalem AD potentia sesquitertiam esse cateti HI. Si ergo ponatur HI rationalis 6. erit AD radix quadrata numeri 48.



Manentibus his. Solidum circa catetum reuolutum, ad in-
scriptam sphær. est vt 7. ad 6; Sphæra autem ad solidum reuo- 37. huius
lutum circa diagonalem est vt HI, ad AD, nempe vt 6. ad rad. q.
num. 48. Quare ex æquo erit, solidum circa catetum, ad soli- 6. huius.
dum circa diagonalem vt 7. ad radicem quadratam numeri 48.

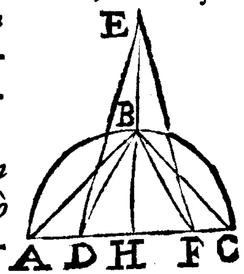
Nem-

Nempe in subduplicata ratione numerorum 49.48. Quod erat &c.

Lemma.

Si hemisphærium altitudinem habuerit subduplam alicuius coni: erit hemisphærium ad conum prædictum, vt basis ad basim.

Habeat hemisphærium ABC altitudinem HB subduplam altitudinis HE coni DEF. Dico hemisphærium ad conum DEF, esse vt circulus AC ad circulum DF.

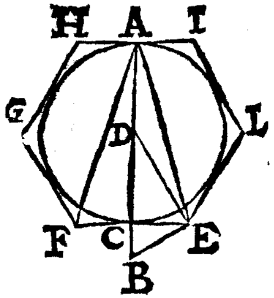


Concipiantur enim duo alij coni ABC in hemisphærio, & DBF super basi DF. Erit ergò conus ABC ad conum DBF, vt basis AC ad basim DF, sumptisq. duplis, erit hemisphærium ad conum DEF vt basis AC ad basim DF. Quod erat &c.

PROPOSITIO XL.

Solidum parilaterum circa catetum reuolutum ad inscriptum sibi conum, rationem habet, quam AB ad BC; facto scilicet angulo DEB recto.

Esto poligonum FGHILE habens latera numero paria, descriptum circa circulum, cuius centrum D, & conuertatur figura circa catetum CA, fiatq; angulus DEB rectus. Dico solidum ad inscriptum sibi conum FAE, esse vt AB ad BC.



12 huius Erit enim solidum ad sphæram vt BA ad AC, sumptisq; consequentium dimidijs, erit solidum ad hemisphærium vt BA ad DC, sed (per lemma præcedens) hemisphærium est ad conum FAE, vt circulus ex DC ad circulum ex CE; siue vt recta DC ad CB; ergo ex æquo erit sphærale solidum ad inscriptum sibi conum FAE, vt AB ad BC. Quod erat &c.

PROPOSITIO XLI.

Conus inscriptus in solido circa catetum reuoluto, æqualis est excessui, quo solidum inscriptam sibi sphæram superat,

Manente figura, & constructione præcedentis. Dico si sphæra auferatur à solido FGHILE, quòd residuum, quod superest, ablata sphæra, æquale erit cono FAE.

Est enim sphærale solidum ad sphæram, vt BA ad AC; & per conuersionem rationis, solidum ad illud residuum erit, vt AB ad BC. Sed (per præcedentem) solidum ad inscriptum sibi conum est, vt AB ad BC. Æqualis est ergo conus FAE, in solido sphærali inscriptus, omnibus simul solidulis annularibus, quæ circa sphæram sunt; siue differentię, quæ est inter solidum, inscriptamque in solido sphæram. Quod erat &c. 12. huius

PROPOSITIO XLII.

Hemisphęrium ad excessum, quo sua sphęra superatur à solido sphærali circa catetum reuoluto, duplicatam rationem habet diametri sphæræ ad latus poligoni, ex cuius reuolutione solidum genitum fuerat.

Manente præcedentium figura, & constructione. Dico hemisphærium; ad differentiam inter solidum, & inclusam sphæram, esse vt quadratum AC, ad quadratum FE.

Est enim sphæra ad solidum circumscriptum vt CA ad AB; 12. huius & diuidendo, sphæra ad differentiam inter sphæram, & solidum, erit vt AC ad CB; sumptisque antecedentium dimidijs, erit hemisphærium ad prædictam differentiam, vt DC ad CB, hoc est vt quadratum DC ad quadratum CE; vel vt quadratum AC ad quadratum FE. Quod erat &c.

Aliter.

