

Renato Caccioppoli, nel centenario della nascita.

CARLO SBORDONE

1. – Cenni biografici.

Renato Caccioppoli si tolse la vita venerdì 8 maggio 1959. La sua nascita, che quest'anno rievochiamo, avvenuta mercoledì 20 gennaio 1904, certamente emanò vivida luce nella sua famiglia. Il padre Giuseppe (1852-1947) noto chirurgo napoletano aveva infatti perso da sette anni la prima moglie Angelina Amendola e da cinque il figlio sedicenne Nicola, entrambi a causa di malattia infettiva. Fu dal secondo matrimonio con Sofia Bakunin (1870-1956), figlia del rivoluzionario russo, il principe Michail Aleksandrovic, che nacquero Renato e poi Ugo (1905-1992). Sua sorella, la professoressa Maria Bakunin (1873-1960), insegnò dal 1909 al 1939 Chimica Applicata e Chimica Tecnologica Organica presso la Scuola Politecnica di Napoli e dal 1940 al 1948 Chimica Organica presso la Facoltà di Scienze dell'Università di Napoli. Nel 1905 fu nominata Socio dell'Accademia Pontaniana di cui, per volere di Benedetto Croce, fu anche Presidente dal 1944, anno della rinascita spirituale post-bellica di quella antichissima Istituzione. Nel 1905 fu anche accolta nella Società Nazionale di Scienze Lettere e Arti in Napoli. Il 15 febbraio 1947 fu nominata Socio corrispondente dell'Accademia dei Lincei, lo stesso giorno in cui ne divenne Socio il nipote Renato.

Renato Caccioppoli, dopo aver conseguito il diploma di Istituto Tecnico ed anche la Maturità Classica, si iscrisse alla Facoltà di Ingegneria nel 1921 per poi passare a Matematica nel novembre 1923. Subito dopo la laurea, conseguita nel 1925, divenne assistente di Mauro Picone (1885-1977) illuminato Maestro dell'Analisi italiana chiamato proprio in quell'anno all'Università di Napoli (per rimanervi fino al 1932). Picone scoprì subito le singolari doti del

giovane allievo e lo spinse verso la ricerca nel campo dell'Analisi.

Nel corso di soli cinque anni Caccioppoli pubblicò una trentina di lavori su argomenti da lui scelti autonomamente, che gli valsero la cattedra universitaria ed un premio ministeriale per la Matematica.

Nel 1931 fu chiamato a Padova sulla cattedra di Analisi Algebrica e dopo tre anni tornò a Napoli per coprire la cattedra di Teoria dei Gruppi, poi quella di Analisi Superiore ed infine, dal 1943, quella di Analisi Matematica.

Fu socio dell'Accademia dei Lincei (corrispondente dal 1947 e nazionale dal 1958), dell'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli (corrispondente dal 1931 e ordinario dal 1938) dell'Accademia Pontaniana (ordinario dal 1944) e socio corrispondente dell'Accademia Patavina di Scienze Lettere ed Arti.

Negli anni 1947-51 fu direttore, insieme con Carlo Miranda, della 4^a serie della rivista «Giornale di Matematiche di Battaglini», dal 1948 fu membro del comitato di redazione degli «Annali di Matematica» (insieme a F. Severi (1879-1961) Direttore, G. Sansone (1888-1979) Condirettore, E. Bompiani (1889-1975), B. Segre (1903-1977) e A. Signorini (1888-1963)) e dal 1952 di quello di «Ricerche di Matematica», la rivista fondata quell'anno a Napoli da Carlo Miranda (insieme a N. Spampinato (1892-1971), C. Tolotti (1913-1991) e G. Zappa).

Nel 1953 l'Accademia dei Lincei gli conferì il Premio Nazionale di Scienze Fisiche Matematiche e Naturali, su segnalazione di alcuni soci nazionali e con la seguente motivazione:

«La Commissione giudicatrice ha rilevato che Caccioppoli è già da tempo pervenuto ad una posizione internazionale di primo piano, fra quei non molti cultori della Matematica che la fanno effettivamente progredire con scoperte che aprono nuove possibilità e nuovi orizzonti con la creazione di fecondi metodi di ricerca»; la commissione aggiungeva che «si può essere certi di trovare sempre, là dove la Matematica incontra gravi difficoltà, un apporto di Caccioppoli, utile al progresso»; e, concludendo, affermava che «Renato Caccioppoli è un grande matematico che domina insieme, con impressionante forza di creazione, i tre campi dell'Analisi, topologico, reale e com-

plesso, la cui opera assidua di scienziato e di maestro altamente onora il nostro paese».



1955. F. G. Tricomi, la Signora Picone, Mauro Picone e Renato Caccioppoli a Roma.

2. – Convegni e volumi in suo onore.

Le pubblicazioni scientifiche di Caccioppoli, iniziate nel 1926, ammontano ad oltre settanta lavori, l'ultimo dei quali, dedicato a Mauro Picone per il suo 70° compleanno, apparve nel 1955.

Nel 1963 le opere di Renato Caccioppoli furono raccolte in due volumi a cura di una commissione dell'Unione Matematica Italiana, presieduta da Mauro Picone e costituita dai professori F. Cafiero, C. Ciliberto, G. Cimmino, A. Colucci, S. Coronato, D. Greco, C. Miranda, G. Scorza Dragoni e G. Stampacchia.

La prefazione di tale pubblicazione contiene un'analisi molto accurata dei suoi scritti e ad essa rimandiamo senz'altro, per consentire un'idea della produzione di Caccioppoli.

Alla sua memoria, inoltre, colleghi ed allievi dedicarono nel 1968 un convegno internazionale, i cui atti, pubblicati nei «Symposia Mathematica» dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica di Roma, contengono i contributi di alcuni fra i più noti analisti italiani e stranieri.

Per onorare la sua memoria, l'Unione Matematica Italiana accettò di amministrare il Premio Caccioppoli, istituito con una donazione del fratello Ugo. Questo premio fu assegnato per la prima volta nel 1960 ed attribuito ad Ennio De Giorgi (1928-1996). (Successivamente è stato attribuito a E. Vesentini (1962), E. Gagliardo (1964), E. Bombieri (1966), M. Miranda (1968), C. Baiocchi (1970), A. Tognoli (1974), E. Giusti (1978), A. Ambrosetti (1982), C. De Concini (1986), G. Dal Maso (1990), N. Fusco (1994), L. Ambrosio (1998), G. Alberti (2002)).

