EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

Comitato scientifico:

Simonetta Bassi
Università di Pisa

Umberto Bottazzini
Università Statale di Milano

Michele Ciliberto
Scuola Normale Superiore di Pisa

Giuseppe Da Prato
Scuola Normale Superiore di Pisa

Paolo Freguglia
Università di L'Aquila

Mariano Giaquinta
Scuola Normale Superiore di Pisa, Centro di ricerca matematica "Ennio De Giorgi", Presidente

Angelo Guerreggio
Università Bocconi di Milano

Michele Marini
Fourweb Service srl

Stefano Marmi
Scuola Normale Superiore di Pisa, tesoriere

Massimo Mugnai
Scuola Normale Superiore di Pisa

Pietro Nastasi
Università di Palermo

Luigi Pepe
Università di Ferrara

LA SECONDA PARTE
DEL GENERAL TRATTATO DI
NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA,

NELLA QVALE IN VNDICI LIBRI SI NOTIFICA LA
PIV ELEVATA, ET SPECVLATIVA PARTE DELLA PRATICA
Arithmetica, hoggi è tutte le regole, & operationi pertinenti
alle progressioni, radici, proportioni,
& quantità irrationali.

MALIGNITA'

NOIAR NON FVOL FORTEZZA

Collegij Societatis Catalogo

Scan 33
Segn
Segnatura

Con privilegio della santità di Papa Paolo IIII. Della Illustrissima Signoria di Venetia, & dell'eccellentissimo Signor Duca di Vrbino.

In Vinegia per Curtio Troiano de i Nauò.
M D L V I.
Appresso dell'Autore.

L. Bisfranceschi

AL MOLTO MAGNIFICO, ET GENEROSO SIGNOR, IL SIGNOR CONTE ANTONIO L'ADRIANO SVO HONORANDISS.

Essendo questi dì assai passati, Magnifico Signor Conte (a comune beneficio) composto un general Trattato di numeri, & misure, ma in sei parti diuiso, per la diuersità de le soggette, delle quali sei parti, questa è la seconda, nella quale in undici libri si notifica tutte le più speculative regole, & grandi di attioni, over operationi praticali, che occorrer possa, non solamente nella general pratica di numeri, & misure, ma ancho nella pratica speculativa dell'arte magna, detta in Arabo Algebra, & Almucabala, over regola della cosa. Et perche già molti giorni ragionando con le eccellenze di messer Federico Comandino da Vrbin peritissimo mathematico, quelle ui cose tiffondo qualmente nostra Signoria molto si dilettava, non solamente della speculativa dottrina di Euclide Megarense, ma anchora della pratica speculativa dell'arte magna. La qual cosa intendendo, & desiderando io già molti, & molti giorni di far quella che cosa aggrata a nostra Signoria, per ricompensar alquanto le troppo grande cortesie a me usate per una cosa da niente. Mi ho pensato, che tal mia seconda parte non gli fosse a ingrato dispiacere, trattando delle materie, che li trattava, e però con le debite riverenze à quella la dedico, offerisco, & dono. Et se nostra Signoria non troverà tal mia fatica in tutto secondo il suo solito, quella si degnerà hauermi per iscusso, alla buona gratia, della quale di continuo mi raccomando.

Di Vinetia alli III di Aprile. M D LVI.

Alli comandi di V. S.
Nicolo Tartaglia.

TAVOLA DELLA CONTINENTIA
DI CIASCVN LIBRO, ET A QVAN-
TE CARTE PRINCIPIA.

EL primo libro si nomina le specie delle diuisioni di tutto il numero da se da Euclide, & da altri Filosofi, & insieme con quelle, si dichiara la prima specie, uso, ouero operatione del Algorithmo detta progressione con molte questioni sopra quelle. 2 car. 1

Nel secondo libro si tratta, & tratta della seconda specie, uso, ouero operatione del Algorithmo detta diuisione di ratto in generale, & anco particolarmente negli numeri dimpari, ouero interi, ma anchora nelli rotti, & misti, & rotti con molte nuoue inuentioni sopra quelle. 2 car. 14

Nel terzo libro si tratta delle cinque principali parti, ouero operationi del Algorithmo nelle ratte in generale, cioè rapportare, multiplicar, partir, summar, & sottrar le quelle fra loro, & con il numero. 2 car. 74

Nel quarto libro si dichiara li sopradetti cinque atti, ouero operationi del algorithmo di dui termini, denarij, & mesi, cioè rapportare, summar, sottrar, multiplicar, & partir di quelli. 2 car. 85

Nel quinto libro si tratta di quattro atti, ouero operationi della pratica di binomij, & residui, cioè del summar, sottrar, multiplicar, et partir di quelli. 2 car. 93

Nel sesto libro si esemplifica con numeri le prime 13. propositioni, ouer collationi geometricamente dimostrate nel secondo libro di Euclide, & replicate similmente doppo la 115 del suo nono libro assai con molte altre non poco alla pratica vtili, & necessarie. 2 car. 96

Nel settimo libro si tratta delle proportioni, & proportionalità, & delli cinque atti, ouero operationi pratticali di quelle, cioè rapportar, summar, sottrar, multiplicar, & partir di quelle, con molte nuoue regole dal predetto autor sopra tal materia ritrouate. 2 car. 103

Nel ottauo libro si nomina alcune corrispondentie, che ha la proportione, & proportionalità arithmetica, con la proportione, & proportionalità geometrica, et dapoi si tratta alcuni notabili effetti, che si troua occorrere nelle quantità proportionali della geometrica proportionalità. 2 car. 121

Nel nono libro si tratta delle operatione di tutti numeri figurati in generale, & in particolare, insieme con molte speculatiue questioni sopra detti numeri quadrati. 2 car. 129

Nel decimo libro si dimostra alcune regole generali del predetto autor ritrouate da lui per trouar 2 quali si voglia specie di binomio, ouer residuo cubo, ouer cubo di cubo, ouer relato, ouero altra specie di una quantità, che detta, ouer multiplicata da quel tal binomio, ouer residuo produca quantità razionale, insieme con la regola da lui per tutto ritrouata, et una quantità, per quali si voglia specie di binomio cubo, ouer cubo di cubo, ouer relato, ouero altra specie di quantità, con poca speculatione, & non più audita. 2 car. 143

Nel undecimo, & vltimo libro si dichiara, & esemplifica particolarmente con numeri, & ratti, & altre quantità irrationali, tutte le diuisioni, & proportioni del decimo di Euclide, et trouate le difficoltà, et che sono più alla pratica di numeri, & molto vtili, & necessarie, & non più oltre. 2 car. 156

IL FINE.

LE SEQVENTI SONO LE TAVOLE DELLA
general continentia delli capi di ciascun libro.

Tauole di capi del primo libro.

EL primo libro, qual principia alla prima carta, è diuiso in 16 capi, nel primo di quali si nomina la prima specularia diuisione di tutto il numero. 2 carte 1

Nel secondo capo si dichiara la seconda specularia diuisione di tutto il numero. 2 car. 1

Nel terzo capo si da la terza specularia diuision di tutto il numero. 2 car. 2

Nel quarto capo si specifica la quarta specularia diuisione di tutto il numero. 2 car. 2

Nel quinto capo si esprime la quinta specularia diuisione di tutto il numero. 2 car. 2

Nel sesto capo si nomina la penultima specie, uso, ouer operatione del algorithmo, cioè della prima di numeri, detta progressione. 2 car. 7

Nel settimo capo s'insegna la regola generale di saper raccogliere, ouer summar tutte le progressioni arithmetiche con principiani della vnità. 2 car. 7

Nel ottauo capo si da la regola generale di saper raccogliere, ouer summar tutte le specie di progressioni arithmetiche non principiani della vnità. 2 car. 4

Nel nono capo si dichiara la regola generale di saper trouar il numero di termini di quali si voglia progressione arithmetica, per la notitia del numero alcun

— denare, & del primo, & vltimo termine. 2 car. 4

Nel decimo capo si dimostra la regola generale di ſuper trouar il numero aſcendente, di qual ſi voglia progreſſione aritmetica per la notitia del numero di termini di tal progreſſione, & del primo, & vltimo termine di quella. 2 car. 4

Nel vndecimo capo ſi notifica la regola generale di ſuper trouar l'vltimo termine di vna progreſſione aſcendente per il numero, in che principia per la notitia del numero di termini, & il comune. 2 car. 5

Nel 12 capo ſi dà alcune regole particolari aſſenate da Giouan di Sacrobuſco, & da fra Luca, lequali (come dicono) coſtumauano li noſtri antichi in raccogliere, ouer ſummar li termini di vna progreſſione aritmetica. 2 car. 5

Nel 13 capo ſi parla, & tratta delle progreſſioni geometrali in generale, & particolare. 2 car. 5

Nel decimoquarto capo ſi dà alcune progreſſioni fra ordinarie. 2 car. 7

Nel decimoquinto capo ſi propone varij, & diuerſi caſi, ouer queſtioni, quali ſi ſoluono per le regole delle progreſſioni. 2 car. 9

Nel decimoſeſto, & vltimo capo ſi dà vna regola generale di ſuper ſummare con gran preſtezza ogni gran numero di termini nella progreſſion doppia principiante dalla vnità, propoſti ſolamente in voce, & non in ſcritto cō vn certo ridicoloſo caſo nel mentre ascendeno ſopra 2 nel mirarla, giocondi anchora alcune regole adiute da fra Luca ſopra il doppiar le caſe bianche, & nere del tauoler da ſcacchi, con alcune altre belle queſtioni dal predette autor ritrouate ſopra la variatione di quanti voglia dati nel giuar quelli. 2 car. 15

Tauole di capi del ſecondo libro.

IL ſecondo libro, qual principia a carte 24. è diuiſo in capi 12 nel primo di quali ſi dichiara donde deriua queſto nome radice, & ſi dà la regola generale da cauar la radice quadra di numeri interi, ſi geometrica, come per numeri. 2 car. 24

Nel ſecondo capo ſi dimoſtra, come ſi caua la radice quadra di numeri rotti, & ſurdi, & rotti. 2 car. 25

Nel terzo capo ſi dà la regola da cauar la ſeconda ſpecie di radice detta radice cuba, ſi per linea, come per numero, con la cauſa di tal regola dal predette autor ritrouata, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinque al vero. 2 car. 27

Nel quarto capo ſi notifica la regola da cauar la detta radice cuba di numeri rotti, & ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchor le irrationali, ouer ſorde propinquiſſime al vero. 2 c. 34

Nel quinto capo ſi dichiara la propria regola generale dal predette autor ritrouata da cauar la terza ſpecie di radice detta radice di radice, ouer radice cuba di cuba, ouer cuſica cuſica, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinquiſſime al vero. 2 car. 35

Nel ſeſto capo ſi dichiara la regola generale, dal predette autor ritrouata da cauar la ſeconda ſpecie di radice detta radice cuba di numeri interi, & dalli ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali propinquiſſime alla verita. 2 car. 39

Nel ſettimo capo ſi dimoſtra la regola generale, dal predette autor ritrouata, da cauar la radice seconda detta radice cuba di numeri rotti, & ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali propinque alla verita. 2 car. 43

Nel ottauo capo ſi dimoſtra la regola generale, dal predette autor ritrouata, da cauar la radice seconda detta radice cuba di numeri rotti, & ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinque alla verita. 2 car. 47

Nel nono capo ſi notifica la regola generale dal predette autor ritrouata, da cauar la quinta ſpecie di radice detta communamente radice cuba quadra, ouer cuſica cuba con la ſua propria regola, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinquiſſime alla verita. 2 carte 44

Nel decimo capo ſi dichiara la regola generale dal predette autor ritrouata, da cauar la radice cuba cuſica di numeri rotti, & dalli ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinquiſſime al vero. 2 car. 48

Nel vndecimo capo ſi dà la regola generale dal predette autor ritrouata, da cauar la ſeſta ſpecie di radice detta communamente radice ſeconda relata, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinquiſſime al vero. 2 carte 49

Nel duodecimo capo s'inſegna la regola generale dal predette autor ritrouata, da cauar la radice ſeconda relata dalli numeri rotti, & dalli ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinquiſſime alla verita. 2 car. 52

Nel 13 capo ſi notifica la regola generale dal predette autor ritrouata da cauar la ſeſtima ſpecie di radice chiamata communamente cenſo di cenſo di cenſo, ouer radice di radice di radice, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali, ouer ſorde propinque alla verita. 2 car. 53

Nel 14 capo ſi dichiara la regola generale dal predette autor ritrouata da cauar la radice di radice di radice dalli numeri rotti, & dalli ſurdi, & rotti, & non ſolamente le razionali, & diſcrete, ma anchora le irrationali propinque alla verita. 2 car. 56

Nel 15 capo ſi dà la regola generale, dal predette autor ritrouata da cauar la ottaua ſpecie di radice detta cuba di cuba, & non ſolamente le razionali, &

dittone, ma anchora le irrationali propinque alle vere. a car. 57

Nel 16 capo s'insegna la regola generale dal predetto autor ritrouata da cauar la radice cuba di cuba, dal li numeri rotti, & dalli sordi, & rotti, & non solamente le razionali, & dittone, ma anchora le irrationali propinque alla vera. a car. 60

Nel 17 capo si dimostra la regola generale dal predetto autor ritrouata, da cauar la terza specie di radice chiamata cuba relata, & non solamente le razionali, & dittone, ma anchora le irrationali propinque alla vera. a car. 61

Nel 18 capo si fa nota la regola generale dal predetto autor ritrouata da cauar le radici cuba relate dalli numeri rotti, & sordi, & rotti, & non solamente le razionali, & dittone, ma anchora le irrationali propinque alla vera. a car. 63

Nel 19 capo si manifesta la regola generale dal predetto autor ritrouata da cauar la decima specie di radice detta cuba relata, & non solamente le razionali, & dittone, ma anchor le irrationali, over sorde propinque alla vera. a car. 64

Nel 20 capo si dichiara la regola generale dal predetto autor ritrouata, da cauar la radice cuba relata dalli numeri rotti, & sordi, & rotti, & non solamente le razionali, & dittone, ma anchora le irrationali propinque al vero. a car. 68

Nel 21 & vltimo capo si da la regola generale dal predetto autor ritrouata da saper in tutte operationi di radici, in quello piu oltra procedere, nelle altre le cose di specie. a car. 69

Tauola di capi del terzo libro.

IL terzo libro, qual principia a carte 74. è diuiso in 7 capi, nel primo di quali si dimostra il primo uso del algorithmo delle radici, cioe come si rapportano insieme le specie di radici. a car. 74

Nel secondo capo s'insegna il secondo uso del algorithmo, cioe come si multiplica insieme le specie diuerse di radici fra loro, & con il numero. a car. 75

Nel terzo capo si dichiara il terzo uso detto partir di radici fra loro, & con il numero, & in ogni specie di radici. a car. 76

Nel quarto capo si manifesta il quarto uso detto summar di radici fra loro, & con il numero, & in ogni specie. a car. 78

Nel quinto capo s'insegna il quinto uso operatiuo chiamato sottrar di radici fra loro, & con il numero, & in ogni specie di radici. a car. 81

Nel sesto capo si dimostra, come si multiplicano, partono, summano, & sottrano le radici di diuerse specie fra loro, & con il numero. a car. 82

Nel settimo, & vltimo capo si manifesta, come che il modo di summar, & sottrar con li duoi termini, cioe piu, & meno, che si usa nelle quantita irrationali non communicanti, si costuma anchora di usar

nelle quantita razionale di natura diuerse. car. 82

Tauola di capi del quarto libro.

IL quarto libro, qual principia a carte 83. è diuiso in cinque capi, nel primo di quali si manifesta il primo uso del algorithmo delle duoi termini piu, & meno, cioe come si rapportano. a car. 83

Nel secondo capo si dimostra le regole del summar delli detti duoi termini piu, & meno. a car. 85

Nel terzo capo s'insegna le regole del sottrar delli detti duoi termini piu, & meno. a car. 84

Nel quarto capo si dichiara le regole del multiplicar del piu, & del meno. a car. 86

Nel quinto, & vltimo capo si da le regole del partir del piu, & del meno. a car. 87

Tauola di capi del quinto libro.

IL quinto libro, qual principia a carte 89. è diuiso in quatro capi, nel primo di quali si manifesta le regole del summar di binomij, & residui. a car. 89

Nel secondo capo si dimostra le regole del sottrar di binomij, & residui. a car. 92

Nel terzo capo s'insegnale regole del multiplicar di binomij, & residui. a car. 93

Nel quarto, & vltimo capo si dichiara le regole del partir di binomij, & residui. a car. 95

Tauola di capi del sesto libro.

IL sesto libro, qual principia a carte 96. è diuiso in vn capo solo, nel quale con numeri si verifica, ouero essemplifica le prime vndici propositioni di Euclide geometricamente dimostrate nel suo secondo libro, & replicate vltimamente dopoi la decimaterza propositione del libro nono, insieme con molte altre alla pratica non poco vtili, & necessarie. a car. 96

Tauola di capi del settimo libro.

IL settimo libro, qual principia a carte 105. è diuiso in capi 3. nel primo di quali si da, & essemplifica alcune diffinitioni del quinto libro di Euclide sopra la proportione, & proportionalita, insieme con la diuision di dette proportione, & proportionalita, & altre accidentali particolarita alla pratica di dette proportioni vtili, & necessarie. 105

Nel secondo capo si dichiarano alcune altre diffinitioni, & propositioni di Euclide, necessarie, per intendere la causa del algorithmo delle proportioni. a car. 112

Nel terzo capo si dimostra il summar delle proportioni. a car. 112

Nel quarto capo si da il modo di conoscere una proportione di che specie di proportionalita sia composta, anchor che tal specie siano di numero infinito. a car. 113

Nel quinto capo s'insegna il sottrar delle proportioni. a car. 123

Nel sesto capo si narra il multiplicar delle proportioni a car. 124

Nel sesti-

Nel festimo capo si dichiara, come che il partir delle proportioni si puo intender in duoi modi, & si dimostra, come che solamente uno di quelli è proprio partire, & l'altro non, & si manifesta alcune nuove regole dal predetto autor ritrouate, al proprio partire di dette proportioni, molto commode, & necessarie. 2 car. 115

Nel ottauo capo si notifica alcune specie di casi, ouer questioni, che sopra di merili, & sconti a capo d'anno, nella pratica negotiatiua, ouer mercantile possino realmente intrauenire, i quali senza la notitia delle regole trouate dal predetto autore, fariano impossibile a darui perfetta risolutione. 2 car. 119

Nel nono capo si da una prima regola, circa al proprio partire delle proportioni. 2 car. 125

Nel decimo capo si fa nota un'altra seconda regola, circa al proprio partire delle proportioni. 2 car. 126

Nel undecimo capo si dimostra una regola generale di saper multiplicar, & partir una proportione per un numero rotto. 2 car. 128

Nel 12 capo si dichiara la regola general di saper quante volte una proportione contiene numeri, ouer in fini una proportione maggiore, ouer quante volte un una proportion maggiore contenghi in se un'altra proportion minore, con il qual mezo si conosce la proportione, che hanno due proportioni fra loro, & altre particolarita al studio non poco vtili, & necessarie. 2 car. 128

Nel 13 & vltimo capo si dimostra regola di saper ben ragion considerare, & trouar in natura di quanti si conosca composto il Diapason, cioe la dupla, che da graui è detta ottaua. 2 car. 129

Tauola di capi del sesto libro.

Lo sesto libro, qual principia a carte 131. è diuiso in dieci capi, nel primo di quali si diffinisce la proportione, & proportionalita ambedoua con alcune altre, & particolar proprieta sopra quella. 2 carte 131

Nel secondo capo si dichiara alcuni notabili effetti, che occorrono nelle quantita proportionali. 2 car. 135

Nel terzo capo si notifica alcuni altri notabili effetti, che si trouano occorrere in tre quantita continue proportionali. 2 car. 136

Nel quarto capo si dimostra alcune conclusioni come della decimasesta, & decimasettima del quinto di Euclide. 2 car. 136

Nel quinto, & vltimo capo si da il modo, & la regola di risoluer varie, & diuerse questioni sopra le quantita, si continue, come non continue proportionali, & altri. 2 car. 137

Tauola di capi del nono libro.

Lo nono libro, qual principia a carte 139. è diuiso in un capo solo, nel quale si tratta della creatione di tutti li numeri figurati in generale, & in particolare, insieme con molte speculatiue questioni sopra li numeri quadrati. 2 car. 139

Tauola di capi del decimo libro.

Lo decimo libro, qual principia a carte 143. è diuiso in 2 capi, nel primo di quali si dimostra alcune regole generali dal predetto autor ritrouate di saper trouare a qual si voglia specie di binomio, ouer residuo una quantita, che detta, ouer moltiplicata per quel tal binomio, ouer residuo, produca quantita razionale, materia non piu audita. 2 car. 143

Nel secondo, & vltimo capo si notifica la regola di saper partire realmente una quantita per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, materia di non poca speculatione. 2 car. 151

Tauola di capi del undecimo libro.

Lo Vndecimo, & vltimo libro, qual principia a carte 155. è diuiso in dodici capi, nel primo di quali vi si da una dichiaratione del predetto autore sopra le diffinitioni del decimo di Euclide, piu alla pienta consummate di quella gia fatta dal medesimo sopra di esso Euclide. 2 car. 155

Nel secondo capo si dimostra con numeri, & radici la seconda, terza, quarta, quinta, sesta, settima, ottaua, & nona propositione del decimo di Euclide, & finalmente la 14. 15. 16. 17. & 18. del medesimo, & conseguentemente si dichiara anchor la 21. 22. 23. 27. 28. 29. 30. & 31. del detto decimo di Euclide. 2 car. 158

Nel terzo capo si diffinisse, che cosa siano radici vniuersali, & si dimostra come si rappresentano, & maneggiano in pratica. 2 car. 164

Nel quarto capo vi si notifica una regola generale da saper diuidere una quantita in due tai parti, che la luna, & l'altra vi cadi un'altra data quantita, in continua proportionalita, ouer che'l dato della una parte in l'altra faccia una data quantita. 2 car. 168

Nel quinto capo si da una regola generale di saper effettualmente tre problemi del decimo libro di Euclide, cioe la 32. 33. & 34. propositione del detto decimo. 2 car. 170

Nel sesto capo si mostra, & dichiara la formatione, qualita, & denominatione delle sei linee irrationali compolte. 2 car. 170

Nel settimo capo si narra, & tratta delle specie del binomio, & della regola di saper componere, ouero formar ciascuna di dette specie praticalmente con numeri, & radici. 2 car. 172

Nel ottauo capo si notifica, come che le sei specie di linee irrationali compolte, sono radici di sei binomij superficialmente compresi, & conuerso. 2 car. 176

Nel nono capo si narra, & tratta delle altre sei linee irrationali, che mancano, ouer restano da diffinire al supplimento di quelle 13 dette nel principio di questo libro, le quali sei linee sono tutte dilcompolte

TAVOLA

mediante il termine del mezo. 2 car. 160

Nel decimo capo si mostra le specie del reddito, & la regola di saper componere, over formare praticalmente con numeri, & radici ciascuna di esse specie. 2 car. 182

Nel undecimo capo si dimostra praticalmente, come che le predette sei linee irrationali si componi, & no radice delli binomi, & apotome, & si dimostra la regola di saper cauar le dette radici, & il lor comento. 2 car. 183

Nel duodecimo, & vltimo capo si da il modo, over regola di saper con ragione formar il precio alle gioie, over pietre pretiose, per mezzo del precio di due simili, ma differenti in grandezza. 2 car. 196

IL FINE.

INCOMINCIA IL PRIMO LIBRO
DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA, NEL

qual si mostra tutte le varie diuisioni, & specie del numero absoluto, & conseguentemente si dichiara la penultima specie, uno, over passione del Algorithmo, ouer della Pratica di numeri detta Progressioni, & delle sue generali, & particolari Proprietà.

TAcendo nel principio della prima parte del nostro general trattato diffinito (secondo Euclide) che cosa fia la unità, & il numero, & cosi secondo la consideratione del naturale, come del mathematico, ma perche le diuisioni adotte da Euclide, & da altri filosofi sopra di esso numero non appartenina a Mercanti fu prorogato a parlar di esi numeri in questa seconda parte.

Della prima diuision di tutto il numero. Cap. I.

TVTTO il numero vien diuiso in pari, & dispari, il numero pari (come vuol Euclide nella prima diffinition del nono) è quello, che può esser diuiso in due parti equali, si come sono 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. & altri simili, quali sono infiniti.

Et il dispari, over impari è quello che non può esser diuiso in due parti equali, & separando il pari (come dice Euclide) nella unità, si come sono 3. 5. 7. 9. 11. 13. & altri simili, per ilche seguita la unità non esser connumerata fra li numeri dispari, anchor che la sia principio di tutti quelli.

Della seconda diuision di tutto il numero. Cap. II.

Tutto il numero ancora è diuiso in quattro specie, come dimostra Euclide nella terza, quarta, quinta, & sesta diffinition del nono, cioè in parimente pari, parimente dispari, parimente, & dispari mente pari, & dispari mente dispari.

1 IL numero parimente pari, & quello che tutti li numeri pari, che lo numerano, lo numerano per volte pari.

Come saria il 64. il qual 64. è numerato da cinque numeri pari, & non da più, cioè da 2. da 4. da 8. da 16. & da 32. & tutti questi lo numerano per volte pari, perche il 2 lo numera 32 volte, li quali 32 volte sono pari, il 4 lo numera 16 volte, lo 8 il numera 8. il 16 lo numera 4 volte, & il 32 lo numera 2 volte, & perche tutte le dette volte sono pari il detto 64. è numero parimente pari, il medesimo si trouara esser 4. 8. 16. 32. 128. & infiniti altri.

2 IL numero parimente dispari è quello, che tutti li numeri pari, che lo numerano li numerano per volte dispare.

Come saria il 90. il quale è numerato solamente da cinque numeri pari, & questi sono 2. 6. 10. 18. & 30. cioè il 2. lo numera 45 volte, il 6. 15 volte, il 10. 9 volte, il 18. 5 volte, il 30. 3 volte, & perche tutte le dette volte sono dispari al numero 90. sia parimente dispari, & il medesimo si trouarano esser 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. 42. & infiniti altri.

3 IL numero parimente, & dispari mente pari, è quello che li numeri pari che lo numerano alcuni lo numerano per volte pari, & alcuni per volte dispari.

Si come è il 40. il quale è numerato da 2. da 4. da 10. da 20. per volte pari, poi è numerato da 5 per volte dispari, cioè per 5 volte, & però il numero 40 sia parimente, & dispari mente pari, il medesimo si trouara esser 24. 28. 56. & infiniti altri, & questi si nomina participio del numero parimente pari, & del parimente dispari.

4 IL numero dispari mente dispari è quello che tutti li numeri dispari, che lo numerano, lo numerano per volte dispare.

Si come è il 15. quale è numerato da quattro numeri dispari, cioè da 3. da 5. da 15. per volte dispare, perche da 3 è numerato 5 volte, da 5. 3 volte, da 15. 1 volte, & però è detto numero dispari mente dispari, il medesimo si trouara esser 63. 117. 171. 459. & infiniti altri.

Della terza diuision di tutto il numero. Cap. III.

IN uno il numero si diuide secondo (cosi dicemo secondo se) in due specie, cioe in numero primo, & in numero composito, & in due altre in comparatione di uno ad un'altro, cioe in numeri contra le prime, & in numeri fra loro compositi, come vol Euclide nella 22. 23. & 24. diffinitione del suo settimo libro.

1 NVmero primo si dice quello, che dalla sola unita è numerato.
Come sono 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. & altri infiniti, liquali per non esser numerati solamente dalla unita sono detti numeri primi.

2 NVmero composito è detto quello, che da qualche numero è numerato.
Come essempi gratia è 12. qual per esser numerato da 3. & da 4. è detto numero composito, & li componenti sariano 3. & 4.

3 NVmeri contra le prime, sono detti quelli, che solamente dalla unita sono communamente numerati.
Essempi gratia quelli duoi numeri 9. & 5. considerando ciascun di loro secondo se sono numero composito, perche il 9 è numerato da 3. & il 5 è numerato da 5. ma comparati l'uno con l'altro sono detti contra le prime, perche non si trova alcuno numero (eccetto che la unita) che li numeri communemente ambiduoi, egli è vero, che il 5 numera il 9. ma non numera poi il 5. & cosi il 9 numera il 5. ma non numera poi il 9. si che la unita li numera solamente ambiduoi, & ogni volta, che li duoi numeri, che solamente la unita li communa sono ambiduoi, tali numeri da Euclide sono detti contra le prime.

4 NVmeri fra loro compositi, over communicanti, si dicono quelli, liquali qualche numero (oltra la unita) numera communamente quelli, over che esso di quelli è l'altro primo.
Essempi gratia perche il 3 numera communamente quelli duoi numeri 3. & 12. li detti duoi numeri 9. & 12. sono fra loro compositi, over communicanti, & qualche numero in essi gli altri che habbiano la detta condition.

Della quarta diuision di tutto il numero. Cap. IIII.

ANchora uno il numero si diuide in tre altre specie, cioe in numero perfetto, abondante, & diminuto, come vol Euclide nella settima, ottava, & nona diffinitione del suo.

1 IL numero perfetto è quello, che è equale a tutte le sue parti, dalliquali è numerato.
Come è il 6. il quale ha solamente tre parti, che lo numerano, & quelle sono 1. 2. & 3. cioe il 3 è la mita di 6. & 2. ne è la terza parte, & la 1. ne è la sesta, & perche quelle sono parti, cioe 1. 2. & 3. fatte insieme fanno precisamente il detto 6. tal numero è perfetto, il medesimo si trouara esser 28. 496. 8128. 33. 550. 336. come nel procedo piu abondantemente apparera.

2 IL numero abondante è quello, che è maggiore di tutte le sue parti, che lo numerano.
Come è il 12. il quale ha la mesa (che è 6) ha la terza (che è 4) ha la quarta (che è 3) ha la sesta (che è 2) & anchora ha la duodecima (che è 1) liquali parti giontamente fanno 16. liquali fanno per esser maggiore del detto 12. il detto 12. è numero abondante, il medesimo si trouara esser 24. 36. 40. & infiniti altri, che se uno per uno da se medesimo se farà esperientia, cioe pigliando tutte le parti di ciascun di quelli, & fattole insieme tutte, che tal fattura sara maggiore del detto numero.

3 IL numero diminuto è quello, che è maggior di tutte le sue parti.
Si come è 8. il quale ha la mita (che è 4) ha la quarta (che è 2) ha la ottaua (la quale è 1) le quali parti giontamente fanno 7. liquali fanno di parti è minore del detto 8. & pero il detto 8. è numero diminuto, il medesimo si trouara esser 10. 14. 16. & infiniti altri, come da se medesimo con la esperientia potrai verificare.

Della quinta diuision di tutto il numero. Cap. V.

1 NEchora uno il numero marauiglioso da molti matematici (per prodotto, volgar, & ne-goziante) è stato diuiso da Euclide (nelle diffinitioni del ottauo libro) in numero lineali, superficiali, & solidi, & finalmente in numeri quadrati, & cubi, con altri Scholij greci, come dimostra Boetio, & Giorgio val la piacentino

& piacentio, & molti altri, vi aggiongono anchora numeri triangolari, pentagonali, ellegonali circolari, & finalmente in numeri piramidali, & ellegonali, & pentagonali, come quadrangolari, & triangolari, & se come interi, & finalmente in numeri solidi, over lineali, quali, superficiali, & altri, delliquali prima dichiaremo quelli posti da Euclide, come cosa pur necessaria al nostro proposito, & gli altri poi solamente di alcuni loro breuità ne parleremo, ma che per cognitione ne venga alcuna chiarezza intendere, ricorra a Boetio Severino, & a Georgio valla, & altri che trouarono cio che nel greco hanno trouato, & in latino medesimo sopra ciò scritto.

2 Quei numeri, che si producono da moltiplicatione di dui numeri, è detto numero superficiale, & quelli dui numeri producenti si dicono lati di quel numero superficiale da loro producto, & però l'uno, & l'altro di detti dui numeri producenti sia lineale, essempi gratia moltiplicando 4 fia 7 fanno 28. in questo caso il 28. fia detto numero superficiale, & li suoi lati fiano 4. & 7. & però 4. & 7. fia detto numero lineale, & però segue che li numeri superficiali sono infiniti.

3 Quei numero superficiale, che si produce da dui numeri eguali è detto numero quadrato, essempi gratia, moltiplicando 2 fia 2. ouer 3 fia 3. ouer 4 fia 4. & così discorrendo, & li loro prodotti fiano detti numeri quadrati, li quali prodotti fiano 4. 9. & 16. & medesimo si deue intendere in tutti gli altri similmente prodotti.

4 Quei numero, che si produce dalla comune moltiplicatione di tre numeri è detto numero solido, & i lati di quel numero solido s'intendono esser quelli tre numeri, essempi gratia siano quelli tre numeri 1. 4. & 5. & se moltiplicarai il primo (cioè 1) nel secondo (cioè 4 fia 4) & quel prodotto fia 8 (cioè 1 fia 4 fanno 4) bora dico che quello vltimo produtto (cioè 4) fia detto numero solido, & i lati di quello siano li tre numeri (cioè 1. 4. & 5) & però diremo di quelli fiano in questo caso numeri lineali.

5 Quei numero solido, che si produce dalla continua moltiplicatione di tre numeri eguali è detto numero cubo, & i lati di tal cubo fiano li detti tre numeri, essempi gratia siano quelli tre numeri eguali 2. & 2. & 2. & fiano moltiplicati l'uno in l'altro, & il prodotto fia 8 (cioè 2 fia 2 fanno 4, & 4 fia 2 fanno 8) il quale prodotto fia detto numero cubo, il quale vltimo prodotto in questo caso fia 8. & però 2 detto numero cubo, i medesimi lo siano in questo caso (cioè 2. & 2. & 2. che producono 8. & però 2 detto numero cubo, & così discorrendo in tutti gli altri, & quelli tre numeri moltiplicati, vengono a dire li tre lati di quel numero cubo, & però quelli tre detti numeri in vn simil caso fiano numero lineale.

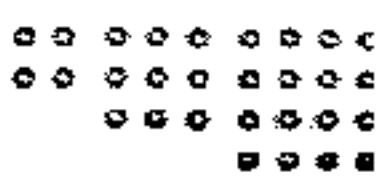
6 Li numeri superficiali, over solidi (come dimostra Euclide nella 5 diffinitione del 7) sono detti simili, quando che li lati di quelli sono proportionali, ma per non esser intesi circa dimostrare, che cosa sia numeri proportionali, dellequali parlarono nel libro 7 diuersi autori, & delle proportioni, li diffinirò (per hora) in questo loco solo, dicendo che li numeri superficiali simili sono quelli che moltiplicati l'uno in l'altro producono numero quadrato, essempi gratia dicemo che 6 fia 24 che quelli che moltiplicati l'uno per l'altro fanno un numero quadrato, cioè 4. perche moltiplicato 6 fia 4 fanno 24 che è numero quadrato, & similmente 9 fia 4 fanno 36 che è pur numero quadrato, & quelli 6. & 9 sono numeri superficiali, & simili, & finalmente 12 fia 27 fanno 324 che è pur numero quadrato, & quelli 12 & 27 sono simili, che hanno tal condizione. Et li numeri solidi simili diremo, che sono quelli, che solamente partendo l'uno per l'altro, lo quoziente sempre sia numero cubo, come sarà 128. & 250. che partendo 128. per 250. ne vien 2. li quali è come si vede è numero cubo, & però sono numeri solidi simili, & per le medesime ragioni 24. & 3. & finalmente 108. & 4. & così 1. & 3 saranno per numeri solidi, & simili, & così gli altri, che haranno tal condizione, auertendo che tutti li numeri quadrati sono simili fra loro superficiali simili, & finalmente tutti li numeri cubi sono simili fra loro numeri solidi, & simili.

7 Delli numeri superficiali le nostre antiche vogliono, che il primo sia il numero triangolare (di cui non occorre anchora nelle figure geometriche superficiali) il secondo poi è il numero quadrato, il terzo è il numero pentagonale, il quarto è il numero ellegonale, il quinto è il numero ixagonale, il sesto è il numero ottogonale, & così discorrendo.

di numeri lineali
oooooo, & ooooo

figura di numeri superficiali in genere

figura di numeri quadrati



8 IN il principio di numeri triangolari li nostri antichi filosofi vogliono, che sia la vnità, & dopoi quella il 3. dopoi il 6. dopoi il 10. dopoi il 15. & così tutti quelli, che alternati sono dal l'ordine de gli ellempi segnati in margine formano vna figura triangolare equilatera.

Numeri triangolari.				15
			10	o
		6	o	o o
	3	o	o o	o o o
	o	o o	o o o	o o o o
	o o	o o o	o o o o	o o o o o

9 Similmente il principio di tutti li numeri quadrati vogliono che sia pur la vnità, & dopoi quella il 4. dopoi il 9. dopoi il 16. dopoi il 25. & così tutti quelli, che alternati secondo l'ordine, che in margine sopra sono posti formano vna figura quadrata.

Numeri quadrati.				25
			16	o o o o o
		9	o o o o	o o o o o
	4	o o o	o o o o	o o o o o
	o o	o o o	o o o o	o o o o o
	o o	o o o	o o o o	o o o o o

10 Similmente il principio di tutti li numeri pentagonali vogliono che sia pur la vnità, & dopoi quella il 5. poi il 12. poi il 22. poi il 35. & così tutti quelli, che alternati secondo l'ordine posto in margine vengino in forma, over figura pentagonale.

Numeri pentagonali.			22
			o
		12	o o
		o	o o o
	5	o o	o o o o
	o	o o o	o o o o
	o	o o o	o o o o

11 Similmente il principio di tutti li numeri ellagonali vogliono che sia pur la vnità, & dopoi quella il 6. dopoi il 15. dopoi il 28. & così tutti gli altri, che alternati sono secondo l'ordine formano vna figura ellagonale, & così vanno procedendo nelli numeri semigonali, & sogonali, & altri liquali per non esser materia posto al nostro proposito, perche quelli numeri triangolari, pentagonali, ellagonali, semigonali, & sogonali rispondono a tal figure geometrice, & tanto che per questa causa Euclide non fece mentione saluo che di quelli, che corrispondono a tal figure geometrice, cioe li numeri quadrati.

Della penultima specie, atto, over passione del algoritmo, cioe della pratica di numeri, detta progressione. Cap. VI.

2 SEguita la penultima specie, atto, over passione della pratica di numeri, chiamata progressione, la quale (per non esser materia molto necessaria a mercanti) fu pretermessa nella prima parte di questa regola negociante, benche sia specie, over atto non sia molto accidente, over necessario nelle pratiche mercantile, nondimeno molte, & molte questioni nella general pratica di numeri, & anchora in quella di misure occorrer possono, che senza l'aiuto, over suffragio di tal specie, & delle sue regole sarà impossibile di poter risolvere, & però fanno astretti li nostri antichi a trovar tal specie con le sue conuenienti regole, ma auanti che procediamo più oltra voglio dichiarir, che cosa sia progressione.

Che cosa sia progressione.

1 PRogressione nō è altro in questo luogo, che vn certo ordine di più numeri, che l'uno va eccedendo il suo antecedente egualmente di mano in mano ulmente, che l'ultimo vien a esser maggiore di qual si voglia delli intermedi, & il primo vien a esser il minimo di tal ordine.

Delle specie delle progressioni aritmetici principiante dalla vnità detta continoua.

1 LE specie delle progressioni sono molte, ma quelle che in questo libro materialmente sono due, cioe progressioni Aritmetici, & progressioni Geometrici, ma prima diremo delle Aritmetici, liquali principiano dalla vnità, & li vanno augumentando, & distendo continuamente in egual differentie, cioe se il secondo termine excede il primo in vna vnità medesimamente il terzo excede il secondo per vna vnità, & così il quarto excede il terzo, & il quinto il quarto, & il sesto il quinto, & così procedendo di mano in mano, & similmente se il secondo excede il primo per due vnità medesimamente il terzo excede il secondo per due vnità, & il quarto excede il terzo, & il quinto excede il quarto, & così vanno procedendo, & se il secondo excede

La prima progressione aritmetica detta naturale

1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	11
12	12
13	13
14	14
15	15
16	

Si fa 15. fa 120

cendo il primo in se, over in 4 cioè più volte, in quelle medesime 2 per succedere il secondo, & il quarto succeda il terzo, & il quinto il quarto, & così procedendo di mano in mano, & di queste progressioni Arithmetice quella che si numera il primo succedendo per una sola volta (come è questa 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & così discorrendo) da Euclide (nella nona definitione del secondo libro) è detta semplice perche naturalmente da per se propone, & vien appresso a tutti gli numeri di qual si voglia altra, & per molte ragioni a me mi pare, che quella sia il fonte di progressione arithmetica, nientedimeno vi si potria dir la prima di tutte le progressioni Arithmetici, e quella che si numera il primo succedendo per due volte, cioè in questa forma 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c. così procedendo, a me mi pare che meritamente gli si debba dire la seconda delle progressioni Arithmetici, & quella che si numera il primo succedendo per 3 volte (in questa forma 1. 4. 7. 10. 13. 16. &c.) le gli debba dir la terza, & finalmente a quella che per simil ordine il primo si va succedendo per 4 volte la quarta, & per 5 volte la quinta, & per 6 volte la sesta, & così discorrendo in infinito.

Delle regole generale di saper raccogliere per summe tutte le ſpetie di progressioni arithmetice principiante dalla prima. Cap. VII.

1 LE regole per raccogliere, ouero summare quelli numeri di quali si vogli progressione Arithmetica principiante dalla prima sono molte, ma la più generale e quella laquale aggionge il primo numero (cioè la prima) con l'ultimo, & la summa di essi la moltiplica per il numero delli numeri di quella progressione, & il prodotto di tal moltiplicatione fa la summa di tutti li numeri di tal progressione, il medesimo regola a moltiplicar la summa del primo, & dell'ultimo numero, fa la metà del numero delli numeri di tal progressione, & tanto quanto fa il prodotto di tal moltiplicatione fa la summa di tutti li numeri di tal progressione naturale (da noi detta prima) & così discorrendo con simil regola generale a trouar la summa di tutti li dieci 19 numeri, dico che si deue aggiongere il primo numero (qual è 1.) con l'ultimo (qual è 19.) fanno 20. delquale 20 pigliarne la metà (qual è 9.) & quella moltiplicare fia il numero delli numeri della progressione (qual è 19.) fanno 190. & così dico che 190 fia la summa di tutti li dieci 19 numeri, come in margine appare, il medesimo si intenda moltiplicando la metà del numero di numeri (qual sono fanno $7\frac{1}{2}$) fia la summa del primo, & vltimo numero (qual summa è 28.) & quello medesimo regola a pur, ouero trouato numero di numeri.

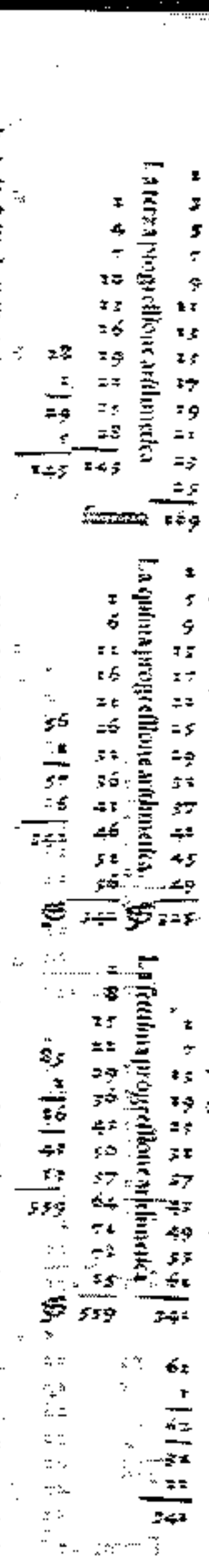
2 Volendo hauere summa delli 19 numeri posti nella seconda progressione (che che va numerando per due volte) di quali 19 numeri il primo è 1. & l'ultimo è 19. summa la prima con 19 fanno 20. pigliarne la metà, che è 10. & questa metà moltiplicala fia il numero di numeri (che sono per 19) fanno 190. & così 190 sono la summa di tutti li dieci 19 numeri, il medesimo regola in ogni altro maggior, over minor numero di numeri.

3 Il medesimo di tutte le sorti summare li 19 numeri in margine posti nella terza progressione, che salle in 37 poiche le aggiongerai per la prima al detto 19 vltimo numero) fia 20. & questo moltiplicando fia la metà del numero di numeri, che sono 9. & mezo fia la summa di tutti detti 19 numeri, il medesimo regola in ogni altro maggior, over minor numero di numeri, & non che in questa (per esser il numero moltiplicato la metà del numero di numeri) fia la summa del primo, & dell'ultimo numero, il medesimo ordinario nelle regole ouerando ad andare.

4 Volendo hauere summa quelli dieci 19 numeri posti in margine nella quarta progressione, cioè che si vanno succedendo, & augumentando per 4 volte, l'ultimo di quali 19 numeri è 73. aggiongi la prima al detto 73. fanno 74. la metà delquale è 37. hor moltiplica 37 fia li detti 19 numeri fanno 703. & così dico che 703 sono la summa di tutti detti 19 numeri, il medesimo regola in ogni altro maggior, over minor numero di numeri.

5 Or per abreuiar fortuna le sopradetti medesimi modi, over regole summarai gli numeri & tempi di progressioni in margine posti, cioè li 11 numeri della quarta progressione, & finalmente li 11 numeri della sesta, & li 19 numeri della settima ou'numeri, che la summa delli 11 numeri della quarta fara 341. & delli 11 della sesta fara 341. & delli 19 della settima fara 559. come vedi in margine, & altrogli ordine osserua in tutte le altre progressioni arithmetice principiante dalla prima, sopradi progressioni sono infinite.

6 Hauti che procedino in altro voglio accordarti vn'ordine di poca importanza, che accade in quelle progressioni Arithmetici principiante dalla prima, il quale ordine è questo, che la summa di quanti numeri si voglia nella prima progressione (detta naturale) sempre fara numero triangolare.



Et dal fummare quanti termini ſi voglia nella ſeconda progreſſione (cioè in quella che va ſecondo per due vnità) ſempre vſci ſumma ſua numero quadrato. Et nota che tutti i numeri diſpari occorreno in queſta ſeconda progreſſione, dalliquali ſi creano tutti li numeri quadrati.

6 IT dal fummare quanti ſi voglia termini nella terza progreſſione (cioè in quella che va ſecondo per tre vnità, o vuoi dir per il ternario) ſempre vſci ſumma ſua numero pentagonale, & coſi per ordine ſeriatura, che fummare quanti ſi voglia termini nella quarta progreſſione, vſci ſumma ſempre ſua numero eſagonali, & quella della quinta ſua numero ſettagonale, & coſi la ſumma di quelli della ſeſta ſua numero ottagonale, & di quelli della ſettima ſua numero nonagonale, & coſi procedendo in infinito.

Sopra di queſti ordini ſi poria ritrouare molte belle ſpeculationi, ma perche tale ſcientia ſono più preſto per ſi ſteſſa ricreatione de li ſtudioſi di tali ordini di numeri, che per vtilità, però al preſente ſi preteriſce.

Della regola generale di ſaper raccogliere, ouer ſummar tutte le ſpecie di progreſſioni Arithmetici non principiante dalla vnità. Cap. VIII.

1 LE ſpecie di progreſſioni Arithmetici non principiante dalla vnità ſono molto più di quelle, che principiano dalla vnità, perche alcune vanno aſcendendo per quel numero in che principiano, & alcune vanno aſcendendo per vn'altro numero diuerſo da quello, in che principiano, nondimeno li termini, di qual ſi voglia di quelle, ſi ſummano, ouer raccolgono per quella medeſima regola, che fu data, & vſata in quelle che principiano dalla vnità, & ſempre grata.

2 VOlendo raccogliere, ouer ſummare queſti 12 termini 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. poſti in margine, liquali (come tu vedi) principiano dal numero binario (cioè dal 2) & vanno aſcendendo, ouer augumentando per il detto binario, dico che lui ſi debbe prima aggiongere il primo termine (cioè 2) ſopra l'vltimo (cioè ſopra 24) & fa 26: la metà di queſto 26, qual è 13. ſi debbe multiplicar ſeco il numero di termini, cioè ſeco 12 fanno 156. & tanto fara la ſumma di tutti detti 12 termini, il medeſimo ſeguira ſe multiplicarai metà di 12 (cioè del numero di termini) che ſara 6 fia 26. cioè fia la ſumma del primo, & de l'vltimo termine.

3 IL medeſimo ſi ſegnira ſe ad progreſſion principiante da qual ſi voglia altro numero, & ci ponemo che ti occorra di ſummar, ouer raccoglere queſti 9 termini 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. aggiongi per il primo termine (qual è 7) con l'vltimo (qual è 23) fanno 30. la metà delquale è 15. hor multiplicando 15 fia 9 (che è il numero di termini) fanno 135. & tanto fara la ſumma di tutti detti 9 termini, come in margine appare.

4 VOlendo medeſimo ſeguire in ogni altra ſpecie di progreſſion arithmetica aſcendente, & principiante in che numero ſi voglia, hor ponemo anchora queſti 8 termini 5. 12. 19. 26. 33. 40. 47. 54. liquali (come tu vedi) principiano da 5 & vanno aſcendendo per 7. volendone la ſumma aggiongi per il primo termine, che è 5 con l'vltimo, che è 54 fanno 59. qual (per eſſer diſpari) nel multiplicarai fia la metà del numero di termini, liquali ſono 4 multiplicando adonque 4 fia 59 fanno 236. come in margine appare, & tanto fara la ſumma di tutti detti 8 termini. Alcun poria dire, ponendo io hauer la detta ſumma di termini per il proprio uſo del ſummare, che mi accade a intendere queſta tal regola coſi generale, io gli riſpondo (come ſi detto nel principio del capo ſeſto) che a molte ſottile, & ſpeculative queſtioni (ſenza la notitia di queſta & altre regole) ſaria impoſſibile a dar perfetta ſolutione, come che nel noſtro procedere ſi vedera manifeſto.

Regola generale di ſaper trouar il numero di termini di qual ſi voglia progreſſion Arithmetica, mediante la notitia del numero aſcendente, & del primo, & del vltimo termine. Cap. IX.

1 VOlendo trouar per regola generale il numero di tutti i termini di qual ſi voglia ſpecie di progreſſione arithmetica mediante la notitia del primo, & dell'vltimo termine, & del numero aſcendente, ſempre cauarai primo termine da l'vltimo, & il rimanente diuiderai per il numero aſcendente, & lo auenimento ſara il numero delli termini di tal progreſſione manco vno, cioè manco il primo, che fu cauato de l'vltimo, eſempi gratia volendo ſapere il numero di tutti li termini di vna progreſſione (aſcendente per 7) che principia da 7. & finiſce in 233.