13.huius *Sphæra ad solidum est vt duo quadrata ex CD ad duo simul quadrata CD, DE. Ergo diuidendo erit sphæra ad differentiam inter ipsam, & solidum vt duo quadruta ex CD ad quadratum CE, sumptisq; antecedentium dimidijs, erit hemisphærium ad differentiam inter sphæram, & solidum, vt quadratum DC ad quadr. CE, siue vt quadratum AC ad quadratum FE. Quod &c.*

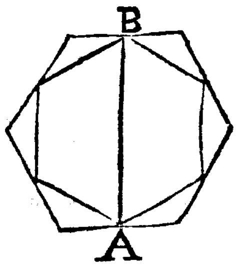
Corollarium.

Constat etiam hemisphærium ad conum FAE inscriptum in sphærali solido, esse in duplicata ratione AC ad FE, nempe axis coni ad diametrum basis eiusdem. Quandoquidem conus FAE demonstratus est æqualis differentiæ inter solidum sphærale, inscriptamque sibi sphæram.

PROPOSITIO XLIII.

SI exagono regulari simile exagonum inscribatur, ita vt inscripti anguli puncta media circumscriptorum laterum cõtingant, & conuertatur figura circa catetum maioris exagoni, erit solidum exagonale circumscriptum ad inscriptũ, vt 14. ad 9.

Sit vt ponitur: Conuertaturque figura circa AB; circaq; AB diametrum concipiatur sphæra, quæ quidem maiori poligono inscripta erit, minori verò circumscripta.

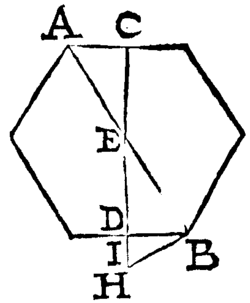


per 37 huius. 38. huius Erit itaque solidum maius ad sphæram vt 7. ad 6., nempe vt 14. ad 12; sphæra verò ad minus solidum erit vt 12. ad 9. Ergo ex æquo solidum maius ad minus erit vt 14. ad 9. Quod erat &c.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

SOlidum sphærale factum ex reuolutione alicuius poligoni circa diagonalem, ad solidum ex reuolutione eiusdem poligoni circa catetum; est vt rectangulum sub diagonali, & cateto, bis sumptum, ad duo simul quadrata, quorum alterum ex diagonali fit, alterum autem ex cateto.



Esto poligonum regulare quodcumque, habens latera numero paria, cuius diagonalis sit AB, catetus verò CD. Et concipiatur poligonum conuerti duplici axe; nempe primùm circa diagonalem AB; & iterum circa catetum CD. Dico solidum ex diagonali ad solidum ex cateto esse, vt rectangulum BED bis sumptum, ad quadrata ex BE, & ex ED: siue vt eorum quadrupla.

Fiat angulus EBH rectus, seceturq; bifariam DH in I; eritque EI media Aritmetica inter ED, EH: Iam solidum ex diagonali ad inscriptam sibi sphæram est, vt AB, ad CD; sphæra verò ad solidum ex cateto, est vt CD, ad CH; ergo ex æquo solidum ex diagon. ad solidum ex cateto, erit vt AB ad CH, siue vt EB, ad EI, (sunt enim semisses rectarum AB, CH.) Cum autem BE media Geometrica sit inter HE, ED; ipsa verò EI media Aritmetica sit inter easd. erit solidum ex diagonali ad solidum ex cateto vt media Geomet. ad mediam Aritmet. inter rectas HE, ED Sed ratio rectæ HE ad ED, ead. est ac quadr. BE ad quadr. ED: propterea erit solidum ex diagonali ad solidum ex cateto, vt spatium medium proportionale Geometricum ad spatium medium Aritmeticum inter quadrata BE, ED. Spatium autem medium Geometricũ inter quadrata BE, ED est rectangulũ BED; medium verò Aritmeticum est quadratũ ED, cum semisse quadrati DB. Ergo solidum ex diagonali ad solidum ex cateto erit vt re-

6. huius. 12. huius.

vt rectangulum BED;ad quadratum ED cum ſemiſſe quadrati DB; Vel (ſumptis duplis) vt rectangulum BED bis ſumptum, ad quadratum ED bis, cum integro quadrato DB. Siue vt rectangulum BED bis ſumptum,ad quadrata BE,ED. Quod erat &c.

Aſſumpſimus rectangulum BED, medium proportionale eſſe inter quadrata BE,ED. Hoc enim patet in propoſitis quibuſcunque rectis duabus lineis.