Negli anni '70 gli fu intitolato l'Istituto di Matematica della Facoltà di Scienze dell'Università di Napoli, divenuto dal 1° gennaio 1984 Dipartimento di Matematica ed Applicazioni «Renato Caccioppoli».

Nell'aprile del 1987 si tenne a Pisa presso la Scuola Normale Superiore e in collaborazione con l'Istituto Italiano per gli Studi Filosofici un convegno dal titolo «Il pensiero matematico del XX secolo e l'opera matematica di Renato Caccioppoli» che vide ampia partecipazione di pubblico costituito anche da non specialisti ed il cui volume degli atti fu pubblicato nel 1988 [50].

Nel settembre 1989 si è tenuto a Napoli un Convegno internazionale in occasione del quarantesimo anniversario della sua morte. Gli atti sono stati pubblicati nel 1991 in un Supplemento della rivista *Ricerche di Matematica* [52].

Alla fine degli anni '80 la regista napoletana Marussa Gravagnuolo realizzò per la RAI un pregevole documentario sulla vita di Caccioppoli e nel 1992 il regista napoletano Mario Martone un film dal titolo «Morte di un matematico napoletano» che ebbe un premio al Festival cinematografico di Venezia.

In occasione del XVI Congresso UMI tenutosi a Napoli nel set-

tembre 1999 è stato pubblicato a cura di A. Alvino, L. Carbone, G. Trombetti e C. Sbordone un volumetto dal titolo «In ricordo di Renato Caccioppoli» che in particolare contiene il testo critico di una sua conferenza tenuta in occasione di un Convegno svoltosi a Parma il 4 giugno 1949 e stenografata che è un documento di grande interesse [2]. «Si trattò di una riunione importante, per le molte cose discusse in quella prima occasione del dopoguerra, e ho ben presente il discorso magistrale di Caccioppoli sui problemi di Analisi funzionale, e la straordinaria portata, per risolverli, delle nuove vedute» mi ha recentemente scritto in proposito L. Amerio.

Nel Giugno 2002 si è svolto a Roma presso l'Accademia dei Lincei il Convegno Internazionale «Renato Caccioppoli and Modern Analysis» i cui Atti sono apparsi nei Rendiconti Lincei [51].

Nel mese di febbraio del 2004, per iniziativa del Sindaco di Napoli Rosa Russo Iervolino e del Rettore dell'Università degli Studi di Napoli «Federico II» Guido Trombetti, si è svolta una giornata in ricordo di Caccioppoli al Maschio Angioino di Napoli.

Nel mese di aprile del 2004 si è tenuto al CNR un Convegno dal titolo «Renato Caccioppoli a 100 anni dalla nascita» e nell'occasione è stato pubblicato a cura di A. Guerraggio e P. Nastasi un numero speciale di Lettera Pristem dedicato a Caccioppoli e Picone, contenente diverse lettere inedite tra illustri matematici del tempo, ritrovate negli archivi dell'IAC.

Nel Settembre 2004 un altro Meeting internazionale avrà luogo a Napoli.

3. – L'attualità della sua opera scientifica (1926-1955).

Non è assolutamente possibile dare, in breve spazio, un'idea completa dell'opera di Renato Caccioppoli, opera che ha investito i principali settori dell'Analisi Matematica.

È tuttavia possibile cercare di compiere una rassegna di alcuni suoi risultati, in una rilettura che tenga anche conto degli sviluppi conseguiti nel quarantennio successivo alla sua scomparsa.

Per lo studio del passaggio al limite sotto il segno d'integrale in

condizioni assai generali, Caccioppoli, in una memoria del 1928, introdusse l'importante nozione di «famiglia di funzioni uniformemente a variazione limitata». A tale nozione pervenne indipendentemente vent'anni dopo il matematico sovietico Dubrovskii, il quale utilizzò la locuzione «famiglia di funzioni uniformemente additive» che è quella oggi più adoperata. Nella stessa memoria Caccioppoli dimostrò l'equivalenza tra l'uniforme additività e la classica equiassoluta continuità secondo Vitali.

Una semplice dimostrazione di tale teorema, dovuta a R. Fiorenza, è riportata in un'elegante nota di F. Cafiero del 1968, nella quale la nozione di uniforme additività viene descritta in un contesto moderno ed in termini di essa viene riottenuto un criterio di compattezza di Dunford-Pettis, assai noto in *Analisi Funzionale*. Segnaliamo inoltre la monografia *Misura ed Integrazione* [15] dello stesso Cafiero, nella quale molte delle idee e dei risultati di Caccioppoli sulla teoria della misura e dell'integrazione hanno ottenuto una sistemazione astratta e definitiva. In questo stesso ordine di idee, ispirato alla necessità di estrarre proprietà di compattezza debole da ipotesi le meno restrittive possibile, anche al fine di applicazioni a problemi variazionali debolmente coercitivi, si può menzionare la «biting convergence» dovuta a Brooks e Chacon (1980) ma ritrovata indipendentemente da Acerbi-Fusco in vista delle applicazioni ad un loro notevole teorema di semicontinuità degli integrali multipli [1]. In sostanza, dalla equilimitatezza degli integrali di una successione di funzioni sommabili si riesce a dedurre l'esistenza di un'estrattta convergente nel senso «biting» cioè debolmente su insiemi invadenti lo spazio. Per i risvolti moderni dei suoi lavori in teoria della misura e nell'analisi reale si rinvia ad una conferenza di P. de Lucia [25] in occasione dell'inaugurazione dell'Anno Accademico 1988 della Società Nazionale di Scienze Lettere e Arti in Napoli e ad una sua recente conferenza [26] all'XI Convegno di «Analisi Reale e Teoria della Misura» del luglio 2004.

Veniamo ora ad esaminare alcuni contributi di Caccioppoli alla teoria delle equazioni a derivate parziali. Fondamentale fu la

sua idea di applicare metodi topologico-funzionali allo studio di equazioni differenziali ed integrali.

I teoremi di esistenza da lui ottenuti riguardano principalmente problemi non lineari; tuttavia anche nel campo dei problemi lineari il suo contributo fu profondamente originale.