Caua 7 di 233 reſta 226. & queſto 226 parti per 7 (cioè per il numero aſcendente) ne vien 32. & perche queſto 7 è il numero di detti termini, manco il primo, che fu ſottratto, & poco per regola generale aggiongi 1 al detto 7 fara 8. & per tanto tu concluderai che li detti termini ſono 8. & ſe ne vorrai far proua

pigliā 7 per primo, & va ascendendo per 2. dicendo 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. si troua il che l'ottauo termine fia 21. come si proposto.

1 VOlendo anchora sapere quanti siano li termini di vna progressione arithmetica ascendente per 3. laqual progressione principia da 7. & termina in 52.

Caua 5 di 52 resta 47. & questo 47 parti per 3 (cioe per il numero ascendente) ne vien 9. 9
alqual 9 aggiongi 1. (per il primo termine, che cauato) fia 10. & cosi conchiudemo il detto nu- 10
mero esser 10. fatne proua, che trouarai cosi essere. 15

2 VOlendo anchora sapere quanto siano li termini di vna progressione ascendente per 7. la- 15
qual principia da 19. & termina in 47. 17

Caua per 19. di 47. & resta 28. & questo parti per 7 (cioe per il numero ascendente) 19
ne vien 4. sopra alqual aggiongi 1. per regola (cioe per il primo termine, che fu cauato) 21
fia 5. & cosi 5 saranno tutti i termini di tal progressione, fatne proua che cosi trouarai. & questa me- 22
desima regola si seruira anchora in tutte quelle progressioni, che principiano dalla vnita, come per es- 25
empio si potria considerare, ma non che le per cio si non potesi partire per il numero ascendente ne
restasse quel residuo, che si resta dalla sottrattione del primo termine dal vltimo, cioe che di tal par- 1
te vi occorresse vn rotto (segnia l'vltimo termine esser imperfetto, cioe non esser ordinato quel che 5
li gli conuiene (per carestia del tempo, ouer d'altra causa) ma fia ordinato solamente quelle parte, 5
ouer parti, che rapresentano quel tal rotto, essempi gratia volendo trouare il numero di tutti li termi- 7
ni di vna progressione, che ascende per 5. & principia dal 7. & finisce in 22. caua 7 di 22. resta 15. 9
onde partendo 15 per 2 (numero ascendente) ne ne venira 7½. & per tanto dico che fiamo solamen- 11
te 8 termini perfetti, & vno imperfetto, cioe che non fia ordinato fino, che la mita del numero ascen- 13
dente, laqual mita in questo fatto 2. & pero l'vltimo termine, qual è 22. non è perfettamente integra- 15
to, anzi gli manca 1 a esser integrato, cioe douria esser 23. ma per carestia di tempo è restato in 22. 17
fatne proua, & trouarai cosi essere. 19
21
22

Regola generale di saper trouare il numero ascendente di qual si voglia progressione Arithmetica per la notitia del numero di termini di tal progressione, & del primo, & vltimo termine di quella. Cap. X. 23
25

VOlendo trouare il numero ascendente di qual si voglia specie di progressione Arithmetica per la notitia del numero di suoi termini, & del primo, & vltimo termine di quella, sempre ca
u il primo termine da l'vltimo, & il restante parti per vn manco del numero di termini, & lo accrescerai fia il numero ascendente di tal progressione, essempi gratia.

1 VOlendo sapere il numero ascendente di 15 termini di vna progressione, laqual principia nel- 1
la vnita, & finisce in 25. caua 1 di 25 resta 24. & questo 24 parti per 14 (cioe per 1 manco del 2
numero di termini) ne vien 1. & cosi dirai, che tal progressione va ascendendo, ouer augu- 3
mentando per il numero binario, cioe per 1. & per fame proua va discendendo dalla vnita 15 ac- 4
crescendo per 1. fin a tanto che l'vltimo di quelli fara 25. come vedi in margine. 5

2 VOlendo anchora trouar il numero ascendente di 8 termini di vna progressione, che principia 6
da 7. & termina in 28. 7

Caua 7 di 28 resta 21. & questo partirai per 7 (cioe per 1 manco del numero di termi- 8
ni) ne ne venira 3. & 3 fia il numero ascendente di tal progressione, fatne proua che tu la 9
trouerai esser buona. 10

3 Similmente volendo anchora trouar il numero ascendente di 12 termini di vna progres- 11
sione, che il primo termine è 5. & l'vltimo è 49. 12

Caua per 5 di 49 (cioe il primo termine da l'vltimo) resta 44. & questo 44 partirai 13
per 11 (cioe per vn manco del numero di termini) ne venira 4. & 4 fia il numero ascen- 14
dente, fatne proua che la trouerai buona. Ma nota che le per caso quando, che tu hauerai cauato il 15
primo termine da l'vltimo, & che il restante non potesse esser partito interamente per il numero di ter- 16
mini, cioe che tal accrescimento fosse con rotto seguira per la verita, cioe che tal accrescimento con tal rot- 17
to fara il vero numero ascendente, & tutti i termini saranno misti con rotti, eccetto il primo, & l'ul- 18
timo essendo prima proposti integri, essempi gratia volendo trouar il numero ascendente di 13 ter- 19
mini di vna progressione, che principia nella vnita, & finisce in 26. caua 1 di 26 resta 25. partirai 25 per 20
12 (cioe per vn manco del numero di termini) & ne venira 2 1/12, & cosi 2 1/12 fara il numero ac- 21
crescendente, fatne proua, come in margine vedi, & la trouerai buona, & cosi dimo seguira 22
nelle altre simili. 23
24
25
26

Regola di saper trouar l'ultimo termine di una progressione ascendente per il numero, in che principia per la nostra del numero di termini, & il contrario. Cap. XI.

1
Er trouare l'ultimo termine di quall si voglia progressione arithmetica, che ascenda per il numero del primo termine per la nostra del numero di termini sempre multiplica il numero di termini per il numero del primo termine, & al produtto fara l'ultimo termine di detta progressione, essempi grazia. Ponamo che sia 10 termini, che principiano dal 2. & vanno ascendendo per 2. & che si adimandi quanto fia l'ultimo termine. Dico che debbi multiplicar quel 10 (cioe il numero di termini) per il primo termine, cioe per il numero ascendente (cioe per 2) fara 20. & 20 fara l'ultimo termine di quelli 10 termini principiando da 2. & ascendendo per 2. fara prova, che monta cosi effetto, il medesimo seguira in ogni maggior numero di termini.

2
Poni anchora 12 termini, che principiano dal 3. & vanno ascendendo per 3. si adimanda quanto fara l'ultimo termine, multiplica 3 fia 12 fara 36. & 36. dico che fara l'ultimo termine di tale progressione, che monta cosi effetto, & con questo ordine procederai in ogni altra specie di progressione arithmetica principiante, & ascendente, cosi è detto, & fiano quanti termini si voglia, & nota che con questa eadem potrai dicquar il contrario, cioe per la nostra del vltimo termine, & del numero di termini tu puoi trouar il primo termine, ouer il numero ascendente, essempi grazia.

3
Poni 30 termini, che finiscono in 120. & vanno ascendendo nella quantità del primo termine, si adimanda quanto fia il primo termine, ouer quanto è il numero ascendente.

Facciamo parer 120 (cioe l'ultimo termine) per 30 (cioe per il numero di termini) fara 4. & 4 fia il primo termine, ouer il numero ascendente di tal progressione come prima, & cosi monta cosi effetto. & questo medesimo in numeri rotti, & sordi essempio.

4
Poni anchora 6 termini, che l'ultimo di quelli sia 12. & il suo numero ascendente sia pari al primo termine, & adimandi quanto fia il primo termine, ouer il numero ascendente.

Facciamo parer 12 per 6 numeri fara 2. & cosi 2 fia il primo termine di detti 6 termini, & similmente $\frac{1}{2}$ fia il numero ascendente come prima, che monta cosi effetto, & con questa vogio far fine a questo capo.

Di alcune regole particolari adutte da Giouan di Sacro Busto, & da Frate Luca, le quali, come dicono, poßiamo li nostri amici in raccogliere, ouer ßommare li termini di una progressione arithmetica. Cap. XII.

Cosi mancha il resto circa alli modi, ouer regole di saper raccogliere, ouer ßommare li termini di una progressione arithmetica, in questo luogo si voglio narrare alcune regole particolari, & diuersi adutte da Giouan di Sacro busto, & ripßate da Frate Luca, che vßarono li nostri antichi predi.

1
Dice il detto Frate Luca prealtamente in quella ßumma (per autorità di Leonardo Pißano) la progressione non altro ßi non uno aggregamento di numeri, liquali cominciano dalla vnità, ouer altro numero (come nelli ßi ßeguenti intenderai) & poi ßuccßiuamente ascendeno vn l'altro equalmente, cioe di loro ßumma predetta ßi habbia, hor questo è quel che è progressione, ßi come da vno cominciando ßi dice 1. 2. 3. 4. 5. &c. ouer rame 1. 3. 6. 7. 9. 11. 13. &c. Ouer altramente dal binario cosi 2. 4. 6. 8. 10. 12. &c. ouer altramente dal ternario cosi 3. 6. 9. 12. ouer dal quinario cosi 5. 10. 15. &c. Hor questi cosi fatti ordini, & dispoßitioni sono dette dispoßitioni di progressioni, delliquali cosi male vna diuiße in due, cioe che delle progressioni alcuna è detta naturale, ouer continua, & l'altra è detta interßa, ouer discontinua, la naturale progressione s'intende quando li numeri cominciano dalla vnità, & non ße ne ßalta veruno cosi 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. &c. dove ßempre il numero ßeguente auanza il numero precedente per una vnità, come appare, la interßa, ouer discontinua, è quando cominciano per altra vnità ßempre ßi ßalta qualche numero intermediante cosi dicendo 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c. Ben puo anchora questa cale hauer il principio dal binario cosi dicendo 2. 4. 6. 8. 10. 12. &c. anchor da altri, come è detto di 3. & delliquali numeri a voler compredere la ßumma di tutte le vnità in loro numeri contenere, ßi danno alcune regole a far questo, delliquali altre ßeruano alla continua, altre ßeruono alla interßa, & di vna, & dell'altra ßono due regole generali, quella della continua ßono queßte, ßi come ciascuna in doi diuerßi modi può terminare, cioe in numero pare, & in numero dißpare. Quando che'l numero della progreßßion continua ßono ßimi, & terminano in numero pari, ßempre per la metà del vltimo fine termine

3 fia 7. 21

1 2 3 4 5 6

mine moltiplica il numero prossimo di sopra al detto termine vltimo, & come in questa seconda 1. 2. 3. 4. 5. 6. della qual l'vltimo termine è 6. qual è pare, dico che tu lo smezzi se vien 3. poi prendi il numero, che immediate segue 6. cioè 7. ma è quale dico, che moltiplichi la metà del 6. cioè 3. fia 7. fia 21. la qual moltiplicatione così formata sempre fara la summa di tutti i numeri ordinatamente posti, da uno fin quel che vltimo termine, si che 1. 2. 3. 4. 5. 6. siamo in tutto 21. La seconda regola della seconda è questa, cioè quando la progressione continua terminasse in numero dispare, come a dire 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. allhora del vltimo termine si fa due parti le maggior si pollano, & la maggior parte si moltiplica fia tutto il detto vltimo termine dispare, & la moltiplicatione, che fia fara la summa di tutte le volte contenute dalli proposti numeri da uno fino all'vltimo termine, adonque in questa di sopra figurata, della quale l'vltimo termine è 7. del quale fannone due parti le maggior si polla l'una fia 3. & l'altra 4. Dico che moltiplichi 4. che è la maggior parte fia 7. che è l'vltimo termine dispare fia 28. per tanta la summa delli detti numeri da 1. fin 7. pari, & dispari. Anchora per la istessa regola fara di fare questo quello potrai fare, & se quello che regole in vna vuol ridurre dirai così, o fia pare, o fia dispare fia prossimo l'vltimo termine, & sopra l'vltimo termine sempre aggiongi 1. per regola generale, & la summa che fa moltiplicata fia la metà del detto vltimo termine, o fia pare, o dispare sempre medi fia come fatto della prima, che termino in pare, cioè 1. 2. 3. 4. 5. 6. la metà di 6. è 3. sopra posto 1. fia 7. qual moltiplica fia 3. che fia la metà di 6. fia 21. per tanta la summa, come prima hauesti, & così della seconda che sopra fu posta dispare, della qual l'vltimo termine fu 7. dico che lo smezzi ne vien 3½, & sopra esso vltimo termine, che è 7. aggiongi 1. fia 8. la qual summa dico che moltiplichi fia 3½, che fia la metà dell'vltimo, si che 3½ fia 8. fia 28. per tanta la summa da 1. fin in 7. cioè 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. come di sopra hauesti, & questa regola balla per tutte due le sorti di progressioni pare, & dispare, ma le due prime bisogna pollo dagli antichi per non rompere la vnità, & per non si voler impacciar nel moltiplicar rotti, che a tutti non è commodo, ma questa conclude indifferentemente, o sia rotti, o sia intieri, come appare, & questo basti alla notitia della naturale coditione, hor pigliamo della inuersa.

2 Della progressione dishonesta, ouero inuersa, similmente si danno due regole, & come in due modi possino terminare, & finire, cioè in numero pare, & in numero dispare, per questa pare questa è la regola quando la inuersa termina in numero pare, sempre dell'vltimo termine si fa due parti eguali, & vna di quelle mai si moltiplica per il numero, che è precedente a esso mai, cioè di sopra, & questa tal moltiplicatione fara la summa di tutte le volte contenute da tutti i termini della progressione, cominciando dal binario, si come di questa 1. 4. 8. 12. 16. 20. 24. dico che prenda la metà dell'vltimo termine, che è 12. ne vien 6. qual moltiplica per il numero, che immediate segue 6. qual è 7. adonque dirai 6. fia 7. fia 42. & tanto dico, che fara la summa della detta progressione, cominciando dal 2. fin al 12. inclusive, dove sempre il numero seguente sempre il termine antecedente per due volte.

3 La 3. regola si è della progressione dishonesta, quando la termina, & finisce in dispare, allhora sempre dell'vltimo termine si vuol far due parti le maggior si possino non rompendo la vnità, & la maggior di esse si vuol moltiplicare in se, cioè quadrarla, & quello che si trouerà fara la summa di tutte le volte contenute da tutti li termini di detta progressione, cominciando dalla vnità, si come questa 1. 2. 3. 5. 7. 9. 11. 13. della quale l'vltimo termine egli è 13. dico che facendo di 13. due maggior parti, che si pare, & vna fara 6. l'altra 7. dico che quadri la maggiore, cioè 7. fara 49. per la summa di tutti i detti termini da 1. per fino a 13. inclusive, & così balla, si che hauendo in pratica le regole cognitione, che vsiamo le notitie mandi di parola in parola, come fecero fare dette da Enea Silvio borgo sopra le progressioni arithmetice si contiene, come nō occorre, acio che in vtilità non

1 4
2 6
3 8
4 10
5 12
6 fia 7. 42

1
2 3
3 5
4 7
5 9
6 11
7 13
7 fia 7. 49

Delle progressioni Geometrice. Cap. XIII.

1 Dapoi le progressioni arithmetici in ordine seguita le progressioni geometrice, le quali sono differenti dalle arithmetice in questo, che li termini delle progressioni arithmetici si vanno coredendo, & accrescendo con eguali differentie, come che nelle dette precedenti capi è visto, & li termini delle geometrice, se ne vanno accrescendo, & augumentando in eguali moltiplici, come si vede in questi tali termini 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. il secondo delli quali è doppio al primo, cioè che 2. è doppio alla vnità, & così il terzo è doppio al secondo, & il quarto è doppio al terzo, & similmente il quinto è doppio al quarto, & il sesto al quinto, come per tutto medesimo può considerare, & questa ipse si chiama (nelle progressioni geometrice) progressione doppia, perche ogni termine consequente è doppio al suo antecedente, ma quando che ogni termine consequente fosse triplo al suo antecedente (come sono questi 1. 3. 9. 27. 81. 243. del progressione (nelle progressioni geometrice) si chiamerà tripla, & questi altri 1. 4. 16. 64. 256. quadrupla, & questi altri 1. 5. 25. 125.

6 7 quincupla, & discorrendo.

2 TIene che'l numero denominante vna progressione geometrica s'intende quello in che la si prosiegue, essempi gratia il denominator della doppia è il 2. & della tripla il 3. & della quadrupla il 4. & della quincupla il 5. & così discorrendo, & tal denominatore si truova a parte quel si voglia termine maggiore per lo suo immediatamente antiano.

3 ANchora di quelle progressioni geometrice alcune principiano dalla vnità, & alcune da altro numero, prima parleremo di quella che principia dalla vnità, & consequentemente di quella, che principia da altro numero.

VOlendo adonque raccogliere, over trouar la summa di tutti termini di qual si voglia specie di progression geometrica, non solamente principiante dalla vnità, ma di qual altro numero si voglia.

Sempre cassa il primo termine dall'vltimo, & il restante sempre partirai per vn manco del numero denominante tal progressione, & lo auenimento giongerai con l'vltimo termine di tal progression, tal summa sarà eguale alla summa di tutti termini di tal progression, essempio nelle doppie.

Delle progressioni doppie.

4 VOlendo la summa di questi sette termini doppi 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. cassa il primo (cioè 1) da l'vltimo, che è 64. restarà 63. & questo 63. partirai per 1 (cioè 1 manco del 2. che denomina la doppia) ne verrà pur quel medesimo 63. al quale giongerai con 64. vltimo termine) farà 127. & così concluderemo la summa di detti 7 termini doppi, ouer 128. come in margine appar, & nota che nella detta doppia progressione se ben considerai tu basta cassar il primo termine dell'vltimo, & il restante aggiungerlo con vltimo termine, & questa summa sarà eguale alla summa di termini di tal progressione, perche nella detta doppia si ti viene ad annullare quel parte per 1 manco del numero denominante, come per vn medesimo poi comprendere, & questo seguita in quanti termini si voglia.

1	
2	
4	64
8	1
16	65
32	64
64	127
summa	127

3	96
6	3
12	93
24	96
48	189
96	
summa	189

5 VOlendo anchora la summa di questi 6 termini doppi principianti dal numero ternario 3. 6. 12. 24. 48. 96. Cassa per il primo termine, che è 3. dall'vltimo, quale è 96. restarà 93. & questo 93. summarai con l'vltimo termine, che è 96. farà 189. come in margine vedi, si che in vedi, che nella progressione doppia non accade a fare a partir quel 93. per vn manco del denominator di tal progressione, il medesimo seguira in quanti termini si voglia.

1	
3	729
9	1
27	728
81	364
243	729
729	1093
summa	1093

Delle progressioni triple.

6 VOlendo anchora la summa di questi 7 termini tripli principianti dalla vnità 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. Cassa per il primo termine, che è 1. dall'vltimo, che è 729. restarà 728. & questo partirai per 2 (cioè per vn manco del numero denominante, che è 3) ne verrà 364. & questo 364. summarai con l'vltimo termine, che è 729. farà 1093. & tanto fara la summa di tutti detti 7 termini, come in margine appar, il medesimo seguira in ogni altro maggior numero di termini principiando dalla vnità, & anchor da altro numero.

4	324
12	4
36	328
108	160
324	324
summa	424

7 VOlendo anchora la summa di questi 5 termini tripli, principianti dal 4. 12. 36. 108. 324. Cassa per il primo termine, che è 4. dall'vltimo, che è 324. restarà 320. & questo partirai per 2 (cioè per 1 manco del 3. che denomina la tripla) ne verrà 160. & questo 160. summarai con l'vltimo termine, che è 324. farà 484. come in margine vedi, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini, & principiarai in qual altro numero si voglia.

Delle progressioni quadruple.

1	16384
4	1
16	16383
64	5461
256	16384
1024	21845
4096	
16384	
summa	21845

8 VOlendo anchora la summa di questi 8 termini quadrupli, che principiano dalla vnità 1. 4. 16. 64. 256. 1024. 4096. 16384. Cassa pur il primo termine, che è 1. da 16384. restarà 16383. & questo partirai per 3 (cioè per vn manco del 4. che denomina la quadrupla) ne verrà 5461. & questo summarai con l'vltimo termine, che è 16384. farà 21845. & tanto fara la summa delli predetti 8 termini quadrupli principiati dalla vnità, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini.

5	
20	1025
80	5
320	1020
1280	1025
5120	6145
20480	
summa	6145

9 VOlendo anchora la summa di questi 6 termini quadrupli principianti dal 5. 20. 80. 320. 1280. 5120. Cassa pur il primo termine, che è 5. dall'vltimo, che è 5120. restarà 5069. & questo partirai per 5 (cioè per vn manco del 4. che denomina la progressione) ne verrà 1013. & questo giongerai con l'vltimo termine, che è 5120. farà 6133. & tanto fara la summa delli detti 6 termini quadrupli, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini, & principiarai in qual si voglia altro.

Delle

Delle progressioni quincuple.

10 Volendo anchora la summa di quelli 6 termini quincupli, che principiano dalla vnità 1. 5. 25. 125. 625. 3125. Cauo pur il primo termine, qual è 1. dal vltimo, qual è 3125. ritrouo 3124. & questo partirai per 4 (cioe per 1 manco del 5. che denomina la progressione) ne vien 781. & questo summarai con l'vltimo termine, che è 3125. fanno 3906. & tanto sarà la summa di detti 6 termini quincupli, come in margine vedi, il medesimo seguira in ogni altro numero di termini.

	1	
	11	3071
	43	1
	191	3069
	768	1023
	3071	3071
summa	4095	4095

11 Volendo anchora la summa di quelli 5 termini quincupli, che principiano dal 2. 40. 200. 1000. 5000. Cauo pur il primo termine, che è 8 dal vltimo, che è 5000. ritrouo 4992. quali partirai per 4 (cioe per 1 manco del denominatore) ne vien 1248. & questo summarai con l'vltimo termine che è 5000. fanno 6248. come in margine vedi, & tanto sarà la summa di detti 5 termini, & forma che più mi piacerà con tal modo, & ordine procederai in tutte le altre specie di progressioni, cioe denominate da 6 da 7. da 8. da 9. & così procedendo in infinito.

	8	5000
	40	8
	200	4992
	1000	1248
	5000	5000
summa	6248	6248

Regola di Michel stifelio circa al trouar la summa de le dette progressioni geometrice.

12 Michel stifelio per trouar la summa di qual si voglia progression geometrica da questa regola generale, multiplica il maggior termine (cioe l'vltimo) per il numero denominante la progressione, & al produtto lo ua da banda, & dapoi somma il minimo termine (cioe il primo) da quello che gli appresso, & quel che resta, si chiama resiante maggiore, da poi somma anchor il detto minimo termine, da quel produtto che hauuto (per quella multiplicatione fatta) & quello resto da chiamarno resiante maggiore, dapoi multiplica il minimo termine nel resiante maggiore, & il produtto parti per il resiante minore, & ne vien la summa di termini della tal progressione geometrica da esser si voglia, ch'empi gratia volendo con questa regola trouar la summa delli sopra detti cinque termini quincupli principianti dal numero denotato, cioe da 8. 40. 200. 1000. 5000. dico che multiplichi il maggior termine (cioe l'vltimo) che è 5000. per il numero denominante tal progressione (che è 5) fanno 25000. & da questo produtto cauo il minor termine, cioe 8 resta 24992. & questo chiamarno resiante maggiore, & questo lo ua, dapoi somma il minor termine di quel che egli appresso (cioe 8 da 40) resta 32. & questo chiamarno resiante minore, & questo multiplica il minimo termine (cioe 8) da il resiante maggiore (cioe fia 24992) fanno 199936. & questo partirai per il resiante minore (cioe per 32) & ne vien 6248. & questo medesimo fia la summa di tutti li sopradetti cinque termini, & così ti vien anchor per la precedente, & questa tal regola ti seruira in ogni altra specie di progression geometrica principiante da che numero ti vorrai, vero è che tal regola è difficile di ritenerla in memoria.

Delle progressioni sopra particolari, & prima di un tanto, e mezzo

cioe latinamente sesquialtera, laquale è denominata da 1½.

13 Volendo anchora la summa di quelli 5 termini, che principiano da 16. & vanno procedendo in vn tanto, e mezzo, cioe 16. 24. 36. 54. 81 (volendo procedere per la seconda prima regola generale, vsata nelle progressioni multiplice) cauo pur il primo termine (che è 16) dal vltimo (che è 81) resta 65. & questo partirai per ½ (cioe per 1 manco del numero denominante, che è 1½) ne vien 130. & questo summarai con l'vltimo termine, che è 81. fanno 211. & così 211 fia la summa delli detti 5 termini nella data progressione denominata da 1½ ancor che tal denominatore ti noia pigliando qual si voglia termine maggiore per qual termine minore a lui propinquo, & nota che questa medesima regola ti seruira quando che ne li termini vsitate quelli non si trouassero essempliche solamente in numeri integri, anchora quella specie di progressione denominata da 1½ si può operare per quest'altra regola data da frate Luca, cioe somma il doppio del primo termine del treppio de l'vltimo, & il resiante fia la summa di tutti li termini di tal progression sopradetta, & questo verificarassi nelli sopradetti termini, cioe piglia il doppio del primo termine (che fia 16) che fia 32. & questo cauo del treppio di 81 (vltimo termine) il qual treppio fia 243. cauo adonque 32 di 243. & resta 211. per la summa di tutti li detti 5 termini, come fu anchor trouato per quell'altra nostra regola.

Questo medesimo si troua anchor per la regola di Michel stifelio, & di questo a sufficienza basti la presente.

Delle progressioni che si vanno dilatando in un tanto e un terzo, quali latinamente sono dette sesquitertie la cui denominatione è 1 1/3.

14 Volendo anchora trouar la summa di tutti quelli termini 81. 108. 144. 192. 256. che si vanno dilatando in un tanto e 1/3, la cui denominatione è 1 1/3 (trouata per l'ordine detto nelle passate) prima per la nostra regola cauo pur il primo termine (che è 81) da l'ultimo (che è 256) resta 175 & quello partisco per 1/3 (cioè per 1 tanto del denominatore, che è 1 1/3) me ne uenira 131. & questo sopramonto summato con l'ultimo termine, che è 256 fara 387. & tanto fara la summa di tutti li detti termini, come in margine vedi.

256	
81	81
108	175
144	131
192	323
256	256
summa 781	781

Se vorrai procedere per la regola data da frate Luca cauo il doppio del primo termine (che è 81) il qual doppio fara 162. del quadruplo del ultimo termine (che è 256) il qual doppio fara 1024. cauando adonque 162 di 1024 resta 862. & tanto fara la detta summa, come per l'altra regola hai anchor trouato il medesimo ouer simile per la regola di Michel Stifelio, e senza che più oltra mi stenda quelle medesime regole si seruira in tutte sorti di progressioni super particolare.

Delle progressioni che vanno augumentando in più parti, che latinamente si dicono superpartiente, diremo solamente della prima, che va augumentando 1/2, che il suo denominator è 1 1/2.

15 Volendo anchora trouar la summa di più termini di una progressione, come sono questi 27. 45. 75. 125. che il suo denominator è 1 2/3, cioè leggendo nelle sue due parti unite, cauo pur il primo termine (che è 27) da l'ultimo (che è 125) resta 98. & quello parti per 2/3 (cioè per 2 tanto del suo denominatore) me ne uenira 147. & questo sopramonto aggiongi con l'ultimo (cioè con 125) fara 272. & tanto fara la summa di detti termini, come in margine appar, & con tal essempio penso che ogni altra progressione superpartiente

125	
27	
45	98
75	147
125	125
summa 272	272

Delle progressioni dette latinamente multiplice superpartiente diremo solamente della doppia sopra le sue due parti unite.

16 Volendo anchora trouar la summa di una progressione doppia sopra le sue due parti unite, come sono questi 27. 72. 192. 512. cauo pur secondo il solito il primo termine (che è 27) da l'ultimo, che è 512. resta 485. & quello partirai per 1 2/3 (cioè per 1 tanto del denominatore, che in questa sono 3/5) me ne uenira 291. qual sopramonto summato con l'ultimo termine (che è 512) fara 803. & tanto fara la summa di tutti li detti termini, come vedi in margine, e senza che ti ponga altro essempio, non dubito, che da te medesimo sopra come gouernarti in ogni altra specie di progressione multiplice superpartiente.

512	
27	
72	485
192	291
512	512
summa 803	803

Diuerse progressioni fra di loro. Cap. XIIII.

1 Se vorrai trouare la summa di tutti li numeri dispari, che si dalla vnità per fino a quel numero dispari ti voglia, hor poniamo per fino a 17.

Tu debbi sapere, che la progressione sarà questa, che principia dalla vnità, & va sempre dopoi il numero binario in questo modo 1. 3. 5. 7. onde quella va procedendo per tutti li numeri dispari, onde in questo caso tu hai bisogno del primo, & de l'ultimo termine, che sono 1. & 17. & ancora del numero secondario (qual è 2) & poi tu puoi trouar il numero di termini, ouer procedendo per il modo detto nella prima data di sopra di questo, cioè cauo 1 di 17 resta 16. & questo parti per 2 (cioè per il numero secondario) me ne uenira 8. il qual giongo a 1 per cagion che il primo termine è 1. onde che fa otto fiata 9. & tanto fara il numero di termini di mi proposta progressione, onde procedendo poi per la sua regola generale, cioè summa il primo termine (che è 1 volta) con l'ultimo (che è 17) fara 18. la cui mità fara 9. & questa mità multiplica fia il numero di termini (che sono per 9) fara 81. & tanto fara la summa di tutti li numeri dispari, che sono da 1 per fino in 17.

Si potria anchora dilequir il proposito senza trouar il numero di termini facendo del 17 (l'ultimo termine) due maggior parti senza romper la vnità, delequali l'una fara 9. & l'altra 8. & multiplica il maggiore per se medesimo (cioè 9 fia 9) fara medesimamente 81. per la summa di detti numeri dispari.

Esempio	Numeri dispari
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
summa	650

2 Volendo anchora trouar la summa di tutti li numeri quadrati, che sono dalla vnità per fino al quadrato, del qual numero ti voglia, come di essempio grata volendo trouar la summa di tutti li numeri quadrati, che sono da 1 per fino al quadrato, ponemo di 12. che fara 144.

Farai

Fassi in questo modo summa 12 con il numero che gli segue (che è 13) fanno 25. quali fatti, poi multiplica il detto 12 fatti detto 13 fanno 156. & questo 156 multiplica fia quel 25. che fecero fanno 3900. & questo vltimo prodotto parti per 6 (cioè per la differentia, quale è fra quel 12. & il 13) ne vien pur quel medesimo 3900. & questo auenimento partirai poi per 6. & ne venira 650. per la summa di dieci quadrati, come in margine vedi, & con tal regola potrai saper per fino al quadrato di qual altro numero ti voglia.

12	156
13	25
25	1950
per 12	3900
per 6	3900
	650

3 VOlendo ancora hauer la summa di tutti quadrati, che nascon da tutti i numeri dispari fino al quadrato di qual numero dispari ti voglia, come dicemo fino al quadrato del 11. cioè la summa di quadrati di 1. di 3. di 5. di 7. di 9. & di 11. che sono li numeri dispari per ordine posti come poi supponi la regola, & non per fatto, dico che ti prenda il seguente numero dispari de l'vltimo termine nel retro ordine numerale quale fia 13. quale come sopra fatti giongi 12. fanno 24. & poi fa come di sopra multiplica questi 3 numeri, cioè 12. 13. 24 l'uno per l'altro, & di 12 fia 13 fia 156 quale multiplica fia 24. che è il congionto di 12. & di 13. fanno 360. & questa vltima multiplicatione partila per la differentia (che è da 12 a 13) cioè per 2 che viene 180. & poi questo partilo per 6 ne vien 30 per summa la summa quesita, & nota che partido per 2. & poi per 6. è tanto quanto che a partir per 12 tanto perche 2. & 6 sono il replego di 12. Ma ti fo partir separatamente per 2. perche ti bisogna partire per la differentia, che è da 12 a 13. & poi l'auenimento sempre ti partirai per 6. come detti nella precedente per regola summa, & così farai nelle simile.

12	156
13	25
25	1950
per 12	3900
per 6	3900
	650

Esempio
Numeri quadrati 1 4 9 16 25 36
Numeri multiplicati 1 2 3 4 5 6
1 4 9 16 25 36
7 49
91 52
22 1225
1456

Nota che questa regola ti può anchora variare in questo modo piglia il ½ di 12. che fanno 6. per l'vltimo termine, poi piglia il ½ del congionto di 12. & 13 (cioè di 24) che è 6. quali multiplicati fia quel 6. fanno 12. & questo poi multiplica fia 13. che fu il numero dispari (immediatamente seguente) fanno 156. come di prima, & così in molti altri modi ti potrai variare.

4 VOlendo ancora trouar la summa di tutti li quadrati, che per ordine sono fatti dalli numeri pari, fin a qual numero pario ti voglia nominato fin al quadrato di 12. poni 12. che è l'vltimo termine, & il seguente numero, che immediate li seguita in retro ordine di numeri pari qual è 14. & fra tutti insieme fanno 26. poi questo 26. che è lo congionto di 12. & di 14 fanno 196. quali partirai per 2. poi per 6. che è per la differentia, che è da 12 a 14. ne viene prima 32. & questo poi anchora parti per 6. ne viene 364 per summa la summa delli dieci quadrati. Tu potrai anchora fare separato partir 196 per 2. ne viene 364. come prima, di sopra. Prima poni il quadrato di 2. che è 4. poi sotto questo poni il quadrato di 4. che è 16. poi il quadrato di 6. che è 36. poi sotto questo poni il quadrato di 8. che è 64. poi poni sotto questo il quadrato di 10. che è 100. poi sotto questo poni il quadrato di 12. ch'è 144. et summati tutti insieme trouarai che fanno 364. come fu detto.

12	145
13	24
25	572
	364
per 12	3432
per 6	1716
	286

Esempio
Numeri quadrati 4 16 36 64 100 144
Numeri multiplicati 1 4 9 16 25 36
4 16 36 64 100 144
20 400
420 70
29 1680
1456

5 VOlendo ancora con regola insegnare la summa di tutti i numeri quadrati, quali sono fatti dalli numeri, che ordinatamente ascendono per binario, o ternario, o quaternario, o quinario, o senario &c. fino al quadrato di alcuni numeri ordinatamente ascendenti, come è dire cominciando al quaternario fino al quadrato di 24. così dicendo 4. 8. 12. 16. 20. 24. li quadrati di quali sono quesi 16. 64. 144. 256. 400. & 576.

Fa così sempre piglia il numero che segue l'vltimo termine immediate, nell'ordinata ascensione delli predetti, cioè per quaternario, il quale fara 28. poi li aggiongerai insieme, come di sopra fatti nelli predetti fanno 54. poi multiplica detti 3 numeri l'uno per l'altro, cioè 24 fia 28 fanno 672. poi questo 672. multiplicalo fia 54. che fu la loro summa fanno 36288. quali sempre pari per la differentia, che è da 24. che è l'vltimo termine al 28. che è il numero, che immediatamente lo segue nell'ordinato ordine, cioè per 4. ne viene 9072. & questo partilo poi in 6 per regola summa ne viene 1456. per summa la summa delli dieci quadrati. Et se non volessi partire in 4. & in 6. che sono il replego di 24 partirai prima 36288 per 24. ne venirà alla prima 1456 per la summa quesita, over multiplica l'ultimo termine, che è 24 fia il ½ del ½ di 28. che è il numero seguente, & quello che fa multiplicato, poi nello congionto di 24. & 28. cioè per 52. numeri che fa fiata il medesimo numero, essempio il ½ di 28 è 14. & ½ di 14 è 7. & il ½ di 24 è 12. multiplica adunque 12 fia 24 fara 288. poi multiplica 288 fia 52. fara 14976. per summa la desiderata summa, come prima. Ma nota che questa regola si intende delli numeri, che ordinatamente ascendono secondo il numero da che si comincia, come in questa, che cominciando dal quaternario, & continuamente la loro ascensione fu per quaternario, come si vede.

24	288
28	54
52	1512
	756
per 24	36288
per 6	36288
	6048

Esempio
Numeri quadrati 4 16 36 64 100 144 196 256 324 400
Numeri multiplicati 1 4 9 16 25 36 49 64 81 100
4 16 36 64 100 144 196 256 324 400
20 400
420 70
29 1680
1456

6 SImilmente dir dette dianzi nascle vnita, che sono nelli numeri quadrati delli numeri, che ordinatamente ascendono per ternario cominciando dal ternario, come è dire 3. 6. 9. 12. 15. 18 &c. li quali quadrati sono 9. 36. 81. 144. 225. 324 &c.

Fa come di sopra, ove dipero che hai che la propoſta dee ſtare al quadrato di 1. Allhora piglia il numero che ordinatamente ſeguita 1. in detta ſeconda terna, il qual è 4. & giongilo inſieme con 1. fanno 5. poi quelli ne moltiplicarai l'uno per l'altro, cioè 1 fia 4. fanno 504. & per quello fanno 45. poi quelli ne moltiplicarai l'uno per l'altro, cioè 1 fia 4. fanno 504. & per quello fanno 45. poi quelli ne moltiplicarai l'uno per l'altro, cioè 1 fia 4. fanno 504. & per quello 504 fia 45. fanno 1680. quali parti per 3. per 6. cioè per 3. perche è la differentia da 1 a 4. & per 6. per regola. A cioche pari 1680 per 3. ne vien 560. & quello partilo per 6. ne vien 280. per metà la detta ſumma, cioè pari 280 la prima fiata per 1. & coſi ne verrà alla prima 280. che è quella ſumma perche 3. & 6 ſono il meſcolo di 1. & che con quella limitatione intendi la regola, la quale ſola ti può raccogliere tutti numeri donde la forza di tali numeri procede. Dice Fra Luca, che Leonardo Piſano in un ſuo libro, che hai fatto de quadrati numeri, dimoſtra geometricamente tutte queſte ſei regole che ſono ſtate dette, circa il ſommar di numeri quadrati, il qual trattato non ho potuto mai vedere per non eſſer mai ſtato in luoco per le cauſe dette in principio della prima parte.

Di un'altra regola per trouar la ſumma di tutti li numeri quadrati dalla unità per fino a qual numero quadrato ſi voglia.

1

Raccogliere tutte le unità di numeri quadrati cominciando da 1. come a dire 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. quella ſi è la ſua regola, prima conta li termini, ouero luoghi che vi ſono, quali in queſto ſono 10. poi raccogli le unità da 1 fino a 10. per la regola della progreſſione continua, che ſono 55. quali ſumma, poi duplica la ſumma di detti termini fia 20. & ſopra queſto duplicato poni 1. fia 21. qual ſempre partirai in 3. ne vien 7. moltiplicalo fia quello 55. che ſopra ti diſſi, fia 385. & tanta è la ſumma nelli quadrati fino a 10. termini, cominciando dalla unità, & ſe voleſſi la ſumma fin a 13. prima troua la unità di 13. che ſono 35. poi duplica 13 fia 26. aggiongaſi 1. fia 27. poi partilo per 3. ne vien 9. & quello moltiplica fia 35. fia 945. & tanta ſono le unità da 1 fin a 13 numeri quadrati. coſi ſe ne voleſſi raccogliere fin 17. prima troua le unità di 17. che ſono 51. poi duplica 17 fia 34. & aggiongaſegli 1. fia 35. poi partilo per 3. ne viene 11 2/3. & quello moltiplica fia 17. che ſaranno fia 1955. & la ſumma delli quadrati da 1 fin 17. quali ſono queſti 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121. 144. 169. 196. 225. 256. 289. queſti aggionti inſieme fanno 1785. come è detto di ſopra, & coſi quando ti ſaranno propoſti numeri ottenga detta regola ti verrà lo effetto. &c.

2

Ma ſe tu voleſſi raccogliere tutte le unità di numeri cubi, che ſono da 1 fin 24. cubi integri, come a dire 1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729. 1000. 1331. 1728. 2197. 2744. che ſono li ſopra detti.

Fa coſi piglia la mità delli termini, o vuoi dir luoghi, ſopra di quella tu vedi che è fino a 12. cominciando dalla unità ne vien 78. & queſta mia moltiplica in ſe ſtà 6084. poi ſopra il mezo delli termini aggiongegli ſopra uno ſtà 13. & queſto anchora moltiplica in ſe ſtà 169. poi moltiplica 84. quadrato della mità fia 1352. quadrato per 2. di termini ſaranno 2704. per tanto la ſumma di detti numeri cubi cercati dalla unità, & coſi ſeguita in mai, & mai non falla, come da il medeſimo ſperimentando poi procedere.

Di certi caſi, che ſono ſolubili per le regole delle progreſſioni. Cap. XV.

1

Vno dice, Si partono da un medeſimo luogo, & vanno ambidui per un medeſimo verſo, il primo mobile va continuamente andando 24. il giorno naturale che ſono 24. hore, il ſecondo mobile lo va ſeguitando ſecondo l'ordine della prima progreſſione (cioè naturale, & continua) cioè che il primo giorno ſa un miglio, & il ſecondo ne fa 2. & il terzo ne fa 3. & coſi va continuamente ſeguitando, operando ſempre per una unità, hor ſi domanda in quanti giorni quel ſecondo mobile harà ſeguitato il primo.

Circa queſta ſorte di regole delle progreſſioni ſono alcuni impoſſibili a ridurre per regola, come queſta, & ogni altra ſimile queſtione, ma per la notitia di quelle ſupponemo, che in queſto caſo ogni cauſo, che li termini di queſta progreſſione ſono tutti che ſommando il primo con l'ultimo, & di nuovo ſommando la metà, ouero la mità ſia preſentemente 24. che quel numero dimoſtra, che il primo mobile ogni giorno, & perche ſupponemo che il primo termine è un miglio, ſeguita che ſiano tanti giorni, quanto ſarà il doppio di 24 numero in detta unità (cioè numero il primo termine) duplicarono adunque 24 fia 48. & di quello 48 ne caſcarono 1 per il primo termine reſtano 47. per tanto ſaranno 47 giorni, che il primo mobile harà ſeguitato il ſecondo, & ſe ne vuoi far la proua, vedi quanti miglia gli harà dato il ſecondo mobile harà giorno il prim

fano il primo in giorni 47. 2 miglia 24 al giorno, onde multiplicando 24 fia 47 fiano 1128. & tanti miglia hauera fatto il primo. Hor per trouar quanti ne hauera fatti il secondo aggiongi (per la nostra regola generale) il primo termine della progressione (qual è 2) con l'vltimo (qual è 47) fanno 49. la mità delquale fia 24. qual multiplica fia il numero di tutti i termini di detta progressione (che sono 47) fiamo medesimamente 1128. & però fia bene. Et con tal regola saluerai tutte altre simili, essempi grazia se in questo caso ne hauesti detto, che'l primo mobile facesse solamente 2 miglia al giorno ne haureßi per duplicato quel 2 & hauerßi fatto 94. delquale mettane pur 2. fia 1 cioè 45. & così in giorni 45. il secondo mobile haueria aggionto il primo.

2 Sono anchora dui, che si partono da vn medesimo luogo, & vanno in vn medesimo verso, il primo va continuamente 2 miglia al giorno, & il secondo gli va dietro, nell'ordine della seconda progressione arithmetica, che principia da 1. & va multiplicando per 2. essendo tutti numeri dispari, cioè che'l primo giorno fa vn miglio, il secondo ne fa 3. il terzo ne fa 5. il quarto ne fa 7. il quinto ne fa 9. & così va continuamente multiplicando per 2. Et dimanda in quanti giorni questo secondo mobile haueria gionto il primo.

Per chiarir questa questione, & altre simili, dico che sempre il secondo aggiongera il primo in tanti giorni quanti sono li miglia, che fa il detto primo ogni giorno, che in questo caso sono 2. & però dicemo che il detto secondo mobile aggiongera il primo in giorni 3. La causa di questa regola è tanta da qui, che egli è necessario che la summa del primo, & vltimo termine (quando lo aggiongerai) sia eße, che la mità di quella sia precisamente 2. & però fiano 2 dopoi di 2. che fiano 4. & perche (per le cose dette sopra a tal progressione) sappiamo che il quadrato di questo 2. fiano equalle summa di tutti termini di tal progressione, perche sappiamo ancora (per la prima del nono capo) che'l numero di termini di tal progressione fiamo medesimamente 2. liquali multiplicati per la mità di 4. (che fia la summa del primo, & dell'vltimo termine) liquali mità fiano medesimamente 2. ne produrano 8. per la summa di tutti li detti 2 termini di tal progressione, si che l'vno, & l'altro mobile (in detti giorni 2) si trouara hauer fatto miglia 8. & però siamo pari.

Non che à voler ben intendere la causa, non solamente delli dui modi dati per risolvere le sopradette due questioni, ma ancora quelli che si daranno per risolvere tutte le seguenti, egli è necessario hauer ben in memoria quella regola generale data nel settimo, & ottauo capo per raccogliere, over trouar la summa di tutte le progressioni arithmetice principianti, non solamente dalla vnità, ma di qual si voglia altro numero, & insieme con quelle quelle altre regole date nel nono, & decimo capo, cioè per la notitia del numero ascendente, & del primo, & vltimo termine, sopra determinare il numero di tutti termini di tal progressione, & il contrario, perche sopra tai regole si trouara la causa de quelli altri seguenti regole, & però auuertisci, che per l'auenire non staßegnare così particolarmente la causa delle sotto scritte conditioni, vero è che ancora ti potria essere di bene le dette cause per qualche altre regole addutte da nostri moderni regenerate da Giouan di Sacrobosco, & da frate Luca sopra delle dette progressioni (tutte nel vndecimo capo di questo libro) & però auuertisci.

3 Sono anchora dui mobili, che si partono ambidui da vn medesimo luogo, & vanno ambidui in vn medesimo verso, il primo camina di continuo per miglia 2 il giorno, & il secondo lo va seguitando facendo il primo giorno 1 miglio, & il secondo ne fa 4. & il terzo ne fa 6. & il quarto giorno ne fa 8. & così continuamente va crescendo duo miglia il giorno, si dimanda in quanti giorni questo secondo aggiongera il primo.

Breuemente ti dico che debbi cercar del quel 2. & trouarai 2. & così in giorni 2 lo harai aggionto, anchora ti potrai duplicar quelli miglia 2 fiano 4. & di questo cauarne 2 (cioè il primo termine) ne resterà 2. la mità delquale fia 1 per il numero di termini di tal progressione. & però in giorni 2 lo hauera aggionto, come la prouarai essempi, che in dui giorni 2 l'vno, & l'altro hauera fatto 6 miglia, & però l'hanno pari, le cause di queste due operationi la trouarai ben conditi here gole date nel settimo, ottauo, & nono capo di questo libro, come di sopra è stato detto, ouuero per quelle regole addotte da nostri moderni, come nanti Giouan di Sacrobosto, & frate Luca, & da me regenerate nel vndecimo capo.

4 Vogliono ancora caminare per vno medesimo viaggio, il primo ogni giorno fa 3. miglia, il secondo gli va dietro in questo modo, che il primo giorno fa 3 miglia, il secondo ne fa 6. & il terzo ne fa 9. il quarto 12. & così sempre ascende per numero, dimanda in quanti giorni il secondo aggionge, & quante miglia haueranno fatto.

Fa così duplica quel 3 fia 6 per la summa del primo, & dell'vltimo termine di tal progressione, poi cerca quanti sono il primo (che è 3) nella 6 per l'vltimo termine di tal progressione, hor per trouar il numero di detti termini (per la regola data nel nono capo) cauarai il primo dell'vltimo (cioè 3 di 6) resterà

64. qual partendo per il numero xfecondario, cioè per 5. ne veniva 12. per il numero di detti remanenti
mancò il primo, che fu cauato, & però giongendo 1 sopra 12 fara 13 per tanti di detti remanenti, & così
in 13 giorni il secondo haueria giunto il primo, il medesimo ecquando per quel altro modo, che cosi
mancò gli anichi scemo di fra Luca. Pari 56 per il numero xfecondario, ch'è 3. ne vien 18 duplicato
fa 36 poi cauane 1 per il primo termine resta 35 per li luoghi, over termini, che bisognano fino al
primo di 13. ch'è 69. & che da 5 fin 5 giudicando per termino vi sono 23 numeri, over termini, over
luoghi, & così in tanti giorni finirano pari, cioè che il secondo haueria arrivato il primo in 23 giorni, &
l'ultimo giorno quello secondo haueria fatto 69 miglia, & in tanto haueranno fatto 828 miglia cosi
di loro, la qual summa troueraï ne leggendo 5. ch'è il primo termini sopra 69. ch'è l'ultimo fara 74 la cui
½ è 37. qual multiplicata fia tanti li predetti luoghi, che sono 23. fanno 851 over 852 multiplicando 37
fia la ½ di 74. ch'è 851, fanno similmente 828 come di prima, & così fia bene.

5 Dvolsero alcuni vsare per via medesima via, in quello modo, cioè che'l primo di cominci 40.
miglia, l'altro gli va dietro per quanti xfecondi, così che'l primo giorno fa 5 miglia, & 5
è 10. & il 5 è 1. cercando in quanti giorni l'huomo giunge, & quanti miglia hanno caminato.
Procedendo come nelle precedenti, cioè duplica 40 fa 80. per la summa del primo, & del ul-
timo termine di tal progressione, ouero cauando il primo termine (ch'è 5) resta 75. per l'ultimo ter-
mine di tal progressione, hauer per ogni vno il numero di termini, cioè 5 di 75 (cioè il primo da l'ul-
timo) resta 70. qual parti per il numero xfecondario (ch'è 5) ne vien 14 adonque giongendo 1. (per il pri-
mo termine) fara 15. & così sono tutti li termini di tal progressione, & così in 15 giorni il secondo
aggiongerà il primo, il medesimo trouarai procedendo per quel modo, che cosi hauemo gli antichi
scemo di fra Luca, cioè parti 10 per 5 ne viene 2 duplicato fa 4. poi cauane 1 per il primo termine,
resta 3. cioè ch'el fece cauo 1 per il primo termine della vnità, che non hauea in quello numero (perche
la progressione nasceua dal primo, non'è detto) & così resta 15 per li numeri della progressione,
& così in 15 giorni il seguente giongerà, & l'ultimo termine della detta progressione fara 75. & tanti
miglia fara quello l'ultimo giorno, & hauerano caminato insieme di loro 600 miglia, perche hauen-
do le vnità di tutta la progressione fin 75. & hauto fa insieme 40 fia 1. & così per se stesso si potrai
far di simile per qualunque xfecondo modo, cioè se la fara quaternaria partirai il fermo per 4. & se la
fara senaria lo partirai per 6. & se la fara septenaria per 7. & così essendo quaternaria, & partendo per
4 l'ascendente duplicato, & multiplicando poi 1. & il resto quadruplo, fara l'ultimo termine della progres-
sione, & per 6 sestuplo, & per 7 septuplo, & per 8 octuplo, & così discorrendo il medesimo si ve-
drà per la nostra prima regola detta di sopra, cioè duplica sempre il termine fermo, & al duplicato fara
sempre la summa del primo, & del ultimo termine di tal specie di progressione, della qual summa trar
rai il primo termine (già cognito) & resta sempre l'ultimo termine di tal progressione, per la nostra
detta regola, & del numero xfecondario ne prenderai (per il modo dato nel 5 capo) il numero di termini
di tal progressione, qual vera a esser il numero di giorni, che il secondo anchora haueria giunto il pri-
mo. Et benche quel secondo modo dato da nostri antichi per esser molto più breue del nostro, non
sono sono è così generale, come è il nostro, perche quel fara solamente per quelle progressioni, che par-
tiranno nel numero in che xfecondano, cioè se la xfecondo per 2 che principia anchora da 2. & se l'altra
da per 3 che principia anchora da 3. & se la xfecondo per 4 che principia anchora da 4. & così discor-
rendo per qual si voglia altro numero. Ma la nostra regola ne fornisce generalmente per qual si voglia pro-
gressione, & principiante per qual si voglia numero, & che fia il vero così si proui così si fara manifesto.