Aſſumpſimus etiam quadratum ED cum ſemiſſe quadrati DB, eſſe medium Aritmeticum inter quadrata BE, ED. Quod patet quadratum enim BE ſuperat quadratum ED quadrato BD.

Corollarium.

Hic pro Corollario demonſtrari poteſt, ſolidum ex diagonali factum ſemper minus eſſe ſolido, quod fit ex cateto, quando idem poligonum conuertatur circa diagonalem, & circa catetum. Demonſtratur hoc modo.

Quoniam rectangulum BED bis ſumptum, minus eſt duobus quadratis BE,ED (ſunt enim in continua ratione quadratum EB rectangulum DEB, & quadratum ED, ideoque dupla media, minor eſt duabus extremis magnitudinibus.) Et eſt vt rectangulum BED bis ſumptum ad quadr. BE,ED ſimul, ita ſolidum ex diagonali ad ſolidum ex cateto; Erit ſolidum ex diagonali minus, quàm ſolidum ex cateto. Quod erat &c.

Si quis autem quærat, quo exceſſu ſolidum ex cateto ſuperat ſolidum ex diagonali. Hoc modo illum proportione notum habebit.

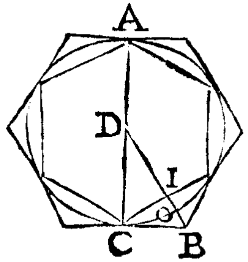
Fiat vt duo quadrata BE, ED ſimul, ad quadratum, quod fit ex differentia rectarum BE, ED, ita maius ſolidum ad aliud: Et habebit exceſſum, quo maius ſolidum ſuperat minus.

Propo-

PROPOSITIO XLV.

SI intra poligonum regulare parilaterum inſcribatur ſimile poligonum, ita vt anguli inſcripti biſectiones laterum circumſcripti contingant; conuertaturq; figura circa catetum maioris poligoni: Erit maius ſolidum ſphærale ad minus, vt ſunt duo ſimul quadrata duarum diagonalium, ad duo quadrata minoris cateti.

Eſto poligonum parilaterum ABC &c. intra quod inſcribatur ſimile poligonum AIC &c. vti dictum eſt. Conuertaturq; figura circa AC catetum maioris poligoni. Dico ſolidum ſphærale ABC, ad ſolidum AIC eſſe vt duo quadrata ſimul duarum diagonalium, nempe BD, DC. ad duo quadrata minoris cateti DI. Circumſcribatur ſolido AIC ſua ſphæra, quæ alteri ſolido inſcripta erit.



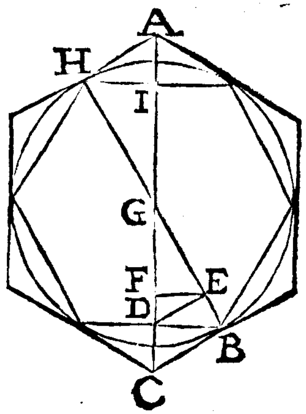
Iam ſolidum ABC ad inſcriptam ſphæram, eſt vt duo quadrata ſimul BD,DC ad duplum quadrati DC (per 13. huius.) Sphæra verò ad inſcriptum ſolidum eſt, vt duplum quadrati DC ad duplum quadrati DI (per 7. huius) Ergo ex æquo maius ſolidum ſphærale ad minus erit, vt duo ſimul quadrata BD, DC ad duplum quadrati DI. Quod erat &c.

PROPOSITIO XLVI.

IIſdem poſitis: ſi conuertatur figura circa diagonalem maioris poligoni GC. Erit maius ſolidum ad minus, vt integer axis AC maioris ſolidi, ad vtramque ſimul, nempe ſemicatetum DG minoris, & quartam proportionalium GF; ſi fiat vt ſemidiagonalis minoris ad ſemicatetum; ita ſemicatetus ad tertiam, & tertia ad quartam.

Eſto ſolidum, quale poſitum eſt ABCH cui inſcriptum ſit ſolidum

lidum IBD. vti dictum eſt. Ducatur, DE perpendicularis ad GB, & EF ad GC: eruntq; in continua proportione CG, GB, GD, GE GF. ob angulos rectos.



Iam ſolidum maius ad ſphæram eſt vt AC ad HB (per 6. huius) ſphæra autem ad ſolidum minus, eſt vt HB ad vtramque ſimul DG. GF (per 14. huius) Quare ex æquo ſolidum maius ad minus erit vt AC ad vtramque ſimul DG, GF, nẽpe quod propoſitum fuerat.