Per una concisa descrizione del suo metodo nel caso lineare, si rinvia alla commemorazione di Carlo Miranda pubblicata sui Lincei nel 1984 da Gianfranco Cimmino e Giuseppe Scorza Dragoni.

Questo metodo è stato utilizzato da Caccioppoli nelle sue ricerche *Sui teoremi di esistenza di Riemann* [11], da Cimmino in [20] e da Miranda in [37] e [38].

Alla luce di questo metodo, in particolare, la questione dell'esistenza di soluzioni di un problema di Dirichlet viene ricondotto a quella della loro maggiorazione «a priori».

Si tratta cioè di stabilire certe formule di maggiorazione applicabili ad ogni soluzione «virtuale», cioè ad ogni soluzione eventualmente esistente, formule valide anche sotto ipotesi che non implicino da sole l'esistenza della soluzione.

Il vantaggio di questa procedura, riconosciuta da Shauder e Caccioppoli, consisteva nell'evitare la costruzione preliminare di una soluzione fondamentale e di utilizzare, in luogo della teoria delle equazioni integrali, semplici considerazioni di Analisi Funzionale. Per la trattazione di queste questioni è assai utile consultare il volumetto *Problemi di esistenza di Analisi Funzionale* di C. Miranda, originato da un corso da lui tenuto nel 1949 presso la Scuola Normale e ristampato nel 1975 tra i quaderni della S. N. S. di Pisa [39].

Una posizione di rilievo in queste ricerche ha il citato lavoro [11] del 1937, in cui viene dimostrato per la prima volta il teorema sull'armonicità delle funzioni ortogonali a tutti i laplaciani, che è divenuto poi notissimo sotto il nome di «lemma di Weyl». Si tratta di un vero e proprio teorema di regolarizzazione, ma, come messo in luce da C. Miranda nella sua celebre monografia *Partial Differential Equations of elliptic type*, l'attribuzione a Weyl è inappropriata, perché il lavoro di Caccioppoli, ed anche l'estensione al caso di operatori ellittici più generali dovuta a Cimmino (1938)

precedono di qualche anno la nota di Weyl (1940). Recentemente il lemma è stato esteso a classi di operatori non lineari che includono, come caso particolare, il p -laplaciano, $p > 1$, [33].

Segnaliamo che queste ricerche di Caccioppoli consentirono a Cimmino nel 1938 di risolvere la questione dell'esistenza della soluzione dei problemi di Dirichlet con dati discontinui sulla frontiera, nel suo lavoro [19], nel quale era anticipata la nozione, oggi di moda, di «traccia» sulla frontiera di una funzione discontinua.

Il metodo di Cimmino è stato ripreso ed esteso da Pini (1956) e Magenes (1959).

Si vedano in proposito il trattato [35] di Lions-Magenes: *Problemi ai limiti non omogenei*; la memoria *I problemi al contorno per le equazioni differenziali di tipo ellittico* di Magenes-Stampacchia [36] e la citata monografia di Miranda.

Veniamo ora ai fondamentali contributi di Caccioppoli allo studio di problemi non lineari.

A parte due lavori [5] e [6] sull'estensione ad alcuni spazi funzionali del teorema di punto unito di Brouwer, in cui vengono anche mostrate le sue applicazioni alla dimostrazione di teoremi di esistenza per problemi ai limiti relativi ad equazioni differenziali, metodo peraltro già seguito qualche anno prima da Birkhoff, Kellog e Shauder e ripreso, dopo Caccioppoli, da Scorza Dragoni, Zwirner e Magenes, il principale contributo di Caccioppoli fu un principio generale di inversione di una trasformazione funzionale.

Tale principio asserisce che una trasformazione tra due spazi di Banach è globalmente invertibile se essa è localmente invertibile nell'intorno di ogni coppia di punti corrispondenti e se essa trasforma in successioni convergenti solo successioni compatte.

Per una trattazione del caso in cui vi siano insiemi eccezionali rispetto all'inversione locale si può consultare il quaderno [3] della SNS di A. Ambrosetti e G. Prodi dal titolo *Analisi non lineare*. Questo principio, insieme con alcune sue applicazioni, venne introdotto in tre lavori del 1932 [7], [8], [9], nei quali inoltre Caccioppoli ribadì che l'invertibilità locale si riconduce, come mostrato precedentemente da Volterra, Hildebrand e Graves, allo studio dell'equazione a variazioni del problema dato, mentre la verifica

dell'altra condizione dipende da opportune maggiorazioni a priori delle eventuali soluzioni.

Quest'ultima questione, spesso la più ardua da affrontare, venne considerata da Caccioppoli in alcuni lavori successivi intesi a stabilire, per le equazioni ellittiche, varie maggiorazioni a priori, più generali di quelle ottenute nel caso bidimensionale e con procedimenti assai laboriosi da Bernstein.

In particolare, in un lavoro del 1935, dedicato alle equazioni ellittiche in due variabili, vi è un notevolissimo contributo alla questione posta da Hilbert a Parigi nel 1900, al Congresso Internazionale dei Matematici, sull'analicità delle soluzioni di equazioni ellittiche analitiche.

In questo lavoro Caccioppoli riuscì a dimostrare l'analicità di soluzioni di classe C^2 , risultato che solo nel 1953 fu esteso da Morrey al caso $n > 2$.

In un successivo lavoro [10] egli provò l'analicità delle estremali lipschitziane di un integrale del Calcolo delle Variazioni, risultato esteso poi da Cimmino e Stampacchia e successivamente, in modo definitivo, da De Giorgi, in un suo pionieristico lavoro del 1957. Nello stesso lavoro Caccioppoli dette un semplice, ma fondamentale, lemma di crescita, ripreso poi da Leray (1938) e da lui stesso nel lavoro [12]. Per un confronto fra questo tipo di lemma ed altri apparsi in seguito in letteratura, miranti a dedurre maggior regolarità a partire da disuguaglianze integrali unidimensionali si veda l'articolo di A. Avantaggiati in [52]. La memoria [12], lavoro anche questo fondamentale che precedette di poco uno della Ladyzhenskaja, conteneva maggiorazioni per le soluzioni nella norma $H^{2,p}$ di Sobolev, con $p = 2$, ed in più variabili.