6 Sono dui, che si partono da vn medesimo luogo, & vanno in vn medesimo verso, il primo va
continuamente miglia 14 al giorno, il secondo lo va seguendo secondo il primo giorno 1 mi-
glia, il secondo va poi 2 il terzo va fa 3. & così va crescendo, & quanti giorni il secondo hauera giunto, tanti miglia hauera caminato il primo.
Hor dico che volendo ritrouare questo secondo la regola di nostri antichi sopra da Fra Luca, cioè
per questa seconda regola da seruirsene nelle due precedenti bisognaria pigliare quel 14 per il
numero xfecondante, ne veniria 6. qual duplicato per la detta regola ne veniria 12. dellaqual summa
1 (per il termine) resta 11. per li luoghi, over termini di tal progressioni, la quale non è vera, per-
che l'ordine della nostra regola li detti termini fanno 12. & che il secondo per quel medesimo modo
visto nelle due precedenti, cioè duplica quel 14 fa 28. per la summa del primo, & dell'ultimo termi-
ne di tal progressione, dellqual cauandone il primo termine, che è 1 (dal presupposto) resta 27.
per l'ultimo termine di tal progressione, hor per la nostra di questi termini ne prenderai (per l'ordine da-
to nel 2 capo) che li termini di questa progressione fanno 12. come di sopra s'è detto, & così in 12 giorni il secondo haueria giunto il primo, & di loro si haueria hauer fatto miglia
182. perche l'ultimo termine di tal progressione fara 26. giunta il primo (che è 1) fara 27. la cui

fara 24. quale moltiplicata fia il numero di termini (che è 12) fara 288. che tanti miglia haueranno fatto il secondo, hauendone il primo 288 miglia 24 il giorno in detti giorni 12 hauera fatto per miglia 288. & però siamo certi, & vedemo adonque, che quella regola adotta da Frate Luca (vsata da molti antichi) non serue se non quando la progression principia ad numero, nel qual accade, & però assai fe

7 Sono anchora dui, che si partono da vn medesimo loco, & vanno per vn medesimo verso, il primo fa ogni giorno miglia 10. & il secondo lo va seguitando in questa progressione, che il primo giorno fa miglia 6. & il secondo fa miglia 12. & il terzo fa miglia 24. & il quarto miglia 48. & così va procedendo ordinando ogni dì 2 miglia, si dimanda in quanti dì il secondo harà giunto il primo.

Per la nostra regola duplica il termine fermo (cioè 2) fara 32. & tanto fara la summa del primo, & de l'vltimo termine di tal progressione, onde trouasi il primo (che è 6) rotta 5 & 5 fara l'vltimo termine di tal progressione, onde per la regola data nel nono capo, trouasi che il numero di termini fiamo 5 la qual regola del detto nono capo è questa, cioè il primo termine (che è 5) di l'vltimo, che è 80 cioè fara 85. & quello partirai per il numero ascendente (che è 2) te ne verra 42. & qual giontoci 1 (per il primo termine, che quasi) fara 43. & così 5 fiamo certi il termini di detta progressione, come di sopra è detto detto, & così in giorni 43 il secondo harà hauer giunto il primo fiamo prouati che trouarai così essere, perche in tal tempo fiamo, & l'altro si trouara hauer fatto miglia 43. & così questa si come la precedente non si potra risolvere per quella regola adotta da Frate Luca vsata da molti antichi non seruira in questa, ne in altre simili, che non principiano dal 1 ascendente.

8 Sono anchora dui, che si partono da vn medesimo luogo, & vanno per vn medesimo verso, il primo va continuamente miglia 9½ al giorno, & il secondo gli va dietro in questa forma, che il primo giorno fa 1 miglia, & il 2 ne fa 3. & il 3 ne fa 9. & il 4 ne fa 27. & così va continuamente ordinando 3 miglia ogni giorno, si dimanda in quanti giorni questo secondo harà giunto il primo.

Duplica per il termine fermo (cioè 9½) fara 19. & tanto fara la summa del primo, & del vltimo termine di tal progressione, onde cauando del detto 19. il primo termine (che è 1) restara 18 per il quale vltimo termine, onde per trouar il numero di termini, cauarai il primo del vltimo (come s'insegna nel 9 capo) restara 17. qual partirai per 2 (per il numero ascendente) ne venira 8 ½ qual giontoci 1 (per il primo termine, che fu cauato) fara 9 per il numero di termini in tal progressione, & però in giorni 9 il secondo harà giunto il primo, perche l'uno, e l'altro (se fussi vero) harebbe fatto a punto 243 miglia.

Da notar generalmente in tutte queste sorte di questioni.

9 IN tutte queste questioni fia bene che da noi s'habbi per le regole delle progressioni antedette ogni nostra volta, che il bisogna (per la regola data) trouare l'vltimo termine di tal progressione, & che per trouar il numero di termini di tal progressione, si bisogna cauare il primo termine da l'vltimo, & che il residuo non si potrà partire per il numero ascendente semplice (cioè fuora uno) tal questione non si potra risolvere per le semplici regole date fin a questo luogo, massimi bisogna sempre, ogni qual fiata pensiamo, che fiano due, che si partino da vn medesimo luogo, & vadino per vn medesimo verso il primo va continuamente miglia 10 al giorno, & il secondo lo va seguitando secondo il primo giorno miglia 4. il secondo miglia 7. & così miglia 10. & così procedendo ordinando per numero, si dimanda in quanti giorni il secondo harà giunto il primo.

Duplica (secondo l'ordinario) 10. fara 34 (per la summa del primo termine, & de l'vltimo, onde cauando il primo (che è 4) resta 30 per l'vltimo termine di tal progressione, hor per trouar il numero di termini procederemo per la regola data nel nono capo, cioè cauaremo il primo termine (che è 4) da l'vltimo (che è 30) resta 26. & questo 26 partiremo per il numero ascendente (che è 3) ne vscira 8⅔, quali giontoci 1 (per il primo termine, che fu cauato) fara 9⅔, & così diremo esser li termini di tal progressione (cioè 9⅔, & andaremo in nono giorni (secondo la regola) il secondo harà hauuto il primo 2 ponto, & considerando per causa di quadrato, che vi è occorso nel partir per il numero ascendente (cioè per 3) le semplici parti perse, & così detti giorni 9⅔ giudicarai quello numero per vn intero, & così detti giorni 9⅔ harà fatto miglia 106⅔, & il secondo in detti giorni 9 interi harà fatto miglia 124 (se fussi ben il vero) & in quel 9⅔ di giorno harà fatto miglia 11 (che è cauato fuor il decimo giorno (fatto miglia 10⅔, quali giorni 10 fa in summa miglia 134⅔, & il primo non si troua hauer fatto fino, che miglia 106⅔, come di sopra si è detto, si vede adonque che il secondo (nel detto tempo) harà potuto auanzar il primo per vantaggio di miglia, hor per solutione giustamente questa, & le altre simili vedi quanto bisogna hauer fatto dal loro in quelli giorni 9 interi (secondo il vero) & trouarai, che il primo hauera fatto miglia 115. & il secondo in quelli 9 interi hauera fatto miglia 124 (come di sopra si è detto) si che esso quel primo si troua 9 miglia auanti al secondo, quale (come, & di sopra è detto)

4
7
10
13
16
19
22
25
28
44
47 1/2
50 1/2
53 1/2
56 1/2
59 1/2
62 1/2
65 1/2

cento il decimo giorno il primo farà lontano miglia 17. & il secondo ne farà 3 (seguendo sempre la progressione) nel qual secondo nel detto decimo giorno verrà ad essere lontano miglia sopra del primo, ma per farli pari bisognerà mettere solamente quelli miglia 9. che il primo gli è innanzi detto, onde per trovare il giusto tempo darai per la regola detta de sopra miglia 14. sono innanzi in giorni 1. & quanto fara innanzi miglia 9. opera che troverai, che fanno innanzi in $\frac{9}{14}$ di giorno, & così in giorni $9\frac{9}{14}$, il primo haverà posto dietro il secondo, & se ne vuoi far prova vedi quanti miglia haverà fatto ciascun di loro nelli detti giorni $9\frac{9}{14}$, onde troverai che il primo (ove quello che è di sopra miglia 17. il giorno) haverà fatto miglia $165\frac{1}{14}$, & il secondo nelli 9 giorni avuti haverà fatto miglia 144. & quelli 9 termini 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38. 41. legati insieme faranno 144. miglia poi a quello $\frac{1}{14}$ del decimo giorno, nel qual decimo giorno ne doveria far miglia 3 (seguir l'ordine della progressione) onde pigliando $\frac{1}{14}$ di quelli miglia 3. troverai che faranno miglia $21\frac{1}{14}$, quali giunti con quelli altri miglia 144. faranno in somma precisamente $165\frac{1}{14}$, & come il primo, & però saranno pari, ch'è al proposito, & con tal modo procederai nelle simili, cioè sempre vedi quanto hanno fatto ciascun di loro nelli giorni integri il resto poi giudicarai per l'ordine, che di sopra è stato fatto.

20
No si parte da un luogo, & fa miglia 30 al giorno continuamente, & 4 giorni dopo dal medesimo luogo si parte un altro secondo per arrivar il primo, & questo secondo fa di continuo miglia 40 al giorno, si dimanda in quanti giorni questo secondo arriverà il primo.

Egli è manifesto che quando il secondo si parte, il primo è lontano miglia 120. & il secondo comincia arrivando 10 miglia ogni giorno, & però delle miglia 120 sono innanzi in giorni 12. quanti ne faranno innanzi 120. opera che troverai che saranno compresi in giorni 12. & così in giorni 12 il secondo haverà arrivato il primo.

21
Odomo che da Padova a Turino fa miglia 400. & che doi corrieri il primo è un mezzo giorno più lesto, l'uno da Padova per andar a Turino, & l'altro da Turino per venir a Padova, quello che si parte da Padova per andar a Turino si obbligò di arrivar a Turino in 11 giorni, & quello che si parte da Turino si obbligò di venir a Padova in giorni 9. & subito arrivando (osservando le correnti la prontezza de suo caminar) in quanti giorni s'incontrarano caminando ambidui per una medesima via, & quanti miglia haverà caminato ciascun di loro.

Fassi così: trova un numero, che sia commune da 11. & da 9. che fia 99. egli è manifesto, che in giorni 99. quel da Padova farà 9 volte il detto viaggio da Padova a Turino, cioè farà 9 viaggi, & quello da Turino lo farà 11 volte, che farà 11 viaggi, onde fermando 9 con 11 fara 20. & così 20 viaggi fra tutti doi faranno in 99 giorni, & noi vorriamo un viaggio solo, & però diremo fa 20 viaggi lo fanno in giorni 99. in quanti ne fara fatto viaggio 1. opera che fara fatto in giorni $4\frac{19}{20}$, & così in giorni $4\frac{1}{20}$ si incontrarano. Poi per saper quanti miglia haverano fatto ciascun di loro, per quel da Padova dissi fe giorni 11 mi fa 400 miglia, che mi fara giorni $4\frac{19}{20}$ opera, che troverai che fara miglia 190. & per quello da Turino dissi fe giorni 9 mi fanno miglia 400. che mi fara giorni $4\frac{1}{20}$ opera, che troverai che fara miglia 20. & che quello che fara partito da Padova quando si incontrarano haverà fatto miglia 380. & l'altro ne haverà fatto 20. quali giorni con li 20 faranno precisi miglia 400. come fu supposto esser da Padova a Turino, & però fa bene.

22
Da Padova a Brescia è miglia 90. uno si parte da Padova per andar a Brescia, & fa solamente 18 miglia al giorno (per esser mal in gamba) vedano si parte in quel medesimo tempo da Brescia per venir a Padova, & fa miglia 30 al giorno, si dimanda in quanti giorni si incontrarano, & quanti miglia haverà fatto ciascun di loro.

Egli è manifesto che fra tutti doi fanno miglia 48 al giorno, & però dirai fe miglia 48 fanno fanno giorni 1. in quanto faranno fatti miglia 90. opera che troverai che faranno fatti in giorni $1\frac{7}{8}$, & così in giorni $1\frac{7}{8}$ si incontrarano, & fe vuoi saper quanti miglia haverà fatto ciascun di loro per quel che si parte da Padova multiplica 18 fia $1\frac{7}{8}$ fanno $33\frac{3}{4}$, & tanti miglia haverà fatto, & per quello che si parte da Brescia multiplica 30 fia $1\frac{7}{8}$ fanno $56\frac{1}{4}$, & tanti miglia haverà fatti, i quali giunti con li $33\frac{3}{4}$ che fece l'altro fanno precisamente miglia 90. come fu supposto esser da Padova a Brescia, che era il proposito.

23 Parte Luca a Carte 11. de l'opera sua mette questa quistione precisamente in questa forma.

Errore di Fra Luca

Da Firenza a Roma sono miglia 100. & sono 4 compagni, che si partono da Firenza per andar a Roma, & caminano diversamente, il primo camina il primo giorno 1 miglio, & il secondo giorno 2 miglia, & il terzo 3 miglia, & così va ordinando un miglio per giorno. Il secondo compagno il primo giorno fa un miglio, & il secondo 3. & il terzo 5. & così sempre ordina 2 miglia per giorno. Il terzo compagno il primo giorno va 3 miglia, il secondo 4. & il terzo 5. & così sempre ordina 1. miglio per giorno. Il quarto compagno il primo giorno fa 4. il secondo 5. il terzo 6. & così sempre ordina 1 per

giorno

giorno. Dimandasi volendo quelli alli giongere insieme a Roma quanti giorni conuien che si parta l'uno dapoi l'altro.

Il detto Frate vuol che prima si troui in quanti giorni andra ciascun di quelli 4 per la Firenza a Roma, & così procedendo in per Algebra, o vuol dir per la regola della cosa ecco dice che l'primo gli anda in giorni Radice $100\frac{1}{4}$ manco $\frac{1}{2}$, & che il $\frac{2}{3}$ gli andaria in giorni 10. et il terzo gli andaria in giorni Radice $100\frac{1}{4}$ manco $\frac{1}{2}$, & che il quarto gli andaria in giorni Radice $90\frac{1}{4}$ manco $\frac{1}{2}$, la qual conclusione è falsa, perche in questa relatione non debbe venir alcuna quantità irrationale regionevolmente, & che sia il vero, dapoi che il primo gli andaria in giorni $12\frac{3}{4}$, & il secondo in giorni 10. & il terzo in giorni $9\frac{1}{2}$, & il quarto il giorni $6\frac{1}{2}$, che le me fanno prova la nostra buona, poi per saper quanto debbono star l'uno dopo l'altro a partirsi da Firenza, accioche arrivino tutti in un ponto a Roma facilmente per se lo potrà trouare sottrando il tempo minore del maggiore.

il primo gli andaria in giorni	$12\frac{3}{4}$
il secondo gli andaria in giorni	10
il terzo gli andaria in giorni	$9\frac{1}{2}$
il quarto gli andaria in giorni	$6\frac{1}{2}$

Il modo da risolvere questa loquelerina in altro luogo si dirà perche in questo luogo per cosa che non si può risolvere per regola, ma solamente a tentoni come fanno li ciechi, & però non si curerà a prolegare il suddetto ordinatamente per fin che arrivi alla nostra algebra.

24
No si parte da Padoua, & va ogni giorno miglia 50. & dapoi 6 giorni va altro gli cavalli dietro, & in 25 giornate aggionge, dimandasi quanti miglia fece al giorno quello secondo.

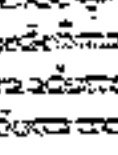
Fra Luca mette questa questione, & la risolue per la cosa, ma più facilmente si risolue in questo modo, egli così dice, che quando il secondo aggionge il primo il detto primo veniva ha ver cavalcato giorni 31 (cioè li primi 6. & li 25. che colui lo seguitò) ch'è tutti giorni 31 fiate 50 miglia il giorno vengono esser fatte miglia 1550. la quale il secondo li venne ad hauer fatte in tutti giorni 25. che gli cauarà dietro, cioè partendo tutti miglia 1550 per 25 ne venne 62, & tanto miglia fece al giorno quello secondo.

25
Vn altro si parte da Padoua, & va ogni giorno miglia 60. & dapoi 5 giorni uno gli va dietro, & in 8 giornate aggionge, dimandasi quanti miglia fece al giorno quello secondo. Si risolue in questo modo, che tutti 8 giorni, che gli cauallo dietro fanno miglia 480. & tutti 13 giorni che cavalcò il primo fanno miglia 780. che gli aggionge il secondo, & partendo 780 per 8 ne vengono 97½, & tanto miglia fece al giorno quello secondo.

26 Fra Luca mette questa questione dicendo. Vno si mette a correre per uno prato alto braccia 10 per 2 a salire, che ogni corso che fa monta 6 braccia & discende quanto ne resta per arrivare al cielo, che è alto 66 braccia, & dice il vuole che per ogni volta che arriva al cielo, che l'uno in braccia 6 per ogni salire da 10 che l'uno 12. poi dimanda se 66 braccia dove 2 12 che sia dunque il cielo 11 salire, che l'uno in 11 che l'uno 66. & dapoi vuole che ancora si mettegli quelle

Errore di Piero Borgi da Venetia

Errore di Frate Luca dal Borgo



il giorno, & la seguente notte, onde sumando quelli $\frac{1}{2}$, & quel $\frac{1}{12}$, che ascendano fra $=\frac{7}{12}$, & tanto ascendono fra tutti duoi (non computando l'albore) il medesimo, e più leggiadramente si venira a far lo computamento, cioe sumar quel braccio 1, che fa la gara al giorno, & quel $\frac{1}{2}$ braccio, che fa il troppo fra $=1\frac{1}{2}$, & finalmente sumar quello $\frac{1}{4}$, che ritorna la gara con quel $\frac{1}{2}$, che ritorna il troppo fra $\frac{1}{4}$, & quello scemando lo di quello $1\frac{1}{2}$ restara medesimamente $1\frac{1}{4}$, & tanto ascendono fra tutti duoi (non computando il crescere, & il calar de l'albore) & perche l'albore cresce ogni giorno (fra li duoi animali) $\frac{1}{2}$, & la notte scema $\frac{1}{4}$ cioe $\frac{1}{4}$ di $\frac{1}{2}$ restara $\frac{1}{8}$ di braccio, che ascenda l'albore fra il giorno, & la notte seguente, & perche quello ascendo prorega lo approssimar di quelli duoi animali cioe quello $\frac{1}{8}$ di quello $1\frac{1}{4}$, che delli animali ascendano restara $\frac{3}{32}$ di braccio, & tanto si approssimano fra il giorno, & la notte seguente, & perche quel $\frac{1}{8}$ di braccio, che scema l'albore la notte li fa piu presto approssimare, & quelli $\frac{3}{32}$, che ritornano la notte li rendeno lo approssimati, & però cioe quel $\frac{1}{8}$ di braccio di quelli $\frac{3}{32}$ restara $\frac{1}{32}$, & quello cioe di quelli braccia 60. che longo l'albore restara braccia $59\frac{1}{32}$, cioe quello procedera per la regola del 3. dicendo se $\frac{3}{32}$ di braccio vol giorni 1. che vorra braccia $59\frac{1}{32}$ opera, che trovarai che vorranno giorni $61\frac{1}{3}$, hor dico che li giorni 61. integri sono giusti, ma il resto (in quelle sorte di ragioni) è sempre falso, perche in quella parte di giorno, perche non camina la notte, che seguita (che li fa ritornar indietro, & scemar l'albore) bisogna di tal parte di giorno sumar il resto a quello, che caminano il giorno però sotto il ritorno della notte, & finalmente del crescer de l'albore, per far adonque quello resto giustamente vedi quanto ascendano quelli duoi animali in quelli giorni 61. integri a ragion di $\frac{3}{32}$ di braccio al giorno, onde multiplicando trovarai, che ascendano braccia $59\frac{1}{32}$, quali cavandoli di quelli braccia 60. (che è tutto l'albore) restara $\frac{1}{32}$ di braccio, & tanto gli resta a far in quella parte di giorno, & per fper in che parte di giorno ascenderano, over faranno quelli $\frac{1}{32}$ di braccio vedi quanto fanno, over faranno in tutto il detto giorno (senza la seguente notte) già tu sai, che fra tutti duoi quelli animali, già sai che l'uno fa braccia 1. & l'altro braccio $\frac{1}{2}$, che in summa sono braccia $1\frac{1}{2}$ fra tutti duoi, ma per che l'albore crescie ogni giorno fra loro braccia $\frac{1}{2}$, cavato di quelli braccia $1\frac{1}{2}$ restara braccia 1, & tanto ascendono quel giorno senza la notte, che seguita, & però dirai se braccia $1\frac{1}{2}$ sono ascesi da giorni 1. da che fra ascesi $\frac{1}{32}$ di braccio, opera che trovarai, che faranno ascesi da $\frac{1}{32}$ di braccio, qual giorno con quelli giorni 61. fara giorni $61\frac{1}{32}$, & così in giorni $61\frac{1}{32}$ si accompagnano li detti animali.

Per approvare questa nostra conclusione, egli manifesto che nelli giorni 61. integri questi detti animali a ragion di braccia $1\frac{1}{32}$ al giorno cioe la seguente notte) ascendano braccia $61\frac{1}{2}$, poi in quel $\frac{1}{32}$ di giorno puro (senza notte) a braccia $1\frac{1}{2}$ al giorno, fra tutti duoi, faranno $\frac{3}{32}$ di braccio, quali giunti con quelli braccia $61\frac{1}{2}$ faranno braccia $61\frac{1}{2}\frac{3}{32}$, & tanto haranno ascendo ambidoi li detti animali nelli detti giorni $61\frac{1}{32}$ da noi cercati. Resta ne da veder se l'albore nel detto tempo fara crescimento, che si ritrovato nelli detti braccia $61\frac{1}{2}\frac{3}{32}$, dove essendo la nostra conclusion fara buona, & per vederlo già tu sai che l'detto albore fra il giorno, & la notte che seguita resta $\frac{1}{8}$ di braccio più longo che prima non era, cioe che ascendo $\frac{1}{8}$ di braccio, onde nelli giorni 61. integri haverà ascendo, over che più fara cresciuto 61. ottavi di braccio, che faranno braccia $7\frac{1}{2}$, quali giunti alli braccia 60. che prima era l'albore fara braccia $67\frac{1}{2}$, & tanto fara ascendo in quelli giorni 61. integri, resta ne a veder quanto fara cresciuto in quelli $\frac{1}{32}$ di giorno puro senza notte a ragion di $\frac{1}{8}$ di braccio (che crescono fra li detti duoi animali) al giorno, che multiplicando trovarai, che fara cresciuto $\frac{1}{256}$ di braccio, qual giunto a quelli braccia $67\frac{1}{2}$ faranno in summa braccia $67\frac{1}{2}\frac{1}{256}$, come si conviene, & però la nostra regola insieme con la nostra conclusione è buona.

Colche meglio s'intenda quello, che nella precedente habbiamo dipinto, voglio proporre quest'altra più piacevole, poniamo che un ponto, overo una stella ha da far 360 miglia, over gradi, & poniamo che ogni giorno ascenda questa stella camini 15 miglia, over gradi, & che la notte seguente ne ritorna indietro 5. volendo noi saper in quanti giorni questa stella haverà fatti quelli 360 miglia, over gradi. Egli cosa nota che questa stella fra il giorno, che principia a caminare insieme con la notte, che seguita non viene a permutare, over a farne, over ad ascendere fuora che 10 di quelli 360 miglia, over gradi, onde molti dicano, che tal stella facendo, over ascendo 10. di quelli miglia, over gradi al giorno, che in 36 giorni gli haverà fatti, overo ascendi fatti 360. Laqual cosa non è vera, per che falsa, perche egli cosa chiara, che in 35 giorni accompagnati con la seguente fra notte tal stella fara, overo ascendera 350. di quelli miglia, over gradi, & il trigesimosesto giorno principiando nel levar del sole tal stella già ascendera a compir il viaggio, solamente miglia 10. over gradi 10. & perche tal stella (come fu supposto nel principio) camina ogni giorno ascendo miglia 15. per che si manifesta, che tal stella caminara, & fara quelli miglia,

...ore gradi 10 nelli dodici ore di tal giorno artificiale, almeno che la venisse a fare tutto il detto viaggio in giorni 7 5/6, & però per ridurre bisogna cauar quello, che manca la sera, cioè quelli 5 da 360 che restano 355 per vedere in quanto tempo anderia quelli miglia 355 a ragion di 10 al giorno con la sua notte seguente, & si trouera, che gli anderia in giorni 35 1/2, della qual conclusione dico che in quelli altri giorni 35 integri fa bene, ma quel resto (cioè quel 1/2) è detto sempre nelle sfere, ma per trouar il giusto bisogna procedere, come di sopra è stato fatto, cioè veder quanto fa, cioè trouar quelli 5 da 360 che restano per 12. fatto questo bisogna prouedere in quanto parte del giorno, che segua la partenza di quelli gradi, cioè miglia 10 sono a ragion di 1 grado al giorno artificiale, & che dico che trouarai che fanno in 1/2 di giorno artificiale quel giorno con quelli 35. fanno in tutto giorni 35 1/2, come di sopra, vero è che li 35 interi s'intendono con la sua seguente notte, & quelli 1/2 s'intendono d'un giorno artificiale, cioè senza notte, & però ascritto.

Or poco andiamo questa, che proponeste che due fossero l'una da un capo, & l'altra dall'altro della sopradetta distanza di 360 miglia, cioè gradi, & che l'una venisse in questa forma il giorno miglia 8, & che la notte ne ritornasse 2, & l'altra andasse in la sua notte miglia 5, & che la notte ritornasse 1, & che si addimandasse in quanti giorni si incontrano, dico che le sopradette si incontrano nelli medesimi sopradetti giorni 35 1/2, perche tra tutte due caminano il giorno artificiale miglia 15 (si come fanno la sopradetta lei sola) & la notte tra tutte due ritornano indietro miglia, cioè gradi 3 (si come fanno anchora la sopradetta lei sola) onde procedendo con quelle due insieme proportionalmente, come si fece nella sopradetta sola si conclude come in quella quel medesimo, che fu concluso in quella, cioè che quelle due caminando tutti i dì 15 miglia, cioè gradi 360 in giorni 35 1/2, & però in detti giorni 35 1/2 si incontrano, & di dette 360 miglie aggiunte, che quelle diminuite, che si trouano di giorno in giorno tra l'una, & l'altra sono ordinate quel che quanto, & che la notte ritornano l'una maggior, cioè meno quanto, si procederà similmente, secondo le regole date sopra la 11 del 2. del 2. & della gran palla di Frate Luca.

Frate Luca dal Borgo mette questa questione dicendo. Vn leprer dimanda a un cane quanti passi li fa per ogni passo, che li fa il cane la lepre fa, & similmente il cane l'aggiunge, dimanda in quanti passi il cane aggiungerà la lepre. Dice che in questa dimanda sono molti mancamenti da intorno, se prima non si chiarisce la differenza del lepre al cane di 60 passi. Se sono passi di cane, o passi di lepre, & anche dice che bisogna chiarire se la lepre pone mano a far quelli 100 passi, quando il cane ha quelli 50 che li fa mentre che il cane ne fa 100, cioè corre, perche (dice) secondo la proposta non si può intendere la ragione, & da ispedirla. Et dice di volerla primo fare a un modo, & dopoi l'altro, & suppone che quelli 60 passi siano passi di lepre, & suppone anchora, che mentre il lepre fa 7 passi, il cane fa 5. & che in un tempo si muouino, & per risolvere tal questione dice che 'l si vede che 5 passi del cane fanno 7 di lepre, e però dice che si debbe dire se 7 di lepre sono 5 di cane, 60 di lepre, da quanti di cane saranno superati, & dice che operando si trouera, che saranno superati da 42. & che in tanti passi il cane di suoi hauera superato 60 di lepre, & saranno di un paragio, la qual sua conclusione è falsa, perche se esso tempo mentre lepre fa li suoi passi 7, quanto il cane fa li suoi passi 5. non dipende per le cose dalle dette, & supposte, che ciascuno di loro passo del cane, e quello della lepre non possano esser che eguali 5 passi di cane siano 7 passi di lepre, anzi poco meno, e manco assai di dieci 7 passi di lepre, secondo che si presuppone dalle dette conclusioni. Essempi grossi supponendo in questo caso, che ogni passo del cane fusse quanto che 5 passi di lepre seguirà che li 5 passi del cane fariano 25 passi di lepre, & quelli 25 passi fariano meno del cane in quel medesimo tempo (dal presupposto) che la lepre ne fa 7. onde si vede che in ogni 5 di suoi passi, il cane supererà 8 passi di lepre (cioè da 7 andare in 15) & per esso direttamente posto il caso, & 7 passi di lepre sono superati da 5 passi di cane, da quanti saranno superati quelli 60 passi di lepre, onde operando si trouerà, che saranno superati da passi 57 1/7 di cane, & fanno bene, e però nelle sudette questioni che si fanno circa le cose delle acque bisogna considerare molto bene le cose delle quali si parla, altrimenti egli è impossibile a dare perfetta risoluzione, egli è ben vero che nel processo di tal operazione il detto Frate Luca volendo ridurre quelli 57 passi di cane in passi di lepre dice, che 5 passi di cane sono passi 7 di lepre, quanto fariano passi 57 di cane, & così operando conclude, che ne fariano passi 79. per la qual cosa si manifesta, che egli suppone, che 5 passi di cane fussero precisamente 7 passi di lepre, la qual cosa è impossibile, perche egli è falso, cioè che li 5 passi di cane fussero eguali a quelli 7 di lepre, ragionando che in un medesimo tempo tanto spacio facesse la lepre quanto il cane, & però giunse il cane aggiungerà la detta lepre, ma di quanto giungerà di detto li detti primi 60 passi di lepre, come che ogni uno mediocre può considerare.

Errore di Frate Luca

Hor

Hor per chiarir il tutto della sopra nostra questione supponiamo anchora, che quelli palli 60 (che la lepre li trova innanzi del cane) siano palli di cane, & anzi già altri presupposti siano stati, dico che in final caso dobbiamo ridur quelli palli 7. di lepre a palli di cane a ragion di 5 palli di lepre al passo di cane (come da noi fu supposto) onde operando troviamo che li detti palli 7 di lepre fanno passi 5 di cane, & perche in quel medesimo tempo, che la lepre fa quelli palli 5 di cane, in quel medesimo il cane ne fa 9. per ch'el detto cane in ogni passo 4 che fan venire a guadagnar passi 4 per di ne (che venira guadagnar tanto quanto è delli 5, che fa la lepre alli 9 che fa il cane, che sono passi 5 (come è detto) hor per saper in quanti passi il detto cane arriuera la detta lepre, dicali le passi 5 sono guadagnati da passi 9. da quanti saranno guadagnati li detti 60 opera che trovarai, che saranno guadagnati da passi 108 di cane, & così il detto cane in passi 108 arriuera la detta lepre, & con tal modo procederai nelle simili.

Error di Frate Luca dal Borgo

Frate Luca dal borgo mette quello caso, over questione dicendo. Poniamo che la sfera overo habbia di circonferenza 20400 miglia, & che sopra l'equinottio da un punto, & in un punto si muova duoi punti mobili, il primo va verso oriente il primo giorno un miglio, il secondo 2 il terzo 3. etc. Il secondo va verso occidente, il primo giorno un miglio, il secondo 2 il terzo 3. Adimando in quanti giorni si troveranno li duoi movimenti in un sol punto. Il detto autor operando per la cosa condotta, che si incontrarano in giorni Radice 2:60: mancho $\frac{1}{2}$ la Radice del rimanente manco $\frac{1}{2}$, & in tanti giorni dice che si trovarano li detti punti in un punto. & la qual sua conclusione è falsa, perche non debbe cadere irrationalità alcuna, & che sia il vero dico che si incontrarano in giorni $16\frac{1}{2}+\frac{1}{60}$, & che sia il vero lo approvarano in questo modo. Prima egli è manifesto, che nelli giorni 16 interi quello, che va il primo giorno un miglio, il secondo 2 il terzo 3 &c. Nelli detti giorni 16 fara 136 miglia, le quali fatta, poi faccio che va il primo giorno un miglio, il 2 il $\frac{1}{2}$ 17. & così discorrendo per li numeri cubi nelli detti giorni 16 interi haverà fatto (se fatti ben il conto) miglia 5496. quali insieme con quelli altri 136. che fatti fanno in somma miglia 5632. quali fatti, poi vedi in quel resto di giorno, qual è $\frac{1}{2}+\frac{1}{60}$ quanti miglia fanno fra tutti duoi, & per saperlo, egli dicono che se cambiaremo in decimi detti giorni, quello che è un giorno cioè va miglio fatto quel giorno miglia 17. & il cubo di 17 che è 4913. che giunti con li miglia 17 (che fu l'altro) fanno miglia 4930. & tutti miglia fanno fra tutti duoi, se caminassero tutto il giorno, ma noi diciamo che del detto giorno non se caminarono se non $\frac{1}{2}+\frac{1}{60}$, & però diremo le giornate di miglia 4930. che mi dan $\frac{1}{2}+\frac{1}{60}$ di giorno opera, che è diranno miglia 168. Le quali insieme con li miglia 5632. che fatti fu danno proprio 20400. che è il proposito. Per saper questa con facilità bisogna che usi forza di quella regola di raccogliere, over summare le varia di numeri cubi data nella 8 del 14 capo.

Error di Frate Luca

Frate Luca dal borgo mette quello caso, over questione dicendo. Vno ha messo per ordine cento fiaschi in un prato distante l'una da l'altra un passo a tanto che vengono (dice lui) di spatio passi 100 per lunghezza, & vno vuol raccogliere detti fiaschi a uno a uno, & porli tutti sopra il primo, & far di tutti un monte ad detto luogo del primo, dimanda in quanti passi li harà raccolti tutti, dice il detto autor che si debbe far così, multiplicar la distantia di detti fiaschi in se medesima dicendo 100 fia 100 fia 10000. & sopra questo aggiongere la detta distantia, cioè 100 fia 10100. & conclude che tutti passi conterra far così raccolti, la qual conclusione è falsa, perche le dette 100 fiasche non hanno fatto che 99 distantie, & volendo dir tutte tutti sopra il primo qual cosa fara solamente passi 9900. & quelli passi 9900. si ritrovano con quella ragione, over regola, egli manifesto, che volendo così mettere il secondo fiasco sopra il primo, fara 2 passi (cioè un passo di andar, & un'altro di ritornar) & volendo mettere poi il terzo fiasco sopra il primo fa fara 4 passi, cioè 2 andarlo 2 tornar, & 2 riportarlo sopra il primo, & così con tal ordine per il quarto fiasco fara 6 passi. & per il quinto ne fara 8. & così andara procedendo nella progressione aritmetica per 2. & principiando dal medesimo 2. & li termini di questa tal progressione faranno 99. cioè tanti quanti sono le distantie di detti fiaschi, (quali (come di sopra fu detto) sono 99. (cioè un manco delli fiaschi) & nota che l'ultimo termine di questa progressione è necessariamente il doppio di 99 (per la ragione addutta nel 12 capo) cioè fara 198. Hor volendo noi saper la summa di tutti li detti termini (per la nostra regola generale) summa il primo termine (che è 2) con l'ultimo (che è 198) fara 200. pigliane la mita, che fara 100. & questa moltiplica fia il numero di termini (che è 99) fara 9900. & tanto fara la summa di tutti li passi, che bisogna fare colui in raccogliere li detti fiaschi.

Anchora per haver la summa di detti 99 termini principiati dal 2. & finendo in 198 (che è numero pari) per quella regola addutta dalli nostri antichi (narrata nel 12 capo) pigliarai mita de l'ultimo 198

mino (cioè di 198) che fia 99. e questa ½ moltiplicata fia il numero, che hanno detto essere il segno appresso (che è 100) fia pur 9900. come prima, & poi da queste due operationi fia posto questa regola generale sopra ogni questione simile, cioè sempre 1 del numero di mancò (o altre mancie che siano) fia 99. & questo 99 moltiplicato fia li 100 mancò fia 9900. come è detto. Et se hauendo proposti tolleno fiano 200. moltiplicati fia ventesimo di 200. cioè fia 199 fiano 9800. & così potria ragionare in raccogliere, & se fussero fiano persempio 20 moltiplicato fia vn mancò di 20 (cioè fia 19) fiano 380. & così 380 potria fiano essere in raccogliere li denari secondo l'ordine detto, & con tal ordine procederai nelle simili.

Errore di Frate Luca dal Borgo

24 FRa Luca dal borgo mette questo caso, cioè vn botte, che stia bene li 10½, & ha vna fola cannella in tal luogo, & di tal qualità, che apredola fiora, cosi fuori in vn hora vn barile quando che la detta botte fia piena a punto, & dapoi che ad effo vn barile, la detta cannella pena due hore a spregare l'altro barile, & per cosi il terzo barile pena 3 hore, & per il quarto pena 4 hore, & per il quinto pena 5 hore, & così discorrendo a ciascun barile sempre hore pena, per cagione, che quanto più vino fiora tanto più pigramente gocciola per il carico del vino, che indebolisce, che non fia cosi forte la cannella in modo, che 5 dia manco che 4 barili per l'vltimo barile penaria 11 hore, & se la cannella 12 barile per il duodecimo penaria 12 hore, che manda in quattro hore fiorano vodare le dette barile 10½, & vuol il detto autore, che per ridurre questa questione (per esser tal progressione naturale) che si proceda secondo l'ordine dato da noi antichi (detto al suo luogo) cioè pigliar la mità de l'vltimo termine, che è 10½ laqual mità fiaria 5¼, & dapoi giungere il primo termine (che è 1) sopra l'vltimo (che è 10½) fiano 11½, & questo moltiplicar in quel 5¼ fiano 60¾, & tanto conclude che fiano tutta la progressione, e così conclude, che in quatro hore fiorano vodate li detti barili 10½, laqual fia conclusione è falsa, perche si vede, che li termini di tal progressione non sono solamente compiti per esser 10½, onde raccogliendo li 12 termini naturali, cioè da 1 per fino a 12 nella progressione continua fiorno hore 55. & così in hore 55 fiaranno vodati quelli 12 barili interi, & se vi fusse vn altro barile da vodare (secondo il proposito) penaria 11 hore, ma per esser stato che ½ barile quello (alla sua) penitenza hore 5½, quale giunte con quelle altre hore 55. fiano in tutto hore 60½, & così in hore 60½ noi diciamo che fiano vodate li detti barili 10½, over la detta botte, ma quando che la botte resta nelle barile intiere non vi concorre questa difficultà, & così guarda (in luogo di barili 10½) li quali detti (possiamo) barili 12. bisogna a raccogliere li termini 12. nella detta progressione continua principiare dalla vltima per le regole date, cioè fiorano il primo con l'vltimo (cioè 12 con 11) fiano 23. & questo 23 moltiplicato per la mità di 12. che è 6 (cioè per la mità del numero di termini) fiaria 138. & così in hore 138 fiaria vodato quelli 12 botte.

25 DIce vn'altra botte, che ha 3 spine, over cannelle in fondo l'una più grossa dell'altra, & di nome fatte, & lunghe, che da cauilla fiora la più grossa spina, over cannella, tanta quella botte essendo piena di vino, ouero d'acqua si vodarebbe in 2 giorni, & la seconda in la mezzana la si vodarebbe in 3 giorni, & quando fiora la piccola la si vodarebbe hora 4 giorni. Si domanda quando fiora tutte 3 le dette spine, over cannelle a vn tratto in quanto tempo si vodarebbe la detta botte.

Questa & altre simili per fiorire non bisogna trouar vn numero che sia mezzano, ouero che si possa partir per 2. 3. & 4. che già il modo detto accasse (detto nel sesto libro della prima parte) si trouaria il minimo effer 12. nel qual tempo di 12 giorni trouarai che la spina più grossa vodarebbe (alla sua) 6 botte, & la mezzana ne vodarebbe 4. & la più piccola ne vodarebbe 3 botte, onde fiorendo queste botte, cioè 6. 4. & 3. fiaranno 13 botte, che fiorno vodate dalle dette 3 spine nelli detti giorni 12. ma noi vorressimo sapere in quanto tempo vodarano vna botte sola, onde per trouarlo diremo per la regola, se 13 botte fono vodate in giorni 12. in quanto fiora vodata botte 1. operando che fiano vodate in $\frac{1}{13}$ di giorno, che fiaria in hore $\frac{12}{13}$ 1 meglio di hore 1. al giorno naturale, che tanto appunto la mezzana vi vol essere.

26 DIce anchora vna vecchia, cioè vna gran botta piena di vino, laqual ha 4 spine, over cannelle vna mezzana fatte, che quando fiora la maggiore la si vodaria in vn giorno, con la seconda in 2 giorni, con la terza in 3 giorni, con la quarta in 4. Si domanda quando le hore tutte 4 a vn tratto in quanto tempo fiano vodate la detta botte.

Simplicemente trouarai vn numero che sia mezzano, over partito da quali 4 numeri, cioè da 1. da 2. da 3. & da 4. che trouarai il minimo effer 12. liquali poneraì per 12 giorni, nelliquali la maggior spina vodarà 12 botte (che si trouarà partendo 12 per 1) la seconda mezza ne vodarebbe 6 botte, la terza ne vodarebbe 4. & con la quarta ne vodarà 3 botte, laquali botte fiaranno insieme fiorate 25. & noi vo-

rressimo

nellono saper in quanti giorni ne vodariano vna boma sola, onde per saperlo dirai, se 15 bome vogliono 12 giorni a esser vodate, quanti ne vorra vna boma 1. opera trouarai che vorra $\frac{1}{15}$ di giorno, che fara bore 1 $\frac{3}{5}$, & cosi in tanto tempo fara vodare la detta boma, ouer vorra. Molte altre specie di questioni si risolueno con questa regola, laqual regola è specie della position semplice posta quasi in fine delle pratiche negotiane, ouero mercantile, dellequali questioni ne poneremo alcune anchor che altre quasi infinite siano state poste nelle dette positioni semplice, & doppie.

21 VN gentilhuomo si vuol far far vna vela di 4 marini, & vuol che tutti 4 gli lauorino dentro a vn tratto, & questi 4 marini sono di tal qualita, che'l primo la farà per se solo in vn giorno, il secondo la farà in 2 giorni per se solo, & il terzo la farà in 3 giorni, & il quarto la farà in quattro giorni, si adimanda lauorando tutti 4 a vn tratto in quanto tempo la faranno.

Questa farai come la precedente della vetta con le 4 spine, & trouarai che anchora loro la faranno in $\frac{12}{25}$ di giorni, che fara pur bore 11 $\frac{1}{25}$.

23 Similmente poniamo che vn lupo, vn'orso, vn cane, & vna volpe mangino tutti 4 vn castrone. L'orso lo mangiaria lui solo in vn giorno, & il lupo lo mangiaria tutto in 2 giorni per lui solo, & il cane lo mangiaria per lui solo in 3 giorni, & la volpe in 4. Si adimanda in quanto tempo lo mangiaranno tutti 4 insieme, procedi come nelle due precedenti, & trouarai che medesimamente lo mangiaranno in bore 11 $\frac{1}{25}$.

29 VNa naue, che ha 3 vele con la maggior vela fara il suo viaggio in giorni 5. & con la mezzana lo fara in giorni 5. Si adimanda mettendo tutte in principio tutte quelle due vele ad vna naue, in quanti giorni fara il detto suo viaggio.

Farai come nelle due superiore, cioe troua vn numero che sia numerato da 5. & da 5. che trouarai esser 45. quali poneral esser giorni, nelliquali 45 giorni con la vela maggiore farà 9 viaggi simili, & con la mezzana ne farà 5 liquali viaggi tutti insieme fanno 14 viaggi, che fariano fare con le dette due vele nelli detti giorni 45. ma perche vorressimo saper di vn viaggio solo, diremo se 14 viaggi vogliono giorni 45. che vorra viaggio 1. opera che vorra da giorni $3\frac{3}{14}$, & cosi in giorni $3\frac{3}{14}$ la detta naue con le dette due vele fara il detto suo viaggio.

Non si dandi leggier lauoro di alcuna delle questioni sin hora dette, ouero proposte, ne di alcune di quelle che per lo auenire si diranno, ouer proponeranno per esser applicate a certi (quasi ridiculosi) soggetti, laqual cosa si fa per fare piu capace della loro mente del caso, ouer questione, & della regola sia, le quali regole preparano l'ingegno dell'huomo a potere investigare, & risolvere varij secreti di natura.

31 VN'altra naue si ha 3 vele, con la maggiore la fara vn certo viaggio in 2 giorni, con la mezana lo fara in 3 giorni, & con la picola lo fara in 4 giorni. Si adimanda facendo vela con tutte 3 vn tanto in quanto tempo la fara il detto viaggio.

Troua per vn numero numerato da 2. da 3. & da 4. qual (largo modo) si troua moltiplicando 2 fia 3 fia 6. & 4 fia 6 fia 24 (vero è che il minimo fia 12. com'è detto nella precedente, ma per accordarsi largo modo voglio che operamo il detto 24) hor dirai che in giorni 24 con la maggior vela fara 12 viaggi (si che si troua partendo 24 per 2) & con la mezana (nelli detti giorni 24) fara 8 viaggi, & con la minima ne fara 6. sendo questo summa insieme tutti viaggi 12. 8. & 6 faranno 26. & ne voressimo vn viaggio solo, & però dirai se 26 viaggi fanno fatti in 24 giorni, in quanto fara fatto viaggio 1. opera trouarai che fara fatto in $\frac{24}{26}$ di vn giorno, che fara bore 22 $\frac{2}{26}$ di hora, & cosi in dette bore 22 $\frac{2}{26}$ la detta naue con le dette 3 vele fara il detto viaggio, & con al ordine si poteria ridure di 4. 5. & più vele.

32 VN gentilhuomo volendo far far certe manifatture in vn suo giardino pigliò certi manuali, o vogliam dir lauorenti, & con il più faticante li accordò di darli soldi 25 al giorno, & con il mediocre li accordò di darli soldi 12 al giorno, & con l'ultimo li accordò di darli soldi 6. per al giorno, & anchor che ninno lauorasse inutilità a l'altro fosse lauorar tutti giorni cadun di loro, che tutti soldi meglio douean hauer l'uno quanto l'altro. Si adimanda quanti giorni lauorono cadun di loro.

In questa procederai, come nelle precedenti, cioe troua vn numero, che sia numerato, come parimente per 25 per 12. & per 6. che (per il largo modo) lo trouarai moltiplicando 25 fia 12. fara 300. & questo fia 6 fara 1800. & questo partirai prima per 25. & ne ne verra 72. & tanti giorni lauorò il più faticante (cioe quello da $\frac{1}{2}$ 25 al giorno) poi partirai anchora questo 1800 per 12. & ne verra 150. & tanti giorni lauorò quello da $\frac{1}{2}$ 12 al giorno, finalmente partirai il detto 1800 per 6. & ne verra 300. & tanti giorni lauorò quello da $\frac{1}{2}$ 6 al giorno, onde le fara il detto numero che cadun di loro guadagno $\frac{1}{2}$ 1800. che fariano $\frac{1}{2}$ 66 di nostri.

Di una particolar proprietà della progressione doppia, geometrica.

Vno gentil'huomo accordò vn certo artefice à farli vn certo lauorerio per 60. giorni, & primo accordo di darli vn mocenigo al giorno, & perche il gentil'huomo non staua troppo di cattiui, cioè à darli danari auanti tempo, il detto gentil'huomo fece seco vn'altro accordo di darli in capo à 10. giorni di argento che fra tutte 5 valeuano 60 mocenighi, ma con tal conditione di valore, che ogni fiata gli ne desse vna taleonne che con essi 6 monete potesse quel artefice di giorno in giorno ogn'hora per quel giorno solo, che andaua lauorando di mezza mano, & così con quelle 6 monete in fine di detti 60 giorni lo compisse di pagare pontto. Si addimanda l'ordine, & la qualità de' valore di dette 6 monete.

La progressione doppia (principiata dall'unità) serue per sua particolar proprietà in questo negotio, & di altri simili, però facendo far vna moneta, che vaglia vn mocenigo, & vn'altra che ne vaglia 2. & vn'altra che ne vaglia 4. & vn'altra che ne vaglia 8. & bisognando ne possa far vn'altra, che ne valelle 5. l'equal 6 monete in questa progressione geometrica saranno 1. 2. 4. 8. 16. 5. Seruiranno in vn final caso per giorni 63. cioè per la summa di tutti li detti 6 termini, la quale fara 63. le quali 6 monete commutandole ogn'hora in questo modo, che la sera del primo giorno gli dara quella, che val vno mocenigo, & fara tornare. La seconda sera gli dara quella di 2 mocenighi, & li fara tornar quella di 1 mocenigo, la terza sera gli dara quella di 3 mocenighi, & li fara tornare quella di 2. & quella di 1. la quinta sera gli dara quella di 5 mocenighi, & li fara tornar quelle due, cioè quella di 4. & quella di 1. la sesta sera gli dara quella di 6. la setima gli dara quella di 1. & li fara tornar quella di 1. la ottaua sera gli dara quella di 8 mocenighi, & li fara tornar quelle due 1 che la sesta, & così la nona sera gli dara quella di 1. la decima gli dara quella di 2. & li fara tornar quella di 1. la undecima gli tornara quella di 1. la 12 gli dara quella di 4. & li fara tornar quelle di 2. & di 1. & così nel ordine andara seguendo per fin alla 63 sera, la 64. poi gli dara quella di 16 mocenighi, & li fara tornar tutte quelle 4 sopra dette, & così le dette 4 tornate lo andara pagando, & continuando con il medesimo ordine per fino alla 127 sera, alla 128 sera, poi gli dara quella moneta, che vale 32 mocenighi, & li fara tornar tutte le altre cinque sopradette, & con quelle al medesimo modo lo andara pagando, & continuando di fare in fino per fin al 63 giorno. Ma perche la nostra conditione non passa 60 giorni, & però la vltima moneta, cioè quella detta di valor di 32 mocenighi non vuol (in questo caso) esser di valor di piu di 29 mocenighi, laquale moneta insieme con le altre cinque, valeranno in tutto li detti 60 mocenighi, laqual 6 monete in questo modo assegnate 1. 2. 4. 8. 16. 29. seruiranno (continuandole per il medesimo modo) per pagar il detto artefice ogni sera, come dalle medesime si potrà con la sopranata ordinare. In cotal specie di progressioni potrà venir da effettuir vn tal caso in ogni altro maggior numero di giorni, laqual cosa serue la conditione, ouero notitia di questa particolar proprietà di questa progressione fia quasi vna cosa impossibile a ritrouar di questioni che ritrouare, & acciò meglio l'apprendi ne pongo vn'altra.