Corollarium.

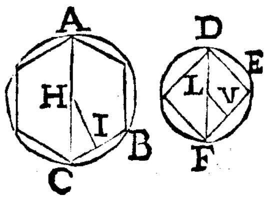
Quando ſolida prædicta ab exagono genita fuerint: demonſtratur, quòd poſita recta AC 32. DG. & GF notæ ſunt. nempe DG. 12. & GF. 9. Ergo in hoc caſu ſolidum maius ad minus eſſet vt 32 ad 21,

Supereſt nunc vt ſolida ſphæralia abſolutè conſiderata inter ſe conferamus, & hoc quot modis fieri poterit: quemadmodum in proœmio operis nos eſſe facturos promiſeramus.

PROPOSITIO XLVII.

Solida ſphæralia parilatera circa diagonalem reuoluta, inter ſe ſunt vt parallelepipeda baſi quadr. cateti, altitudine vero diagonali eorumdem.

Sint duo ſolida ſphæralia parilatera circa diagonales AC, DF reuoluta. Sintq; HI, LV perpendiculares ad latera CB, FE Dico ſolidum ſphærale ABC ad ſolidum, DEF eſſe vt parallelepipedum baſi quadrato HI, altitudine verò HC, ad paralle-



lep.

lep. baſi quadrato LV, altitudine LF. 7. huius.

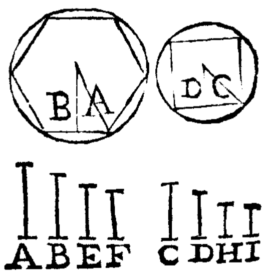
Intelligatur vtrique circumſcripta ſphæra ſua. Tunc enim ſolidum ABC ad ſphæram ſuam erit vt quadratum IH ad quadratum HC, ſiue (ſumpta communi altitudine CH) vt parallelepipedum baſi quadrato IH, altitudine HC, ad cubum HC. Sphæra autem ABC ad ſphæram DEF, eſt vt cubus HC ad cubum LF. At ſphæra DEF, (vt nuper in altera oſtendebamus) ad ſolidum ſuum DEF eſt vt cubus LF, ad parallelepipedum baſi quadrato LV, altitudine LF: ergo ex æquo erit ſolidum ABC, ad ſolidum ſphærale DEF, vt parallelepipedum baſi quadrato HI, altitudine HC, ad parallelepipedum baſi quadrato LV, altitudine LF. Quod erat &c.

Scholium.

Idem concludetur etiam ſi concipiantur ſphæræ iuxta 6. huius intra data ſolida inſcripta; ſiue altera tantum inſcripta, altera verò circumſcripta iuxta 6. & 7. huius ſicut experienti patebit.

PROPOSITIO XLVIII.

Solida ſphæralia parilatera circa catetum reuoluta inter ſe ſunt, vt parallelepipeda baſi quadrato diagonalis, altitudine verò, quæ ſit æqualis cateto, & quartæ proportionalium, ſi fiat vt diagonalis ad catetum, ita catetus ad tertiam, & ita tertia ad quartam.



Sint duo ſolida ſphæralia circa catetos B, & D reuoluta. Continueturque ratio A ad B in quatuor terminis A, B, E, F. Item ratio diagonalis C ad catetum D continuetur in quatuor terminis C, D, H, I. Dico, primum ſolidum ad ſecundum eſſe vt parallelepipedum baſi quadrato A, altitudine verò B, & F; ad parallelepipedum baſi quadrato C. altitudine verò D, & I.

Nam primum ſolidum ad ſphæram ſuam eſt vt B, & F ſimul ad 14. huius ad A bis ſumptam: acceptaq; communi baſi quadrato A; erit ſolidum primum ad ſphæram ſuam, vt parallelepipedum baſi drato A, altitudine verò B, & F ſimul, ad duos cubos A. Sphæra autem prima ad ſecundam ſphæram eſt vt duo cubi A ad duos cubos C. Sphæra tandem ſecunda ad ſolidum ſuum, eſt vt duo cubi C, ad parallelepipedum baſi quadrato C altitudine verò D, & I ſimul (quod oſtenditur vt nuper factum eſt in prima ſphæra) ergo ex æquo primum ſolidum ſphærale ad ſecundum, erit vt parallelepipedum baſi quadrato A, altitudine B, & F ſimul, ad parallelepipedum baſi quadrato C; altitudine verò D, & I ſimul. Quod erat &c.