Il caso $p > 1$ arbitrario fu trattato poi da A. Koselev e da D. Greco, il quale fruì del ben noto Teorema di Calderon e Zygmund sugli integrali singolari apparso nel 1955.

Altre importanti formule di maggiorazione furono stabilite nel 1965 da S. Campanato e G. Stampacchia.

Per un'esposizione di questi risultati, si vedano i volumi [34], [44] di Ladyzhenskaya - Ural'tseva e Morrey, la monografia [41]

di C. Miranda, e i più recenti volumi di Gilbarg-Trudinger [30], M. Giaquinta [29], E. Giusti [31].

Nel 1940 Caccioppoli tornò sul suo principio, per estenderlo a casi più generali e per trattare problemi di geometria differenziale in grande.

Su queste applicazioni anche Miranda ottenne importanti risultati, per i quali si può consultare un altro suo quaderno pubblicato nel 1971 dalla SNS di Pisa, col titolo *Su alcuni problemi di geometria differenziale in grande per gli ovaloidi* [42].

Il principio di inversione di Caccioppoli fu applicato anche da G. Scorza Dragoni, per la trattazione delle equazioni integrali non lineari, da C. Ciliberto nei problemi al contorno per le equazioni paraboliche, da R. Fiorenza per problemi di derivata obliqua e da F. Stoppelli per i sistemi dell'elasticità non lineare.

Un altro grande filone di ricerche intraprese nel 1927 da Caccioppoli fu quello della quadratura delle superfici, ed i suoi risultati ebbero vasta eco internazionale. Non potendo, per motivi di tempo, soffermarci su tali teorie, rimandiamo al volume *Surface Area* di L. Cesari [18] e ci limitiamo a ricordare che egli ritornò sull'argomento dopo 25 anni per dedicarsi in particolare alla teoria degli «insiemi dimensionalmente orientati» cioè alla teoria delle superfici assegnate non parametricamente, ma come frontiere orientate di insiemi spaziali.

Le idee di Caccioppoli furono all'origine di tutta una serie di notevolissime ricerche sugli insiemi dimensionalmente orientati e sui relativi problemi di Calcolo delle Variazioni, che vennero riprese ed approfondite in modo assai brillante da E. De Giorgi nel 1954, in alcuni pionieristici lavori.

Gli insiemi di perimetro finito, cioè gli insiemi approssimati in media mediante domini poligonali di perimetro limitato, introdotti da Caccioppoli nella sua nota lineare del 1952 [13], si dicono oggi «insiemi di Caccioppoli».

Per gli sviluppi di questa teoria rimandiamo ad un altro quaderno della S.N.S. di De Giorgi-Colombini-Piccinini [24] ove sono descritti i fondamentali contributi di De Giorgi, di Mario Miranda, di Giusti, Bombieri e dei loro allievi, a complemento delle teorie di Caccioppoli.

Rinviamo inoltre alla monografia *Geometric Measure Theory* di Federer [27] e al recente volume *Functions of Bounded Variation and Free Discontinuity Problems* di Ambrosio-Fusco-Pallara [4].

Il nome di Caccioppoli resta anche legato a certe disuguaglianze, dette appunto «disuguaglianze di Caccioppoli», oggi di grande attualità, perché costituiscono il passo fondamentale per la regolarità di soluzioni di problemi variazionali.

Per ampie citazioni di tali disuguaglianze, si può consultare la monografia di M. Giaquinta dal titolo *Multiple Integrals in the Calculus of Variations and Nonlinear Elliptic Systems* [29], il quaderno della SNS di S. Campanato sui sistemi ellittici [17] il recente volume [32] di Iwaniec e Martin ed il volume di Atti del Congresso «Renato Caccioppoli and Modern Analysis» [51].

Concludiamo questa breve rassegna di opere di Caccioppoli ricordando che brillanti furono i suoi contributi allo sviluppo della teoria delle rappresentazioni quasi conformi che è ancor oggi di attualità ed infatti gli viene riconosciuto il merito di essere stato tra i primi ad ottenere i principali risultati analitici, limitatamente al caso bidimensionale (1953-54).

Contemporaneamente a Morrey egli prova l'holderianità di tali rappresentazioni e prova anche la continuità dell'operatore $f \rightarrow J(x, f)$ dalla convergenza uniforme alla convergenza debole sulle funzioni sommabili. Inoltre, contemporaneamente a Bers, nota il legame tra rappresentazioni quasiconformi e soluzioni deboli di sistemi lineari ellittici. Alla fine degli anni 60 le sue ricerche furono riprese da Cimmino in una serie di eleganti lavori relativi al caso pluridimensionale [22], caso che in quegli anni, specie grazie al contributo di Reshetnyak, ricevette la dovuta sistemazione. In particolare il menzionato teorema di continuità debole dello Jacobiano viene da questi dimostrato nella maggior generalità e in dimensione qualunque. Bisogna attendere ancora qualche anno per un ulteriore approfondimento di questo risultato nell'ambito della teoria della Compatezza per compensazione di Murat-Tartar (1976) e poi della teoria degli spazi di Hardy di Coifman-Lions-Meyer-Semmes (1993).



1938. Renato Caccioppoli e Gianfranco Cimmino.

4. – Maestro e Amico.

Eccezionali dunque sono stati i contributi di Caccioppoli al progresso della Matematica, sia per le sue ricerche personali, sia per la «guida da lui prestata ai giovani che erano con lui alla scuola di Picone, per i quali egli divenne, dopo Picone, un secondo Maestro». (Così si espresse Carlo Miranda, in un suo articolo del 1977 sulla Storia

dell'Istituto di Matematica dell'Università di Napoli). Questi giovani erano Gianfranco Cimmino (1908-1989), Carlo Miranda (1912-1982) e Giuseppe Scorza Dragoni (1908-1996). Il periodo del fecondo sodalizio tra questi e Caccioppoli ha inizio nel 1923, anno in cui Caccioppoli conobbe Cimmino. Tra i due giovani si instaurò un intenso legame di amicizia e frequentazione fino al 1939, anno in cui Cimmino si trasferì prima a Cagliari e poi a Bologna come sede universitaria definitiva. Legame che viene affettuosamente delineato nella sua conferenza dal titolo «Renato Caccioppoli maestro e amico» al citato convegno di Pisa del 1987. «Certamente Renato sarebbe potuto diventare un eccellente direttore d'orchestra. Ma così pure un ottimo critico e regista cinematografico, perché anche quello era un campo in cui si manifestava con particolare attrazione il suo interesse. Del resto, ogni più nobile produzione dell'intelletto trovava nella sua mente una fervida rispondenza, della quale egli sapeva poi far parte agli altri, con una abilità di parlatore capace di incatenare chi lo udiva. Così, amava la poesia e la letteratura, con certe speciali predilezioni, come Proust e Rimbaud. Di quest'ultimo, ricordo di averlo sentito leggere alcuni poemetti, di cui voleva far apprezzare il gusto squisito a un gruppetto di matematici, fra i quali mi trovavo.