Vno ti vuol lauorar 5 monete d'oro, lequali vagliono in tutto fiorini 31 d'oro, & così ti fa fare vn certo lauorerio a tua modo, il qual lauorerio debbe esser compito in termine di giorni 31, & ogni giorno il tuo padrone debbe esser pagato a ragion d'vno fiorino d'oro al giorno per sua mercede, non fussimo al pieno per esser così stato accordo. Si addimanda in che ordine debbe esser il valor delle dette 5 monete d'oro per poter effettuir tal effetto.

Dico come si è detto nella precedente, che il valor delle dette 5 monete d'oro debbe esser formato nella sopradetta progressione doppia principiante dalla vnità in questa forma 1. 2. 4. 8. 16. cioè che la prima debbe valer vn fiorino d'oro, la seconda 2. la terza 4. la quarta 8. la quinta 16. secondo bisogno, perche se la summa di questi 5 termini fosse pari 31 (cioè del numero di giorni) bisognaria fermar nono l'vltimo termine, che la summa di tutti insieme fussero solamente 31. come si fece nella precedente, ma perche in questa la summa di detti 5 termini fa precisamente 31. bisogna adonque che il detto vltimo termine resti nel esser suo, cioè 16. & così tutti gli altri, con lequali 5 monete effettuir il proposito per quello medesimo ordine detto nella precedente, che a replicarlo in questa mi pare esser cosa superflua. Ma bisogna notare, che se per caso li giorni da esser compito il detto lauorerio fussero impari 33. ouero piu di 31. fora impossibile con 5 monete d'oro, che fra tutti valessero fiorini 31. ouer piu di 31. a effettuir il proposito, perche la summa di detti 5 termini nella progressione doppia principiante dalla vnità non passa 31. cioè che non è possibile, che tal summa possa far 32. ouer piu del detto 31. & però in vn final caso fora necessario le dette monete d'oro esser 6. si come nella precedente, & così con 6 potrai effettuir vn tal caso dal 32. per fino al 63. & così fiate di mano in mano potrai effettuir il proposito

proposito da 64. per fino a 128. cioe alla summa di quali 7 termini 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. che è 127. & così puoi procedere in infinito.

54 Nchora questa medesima progression doppia principiante dalla vnità serue, & si costuma per far li campioni per pesare con le bilance mercantile, che si operano per pesare oro, argento, oueramente cose di speciarie di valore, perche sel fusse stato ponemo 6 campioni in tal progressione, cioe che'l primo peli vnità di peso, & il secondo 2. il terzo 4. il quarto 8. il quinto 16. & il sesto 32. la summa di quali 6 campioni, oueramente del peso di quelli venia a esser 63. Hor dico che con quelli 6 campioni si potria pesare quante libre integre, che occorresse da 1 per fino in 63. perche se vorrai pesar 1 tu poserai sullo il peso de 1. & se vorrai pesar 2 tu poserai sullo il campion da 2. & se vorrai pesar 3 tu poserai sullo il campion da 2. & di l'altra banda tu vi poserai quel campion da 1 insieme con la mercantia, che vorrai che sia 3. & hauerai il proposito, & così per pesar 4 tu vi hai il campion da 4 per pesar 5 tu vi poserai il campion da 4. & quel da 1. & per la 6 quel da 4. & quel da 2. & per esser tal cosa facilissima da ogn'vno essequir da sua posta no voglio star a mostrarti tal operation a 7 per 7, bastami hauerti mostrato.

Vna particolar proprietà della progression doppia principiante dalla unità

55 Vno con quattro campioni da lui con tal ordine fabricati, che con quelli peli quante libre integre gli occorra alle mani da 1 per fino a 40. Si addimanda in che ordine di peso erano formati li campioni.

Dico che la progression doppia principiante dalla unità per sua particolar proprietà serue per risolver tal questione, & altre simili, & senza tal particolar notitia sarìa quasi impossibile a dar risolutione a simil sorte di cose, perche in così pochi numero di campioni, la progression doppia non ne poria seruire, perciocche 4 campioni in tal progression doppia non possono pesar altro che 15. & la seconda lo sua per fin a 240. perche adunando vn campion da 1. & vn'altro da 3 (cioe il secondo) & il terzo da 9. & il quinto da 27. liquali 4 campioni in summa pesaranno 40. & così con quelli poremo pesar e quante libre li vorrai da 1 per fino a 240. ma non più de 240. & così la sua triplicata proprietà, & hauerà sempre vn'altro quinto campione, & con quelli 5 campioni si potrà sempre pesar quante libre integre si parerà da 1 per fino a 121. cioe per fino alla summa di quelli 5 termini 1. 3. 9. 27. 81. che fanno 121. come di sopra è detto. Et se tu volessi far vn'altro simil campione, quello farà il triplo di 81. che fanno 243. & così 244 dovrìa pesar quel libro con pesi, & con quelli 6 campioni si poressi pesare da una libra integramente per fino alla summa, che faranno tutti quelli 6 campioni in tal modo fabricati 1. 3. 9. 27. 81. 243. liquali summa fanno 364. & così poressi pesare da 1 a 364. come è detto per fino a 364. dimandi per il compratore quante libre li vogliа, per che lui non dimandi libre remote, & che lui non ecceda in sua dimanda il detto numero de 364. & ben vero che ti bisogna con il tuo ingegno esser presto a dar subitane con li detti pesi, ouero campioni a chi ti dimandasse robba, ponendo hora di qua hora di là della bilancia uno, over 2. over 3. over più campioni secondo che ti farà dimandato, del peso della mercantia, & avvso migliо la verità poi di ciò ch'è detto, & come far si debbia, ouer poria io voglio esemplificare nelli 4 pesi fino a 40. & tu poi con simil modi procederai in tutti gli altri.

Dico adonque che con quattro campioni, l'uno di quali (per l'ordine detto) fara 1. l'altro 3. l'altro 9. & l'altro 27. sempre si porà pesare ogni quantità de libre integre cominciando da 1 per fino a 40. & non più oltra, & che così sia con la esperientia fatemo manifesto. Se vuoi pesar 1. tu hai a ponto il campion de 1. & se vuoi pesar 2 da vn lato della bilancia ponerai il campion de 3. & da l'altro lato insieme con la robba metterai il campion de 1. che facendo la mercantia pesar da venire a esser 2. & così hauerai pesato 2. di mercantia, & se vorrai pesar 3. tu hai il proprio campione da 3. & se vorrai pesar 4 da vn lato tu porrai dui campioni, cioe quel da 3. & quel da 1. & da l'altro la mercantia, & se vorrai pesar 5. porrai da vn lato il campion da 9. & da l'altro lato insieme con la robba porrai quello da 3. & quello da 1. che facendo la robba venirà a esser in 5. & se vorrai pesar 6 porrai da vn lato il campion da 9. & da l'altro insieme con la robba porrai quel da 3. & così la robba venirà a esser 6 a ponto. & se vorrai pesar 7 porrai da vn lato il campion da 9. & quel da 1 (che in summa faranno 10) & da l'altro lato insieme con la robba porrai quello da 3. per che la robba venirà a esser in 7. & se vorrai pesar 8. da vn lato porrai il capion de 9. & da l'altro insieme con la robba porrai quel da 1. e così la robba venirà a esser 8. & se vorrai pesar 9. tu hai il proprio capione, & se vorrai pesar 10. tu porrai da vn lato quel da 9. insieme con quel da 1. che fanno 10. & se vorrai pesar 11. porrai quel

da 9. & quello da 3 da vn canto (che fanno ℔ 12) & da l'altro canto ponerai quello da ℔ 1. insieme con la robba, nel che la robba venira a valer ℔ 12 ponto, & se vorrai poder ℔ 1. un di quelli da 6. insieme con quello da ℔ 4. insieme con quello da ℔ 3. & se vorrai poder ℔ 3. ponerai da vn lato tre campioni, cioe quel da ℔ 4. & quello da ℔ 3. & quello da ℔ 2. che insieme fanno ℔ 13. & se vorrai poder ℔ 14. tu ponerai da vn lato il campion da ℔ 27. & da l'altro tu ponerai gli altri tre campioni insieme con la robba, li quali tre campioni pesano in tutto ℔ 13. nel che la robba venira a valer ℔ 14 a ponto, & se vorrai poder ℔ 15. tu ponerai da vn lato per il campione da ℔ 27. & da l'altro insieme con la robba quel da ℔ 4. & quel da ℔ 3. & se vorrai poder ℔ 16. tu ponerai da vn lato quel da ℔ 27. & quel da ℔ 2. (che insieme fanno ℔ 29) & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quel da ℔ 4. & quel da ℔ 3. (che fanno ℔ 7) nel che la robba venira a valer ℔ 16 a ponto, & se vorrai poder ℔ 17. tu ponerai da vn lato il campion da ℔ 27. & da l'altro quello da ℔ 4. & quel da ℔ 3. insieme con la robba, & se vorrai poder ℔ 18. tu ponerai da vn lato quel da ℔ 27. & da l'altro tu vi ponerai quello da 4. insieme con la robba, & se tu vorrai poder ℔ 19. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 2. & da l'altro ponerai quello da 4. insieme con la robba, & se vorrai poder ℔ 20. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 3. & da l'altro lato tu ponerai quello da 4. & quel da 2. insieme con la robba, & se tu vorrai poder ℔ 21. tu ponerai da vn lato quel da ℔ 27. & quello da 3. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da 4. & se vorrai poder ℔ 22. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 3. & quello da 2. & da l'altro lato insieme con la robba tu gli ponerai quello da 4. & se vorrai poder ℔ 23. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & da l'altro tu gli ponerai quello da 4. & quello da 3. insieme con la robba, & se vorrai poder ℔ 24. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & da l'altro tu ponerai quello da 4. & se vorrai poder ℔ 25. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 2. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da 4. & se vorrai poder ℔ 26. tu ponerai quello da ℔ 27. da vn lato, & da l'altro tu gli ponerai quello da 4. insieme con la robba, & se vorrai poder ℔ 27. tu hauerai il campione da ℔ 27. & se tu vorrai poder ℔ 28. tu lo farai con quello da 27 insieme con quel da 1. & se tu vorrai poder ℔ 29. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 2. & da l'altro ponerai quello da 1. insieme con la robba, & se vorrai poder ℔ 30. tu lo farai con quello da ℔ 27. & da ℔ 3. & se vorrai poder ℔ 31. tu lo farai con quello da ℔ 27. & da ℔ 2. & da ℔ 1. & se vorrai poder ℔ 32. ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & da ℔ 4. & da l'altro insieme con la robba tu gli ponerai quello da ℔ 3. & quello da ℔ 1. & se vorrai poder ℔ 33. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 4. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da ℔ 3. & se vorrai poder ℔ 34. ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & da ℔ 3. & da ℔ 2. & da l'altro insieme con la robba tu ponerai quello da ℔ 1. & se vorrai poder ℔ 35. tu ponerai da vn lato quello da ℔ 27. & quello da 3. & da l'altro con la robba tu ponerai quello da 4. & se vorrai poder ℔ 36. tu lo farai con tre campioni, cioe da ℔ 27. da 4. & da 3. & se vorrai poder ℔ 40. tu eleggerai il proposto con manco quattro li campioni, cioe con quello da ℔ 27. con quello da 3. con quello da 2. & con quello da 1. li quali giontti insieme fanno 40 a ponto, & piu oltra non potrai poder fenza due di detti campioni, & con tal ordine procederai in piu numero di campioni.

Regola generale di saper sommare con prestezza ogni grande numero di termini, nella progressione doppia principiante dalla vnità, proposti solamente in voce, & con in scritto. Cap. XVI.

1 Apondo la summa di vna quantità di termini di vna progressione doppia principiante dalla vnità, & volendo con gran prestezza trouar, ouero determinare la summa di due tali termini quanto sono quelli già noti, & manifesti con quella summa regola alla summa di quelli termini dati (già noti) agiongerai 1. (cioè il primo termine della progressione) & quel farai col summo (cioè moltiplicarlo in se medesimo) & di tal quadrato cauarai per 1. (cioè quel primo termine) al rimanere farà equale alla summa di detti tali termini quanti loro si già proposti, ad esempio gratia siano quelli cinque termini 1. 2. 4. 8. & 16. la cui summa per le regole date si trouara esser 31. hor volendo noi con ragion trouare, ouer determinare quella sia la summa di dieci tali termini, cioè di 10 termini (pur della vnità principiani) summa 1 (cioè il primo termine) con quel 31. fara 32. quadrato fara 1024. cauane 1 per regola (cioè per quel primo termine) restara 1023. & tanto fara la summa di 10 termini nella progressione doppia principiante dalla vnità, che se farai

prova

prova la trouarai buona. Et se con quella somma vorrai trouar quella de la somma di 20 termini (cioe del doppio di 10 detti nodi) aggiongi per quel 1 (primo termine) sopra 1023. ritrouara per 1024. Hor quadra quello 1024 fia 1048576. de di quello cauane 1 per regola (cioe per il primo termine) restara 1048575. de cauo fia la somma di 20 termini della detta progressione doppia principiata dalla vnita, che se fussi la esperienza trouarai cosi esser. Et se con tal nodo vorrai sapere la somma di 40 termini (cioe del doppio di quelli 20) con la medesima regola la trouarai, & trouata che fia l'operera di voler trouar quella di 80 termini, seguirai per il medesimo modo, & con tal ordine potrai procedere in infinito. Et non che se nel principio fussi stato in animo di trouar la somma di detti 20 termini, per mezzo della notitia della somma di quelli cinque 31. 5. 6. de la cui somma e 531. piu brevemente lo potevi effequir in questa forma, giongendo per 1 quel 31 fa 32. hor quadra quel 32. fia 1024 per la somma di 10 termini (piu uno) poi immediatamente quadra quello 1024 fia 1048576. per la somma di 20 termini pur piu uno, & se la volevi di 40 termini trouandoti quello 1048576. de lo medesimo fia la somma di detti termini 40. & un di piu, & pero cauandoge un vltimo 1 ti restara fia la detta somma senza cosi alcuna di piu.

= Si a caso occorresse, ouero fussi proposto di trouare la somma di un gran numero di termini nella progression doppia principiata dalla vnita, egli e vero, che si potrebbe fare con la penna quel tal numero di termini, & dapoi che fussero numerati poi seguendo l'ordine del summar, si haverebbe lo intento, ma a questo modo ogni grossa persona lo sa pur fare, anchor che per tal modo l'operarse e foggetto a far errore per piu vie. Pero volendo effequir tal effetto da persona intelligente prima vedi se quel tal numero di termini e diuisibile per un di quei termini che cada nella detta progression doppia sopra nominata, come sono 1. 2. 4. 8. 16. &c. Et essendo diuisibile per alcuni di quelli diuide quel tal numero per il maggior di quelli, & l'auenimento vedi quanto fia la lor somma, & con tal somma trouarai la somma del doppio termini, & con tal somma del doppio seguendo l'ordine dato nella precedente trouarai la somma del doppio di quello doppio, & cosi andarai procedendo per fin che tu aggionghi al tuo numero di termini gia proposto, essempi gratia poniamo, che ti occorra, ouer che ti fia proposto di dover trouar la somma di 40 termini nella detta progressione doppia principiata dalla vnita, prima vedi se tal numero di 40. e diuisibile per uno (ouer da piu) di quelli termini della detta progression doppia, cioe da quelli 1. 2. 4. 8. 16. 32. &c. onde tu vedi che 40. e diuisibile per ottauo di quelli quattro 1. 2. 4. 8. prendi il maggior di quelli cioe 8. e con quello 8 partendo 40. de trouarai che ne vsscira 5. hor dico che tu debbi con la penna quelli 5 termini doppij della vnita, & trouarai esser quelli 1. 2. 4. 8. 16. (delli quali (per li modi dati) trouarai la somma esser 31. con il quale 31 trouarai la somma di 10 termini (per la regola data nella precedente) & trouata la detta somma di detti 10 termini, con quella (per la medesima regola) trouarai quella di 20 termini, & con quella di 20 trouarai quella di proposti 40 termini.

3 = Ma se per caso li proposti termini da trouar la somma fussero 60. tu vedi che questo 60 e diuisibile solamente da quelli tre della detta progressione 1. 2. 4. onde pigliando 60 per il maggior di quelli, cioe per 4. de ne vsscira 15. & pero tu dovrai quelli con la penna notare di 15 termini, & dapoi per le regole date tu trouarai della somma di detti 15 termini, & con tal somma tu trouarai della somma delli proposti 30 termini, & con tal somma tu trouarai della somma delli proposti 60 termini.

4 = Ma se per caso li proposti termini fussero stati 56. questo tal numero di 56 non sarria diuisibile saluo che per quelli 8 numeri della detta progressione, cioe da 1. 2. pigliando 28 cioe 28. per il maggiore, cioe per 2. ne vsscira 14. & 14 saranno li termini, cioe tu bisognara notare con la penna (nella detta progression doppia) & dapoi dichiarti che siano trouar (per le regole date) la somma di quelli, & per la detta somma (per la regola data di sopra) trouarai la somma delli proposti 56 termini per esser quelli il doppio di quelli 28 termini gia trouati con la penna.

5 = Ma se per caso il numero di proposti termini fussi numero primo, il quale non puo esser diuiso saluo che dalla vnita (come sarria se fussero li proposti termini 31. ouer 37. ouero altro simile in tal caso tu farai quelli ritrouare a descrivere tutti con la penna, & dapoi farai summar il secondo l'ordine dato alli suoi luoghi, egli e ben vero che se potrebbe ancora in tal caso trouar la somma di un termine di piu di tal numero primo, ouero di manco, & trouata tal somma dedurre la quantita di quel termine di piu, ouero aggiongerla quantita di quel termine tolto di manco. Ecco modo migliorando, volendo trouar la somma di termini 31. della progressione doppia principiata dalla vnita, onde per esser tal 31 numero primo se conviene di trouare quella di termini 32. la quale quello 32 e diuisibile per tutti questi numeri 1. 2. 4. 8. 16. della progressione continua doppia, onde pigliando tal 32. per il maggiore, cioe 16. ne vsscira 2. ma perche

dal 2 à massaro troppo ballo, & più commodo torna 2 sorte più alto, & però lo partimo per 8. & ne vengono 4 hor ricordando di 4 termini, che fanno quelli 1.2.4.8. la sua summa, trouerai quella esser 15. hor con quella summa trouerai la summa di 8 termini, la qual fia 255. & con quella trouerai quella di 16 termini, che summa 2 con 255 fia 65536. quattro fia 65536 per la summa di 16 termini più 1. quadra quello 65536. fia 4294967296. del qual cauane 1 (per il primo termine) resta 4294967295. & tanto fia la summa di 32 termini in progression doppia principiando dalla unità. Ma perche uuoi ueder la summa (dico che di 32 termini, & però bisogna trouar quanto fia l'ultimo termine di detti 32 termini, & trouarlo della detta summa già trouata, & il resto fia la summa di detti termini 31.

6 Forsi non mi potria dir, come trouarò io quanto fia l'ultimo termine di quelli 31. acciò che essa ad un non me ne bisogni negotiar altroue. Rispondo che le alla detta summa di 4294967295. tu gli aggiongerai quello 1. che gli è mancato fia per 4294967296. & la 1/2 di questo, la qual fia 2147483648. & tanto fia il detto ultimo termine di detti 31. qual sommato di 4294967295. resta 4294967295. per la summa di detti termini 31. & così fia sempre essempio non dubbio, che con tuo ingegno seguirai, come gouernarai nelle simile. Auertendo che nel dir ignorando di questa specie di progression doppia, esser sia capaci di groppo, & acciò che ne intendi il uero si uoglio narrare una fiaba, la qual è questa.

7 V Al tempo della carestia un certo pouero contadino qual haueua un bellissimo poledro uoleua dir una quilla, che lui chiua 2 sacchi, quel poteua valer circa ducati 15. ouer 20 al più, & un gentil huomo Veneto di quel poledro, & essendo al contadino le gli uolea uender al poledro, lui gli rispose che gliel'ho uenderebbe, ma che uolea tanto fiorin, (che a quel tempo non se ne trouaua per danari) il gentil huomo disse quanto fiorini uoi tu, dise lo, dise, lui rispose, uoglio che uoi mi diate tanti fiorini che un grano di fiorino quel giorno che menarò via il detto mio poledro, & il seguente giorno 2 fiorini, & il terzo giorno 4 fiorini, & il quarto giorno 8 fiorini, & così andar per esempio di questa detta progression per fin in capo di un mese (che dise giorni 30.) il gentil huomo credendo che lui non sapesse far, gli rispose che diceua quanto fiorini uoleua, & il contadino gli rispose che non ne uoleua più, ne manco di quello ui ho detto, egliè ben il uero, che ne ricuro buon mercato, ma di quello ne è assai il mio bisogno grandissimo. Onde uedendo il gentil huomo, che il detto contadino diceua da buona fede, disse che ui pensaua suso, & che ritornarebbe, & così se ne tornò a casa, & fece che le seruitori portarono un sacco di fiorini in una sala, & fece che un seruitore insieme con certi altri, & essendo a ridotti di uoler veder quanto fiorini ui andauano a pagar al poledro, & così commesso, & fatto detto si mosse di grani di fiorino, ma come uennero ad apprestarli più ne gionsi li confondeano nel numerar, ma uedendo che nelli 20 giorni ui era una poca quantità di fiorini, & era fuora il uero de medi non uolsero far più a rompersi il ceruello, & così il gentil huomo uedendo quanto poco fiorino ui andaua per il uero de medi si pentì dicendo, & mandò dal contadino, & condusse il mercato, & ne fu fatto scrittura, & il contadino gli fece dare grani uolsero che fosse fiorino di fino, & il gentil huomo contento, & fatto l'instrumento il gentil huomo gli fece dar un grano di fiorino, & li fece far del mezzano sopra d'un tauolato una via ricordo nelle mie con certi circolini, & tolse il poledro, & lo menò a casa sua, & lo attese a dar beuere, che il bisogno l'haueua fatto far quello mercato, & questo dicea perche la maggior parte di persone che per tal mercato douesse hauere, ouer quattro fiate di fiorino al più, io non ci uoglio metter mano, come succedette al fin di questo mercato, ma le summe di quelli 20 termini nella progression doppia principiando dalla unità trouerai, che tal summa fia precisamente 1048575. & tanti grani di fiorino douea dar il detto contadino dal detto gentil huomo per il detto suo poledro, li quali grani a ragion di grani 24 al danaro (del peso delle specie, a della sorte) fiorini cento 2621439. & grani 15. li quali danari 2621439. tirandoli in fiorini partendoli per 6 perche fiorini 6 fiorino una & il peso di Venetia fiorino 1 è 1664 55. & auanza fiorini 4. li quali con 1664 55. tirandole in lire partendole per 1 a perche ogni 1 è lira una & fiorino 1 è 155444. & auanza lire 1 è 155444. facendone fiorini partendole per 15 perche & 15 pesa una fiorino (a peso) alla misura di Venetia fiorini fiorini 11 è 6. & & 11 è 1. Volendo andar quelli altri frazioni, li quali sono 176. & 11 è 1. ragion di 176. 5 veduta, che valeua il fiore in quella carestia 6 cento quanto accenna, & quanti ducati uenne ad hauer uendesse il suo poledro il bisogno uolsero al detto gentil huomo, il qual poledro era fiorini uoler ducati 5 in 30 al più, come di sopra dissi, & che il gentil huomo, & non li ne ricordi per ignorar la pratica di numeri, & delle progressioni geometrice reforno molte uolte fuora del suo ignorante giudizio.

Due

* DVe equationi, over cali preponefrate Luca ſopra le cale bianche, & nere del tauoliero da ſcacchi, dellequaliuna è ſopra la ſopradetta progreſſion doppia, principiante dalla unita, l'altra è alquanto differente, & per non alterar gli ſue queſtioni le ho regiſtrate di parola in parola, come che luili le eſplica.

Duplicare uno granello di formento tante volte quante, che ſono cale bianche, & nere del tauoliero da ſcacchi, che ſono 64 in tutto, ſi puo intendere in dui modi il primo ſi è che la cala ſequente doppij tutte le cale precedenti, cioè come a dire 1. poi 2. poi 6. poi 18. poi 54. poi 162. & queſto modo multiplica aſſai piu, che non fa il ſequente modo. Et l'altro modo s'intende che ſolamente la cala ſequente duplichi la precedente, & non piu, & queſto modo nõ aſcende tanto quanto, che fa il modo precedente, hora per duplicare uno granello in queſto ſecondo modo. Sappi che ſe alla ſumma di 2 cale ui aggiongi il primo termine, & la ſumma multiplichi in ſe, & di quello producto caui il primo termine, che aggiongeui dico che l'auanzo ſara la ſumma delli dupplati di 3 cale, onde li dupplati di 2 cale ſono 1. 2. 4. & la cui ſumma fa 7. dico che li debbi aggiongere il primo termine, che è 1 fa 8. & queſto 8 multiplicalo in ſe medeſimo fara 64. delquale caui il primo termine che è 1. reſtara in 63. & tanto fara la ſumma di 6 cale, duplicare ſempre alla predetto modo, poi aggiongi 1. ſopra 63. per il primo termine fara 64. il qual multiplicarai in ſe fara 65536. delquale numero caui uno 1. per il primo termine, & coſi ui ne reſtara 65535. & tanto fara la ſumma delli dupplati di 16 cale, ſopra il quale aggiongi 1. per il primo termine fara quello, che era diſopra, cioe 65536. & queſto multiplica in ſe fara 4294967296. caui ne 1 per il primo termine reſtara 4294967295. & tanto fia la ſumma di dupplati di 32 cale, ſopra il quale numero aggiongi il primo termine, che è 1 fara 4294967296. come di ſopra, qual numero ſel fara multiplicato in ſe medeſimo fara 18446744073709551616. caui ne 1 per il primo termine) reſtara in 18446744073709551615. & tanto fara la ſumma delli dupplati delle 64 cale, cioe di tutto il tauoliero, il qual modo è ſimile a quello che di ſopra è ſtato detto, & la ſumma di quelli grani li riduſſe alla miſura di Peroli, che grani 72 fanno $\frac{1}{2}$ di oncia, & la lira è grani 6912. & mette che una mina ſia 9331. & caine 3 per ſoma, & ſome 4 per corba, & corbe 10 per una area. & 40 arche per una barca, & 100 barche per un magazeno, & 100 magazeni per un caſtello, nel che cõſiſte che li detti grani duplicati per 64 cale del tauoliero da ſcacchi, ſariano caſtella $\frac{18446744073709551615}{9331 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 40 \cdot 100 \cdot 100}$, ſi che pari porremi preſto alla mina, & corba, & ſoma, & arche, & barca, & magazeno, & haueraſi la valſa del caſtello, & per conſequente di tutti quelli caſtelli deſcendo per reſtello. Ma a quell'altra via adoplare ſaranno molto piu, ſi che quando ſi dice de indoppiar biſogna ſar diſtinguere chiaramente al preponente.

Regole di doppiare le caſe per luoghi del ſcachiero per qual primo modo di ſopra nomato da Frate Luca.

9 Volendo adoppiare preſentemente per regola le cale dello ſcachiero a quell'altro modo, cioe che ſempre la cala ſequente redoppij tutte le antecedenti, accioche diſtintamente ſi poſſa intendere queſto modo, & andare a quello, cioe ponendo le unita in tutte le caſe ſucceſſiuamente ſino a l'ultima cala, & poi ſommarli ſi poſſa fare, & ueramente, ma noi intendiamo dare regole breuiſſime, che in ſumma preſto ci diano quelle, che con fatica diſtintamente ſi harebbe, ſi come di ſopra hauemo detto, che con una ſola multiplicatione deueſſemo alla ſumma delli dupplati di altre tante cale paſſate, cioe che ſempre ueniua il doppio delle cale, che ſi multiplicauano, & poi ſi caua il primo termine, come intendeſti. Hora in queſta duplatione, doue la ſequente cala ſempre redoppia le unita di tutte le antecedenti a uolerne hauer preſto la ſumma per regola ſi fa coſi. Prima ſi pone 1. nella prima cala, qual duplicato fa 2. & ſi le pone nella ſeconda cala, poi ſi ſommano inſieme quelle due cale ſumano 3. laqual ſumma ſe la multiplichi in ſe fanno 9 per la ſumma di 3 cale, cioe delle due precedente, & di quella che ſeguita, nellaquale ſi douera ponere ſequendo l'ordine, ſi che la ſumma della prima cala ch'è 1. & della ſeconda ch'è 2. & della terza, che è 4. fanno a ponto 9. laqual ſumma di 3 cale ſe la ſi multiplicara in ſe fara 81. per la ſumma delli dupplamenti di 3 cale, perche ſeguendo nella quarta cala ſeguira 8. ch'è il doppio delle 3 antecedenti, & nella quinta ſeguira 16. ch'è il doppio delle 4 antecedenti, & nella ſeſta ſeguira 32. che è la ſumma delle 3 paſſate. Hor ſi che ho ritrouato, che è 81. la ſumma è ſi come habbiamo preſtato, a ritrouarne per regola ben ancora queſto, che ſempre ſi ſeguita la ſumma, cioe che la multiplicatione che ui fai in ſe di alcuna ſumma di cale ti da la ſumma ſempre di ven cale auanzo, che non ſono quelle dell'equatione multiplichi la ſumma, ſi come in quello che fra hora habbiamo detto, accioche meglio nello ſcriuere ui m'intenda quando ui multiplicaſti 3 in ſe che fece 9. Tu ſi multiplicaſti la ſumma di due cale, cioe della prima, & della ſeconda, che fa 3. & poi ti reſtaua la ſumma di 3 cale, cioe di una cala ſeguente auanzo che non fuſſe, che fa 1. & poi ti reſtaua la ſumma di 3 cale, cioe di una cala ſeguente auanzo che non fuſſe

quelle, delle quali ne multiplichi la somma, onde ne multiplichi 2 che è il segno sotto cui si pone, cioè la 2 cosa che fanno 6 che doppiate che sono, & la somma diuenta 7 fi 9. & le ne multiplichi la somma di quelle 7 che sono le, cioè 9 fia 3 fanno 27 per la somma di 7 cose, cioè delle 3 che ne multiplichi in se medesime, & di dove che 2 quelle seguitano però che nella quarta cosa fia 28. & nella quinta 54 che giunte quelle 7 cose fanno 81 come di sopra habbiamo detto, & se ne multiplichi la 6 somma di quelle cinque cose, cioè 27 fia 5. fi 6 156. per la somma di 4 cose, cioè delle 3 delle quali la somma ne multiplicammo, & delle 4 che seguitano però che nella sesta cosa come di sopra habbiamo posto ve seguita 486 nella settima 436 nella ottava 243 nella nona 64 delle quali nove cose la somma ne cresce fin la decima multiplicatione, cioè 6561. laquale somma di 9 cose se la si multiplica in se stessa 43046721. per la somma delle dieci cose, & anche di una manca di quelle che seguitano nella ordinanza doppiatione delle accrescenti, cioè di 8 altre cose che seguenti, che in tutto fanno 17 cose, si che la decima multiplicatione fi è la somma di 17 cose, laquale se la si multiplicarà in se stessa 185193281 per la somma delle dieci 17 cose, & anche de 9 che le seguita, cioè una manco delle passate, che in tutto sono cose 35. di che nasce la somma la decima multiplicatione, el quale numero anchora se in se si multiplica diuenta la seguente equatione, cioè 34296447249 0 0 0 0 0 1 che sono tante una figura, & questa sia la somma delle 35 cose precedente, & anchora delle 36 che seguitano in la decima multiplicatione doppia de gli accrescenti, che in tutto sono cose 65. di che non si habbiamo il doppiamento di una cosa più che non è tutto lo fondamento, però che noi intendiamo doppiare in questo modo solamente 64 cose, & fare si come le sono 64 cose. Adunque questa somma si è il doppio de 35 fondamenti, perche la settagesimaquinta cosa è il doppio la settagesimaquinta con tutti li suoi antecedenti, cioè che la settagesimaquinta cosa è il doppio di 64 cose, che sono uno monte a punto, & questa cosa più la raddoppia, si che in questo cosa gli erano duoi monti, & uno di gli accrescenti doppiamente più che la somma di 63 cose viene a dire a punto 3 monti. Adunque di questo grande numero, che fa la somma, pigliarai il terzo, cioè quattordici miliardi cinquecento quattro milioni cinquecento quarantaquattro mila cinquecento sessantaquattro. & uno viene a dire il doppiamento di una montagna, cioè di 64 cose, si che volendo modo per ridurla doppiare in questo secondo modo, che non fu il primo modo, onde la somma di questo modo di numero si fa che sono 3 figure, & la somma di questo sono 3 figure, si che vedi quello che importa a uno modo, & a l'altro, & però li modi delle loro somme bene habbia a mente, & ecco ci propone dimostrare.

NOi alleggia 10 persone & sieno cadauna di esse di numero di modi, che loro si fanno a sedere, si che mai non sedino una volta come l'altra. Dimando 3 a per quante si potrà quante volte mutarsi, & in quanti modi si possano ritrouare a modo predetto.

Hora in questa, & in ogni simile arguitie, & dirai che uno non può stare altro che a un modo. Dui sedono a dui modi, uno fia una volta in capo, & anche l'altro fia la sua volta in capo. Tre stanno a 6 modi, perche stando sempre in capo il terzo, li dui fra loro si mutano in dui modi. Et stando poi in capo il secondo, gli altri dui si mutano in dui modi, che già sono 4 modi, & stando in capo il primo gli altri dui si mutano in altri dui modi, che sono 6 modi in tutto fra loro 3. quattro si mutano in 24 modi, perche stando sempre il quarto fermo in capo di modo gli altri 3 sono atti a mutarsi fra loro, come habbiamo detto in 6 modi, & stando in capo il terzo, anchora gli altri 3 sono atti a mutarsi in 6 modi, che sono 12 modi, & stando in capo il secondo gli altri 3 sono atti a mutarsi in 6 modi, che sono 18 modi, & stando in capo il primo gli altri 3 si mutano sono atti in 6 modi, che sono 24 modi in tutto per li 4 suoi nomi, li 5 huomini si mutano in 120 modi, perche li 4 stando fermo il quarto si mutano fra loro in 24 modi, come habbiamo detto, & stando fermo il quarto, gli altri 4 sono atti si mutano in 24 modi, che sono 48 modi. Et stando fermo il terzo, gli altri 4 per si mutano in 24 modi, che sono 72. Et stando fermo il 2° gli altri 4 si mutano in 24 modi, che sono 96. Et stando fermo il primo gli altri 4 si mutano in 24 modi, che sono 120 modi in tutto fra 5 persone. Si che habbiamo che dui li modi d'uno moltiplicati per 3 che seguita hauerai li modi delli dui, & però 2 fia 3 che in dui modi si mutano li dui, come habbiamo, & habbiamo li modi delli dui moltiplicati per il numero, che seguita, cioè 3 dicendo 2 fia 3 fa 6. & anni saranno li modi delli 3, però che 6 modi si può mutare com'è detto. Quali moltiplica per il numero delle persone che seguitano, ch'è detto 4 fia 5 fa 24. & anni saranno li modi delle 4 persone, & questi moltiplicati per il numero delle persone, che seguitano, ch'è 5 dicendo 5 fia 24 faranno 120. per li modi delle 5 persone, quali moltiplicati fia 6. che sono le persone seguenti saranno 720. per li modi delli 6 persone, quali moltiplicati per 7 persone saranno 5040. per li modi delle 7 persone, quali moltiplicati per 8 persone saranno 40320. per li modi delle 8 persone, quali moltiplicati per 9 persone saranno 362880. per li modi delle 9 persone

se moltiplica

se multiplica 36= 8 in 6. per 10 faranno 36 x 8300. & in tanti modi potranno sedere 10 persone, & tanti pasti gli farà quello albergatore a soldi 10 per pasto. Fatti poi conto quanti lire monteranno. &c. Et l'ordine di questo proretto tenirà se fossero ben mille persone, e quante si vogliano, perche in infinito in regola tenuta. Onde poi a 11 persone multiplicarà li modi delle 10 persone per 11. dicendo 11 fia 36 x 8300. faranno 299 x 6800. & in tanti modi potranno sedere 11 persone, & per 12. dirai 12 fia 299 x 6800. faranno 2079600 x 600. & così potrai procedere in infinito, il qual modo li proua per la dedutione, che prima cominciassimo a fare. &c.

Regola generale dal presente autore ritrouata il primo giorno di quaresima fanno 1513. in Verona, di saper trouare in quanti modi può variar il gioco di che quantità di dadi si voglia nel star quelli.

12 STandando l'anno 1513 in Verona, & il giorno di Carneuale una comitiua di giouani, e altri di maggior età trouarno con 3 dadi sul libro (detto) della ventura di Lorenzo Spirito, cercando ciascun di loro da intendere quello che al libro gli dimostraua circa alle sue sorte, che al libro proponeua di ciascuno. Et vedendo che in ogni carta li detti 3 dadi con la sua sorte haueua il detto autore trouato poter variar in 56 modi, la qual cosa considerando debbe mi di voler trouare, come che con regola generale al caso si potesse determinare, & non solamente in detti 3 dadi, ma in ogni altra maggior quantità di dadi, & così nacque la sopra detta materia: anchi essendo frequentando che il giorno seguente (che fu il primo di quaresima) trouai alli predetti, con regole fermate da diuerse sorte di progressioni, come intenderai.

Prima egli è manifesto che un sol dado può variar in 6 modi per esser di 6 facce, over di 6 lati, nelqual li sono 6 ordini di numeri, cioè 1. 2. 3. 4. 5. & 6. come in figura vedi.

Hà per trouar in quanti modi può variar il gesto di doi dadi trouai che raccogliendo tutte le varie, che sono da 1 per sino in 6 nella sopra detta progressione comune, che fanno 21. & così in 21 modo sanno poter variar il gesto di doi dadi.

Tre dadi poi ponno variar il lor gesto nella summa di quelli 6 termini di progressione 1. 3. 6. 10. 15. 21. la qual summa fara 56.

Li 4 dadi ponno variar il lor gesto nella summa di quelli altri 6 termini di progressione 1. 4. 10. 20. 35. 56. la qual summa fara 126.

Li 5 dadi ponno variar il lor gesto nella summa di quelli altri 6 termini di progressione 1. 5. 15. 35. 70. 126. la qual summa fara 252.

Li 6 dadi ponno variar il lor gesto nella summa di quelli altri 6 termini di progressioni 1. 6. 21. 56. 126. 252. la qual summa fara 462.

Li 7 dadi ponno variar il lor gesto nella summa di quelli 6 termini di progressione 1. 7. 28. 84. 210. 462. la qual summa fara 792.

Li 8 dadi ponno variar il lor gesto nella summa di quelli 6 termini di progressione 1. 8. 36. 120. 330. 792. la qual summa fara 1287.

Hà voluto dichiarare minutamente in somma l'origine di sopra nostri 6 termini di progressioni bisognarà formarsi sopra un libro, ma accioche in parte nessun fastidio, sappi che ogni una di dette progressioni si forma dalla progressione anchora, & la prima progressione viene a esser di 6 termini di una unità per termine in questa forma 1. 1. 1. 1. 1. 1. & così la summa di quelli 6 termini di progressione può variar il gesto di un dado solo, come vedi in figura. Et ecco che l'ultimo termine di ciascuna di dette progressioni viene a esser la summa della anchora progressione, come nella figura puoi vedere, & così ordine potrai saper li 10000 dadi in quantimodi ponno variar il lor gesto.

per 1 dado	1	1	1	1	1	1
per 2 dadi	1	2	3	4	5	6
per 3 dadi	1	3	6	10	15	21
per 4 dadi	1	4	10	20	35	56
per 5 dadi	1	5	15	35	70	126
per 6 dadi	1	6	21	56	126	252
per 7 dadi	1	7	28	84	210	462
per 8 dadi	1	8	36	120	330	792

Il fine del primo libro.

LIBRO SECONDO DELLA SECONDA
PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NVMERI, ET
Misure di Nicolo Tartaglia, nellqual si tratta della vtilissima Speculatione, Arte, ouer
Pratica dell'Algorithmo, ouero della Pratica di Numeri detto
comunemente di Radice, & non solamente delli Numeri
interi, ma anchor delli rotti, & sordi, & rotti.

Donde deriui questo nome Radice. Cap. 1.

COme che nelle herbe, & nelle altre piante, della natura produtte, questo nome Radice significa quella sua più bassa, & originale parte, ouer membro della terra, dalla qual tal herba, ouer pianta è stata produtta, & generata, il medesimo (per similitudine) ogni numero vien detto Radice di quel si voglia numero da lui medesimo produtto, & generato, essempigratia ogni numero dutto in se medesimo vien a esser radice di quel suo produtto, cioè 1 dutto in se medesimo fa pur 1. & così 2 produtto vien a esser radice di quel suo produtto 2. & similmente 3 dutto, ouero multiplicato in se medesimo fa 9 (perche 3 fia 3 fa 9) onde il detto 3 (produtto) vien a esser radice di quel 9 da lui produtto, & il detto 9 si chiama quadrato del detto 3. similmente il 4 dutto in se medesimo dicendo 4 fia 4 fa 16. onde il detto 4. vien a esser radice di tal 16 suo produtto, & il detto 16 fu già detto il quadrato del detto 4. & per le medesime ragioni il 5 vien a esser radice di 25 (da lui produtto) & il detto 25 vien a esser il quadrato di 5. & così il 6. vien a esser radice di 36 (da lui produtto) & così 36 vien a esser il quadrato di 6. & così il 7 s'intende esser radice di 49 da lui produtto, & il 49 s'intende esser il quadrato del detto 7. & per le medesime ragioni il 8 s'intende esser radice di 64 (da lui produtto) & 64 s'intende esser il quadrato di 8. & così il 9 s'intende esser radice di 81 da lui produtto, & generato, & il detto 81 s'intende esser il quadrato del detto 9. & così il 10 s'intende esser radice di 100 (da lui produtto) & quello 100 s'intende esser il quadrato di 10. & così il 11 s'intende, ouer dire esser radice di 121 (da lui produtto) & così il 121 s'intende esser il quadrato di 11. & così il 12 s'intende esser radice di 144 (da lui produtto, & generato) & così il 144 s'intende esser il quadrato del detto 12. & così si debbe intendere di ogni altro maggior numero, & tal detto si dirà radice quadrata per esser quello radice del quadrato di quel tal numero, & non di altro suo produtto dico d'altro suo produtto, perche si potrà dire, che ogni esser produtto vn medesimo numero sono infiniti, come procedendo intenderà.

Radici	Numeri quadrati
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144

Radici cubi	Numeri cubi
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000
11	1331
12	1728

AVisasi, che dalla radice di vna herba, ouer di vna pianta si produce più quelle di manera, che prima produce vna certa cosa a guisa di seme sopra terra, dapoi produce vn fusto, ouer fogie secondo la qualità di tal radice, & dapoi produce fiori, & dapoi frutti, ouero seme, onde di quelli tali frutti, ouero seme, ne vien a esser sua radice, perche il tutto è suo produtto da tal prima radice, & dalle altre produtte di quella, & medesimamente accaderà nel numero, perche ogni numero dutto, ouero multiplicato in se produce il suo quadrato (detto anco) & tal numero vien a esser la radice di quel tal numero, & tal radice è detta radice quadrata, ouero cosa di quel tal quadrato, ma el tal numero fatto di nuovo multiplicato in sua quadrato quello secondo suo produtto viene a esser il cubo di tal numero, & il detto numero viene a esser la radice di questo suo secondo produtto, & perche tal secondo produtto è nominato cubo la seconda radice si dice radice cuba di quel tal numero cubo, essempigratia se 2 sia multiplicato in se medesimo (cioè in 2 sia 2) & dapoi multiplicando anchora il detto 2 in quel suo produtto 4 sia 2. dico che questo secondo produtto del detto 2 (sia il suo quadrato) vien a esser il cubo del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice cuba del detto 8 (suo secondo produtto) similmente il 3 sia multiplicato in se medesimo fia 9. dapoi multiplicando il medesimo 3 in il detto 9 (suo primo produtto) fia 27. il qual 27 vien a esser il cubo del detto 3. & il detto 3 vien a esser la radice cuba del detto 27 (suo secondo produtto) & così per le medesime ragioni il 4 vien a esser la radice cuba di 64. & il detto 64 vien a esser il cubo del detto 4. & similmente il 5 vien a esser la radice cuba di 125. & il detto 125 vien a esser il cubo del detto 5. & così discorrendo, come che in margine appar per essempio per fin al cubo di 12.

MA perche, che multiplicando anchora quel si voglia numero fin al suo cubo formarà vn'altro suo produtto, il qual terzo produtto da noi tanto detto cosa di cubo del detto primo nu-

mero,

mero, & quello censo di censo non vuol dir altro, che quadrato del quadrato del detto primo numero, perche tanto fara il quadrato del quadrato del detto primo numero quanto fara il producto del detto primo numero fia il suo cubo, essempi grazia multiplicando 2 fia il suo cubo (che è 8) fia 16. & perche multiplicando il quadrato del detto 2 (che è 4) in se medesimo fara medesimamente 16. il detto 16 vien a esser il quadrato del quadrato del detto 2. & il detto 2 viene a esser la radice quadra della radice quadra del detto 16 (suo terzo producto) & per ritornar perche multiplicasse il detto 2 fia il suo quadrato di quadrato (cioe fia quel 16) fara 32. & questo quarto producto (cioe questo 32) da nostri antichi è stato detto primo relato (cioe del detto 2) & il detto 2 veniva a esser la radice prima relata del detto 32. Dapoi che multiplicasse ancora questo 2 fia quello 32 (suo primo relato) fara 64. & questo 64 da nostri antichi fara detto il cubo quadro, overo il quadro cubo del detto 2. perche quel 64 viene a esser il cubo di quel 4 (quadrato del detto 2) conciosiache vien a esser il quadrato di quel 8 (cubo del detto 2) onde il detto 2 (per le dette ragioni) vien a esser la radice cuba quadra, overo quadra cuba del detto 64. Dapoi che multiplicasse ancora il detto 2 fia quel 64 (suo quadro cubo) fara 128. & questo 128 da nostri antichi fara detto secondo relato del detto 2. onde il detto 2 vien a esser la radice seconda relata del detto 128 (suo secondo relato) & cosi che multiplicasse il detto 2 fia il detto 128 (suo secondo relato) fara 256. & questo 256 fi dice censo de censo, de censo, overo quadrato de quadrato de quadrato, del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice quadra della radice quadra della radice quadra, del detto 256 (suo quadro de quadro de quadro) & cosi che multiplicasse ancora il detto 2 fia il detto 256 fara 512. & questo 512 fi chiama cubo de cubo del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice cuba della radice cuba del detto 512. (suo cubo de cubo) & cosi che multiplicasse ancora il detto 2 fia il detto 512 fara 1024. & questo 1024 fi dice quadro del primo relato, overo cio del primo relato, del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice censa prima relata del detto 1024 (suo censo primo relato) & cosi che multiplicasse ancora il detto 2 fia il detto 1024 (suo censo relato) fara 2048. & questo 2048 è detto terzo relato del detto 2. & il detto 2 vien a esser la radice terza relata del detto 2048 (suo terzo relato) & cosi con tal ordine si puo procedere in infinito (come in parte habbiamo accenato) & non solamente con il detto 2 ma con qual si voglia altro numero, come nella tauola da l'altra banda posta di tutti si manifestera apparera, quantunque in ogni altro maggior numero tal ordine proceda in infinito. Il principio fondamentale di queste tal progressioni fatto breuemente lo dimostra specialmente Euclide ad la ottaua propositione del suo nono libro, & perche di tutte queste infinite specie di radici. La radice quadra è la prima, da questa prenda, seguita, che ogni volta, che si dira radice (senza altro) s'intende, & si debbe intendere la radice quadra, nelle altre specie, poi che gli aggiongera il suo nome specifico, commando alla radice prima relata, laquale per esser anchora la prima di tutte le radici se gli dira semplicemente radice relata, & similmente al primo relato se gli dira semplicemente relato, conciosia bisogni auertire, che questo nome radice per abreuiar scrittura, si descriuera in questa forma 𝓡, ouero in quest'altra ℛ gli altri nomi specialli si abbreuiano, come qui di sotto appar.

Nota che questo nome quadrato per breuita si scriue per censo, perche cosi ordinorno Maumeth figliolo di Moise arabo della commune algebra inuentore.

		Abreuiature	
vnita	1	ce.	cioe censo, ouer quadrato
Radice	2	cu.	cubo, ouer cuba
Censo	4	ce. ce.	censo di censo
cubo	8	relato	primo relato
censo de censo	16	cu. cu.	censo cubo
primo relato	32	$\frac{2}{2}$ rel.	secondo relato
censo cubo	64	ce. ce. ce.	censo de censo de censo
secondo relato	128	cu. cu.	cubo de cubo
censo de censo de censo	256	ce. rel.	censo del primo relato
cubo de cubo	512	$\frac{3}{2}$ rel.	terzo relato
censo primo relato	1024	& cosi procedendo nelle altre, & tali breuiature s'applicano semplicemente alle radici.	
terzo relato	2048	$\mathcal{R}$.	radice cuba
cubo de censo de censo	4096	$\mathcal{R}$ ce. ce.	radice censa di censo
quarto relato	8192	$\mathcal{R}$ rel.	radice relata
censo del secondo relato	16384	$\mathcal{R}$ ce. cu.	radice censa di cubo
cubo del primo relato	32768	$\mathcal{R}$ $\frac{2}{2}$ rel.	radice seconda relata
& cosi procedendo in infinito.		& cosi nelle altre che seguitano.	

Tauole di dieci ſpecie di numeri notabili, con le ſue radici digitali formate

dalcuno di quelli, liquali numeri ſono detti dignita, lequal dignita l'una ſ'aſcende magg-
giore de l'altra quando, che è di più alta ſpecie, com'è il cubo del ſeſto &c.