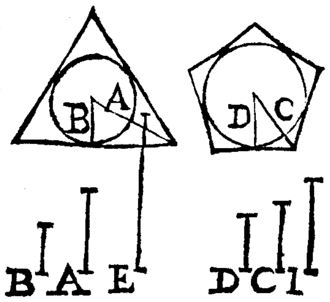
Scholium.

Idem concludi poteſt ſi ſphæræ concipiantur intra ipſa ſolida inſcripta iuxta Propoſitionem 13. huius; ſiue altera inſcripta, altera verò circumſcripta iuxta 13., & 14. huius. Quando verò termini proportionis alij euadant à propoſitis, vt in hac, & in ſequentibus, ſcias proportionem ſemper eandem eſſe, in quibuſcunque tandem terminis eueniat.

PROPOSITIO XLIX.

SOlida ſphæralia imparilatera ſunt inter ſe vt parallelepipeda, baſi quadrato perpendicularis, quæ ex centro poligoni ducitur in latus eiuſdem, altitudine verò æquali prædictę perpendiculari, vna cum dupla eius, quæ ex centro ad angulum poligoni ducitur, & cum tertia proportionalium ad duas prædictas.

Sint ſolida ſphæralia imparilatera, circa catetos B, & D reuoluta. Continuetur ratio perpendicularis B ad radium poligoni A in tribus terminis B, A, E. Item ratio D ad C in tribus terminis D, C, I, continuata ſit. Dico ſolidum primum ad ſecundum eſſe vt parallelepipedum baſi quadrato B, altitudine verò æquali B ſemel, A bis, & E ſemel, ſimulq; ſumptis, ad parallelepipedum

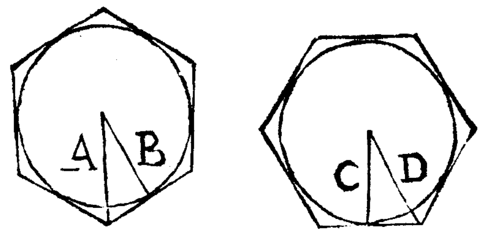


lepipedum baſi quadr. D; altitudine verò æquali D ſemel, C bis, & I ſemel ſimulq; ſumptis.

Concipiatur in vtroq; ſolido ſphærali ſua ſphæra inſcripta, eritq; ſolidum primum ad ſphæram ſuam vt B, & E ſimul cum dupla ipſius A ad quadruplam B; ſumptaque communi baſi quadrato B, erit ſolidum primum ad ſphæram ſuam vt parallelepipedum baſi quadrato B; altitudine verò B, & E cum dupla A, ad quatuor cubos B. Sphæra autem prima ad ſecũdam eſt vt quatuor cubi B ad quatuor cubos D; Sphæra tandem ſecunda ad ſolidum ſuum eſt, vt quatuor cubi D. ad parallelepipedũ baſi quadrato D; altitudine D, & I cum dupla ipſius C (quod oſtenditur vt nuper factum eſt) ergo ex æquo patet, quòd propoſitum fuerat. &c. *18. huius*

PROPOSITIO L.

SOlidum ſphærale parilaterum circa diagonalem reuolutum, ad ſolidum ſphærale parilaterum circa catetum reuolutum eſt vt parallelepipedum baſi quadrato cateti, altitudine diagonali, bis ſumptum, ad parallelepipedum baſi quadrato cateti, ſimul diagonaliſque, altitudine verò cateti.



Sint duo ſolida ſphęralia, quorum alterum circa diagonalem A ſit reuolutum, alterum verò circa catetum C. Dico ſolidum primum circa diagonalem, ad ſolidum ſecundum circa catetum, eſſe vt parallelepipedum baſi quadr. B altitudine A bis sumptum, ad parallelepipedum basi æquali quadratis C, D, altitudine verò G.