Era anche chiaramente ben esperto in filosofia. Rievoco soltanto un particolare: in uno dei nostri primi incontri, mi spiegò la geniale distinzione pascaliana fra «esprit de géometrie» e «esprit de finesse». E mi rimproverava di attingere troppo al primo e troppo poco al secondo.

Forse la sua scelta per la matematica, fra tante possibilità che gli si presentavano, fu anche dettata dalla voglia di cimentarsi in un campo, in cui eccellere è più raro e più difficile».

Nel 1932 Scorza, che si era laureato nel luglio del 1929 con Picone, lasciò Napoli, ma il suo legame con Caccioppoli restò assai profondo come egli stesso ebbe occasione di rilevare in [47]. Di natura forse un po' diversa il rapporto con Miranda, che si articolò in un vero e proprio sodalizio perché quest'ultimo dal 1943 non lasciò mai Napoli e quindi poté condividere con Lui anni di esperienze quotidiane che portarono alla costituzione dell'Istituto di Matematica e alla risistemazione dell'annessa Biblioteca. La loro costante collaborazione scientifica portò la Scuola Matematica Napoletana verso alte vette. Fu Miranda che con

la sua monografia del 1954 presso la Springer (tradotta in inglese nel 1969 e in russo nel 1957) e con due Quaderni della SNS di Pisa [39], [42] provvide a diffondere e ad esemplificare il suo pensiero ed i suoi lavori alla cui diffusione egli non badava affatto.

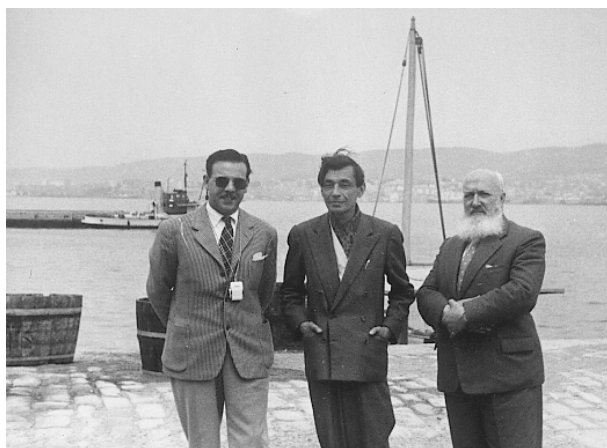
Fu con Miranda che egli fece crescere un gruppo di giovani ricercatori napoletani che raggiunsero rapidamente la notorietà: F. Cafiero (1914-1980), G. Stampacchia (1922-1978), D. Greco (1923-1995), C. Ciliberto e F. Stoppelli (1917-1997). I due erano in un certo senso complementari come nota P. de Lucia nella sua breve conferenza al Convegno dell'89 [52], «Qui forse è il caso di ricordare la collaborazione e l'amicizia fra Renato Caccioppoli e Carlo Miranda e l'importanza che essa ha avuto nella cultura scientifica napoletana del dopoguerra. I due uomini erano complementari, una situazione di concorrenza e rivalità sarebbe stata disastrosa; la generosa capacità di Miranda di utilizzare le proprie doti di organizzatore e la propria attitudine al lavoro sistematico anche a vantaggio del collega, geniale matematico, ma disordinato e insopportabile di pastoie burocratiche e amministrative, è senz'altro la base su cui si sviluppò una brillante scuola matematica».

Tuttavia, come ha testimoniato recentemente G. Zappa, che fu suo collega a Napoli dal '46 al '53 sulla cattedra di Geometria e anche membro del Comitato di Redazione di Ricerche di Matematica all'atto della sua fondazione nel 1952, la presenza di Caccioppoli alle riunioni di Facoltà era sistematica, ma raramente accompagnata da interventi: era difficile che egli prendesse la parola, lasciando a Miranda il compito di esprimere quanto già preventivamente concordato.

Ed infine Don Savino Coronato. Il custode geloso delle vicende quotidiane di Caccioppoli: suo assistente inseparabile. Come ricorda P. de Lucia in un necrologio pubblicato nel Notiziario dell'UMI del '97: «Spirito indipendente e dai vari interessi era appassionato di musica e buon conoscitore della letteratura italiana. Tutto ciò aveva stabilito un forte legame fra lui e Caccioppoli. Dopo la morte dell'Amico ne aveva sempre difeso la memoria contro le varie leggende e strumentalizzazioni, rifiutandosi ad ogni intervista o intervento pubblico».

In definitiva, per cercare di comprendere la personalità di Caccioppoli è importante riferirsi al suo rapporto con Napoli. Uno scienziato geniale ha tutta una serie di interlocutori a livello nazionale ed

internazionale; i suoi scritti appaiono su riviste specialistiche e vengono letti e ripresi da colleghi americani, francesi, tedeschi, sovietici, ma la sua vita quotidiana si esplica in luoghi precisi ed in contesti determinati dai quali non si può prescindere se si vuol penetrare nel suo mondo. Renato Caccioppoli era un vero personaggio nella sua città. Città nella quale visse ininterrottamente, a parte i tre anni di insegnamento a Padova tra il '31 e il '33. Città che era solito percorrere a piedi anche a notte fonda, per coglierne silenziosamente il carattere o per meglio riflettere, accompagnato da giovani allievi o intellettuali ed amici della sinistra di allora. Certamente il prestigio di cui godeva per la sua ben nota, elevatissima collocazione scientifica era una componente essenziale del rispetto e dell'ammirazione di cui godeva tra gli studenti (con i quali egli era molto esigente, si veda in proposito l'articolo di S. Rionero [45]), tra le persone di cultura e la gente semplice di Napoli. Dopo il suicidio, da tempo meticolosamente meditato, i suoi colleghi si chiusero per decenni in un rispettoso silenzio, evitando concordemente, come già accennato, di rilasciare interviste ai numerosi giornalisti che chiedevano notizie sulla sua vita. L'unico richiamo esplicito e costante alla sua memoria fu un necrologio anonimo apparso per anni ogni 8 maggio sul quotidiano «Il Mattino».