Radici	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	6 ☐	7 ☐	8 ☐	9
numeri	1	4	9	16	25	36	49	64	81
num. cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729
num. ☐☐	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561
num. 2 rel.	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049
num. ☐☐☐	1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441
num. ½ rel.	1	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969
num. ☐☐☐☐	1	256	6561	65536	390625	1679616	5764801	16777216	43046721
num. ☐☐☐	1	512	19683	262144	1953125	10077696	40353607	134217728	387420489
num. 2 rel.	1	1024	59049	1048576	9765625	60466176	282475249	1073741824	3486784401
num. ½ rel.	1	2048	177147	4194304	48828125	362797056	1977326743	8589934592	31381059609

Di alcune multiplicationi neceſſarie ſapor a mente a uoler intendere il modo da

cauar la radice quadra, & di alcune che non ſono neceſſarie, ma ſono molto utile
per quelli che hanno da maneggiare le radici, & numeri quadrati.

Multiplicationi neceſſarie di ſaper a mente					
1	fia	1	fa	1
2	fia	2	fa	4
3	fia	3	fa	9
4	fia	4	fa	16
5	fia	5	fa	25
6	fia	6	fa	36
7	fia	7	fa	49
8	fia	8	fa	64
9	fia	9	fa	81
10	fia	10	fa	100

Multiplicationi, che per utile, & commodità ſi debbono imparar a mẽte, o almen una parte.

11	fia	11	fa	121
12	fia	12	fa	144
13	fia	13	fa	169
14	fia	14	fa	196
15	fia	15	fa	225
16	fia	16	fa	256
17	fia	17	fa	289
18	fia	18	fa	324
19	fia	19	fa	361
20	fia	20	fa	400

4

Et intender la pratica, ouero la regola di ſaper cauar, ouero diminuir la radice quadra laquale è la prima di tutte le ſpecie di radici, egli neceſſario di ſaper a mente le multiplicationi di tutti li numeri digni detti in ſe medeſimi (che ſi quadrano) cioè di quelli che in margine di ſopra ſignatamente ſi denota, & quantunque le multiplicationi siano no ſiano note per le multiplicationi nel principio del multiplicar di numeri ſemplici, nondimeno per non interrompere l'ordine mi è parſo di replicarle anchor quiui, come ſuo proprio luogo, inſieme con alcune altre, lequal non per neceſſità ſi debbono imparare a mente, ma perche ſono d'vtile, & profitto, & maſſime nel maneggiare delle radici, & altre quantità irrationali, delequali in ſuoi debiti luoghi parlaremo.

Come ſi cauano le radici quadre di numeri notati.

5

Et cauare adoncque la radice quadra di qual ſi voglia numero notato, & per notato intendere ſi debbe intender quelli, che la ſua radice non può eſſer più di vna ſola figura, onde ſi numeri notati non possono eſſer le non di vno, dieci di ſopra al più, & per una ſola dico che di neceſſità il numero, o che ſia quadrato, o certamente no, le ſua radice ſi debbe al più radice ſi ſpetia ſempre, perche ſe ui vorrai cauar la radice di 1. ui ſia che la radice è 1. & ui cauar la radice di 4. ui ſia che ui radice è 2. & coſi ſe vorrai cauar la radice di 9. ui ſia che la è 3. & di 16. che la è 4. coſi di 25. ui ſia che la è 5. & di 36. che la è 6. & di 49. che la è 7. & di 64. che la è 8. & di 81. che la è 9. & anchor ui ſia che di 100. ui radice è 10. vero è questo più oltra ſopra & di 81. che la è 9. & anchor ui ſia che di 100. ui radice è 10. vero è questo più oltra ſopra dette ſopra notate multiplicationi a mente non più ſe ſaprai cauar a mente.

6

A per cauare la detta radice di li numeri, che non ſono quadrati (per dir 100 in giuſo) li quali numeri ſtanno di quella dottrina ſecondo la conſideratione del Matheſmatico (quali ſe ui

zo (come che sopra il partir di numeri semplici fu anchor fatto) essempi grazia volendo cauar la 3ª di 2. diremo cal radice esser 1. & auanzar anchora 1. & similmente la 3ª di 3. diremo che è 1. & auanzar 2. similmente volendo cauar la radice di 5. diremo quella esser 2. & auanzar 1. & così di 7 diremo cal radice esser 2. & auanzar 3. & così di 8. diremo che la sua pur 2. & auanzar 4. per tal modo diremo la radice di 20 esser 4. & auanzar 4. & di 35 diremo cal radice esser 5. & auanzar 10. & di 48 diremo la radice esser 6. & auanzar 12. & di 63 diremo la radice esser 7. & auanzar 14. & così di 70 diremo la radice esser 8. & auanzar 6. & così di 80. diremo la radice esser 9. & auanzarla 1. & così di 120 diremo la radice esser 10. & auanzar 20.

11	ℳ	21	ℳ	441
12	ℳ	22	ℳ	484
13	ℳ	23	ℳ	529
14	ℳ	24	ℳ	576
15	ℳ	25	ℳ	625
16	ℳ	26	ℳ	676
17	ℳ	27	ℳ	729
18	ℳ	28	ℳ	784
19	ℳ	29	ℳ	841
20	ℳ	30	ℳ	900

31	ℳ	31	ℳ	961
32	ℳ	32	ℳ	1024
33	ℳ	33	ℳ	1089
34	ℳ	34	ℳ	1156
35	ℳ	35	ℳ	1225
36	ℳ	36	ℳ	1296
37	ℳ	37	ℳ	1369
38	ℳ	38	ℳ	1444
39	ℳ	39	ℳ	1521
40	ℳ	40	ℳ	1600

41	ℳ	41	ℳ	1681
42	ℳ	42	ℳ	1764
43	ℳ	43	ℳ	1849
44	ℳ	44	ℳ	1936
45	ℳ	45	ℳ	2025
46	ℳ	46	ℳ	2116
47	ℳ	47	ℳ	2209
48	ℳ	48	ℳ	2304
49	ℳ	49	ℳ	2401
50	ℳ	50	ℳ	2500

51	ℳ	51	ℳ	2601
52	ℳ	52	ℳ	2704
53	ℳ	53	ℳ	2809
54	ℳ	54	ℳ	2916
55	ℳ	55	ℳ	3025
56	ℳ	56	ℳ	3136
57	ℳ	57	ℳ	3249
58	ℳ	58	ℳ	3364
59	ℳ	59	ℳ	3481
60	ℳ	60	ℳ	3600

& così puoi procedere per ordine fin'a piacere.

La proua di questa spetie di diuisioni si fa in questo modo, quadra la radice trouata, & cal quadrato giongi l'auanzo, & cal summa debbe esser equale a quello numero, da chi fu cauata cal radice, essempi grazia di sopra fu detto la radice di 41 esser 6. & auanzar 1. per sua proua, che questo fu il vero quadrato di detta radice (che è 6) fia 36. equal 36 giongi qual 1. che si auanzo fia 41. & perche questa summa è eguale al numero, da chi fu cauata cal radice (che fu pur 41) diremo cal nostra operatione esser stata ben conclusa, & con cal ordine procederai nelle altre simili operationi.

Come si cauano le radice propinque delli numeri non quadrati di quantità conosciuta.

Ma quando il numero, che sarà proposto di cauar la radice quadrata sarà numero non quadrato, & di qualità, ouer quantità conosciuta, & massime di superfluo & di non sarà atta a cauar la radice del maggior numero quadrato, che si troua in quel tal numero, & quello che superchiarà a doppio poi per auanzo, come di sopra fu detto (per non poter spezzare la unità) bisogni in questo caso bisogna spezzare la detta unità (come quantità conosciuta) & dar la detta radice (se fosse possibile) prossimane per numero fatto, & rotto, ma perche quelli tali rotti sarebbi per scienza spezzano esser impossibile a dare vna cal radice prossimane per numero fatto, e rotto, per per venire quella alla vera cognitione per numero fatto, e rotto di cal sorti radici inuestigarono con ragione geometrica (e non manuale) vna regola generale da determinare, & sar auanzar vn rotto di quello auanzo (cioè di quello che auanza nella operatione) qual rotto accompagnato con quel numero fatto (già trouato) formi vna quantità assai propinqua alla vera radice di cal numero, che sarà cosa insensibile la differentia di quella alla detta vera radice. La qual regola è di questa sorte, che pongono quel tal auanzo sopra vna virgola, & il doppio della prima radice (già trouata) di sotto, & cal rotto lo accompagnano con la detta prima radice fatta, & cal summa conchiuso che la radice propinqua di detta prima quantità proposta. Essempi grazia volendo cauar la radice di 2 per questa regola, tu dei sapere (per la regola passata) che la radice di 2 è 1. & auanza 1. hor dico che quello 1. che si auanza tu debbi metterlo sopra vna virgola, & di sotto di quella mettere il doppio di quella radice già cauata (che fu 1) il doppio della qual fia 2. che facendo fia $\frac{1}{2}$, & qual giongo alla detta prima radice (che fu 1) fia $1\frac{1}{2}$ e tanto di rotto, che fia la radice di 2. laqual radice 2 dico esser più presto fatta meschina, che a multiplicarla in se medesima facelle precisamente 2. ma multiplicandola dicendo $1\frac{1}{2}$ fia $1\frac{1}{2}$ si troua che fia $2\frac{1}{4}$, & però si vede, che la non è perfetta, perche la passa con il suo quadrato per $\frac{1}{4}$ il nostro numero, cioè il detto 2. Adunque possiamo dir, che cal radice almanco sola, ouer di assai errando di $\frac{1}{4}$, supponendo che quel tal errore di $\frac{1}{4}$ non è nella detta radice, ma è solamente nel quadrato di quella, ma della propria radice (cioè in quel $1\frac{1}{2}$) è vna cosa insensibile, come che nel cauarla geometricamente con il compasso al suo luogo si farà manifesto, ma per non far in vn solo essempio, volendo per questa regola trouar la radice di 13. tu dei sapere (per il primo modo) che la è 3. & auanza 4. mette quel 4 sopra vna virgola, & il doppio di 3. di sotto da quella, sichè facendo fia in questo modo $\frac{4}{6}$, che sichiaro fia $\frac{2}{3}$, & questo giunto con quel 3 fia $3\frac{2}{3}$, & tanto diremo che sia la radice propinqua alla vera del detto 13. & se con il medesimo ordine cauerai la detta radice propinqua del 22. tu trouerai, che la fia $4\frac{5}{8}$, & di 34. trouerai che la fia $5\frac{5}{10}$, & di 83. trouerai che la fia $9\frac{2}{18}$, & così discorrendo.

Ma bisogna notare, che per questa regola la radice di tutti quelli numeri, che auanzano di vna sola vnità a esser numeri quadrati cal sua radice, verrà senza rotto, & cal radice quadrandola nel detto suo quadrato fia errore di vna vnità, essempi grazia il 2. & similmente lo 8. & il 15. ouero di loro auanzo di vna vnità a esser numero quadrato, cioè che duelle a ciascun di loro 1. il 3 fia 4. & lo 8 fia 9. & il 15 fia 16. che sono tutti numeri quadrati, hor dico che cauando per questa regola la radice di 3. & di 8. ouero di 15. ciascuna di dette radici verrà senza rotto, & quadrandola co-

ſtima di loro ſara errore del ſuo quadrato per vna ſola vnita dal noſtro primo numero, eſempi gratia ſe cercaremo per queſta regola la radice di 5 trouaremo queſta eſſer 2 1/2, laquale 2 1/2 ſimo. 2. quali giongemo con queſt'altro 2 ſara 4 1/2 anco diremo, che ſia la radice propinqua alla verita del detto 5 laqual radice, come vedi è ſorda nonno, & quadrando tal radice (cioe quel 2) ſara 4 1/4 qual 4 1/4 cauadi 4. dal noſtro 5. come habbiamo detto il medeſimo ſara la radice di 5. laqual cauandola per queſta regola ſe trouara eſſer 2 1/2, che vuol dir 5 che è per ſorda nonna, & quadrandola ſara 6. cioe vno piu del noſtro 5. ſi che cauadi 1. da preſto, come habbiamo detto, il medeſimo ſeguira del 2 5. perche cauando la radice per queſta regola di tal radice venira 3 1/2, che vuol dir 4. 1/4 qual 4 1/4 quadrandola ſara 12. cioe 2 piu del noſtro 10. il medeſimo trouarai di 24. di 35. di 48. di 63. di 80. di 99. &c. oui da tutti quelli che trouarai di vna ſola vnita 2 eſſer numeri quadrati, onde adonq; (per preſto trouarli, che mi occorre) per emendar alquanto tanto errore vogliono che ſempre al doppio, che ſi trouera ſono alla detta virgola vi ſe gli aggiunge 1. In quello modo volendo cauar la radice di 5. diremo prima che la è 2. & quel 2. che gli auanza lo metteremo per ſopra vna virgola, & diremo di tal virgola gli trouarano il doppio della prima radice, & 1 di piu, cioe 5 trouarano 5 nel che diremo, che la detta radice di 5 ſara 2 1/5, & cō tal modo diremo che la radice di 8 ſara 2 4/5, & di 10 diremo che la ſara 3 1/5, & quantunque piu che tal ſua regola ne ſpedita meglio, per diſcoprirſi manco in queſti ſimili caſi con il ſuo quadrato dal noſtro numero, nondimeno que ſta non ſeguira in tutti gli altri caſi, perche ſe con queſta medeſima regola pigliaremo la radice di 17. diremo che la ſara 4 1/8 laqual quadrandola ſara 17 1/64, cioe 1/64 di piu quel 1/64, ma pigliando per la regola di quelli (piu preſto minori, che mathemmo) diremo che tal radice propinqua di 17 ſara 4 1/9 laqual radice quadrandola ſi trouara, che ſara 16 17/81, che ſara 17/81 manco del noſtro 17 nel qual 17/81 è molto maggior errore (in manco) del noſtro 1/64 (in piu) & pero anco biſogna fondarſi in queſta tal regola generale, vero è che in quella particolarita ſi non ſara da biaſimare ſeguirla (anchor che nel ſuo concluſione ſia ſempre manco del douere) per vna ragione, che nel ſuo proceſſo ſi ſara manifeſta. Anchora biſogna notare per quelle radice propinque, che ſe per ſorte in fine della sua generale operatione di tal ſorte di radice ſi trouaſſe più del doppio della sua radice già trouata ſara euidente ſegno ui hauer errato nella sua generale operatione, perche tal numero mai puo eſſer maggiore del detto denominatore (formato ſecondo quella regola da noſtri antichi, che anchi ne trouamo) ma ſolamente eguale, ouer minore di quello.

Regole di ſaper ſempre approſſimarſi piu nelle radici ſorde.

NOtiſi quelli modi antichi (come ſcrigo) di quelle propinque ſpeculate meritamente non ſi conuengono di hauer trouato la ſopradetta regola di trouar quella radice ou ſi propinqua alla vera, delli numeri non quadrati (equi radice da preſto, ſono dette radici ſorde) ma anchora ne inuestigorno vn'altra di poter con regola accoſtarſi ſempre piu alla detta vera, & per infinite volte, laqual regola è queſta.

Trouata che ſia la radice propinqua (di qualſi voglia numero non quadrato) per la regola detta nella precedente, dapoi ſimo la proua, cioe moltiplicarla in ſe medeſima, & vedi quanto ſia da piu del noſtro propoſto numero, & ſimo queſto pigliarai quel piu (cioe quella differenza) e partilo per il doppio di quella prima radice, che ui ha dato tal differenza, & quel che verra del detto partimento, caualo di detta prima radice, & il reſto ritornera ſara la ſeconda radice del detto noſtro propoſto numero, alla piu propinqua alla vera della prima. Et volendone trouar anchor vn'altra cosa piu propinqua della ſeconda, procederai con la detta ſeconda come ſi fece, ouer dette della prima, cioe farai la proua della detta ſeconda (moltiplicando in ſe medeſima) & vedi di quanto la paſſa, ouer ſupercchia il noſtro propoſto numero, & quel piu che la ui darà partilo per il doppio di tal ſeconda radice, che ti ha dato, & quel ancora caualo di detta ſeconda radice, & ſimamente ſara la terza radice piu propinqua alla vera della ſeconda, cioe che il quadrato di tal terza radice ſara piu propinquo al noſtro propoſto numero di quello, che ſara quello della ſeconda radice, & meno piu di quello della prima, & coſi con tal modo, & regola, con tal terza radice ne potrai trouar vna quarta radice piu propinqua alla vera della detta terza, & coſi con la quarta ne potrai trouar vna quinta, & con la quinta vna ſeſta, & coſi andar procedendo in infinito, eſempi gratia volendo cauar la radice propinqua di 5. procedendo per il modo detto nella precedente trouamo quella eſſer 2 1/4, hor ſe ne vogliamo trouar vn'altra piu propinqua di quella, quadraremo quella dicendo 2 1/4 fia 4 1/16 trouaremo, che ſara 5 1/16, cioe ſupercchiara il noſtro 5 del 1/16, dico che quella differentia, cioe queſto 1/16 ſi debbe partire per il doppio della detta radice, che ſia generata, cioe per il doppio di 2 1/4 il qual doppio ſara 4 1/2 pigliando adunque 1/16 per 4 1/2 ne ve-

rra

Resta $\frac{5}{1\frac{1}{2}}$, cioè $\frac{5}{\frac{3}{2}}$, & questo aggiunto al quadrato della nostra prima radice, cioè di $2\frac{1}{2}$ resta $2\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ per la nostra seconda radice di 5 più propinqua della prima, & che sia il vero fassi prova, cioè quadra questa tal seconda radice, dicendo $2\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ fia $2\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & troverai che fara $5\frac{1}{1\frac{1}{2}\frac{1}{4}}$, si che ne vedi di quanto manco era della prima, cioè di quanto manco la superchia il detto nostro 5. del la prima, cioè la prima lo superchiava in $\frac{1}{\frac{1}{2}}$, & questa seconda lo superchia solamente in $\frac{1}{1\frac{1}{2}\frac{1}{4}}$ cosa veramente insensibile.

Et se con questa seconda radice ne vorrai trovar un'altra terza più propinqua di essa seconda, procederai per il medesimo modo, cioè parti quel $\frac{1}{1\frac{1}{2}\frac{1}{4}}$ (ch'è la superchia il nostro 5) per il doppio di detta seconda radice, cioè per il doppio di $5\frac{1}{1\frac{1}{2}}$, il qual doppio fara $10\frac{1}{1\frac{1}{2}}$, partendo adonque $\frac{1}{1\frac{1}{2}\frac{1}{4}}$ per $10\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ ne verrà $\frac{1}{10\frac{1}{1\frac{1}{2}}\frac{1}{1\frac{1}{2}\frac{1}{4}}}$, & questo aggiunti alla nostra seconda radice, cioè di $2\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & troverai che resta $2\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{10}\frac{1}{20}\frac{1}{40}$, & come fatta la terza radice del detto nostro 5. per propinqua dell'altra seconda, cioè di $2\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, cioè se ne farà prova troverai così essere, & con tal ordine potrai trovarne un'altra quarta, per mezzo della terza, & dapoi per mezzo della quarta trovarne una quinta, & così potrai proceder in infinito.

Come si pongano le figure di numeri maggiori quando se ne vuol cavar la Radice quadra.

VEndo, che il numero, di che si haverà da cavar la radice sarà più, che di due figure si intende numero maggiore, perche egli accadarà che la sua radice sia più di una figura, & però ogni volta che si vuol cavar la radice quadrata di un numero di più figure 931759205763
sopra la prima figura verso man destra se gli ha un punto, & un'altro sopra alla terza (andando verso la man sinistra) & un'altro sopra la quinta, dico un gran numero di figure, che si ha un punto sopra a ciascuna figura, che sia ne i luoghi dispari, il primo di quai luoghi dispari vien a dire il primo verso la man destra, l'altro sarà il terzo, & così il quinto, il settimo, come che in margine vedi, cioè se ne va ponendo uno sì, & l'altro non cominciando a ponar la prima verso man destra, & lasciar la seconda, ponar la terza, & lasciar la quarta, ponar la quinta, & lasciar la sesta, & ponar la settima, & lasciar la ottava, & ponar la nona, & così procedendo si venirà a ponar sopra quelle delli luoghi dispari, come di sopra fu detto, & questo apponar di figure si fa, perche si ponga ne dieno di quante figure sarà la radice di quel proposto numero, & però se 1
proposto numero sarà solamente di una, over di due figure siamo certi la radice di quel nu- 9
mero altro non sarà figura sola, perche una, over due figure a ponarle non vi occorre fallo, che un punto 99
solo sopra alla prima, come tu vedi in questa sola $\dot{9}$, ouero in queste due $9\dot{8}$, perche dovendo rice- 987
ver dui punti bisogna che siano almeno a ver in questa forma $\dot{5}\dot{6}\dot{7}$, ouramente quattro al più, co- 7859
me sono queste $7\dot{2}\dot{5}\dot{3}$, & così dovendo ricevere punti bisogna che siano almeno cinque, come 85308
queste $8\dot{7}\dot{5}\dot{0}\dot{1}$, over sei al più, come queste $7\dot{4}\dot{5}\dot{4}\dot{3}\dot{8}$, & così procedendo di mano in mano. 7954[illegible]

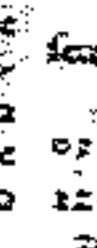
Come si cavano le radici quadre si di sorde, come sorde delli numeri maggiori, & prima in quelli, che le sue figure ricevano a ponti soli.

HAvendo per avanti mostrato, come si cavano le radici quadre si di sorde, come sorde, ouero propinque delli numeri menori, cioè di quelli che sono solamente di una, over due figure, li quali ricevono un punto solo, & finalmente, come si apponevano le medesime figure delli numeri maggiori, ciò mi pare che mostrato, come si cavano le dette radici quadre delli numeri maggiori, cioè di quelli numeri, che le sue figure ricevano più punti, ma per procedar con dolcezza cominciarono prima a cavarli di quelli che ricevano solamente dua punti, perche con tal modo ogn'un facil cosa fara a cavarli di quelli, che ricevano molti punti, e per tanto.

PRima operatione

VOlendo cavar la Radice quadra ponamo di 1296 prima ponga queste quattro figure secondo l'ordine detto di sopra, li quali quattro figure ricevano dui punti il primo sia dove figurato sopra la prima (cioè sopra il 6) & l'altro andara figurato sopra la terza figura, cioè sopra a quelli 2 conforme al figure pontate stanno in questa forma $1\dot{2}9\dot{6}$ li quali 2 punti ne dimostrano la radice di tal numero esser di due figure, & per trovar tal due figure alcuna di detto numero, come che in margine vedi, cioè come fin'hora ho voluto parlar a gala, & sendomi quella fatta a la fine questo fermo al secondo punto, cioè sopra a quelli 2 conforme, trova la radice di quel 12. che è del detto secondo punto in la, la qual radice viene a esser 3. il quale si pone prima oltra la linea a b, & dapoi li mette anchora sotto a quel 2 (del 12) & per saper quanto fia lo

Seconda operatione



mento, moltiplica quel 3 ch'è otto la linea, fa quell'altro 3 che è sotto a quelli = cassa, fan 9. & questo 9 cassalo di quello 9 che gli è sopra (si come si costuma nelli partir per battello, over galia) resta 2 il qual 3 tu lo poserai sopra quel 2 di mezo, dipoi dependerai il detto 2 di mezo in quella decina, cioè quel 2. che segue quel 2. & dependerai ancora quel 2. che posesti sotto a quel 2 fatto questo per regola generale duplica quel 3 radical (ch'è otto la linea a b.) fan 6. il qual 6 poserai sotto al 3 cioè sotto a quella figura, che non ha posto sopra di se, hor per trouar l'altra figura della nostra ricercata radice, bisogna trouar sotto a quel 6. doue figurato di sopra il posto, & per trouarla bisogna indouinar, che la sia di cal qualità, che moltiplicata fia quel 6 (duplicato della prima figura trouata) & anchora in se medesima debbi auere quelle figure, che di sopra sono a quel luogo si trouano, cioè (cioè non dependente) ouer più vicino che sia possibile, le quali figure in questo caso sono 36. come vedi sopra la seconda operatione, & per trouar tal figura con le debite condition inclinerai per il duplato della figura già trouata (il qual duplato è 6) la ricercata quali secondo il modo, che ci parue per battello, ouer galia si costuma, cioè vedendo quante volte puo entrar il detto 6 in quel 3 a lui sopra posto, & trouarai che v'entra 6 volte, & anchora 3. mesi che che sia noi il detto 6. cioè la linea a b. bisogna anchora di quello, che vi resta ne poter cauar il quadrato del detto 6 (che fan 36) & perche quel 3. che di sopra fu detto, che entrana intieramente quel 6 (che era il posto sopra) dira precisamente 6. dal qual ben si ne potra cauar quell'altro 36. & però trouarai similmente il detto 6. cioè la linea a b. conforme mente al primo 6. come nella nostra operatione in margine appare, & anchora il detto 6. sotto quell'altro 6 (che posto) & fatto questo moltiplicarai il detto 6 (cioè la linea a b) fia quell'altro 6 (duplato) fan 36. & questo sottrarai da quel sopraposto 36. & resterà 3. il qual 3 accorarai sopra al 3. & dependerai quel 3. & anchora quel 6 (duplato) si come che si costuma nelli partir per battello, ouer galia, & dipoi moltiplicarai anchor il detto 6 (cioè la linea a b) fia quell'altro 6 (che posto) fan 36. & questo 36 sottrarai di quel sopraposto 36. & resterà 0 quell'altro 6 (che ha sopra il posto) fan 36. & questo 36 secondo di quell'altro 36. che sopra fisso, & resterà 0. & dipoi dependerai tutte le sopraposte figure, come che nella nostra operatione in margine appare, & così considerata la radice del detto 2536 ester 36. cioè quel 3. che è otto la linea a b. & perche di sopra a tal operatione non vi è rimasto cosa alcuna, eccetto il numero 25 96 ester stato quadrato, & la sua prima radice quadra ester quel 3. & se vorrai far proua moltiplica il detto 36 fia 36. & trouarai che fan precisamente il detto 2536. & però sia detta tua operatione è buona.

Hauendo anchora cauar la radice quadra di 9604 seguendo come l'altre, tirando la linea a b. & dipoi ponar le dette quattro figure, come nella 25 si detto, cioè in quello modo 9604, come che anchora nella prima operatione in margine appare, & subito que sto trouarai la radice di quel 9 (che remane al secondo posto) & trouarai tal radice esser 3. il qual 9 tu lo noterai otto la linea a b. & anchora tu lo noterai sotto quel 6. che è sotto al secondo posto (come che nella seconda operatione appare) & fatto questo tu moltiplicarai il detto 9 otto la linea a b. fia quel 9 (che è sotto al 6) fan 81. & questo cauarai da quel 96 di sopra posto, procedendo come nel partir per battello, ouer galia, dicendo 1 di 6 resta 5. il qual 5 tu lo noterai sopra il 6. & le 8 decine ne le cauarai da quelle 9 di sopra, & ti resterà 1. il qual 1. tu lo noterai sopra il 5. & fatto questo dependerai quel 96. & quel 9 (ch'è otto al 6) & ti resterà, come che nella nostra operatione in margine appare, fatto questo, per regola generale duplica quel 3 della radice trouata, cioè quel 3 otto la linea a b. fan 6. del qual 6. tu noterai lo 6 sotto al 1. doue non ci posso sopra, & la decina di quel 1. tu lo noterai nello antecedente luogo sotto a quel 9 dependendo, come nella quarta operatione in margine appare, fatto questo bisogna indouinar un'altro digno, o vogli dir un'altra figura sotto al 5 (doue il posto sopra) di tal qualità, che moltiplicata fia quel 12. (duplato del 6) & anchora in se medesima debbi auere quelle figure sopra poste figure non deue, le quali figure fanno 1525. come pur vedi che fia possibile, & questa tal figura facilmente trouarai con quella decina del 12 (duplato) la quale è sotto a quel 2 (dependendo) perche ben guardi restarmene sopra a tal 2. un trouarai ester in 25. non dependendo, & però indouinarai quante volte posta intrare quella 2. nel detto 25. & tal indouinatione ci la farai, come che si costuma nel partir per battello, ouer galia, cioè bisogna limitar lo intrar di quel 2 nel detto 25. talmente che nel restante vi possa intrar quelle medesime volte quel 3. che segue, & che anchora del restante se ne possa cauar il quadrato di quel tal digno, o vogli dir di quella tal figura, onde per veder a tal effetto diremo 2 in 25 intrarà 9. perche una figura (nelli partir) mai può intrar più di 9 volte, ma facendolo intrar 9 volte verria numerar 81. il qual 81 accompagnato con quel 2 che segue fan 281. nel qual 281 lo sottrazione 8 non vi potria intrar le dette 9 volte, perche 8

fia 9

La radice di 2596 fia 36 predetta

fia 9 fia 1 .1. & perche il detto 1 lo faremo intrare solamente 3 volte, dopoi quelle 3 volte notaremo 3. sotto la linea a b appresso a quel 9. & lo notaremo anchora sotto a quel 3 (apponendo) come nella quinta operatione in margine appare. Fatto questo multiplica quel 3 (sotto la linea a b) fia quel 1 (sotto al 1.) fiano 3. & questo 3 formalo del sopraposto 1. restera 1. il qual 1 tu lo notarai sopra al 1. & subito depenarai quel 1. & anchora quel 1 dopoi multiplicarai anchora il detto 3 (sotto la linea a b) fia quel 3 (che sotto al 1) fiano 64. & questo 64 tu lo sommarai del sopra posto (che è 1.) & ti restera 1. il qual 1 tu lo notarai sopra al 1. & subito depenarai quel 1. & anchora quel 1. ch'è sotto al 1 finalmente multiplicarai il detto 3 (sotto la linea a b) fia quell'altro 3. ch'è sotto al 3 (apponendo) fiano 64. & questo 64 tu lo sommarai del sopra stante (il qual sopra stante è 1) & ti restera 1. il qual 1 tu lo notarai secondo che si ottiene nel partir per binomio, over gobia, & nanche altre (secondo che seguendo depenarai, come nella detta operatione in margine appare, & così tu conoscerai la radice del detto 961 essere quel 31. ch'è sotto la linea a b. & che sia di quelle già sommate 9. cioè del detto 961 fiano di quelle differenze (come fu detto nella 7) tu dimanderai radice esser 93. & trouarai 9. ma essendo di quelle continue non si conuenendo a rispondere di radice in quella forma (come fu detto nella 8) non bisognaria di quel 9 che stassi sopra una vergola, & di sotto a tal vergola metterai il doppio della radice trouata (cioè di 93) il qual doppio fiano 9 sichè tenendo il detto roto fiano in questa forma $\frac{1}{9}\frac{9}{9}\frac{3}{2}$, qual giunto alla dimandata fiano 93 $\frac{1}{9}\frac{9}{9}\frac{3}{2}$, & così fiano la radice propinqua al vero del detto 961 cioè 31. dico propinqua al vero, accioche tu non pensassi, che la sotile dispositione, assignata qui sotto regola terza, che ogni volta, che sopra alla sua operatione si trouasse qualche cosa sotile di sotto, che di radice fosse, cioè che la quale è differenza, si deue impossibile a poterla restituire per numero di sotto alcuno, cioè ne per numero fisso, ne per marco, ne per numero rotto. Egli ben vero che gl'huomo la si può positamente dare, come nel nostro proceder si farà manifesto. Et se della sopradetta terza conditione ne vorrai far proua multiplica quel 93 in se medesimo, cioè 93 fiano 961 cioè quanti sono gl'interi assignati qui sotto regola, & fiano 961. cioè equale al detto nostro numero, dal quale si cauata la radice, dicemo che la detta nostra operatione è stata buona. Tale poteti anchora approuare con la proua del 9. cioè del 7. & accioche tu intenda il nostro voglio, che la proui no per 7. & per far ciò come la proua di 93. tu trouarai quella esser 0. la qual multiplicata per intende sordine) in se medesima fiata per 0. alquanto, tu gli aggiongerai la proua di quel 1 9 che dimanca (la qual proua è 5) & fiata per 5. & così 5 debbe esser la proua del nostro 961 & perche multiplicata la 5 per 5 diremo la detta nostra operatione esser stata ben fiata per ragion naturale.

Bisogna notare che si potrebbe di volere trouare vn'altra seconda radice al detto 961 più propinqua di quella 93 $\frac{1}{9}\frac{9}{9}\frac{3}{2}$ tu lo potrai fare per l'ordine detto nella 9. & non solamente vn'altra seconda potrai trouare, ma vna terza, & con quella vna quarta, & così andar procedendo in infinito.

Di certe auertentie sopra il cauar, & dar una radice di un numero non quadro nelli numeri naturali.

15 Hora potria dir, come fatto io nelli numeri naturali, over mathematici nel cauar delle radici quadre, quali siano di questa differenza, over di quella, come sopra, come debba rispondere la radice quadra di quel tal numero proposto, rispondo & dico che la regola naturale insegna questo, perche se per sorte vn'argente volesse fornire vna battaglia quadra di genti, ponemo di fanti 961. & che quel tal'argente radunandole in final caso quanti fanti dolsero mancar per fila, acciochino quadro fussero il detto quadro per fuoco, over per luoco. In qual'hor questione volendola risolvere si non accaderia altro che cauar la radice quadra del detto 961. & rispondere la come numero di quella differenza, & secondo la considerazion del mathematico, de quale che sopra luoco indubitabile dicendo (come fu detto nella precedente) tal radice esser 93. & così ne concluderemo a quel tal'argente, che dolsero mancare 93 fanti per fila, & trouarai mancare 93 file, che 293 fanti per fila firanno vna battaglia quadra di genti di fanti 93 per faccia, o vuoi dir per cadun luoco, & mancagli anchora quelli fanti 132 fuori di detto ordinanza, & che la regola naturale insegna a rispondere la detta radice (in vn finil caso, come è stato detto, & la detta regola naturale si mantiene, come che fiano colli resti dicendo (in quello caso) a voler rispondere, over dare quella tal radice per quell'altro modo, che fu detto cognoscerli alli numeri di quella cognitione, dicendo che dolgano (al'argente) mancare fanti 93 $\frac{1}{1+9}$ per non potersi ne cognoscer fuor quelle $\frac{1}{1+9}$ di vno fante, perche vn'huomo è stato

uilale in quanto alla specie perche diuidendolo in quanto alla quantità, come si fanno li ottonari in botteria il non fara piu buono, ne piu di buono.

Vo volendo cauar quadro del detto numero 963737 bisogna prima ridurlo in superficie, cioe in quadro, cioe ridurlo in quadrato, & questo si fa multiplicando quello per se stesso, cioe 963737 via 963737 fanno 928299963169, & questo è il detto numero ridotto in superficie, cioe in quadro, & hora per cauar la radice quadra di detto numero 928299963169 bisogna prima diuidere detto numero in faccie, cioe in quadri, & perche detto numero è di dodici figure, però li quadri saranno sei, cioe uno per ogni due figure, & perche detto numero è di dodici figure, però la sua radice quadra sarà di sei

15 VOlendo anchora sapere, ouer cauar la radice de 96831728. seguirai le nostre regole, & ponerai secondo il solito ui trouerai che vi occorre quattro ponti, come nella prima operatione appare, hor per abbreuiar parole dico che ne debbi cauar la radice di quelle sei figure verso man sinistra (cioe di 968317) precisamente secondo l'ordine detto, & fatto nella precedente, & perche sono quelle medesime figure della precedente, ne ne verra medesimamente quel 934. che di sopra ui mostrai, & ascendera di sopra quel medesimo 125. che di sopra ui mostrai, come nella seconda operation appare, hauendo poi da duplicare secondo l'ordine detto la detta radice fin hora cauata, cioe quel 934. fara 1868. & di questo duppiato metterai la 8. sotto al 7 (non ponendo) & le altre figure di tal duppiato andarai oltra allontando di mano in mano, come nella terza operatione appare, & fatto questo torna al 8 (ponendo) bisogna ancor qui di nouo ui digo, o uuoi dir una figura di tal condition, che multiplicata fia quel 1868 (duppiato) & in se medesima detratta, resti il sopraposto, cioe quel 12687. ouer anche piu uicino che fia possibile, & questo tal digito, facilmente si trouera con quel 1 (del duppiato) secondo l'ordine del partir per battello, cioe uedendo quante uolte il detto 1 puo entrare nel numero a lui sopra posto (non deposto) & qui è 12. & per tanto diremo 1. in 12. entrara una uolta, ma perche nel restante le consequente figure non ui potria entrar quella uolta, egli necessario fia poi entrar nulla uolta, & cosi bisogna secondo l'ordinario costume in due luoghi, cioe oltra la linea a basso posto alle altre figure radicale, & anchora sotto al 8 (apponendo) come che nella quarta operatione appare, la quale (oltra la linea a b.) multiplicandola (per seguir l'ordine) di mano in mano nelle seconde figure del numero 12687. & tai multiplicationi andarle sottraendo dalle figure del sopra notato numero, cioe di 12687. ne ne uenira 2 restar quel medesimo 71687. come da te puoi considerare, & pero non ho uoluto far altramente questa ultima operatione per non ti confondere lo intelletto con tante operationi, & pero concluderemo la radice del detto 968317128. esser 934. & auanzar 11687. essendo quanto dissemo, ma essendo contenta tu potrestii quel auanzo 11687 sopra a una uirgola, & di sotto da quella tu gli ponessi il doppio della nostra radice cauata, cioe il doppio di 934. che fara 1868. & starai in questa forma $\frac{1\ 1\ 6\ 8\ 7\ 2}{1\ 8\ 6\ 8}$, che giouera 934 fara $934\frac{1\ 1\ 6\ 8\ 7\ 2}{1\ 8\ 6\ 8}$, & tanto fara la radice propinqua del detto 968317128. Et se per sorte ti paresse di uoler trouar un'altra seconda radice piu propinqua alla uerita della sopradetta, lo puoi far per il medo dato nella nona di questo. Et senza che piu oltra mi stenda ben sono (per le regole date) per un medesimo segno cauar tal radice nelli numeri, doue che'l numero delle sue figure nouemo non solamente 1. ouer 6 ponti, ma in ogni altro maggior numero di dette ponti, perche in tutte si osserua il medesimo ordine.

16 Ella inuention delle dette radici quadre delli numeri non quadrati, proposse Oronzio di voler dare un'altro modo, piu facile, & piu breue del sopra posto (da noi anticamente ritrouato) & per effequir tal effetto dice che a quel numero, che desideriamo dire mo tal radice quadra, gli debbiamo aggiongere dalla banda destra quante noue ne parera distribuire per numero pare, come sara 2 dico 00. ouer 0000. ouer 000000. & cosi discorrendo essendo lo accrescimento del numero binario, & che dapoi di quello numero ritrouato, dico che dobbiamo cauare la radice del tutto secondo la regola sua (di sopra detta) & della detta radice dico che dobbiamo trouare, ouer leuare tante figure dalla banda destra quanto sara la mita del numero delle noue, che gli fu aggionte, & il restante delle figure, che sara verso la parte sinistra sara il numero integro di detta radice, & quelle figure, che saranno state lasse, ouer tolte dalla banda destra, multiplicandole poi per quel numero arnolo, che ne piacera di denominare le parti di quel numero integro, come sara a dir per 10. le vorremo denominar le parti del nostro integro per 10. ouer per 20. le vorremo denominar per 20. ouer per 30. ouer per 40. ouer per 60. le per 60. le vorremo denominar, ouer le vorremo dandare il nostro integro in 10. ouer in 20. ouer in 30. ouer in 40. ouer in 50. ouer in 60 parti, come costumano gli astronomi li gradi in 60 minuti &c. Et cosi da tal prodotto lasse per fuora dalla banda destra, cioe tagliate fuora tante figure quanto sara la mita delle predette nelle aggionte, & le restante figure foranni appresso al numero de gli integri per auanzi ritrouati per la prima fratione denominata da l'articolo multiplicante, & dapoi questo multiplicare un'altra volta quelle figure lasse, ouer tagliate fuora dalla banda destra per il medesimo articolo, & dal prodotto remouerai, ouer lasserai fuora medesimamente tante figure, come prima per dalla banda destra, & il restante collocarai appresso a quell'altro rotto per la seconda fratione del medesimo integro, o per dir meglio per la fratione di una uolta della prima fratione denominata dal medesimo articolo, & cosi con tal ordine si potria proceder in infinito, come dissemo, & per piu meglio intendere, per esempio propone di voler cauare la radice

quinta operatione

00	2	
12		
0772		
1536256		
96831728		934
9836		
1196		
	b	

La 1 propinqua di 968317128 fara $934\frac{1\ 1\ 6\ 8\ 7\ 2}{1\ 8\ 6\ 8}$

prima operatione

	2
968317128	
	b

seconda operatione

00	2	
12		
0772		
1536256		
96831728		934
9836		
1196		
	b	

terza operatione

00	2	
12		
0772		
1536256		
96831728		934
9836		
1196		
	b	

quarta operatione

00	2	
12		
0772		
1536256		
96831728		9340
98364		
11996		
	b	

La 2 propinqua di 968317128 fara $9340\frac{1\ 1\ 6\ 8\ 7\ 2}{1\ 8\ 6\ 8\ 0}$

Oronzo

di 10. & per esser nel numero più prossimo della sua regola accostarsi, dice che gli debbiamo aggiugnere nella 4. decina, & sarà 20000000. Di qual numero dice, che gli debbiamo cavare nella seconda (secondo l'ordinario decimo nella sua operatione) per il qual modo troviamo nel residuo 316. & mezzo 1750. come che in margine vedi. Di qual numero non si ne deve cavar più per esser cosa di minima error, ma di quella radice 316. dice che se ne debbe levare via nella 3. decina, cioè sarà sotto quel 10. che si è posto nella 4. decina, che gli fu aggiunto nel 2. & si resterà di tal numero alla 3. figura una quad 3 meno, & quello 3 dice che si debbiamo formare per il numero integro della sua radice, & quel 316. che hanno, overo sarà bene di voler dividere il nostro integral numero per 60. per esser al medesimo numero moltiplicarne il detto 316. per 60 sarà 18960. & da quello formar sopra nostra numerazione 3 figure, cioè quel 100. & si resterà 9 per le prime unità, dapoi si debbono ancora aggiugnere alli 9 unità, & altre 3. & sarà 12. & mettendo 0. & volendo anchora cavarne il secondo numero, essendo che quad 100 per 60 fa 6000. da formar sopra per 3 figure per la medesima ragione, cioè quad 100 restano 4. & levando, finalmente essendo anchora quel 100 per 60 fa 6000. & da quello formando sopra similmente 3 figure, cioè quelle 000 restano 12 come qui appresso, dove quel primo 9. secondo, & 12 terzo, & dapoi insieme con il 3 integrale, overo sarà 3 integri & primi minuti 42. secondi, & 12 terzi, & così cavando di più la detta radice di 316. dapoi sua regola anchora che in questo caso, & così con tal sua addizione di detta sia radice. 000000. fia alquanto più propinqua alla vera radice in dubbio, che in niuna di quelle volte di sopra quella volta facendo il nostro regolo, in proposito, posto detto radice alla più propinqua alla verità di quella sia, che si dice dover per il vero, & più preciso, come che di sopra si mostrava, che nella sua regola è di gran momento, & uso per quando, che si vuole in proposito di cavar la detta radice di numero grande, cioè che il numero della figure eccedesse quanto più, & quale già sopra si è posto anchora 6. cioè 6 volte il suo proprio grande, & ordinario progresso, come di sopra, & così basti il detto di sopra, & così di più non mancherò.

Della 6. sua regola per dar il suo operatore.

LA 6. sua regola per operatore è quella che quello aggiugnere di 20000. cioè 20000. nel suo residuo per numero binario le fa perfette radici quadrate del numero proposto in parti, cioè in 100. quadrate, & 200 parti quadrate, & così basta di tal radice la sua regola a chiarezza. Una di quelle parti, & non sopra il tutto, perche egli manca error 2 talor anche per molto numero di un piccolo, non di un sol punto, che mai non si vien a fallire, & però quando, che al nostro proposito vi fosse aggiugnere due mille vien ad haver moltiplicato quelle mila del detto numero per 100. cioè per 3 quadrati di 2. & però non si vuole aver da fare quelle mila intieri del proposto numero di 2 parti eguali, onde anche poi la radice di detto numero non è altro di quelle parti decime, & il resto di tal operatore vien a dire non di quelle parti decime, & per ciò sono di così minima, & poca error, & perche il numero della detta radice è di parte decime, per farle poi integrali che è partendo per 10 con il suo resto quella figura verso man della sua per esser la mia delle due in quello (prima aggiunte) & così quella figura formata sarà sempre per partidecime da moltiplicar per 100. per quel numero che gli parerà da dividere quelle mila intieri della radice primo. & però ad effetto proposto di hai, cioè di cavar la radice di quel 2. aggiongendoli quelle 000000. vien ad haver moltiplicato il detto 2. per 1000000. cioè per il quadrato di 1000. & però vien ad haver diviso le mila superflue del detto numero 1000000 parti, onde resta intieri integrali 2 cioè divise finalmente in 1000 parti, cioè nella radice del detto 1000000. & però quella radice, che ne verrà, cioè quel 1414. vengono a dire parti millesime, onde partendole per 1000. con il suo resto quelle sue figure della banda della vera a venire 1 resta integre, & quelle 414. vengono a dire $\frac{414}{1000}$, onde volendo di questo resto cavarne li primi minuti a ragion di 60. al luogo, & dapoi secondi, & dapoi terzi il resto moltiplicando per 60. & partendo per 1000. come di sopra è stato fatto, & così basti circa la detta sua operatione.

Come che la sopradetta regola data da Oronzio alle volte dalle dette radici

sodisfa più lontano dalla verità di quello fa la regola data da nostra antica matematica.

ALa radice di 2. con lo aggiongerli 6. mille, fia alquanto più propinqua alla verità (cioè alla ver-

vera radice di 10 del Falco, perche il quadrato di quella fara $9\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, il qual quadrato ſi correggera dal noſtro 10 in quello resta $\frac{3}{4}$, il quadrato di quella cauata secondo la regola de gli antichi, fara $0\frac{1}{2}\frac{1}{4}$, che è quadrato di quella ſuperabondaria il noſtro 10 in $\frac{3}{4}$, ſi che il

digito cercandolo secondo l'ordine dato sopra alle dette diuisioni (per numeri fatti) trouarano quello esser .2. qual .2. posto appresso a quelle .3. dicemo nel principio trouarsi .23. & hauer la detta radice di .1.0.4. laqual radice s'intende esser diforca, & non sorda, perche sopra a tal operatione non vi auanza .2. che se ne fussi potuta trouare cosi esser, ope se causa detta radice sorda, che si manifesta.

Corellario.

Dalla sopra narrata propositione di Euclide si manifesta, che se sia vna linea data, come si voglia il quadrato di tutta la detta linea sempre sia equale a quelli .3. principali prodotti, cioe al quadrato della prima parte, & al doppio del duro della prima parte nella seconda, & al quadrato della seconda parte.

Cioe il primo produtto vien a esser il quadrato della detta prima parte (laqual prima parte s'intende quella che la man sinistra) il secondo produtto vien a esser il doppio del duro della prima parte in la seconda (l'una, & l'altra) & il terzo produtto vien a esser il quadrato della seconda parte.

Come che quella regola trouata (per mio aduiso) da gli antichi & hoggi non usata per determinare la radice propinqua delli numeri non quadrati, si troua per ragion geometrica, & non per ragion numerale.

Ben vero non è da tacere, che quella regola data da molti antichi matematici, per trouar quel vero nelle radici sorde (detta nella tauola di quelli) esser stata trouata per ragioni matematici, & non numerali, ancor che tal radice non sia (ne anco si possa) predire, & quello si manifesta con la predetta quarta del secondo di Euclide, perche se sia posto il quadrato .a.b.c.d. che l'area superficiale sia pertanto piedi .10. superficiali, & che di quello vogliamo determinare quanto sia il lato, cioe quanti piedi lineali sia il lato di quello, & perche tal lato sara precisamente la radice di .10. laquale prima sara .3. & auanzara .1. & quelli .1. che ne auanza ne danno tal lato esser alquanto piu di .3. hor supponiamo che la linea .c.e. sia piedi .3. lineali, & che la .e.d. sia quello che superchia il detto piede .3. & sia tirato il numero ch. & dal punto .c. sia tirata la .c.h. equidistante alla .b.d. & dal punto .g. done che quella lega il detto .c.h. sia tirata la linea .g.f.i. & fatto questo egli e manifesto, che il quadrato .c.e.g.f. esser .9. (per esser il suo lato .c.e. .3.) adunque il gnomone .a.b.d.e.g.f. esser .1. perche essendo il quadrato .c.e.f.g. (ch'è .9.) dal quadrato .a.b.d. (ch'è supposto esser .10.) restara .1. (come è detto) per il detto gnomone, & perche il detto gnomone (per la detta .4. del secondo di Euclide) vien a esser equale al detto della .e.d. nel doppio della .c.e. (qual doppio sara .6.) & al quadrato della detta .e.d. & perche la .e.d. resta minore assai di .1. (perche se la fusse .1. esser pur di .1. al quadrato .a.b.c.d. sara .1. con piedi .2.6. & non è cosi, che .1. (dal supposto) si pone sopra la detta .c.d. & ancor non vien esser .1. intiero, & di tal qualita, che moltiplicato in il detto doppio della detta .c.e. & insieme detto fatto in quello del detto gnomone (laquale è .1.) non arriua per proportione che la possi fare, & benche a questo modo non si potria trouare, che diremo noi a quello, che non essendo la proportione tra che delle precisamente in breue (per non esser il numero quadrato) onde per trouarne vn per regola buona (& non a caso) alli propinquo al vero piu speditione, dirano come vno, che moltiplicano semplicemente la detta .e.d. che fa esser la detta quarta del gnomone (laquale è .1. come e detto) & perche il doppio della detta .e.d. è .6. pertanto dicono quel .1. per il detto .6. ne vsciria $\frac{1}{6}$, laquale $\frac{1}{6}$ moltiplicano in il detto .6. fara la detta quarta del gnomone, cioe fara .1. & cosi in questo caso si dira la detta .e.d. esser circa $2\frac{1}{2}$, & non la .e.d. esser circa $3\frac{1}{10}$, dicono circa $3\frac{1}{10}$, perche la non è di precisione, perche dicendo esser di precisione bisogna, che la quarta del gnomone sia $=\frac{1}{10}$, cioe equale al detto della detta .e.d. nel doppio della .c.e. & al quadrato della detta .e.d. (per la detta .4. del secondo di Euclide) cioe, che l'area superficiale del detto quadrato .a.b.c.d. sia $=1\frac{1}{10}$, dicono che in tal caso il detto gnomone vien a esser $=\frac{1}{10}$, perche a cauar il quadrato .f.g.e.c. (qual è .9.) del quadrato .a.b.c.d. (qual detto nuouo supposto) resta $=\frac{1}{10}$ per il detto gnomone, & perche il duro della .e.d. (che è $\frac{1}{20}$) nel doppio della .c.e. (qual doppio è .6.) insieme con il quadrato della medesima .e.d. (qual quadrato è $\frac{1}{100}$) è equale precisamente al detto gnomone (qual è precise $=\frac{1}{10}$ del nuouo supposto) onde (per la detta .4. del secondo di Euclide) resta la linea .c.d. (fuor del quadrato .a.b.c.d.) essere in questo caso precisamente $3\frac{1}{20}$, perche saria precisamente la radice di $=1\frac{1}{10}$, che habbiamo detto nuouo supposto il detto quadrato .a.b.c.d.