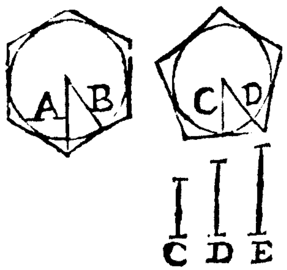
Intelligatur in vtroque solido inscripta sua sphæra. Et erit solidum primum ad sphæram suam, vt recta A ad B; sumptaq; eadem basi quadrato E; erit solidum primum ad sphæram suam, vt parallelepipedum basi quadrato B, altitudine verò A, ad cubum B, siue vt duplum dicti parallelepipedi ad duos cubos B. Sphæra verò prima ad secundam est, vt duo cubi B, ad duos cubos C. Sphæra tandem secunda ad solidum suũ est, vt duo quadrata ex C, ad duo quadrata C, & D, sumptaque communi altitudine C, est, vt duo cubi C, ad parallelepipedum basi æquali quadratis C, & D; altitudine verò C. Propterea ex æquo patet, quod propositum erat.

6. huius.

13 huius.

PROPOSITIO LI.

SOlidum sphærale parilaterum circa diagonalem reuolutum, ad solidum sphærale imparilaterum est, vt parallelepipedũ basi quadrato cateti, altitudine diagonali quater sumptum; ad parallelepipedum basi quadrato rectæ illius, quæ ex centro poligoni imparilateri perpendiculariter ducitur in latus eiusdem; altitudine verò æquali prædictæ perpendiculari, vna cum dupla illius, quæ ex centro ad angulum ducitur, & cum tertia proportionalium ad duas prædictas.



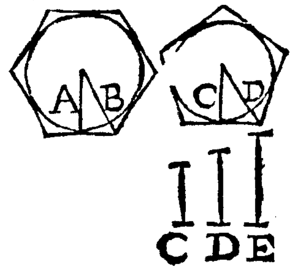
Sint duo solida sphæralia, nempe primum parilaterum circa diagonalem A conuersum, alterum verò imparilaterum circa catetum C reuolutum. Cõtinuetur ratio C ad D in trib. terminis C, D, E. Dico primum solidum ad secundum esse, vt parallelepipedum basi quadrato B, altitudine A quater sumptum, ad parallelepipedum basi quadrato C, altitudine verò æquali rectis C, & E cum dupla D. simul

simul sumptis.

Nam solidum primum ad sphæram suam est, vt recta A ad B; siue sumpta communi basi quadrato B; vt parallelepipedum basi quadrato B, altitudine A, ad cubum B; Velut parallelepipedum prædictum quater sumptum, ad cubum B quater sumptum Sphæra verò prima ad secundam est, vt quatuor cubi B ad quatuor cubos C, Sphæra denique secunda ad solidum suum [vt ostensum est in 49. huius] est vt quatuor cubi C, ad parallelepipedum basi quadrato C, altitudine verò æquali rectis C, & E cum dupla D, simul sumptis. Propterea ex æquo patet, quod propositum erat.

PROPOSITIO LII.

SOlidum sphærale parilaterum circa catetum reuolutum, ad solidum sph. imparilaterum, est vt parallelepipedum basi æquali quadratis diagonalis, & cateti; altitudine cateti bis sumptum, ad parallelepipedum basi quadrato lineæ, quæ ex centro ducitur perpendiculariter in latus poligoni imparilateri, altitudine verò æquali prædictæ lineæ, vnà cum illa, quæ ex centro ad vnum angulum perducitur, & cum tertia proportionalium ad duas prædictas.



Sint duo solida sphæralia; alterum parilaterum circa catetum A reuolutum; alterum imparilaterum circa C conuersum. Et ratio C ad D continuetur in tribus terminis C, D, E. Dico primum solidum ad secundum esse, vt parallelepipedum basi æquali quadratis, B & A, altitudine verò A, bis sumptum, ad parallelepipedum basi quadrato C, altitudine verò æquali C, & E, cum dupla ipsius D.

Nam solidum primum ad sphæram suam est, vt duo quadrata B 13 huius

ta B

ta B,& A,ad duplum quadrati A siue sumpta communi altitudine A, vt parallelepipedum basi æquali quadratis B, & A, altitudine A ad duos cubos A ; vel vt dictum parallelepipedum bis sumptum,ad quatuor cubos A. Sphæra autem prima ad secundam, est vt quatuor cubi A ad quatuor cubos C. Shæra denique secunda ad solidum suum est vt quatuor cubi C,ad parallelepipedum basi quadrato C; altitudine æquali C,& E, cum dupla D. (vt ostensum fuit in Propos. 49. huius] Ergo ex æquo patet, quod propositum fuerat.

F I N I S.

DE

DE
TERRÆMOTV
LIBELLVS

Flaminij de Mezauachis Ciuis, & I. V. D. Bononiensis.

In quo curiosa aperitur Terræmotus doctrina, & agitur de Terræmotu Anni 1672.