1954. Gaetano Fichera, Renato Caccioppoli e Ettore Leonida Martin, Direttore dell'Osservatorio Astronomico di Trieste, a Trieste.

5. – Il ricordo dei Colleghi.

Caccioppoli non voleva celebrazioni dopo la sua morte; Miranda lo ricordò affettuosamente nel discorso inaugurale del VI Congresso dell'Unione Matematica che si svolse a Napoli nel settembre del '59. «Vorrete scusarmi se inizierò il mio dire con una nota non lieta. Quando, quattro anni or sono, nel Congresso di Pavia io ebbi l'onore, a nome dell'Istituto Matematico dell'Università di Napoli, di accettare l'incarico della organizzazione del VI Congresso della Unione Matematica Italiana io ero ben lontano dal pensare che sarebbe oggi toccato a me di porgervi il primo saluto in questa sede. Era invece pacifico, per tutti noi matematici napoletani, che la presidenza del Comitato Organizzatore sarebbe stata assunta dall'uomo che per la genialità del suo ingegno, per la profondità della sua dottrina, per la sua rinomanza internazionale ci sovrastava tutti nettamente, voglio dire da Renato Caccioppoli. E in effetti Egli fu fino a qualche mese fa il Presidente del nostro Comitato e contribuì notevolmente con la saggezza, un po' scanzonata ma profondamente umana, dei suoi consigli a dare una direttiva al nostro lavoro.

Dopo la sua scomparsa, avvenuta tragicamente l'8 Maggio di quest'anno, noi abbiamo attraversato un periodo di profondo smarrimento e la nostra attività ha subito una battuta d'arresto. Poi, riprendendo il nostro lavoro, abbiamo esaminato la possibilità di dedicare una delle sedute del Congresso alla Sua commemorazione, ma vi abbiamo rinunciato perché troppe volte Egli ci aveva detto che, dopo la sua morte, non voleva cerimonie in suo onore».

Tuttavia i suoi colleghi più vicini, nel rispetto della tradizione delle principali Istituzioni cui Egli aveva afferito, provvidero a redigere altrettanti ricordi: G. Scorza per gli Atti dell'Accademia dei Lincei [47], G. Cimmino per il Bollettino dell'UMI [21] e C. Miranda per gli Annali di Matematica [40]. In occasione del Convegno del 1989 a Napoli, G. Fichera, che aveva avuto cordiali rapporti di amicizia con Caccioppoli, accenna allo stretto ed affettuoso legame che vi fu tra Picone ed il suo allievo prediletto «Durante una delle mie frequenti permanenze a Roma, Picone mi chiese di venirlo a prendere nella sede lincea alla Lungara. Dopo qualche minuto di attesa, vidi uscire

Picone raggiante dalla seduta plenaria cui egli aveva partecipato. Dopo un festoso saluto mi comunicò: — Oggi è stato conferito il Premio del Presidente della Repubblica a Renato Caccioppoli! — E subito volle che assieme ci recassimo a san Silvestro per telegrafare la notizia al neo-laureato. Ricordo benissimo il testo del telegramma redatto da Picone: «*Premio del Presidente a te dovuto conferitoti oggi da Accademia Lincei*». Il giorno dopo giunse il telegramma di risposta di Caccioppoli che Picone, profondamente commosso, volle mostrarmi. Esso diceva: «*nulla mi è dovuto, so quanto ti devo*». E ancora Fichera accenna ad una lettera inviatagli da Picone appena dopo la morte di Caccioppoli e riporta nel suo intervento un brano di quella lettera:» «*certamente i sentimenti ed i ragionamenti del nostro caro Estinto per indursi a sopprimersi avranno anch'essi, rispettivamente, avuto la nobiltà e la forza a tutti noi ben note. Mi domando allora: a che vale adoperarsi per fare ancora della matematica quando ha rinunciato a ciò uno che poteva farla nel modo che tutti noi ammiravamo?*».

E negli Atti dello stesso Convegno, nell'intervento di E. Vesentini, si legge: «Caccioppoli resta un matematico classico, fuori dal tempo in cui è vissuto, che scriveva i suoi lavori per precisare anzitutto a se stesso, e poi a chi fosse in grado di seguire le sue argomentazioni, i termini dei problemi, lasciando nelle sue note traccia, sovente molto succinta delle intuizioni che l'avevano condotto alla soluzione. «Molti di quei lavori sono di lettura difficile, ed alcuni susciterebbero oggi le riserve di più di un *referee*. Ma, a chi voglia e sappia comprenderli, essi offrono spesso la sensazione inebriante di partecipare — a fianco di un ingegno raffinato — alla costruzione di un nuovo capitolo della scienza.»

In tali ricordi, al di là delle sue doti umane e delle straordinarie qualità di Scienziato e Maestro non appaiono espliciti riferimenti al suo impegno nell'assolvimento dei compiti istituzionali di professore universitario. Sembra opportuno quindi ricordare che egli fu più volte membro di Commissioni di concorso a cattedra ; nel 1937 fu relatore della Commissione giudicatrice del Premio Torelli dell'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli assegnato a P. Buzano e a E. Martinelli; nel 1953 fu membro della Commissione per il