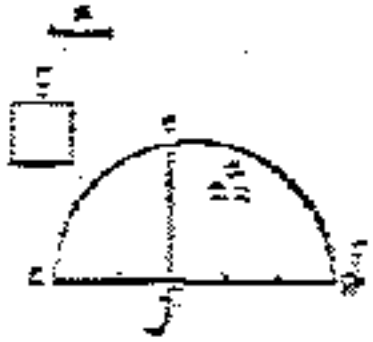
Corellario

Corellario.

Per tanto dalla sopradetta argumentatione si manifesta, come che il quadrato di qualche radice propinqua di numeri non quadrati, formati secondo quella regola data di gli antichi antichi, sempre nella somma di questo esser sempre manco per dui del nostro numero non quadrato, quanto che è quadrato di quel resto formato con il ridutto sopradetto a tal operatione, undeci che tal resto non redutto in resto, perche se ben tal quadrato di quello si desse in quella maniera potria corrispondentemente alla somma di questo la radice di numeri non quadrati, che mancano di una sola unità a dire numeri quadrati la sua radice propinqua manco secondo l'ordine della detta regola vedra sempre resto, perche di tal resto se ne causa precedentemente una unità, & però il quadrato di tal radice eccede il nostro numero non quadrato di 1. che sia pur a proposito 1. per le sopra notate argumentationi.

Come che le radici quadre, si delli numeri non quadrati, come quadrati si possano per via geometrica trouare, & dare precisamente per linea.

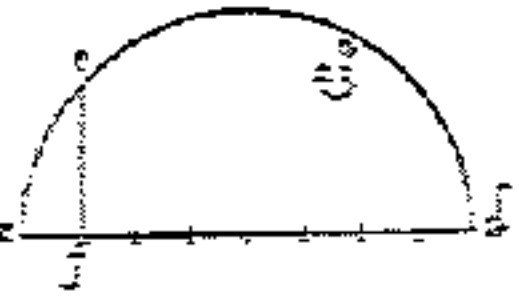
Nchora che le radici di numeri non quadrati non si possino perfettamente cauare, ne dare per numero di sorte alcuna, cioe ne per numero rotto, ne manco per numero integro, ne manco per numero sordo, & rotto, nondimeno per regole geometrice cauate si possono perfettamente dare, & assignare per linea, ma per ben intendere la pratica di questa operatione bisogna notare, che li numeri che per questa regola geometrica si propongono di cauarne le radici si debbono intendere numeri di misure superficiali, cioe di tante pertiche, over di tanti piedi, over di tante altre misure formate a nostro piacere, & per tal misura superficiale si debbe intendere per uno quadretto di una di esse misure per banda, & per tal misura lineale si debbe intendere semplicemente tal misura, cioe modo megliore ne intendi possiamo che la linea ac sia posta in margine di una misura formata a nostro piacere, & voglio che la supponiamo per un piede, hor intendo questo supposto, dico che tal misura si chiamara un piede lineale, ma intendendo il quadretto abcdefa che sia uno di detti piedi per banda, dico che tal quadretto si chiamara un piede superficiale, anchora bisogna notare quando che si propone un numero di quanta consideratione di cauarne la radice, sempre al numero si debbe intendere di misure superficiali, & quando si ha cauata la sua radice tal radice s'intende di misure lineali.



Hor per venire al proposito nostro, volendo per via geometrica cauare la radice (propinqua) di 6 piedi superficiali, prima dui numeri che moltiplicati l'un fia l'altro faccia 6. & cauandi che = sia; sono numeri 2. & 3. cioe che fatto 6 diuso quello in una linea, che sia longa tanti piedi quanto sono la somma di detti dui numeri (che è 5) tal linea sia la c d. & sopra di tal linea descrivendo un mezo cerchio, qual sia c e d. & dal punto f (il qual punto f è quello che distingue li dui piedi della detta linea c d.) sia tirata la linea f e perpendicolarmente sopra la c d. per fin che leghi la circonferentia in punto e. & dico quella linea f e esser la radice propinqua di detti piedi superficiali, & questo si puo dimostrare per la 13. del secondo di Euclide, perche il diuso della parte c f nella parte f d è equale al quadrato della f e. & perche il diuso della detta c f nella f d, li 6 piedi superficiali adunque il quadrato della detta f e vorra esser precisamente piedi superficiali 6. & per che la detta linea f e, vien esser la propria radice di tal quadro segue che la detta linea f e sia la prossima radice di tal quadrato, di che si proposito, anchora per il corollario della somma del lesso del detto Euclide si manifesta la detta f e esser la prossima radice di 6.

Sono stato posto in questo luogo da molti di me, per hauer io secondo nel principio del nostro generale trattato, che le parti di quello, fussino di tal qualita, che dicano da se stesse le cose dimostrate, circa il modo del principio di fine per se cauti fussi ben non capace delle sopra argumentationi, adonde dicia questo luogo fon stato sforzato a far questo per assignar la radice a gli numeri superficiali delle sopradette figure, quali sono il piu pratico (per non esser capace di intendere le sopradette cose per ora, & dimo piu che non la sperienza fia per provarmi, & sempre giunga supponendo sempre che la linea f e sia la propria, & vera radice di 6 piedi superficiali, & che se voglia voler quando si difficulta della vera, quella radice propinqua del detto 6 cauando quella regola de gli antichi per volte detta, la quale radice propinqua del detto 6 fusse 2 $\frac{1}{2}$, & questi 2 $\frac{1}{2}$ s'intendono piedi 2 $\frac{1}{2}$ lineali, & però pigli diligentemente con un compasso la misura di quella linea a (equale in questo caso e supposta per un piede lineale) & con tal compasso vedi quante volte essa misura la detta linea f e, & che trouerai che la detta misura si troua dentro la detta linea f e 2 volte & mezo, cioe che tal linea f e sia 2 $\frac{1}{2}$ misure, e questo

del detto compasso, per il che farà certo, che la canna del radice di 6 (tolta, cioè canna secondo l'ordine di detti radici) effer inferiore nella detta radice, anchor che il quadrato di quella (in questo caso) faccia $\frac{1}{2}$ di più del nostro 6 (cioè che faccia $6\frac{1}{2}$) ma tal errore di $\frac{1}{2}$ s'intende solamente nel suo quadrato, & non nella radice, & però usarai.



Vendo che per fare il numero di che si haueua a cauar la radice grossa, ne per questo fusse numero primo, cioè che l'non si potesse trouar dui numeri, che multiplicati l'uno in l'altro facesse quel tal numero, tal cosa effequirai con la vnità, & quel tal numero ad esempio gratia, prouamo che l'numero, che ne occorra di cauar la radice quadra di 7 piedi superficiali, & perche si non si può trouar dui numeri, che multiplicati l'uno in l'altro facci 7. in tal caso torrerno la vnità e il medesimo numero cioè 1. e 7. perche multiplicati l'uno in l'altro fanno 7. & così tirarno una linea poniamo la c d (di questo secondo esempio) longa 7 piedi (cioè quanto che la summa di quel 1. e 7. come in margine appar, & sopra di quella tiraremo un mezo cerchio (si come fu fatto nella passata) quel sia c e d, & dal punto c (qual dimostra quel la parte di un piede da quell'altra de 7 piedi, cioè la parte c d. della parte c d.) tirarai la linea c e. perpendicolare alla c d per fin che tagli la circonferentia in punto e. & così quella linea c e. deue esser la vera radice di detti piedi 7 superficiali, laquel cosa si dimostra con quelli medesimi argomenti con li quali fu dimostrato la precedente, ma se noi pensiamo di applicare la vera apponente con la radice propinqua di 7 per li modi detti, & troueremo che tal radice propinqua fara piedi $2\frac{1}{2}$ lineali, onde pigliando con il compasso la misura di quella linea c a, laquel supponiamo per il nostro piede lineale, & con tal apertura di compasso misurarai la detta linea c e. il che facendo troueremo al fondo quella esser precisamente piedi $2\frac{1}{2}$ anchor che così non si predichi certe, & questo procede perche il suo error non è sensibile, & così con tal ordine potrai trouar la detta radice di qual si voglia altro numero, ma bisogna che ui sia diligente nel operare, perche le multiplicationi operarai, malamente trouarai la radice cercata.

Non che la detta radice propinqua di 7 che per numero hai trouato esser $2\frac{1}{2}$ fia quadrata trouarai il suo quadrato esser $7\frac{1}{4}$ che fara $\frac{1}{4}$ più del nostro 7. & se ben tal errore è più che minimo piede superficiale per esser nel suo quadrato, nondimeno nella propria radice (cioè in quelli piedi $2\frac{1}{2}$) è uno errore insensibile, come che con il compasso nella grossa radice tal error poco o nulla si conosce, come che di sopra è stato anchora detto, & fatto, quello che uolessi operar accioche tu non credessi, che quello errore di $\frac{1}{4}$ folle nella propria radice, cioè in quelli $2\frac{1}{2}$.

Come si cauano le radici quadre di numeri rotti, & fanno rotti. Cap. II.

Per cauar la radice quadra di numeri rotti bisogna notare, come che di tai numeri ritrouarai alcuni quadrati, & alcuni, & molti per tutto il non quadrati, che i quadrati sono solamente quelli, che l'uno numerare, & anchor il suo denominatore è numero quadrato, come sono numeri $\frac{1}{4}\ \frac{4}{9}\ \frac{9}{16}\ \frac{16}{25}\ \frac{25}{36}\ \frac{36}{49}\ \frac{49}{64}\ \frac{64}{81}\ \frac{81}{100}\ \frac{100}{121}\ \frac{121}{144}\ \frac{144}{169}\ \frac{169}{196}\ \frac{196}{225}$ & così procedendo in infinito. Onde per cauar la radice di tai sorti di numeri, & di altri simili cauarai la radice del suo numeratore, & quello ponerai sopra una virgola, & dietro di quella ponerai la radice del suo denominatore, & così seguendo volendo cauar la radice di $\frac{4}{9}$ cauarai la radice di quel 4. che è sopra la virgola, laqual è cauata esser 2. ponerai quello 2 sopra una virgola in questa forma $\frac{2}{\ }$, dapoi cauarai la radice di quel 9. che è sotto la virgola, che troueraj quella esser 3. & quello 3 metterai sotto a quella medesima linea dove fu posto quello 2. il che facendo sarà $\frac{2}{3}$, & così concludendo la radice di $\frac{4}{9}$ esser $\frac{2}{3}$, & se ne ritrouarai far prova moltiplicando la detta radice in se medesima cioè $\frac{2}{3}$ fia $\frac{2}{3}$, & troueraj che farà il detto $\frac{4}{9}$, & però fia benefitio di tal ordine procederai ne gli altri sopradetti, troueraj la loro radice esser come in margine appar.

Ma bisogna notare che molte volte sono fatti quadrati, & non pareno esser quadrati, perche il suo numeratore, & similmente il suo denominatore non fia numero quadrato, come ad esempio gratia fia quello $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$, del quale ad 1. (che è sopra la virgola) ritrouarai 1. & 32. che è sotto alla detta virgola è numero quadrato, & nondimeno tal rotto è quadrato, perche se tal rotto (ridotto per via nostra) che ne deueni $\frac{1}{2}$, che la radice di quello è $\frac{1}{2}$, & però si non si può affermare, che un rotto non sia quadrato, fermo quando di esso fatto per fin all'ultima fattione quando poi che quel fia fatto per fin all'ultima fattione se l'uno, & l'altro di detti numeri, che formerano quel tal rotto non fia quadrato si potra finalmente dire tal rotto non esser quadrato, cioè l'uno, & l'altro di detti dui numeri, perche anchor che tal rotto ne habbia uno di detti dui numeri, che sotte numero quadrato, & l'altro nō quadrato (o la qual di sopra, over qual di sotto) giustamente si può giudicare tal rotto non esser quadrato.

Le due radici sono $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$ & $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$

Numeri rotti quadrati $\frac{1}{2}\ \frac{9}{8}\ \frac{25}{18}\ \frac{49}{32}\ \frac{81}{50}\ \frac{121}{72}\ \frac{169}{98}\ \frac{225}{128}\ \frac{289}{162}\ \frac{361}{200}\ \frac{441}{242}\ \frac{529}{288}\ \frac{625}{338}\ \frac{729}{392}$

Del primo modo di cauar la radice propinqua nelli rotti non quadrati.

1 QVando che'l rotto non fara quadrato, & che ne vorrai cauare la radice propinqua al vero (per esser impossibile cauarla vera, & precisa per numero) si puo esequire in doi modi, il piu commune è cauar la radice propinqua (ouer manco vera) di ciascun denominatore, come del numeratore, & dapoi partire la radice del numeratore per la radice del denominatore, & lo auenimento fara la radice propinqua del proposito rotto non quadrato (dico come che si ofenda assai nelli rotti quadrati) ellempi gratia volendo cauar (per questo primo modo) la radice propinqua di $\frac{5}{7}$, cauo la radice propinqua di quel 5 che è sopra la virgola, che per li modi dati trouarai esser $=2\frac{1}{4}$, poi cauo ancora la radice propinqua di quel 7 (che è sotto la virgola) laquale trouarai esser $=2\frac{1}{2}$, hor parti $=2\frac{1}{4}$ per $=2\frac{1}{2}$, & trouarai, che ne vien $\frac{9}{10}$, & cosi la radice propinqua al vero del detto $\frac{5}{7}$ esser $\frac{9}{10}$, vero è che quadrando questo $\frac{9}{10}$ fara $\frac{81}{100}$, che fara $\frac{19}{100}$ manco delli detti $\frac{5}{7}$, per non esser ui radice la vera radice, il medesimo ofenderai quando che l'uno di duoi numeri formanti quel rotto fosse numero quadrato, ellempi gratia volendo la radice propinqua di $\frac{7}{9}$ cauo la radice propinqua di 7 laquale trouarai esser $=2\frac{1}{2}$, & questa partirai per la vera radice di 9 (laquale è 3) & ne vien $\frac{5}{6}$, & tanto condederai esser la radice propinqua di $\frac{7}{9}$, che se farai proua, quadrando quel $\frac{5}{6}$ trouarai, che fara $\frac{25}{36}$, che fara $\frac{11}{36}$ piu del nostro $\frac{7}{9}$, & cosi con tal modo cauando la radice propinqua di $\frac{5}{7}$ trouarai quella esser $\frac{9}{10}$, che quadrando fara $\frac{81}{100}$, che fara $\frac{19}{100}$ manco del nostro $\frac{5}{7}$.

Del secondo modo di cauar la radice propinqua nelli rotti non quadrati.

2 L'altro modo di cauar la radice propinqua nelli rotti non quadrati è questo, multiplica il numeratore fia il suo denominatore, & la radice propinqua di tal prodotto partirai per il denominatore di tal rotto, & lo auenimento fara la radice propinqua del proposto rotto, ellempi gratia volendo per questo secondo modo cauar la radice propinqua del $\frac{5}{7}$, dico che ne debbi multiplicare quel 5 che è sopra la virgola fia quel 7 che è sotto alla detta regola fara 35, & di questo 35 cauarai la radice propinqua, che (per li modi dati) trouarai quella esser 6, & questo 6 partirai per il denominator del nostro rotto, cioe per 7, & ne vien $\frac{6}{7}$, & cosi dirai, che fia la radice propinqua di $\frac{5}{7}$, che se la prouarai multiplicandola in se medesima, cioe $\frac{6}{7}$ fia $\frac{6}{7}$ fara $\frac{36}{49}$, & questo fara $\frac{1}{49}$ piu del nostro $\frac{5}{7}$, & per la regola del primo modo a cauar la radice ellatta $\frac{6}{7}$ è quadrato, della quale (se ben si ricorda) era $\frac{1}{49}$ manco del detto nostro $\frac{5}{7}$, & pero fia maggior errore, perche $\frac{1}{49}$ è assai manco di $\frac{1}{36}$.

4 Ancora che se ben di questo secondo modo mi rincresca assai causa della sua operazione, ancora che tal modo sia generalmente piu grato, ouer manco fallace del primo, & quantunque la causa di questo non potra forse esser intesa per le cose fin a questo luogo dette dal studente della predetta opera, per non hauer ancora parlato della proportione, & proportionalita, & li suoi mirabili effetti, ma quando che non si vedra fia gionto alla causa del settimo capo di tal numero (nella quale si mostra per la nouita delpresente, & del ultimo di ne cerchi proportionali a fine per cauar il cenzino di numero, ponendoui ogni dimostratione) trouarai la causa di tal seconda regola.

Dapoi fatto il sopra nostro ricordo mi ho pensato, che molti studianno la predette opera, siano di diuerse vsitate, & inuero il nostro precettor Euclide Megarense, onde per euitare a questi inconuenienti (cioe che pretendeva al nostro ordine) voglio dichiarare la causa di tal seconda regola, ouer modo, dico adonque che questo secondo modo è molto piu sottile, piu giusto, ouer manco fallace del primo per questa ragione, che nel primo, la maggior parte delle volte siamo soggetti a duoi errori, cioe nel cauar quelle due radici propinque, cioe quella del numeratore, & quella del denominatore, perche ne l'una, ne l'altra è perfetta (& massime quando, che ne l'una ne l'altro è numero quadrato) ma in questo secondo modo non siamo soggetti saluo che a un solo errore, cioe in cauar quella radice propinqua della multiplicazione del numeratore fia il suo denominatore, & perche tal radice vn poi partita anchora per il medesimo denominatore al errore fia vn diminuendo, & accio che ben intendi questo secondo, voglio che per quello recercamo le dette radici propinque a ciascun di quelli medesimi rotti, a dir per l'altro primo modo fareo cauare, & dapoi immediatamente mostreremo la causa di tal operare, ma cio non per audire.

5 VOlendo anchora per questo secondo modo cauar la radice propinqua di $\frac{5}{7}$ multiplica quel 5 che sopra la virgola fia quel 5 che gli è sotto fia 63, cauarai la radice propinqua per li modi dati, che trouarai esser 8, & questo partirai per il denominatore, cioe per 7, & ne

venira $\frac{2}{3}$, & cosi di tutta radice propinqua di $\frac{2}{3}$ ecce $\frac{2}{3}$, vero è che quadrando questo $\frac{2}{3}$ (per farne la prova) trouarai che fara $\frac{4}{9}$, che fara piu del nostro $\frac{2}{3}$ questo resto $\frac{1}{9}$, & per il primo modo fa cosi detto la detta radice di $\frac{2}{3}$ ecce $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$, & il suo quadrato ecce $\frac{1}{1}+\frac{2}{9}+\frac{1}{81}$, che fara $\frac{4}{9}+\frac{1}{81}$ piu del nostro $\frac{2}{3}$, & perche questo $\frac{1}{81}$ è assai maggiore di quel $\frac{1}{9}$ seguita, che tal radice cauata per questo secondo modo ecce molto piu propinqua alla verita di quella cauata per il primo modo.

6 Volendo ancora cauar (per questo secondo modo) la radice propinqua di $\frac{1}{2}$ multiplicata $\frac{4}{5}$ fia $\frac{2}{5}$, & la radice propinqua di $\frac{2}{5}$ che (per li modi detti) fara $\frac{4}{5}+\frac{2}{25}$, hora pigliati di questo $\frac{4}{5}+\frac{2}{25}$ per $\frac{2}{5}$ ne vene $\frac{2}{5}+\frac{2}{25}$, & cauo di tutto, che fia la radice propinqua di $\frac{2}{5}$ il quadrato, della qual radice fara $\frac{4}{5}+\frac{2}{25}+\frac{2}{25}+\frac{2}{125}$, che fara $\frac{4}{5}+\frac{4}{25}+\frac{2}{125}$ piu del nostro $\frac{2}{5}$, & la detta radice di $\frac{2}{5}$ cauata per il primo modo (se ben mi ricordi) se trouara ecce $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$, & fia manco assai, che il suo quadrato ecce $\frac{4}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}$, che $\frac{4}{5}+\frac{2}{10}+\frac{1}{100}$ manco del nostro $\frac{2}{5}$, & perche quel $\frac{1}{100}$ è piu di quello $\frac{1}{125}$ in quello caso tal radice di $\frac{2}{5}$ harà seguito alquanto manco della verita, quella cauata per il primo modo, di quello, che harà trouata questa cauata per questo secondo modo, & quantunque questo sia prouato, per ecce il numero di tal $\frac{2}{5}$ numero quadro, che la radice sua (laquale è $\frac{2}{5}$) è cosa, che fara alcuno errore, nondimeno lo errore di quel $\frac{1}{125}$ piu del nostro $\frac{2}{5}$ è piu propinquo alla verita di quello di quel $\frac{1}{100}$ manco del detto nostro $\frac{2}{5}$, perche le radici propinque cauate (con l'vltimo ordine (per il corollario nono della 10) ne producono sempre li loro quadrati alcuna cosa errar in piu, & assai in manco del nostro proposito numero, & pero tal secondo modo vien a ecce generalmente piu giusto, ouer manco fallace del primo, & tal sua regola è piu da laudarsi che quella del primo modo.

7 Tal cauata di tal modo operando si caua dal corollario della 13 del 6 di Euclide da noi tradotto (dico da noi tradotto, perche nelli suoi non vi è numero al propositione 13) perche se ben considerai la radice della multiplicatione del denominatore fia il denominatore (per la 17 del sesto di Euclide) vien a ecce media proportionale fra il detto numeratore, & denominatore, & perche la nostra intentione non è altro che vn volere trouare, che parte, ouer parti fia la radice del numeratore della radice del denominatore, & per seguita, che sempre il detto numeratore ecce vna superficie quadrata, & similmente il denominatore, & anchora la media proportionale comun ecce superficie quadrata, anchor che quella non fia cosa quadrata, ma solamente propinqua) & perche (per il secondo corollario della 19 del sesto di Euclide da noi tradotto) si manifesta, che le linee fra loro proportionali, & come fra la prima alla seconda, cosi fara la specie, che fara descritta sulla prima a quella che fara similmente descritta sopra la seconda, il medesimo seguira anchora, che la specie descritta sopra la seconda hauera quella medesima proportione a quella similmente descritta sopra alla terza, che hauera la prima linea alla terza linea, & pero perche la proportione che ha la radice del numeratore, alla radice del denominatore quella medesima hauera il quadrato della radice del quadrato della terza, & pero è parte quel quadrato della media per il quadrato della terza, & tal accidente fara seguitare, che venira a partire la radice della prima (cioe del numeratore) per la radice del denominatore, & acio meglio m'intendi ponamo che vogliamo trouar la radice di $\frac{2}{3}$ quali dico numero cioe 5 & 6 sono inteli per superficie quadrate, & la radice dell'uno, & l'altro di quelli vien a ecce vna linea multiplicando uno quelli duoi numeri fia 30, pigliando poi la radice propinqua di 30 (per li modi detti) si trouara ecce $5\frac{1}{2}$, & questo $5\frac{1}{2}$ venira a ecce quel medio proportionale fra li duoi quadrati 5 & 6, & pero il detto $5\frac{1}{2}$ venira a ecce vna superficie quadrata, come che la margine di sotto vede nostra, & perche noi non cerchiamo altro, che di sapere che parte, ouer parti fia il lato del quadrato 5 del lato del quadrato 6 sopradetto nostro numero, & a voler manualmente per principio occorreria alquanto di errore in uno, & d'altro (per le ragioni dette) & pero che supponiamo (per li detti corollarii di Euclide) che quella medesima parte, ouer parti che è il lato del quadrato 5 del lato del quadrato 6 quella medesima, ouer medesime fia il quadrato 5 $\frac{1}{2}$ del quadrato 6 onde partendo $5\frac{1}{2}$ per 5 (che ne venira $\frac{11}{10}$) & cosi diremo che il lato del quadrato di 5 (che fara la sua radice) fara il $\frac{11}{10}$ del lato del quadrato di 6 (che fara la radice di 6) & non che quando che quel $5\frac{1}{2}$ fusse la vera radice di 30, seguira, che quel $\frac{11}{10}$ fusse la vera radice del detto $\frac{5}{6}$.

Corollario primo.

8 Da questa medesima operatione si manifesta quando che quel $5\frac{1}{2}$ fusse la propria radice di 30, cioe che fusse il medio proportionale fra 5, & 6, la medesima conclusione seguira a partir 5 per $5\frac{1}{2}$, che in questo caso ne venira $\frac{10}{11}$, & quel medesimo douera venir a partir $5\frac{1}{2}$ per 6, & cosi fia che ne venira $\frac{11}{12}$, & questo dimostra

gliamo procede, perche il detto $5\frac{1}{2}$ non è perfetto medio proportionale fra 4. & 6. per non esser la vera radice di 30. ma propinqua. Et acio meglio intendi quello passo possiamo dire che vogliamo saper la radice di $\frac{5}{2}$ procedendo per il detto secondo modo multiplicamo fia 9 fiata 5 6. la perfetta radice, delquale fiata 6. fa quello 6. (per le regioni di sopra scritte) fia perfetto medio proportionale fra li doi quadrati 4. & 9. & perhora il detto 6. fia la superficie quadrata, hor dico che la parte, over partibile fia del quadrato 4. della fia del quadrato 9. cioe, over che fia il quadrato 9. del quadrato 4. over cubo, over che fia il quadrato 4. del quadrato 9. & questo facilmente puoi vedere, cioe che la radice di 4. (laquale =) & la parte della radice di 9. (laquale $\frac{2}{3}$) qual è 6. che fa 4. & l'altro di $\frac{2}{3}$, & queste medesime dico esser anchora il 4. del 6. che è per $\frac{2}{3}$.

Corollario secondo.

Di poi da quest'altra argumentatione si manifesta che per esser la radice d'un rotto il quadrato, come non quadrato si può partir il numeratore di tal rotto per la radice vera, over propinqua della multiplicatione del detto numeratore fia il suo denominatore, & si può anchora partir la radice di tal multiplicatione, o fia vera, over propinqua per il denominatore, ogni hor vero che la tal radice non sia vera, ma solamente propinqua, la conclusione fia per l'un modo, non fia precisamente, come fia quella fatta per l'altro modo, come di sopra si è detto con la radice propinqua di 5. che per un modo è $\frac{12}{5}$, & per l'altro è $\frac{25}{12}$, nondimeno il quadrato della prima, cioe di $\frac{12}{5}$ (che fia $\frac{144}{25}$) soprabonda il scritto $\frac{1}{25}$ di $\frac{1}{144}$, & il quadrato della seconda, cioe di $\frac{25}{12}$, che fia $\frac{625}{144}$ sopravanza $\frac{1}{144}$ del detto scritto $\frac{1}{25}$, ma per ella manca $\frac{1}{144}$ di quel $\frac{1}{25}$ meglio fia dividere la detta radice propinqua del detto 5. cioe quel $5\frac{1}{2}$ per il denominatore, che per 6. (delquale partendo si vien il detto $\frac{25}{12}$) che a dividere il numeratore (cioe 5.) per il detto $5\frac{1}{2}$, delquale partendo ne vien $\frac{10}{11}$, & tanto più che il detto quadrato di $\frac{12}{5}$ fiafia più forte il suo ingrossarsi, & l'altro una in manco, cioe al contrario.

Come si conosce un numero fatto, e rotto esser quadrato, & come si trouano le radici di detti numeri fatti, & rotti quadrati.

Per volersi mostrare il modo che tener la radice di numeri fatti, & rotti quadrati conuiene assai sapere, che prima si deue, come si conosce li detti numeri fatti, & rotti esser quadrati, & per tanto dico che volendo sapere se uno proposito numero fatto, & rotto fia, o quadrato, over non, prima debbi quel tal rotto per fine alla vltima riduttione, & se per sorte il denominatore di quel tal rotto non fara numero quadrato nel numero fatto, non fara numero quadrato, ma se per sorte il denominatore fara numero quadrato nel numero fatto, & rotto può esser, & non esser numero quadrato, & per certificarsi s'egli quadrato, over non, resta il numero fatto al suo rotto, seruando l'ordine che si costuma nelli rotti, & se la summa di tal riduttione fara numero quadrato nel numero fatto, & rotto fara quadrato, onde per trouar la sua radice, cioe la radice di tal numero quadrato, & quello partirai per la radice del denominatore, & l'auenimento fara la vera radice di quel tal numero fatto, & rotto, Esempio
Esempio gratia fia questo numero $5\frac{12}{25}$, che riducendo il rotto fara $5\frac{1}{2}$ dico che per esser quel $=5$
(denominatore di quel rotto) numero quadrato, pel numero $5\frac{1}{2}$ poter esser, & non esser numero quadrato, ma per certificarsi di questo reddir quel 5 a vera propinqua multiplicandolo per $=5$ fara $=\frac{121}{4}$, & perche uedi che quel $=5$, laquale giontoui quel $\frac{1}{4}$, che fopra la virgola fara la metà $\frac{1}{2}$, & perche uedi che quel $\frac{121}{4}$ è numero quadrato, & anchor quel $=5$. è per numero quadrato se fe conte che il detto $5\frac{1}{2}$ è numero quadrato, volendosene ora cauar la radice cauo la radice di quel $=\frac{121}{4}$ (che è $=$) cauo anchor la radice di quel $=5$ (che è 2) hor parti quel $=$ per quel 5 che ne uenira $=\frac{1}{2}$, & cosi conchiudendo che la vera radice di $5\frac{12}{25}$ esser $=\frac{1}{2}$, & se ne vuoi far la proua quadra quel $=\frac{1}{2}$, & ne uscirà che fara quel che di sopra $5\frac{12}{25}$, & però fia bene. Semmene volendo sapere se $6\frac{1}{16}$ fia quadrato schiua il rotto, & fara $6\frac{1}{16}$ fia tutto in quarti, & resterà che fara $\frac{97}{16}$, & perche l'uno, & l'altro di questi dove numeri è numero quadrato, cauo la radice di $=5$, che fara 5. & questo mettilo sopra una virgola, & dopoi cauo la radice di quel $=$ (che è sotto la virgola, laquale fara $=$ & questo $=$ ponendo sotto alla virgola, dopoi ponendi il 5 alche facendo fara $\frac{5}{4}$, onde partendo 5 per $=$ ne uenira $=\frac{1}{2}$, & cosi $=\frac{5}{4}$ fara la vera radice di $6\frac{1}{16}$, & se la vuoi approuare moltiplica $=\frac{1}{2}$ in se medesimo che fara $=\frac{1}{4}$ ero

Come si cauala propinqua radice di numeri sani, & rotti non quadrati in duoi modi.

QVando che'l numero sano, & rotto non fara quadrato, & massime quando che'l denominator del rotto non fara numero quadrato non bisogna in conto alcuno uolere quel primo modo (detto nella seconda di questo capo) delli semplici rotti non quadrati, perche quando che'l numero sano fusse grande si caderia in buona errore grande, perche qual poco errore della propinqua radice del denominatore generaria alle volte non poco errore nel partire quella propinqua radice di quel gran numero (ridutto in tal forte di rotto) ma la tal cosa si potria procedere per due uie l'una è cauar la radice del maggior numero quadrato che fia in quel numero sano, secondo l'ordinario, e quello che di sopra uedessimo insieme con quel rotto, che insieme in compagnia del sano partirlo per il doppio di quella radice già cauata, & quel che ne uerria di tal partimento giunto con quella radice già cauata si dara la propinqua radice di quel tal numero sano, e rotto, l'altra seconda regola, ouer uia sara per quel secondo modo detto nella terza di questo capo delli rotti non quadrati, cioe moltiplicando il denominator del rotto fia quella riduttione del sano al suo rotto, & la radice propinqua di quel tal prodotto partirla per il detto denominatore, & la summa uenira la propinqua radice di quel tal numero sano, & rotto, essempi gratia fia questo numero $5\frac{2}{3}$, & perche il denominator del rotto (qual è 3) non è numero quadrato ne fia fatto di $5\frac{2}{3}$ non esser quadrato, hor uolendo cauare la propinqua radice per il primo modo, cauo la radice solamente del sano, cioe di 5 che trouarai, che fara 2 & auanza 1, qual 1 giunto con il rotto fara $1\frac{2}{3}$, & questo partito per 4 (cioe per il doppio di quel 2) ne uenira $\frac{5}{12}$, quale giunto con quel 2 fara $2\frac{5}{12}$, & tanto fara la propinqua radice di $5\frac{2}{3}$ fatta prima, cioe quadra quella, & trouarai che fara $5\frac{25}{144}$ cioe errara per quel $\frac{1}{144}$ del suo quadrato, ma nella radice ui è errore non tanto quali insensibile, uero è che alle uolte può errare per questa regola più di una unità nella summa propinqua numero di 2 & esser numero di quadrato. Ma uolendo cauar la detta radice di $5\frac{2}{3}$ per il secondo modo uegni il sano in carta, che fara $\frac{17}{3}$, & perche nel sano, ne l'altro di quelli dua numeri è numero quadrato il $\frac{17}{3}$ non fara quadrato, & però non si può dir ne trouar propinqua radice per numero, ma uolendola cauar propinqua per il secondo modo moltiplica li detti dua numeri uno in l'altro, cioe 3 fia 17 fara 51 cauane la radice propinqua (per li modi detti) trouarai esser 7, & questo partirlo per 3 (denominator del 2) ne uenira $2\frac{1}{3}$, & così $2\frac{1}{3}$ fara la radice propinqua di $5\frac{2}{3}$ per questo secondo modo, & se ne fara prouo moltiplicado $2\frac{1}{3}$ fara $5\frac{4}{9}$, che fara solamente $\frac{1}{9}$ più del nostro $5\frac{2}{3}$, E che in uolti questo poco fallo non si può quadrare però mai in questo modo erra nella radice. Et finis Libro adonque in questi termini di numeri, & di fatti, e non in quadrati, esser impossibile a cauar la radice propinqua per regola di primo, se non a caso. Et perche ui ho detto qualche fia più propinqua la radice per il secondo modo, che per il primo, & però si deue a fondarsi sul secondo in tal elemosi.

Volendo adonque cauar la radice di $5\frac{2}{3}$ per il detto secondo modo metto sotto in questa forma $\frac{17}{3}$, & quantunque l'uno di questi dua numeri sia numero quadrato, cioe il 3, perche l'altro non è poi quadrato, cioe che 17 non fara quadrato, & però non si potra cauar perfetta radice, ma uolendo cauar propinqua, come detto, moltiplica per 5 fia 16 fia 80. cauarà la radice propinqua, che troualai per li modi detti esser 9 (perche so manca 1 a esser numero quadrato, come di sopra fu detto nella terza del primo capo) hor parti questo 9 per quel 3 (denominator del 16) ne uenira $3\frac{1}{3}$, & così fara la radice propinqua di $5\frac{2}{3}$, che se fara prouo troualai che il suo quadrato fara $5\frac{25}{36}$, che erra nel suo quadrato solamente in $\frac{1}{36}$ di più, ma nella propria radice fara quantità insensibile, & così con tal ordine procederai negli altri incontrandoti a numeri rotti (che siano in compagnia di sani) che fussino di difficile, accioche non pigliassi qualche numero quadrato per un numero non quadrato, come si potria prima di questo capo fu anchor detto.

Da notar sopra le propinque radici quadre.

Voglio notar che questa pratica di cauar la radice propinqua delli numeri non quadrati è fatta a mano per poter conoscere fra li numeri, la condition di quelli che nella operation, ma alli radici propinque non si debbono cauare nel principio di una proposta questione, perche occorrendo a moltiplicare alli radici propinque il ueriti uerria a moltiplicar il piccol errore alcune che in fine (come dice Aristotele) il fara maggiore, come di sopra l'algorismo delle radici, & altre quantità accade si fara manifesto.

Del modo

Del modo, ouer regola di cauare la seconda specie di radice detta radice cuba. Cap. III.

VOler esser pronto a cauar le radici cube egli è necessario a saper a mente le moltiplicationi in margine notate, ouer che bisogna tenerle scritte in foglio, perciò non sono altro, che le moltiplicationi di tutti li numeri digiti nelli suoi quadrati, ouero li lor prodotti ouero li cubi di ciascun di quelli, & così ciascun di detti numeri digiti vien a esser la radice cuba del suo cubo, come da te puoi considerare, questo nome di radice cuba per abreuiar parole è costume di nominarlo in questo modo ℞ ca. ouer in quest'altro ℞ q. ouero in quest'altro ℞ cu. ouero in quella forma ℞ 9. come nella terza del primo capo fu anchor detto.

Numeri cubi	Radici cube
1	1
8	2
27	3
64	4
125	5
216	6
343	7
512	8
729	9

Come si cauano le radici cube di numeri minori, & prima di numeri cubi.

ET cauar la radice cuba di vn numero minore, & per numero minore si debbe intendere ciascun di quelli, che la sua radice non può esser più, che di vna sol figura, & però tai numeri minori possono esser solamente di vna figura, ouer di due, ouer di tre figure al più, perche il cubo di qual si voglia figura sola non può passar tre figure come seguendo meglio intenderai, & però per conoscere in quelle specie di radice, le vn proposto numero, sia di minori, ouer non, si costuma di far vn ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano tre figure si lasciano così, perche tal ponto ne dinota il detto numero esser di minori, cioè ne dinota il detto ponto la radice cuba di quello esser vna figura sola, ma se le fussero più di tre figure, al numero sarìa di maggiori, perche vi si sarìa altri ponti, come al suo luogo si dirà. Dico adonque che al numero minore di nouecento sarà, o numero cubo, ouer minore numero non cubo, & sarà numero cubo, tal sua radice cuba si saperà a mente per vigore delle moltiplicationi in margine poste già imparate a mente, perche se vorrai cauar la radice cuba di 1. tu sai che tal radice cuba è per 1. & così se vorrai cauar la radice cuba di 8. tu sai che tal radice cuba è per 2. & così se vorrai cauar la radice cuba di 27. tu sai che la è 3. & similmente la radice cuba di 64. tu sai che la è 4. & così di 125. tu sai che la è 5. & così di 216. tu sai che la è 6. & di 343. tu sai che la è 7. & similmente di 512. tu sai che la è 8. & così di 729. tu sai che la è 9. & così di 1000. tu sai che la è 10. & così di 1331. tu sai che la è 11. & così di 1728. tu sai che la è 12. & così di 2197. tu sai che la è 13. & così di 2744. tu sai che la è 14. & così di 3375. tu sai che la è 15. & così di 4096. tu sai che la è 16. & così di 4913. tu sai che la è 17. & così di 5832. tu sai che la è 18. & così di 6859. tu sai che la è 19. & così di 8000. tu sai che la è 20. Et sopra tutto con la sopetta a mente egli è necessario, che tu le impari, come di sopra detto hò, ouero che ti pieghi sempre la sopra nostra mano. Ma sopra tutto al numero non sarà cubo, per hora in questa non ho più, ne altro dirmi vorrei, che vi habbia saputo trouar, ne dar regola di saperla cauare, & dare principio alla verità anchor che molti si sono presumesti di hauerla trouata, & data, il primo di questi, che si sono presumesti di hauerla trouata, & data è stato Fra Luca dal Borgo, qual hauendo mostrato vn tal modo alli confratti da cauar le dette, cioè quelle di numeri cubi, dice queste parole precise, & per quelle che non saranno di tre cifre si ponerà sopra vna riga, come nelle quadrate facemo, & di sotto si scriue l'ordine di digiti trouati, primi, & cubici, & sarà circa questo, & non di ponto, la qual sua regola è falsissima, perche se con tal sua regola cauarassi la radice cuba di 5. prima dimmi che la sarà. & mancarà 17. il qual 5. ponendolo sopra vna riga, & di sotto da quella ponendoui il resto del digito 5. cubicato, il qual resto di 5. sarà 3. il cubo del quale sarà 27. ponendo adonque sotto alla detta riga 27. dirà $\frac{1}{27}$, qual ponto appresso a quel 5. dirà $\frac{5}{27}$, & cosi sarà (secondo lui) la radice cuba proposta di 5. la qual cosa è falsa, perche cauando tal radice, cioè quel $\frac{5}{27}$ sarà $\frac{2}{3}\frac{3}{3}\frac{3}{3}\frac{3}{3}\frac{3}{3}$ il qual cubo è molto lontano dal detto nostro 5. come facilmente si vede, & perche il detto fra Luca tolse tal regola da Lunardo pisano, & Lunardo pisano ha ponto di hauerla giudicato che sarà qualche vna regola generale a tal particolarità, ma molto mi marauiglio che il detto fra Luca non si accorse della falsità di tal sua detta regola, ma penso che la copiasse senza considerazione, sciocchezza.

Errore fatto da fra Luca dal Borgo nella regola da lui data per trouar la propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Giouan di Sacro bosco nel suo Algorismo, doue tratta della estrattione delle radici cube nelli numeri cubi ha data regola a cauarla, ma per cauarla propinqua nelli numeri nõ cubi nõ ha parlato. Giouan di Sacro bosco.

Il medesimo ha fatto Georgio valla piacentino, qual tradusse quanto scrisse fra Girolamo parigino prete di matematica, & perche egli in particolare fusse ignorante di greco, & assai più, che Vitruuio architetto nel 10. capo del decimo libro della sua architettura dimostra hauer ignorato al particolare, doue dice, vuol dimostrare della proportione delli lati da esser cauati dalla Basilica di forma di quella. Georgio valla piacentino.

Vitruuio architetto.

3 Hieronimo Cardano medico milanese proponendo (nella sua pratica di Aritmetica) di voler dar una regola general alla approssimatione delle cose radici cubi, delli numeri non cubi, dice che si debbe multiplicare la radice in se, & quel che produce multiplicar sopra 3. & quello che vien fuori dal multiplicatione, farà partitore di quello che fia sopra numerato nella operatione, & lo numerato di questa divisione dice, che si debbe aggiongere per la prima volta alla radice già cauta, & dimplificare questa sua regola propone di voler cauare la radice cuba propinqua di 12. & dice che tal radice è 2. & che numera 3. & dice che si debbe multiplicar quel 2. in se medesimo, che fa 4. & questo 4 lo applica per regola, che fia 12. & con questo 12 lui divide quel 3. che gli numera nella operatione, & ne vien $\frac{3}{4}$, & questo $\frac{3}{4}$ lo aggionge alla radice già trouata, cioè 2 quel 2. & fa $2\frac{3}{4}$, & così lui conclude la prima radice cuba propinqua di 12. esser $2\frac{3}{4}$, la qual sua conclusione insieme con tal sua regola è falsa, perche se con tal sua regola cauaremo la radice cuba di 24 trouaremo quella esser prima 2. & numera 16. il qual 16 partendolo per il triplo del quadrato di 2 (che fia 12) ne verrà $1\frac{1}{3}$, qual giontо a quel 2 (prima radice) fanno $3\frac{1}{3}$, & questo fatto (secondo lui) la propinqua radice cuba di 24. & perche il cubo di $3\frac{1}{3}$ è $37\frac{1}{27}$, & però manifesta la sua falsità dicendo venire circa 24. & venendo $37\frac{1}{27}$, nel che il suo errore fatto circa 13.

Errore di Hieronimo Cardano medico milanese fatto nella regola da lui data per trouar la propinqua radice cuba di numeri non cubi.

Ma poi che accadendomi di tal suo errore (come anco suo) gli accadde anco con vna sua lettera, responder ad un quesito del suo nono libro di quesiti, & lui mi rispose (confessando il suo errore) & disse che gli ne era due altre regole buone (nella detta sua opera) & che in questa non vi era errore, essendo che nel detto suo esempio di 24. perche la radice cuba del detto 24. vera fatta circa $2\frac{1}{2}$, quale partendo poi per il suo triplo farà $\frac{3}{12}$, come appare per una sua lettera da me registrata nel quinto 15. del nono libro di mie quesiti, la qual fia seconda, & vera conclusione fia più vicina della prima, perche il cubo di $2\frac{1}{2}$ fatto solamente $15\frac{5}{12}$, il qual cubo fi vede quanto, che egli è menore, cauta la detta da noi 24. & perche quel $8\frac{7}{12}$ (della vera sua conclusione) è di quanto menore di $2\frac{1}{2}$ fatta per altra prova, cioè per esperienza egli ne fa chiara, che il suo cubo fatto ancora menore del cubo di $2\frac{1}{2}$, cioè menore di $11\frac{5}{12}$, & però fatta assai più vicino del nostro 24. & di lui vuol che la sia precisa.

Vn'altro maggior errore fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano nel cauar la detta propinqua radice cuba di numeri non cubi.

4 Vn certo delle matematiche professore, & lettor publico in Parigi per assignar la propinqua radice cuba delli numeri non cubi vuole che quel relicto, che sopra resta nel numerar si habbi posto sopra una virgola per numeratore, & sotto di tal linea vuol che gli sia posto il triplo della radice già cauta per denominatore, & al resto gionto con la prima radice cauta, & tal somma vuol che sia la propinqua radice cuba del proposto numero, come la propinqua radice cuba di 6 secondo tal sua regola venirà 2 esser $2\frac{6}{17}$, perche la prima radice cuba di 6 fatta 2. & numera 2. il qual 2 partendolo per il triplo di 4 (che fia 12) ne verrà di tal partimento $\frac{2}{12}$ qual $\frac{6}{17}$ gionto con la prima radice già cauta, cioè con 2 fatta $2\frac{6}{17}$. & egli 2 (secondo tal sua regola) vuol esser la propinqua radice cuba del nostro proposto 6. & perche il cubo di $2\frac{6}{17}$ si vede manifestamente quanto sia tal 16 gionto del detto nostro 24. & di quanto sia falsa tal sua regola.

Errore fatto da Orontio nella regola da lui data per trouar la propinqua radice cuba di numeri non cubi.

5 A più effetto questi suoi passi di sopra composta in luce l'opera di Michel Stifelio, nella quale veramente, nelle estrattioni delle radici razionali, & diuerse si è mostrato molto eccellente, ma vedendo che delle irrationali, ouer sorde, si nelli numeri lineali, come nelli rotti, & lini, & rotti insieme parlava, non poco me ne allegrai, vedendo che tanti pensi matematici, non haueuano saputo trouar, ne dar regola a tal vile particolare, & che io nel tempo che principiai a dimostrare, & a finalmente in stampa, che fu l'anno 1534. pensando cosa grande a procedere auanti, & ignorante della regola non solamente quella cercai, & trouai, ma anchora per vigor di tal inuentione cognobbi di poter la via di far il medesimo in ogni altra specie di radice insieme con la regola di cauare radice di quelle, come che nel nostro processo di sotto si farà manifesto.

Regola generale (del presente autor ritrouata) da saper cauare la propinqua radice cuba delli numeri non cubi.

6 Per cauare adonque la propinqua radice cuba delli numeri non cubi, cauerai la radice cuba del maggior numero cubo, che fia in quel tal numero non cubo, & quel che sopra resta a tal operatione separalo sopra una virgola, o resti di sopra di una linea, & fatto questo per formar il denominatore da mettere sotto di quella regola sempre quella radice già cauta, & quel triplato moltiplicalo per la medesima radice, & a tal multiplicatione aggionghi il detto triplo

piato, & tal fintanto ponela fotto a quella linea per denominator, & quello tal resto aggiongilo alla prima radice, & tal quantità così cõposta fia la radice propinqua cuba di quel proposto numero nocubo, dilempigrazia volendo cauar la propinqua fe cu. di 4 (che il Cardano dille ellere $\sqrt[3]{4}$, over $\sqrt[3]{\frac{4}{1}}$) cauo prima la detta radice cuba fecondo l'ordinario, che fara 1. & multiplica 1. per 6. poni quello 6 fopra una linea in questa forma $\frac{1}{6}$ per numeratore, facio questo tripla quel 1 (cioe la radice cauta) fa 6. & questo tripplato multiplicalo per il medefimo 1 fara 18. & 1 questo 18. giongilli quel 6 (tripplato) fara 24. & questo 24 ponilo fotto a quella linea per denominatore di quel 6. il che facendo tal resto fara in questa forma $\frac{4}{24}$, che fchifa per 6 fara $\frac{1}{6}$, & questo $\frac{1}{6}$ ponilo appresso alla prima radice (cioe a quel 1.) fara, over fara $1\frac{1}{6}$, & tanto fara la propinqua radice cuba di 4. & fe la vuoi approssimare naturalmente, cioe con la sperienza cuba la detta radice, cioe il detto $1\frac{1}{6}$, il che facendo tu trouarai, che fara $1\frac{331}{1296}$, cioe fara folamente $\frac{1}{6}\frac{1}{216}$ più del noftro 4. il quale errore anchor che in tal fuo cubo para alquanto grande, nondimeno nella propria radice venira a refter quafi nulla, cioe molto più infenfibile di quello fara nella radice quadra, & così quella di la nostra prima regola trouata. Ma perche fempre le prime inuentioni hanno del rufico, ma col tempo fi vanno poi polendo, & limando da gli altri difetti, per eller facile lo aggiongere alle cofe trouate, laqual cofa confiderando longo tempo dapoi tal inuentione, trouai vn'altra più breue via, over regola da formar il fopradetto denominatore, laqual è che fempre fi può formar con dooi principali progressi, il primo progresso fara il cuppio del quadrato di quella radice già cauata (che in questo caso il detto cuppio di tal quadrato fara 2) il secondo progresso fara il cuppio della detta fimplice radice già cauta, il qual cuppio di detta fimplice radice, in questo caso fara 2. laquali dooi prodotti giontti insieme fanno per 4. per il detto denominatore, fi come fece anchora per l'altra prima regola trouata, & quantunque questa seconda regola fia più breue, & più facile da conseruarfi in memoria, nondimeno nelle seguenti operationi procederemo per la prima anchor che fia la più ruftica, & fara (per non la repudiare in tutto) ma con la seconda che tra medefimo (per eller facile) la porrai ritrouare per pagina 19, & per vedere fe la fopradetta regola fara per la prima regola trouata.

7 Quando anchora (per fchifar tal regola) cauar la propinqua radice cuba di 9.

Cauila prima fecondo l'ordinario, & trouarai quella eller 2. & fopra'l numero 2. poni quel 2 fopra a vna virgola, & dapoi multipla tal radice, & fara 4. & questo 4 multiplicalo per la medefima radice fara 8. & a questo 8 giongilli quel multiplico (cioe quel 4) fara 32. & questo 32 ponilo fotto a quella virgola, dove ponefti quel 2 fara $\frac{2}{32}$, che fchifa fi ha $\frac{1}{16}$, & questo ponerai appresso alla prima radice, che fu 2. & fara $2\frac{1}{16}$, & tanto fara la radice propinqua cuba del detto 9. fanne la prouamirabile, cioe cuba la detta radice propinqua, cioe quel $2\frac{1}{16}$, il che facendo tu trouarai, che tal fuo cubo fara $8\frac{1}{16}\frac{9}{256}\frac{1}{4096}$, che fara $\frac{32769}{4096}$ manco del detto 9. il qual errore anchora, che para quantità molto fenfibile nel detto cubo, nondimeno nella detta propinqua radice cuba fara molto, & molto più infenfibile di quello, che fara vn tal errore nella radice quadra, voglio infierire questo, che vno errore di 4 vnità, che occorre per fare nel cubo di vna propinqua radice cuba, tal'hora manco errore nella detta propinqua radice di quello fara vno errore di vna fola vnità, che occorrerà nel quadrato di vna propinqua radice quadra, nella detta propinqua radice quadra, come che ogni fuo medefimo più confiderevole per eller molto più alta fpecie il cubo del quadrato, cioe più lontano dalla fua radice cuba.

Hor volendo anchora formar il fopradetto denominatore con quell'altra feconda regola trouata, cioe con quelli dooi prodotti, quadra quel 3 (prima radice trouata) fara 9. cuppialo per regola fara fara 27. per il primo prodotto, fara quello cuppio poi fimplicemente la detta prima radice trouata (che era quel 3) fara 9. per il fecondo prodotto, qual giontto con il primo (che era quel 27) fara per 36. per il detto denominatore, qual posto per fotto alla detta virgola, come per l'altra regola fu detto, e così medefimamente la detta propinqua radice cuba di quel 4. fi trouara pur eller $1\frac{1}{36}$, ma per l'vnione (come di fopra è fiato detto per abreuiar fcrittura) procederemo folamente per il primo modo, cioe per la prima regola trouata.

De notare.

8 Ma per quelle radici propinque cube bifogna notare, che di tutti quelli numeri, che non fono di vna fola vnità a quel numero cubo la fua propinqua radice cuba, volendo per la nostra regola fempre venira fenza resto (come di fopra anchor dille nostri quadri propinqui) & di radice propinqua cuba quando fara fempre 1 più del nostro proposto numero, effempigratia volendo cauar la radice propinqua cuba del 7. il qual non è vero cubo

per la 2 regola trouata
$\times 6$
$=24$
$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ fchifa $\frac{1}{6}$
La propinqua
fe cu. di $=4$ fia
ra $= 1\frac{1}{6}$

	6
	1
	6
denominatore	36

per la 2 regola trouata
$\times 4$ fimplici
$\frac{2}{8}$

	2
	6
primo prodotto	27
fecondo prodotto	6
denominatore	36

di vna sola vnita ℰ ser numero cubo, perche sia sale 8. cioe vno di piu di 7. sara numero cubo, hor cercando la propinqua radice cuba di 7. secondo la regola nostra prima ne venira per tal radice 2. & numera 6. qual 6 ponendo secondo il solito sopra vna virgola, & dapoi moltiplicar quel 1 fara 1. & quel moltiplicando per se medesimo 1 fara pur 1. & 2 quello 1 gli aggiongeremo quel altro 1 (cioe quel moltiplicato) fara 6. & quello 6 lo poneremo sotto a quella virgola per denominatore, & fara $\frac{6}{1}$, che vuol dir 1. & quello 1 lo aggiongeremo alla prima radice (che fu 1) & fara 2. che direma, che fara la propinqua radice cuba di 7. la qual radice è senza rotto, & tal radice cubata fara 8. cioe 1 di piu del nostro 7. si come fanno le propinque radici quadre delli numeri, che mancano per vna sola vnita ℰ ser numeri quadrati. Ma quello errore di 1. che fa 8 quadrato di tal radice propinqua è molto maggiore in essa radice quadra, di quel medesimo error di 1. che fa 8 cubo di tal propinqua radice cuba in essa radice cuba per le ragioni di sopra dette. Et nota che tal error di 1. non è il medesimo che occorre nella radice propinqua radice cube, come che in nelle propinque radici quadre.

5 Volendo anchora (per farla meglio intendere) trouar la propinqua radice cuba di 24. il qual 24 come vedi manca solamente di vno ℰ ser numero cubo.

Cerca la sua radice cuba secondo l'ordine, & trouarai quella ser 2. & numero 1. il qual 1 3 ponerai secondo il solito sopra vna virgola, fano quello troppo la radice, cioe quel 2 fara 6. & quello 6 moltiplicalo per la medesima radice (cioe per 2) fara 1 2. al quale 12 aggiongi quel 6 (troppo) fara 18. & quello 18 ponendolo sotto alla sopradetta virgola dira $\frac{18}{1}$, che fara pur 18. quale giongo alla prima radice (che fu 2) fara 3 per la radice cuba propinqua di 24. laquale radice cubandola fara 27. cioe fara pur piu 1 del nostro 24. il qual errore nella detta 27. e dire fara quasi molto inuisibile, il medesimo si verifica cercando la detta propinqua radice cuba di 63. over di 124. over di 215. over di quali si voglia altro numero, che manchi solamente di vna vnita ℰ ser numero cubo, cioe di 63. si trouara per la sopra regola tal propinqua radice cuba ser $4\frac{1}{37}$, che fara 4. & quella di 124. si trouara ser $5\frac{1}{61}$, che fara 5. & quella di 215. si trouara ser $5\frac{90}{91}$, che fara 6. & il medesimo nouamente in tutti gli altri numeri finali. Anche si nota quando che per sorte quello che manca fusse maggiore del nostro denominatore fatto per la sopradetta nostra regola, fara segno di hauer errato nella sua operatione, perche tal numero non può ser maggiore, ma solamente eguale, over minore di quello.

Regola (dal presente autor ritrouata) di saper sempre approssimare più nella radice cube sorde, over propinque

12 Nchora in queste propinque radici cube ogni possibile dapoi che si hara trouata la prima per la regola nostra di trouarne vn'altra seconda piu propinqua della detta prima, & cosi trouata la seconda se pur si trouara vn'altra terza piu propinqua della seconda, & cosi per la terza trouarne vna quarta, & per la quarta trouarne vna quinta, & cosi andar procedendo in infinito, come che si fa anchora delle quadrate, & per tal questo hauera che se habbia tua radice cuba propinqua per la nostra regola sopra tal radice, & vedi di quanto la sopraboncha, ouero superflua della verita, cioe del nostro proposto numero, & quella differentia ponerai sopra vna virgola, & quello troppo trai tal radice, & tal troppo moltiplicalo per la detta prima radice, & a quello prodotto aggiongerai il troppo, & quella somma ponerai sotto alla prodetta virgola, per denominatore, & tal somma sommarai della detta prima radice (se quella sopraboncha) ouuramente gli la aggiongerai quella summa con il suo cubo dal nostro proposto numero, & tal resolto, ouer somma sara la nostra seconda propinqua radice cuba del nostro proposto numero, & quella seconda sara piu propinqua della prima, & cosi con la seconda, procedendo per il medesimo modo, se ne potra trouar vn'altra terza piu propinqua della seconda, & cosi con la terza trouarne vna quarta, & cosi procedendo in infinito, ditto questo quando la propinqua radice cuba di 7. secondo l'ordine della nostra regola, trouremo per la regola detta sopra la prima essere quella esser 2. hor per trouarne vn'altra seconda piu di lei propinqua habbiamo questa prima, & sara 8. il qual 8 sopraboncha il nostro 7 di 1. poneremo questo 1 sopra vna virgola, fano questo troppo la nostra prima radice (cioe quel 2) fara 6. & quello troppo lo moltiplicaremo per la medesima radice, & fara 12. alla quale 12 gli aggiongeremo quel medesimo troppo (cioe quel 6) fara 18. & quello 18 lo ponemo sotto alla sopradetta virgola, & fara $\frac{18}{1}$, & quello $\frac{18}{1}$ lo caueremo della detta prima radice (cioe di 2) & restara $1\frac{17}{19}$, & tanto fara la nostra seconda nouamente radice cuba propinqua del detto nostro 7. la quale sara piu propinqua alla verita della prima, perche la cubata resolta di tal suo cubo ester $7\frac{1\,7\,1}{1\,7\,1\,7\,3}$, che molto manco

Primo esempio.

sopraboncha

ſopra ho da il detto 2 della prima, perche ne ſai che la prima ſopranata il detto 1. con il ſuo cubo, per una volta, & la ſeconda ſopra ho da il detto 7 con il ſuo cubo ſolamente per quello noto $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}$, qual è manco di $\frac{1}{2}$, come per te puoi conſiderare, & ſe con queſta ſeconda ti parelle de voler trouar vn'altra terza più propinqua di queſta ſeconda, lo potrai fare per il medeſimo ordine. Ma nota che ſe la detta prima propinqua radice cuba de 7. con il ſuo cubo insieme ſi ſperchiano il detto 7 per uno sotto, ne haueſti parto tal resto per quel 1 s. che poneſti ſopra alla virgola di quel 1. & lo aueniſſemo ne lo haueſti causo della detta prima radice, & il reſtante ſaria ſtata la noſtra ſeconda ricercata radice, eſſempi gratia, cauando la propinqua radice cuba de 6. (per la noſtra regola) trouarai quella che è 1 $\frac{5}{7}$ hor volendo noi trouar vn'altra ſeconda propinqua radice cuba del detto 6, che ſia più propinqua della prima, cuba tal prima radice (cioè quel 1 $\frac{5}{7}$) fia 6 $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$ cioè tal ſuo cubo ſopranotato è noſtro 6 di $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$, ſalua quella differentia (cioè quella $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$) poi moltiplica la prima radice (cioè quel 6 $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$) fia 1 6 $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$, & queſto moltiplicato per la medeſima prima radice, cioè per 6 $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$ fia 1 = $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$, & queſto aggiongerai il moltiplicato, cioè quel 1 6 $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$ fia 1 = $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$, & con queſto partirai quel $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{3}{3}$, & lo aueniſſemo ſaranno quel della prima radice (cioè di quel 1 $\frac{5}{7}$) & il reſtante ſaria la noſtra ricercata ſeconda propinqua radice cuba del detto 6 la qual ſaria più propinqua della prima, & queſto voglio che ti baſtante per queſta particolare inteſa circa di queſto che di tal propinque radici cube, poſſe accorciarmi che il ſuo cubo ſaria alquanto manco del noſtro propoſto numero, & volendone poi trouar vn'altra ſeconda radice più propinqua della prima, ſaperai da banda quella differentia, che il ſuo cubo ſaria manco del detto noſtro propoſto numero nel reſto ſopra ſcritto il ſolito, cioè ſopra tal prima radice, & quel acquiſto moltiplicarai per la medeſima prima radice, & a tal produtto aggiongerai quel acquiſto, & con tal ſumma partirai quella differentia, che ſaputi, & tal auenimento ai lo aggiongerai alla detta prima radice trouata, & tal ſumma ſara la noſtra ſeconda propinqua radice cuba del tal propoſto numero, & queſta con il ſuo cubo ſi accoſtara per al noſtro propoſto numero della prima, & per auentura ne ſaria ſi accorciata.

Secondo eſempio

Come ſi ponano le figure delli numeri maggiori de 10

5 5 7 6 7 9 1 4 5 = 8

1
7 8
5 7 8
5 6 7 3
5 6 7 3 9
5 7 6 5 7
5 7 6 1 4 7 9
5 7 5 7 6 4 9
5 7 0 5 1 7 2 9
5 7 8 5 7 5 9 7 9

Come ſi cauano le radici cube ſi diſcrete, come ſorde delli numeri maggiori, & prima di quelli, che le figure ricercano dui ponti.

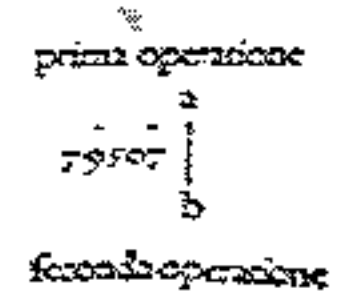
Vando doi il numero da di ſi ha da cauar la radice cuba ſara di poi di tre figure, s'intende eſſer numero maggiore, perche la radice cuba di quello conuien eſſer più di una figura, & tanto più quanto più ſara il numero delle figure di tal numero, e però per ti pere di quante figure ſara la radice cuba di tal numero, è coſtuma a ponar le figure di quel tal numero, come ſi dice anchora nel cauar delle radici quadre, ma ſi ponano alquanto di quello ſi fece nel cauar le radici quadre, perche in quelle biſogna ponar la prima verſo la man de ſtra, & laſſar la ſeconda, & la terza, andando verſo la man ſiniſtra, & apponar la quarta, & coſi laſſar la quinta, & la ſeſta, & ponar la ſettima, & coſi (le noſtre figure ſaltando) laſſar la ottaua, & la nona, & apponar la decima, & con tal ordine ſolar procedendo ſempre laſſando vno, & ponar l'altro, come che per eſempio appar in margine, & queſto apponar di figure ſi fa per ſaper di quante figure ſara la radice cuba di quel tal propoſto numero, & però ſe quel propoſto numero ſara ſolamente di vna, over di due, over di tre figure ſaperà certo la radice cuba di quel tal numero eſſer vna figura ſola, perche vna, over due, over tre figure a voler le apponare ſecondo l'ordine di ſopra detto non vi occorre ſaltar che vn ponto ſolo ſopra alla prima figura verſo man de ſtra, come ne vedi in queſta ſola figura 8, over in queſte due 7 8, over in queſte tre 6 7 8, perche doueſſe ricercar dui ponti biſogna che ſiano almeno quatro in queſta forma 5 6 7 8, ouueramente cinque, come ſono queſte 9 7 6 5 7, ouueramente ſei, come ſono queſte 7 6 5 4 7 9, & coſi ſeguendo ricercar tre ponti biſogna che ſiano almeno ſette figure, come ſono queſte 5 5 7 6 7 4 9, ouueramente otto, come ſono queſte 5 0 4 8 5 7 2 9, ouueramente 9 come ſaria queſte 5 7 8 5 7 5 9 7 9, & coſi procedendo di mano in mano.

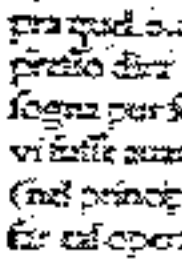
Come ſi cauano le radici cube ſi diſcrete, come ſorde delli numeri maggiori, & prima di quelli, che le figure ricercano dui ponti.

Auendo di ſopra moſtrato, come ſi cauano le radici cube ſi diſcrete, come ſorde, ouer propinque delli numeri minori, cioè di quelli che le ſue figure non paſſano otto, & ſimilmente come ſi apponano le figure de numeri maggiori, hora intendo di moſtrare come ſi cauano le dette radici cube ſi diſcrete, come ſorde, ouer propinque, delli numeri maggiori, cioè di quelli numeri, che le figure di quelli ricercano più ponti, ma per procedere

regola, comincierremo prima a trouare di quelli, che ricercano solamente doi punti, per che tanto ui occorre, & poi cosi seguendo anchora di quelli che ricercano molti punti.

Volendo adonque cauare la radice cuba di 79507. prima apponi quelle da quella figura secondo l'ordine detto di sopra, che mostra che ricercano solamente doi punti, uno di quali va sopra la prima figura verso man destra, cioe sopra a quel 7 (numero semplice) & l'altro va sopra la quarta, cioe sopra a quelli 9 mezani, come in margine vedi, tirando poi la linea a b, & come si faceua anchora al cauar delle radici quadre, & quelli doi punti ne dimostrano la radice cuba di tal numero esser di due figure, & sopra di quelle due figure si debbe trouare sopra a quel 9 doue fa il secondo punto, & subito poi sopra al primo punto, cioe sopra al 7 (numero semplice) per trouar adonque la prima sopra al detto 9 (maggiore) considerremo quel dal 9. con quell'altra figura, che segue verso man sinistra, cioe quel 5. che con il detto 9. detto 79. & cosi sopra al detto 9. trouaremo la radice cuba di 79. che troueremo quella esser 4. il quale 4 ne lo poneremo oltra la linea a b, come vedi nella seconda operatione in margine, & per sapere quanto fia lo numero cuba il detto 4 fia 64. ponilo sotto al 79. cauando il detto 9. di 79. che gli è sopra (come si costuma nelli partir per galea) & ui resta 15. a quel 15 ne lo poneraí sopra al detto 7. & depenarai quel 7. & anchora quel 64. come nella detta seconda operatione appar in margine, fatto questo per trouar l'altro secondo digito, o vuoi dir l'altra seconda figura della sopra radice si può procedere per doue vie, le quali sono di una sola, come di sopra si dirà, ma la piu facile ne uiene, & questa quadro quel 4. che è sotto la linea a b, fia 16. & reputalo quel 15 fia 45. & di quel 45 ponegnolo 8 sotto a quella figura di qua da quel 7. cioe fiano a quel 5. di quel 15 che non sono depenati, & le 4 decine di quel 45. le ponegno nel luogo, che ho posto el 4 di quel 64. depenato, come che nella seconda operation appare, dapoi uedi quante uolte può intrar quel 45 in quel 155. che detto gli è sopra, & ueder ai conuenire, che il proprio de quadrare di quel numero, che si ha a trouare multiplicato per quel 4. che è sotto la linea a b, si possa cauar da quello, che gli è sopra restato, & che ui stanno anchora sopra a quel vltimo 7. (che è il primo ponto di sopra) che ui si possa cauar il cubo di quel tal numero, sopra con la considerata prouaremo che il detto 45 intrarà 3 volte nel detto 155 (come le dette considerationi di quadro ne ho poste sopra a quel 4. detto la linea a b, come nella detta seconda operatione appare) dapoi per trouar il vltimo multiplicarai il detto 3. fia quel 45 (come si fa nelli partir per galea) & tal multiplicato andarai sempre di mano in mano da quel 155. che gli è sopra, sempre facendo ui notare di sopra a quelli con l'altre due figure, che seguitano, che sono 107, & depenar poi le sopradette figure, come nelli partir per galea si costuma, come anchora nella quarta operatione puoi vedere, fatto questo quadra il detto 3 fia 9. & sopra a questo 9 fia 27. & questo 27 multiplicalo anchora per quel primo 4 (oltra la linea a b) fia 108. & questo ponilo sotto a quel 107. cauando quel 3 sopra a quello. & quel 1 sopra a quel 10. come detto fu nella quarta operatione appare, dapoi fatto il detto 108 di quel sopraposto 110. & ui resta solamente 2 sopra quel 3. come che nella detta operatione appare, il qual 2 con quel 7 (sopraposto) che gli è appresso fia 27 fatto questo bisogna cauar pur quel 3 (della nostra radice) fia 27. & questo 27 si sogna pur sottrarlo di quella che fia restato di sopra la nostra operatione, & questo dicono ui stia tanto che ui ne possi cauar quel tal 27. ne bastii fino hauer sopra quel 28 (nel principio) in quel 2 che è sotto hauer quelle 3 volte, & però in vn tal caso ui bisognara redur tal operatione conforme dal principio al fine (come si costuma anchor nelli partir per galea, per gratia) & dove che fussi ancor quel 28 ouero in quel 27 anche bastii hauer solamente 27. & con quel 1 ui andarai procedendo, come si fatto hauemo di 3. Ma però in questo caso ui uedi che potrai cauar il detto 27. dal sopradetto per esser il detto numero precisamente 27. onde cauando il detto 27 di quel 27 ui resta 0. come che nella seconda, & vltima operatione appar, & così di tal radice cuba del detto 79507 esser 43 & per non esser restato cosa alcuna sopra alla nostra operatione ne sarà certo il detto 79507 esser numero cubo, & sarà vera la prouata cuba del detto 43. & se tal fusse cuba verria precisamente il nostro 79507. sarà dunque la operatione ben fatta, ma uolendo altramente ne sarebbe stato errato, & però bisogna (uolendo emendar tal errore) ricorrer





Ouero anchora cauar la radice cuba di 9663597. a quello come nella prima operatione in margine vedi, tirando la solita linea a b, & apponi le figure secondo l'ordine detto nella 1. che facendo trouarai che tal numero ricerca solamente doi punti, come quello della precedente, cioe il primo ponto sopra a quel 9. che è nel luogo del numero semplice, & il secondo sopra la quarta figura, che quel 6 mezano, fatto questo troua la radice

radice cuba del detto secondo ponto in la verso la man finistra, cioe di quel 51. che troverai quel la ellor 9 posi quel 9 oltra la linea b, come nella seconda operatione appare, & per esser quanto sopra assunti cuba il detto 9 fara 729. & questo ponerai sotto al detto 9712. & formando di quello, & restara 183. & questo 183 noterai ordinatamente sopra al detto 9712. come che nella detta seconda operatione appare dipendendo tutte le sopragiacenti figure, cioe quel 9712. & quel 729. fatto questo quadra il detto 9 fara 81. & questo triplicato fara 243. & di questo 243 tu noterai il 3 sotto al primo luogo di qua dal secondo ponto, cioe sotto a quel 7. & le altre due figure ne gli altri antecedenti luoghi, come nella terza operatione appare, dopoi vedi quante volte puoi intrare il detto 243 in quel 1837. che gli sta sopra secondo, che nelli partimi per banello, over gelosia è costuma, ma non quella condition di che è mopbio del quadrato di qual tal numero (che fatta intrare) multiplicano anchora per quel 9. che è oltra la linea b. si potia cauare di quello che restara sopra a quel 1837. non computandoui quel 7. apponato, & che anchora che vi restasse, che fusse tre con quel 7. apponato se ne potia cauar il cubo di qual tal numero, onde se ben considerarai tu noterai che il detto 243 intrara nel detto 1837 sette volte (come le dette condition) il quale 7 sarà lo notarai sopra detto al 9. oltra la linea b. come nella terza operatione appare, poi per esser quanto assunto di sopra, andarai multiplicando il detto 243 per il detto 9, & formando le dette multiplicationi di mano in mano dal sopradetto 1837. & noterai che ti restara 756. qual accompagnato con quello 7 (che seguita) fara 7567. fatto questo quadra il detto 9 fa 49. triplicato fara 147. & questo multiplicato anchora per quel ponto 9 (che cauito oltra la linea) fara 1323. & questo ancora lasso ordinatamente a quel sopranumato 7567. come nella detta quarta operatione appare, & formato di questo. fa quando che per homeru non potessi formare, cioe che l'ultimo numero di tal fusse magior che il già detto 243. non potessi intrare quelle 7 volte in quel 7567. con le dette condition, & per tanto tu li sottrarrai fatto (volendo emendar tal errore) quelli 2 ponti per la sopradetta operatione (come occorre anchora alle volte nelli partimi per banello, over gelosia) ma per che in questo non potessi cauar il detto 1323. dal detto sopranumato 7567. tu lo cauarai regolatamente, perche facendo di sopra restara 5244. quel 5. con quello 2 (apponto) fara 52. finalmente di questo 52. bisogna che ci ne caui il cubo di quel 4. il qual cubo fara 64. & per esser non vi fusse numero, che tu lo potessi cauare, dirai che il già detto 243. non potessi intrare nel già detto 7567. con le dette condition, & però in tal caso si farà disotto sopra (volendo emendar tal errore) ritornarai principiar di capo tal operatione, ma perche si vede che tu puoi cauar il detto 243. dal sopranumato 5244. & però tu lo ponerai di sotto regolatamente, come nella detta operatione si vede, & lo formarai di quello, il che facendo si sopradetto 37. & così concluderai la radice cuba del detto 9 1 7 1 6 esser 37. & essendo 37. per il quale 37 essendo tu lo chiamerai detto 9 1 7 1 6 non esser numero cubo, & tal sua radice non esser differta, ma sorda, ma volendo dar tal radice proportion, cioe formar di quel sopranumato 37. quel tanto secondo la regola da noi trouata, ponerai il detto 37 sopra con una virgola, & dopoi cauerai la radice cuba, cioe quel 37 fara 3 1/3. & questo triplicato multiplicarai anchora per 37. & fara 2331/3. & a questa gli aggiongerai quel triplicato, che quel 3 fara 2 9/3. & questo ponerai sotto alla sopradetta virgola per denominatore di quel 37. che numero, & che facendo fara 3 2/3 7/3, & questo non potendo sopportar a quella radice già cauata, cioe a quel 37 fara 37 2/3 7/3, & non fara la propinqua radice cuba del detto 9 1 7 1 6. & se vuoi far prova se tal errore in tal operatione cuba quel 37. & a tal cubo giongerai quel 37. che di sopra, & tal summa douera esser equale al nostro primo numero, cioe 9 1 2 9 7 1 6. il che essendo tal nostra operatione fara buona, & perche il cubo del detto 37 fara 9 1 2 6 7 3. & a quel giontarai il detto 37 fara manifestamente 9 1 2 7 1 0. & però è buona.

Ma nota che se per caso quel 37. che di è numero di sopra alla operatione fusse stato maggior di quel denominatore, cioe di 2831/3. fusse stato, che in tal caso bisogna intrare manco del douere quel 243. in quel 1837. & però in tal caso volendo emendar tal errore (se tal sforzato quelli 2 ponti di capo nella operatione, & però ascrivi, egli è buono, che il detto sopranumato alle volte può esser equale al detto di sopra dimostrato, & questo sempre si occorrera quando che il proposto numero di che vorrai la radice cuba, mancasse solamente di una unità a esser numero cubo, come di sopra nella ottava di questo capo.

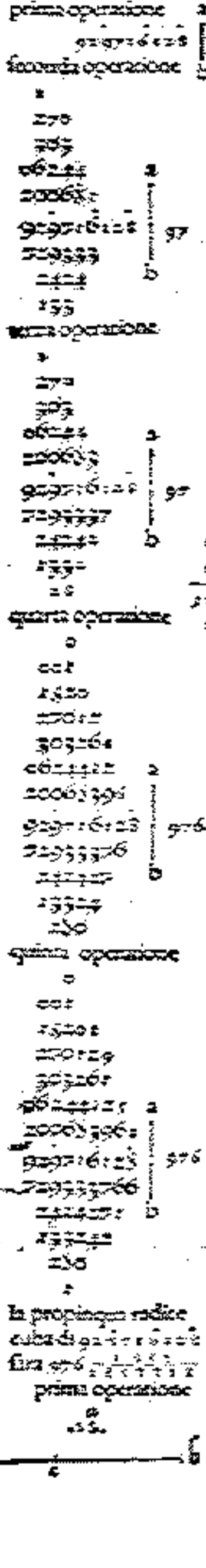
Come si cauano le radice cube di quelli numeri, che le figure di quelli numeri son più di dui ponti.

147 VOlendo cauar la radice cuba di 9 1 9 7 6 1 1 2. prima allora questo tal numero, come nella prima operatione di sopra nella margine appare, segnando la detta linea a b. & dopoi ponerai le figure di tal

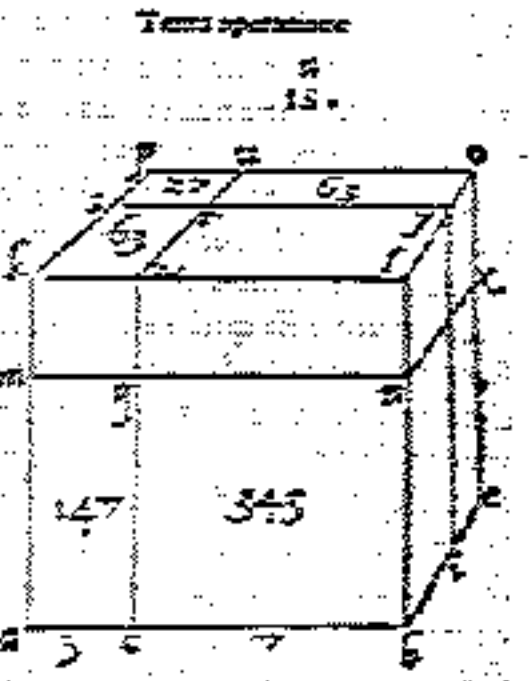
Seconda operatione
183 | 2 | 9 | 729
9 1 2 7 1 0 | 7
7567 | b

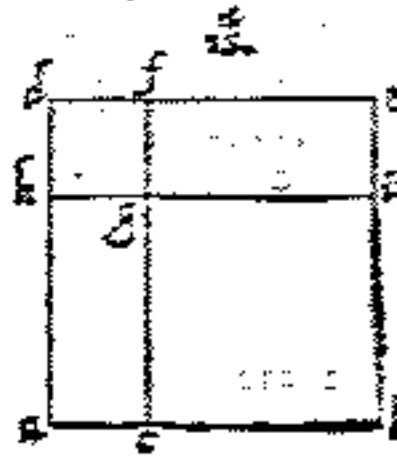
Terza operatione
183 | 2 | 9 | 729
9 1 2 7 1 0 | 7
7567 | b | 1323
2 4 | 7
Quarta operatione 49
1 2 | 5
4 8 | 147
1 1 3 6 | 2 | 9 | 1323
9 1 2 7 1 0 | 7
7567 | b | 1323
2 4 | 7
1 2 | 7
Quinta operatione 49
0 0 | 7
2 3 | 343
2 4 3 2 | 2 | 9 | 1323
2 1 3 6 1 | 7
9 1 2 7 1 0 | 7
7 5 6 7 | b | 5244
2 4 | 7
1 2 | 7
Sesta operatione
0 0 | 7
1 3 2 1 | 2 | 9 | 1323
2 4 3 2 1 | 7
1 3 6 1 1 | 7
9 1 2 7 1 0 | 7
7 5 6 7 | b | 5244
2 4 | 7
1 2 | 7
Settima operatione 49
0 0 | 7
1 3 2 1 | 2 | 9 | 1323
2 4 3 2 1 | 7
1 3 6 1 1 | 7
9 1 2 7 1 0 | 7
7 5 6 7 | b | 5244
2 4 | 7
1 2 | 7

La 3a cuba propinqua del 9 1 9 7 6 1 1 2 fara 37 2/3 7/3


prima operatione
1
1
1
1
seconda operatione
1
2
3
6
12
24
48
96
97
1
2
3
6
12
24
48
96
terza operatione
1
2
3
6
12
24
48
96
97
1
2
3
6
12
24
48
96
quarta operatione
0
001
1320
3020
3020
6040
2
2000
9409
9409
9409

equidistante alla d e, et fatto quello fara diuiso il detto quadrato a b d e, nelli duoi quadrati g b & g b d f, (che sono intorno al diametro) & nelli 2 supplimenti a g b & g f d e, (come nella seconda operatione appare) fatto quello sopra il detto quadrato a b d e, fia costituito un cubo, & sia detto sopra la linea b d e f & b l sia la superficie (seguendo il detto cubo) perpendicolare sopra la superficie del quadrato a b d e, come nella terza operatione si vede, fatto quello dalle due linee a b, & b l sia segnate due parti a m & b n, eguale alla parte b e, et sia tirata la linea m n, & dalla detta linea m n alla precedente una superficie equidistante alla base del cubo, cioe al quadrato a b d e, da quel corpo, & fatto quello si trouera il detto cubo a b d e k l poi esser diuiso in 8 corpi solidi, delli quali duoi sono cubi, cioe il corpo a b l q n r, & il corpo che sotto gli è al quadrato p s t u, & de gli altri 6 sono corpi equilati sopra li 2 quadrati cubici del cubo b r q n r, & l'uno è il solido q n z k e y r, il secondo è quello che diremo del detto cubo, che ha la apparente superficie r l e x u, il terzo poi è quello, che è sotto alla apparente superficie m q a c, & sono detti solidi maggiori, & quelli 3 sono eguali (come di sopra è stato detto) alli 3 quadrati del detto cubo della parte maggior b c, & della altra parte a c) & gli altri sei solidi sono ottenuti da 3 superficie quadrate del cubo sotto gli al quadrato p u t s, & della linea c b, (cioe eguale alla detta c b) il primo di quali è il solido m n y o r x l, & il solido s t k n m q l, & poi il sopra detto cubo sotto gli al detto quadrato s t u p, e que-





sti sei solidi siano eguali, & perche quelli duoi cubi, & 6 solidi empiono realmente, & per essere il detto grande cubo a b l p o c, di pero sono a lui eguali, & da proposito. Quelli 6 solidi si possono chiamar supplimenti, & noua che per esser stata ignorata questa sopradetta proposition da gli nostri antichi, & moderni matematici, non hanno potuto, ne saputo dar regola a molte facile particolarita in geometria, & in algebra (come che nel nostro procedo si farà manifesto.)

26 ET accioche meglio si intenda la sopradetta propositione de ogni quadrato di persone la voglio di nouo esemplificare con ragioni numerali, cioe con la speditione di numeri, cioe voglio che possiamo, che tutta la linea a b della sopradetta propositione sia 10 piedi lineali, & che la parte c b sia sua 7. & che la parte c a sia sua 3. il cubo della parte c b, (che è 7 piedi) venira a esser piedi 343 cubi, & tanto sara il cubo c b q n r, come è notato nella figura, & poi quadrato quello, il cubo poi della parte c a, (cioe 3) venira a esser 27 (come è notato nella superior figura) & tanto quello, sara 6 solidi maggiori, cioe quelli, che sono contenuti sopra li 6 quadrati del cubo c b q n r, & della parte a c, (della linea detta, delli quali l'uno è il solido q n z l r y r, & l'altro sara di pari del detto cubo, delquale solamente la faccia r x l e, è apparente di quello, & tanto poi è della banda finistra del detto cubo, delquale solamente la faccia a m q, è di quello apparente, cioe tutti duoi venira a esser 147. come nelle sue facie apparenti si vede notato. Li 6 solidi poi minori, cioe che sono contenuti dalli 3 quadrati del cubo a b l, & dalli altre parte c b della linea detta cioe tutti duoi venira a esser 63. delliquali l'uno sara tutto o r x. & secondo sara s t k n m q l, & tanto non è in parte alcuna apparente per esser sotto gli al detto cubo parente. & per maggior intelligentia delli duoi sopradetti vi habbiamo annotato il detto 63. nella figura superiore, per le differentie delquale di detti 2 cubi con li suoi 3. & 3 solidi di sotto, come che in margine vedi, & tutti insieme numerati detti 8 corpi, monta tutto 1000. & tanto debbe esser il cubo di tutta la linea b l, laqual supposta esser 10. & perche il cubo di 10 è pari 1000. venira a esser veramente la nostra propositione.

Cubo della c b	343
Li 3 solidi	147 147 147
Cubo della a c	27
Li 3 solidi	63 63 63
Summa	1000

27 OR per voler assignar la cubi propriety di tutte le altre radici, & che vsar si possino sopra il cauar la radice cubi di numeri assegnati, che numero alcuno non possi, pongo per esempio, che vogliamo cauar la radice cubi di 2 x 167. il qual numero sia detto, & supponendo le figure, come che in margine appare, & perche le due figure ne hanno duoi ponti, come vedi in detto numero, che la radice sara di due figure, o vuoi di duoi dighi, & pero tutto quel numero sia una linea, come sara la a d, diuisa in due parti in ponto c, laquale due parti siano quelle due figure, il cubo delliquali vien a esser quel numero 2 x 167. & perche quello cubo è composto di duoi cubi di quelle due parti a c, & c d, & di quelli 3 doi 3, & 3 solidi denanti le due precedenti, il cubo della parte maggiore (cioe della a c) egli necessario che sia un quel numero, che è del secondo posto in qua verso man sinistra, cioe in quel 2. & pero con modi conuenienti

prima operatione	
4	2 c c d
2 x 167	z
b	

...ueſto ſia radice del maggior cubo, che ſia in 12. & trouaremo quello che ſi ha ...ni ſecondo il ſolito oltra la linea ab. & per ſaper quanto auanza ui poneremi il cubo del detto 2 (che fia 8 ſotto al 12. & lo ſottrarai del detto 12. & reſtara 4 (come nella ſeconda operatione appare) dipoi dicendo le ſomme ſi uediamo che ponendo il detto 2 con le altre due figure, che ſeguita di qua dal primo punto, dira 42. hor dico che in quello 42. ui ſi gli contiene quella 8. & 8 ſolidi (detti nelle due precedenti) & perche ſi ne maggiori ſono contenuti dalle ſue quadrici del maggior cubo, & della parte minore della linea diuiſa, onde per trouar la detta parte minore (fia ben incognita) piglieremo tre quadrici del detto 2. che fiamo 12. & lo poneremo ſotto 2 quel 42. & come nella terza operatione appare, & con modi numerali inueſtigheremo quante uolte nel detto 12 potra intrar nel detto 42 (con quelle conditioni dette al ſuo luogo) & troueremo, che ui ſtaranno 3 uolte, & quello 3 lo poneremo oltra la linea ab appreſſo al 2. & dira 23. & que-ſto 23 fiamo le due ritornate parti della linea cd. (dove le due decine ſono per la parte maggiore c e & quel 3 numero ſimplice per la parte e dimenore) hor per trouar quello che auanza molti-plica il detto 3 fia quel 12 fatto 3 fa quello fatto per li 3 ſolidi maggiori quali entrano in quel 42. re-ſtara 3. come nella detta terza operatione ſi vede, il quale 3 con quel 6. che ſeguita dira 36. & per-che in 2 quella hora habbiamo trouato il maggior cubo (detto) & li tre maggiori ſolidi, accioche reſtino da trouar gli altri tre ſolidi minori, & anchora il cubo minore, per trouarli biſogna il trop-pio del quadrato del 3 (minor parte) del quale trappio verra a eſſer 27. & quello 27 moltiplicato ſia la parte maggiore (cioe fia quel 2) fara 54. & quello ſara li tre ſolidi minori, liquali po-ſti ſotto a quelle 54 (dicono) & formata la quelle 81 ſotto 12 quel 3 che ſeguita dira 27. come nella quinta operatione appare, & coſi ſono 2 quelle hora habbiamo il cubo maggior (di detto) & li 3 ſolidi maggiori, & anchora li 3 ſolidi minori, & pero non ui reſta altro, che a trouar del reſtante il cubo minore, cioe il cubo di quel 3 il quale cubo fara 27. & perche il reſtante e ſtato 27. & pero ritornando 27 di 27 reſtara nulla, il che ne dimoſtra il detto 2 eſſer numero cubo, ſo come ho uolſuto anco quel 3

gli predetti, cioe al produtto del cubo della prima parte (laqual supponiamo la ponga a) & al produtto del triplo del quadrato della detta prima parte a, fia la seconda parte (laqual supponiamo ha.b.) & al produtto del triplo del quadrato della detta seconda parte fia la prima, & finalmente al cubo della detta seconda parte, delqual corollario essendone fatto la prova naturale si trouara cosi essere, & per questo verro piu accommodo alla estrattione della detta radice cuba.

Corollario secondo.

Vdesi dalle cose dette esser manifesto, che il cubo di tutta la soprastante linea a.b. (diuisa in due qualitati) e quelli altri 4 principali produti, cioe pur al produtto del cubo della prima parte, & al produtto del quadrato della prima parte fia il triplo della seconda, & al produtto del quadrato della detta seconda parte fia il triplo della prima, & finalmente al produtto del cubo della detta seconda parte, come cio per la prova naturale se ne potra certificare, & di questo ne ho voluto mostrare per mostrarti, che tal proposition si puo mutare in piu modi per meglio accommodarla secondo il bisogno in pratica.

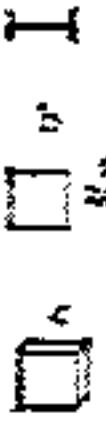
25 Della estrattione delle dette radici cube propinque delli numeri non cubi propone Orontio duoi modi, il primo e quello che fu narrato nella 4 del terzo capo, cioe che lui vuole, che quel residuo, che sopraauanza in tal estrattione, fia posto sopra una virgola (per nomenclatione) & sotto di tal virgola vuol che gli fia posto il triplo della radice già cauata per denominatore, laqual sua regola e molto lontana dalla verita, come che nella detta 4 del terzo capo fu detto manifesto. Ma conseguentemente a quello ne propone un'altro secondo, qual dice essere piu facile del sopra narrato, & quello e simile a quello, che nella 16 del primo capo fu detto della seconda specie, cioe vuole che la proposta, & tal numero cauar nelle vene la man della quarta parte, ma differisce per ordini numerali, come fia detto .ooo. ouer .ooooooo. ouer .ooooooooo. cioe y. over 6. over 9. over &c. & tal differentia, & dice quello vuol che di tal residuante numero si debba poi cauar la radice cuba secondo l'ordinario, & se in tal operatione auenisse qualche numero non cauale, che nella resta vi sia cauo, & dalla radice, che in tal operatione fara fosse cauata vuole che fia tolto via cauo figure verso la banda della quarta fiamo ritornati nelle, che siamo sia aggiunto al primo numero, & le figure che restarano verso la banda sinistra insieme con il vacuo, che si formara con quelle figure tolte via da banda della quarta sia diuisore, secondo che fara la radice propinqua cuba del proposto numero, laqual cosa se ben la credi essere non vuol dir altro, che voler diuidere quelle vnita naturali di misure cube del proposto numero in .ooo parti, ouer in .ooooo parti, ouer in .ooooooo. & cosi discorrendo, accioche si venga al hauer diuiso le vnita delle misure lineali, che nella radice pervenga in .x. parti, ouero in .xx parti, ouero in .xxx parti, & poi cauar la detta radice cuba di quelle particole per trouare poi nelle nolite prime misure, hauta ragion per quel numero in che fiamo stati diuisi, essere pigliare il primo proposto numero fara fatto aggiunto ooo. (che vera .x. ouer moltiplicato per .ooo) bisogna partire la radice cauata per .x. (perche la radice cuba di .ooo. vien .x. ouer no) & per le medesime ragioni il primo numero fara stato moltiplicato per .ooooo (ouer lo aggiongerai .v. nelle bisogna partire la radice cauata per .xx. & cosi se al primo numero fara fatto aggiunto .y. nelle bisogna poi partire la radice cauata per .xxx. & cosi discorendo, & questo lo fa, accioche quel vacuo, che noe fatto formar del numero (che nota nella prima operatione) cosi di figure vna di quelle parti di quelle misure lineali, & no sopra la prima proposta integra vnita, ouer misura, & pero quanti piu zeri si trouara di nulle si aggiongera al primo numero tanto piu si andara accostando alla verita, laqual cosa (non hauendo altra migliore) non e da biasmare, ma al contrario da esser presa da ciascuno, che da mathematico (come sopra delle radici quadre fu anchor detto. Questa medesima regola e stata inuenta dal Cardano, medico milanese, & da Lodouico Ferrato suo creato, & non solamente nelle radici quadre, & cube, ma nella sopra publica disputa si sono sforzati formarla nella inuention di varij modi quelli alhor publicamente proposti sopra il cauare delle propinque radici radice, & di molte altre specie, come che al suo conueniente luogo si dira, & si fara anchor vedere per confidarti loro in questa regola di aggiongere di nulle in quarti grandi errorni siano caduti, perche (come si dice in fine della .x. del primo capo di questo libro) gli errori di detta regola si fanno piu euidenti in la grande specie di radice di quello fanno in quelle piccole, cioe in quelle due quadre, & cube, pur accioche ogn'un vada, & intenda quello che di sopra e stato detto, sopra a tal regola (nelle radici cube) pongo che vogliamo trouar la propinqua radice cuba di .xx. per il detto modo posto da Orontio, & insieme dal Cardano (come di sopra

Hieronimo Cardano medico milanese

per 2 fino detto) aggiongeremo per al preſente 000. cioè al detto 12. & ſarà 12000. & di que-
ſto 12000 ne caueremo la radice cuba per le regole date, & troueremo quella eſſer 22. & del-
lo non ne reſteremo alcuno numero, ma queſto 22 lo partiremo per 20 (per quelle 000. che ſur-
gliono al primo numero) & ne verrà $1\frac{1}{10}$, & tanto ſi concluderà per tal ſua regola eſſer la pro-
pinqua radice cuba di 12. ma procedendo per la noſtra regola troueremo la detta propinqua ra-
dice cuba di 12. eſſer $1\frac{1}{10}$ & ſe de l'una, e l'altra ne farà proua, cioè cubando l'una, e l'altra troueraſſi
la noſtra eſſer molto più propinqua della ſua, & con più breue, & ragioneuol via ritrouata, perche
ſe con eſſa ſua regola vorremo caur la radice cuba propinqua di quad. 9 m 6 2 2 3 (della quale nella
14 di queſto capo ne cauſſimo la detta propinqua radice cuba per la noſtra regola, & quella con
la ſeconda breuità troualſimo eſſer 9 m 6 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$) dimando quanta maggiore via ſi aggion-
gerà a procedere con eſſa ſua modo, over regola, & tanto più aggiongendo a tal numero 9 mila,
come nelli ſuoi eſempi coſtuma dirſum di ſopra.

Come che le radici cube ſi delli numeri non cubi, come delli cubi ſi può per via geometrica trouare, & dare preciſamente per linea.

NOnoſtante che le radici cube delli numeri non cubi non ſi poſſino preciſamente cauare, ne dare per numero di ſorte alcuna, cioè ne per numero ſurdo, ne per numero rotto, ne per ſurdo & rotto, pondimeno con modi, & regole geometrice, quale ſi poſſono preciſamente dare, & aſſignare per linea, ma per ben intendere la pratica di quelle operando ne biſogna per notare (come ſi fece delle radici quadre) che tutti li numeri, che ſi propongano, over che ſi proponeranno da cauargli la radice cuba, per quelle regole geometrice ſi debbono intendere numeri di miſure ſolide, o vuol dir corporee, come ſaria a dire di cante pertiche, over dicemi paſſi, over di cante miſure formate con il compaſſo a noſtro piacere, & per tal miſura ſolida, over corporea ſi debbe intendere per vno cubetto di una di dette miſure per eſempio, o vuol dir per lato, & acciò meglio ad intendi biſogna notare, che le miſure geometrice ſi diuideno in tre modi, o vuol dir in tre ſpecie, la prima è detta miſura lineale (come ſaria la linea a. in margine poſta, laquale ſupponeremo in queſte noſtre operationi per vn piede lineale, come ſi ſuole ordinar nella 2 delle radici quadre) la ſeconda è detta miſura ſuperficiale (come ſaria il quadro b. qual ſupponeremo il quadro della linea a. cioè d'un piede) la terza è chiamata miſura corporea (come ſaria 2 dire il corpo c. qual ſupponiamo il cubo della detta linea a. (cioè d'un piede, per eſſer ſtata ſupoſta la detta linea a. vn piede) hor ricordando il noſtro primo propoſito replico, che tutti li numeri che ſi propongano da cauarli la ſua radice cuba, ſempre ſi debbono intendere numeri di miſure corporee, alla ſimilitudine del corpo c. & la radice cuba, che da tal effetto ſe li troueraà ſempre ſi debbe intendere numero di miſure lineali, alla ſimilitudine della linea a.

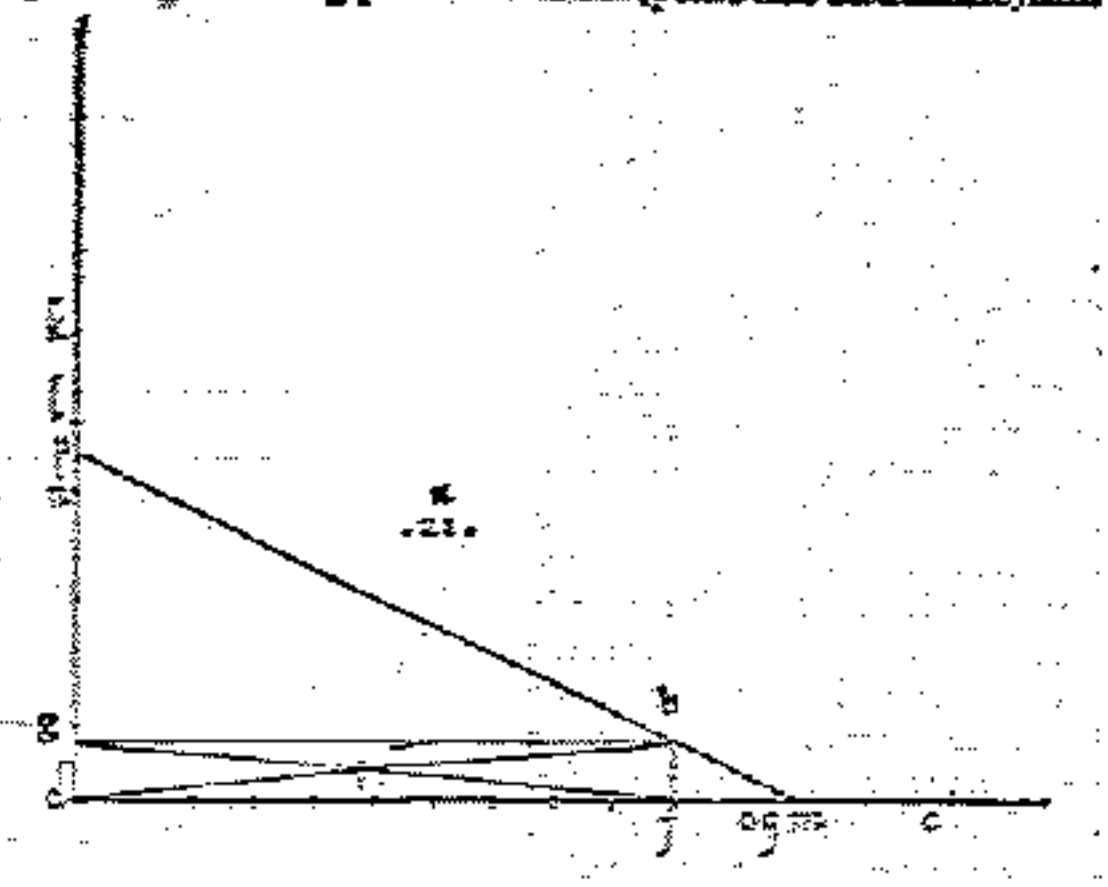


ANchora biſogna notare, che il problema di trouare la detta radice cuba geometricamente per linea non eſſere ſtato, ne inſegnato da Euclide, ouer che di tal coſa ne faſſe ricordo da alcuni a lui antichi di Platone (per deſiderar il cubo, ouer l'altre coſe Apollinee, per ſar ceſſar la peſte) & queſto (per quanto poſſo conſiderare) è proceſſo per non ſaper trouar modo di eſeguir tal effetto dimoſtratiuamente come ſi conuiene al matematico, anzi ritrouando quelli alla lui antichi dal detto Platone, laqual coſa vedendo Platone, e molti filoſofi ſi miſſero a cercare di eſeguir tal effetto, & coſi ſi trouaro da loro di mandar tal coſa ad effecutione che per vna via, che per vn'altra, almeno che nuoui di detti modi, & regole erano ſtati loro diuerſi (come che nel noſtro trattato di geometria ſi potrà vedere) vero è che niun di detti modi era da mathematico, ma da manuale, perche in ciaſcuno di quelli ſi proceda a tentone, vero è che Oronzio moderno mathematico in quel di quadrare circuli, ſi preſume di hauer trouato di eſeguir tal problema dimoſtratiuamente, ma non poco s'inganna, come al ſuo conueniente luogo ſi farà manifeſto. Hor per tornar al noſtro propoſito anchor che per molte vie ritrouati (come è detto) ſi poſſa eſeguir tal effetto di trouar la radice cuba per linea, quelli noi ſolamente quello, che operato nelle noſte occorrentie, perche a me mi pare molto ſpeditiua, de gli altri poi nel noſtro trattato di geometria ne parleremo.