Premio Tenore dell'Accademia Pontaniana attribuito a F. Cafiero e fu relatore della Commissione per il premio Pomini dell'UMI assegnato a E. De Giorgi nel 1956. Nella sua relazione si legge «di grande interesse, e contenenti alcuni risultati importanti, sono due Memorie (Annali di Mat., s. IV, tomo XXXVI, 1954; Ricerche di Mat., vol. IV, 1955) su una nuova teoria sulla misura degli insiemi $(r - 1)$ dimensionalmente orientati in uno spazio ad r dimensioni. L'idea originalissima che ne è alla base è quella di partire dalla formula di Gauss-Green come istanza a priori, per giungere ad una definizione analitica della misura vettoriale, funzione additiva d'insieme: questa fornisce la misura assoluta con la propria variazione totale. Con tale procedimento si stabiliscono proprietà fondamentali, alquanto riposte, della misura; sono poi studiate le proprietà locali (asintotiche) degli insiemi di misura finita, e viene data una nuova definizione della misura come estremo superiore delle misure di insiemi contenuti nel dato ed aventi una certa regolarità. Questi risultati sono suscettibili di ulteriori larghi sviluppi e di interessanti applicazioni a nuovi problemi di tipo isoperimetrico. La commissione è unanime nel giudicare il De Giorgi un ricercatore singolarmente dotato, ricco d'inventiva e che rivela già un notevole spirito costruttivo; lo ritiene pertanto pienamente meritevole del Premio».

Il riferimento a De Giorgi merita qualche doveroso approfondimento. Va ricordato infatti che i lavori di quest'ultimo, tra il '53 ed il '55, permisero di comprendere e giudicare più chiaramente lo scopo vero delle definizioni di Caccioppoli nella sua teoria sulla misura degli insiemi $(k - 1)$ dimensionalmente orientati in uno spazio a k dimensioni. Si veda in proposito il testo della conferenza di M. Miranda al Convegno di Napoli del 1989 [52]. De Giorgi aveva grande ammirazione per Caccioppoli e a più riprese ha scritto articoli per ricordarne la grande impresa scientifica e la complessa figura.

Citando da un suo articolo: «Ritornando a Caccioppoli, è sempre molto difficile (ed è facile sbagliare) quando si cerca con poche parole di entrare nel mistero di un uomo, specialmente di un uomo la cui personalità era sicuramente assai ricca e complessa.

Al di là di quelle che possono essere le dolorose vicende umane, c'era indubbiamente nella visione di Caccioppoli dell'arte e della ma-

tematica, della scienza, non l'idea del disordine ma piuttosto l'idea dell'armonia pitagorica, cioè l'idea che alla fine dei conti la costruzione matematica veramente interessante doveva essere una costruzione bella e armonica, non poteva essere una costruzione disordinata, sconnessa, priva di bellezza. Direi che quest'idea dell'armonia che fra l'altro era quella che univa in Caccioppoli la passione matematica e la passione artistica, come parti di una sola aspirazione, mi sembra che sia alla fine il fondo del suo pensiero matematico ed anche forse di una sua delusione nelle vicende della vita sociale in cui avrebbe anche voluto portare quello stesso sogno di armonia fra gli uomini che purtroppo nei nostri tempi è ancora lontana dall'essere realizzata. Per quanto sia difficile e incauto entrare nel mistero di un uomo, però se dovessi vedere un filo tra l'interesse artistico, l'interesse scientifico, l'interesse sociale e civile di Caccioppoli, lo vedrei in questa aspirazione di fondo all'armonia e nel dolore che tutte le varie disarmonie ai vari livelli gli procuravano.

Riconosco che ad un certo punto bisogna fermarsi di fronte al mistero dell'uomo perché solo Dio legge nel cuore degli uomini, noi possiamo fare solo delle deboli congetture».

BIBLIOGRAFIA

- [1] E. ACERBI - N. FUSCO, *Semicontinuity problems in the Calculus of Variations*, Archive for Rat. Mech. Anal., **86**, n. 2, (1984), 125-145.
- [2] A. ALVINO - L. CARBONE - C. SBORDONE - G. TROMBETTI, *Ricordo di R. Caccioppoli*, Napoli 1989.
- [3] A. AMBROSETTI - G. PRODI, *Analisi Non Lineare*, Quaderno Scuola Normale Sup. Pisa (1973).
- [4] L. AMBROSIO - N. FUSCO - D. PALLARA, *Functions of Bounded Variations and Free Discontinuity Problems*, Oxford Univ. Press (2000).
- [5] R. CACCIOPOLI, *Un teorema generale sull'esistenza di elementi uniti in una trasformazione funzionale*, Rend. Acc. Naz. Lincei, s. VI, **11** (1930), 357-363.
- [6] R. CACCIOPOLI, *Sugli elementi uniti delle trasformazioni funzionali: un'osservazione sui problemi di valori ai limiti*, Rend. Acc. Naz. Lincei, s. VI, **13** (1931), 498-502.

- [7] R. CACCIOPPOLI, *Problemi non lineari in Analisi Funzionale*, Rend. Sem. Mat. Roma, s. III, I (1931-1932), 13-22.
- [8] R. CACCIOPPOLI, *Sugli elementi uniti delle trasformazioni funzionali: un Teorema di esistenza e unicità ed alcune sue applicazioni*, Rend. Sem. Mat. Padova, 3 (1932), 1-15.
- [9] R. CACCIOPPOLI, *Un principio di inversione per le corrispondenze funzionali e sue applicazioni alle equazioni a derivate parziali*. Note I e II, Rend. Acc. Naz. Lincei, s. VI, 16 (1932), 390-395 e 484-489.
- [10] R. CACCIOPPOLI, *Sul carattere analitico delle soluzioni di una classe di problemi del calcolo delle variazioni*, Rend. Acc. Naz. Lincei, s. VI, 25 (1937), 24-26.
- [11] R. CACCIOPPOLI, *Sui teoremi di esistenza di Riemann*, Ann. Scuola Norm. Sup. di Pisa, s. II, 7 (1937), 177-187.
- [12] R. CACCIOPPOLI, *Limitazioni integrali per le soluzioni di un'equazione lineare e luttica a derivate parziali*, Giornale di Mat. di Battaglini, s. IV, 80 (1950-51), 186-212.
- [13] R. CACCIOPPOLI, *Misura ed Integrazione sugli insiemi dimensionalmente orientati*, Rend. Acc. Naz. Lincei, s. VIII, 12 (1952), 3-11 e 137-146.
- [14] R. CACCIOPPOLI, *Opere scelte*, vol. 1° e 2°, Cremonese, Roma (1963).
- [15] F. CAFIERO, *Misura e integrazione*, Monografie matematiche CNR, Cremonese, Roma (1959).
- [16] F. CAFIERO, *Sull'uniforme additività*, in [53] della presente bibliografia.
- [17] S. CAMPANATO, *Sistemi ellittici in forma divergenza. Regolarità all'interno*. Quaderno Scuola Normale Sup. Pisa (1980).
- [18] L. CESARI, *Surface Area*, Annals of Math. Studies, Princeton University Press, 1959.
- [19] G. CIMMINO, *Nuovo tipo di condizioni al contorno e nuovo metodo di trattazione per il problema generalizzato di Dirichlet*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 61 (1937-38), 177-221.
- [20] G. CIMMINO, *Sulle equazioni lineari alle derivate parziali del second'ordine di tipo ellittico sopra una superficie chiusa*, Ann. Scuola Norm. Di Pisa, s. II, 7 (1938), 73-96.
- [21] G. CIMMINO, *L'opera matematica di Renato Caccioppoli*, Boll. U.M.I., 14 (1959), 548-551.
- [22] G. CIMMINO, *Sulle rappresentazioni pseudoconformi*, in [53] della presente bibliografia.
- [23] G. CIMMINO - G. SCORZA DRAGONI, *L'opera matematica di Carlo Miranda*, Rend. Acc. Naz. Lincei, vol. LXXXVI, 2, febbraio 1984, pp. 145-157.
- [24] E. DE GIORGI - F. COLOMBINI - L. PICCININI, *Frontiere orientate di misura minima e questioni collegate*, Quaderno della Scuola Normale Sup., Pisa (1972).

- [25] P. DE LUCIA, *Analisi reale e Teoria della Misura a Napoli: R.Caccioppoli, C. Miranda e F. Cafiero*, Conferenza inaugurale Anno 1988 della Società Nazionale di Scienze Lettere e Arti in Napoli.
- [26] P. DE LUCIA, *Ricordo di R. Caccioppoli*, XI Convegno di Analisi Reale e Teoria della Misura, Ischia (2004).
- [27] H. FEDERER, *Geometric measure theory*, Springer, (1969).
- [28] G. FICHERA, *Ricordo di Renato Caccioppoli*, in [53] della presente Bibliografia
- [29] M. GIAQUINTA, *Multiple Integrals in the Calculus of Variations and Nonlinear Elliptic System*, Annals. of Math. Studies n. 105, Princeton Univ. Press. (1983).
- [30] D. GILBARG - N. S. TRUDINGER, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer (1977).
- [31] E. GIUSTI, *Metodi diretti nel Calcolo delle Variazioni*, Monografie dell'Unione Matematica Italiana (1994).
- [32] T. IWANIEC - G. MARTIN, *Geometric Function Theory and Nonlinear Analysis*, Oxford University Press (2001).
- [33] T. IWANIEC - C. SBORDONE, *Weak Minima of Variational Integrals*, J. Reine Angew. Math., **454** (1994), 143-161.
- [34] O. A. LADYZHENSKAYA - N. URAL'TSEVA, *Linear and Quasilinear Elliptic Equations*, Acad. Press, New York (1968).
- [35] J. J. LIONS - E. MAGENES, *Problèmes aux limites non homogènes*, vol. I, II, III, Dunod (1968).
- [36] E. MAGENES - G. STAMPACCHIA, *I problemi al contorno per le equazioni differenziali di tipo ellittico*, Ed. Scientifiche, Genova (1958).
- [37] C. MIRANDA, *Sul principio di Dirichlet per le funzioni armoniche in tre variabili*, Rend. Acc. Lincei, **3** (1947), 55-59.
- [38] C. MIRANDA, *Formule di maggiorazione e teorema di esistenza per le funzioni biarmoniche in due variabili*, Giorn. Mat. Battaglini, **77** (1948-49), 97-118.
- [39] C. MIRANDA, *Problemi di esistenza in Analisi Funzionale*, Quaderni della Scuola Normale Sup. di Pisa (1949), ristampa (1975).
- [40] C. MIRANDA, *Renato Caccioppoli*, Annali di Mat. Pura e Appl. IV, t. XLVII (1959).
- [41] C. MIRANDA, *Partial differential equations of elliptic type*, 2nd ed., Springer (1970).
- [42] C. MIRANDA, *Su alcuni problemi di geometria differenziale in grande per gli ovaloidi*, Quaderno della Scuola Normale Sup. di Pisa (1973).
- [43] C. MIRANDA, *Breve storia e prospettive future dell'Istituto di Matematica della Facoltà di Scienze dell'Università di Napoli*, vol. XLIV (1977).
- [44] C.B. MORREY, *Multiple integrals in the Calculus of Variations*, Springer (1966).

- [45] S. RIONERO, *Alcuni aspetti della Scuola matematica napoletana: fantasia matematica e proiezione internazionale*, Rend. Accad. Sc. Fis. Mat. Napoli ser. IV, **LXIII** (1996), 131-148.
- [46] RISMA, *Sulla figura di Caccioppoli*, a cura di P. Fergola, Dip. Di Matematica e Appl. «R. Caccioppoli», (1994).
- [47] G. SCORZA DRAGONI, *Renato Caccioppoli*, Rend. Acc. Naz.le Lincei, Roma (1963).
- [48] G. TALENTI, *Equazioni lineari ellittiche in due variabili*, Le Matematiche Catania, **21** (1966), 339-376.
- [49] E. VESENTINI, *Renato Caccioppoli e l'analisi complessa*, in [52] della presente Bibliografia.
- [50] *Il Pensiero Matematico del XX secolo e l'Opera Matematica di Renato Caccioppoli*, Atti del Convegno a Pisa 1987, Ist. Ital. per gli Studi Filosofici.
- [51] Rendiconti Acc. Naz. Lincei, Ser. IX, vol. XIV, Fasc. 3 (2003).
- [52] *Ricerche di Matematica Suppl.*, vol. XL, (1991), Atti del Convegno a Napoli (1989).
- [53] *Symposia Matematica*, vol. II, Istituto Naz.le di Alta Mat. (1969) Acad. Press.

Carlo Sbordone, Dipartimento di Matematica «R. Caccioppoli»,
Università di Napoli «Federico II», Via Cintia - 80126 Napoli
sbordone@unina.it