Eſempio per trouar la radice cuba per linea.

VOlendo adonque trouare per linea, poniamo la radice cuba di 12. quello ne (come di ſopra è ſtato detto) s'intende, o che ſi debbe intendere 12 miſure corporee, hor poniamo che ſiano 12 corpi ſimili al noſtro corpo c. di ſopra poſto in margine, delli quali 12 corpi la intention noſtra è di volerne fare vn cubo ſolo, & ſuper quello ſia per lato, over che diremo, egli ne vn cubo, che l'area ſia corpi 12. di detti corpi c. & voremo

& vorrēmo sapere quanto sia il lato del cubo, cioe quanto sia di quelle misurate linee: (simile alla a.) per lato sopra linea a. per esser stata supposta per vn piede, & per piede la chiamerēmo, per effequir adonque quello effetto mi vna linea, cioe la d e & di quella accettarai la d f. che sia precisamente 10 piedi (cioe 10 di quelle linee a.) et sopra la detta d f. farai la superficie d f g h. rettangola che la sua larghezza (cioe la d g. & la h f.) sia precisamente piedi 1. (sul che la detta superficie venirà a esser 10 piedi superficiali) sino a quello mi in quella li duoi termini d h. & g f. (per trouar il centro 1.) dipoi slonga il lato d g. pontmo fino a k. (ponto non determinato) sino



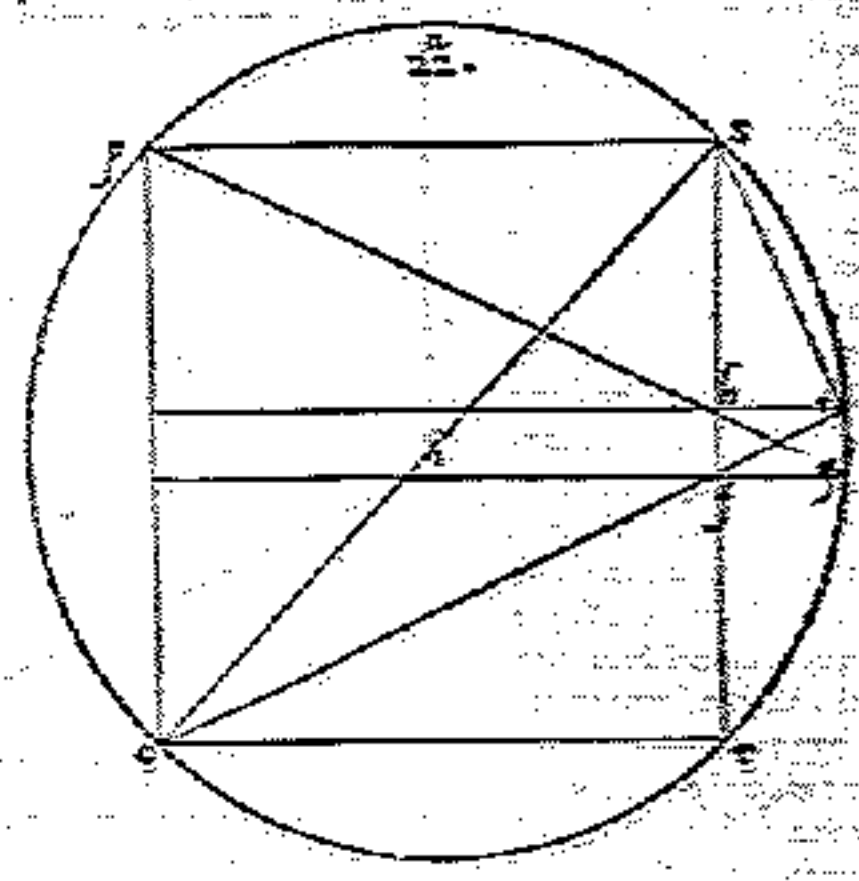
quello pigli il suo compasso (facendo centro il ponto 1.) & con quello cerchi di segnar in pāno sopra la linea g k. & vn'altro (senza variar il compasso dal centro 1.) sopra la linea f e. Li quali duoi ponti siano di tal qualità, che tirando vna linea retta da vno a l'altro di quelli tal linea passi precisamente per il ponto h. & per trouar quelli duoi ponti così conditionati bisogna prouedere a tutto ne la quello modo per vna nostra speculatione. Si gnarono li duoi ponti l & m. & dapoi segnati, che siano sopra mentouati, tirando da l'vno a l'altro la detta linea retta che quella passi precisamente per il detto ponto h. & perche in vero tirando la detta linea dal detto ponto l. al ponto n. in quella trouarai alquanto di sopra dal detto ponto h. & però ne segnarēmo duoi altri finigendo alquanto il nostro compasso, & quelli secondi pongo che siano o. ma tirando la detta linea dal ponto n. al ponto o. trouarēmo, che quella trouarai alquanto più basso del detto ponto h. & però slargarēmo alquanto il nostro compasso, & con quello segnarēmo gli altri duoi ponti p. & q. & perche a tirar la detta linea dal ponto p. al ponto q. quel passa precisamente per il detto ponto h. come finalmente si vede, concluderēmo la linea f q. esser la radice cuba di 10. vero è che bisogna esser diligentissimo nell'operare altramente malamente risponderai al tutto, essempi gratia pigliando la propinqua radice cuba di 10. per la nostra regola trouarēmo quella esser 2 1/2, & però se la nostra operatione geometrica fia fatta con diligentia la detta f q. douerà esser circa poco 2 1/4, cioe circa due di quelle linee a. & vn nono di vna di quelle, & così con il compasso ne porai chiarire.

Ma perche dicono, che ben intendi la sopradetta regola 11 la voglio breuemente replicare in parole sopra di vn'altro numero, essempi gratia sia quel tal numero, del qual vorrai trouar la radice cuba sia la linea finita 7 in lunghezza, cioe cauarai della linea d e che per ipotesi è dieci piedi, & la larghezza, cioe la d g. cauarai sia la superficie di 1. piede, nel che la superficie d f g h. venirà a esser 9 piedi superficiali nel resto sia procederai, come di sopra è stato detto, & la detta radice cuba di 7. venirà per nel luogo della f q. & la trouarai esser leggier di 2. ma poco, & leggiera di 2 (se diligentemente operarai) che il tutto non potrai vedere nel disegno, anzi parerà precisamente 2. come che secondo con la nostra regola trouarēmo la radice cuba propinqua di 7 esser 2.

Come si può geometricamente dimostrar la linea f q esser la radice cuba di x.

Della cosa communemente è stata operata diligentemente nelle molte occorrenti nelli numeri & misure, ma molto più bello è stato assignarle cause (come sapientemente) delle loro conclusioni, & per tanto per satisfare a gli huomini dotti, & massime a quelli che non ignorano il Magistrale, voglio dimostrare qualmente la linea f q. della figura sopradetta è la radice cuba de 10. vero è che per dimostrar questo bisogna

prima, che io dimostri, che le due linee g p, & f q. siano medie proportionali fra la d f, & la f h. & per dimostrar questo, sopra il centro a. del detto parallelogrammo rettangolo d f g h. gli descriuerò semicircolo p o q. per il quale cada la quarta della proportionale q (cioè quel medesimo) fino a quello allongo da l'una, & l'altra banda il lato h f. per fino alla circonferentia segnado quella nelli detti punti n. & s. & così h. o. d. per fino a n. & h. g. h. per fino a s. & dirò le due linee p. & o. r. & finalmente le s. o. r. o. & h. s. dapoi ingualo in questo modo. La linea s. r. è eguale alla p. o. per esser equalmente distante dal centro a. & per ciò essa semidiametro le quattro linee. p g. s h. d o. & f r. sono fra loro eguali, & similmente le dette h. & f q. sono fra loro eguali, & però tirando la r f. & quella prodotta in diritto quella circonferentia nel punto o. si come che la q h. non cade nel punto p. (dal presupposto) onde l'angolo s r o. viene a esser retto, per esser nel mezzo circolo s r o. & però anchora il triangolo s r f. viene a esser rettangolo, & la perpendicolare h. (per il corollario della ottava del sesto di Euclide) viene a esser media proportionale fra la r h. & h s. & perche la f q. è eguale alla detta h. seguita, che la f q. sia pur media proportionale fra le dette due linee r h. & h s. & però la proportione, che è dalla r h. alla f q. quella medesima sia dalla f q. alla h s. & perche la p g. è eguale alla detta h. segue ancora adonque che la proportione che è dalla r h. alla f q. quella medesima sia della f q. alla p g. & perche il triangolo p g h. è simile al triangolo h f q. (come di sopra è dimostrato) la proportione, ch'è dal lato r h. al lato f q. quella medesima sia del lato p g. al lato g h. & però seguita le quattro linee r h. f q. g p. & g h. esser continue proportionali, & le due f q. & g p. (da noi trouate) esser medie fra le due prime, cioè fra la r h. & la d f. (perche la detta d f. viene a esser eguale alla detta g h.) essendo adunque queste quattro linee r h. f q. g p. & d f. continue proportionali, la proportione della prima alla quarta, sia si come quella del cubo della prima al cubo della seconda (per la 3. 2. del undecimo del nostro Euclide volgare) & perche la prima linea (cioè r h.) alla decima parte della quarta (cioè della d f. dal presupposto) anchora il cubo della detta r h. fia alla decima parte del cubo della f q. & perche il cubo della detta r h. (sapendo noi esser lungo otto piedi) viene a esser otto piedi cubi, & così il cubo della detta f q. viene a esser 10. piedi cubi, & però la detta linea f q. venirà a esser la radice cuba di detti 10. piedi cubi, che è il proposito nostro, qual fu da dimostrare, che la nostra trouata linea f q. era la radice cuba di 10.



Resta hora dimostrare, che li detti triangoli g p h. & f h q. siano simili (come di sopra fu proposto) la qual cosa in più modi si può dimostrare, ma per al presente ho dimostrarne in questo modo, per esser le due linee g h. & d f. equidistanti in loro triangolo g h p. (del triangolo g h p.) l'angolo (per la 29. del primo di Euclide) al angolo f q h. del triangolo f q h. & l'angolo p g h. del medesimo triangolo p g h. è eguale al angolo h f q. del medesimo triangolo h f q. per esser l'uno, & l'altro retto, onde (per la 32. del primo di Euclide) sarà il terzo angolo, & così questi triangoli, di che si propone.

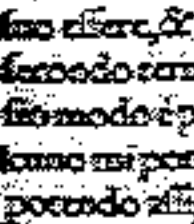
Come si cauano le radici cube di numeri rotti, & di sani, & rotti insieme, & le proue delle radici cube, come le proue delle non cube. Cap. IIII.

Per intendere il modo di cauar la radice cuba di numeri rotti, bisogna accorgersi, come che di tai numeri rotti alcuni sono cubi, & alcuni non, & molto più quelli sono pochi che cubi delli cubi, & non cubi sono quelli che dopo che sono ridotti all'ultima sua ragione hanno il suo numeratore, & medesimo il suo denominatore numero cubo, come sono questi $\frac{8}{27}\ \frac{27}{64}\ \frac{64}{125}\ \frac{125}{216}$, & infiniti altri simili, onde per cauar la radice cuba di quelli tali è cosa facile, perche basterà cauar la radice cuba del suo numeratore, & poscia

ponerà ſopra à vna virgola per per numeratore, & dapoi cauar anchora la radice cuba di ſuo denominatore, & poner tal radice ſotto alla medeſima virgola per denominatore, eſempi gratia volendo cauare la radice cuba di $\frac{8}{27}$, cauo la radice cuba di quel 8 ch'è ſopra la virgola, laqual è par 2. queſto 2 metto ſopra vna virgola, & ſotto di quella metto la radice cuba di quel 27 (ch'è ſotto alla virgola) laquale radice è 3. & ſtara in queſto modo $\frac{2}{3}$, & coſi concluderà la radice cuba di $\frac{8}{27}$ eſſer $\frac{2}{3}$. Se le vorrà far proua cuba queſto $\frac{2}{3}$, & vedrà ſe ritorna quel $\frac{8}{27}$, che ſe ritornando ne ſeguirà eſſer buona, ma ritornando altramente ſaretti ſegno di hauer errato nella operatione, per hauer queſto $\frac{2}{3}$ preſo, che no debbi ſtare, che bologna dir $\frac{1}{2}$ ſia $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ ſia quel $\frac{8}{27}$ & preſo ſia bene, & con tal modo concluderai, che la radice cuba di $\frac{8}{27}$ eſſer $\frac{2}{3}$, & di $\frac{27}{64}$ eſſer $\frac{3}{4}$, & di $\frac{64}{125}$ eſſer $\frac{4}{5}$, & di $\frac{125}{216}$ eſſer $\frac{5}{6}$, & di $\frac{216}{343}$ eſſer $\frac{6}{7}$, & di $\frac{343}{512}$ eſſer $\frac{7}{8}$, & di $\frac{512}{729}$ eſſer $\frac{8}{9}$, & di $\frac{729}{1000}$ eſſer $\frac{9}{10}$, & coſi deſcorrendo.

Ma bisogna auertire, che molte volte vn rotto ſara cubo, & parera nõ eſſer cubo, come eſempi gratia ſara queſto $\frac{3}{4}$, delquale ne il numeratore, ne manco il denominatore è numero cubo, & nondimeno ſe lo ſtimarai per 3. trouarai che ne venira $\frac{27}{64}$, ch'è cubo, & però ſempre ſtima il tuo rotto ſe ti vuoi certificar ſe quello è cubo, ouramente non, egli è ben vero che alcuni ſi dà ſtimar, come ſtimati ſi conoſcono eſſer cubi, come ſara queſto $\frac{343}{512}$, qual ſtimandolo per 7. & 8. ſara $\frac{7}{8}$, ch'è cubo, la cui radice cuba è $\frac{7}{8}$, & ſimilmente il detto $\frac{729}{1000}$ è cubo, & la ſua radice cuba è $\frac{9}{10}$, qual ſtimato ſara per $\frac{9}{10}$, ma queſti tali ſono rari.

Come ſi cauano le propinque radici cube delli numeri rotti non cubi.



Hà quando che il numeratore, ò il denominator del rotto, ſtimato che ſia non ſara numero cubo, & quando ben vn di loro fuſſe numero cubo, & l'altro non, il rotto no ſara cubo (come ſi detto anchora ſopra li rotti quadrati) Se adonque vn rotto non ſi cubo, & che ne vogli cauar la propinqua radice cuba, ciò ſi potria eſſeguir per tre diuerſi modi ragioneuoli, delliquali è pur leggiadro, & à manco errori ſoggetto è queſto, moltiplicarai il quadrato del denominatore di tal rotto ſia il ſuo numeratore, & di tal prodotto cauarai la propinqua radice cuba (per la noſtra regola) & tal propinqua radice partirai per il ſimplice denominatore, & lo auenimento ſara la propinqua radice cuba di tal rotto, eſempi gratia volendo per queſto ſecondo modo cauar la propinqua radice cuba di $\frac{5}{6}$ quadra il 6. ch'è ſotto alla virgola, fara 36. moltiplica queſto 36. per quel 5. ch'è ſopra la virgola fara 180. & di queſto 180. cauarai la propinqua radice cuba (per il modo che noi mostramo poco, & dichiarero nella fine del terzo capo, & trouarai quella eſſer $5\frac{5}{7}$, & queſto partirai per il ſimplice denominatore del noſtro primo rotto (cioe per quel 6.) & ne verra $\frac{5\frac{5}{7}}{6}$, & tanto diremo eſſer la propinqua radice cuba di quel $\frac{5}{6}$, che ſe ne ſara la proua naturale, cioe cubando la detta radice propinqua ne trouerai tal ſito cubo errar di vna poca coſa dal noſtro $\frac{5}{6}$, il qual errore nella detta radice ſara quaſi nulla. Eſempio

La cauſa di queſta regola non ſe la poſſo far manifeſta in queſto luogo per non hauerti anchora dichiarato il maneggio delle proportioni, ma quando che ſarà il mio ſtudio ſara aggiontta alla quarta del ſeſtodecimo capo di tal maneggio ſe vi ponerai cura da te medeſimo la intenderai, perche queſta regola non è altro, che di trouar fra il denominatore, & il numeratore il ſecondo termine del quatro termini continui proportionali (per la noticia del primo, & dell'vltimo, ouer del primo, & del quarto, & in queſto caſo il primo termine vien à eſſer il denominatore, & il quarto il numeratore, ouer della proportione del detto denominatore, alla radice cuba del detto ſecondo termine ſara ſi come la radice cuba del denominatore alla radice cuba del numeratore (per la 26. del vndecimo di Euclide) & però partendo la propinqua ſi cuba del ſecondo termine per il detto denominatore ne verra quel medeſimo che verria a partir la radice cuba del numeratore per la radice cuba del denominatore, & a trouar la radice propinqua ſi del denominatore, come del numeratore ſi fa duoi errori (per non eſſerne ſtati nel altro numero cubo) delliquali quel che occorre nella propinqua radice cuba del denominatore (anchor che ſia inſenſibile) per operarlo poi per partitore cauſa alle volte errore aſſai nella concluſione. Ma procedendo per queſto noſtro modo il denominatore ſta in ſuo eſſere, & non ſi altera, & però lo errore è ſolamente in quella radice propinqua, che ſi caua del ſecondo termine, qual errore eſſendo già picolo, & partendolo poi ſi fa più picolo, & però queſto modo è più leggiadro, & ſoggetto a manco errore di qual ſi voglia per gli altri detti.

Alcuno ne potria in queſto luogo, ouero in queſto paſſo, ragioneuolmente obiettare dicendo non potendo allegar la cauſa della ſopraſcritta regola ſpettante al trattato delle proportioni, ne douendo potere il detto trattato delle proportioni auanti di queſto delle radici. Riſpondo che ſono, & ſia

no di quelli doi termini (rispetto alle cose) ha disegno del libro, ma più la divisione seguente delle proportioni (in quanto alla prima) del trattato delle radici, di quello che in quello delle radici di quello delle proportioni, & però lo habbiamo assignato a quello.

Come si cauano le radici cube delli numeri fani, & rotti.

1 Intendo ben inteso il modo di cauare le radici cube si delli numeri cubi, come delli non cubi, facil cosa fia a intendere il modo da far il medesimo nelli numeri fani, & rotti, resta a dire che bisogna per sapere, come che delli numeri fani, & rotti ve ne sono alcuni, che sono pur cubi, & alcuni non, quelli che sono cubi sono quelli che partendo il numero fatto nel suo rotto diuiso, & ciascuna delle sue parti per se stessa tre volte, ritornano in numero cubo, & similmente il denominator di tal rotto sia pur cubo, come saria $3\frac{1}{8}$, che ridotto quelli 3 fani in ottaui, che fanno 24 ottaui, quali giunti con quelli 7 ottaui fanno in tutto $\frac{31}{8}$, & perche quel 31. che è sopra la virgola è numero cubo, & similmente quel 8 (denominatore) è pur cubo, diremo tal $3\frac{7}{8}$ esser cubo, & per cauare la sua radice cuba procederai, come fesi delli semplici rotti cubi, cioe cauarai la radice cuba di quel 31. ch'è sopra la virgola, laquale è 3. & ponilo sopra vna virgola, & di sotto di quella ponerai la radice cuba di quel 8 (denominatore) ch'è 2, & dirai $\frac{3}{2}$, che saria $1\frac{1}{2}$, & così diremo la radice cuba di $3\frac{7}{8}$ esser $1\frac{1}{2}$, & se ne vorai far la proua cuba tal radice, cioe quel $1\frac{1}{2}$, & memorati che fara prodotto $3\frac{3}{8}$, & per tanto è buona, & se bisognasse altramente fare sarai sicuro, & così ad ordine procederai ne gli altri simili, quando che si sarà ad ordine investigare la radice cuba di $3\frac{7}{8}$, ne troverai quello esser $1\frac{1}{2}$, & quella di $3\frac{1}{27}$, ne troverai quella esser $1\frac{1}{3}$, come in margine vedi, ma quando che l'uno, & l'altro di detti numeri non fusse numero cubo, tal numero fano, & rotto non fara cubo, & similmente quando che uno di detti numeri fusse cubo, & l'altro non fusse cubo, tal numero fano, & rotto non fara cubo, & però seguita, che quando il denominatore del rotto diuiso non fara numero cubo, tal numero fano, & rotto non fara cubo.

la $3\frac{7}{8}$ cuba $3\frac{3}{8}$ d $\frac{1}{2}$
la $3\frac{1}{27}$ cu. di $\frac{3}{1}$ d $\frac{1}{3}$
la $3\frac{7}{8}$ cuba $\frac{3}{2}$ d $\frac{1}{2}$

Come si cauano le propinque radici cube delli numeri fani, & rotti non cubi.

4 Hor per cauare la propinqua radice cuba di numeri fani, & rotti non cubi (ritenuta non però sempre prima diuisa il rotto, fano quello ridurai il numero fano a quella specie di rotto, & dapoi procederai secondo la regola data nella seconda di questo capo, di numeri rotti, che moltiplicherai quadrato del denominatore di tal rotto fia quel gran numero ch'esso con la sua radice cuba del numeratore) & la propinqua radice cuba di tal prodotto partirai per il semplice denominatore, & l'assignamento di tal partire fara la propinqua radice cuba di tal numero fano, & rotto. Esempio sempre gratia volendo cauare la propinqua radice cuba di $3\frac{1}{2}$, prima ridurai in ottaui, & haurai $\frac{25}{8}$, quadra 2 denominatore, cioe quel 8 & moltiplica il numeratore (cioe quel 25) per quello 4 fara 100 a cui la propinqua radice cuba di quel 4 che apresso (procedendo per la nostra regola) troverai esser $1\frac{1}{3}$, & fara $\frac{4}{3}$, & quella partirai per il semplice denominatore (cioe per quel 2) & ne uerra $\frac{2}{3}$, & tanto fara la propinqua radice cuba di $3\frac{1}{2}$, & se ne vorrai far la proua cuba, cioe quello tal propinqua radice cuba, cioe quel $1\frac{2}{3}$, & troverai che fara $1\frac{2}{3}\ 1\frac{2}{3}\ 1\frac{2}{3}$, che sopra bondara il nostro 25 di quel rotto, il quale errore sara propria radice (che è quel $3\frac{3}{27}$) non fara quanto il nostro, & così con tal regola cauarai le propinque radici cube di numeri fani, & rotti non cubi. Dee altre regole si poria dare sopra a tal materia, ma per esser quella la migliore, & sua propria, & manco errore delle altre voglio per hora dire a questo, & a questo capo.

Esempio

Da notare sopra le propinque radici cube.

1 Bisogna notare (come ho detto di sopra le propinque radici quadre) che quella regola di sopra trouare, & cauare la propinqua radice cuba di numeri fani, & di rotti, & di fani, & rotti, è fatta da me ritrouata, & ritrouata per poter conoscere per essempio la conclusione di qualche questione sordamente nihola, ma non perche tal propinqua detta si debbano usare nel principio de alcuna operatione per impaciarsi nella risolutione di quella tal questione, perche tal risolutione verria in tutto falsa, come ad alcuni luochi di tutti doi detti si farà manifesto.

Regola generale (del presente autor ritrouata) da cauar le tre sorte specie di radice chiamate da nostri antichi radice di radice, over radice censa, cioe, over radice censa censa, cuba con la sua propria regola. Cap. V.

* Non dar che la regola data per cauar la radice quadra ne poria seruire per cauar la radice di radice in doi soli capi, ouero in due operationi, & massime quando che quelli doi numeri, & altresì

dificile, nondimeno perche nel modo di cauarli in duoi colpi, quando che non sono minori, & diffatte assai non poca difficulta in voler assignarle propinque alla vera, come nel nostro proposito si vede in pratica, & per tanto parse per leuare tal difficulta (non dubitando ne punto di altri tanto) & parse per far cosa grata a studiosi ordine, che hanno li numeri in loro, cioè separatamente (come brauissima) di voler insegnare di cauare tal & & per la sua propinqua regola, onde per esequire tal cosa con prestezza bisogna saper a mente le moltiplicationi poste in margine, acciò non sono altro, che li quadrati di quadrati delli numeri digiti, & chi non le volesse, ouer potesse imparare a mente, ne conseruar in memoria, bisognaria nelle sue operationi di tal sorte di & & hauer sempre a gli occhi in fronte le dette moltiplicationi, ouer li detti quadrati di quadrati con le sue radici per poter negotiar le cose necessarie in tal operatione.

Come si cauano le radici di radice di numeri numeri, & prima di numeri ce dirò o vuoi dir quadrati di quadrati.

Per cauar la & & di un numero numero, & per numero numero si debbe intendere ciascun di quelli, che la sua & & non può esser più, che di una sol figura (come sopra la radice cubica fu anchor detto) & questi tai numeri non possono esser maggiori, che di 4 figure, perche quadrato del quadrato di qual si voglia digito non può passar 4 figure (come nella nuoua posta in margine appare) e però per conoscere in quella specie di radice si va proposto numero fa di numeri, ouer di maggiori si costuma di fare si va ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano quattro figure si tralascia così, perche si ponto ne dimostra tal numero esser di numeri, che quel sol ponto ne dimostra la radice di radice, o vuoi dir (cosi & cosi) di tal numero, esser una figura sola, ma se le figure del detto numero fussero più di quattro numeri maggiori, & bisognaria fare altri ponti, come al suo luogo si mostra. Dico adunque che tal numero numero (del qual vorrai cauar la & & & necessariamente fino a 9, numero quadrato di quadrato (o vuoi dir cubo di cubo) ouer minore non, & per fare tal numero fia quadrato di quadrato, tal & & fia manifesta, per vigore della nuoua in margine posta, perche il numero proposto fia poniamo 5761. per vigore della detta nuoua si dimostra che la sua radice di radice fia 5. & finalmente di 4096 si dimostra che tal sua radice di radice fia 8. & così discorrendo in tutti gli altri numeri simili.

Regola generale (del presente autor ritrouata) da cauare la propinqua radice ecce. delli numeri non quadrati.

Per quanto che il detto proposto numero non sia quadrato di quadrato, per ciò si prelude non ho visto, ne letto alcun'autore, che habbia dato, ne mostro regola di poter trouar, & dare tal specie di radice propinqua alla vera, & la causa di questo è perche per non hauer saputo, ne inteso la propria regola di cauare tal radice (con il suo proprio quoto) non si sono posti in cognitione della regola della maggior quantità in duoi colpi. Per cauar adunque la propinqua radice delli numeri non quadrati di quadrati, cioè a dire la radice ecce. del maggior numero ecce. che sia in quel tal numero, & quello che di sopra resta in tal operatione ponendo sopra di una linea, & sotto quello per fornar suo & denominatore da mettere sotto di tal linea, lo farai con tre propositi principali, il primo produrrai formandi con il quadruplo del cubo della radice già cauata, & secondo lo farai con il triplo del quadrato della detta radice già cauata, & terzo, & ultimo produrrai lo formerai con il quadruplo della semplice radice già cauata, & la summa di tal tre produtti si hauera ponere sotto alla detta linea per denominatore, & così la detta prima radice cauata scriuere con quel numero sia la propinqua radice cercata, cioè a dire (o vuoi dire & &) di quel numero non cauo di cauo. Essempi gratia volendo cauar la propinqua & & di 76. cioè che la detta & & faccia l'ordinario, cioè del maggior cauo di cento, che sia nel detto 76. & trouarai quel dire 4 la tal & & è, & perche a cauar il cauo di quel 4 dal detto 76 rimane di sopra 12 (come in margine vedi) il quale 12. dico che lo debbi porre sopra di una virgola continuamente alla detta & & (cioè al detto 4, come nella prima operatione in margine appare, & fatto questo per formar il denominatore quadruplico il cubo del detto 4 (che fa 64) fara 256 per il primo produtto, fatto questo pigliarai il quadrato del detto 4 (che fa 16) & multiplicalo per 6 (per regola formata) fara 96 per il secondo produtto, quali poserai sotto al primo, & fatto questo pigliarai finalmente il quadruplo del detto 4 (che fa 16) & questo fara il terzo, & ultimo produtto, qual porrai

Numeri quadrati di quadrati.

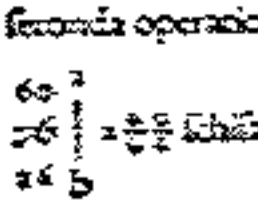
1	1
2	16
3	81
4	256
5	625
6	1296
7	2401
8	4096
9	6561

Esempio prima operatione

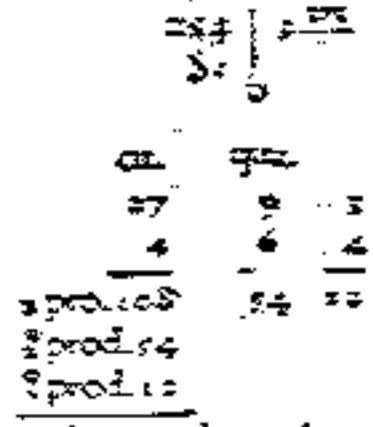
	76	4	12
	64	4	
	12		
	a.		
	8	d. 4	=
	4	6	4
			—
1 prod.	256	24	4
2 prod.	24		
3 prod.	4		

Summa 64 denominator

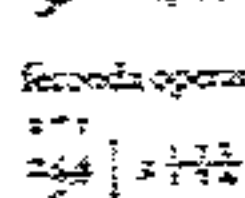
seconda operatione



prima operatione



seconda operatione



Da notare.

Ma ancho facilmente in questa regola, volendo anchora cauare la propinqua radice cubica di 254. cauala prima secondo l'ordinario, che trouarai quella esser 6. & sapendo poi 254 essere il cubo di 6. & anchora 216. & 38. che insieme fanno 254. & 216. è il cubo di 6. & 38. è 3. volte il quadrato di 6. in 1. & 3. volte 6. in il quadrato di 1. & 1. è il cubo di 1. adonque 6. & 1. è la propinqua radice cubica di 343. & 1. è il denominatore. Et per la seconda operatione in margine appare, sia questo quadrato 6. cubo di quel 6. (che fanno 9.) per 6. (che fanno 54. per il primo prodotto, dapoi moltiplicarai il quadrato del detto 1. (che fanno 6.) per 6. (che fanno 6. per il secondo prodotto, quali ponerai sotto al primo, sommando quanto fanno 60. per il detto 1. (semplice) fanno 1. per il terzo prodotto, quale ponerai sotto a gli altri detti, & sommando di quelli fanno 254. & questo finalmente lo torno alla sua linea per denominatore, dico che la propinqua radice cubica cauata del denominatore 254. cioè radice cubica di 254. è $\frac{6\frac{1}{6}}{7}$, & cosi fara la propinqua radice cubica del numero 343. cioè $\frac{7}{1}$, & se ne vuoi fare la prouà naturale recarai la detta radice $\frac{6\frac{1}{6}}{7}$ in se medesimo, & trouarai che fara $\frac{43\frac{1}{36}}{49}$, & di poi detto numero moltiplicato vn'altra volta in se medesimo, & trouarai che fara $\frac{254\frac{17}{216}}{343}$, cioè fara $\frac{1}{1}\frac{1}{6}\frac{1}{36}\frac{1}{216}$ manco del numero 343. & quantunque tal errore para assai nel cauo di cubo, nondimeno non nuoce molto à cauar la detta radice, anzi che ben considerato gli errori, che fanno nascere le lor radici propinque, trouara che l'errore di vna vnità, che faccia la radice propinqua quadra nel suo quadrato causara maggior errore nella detta radice quadra propinqua di quello fara cinque vnità di errore, che faccia la propinqua radice cuba nel suo cubo. & se detti cinque vnità di errore, che faccia la detta radice propinqua cuba nel suo cubo causara maggior errore nella detta radice propinqua cuba, di quello fara 25. volte, che facelle di errore la detta propinqua radice quadra nel suo quadrato causara nella detta propinqua radice quadra. Ma se in quelle propinque radici cauate non è da marauigliarsi se in quelle si troua tanto errore, nondimeno la sua prouà naturale dimostra ben errore di vn'vnità per ordine nel errore nella detta radice fara molto sensibile di quello (non è dubio) che facelle la radice quadra di vna sola vnità, cosi che si potrà considerar per altro modo più alta ragione la causa del tutto, & sono per ragioni che fra li detti numeri fara molto maggior differentia di 1. luno a l'altro, di quello fara fra li lati delli quadrati di quelli medesimi numeri, & anchora di quelli fara fra li lati cubi di quelli medesimi, & perche di questo con la dimostratione darò vera prouà, non dirò altro circa cio altro essempio, ma voglio che ritornando al nostro passato proposito, & al hora in mano, ma è per leggerezza error in nostro, che in pas del numero proposto,

6 Ouendo anchora (per considerar maggior) cauar la propinqua radice cubica, come di 17. procedendo per la regola data nouamente quella esser $\frac{2\frac{1}{2}}{3}$, & se ne fara prouà trouarai che il suo cubo di cubo fara $16\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$, che fara numero del nostro 17. diminuto per vna $\frac{1}{64}$. & cosi anchora la 3. propinqua di 17. trouata esser $\frac{2\frac{1}{2}\frac{1}{4}}{3}$, & il suo cubo di cubo fara $\frac{16\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}\frac{1}{128}\frac{1}{256}}{4}$, &c.

Da notare.

6 Nchora per queste propinque si sa, bisogna notare quel che ne viene quel medesimo accidente, che si dice occorrere nelle radici propinque quadre, & anchora nelle cube, cioè che di tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnità a esser numero cubo di cubo, o vogli dire a esser quadrato di quadrato la sua propinqua radice cauata, come si è detto secondo la detta nostra regola sempre tal radice vnita fara rotta, & il suo difetto di tal propinqua radice errara di vna sola vnità dipoi del nostro proposito numero, cioè che il quadrato del quadrato di tal radice propinqua fara vno di più del nostro proposito numero, ma è di tal suo error nō è il maggiore che occorrer possa in tal spetie di radici (come che ne nelle propinque radici quadre, perche in altre propinque radici cauate di cubo vi occorre errore di suo cubo assai fara di molte vnità, vero è che tali errori fanno sensibili nella detta radice per le ragioni dette in fine della 5. parte, hor per tornare al nostro proposito, dico che volendo cauar la radice cubica di 15. (il quale 15. manca di vna sola vnità a esser numero cubo di cubo perche 16. fara cubo di cubo) & la sua propinqua radice cubica cauata secondo la nostra regola si trouara esser $\frac{2\frac{1}{2}}{3}$, che

che farà 2. cioè senza resto, & il cubo di cubo di tal radice farà 16. cioè uno di più del nostro 15. & il medesimo occorrerà in tutti gli altri simili numeri, che saranno di una sola unità a esser numeri cubi di cubi, o vuoi dir quadrati di quadrati, & per cominciarsi meglio ad intendere la cagione della propinqua radice cc. cc. di 80. (il qual numero manca di una sola unità a esser numero cubo di cubo) provarassi tal sua propinqua 3p 3p esser 2 $\frac{15}{16}$, che farà 3. senza alcun resto, della qual propinqua 3p 3p fatta necessaria al suo cubo di cubo troverassi quel esser 81. cioè uno di più del nostro 80. & così il medesimo seguirà ne gli altri simili numeri, i quali così non è di penuria come quelli che ignorano la detta propinqua di tal nostra regola. Ancora nota che se per forza quello che mancasse fosse maggiore del nostro denominatore formato con la sopradetta nostra regola (cioè con quelli 4. prodotti) farìa segno esser in loro errore nella operatione, & denotarìa la sua prima radice essere numero del dovere perder tal numero, mai può esser maggiore, ma bisognare eguale, over menore di tal denominatore.

Dichiarate quelle propinque radici cubi di cubi, egli è possibile dapoi che si ha ritrouata la prima per la detta nostra regola, di trouarne un'altra seconda più propinqua della prima, & trouata la seconda forse può trouarsene una terza, & così andar procedendo in infinito, ma perche gli errori della nostra prima sono (come di sopra s'è detto) di tanto poco momento nella detta prima radice, che mi par cosa superflua a voler dar regola di approssimarsi più, ma se per curiosità lo vorrà alcuno non dubito, che da se medesimo lo saprà ritrouar a ellettione mediante le regole date nelle quadre, & cube.

Come si ponano le figure delli numeri maggiori de dui si ha da cauar la radice cc. cc. di pc. o vuoi dir la 3p 3p.

Volendo che il numero da dui si ha da cauar la radice cubica, cubica, o vuoi dir 3p 3p sia di più di quattro figure secondo dello numero maggiore, perche la radice cubica, cubica di tal numero conuien esser più di una figura, & anco più sarà maggior quanto più sarà il numero delle figure di tal numero, & però per saper di quante figure sarà la radice cc. cc. di tal numero si costuma a ponar le figure di quello, come si fece anchora nel cauar le radici quadre, & cubice, ma secondo che nella quadra s'intercalla fra punto, & punto una figura sola, & nel ponar quelle della cubica se ne intercalla due (cioè una di più della quadra) così in questa se ne intercalla tre (cioè una di più di quello si fa nella cauatione della cuba) & così nel ordine si vanno ponendo tutte, come dicendo di essempi posti figuralmente in margine apparerà, & questo ponar si fa (come di sopra s'è detto) per saper di quante figure sarà composta la detta radice cc. cc. di tal numero, & però se quel tal numero proposto sarà solamente, di una, over di due, over di tre, over di quattro figure, sarà certa la radice di radice di quel tal numero esser una figura sola, perche volendoli ponar secondo l'ordine di sopra detto non ci occorrerà altro che un punto solo sopra la prima figura verso man destra, come può vedersi in quelle tal figure 7, over in quelle due 72, overo in quelle tre 515, overo in quelle quattro 5376, overo in quelle cinque 28796, overo in quelle otto 79766481, overo in quelle dieci 5467574976, & così procedendo di uno in uno in infinito.

Come si cauano le radici di radice, over di radice cc. cc. (si dirette) come sorde) di numeri maggiori, & prima di quelli che non sono duei ponti.

Essendo di sopra dato il modo, over regola di cauar le (si come vuole) radice di radice di diverse, come sorde, ouero propinque, di numeri minori, & ancora, come si ponano le figure di numeri maggiori, hora intendo di mostrare, come si cauano le dette radici di radice, si le diverse, come le sorde, ovvero di propinque, & cominciarò prima a cauarle di quelli numeri, che non sono solamente duei ponti, perche da quella regola si cauarà la regola da cauarle da quelli che più ponti ricercano.

Volendo adonque cauare la radice di radice di 16796. prima appone quelle tante figure secondo l'ordine detto di sopra, che trouarai che non sono solamente duei ponti, fatto di qui va sopra la prima figura verso man destra (cioè sopra 2 quadrato) & fatto va sopra la quinta (cioè sopra 2 quadrato & seguente di mano) fatto questo tirarem la linea a b. secondo il solito, & dapoi intenderemo la radice cc. cc. di quel 16. che è dal secondo ponto verso man sinistra, & troueremo quella esser 2. al qual 2 lo poneremo sotto la linea a b. & il suo cubo, cioè 8. lo poneremo sotto al detto 16. & lo sottrarai da quello, & il resiante che sarà 8. lo poneraì di sopra al detto 16796. come nella seconda operatione appare, & depenarai tutte le sottogiacenti figure (come che il

prima operatione

16796 | 2 (2
b

seconda operatione

8 | 2
16796 | 6 | 2
b

cubo 256\frac{1}{2}6 — quadrato 2\frac{1}{2}56 — semplice 2\frac{1}{2}9

	4	6	4
primo prodotto	256\frac{1}{2}4	77\frac{1}{2}6	2\frac{1}{2}44
secondo prodotto	7\frac{1}{2}6		
terzo prodotto	144	36\frac{5}{1\frac{1}{2}44}	
somma	194544	denominatore	

estimata nelli primi per guida, over bandello) fermo questo per trouar l'altra seconda figura, cioè digito di tal radice, & poi procedere per la via, ma la partendighabile è questa, cubica quadrata semplice, & questo è lo quadruplico per regola generale fara 384. & questo 384 lo pongo più manco verso mano destra una figura del secondo posto (come che nella seconda operatione si vede) & dapoi voltomo quasi volto poi insieme quel 384 in questo loco posto 3564 (con diligenza) & questo lo pongo indisegno con la prima figura (cioè con quello 2 del loco 256) come si costuma nelli partiri per bandello dicendo 1 in quel 2, che gli è sopra, vero è che gli ne cape 3 volte, ma bisogna fermo andare con tal condizione, che del 2 reliquo accompagnato con la seguente figura (la qual è 6) vi si ne possa cauare il prodotto del quadruso della prima radice moltiplicato per 6, ne tal prodotto moltiplicato anchora per il quadruso di questo secondo digito che si ha da porre diretto alla prima radice, cioè digito (cioè 2 quel 2) & che anchora è calcolato accompagnato con la seguente figura verso mano destra, la qual possa cauar la moltiplicatione del sesto del detto secondo digito per il quadruplo del primo, & che anchora del reliquo per fino alla seguente figura del primo posto, la ne possa cauare il cento di cento del detto secondo digito, la qual cosa si ne dimostrerà meglio trouarsi tal secondo digito esser 6, cioè che quel 2 mutato 6 volte nel detto 2 con le debite condizioni, & poro mutarai il detto 2 sopradetto & l'altra prima radice, cioè digito, & con quello moltiplicando quel 384, & tal moltiplicatione andarle facendo del sopra posto 3564 (secondo che si costuma nelli partiri per guida) & trouarai che ti reliqua di sopra 2 2 4, quale accompagnato con quel 6 che segue dietro 2 2 4 6, come nella terza operatione appare, hauendo questo quadro quel 3 (primo digito, over prima radice) fara 9 moltiplicato per 6 (per regola fermata) fara 54, & questo 54 moltiplicato per 36 (quadruso della seconda radice) fara 1944, & questo cauato da quel 2 2 4 6, che sopra si mostra, & resta 2 2 4, come nella quarta figura appare, quale 2 2 4 accompagnato con la seguente figura fara 2 2 4 4, come nella detta quarta operatione appare, hauendo questo moltiplicato il cubo della seconda radice (cioè quel 6) che fara 2 16 per il quadruplo della prima radice (cioè 4 quel 3) che fara 2 2 4 2 9 6. & questo cauato da quel 2 2 4 4, che sopra si mostra, & resta 2 9 6, come nella quinta figura appare, quale 2 9 6 accompagnato con la seguente figura fara 2 9 6 1, come nella detta quinta operatione appare, hauendo questo moltiplicato il cubo della seconda radice (cioè quel 6) che fara 2 16 per il quadruplo della prima radice (cioè 4 quel 3) che fara 2 2 4 2 9 6. & questo cauato da quel 2 9 6 1, che sopra si mostra nella quinta operatione appare, & trouarai che si reliqua 2 9 6, come nella quinta operatione appare, il quale 2 9 6 accompagnato con la seguente vltima figura (cioè con quel 6 del primo posto) fara 2 9 6 6. & di questo cauarai finalmente il cento del secondo digito (cioè quel 6) che fara per 2 9 6 6. & trouarai che si reliqua nulla, come nella sesta, & vltima operatione appare, & per questo saprai che il numero 2 9 6 6 è cento di cento, o vero di quadrato di quadrato, & la sua prima radice di radice vltima è 6 per certo, & saprai, & sarai certo che la detta radice cauata, cioè di quel 3 & di tal cento di cento fornata quel medesimo 6 la sua operatione fara fornita. Ma quando che di sopra alla vltima operatione si fusse aggiunto di quel tal numero al detto nostro cento di cento, & tal somma douesse esser equale al detto nostro primo posto numero (come fu detto delle quadre, & cube, & accio quando che di sopra alla detta vltima operatione si fusse reliqua qualche cosa, al fin radice non fusse radicale, & per ciò impossibile al la verità si procederebbe secondo l'ordine, over regola data nella terza di questo capo, cioè mettere sempre di numero, over reliquo sopra vna lineetta, & per trouar poi il denominatore di ponere sotto di tal lineetta, di sotto formare di quelli 3 prodotti detti in quella, cioè del quadruplo del cubo di quel detto 6 (radice trouata) il qual cubo fara 256. & il suo quadruplo fara 1024. & questo al primo, & del doppio del quadrato del detto 36. il qual quadrato fara 1296. & il suo doppio fara 2592. & questo fara il secondo prodotto, il terzo poi sarà il quadruplo del semplice 36. che fara 144. la somma di quali tre prodotti fara 194544. & questo si douerà mettere sotto alla detta lineetta per denominatore di quel tal numero, ma perche in questa operatione nulla vi è remaso, onde (accio meglio m'intendi) diremo che tal radice di radice fara $6\frac{0}{194544}$, il quale numero è niente. & però al tutto è superfluo, & meglio fara a dire tal radice di radice esser 36. come di sopra fu detto, ma vi ho voluto porre questo in forma di rotto per accenni, che qualunque numero fusse restato in questa operatione fusse suo denominatore del sopra scritto 194544.

Come si

Come si cauano le radici cubiche, cubiche, & altre di radice di radice dalli numeri, che ricercano più di dieci ponti.

SEcondo cauar la radice cubica di 4532757321441. prima allenta quelle dui figure, come che nella prima operatione appare ponendo le dette figure secondo l'ordine dato nella carta, le quali figure ricercano tre ponti, come vedi in margine, li quali ponti dimostrano (come più volte è stato detto) che la radice cercata è di tre figure, o vuoi che di tre dighi è composta. Hor per cauar la radice cubica prima dalli dui vltimi ponti verso man sinistra, cioè da quelle dui figure 45. procedendo secondo l'ordine dato nella precedente di dui ponti apponemo, & che facendo trouarai la radice cercata esser 45. & hor cauandone 45. quel accompagnato con le seguente figure dà 32757321441. come appar in margine, fatto questo per trouar l'altra terza figura, cioè dighi di tal radice non ci occorre altro, che a procedere, come hauemo fatto in quella, ouero nella precedente, cioè che non vi è altra differentia (come habbiamo anchora sopra le cubi, & anchora sopra le quadre) fuor che hauemo maneggiare maggior numeri, ma in quanto all'ordine è in quel medesimo, che si ritroua in quelle due figure, cioè si opera con quelle due (cioè con quel 45) come se fusse vna figura sola, nel che la regola data in cauar di radici delli numeri di dieci ponti, si fanno per cauare anchora di più ponti apponendi, hor per venire al nostro proposito, dico che per trouar la terza, & vltima figura di questa nostra radice, che ricercano, che si debbi cubare quella che fin hora habbiamo trouata (cioè quel 45) fanno 91125. come in margine vedi, & tal cubo multiplicato per 4 (secondo la nostra regola) fanno 364500. & questo lo allentarai sotto alla nostra operatione per vna figura più assai (come si costuma nelli partiti per galia) cioè cominciando sotto a quel 1. doppo il secondo ponto verso man destra, & trouarai che hauemo sopra detto 364500. hora multiplicarai quante volte puoi sottrahe più vna figura verso man sinistra (cioè quel 5. delle figure di sopra) in quel 36. che gli è immediate sopra (con quelle conditioni, che fusse dette nel la precedente) & trouarai che vi starà 6 volte, il qual 6 ponerai colle quantunque sopradetto a quel 45. della radice già cauata, & dirai poi 6 via 6. fanno quello per trouar quante volte hauemo a multiplicare il secondo giacente 364500. per il detto 6. di mano in mano, come si costuma nelli partiti per lungo, cioè, & così di mano in mano lo andarai facendo del sopra posto 22521151. il che facendo trouarai che si resta di sopra 4421. qual in compagnia con quel 4. che segue dà poi 44213. hor di questo sopra resto bisogna sottrarne quello che si produrrà del quadrato di 45. (prima 3.) (che fanno 2025.) multiplicato per 6. (per regola ferma) che fanno 12150. & questo anchora multiplicato per il quadrato di 6. (cioè di gito) cioè per 36. fanno 437400. come in margine vedi, & per tanto ponendo il detto 437400. resta molto il detto 44213. come nella seconda operatione appare, & sottrahendolo di quello trouarai, che si resta 39813. qual con quel 4. che segue dà 398134. hor di questo sopra resto bisogna trarne il produtto del cubo di questo 6. (resto digito) (qual fanno 216. multiplicato per il quadruplo dell'ultima radice, cioè per il quadruplo di quel 45. (che fanno 180.) & trouarai che tal produtto fanno 38820. qual cauandolo secondo l'ordinario dal sopra posto 398134. trouarai che si resta 3314. come che nella operatione appare, il qual 3314. in compagnia della figura che segue, cioè di quel 1. (vltima figura) dà 33141. & da questo bisogna finalmente cauare il cubo di quello della vltima nostra terza figura trouata, cioè di quel 6. il cubo di cui dirà quale fanno 216. qual cauandolo dal detto sopraposto 33141. trouarai che si resta 32925. come nella quarta operatione appare, il qual resto ne dimostra il detto numero 45757321441. non esser cubo di 6. vuoi di quadrato di quadrato, cioè tal radice non hauer perfetta radice

prima operatione

45757321441	2	b
32		
135		64
125		4
10757		256
10125		25
632		6
625		96
7321		25
6125		41000

seconda operatione

0		
4		
45		
4425		
3757		
3213		
54321	2	456
45757321441	b	
364500		
90257		
81000		
9257321		
7290000		
2257321441		
2250000000		
7321441		45
6480000		45
841441		225
810000		180
31441		2025
21870		6
9571		12150
8748		36
823		7290000
729		437400
94		

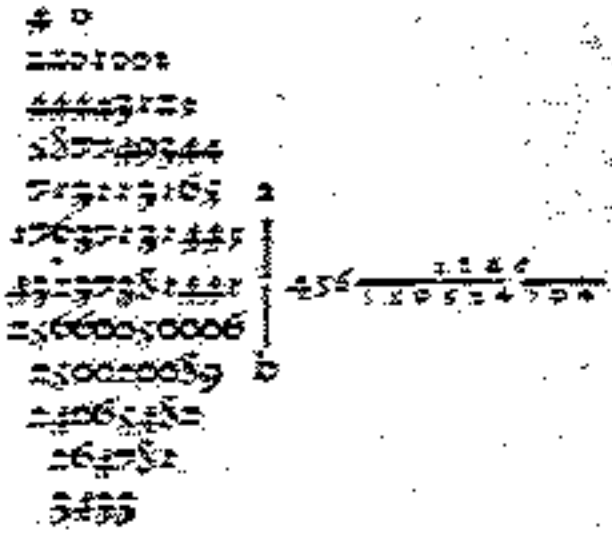
terza operatione

0		
4	0	
45		
4425		
3757		
3213		
54321	2	456
45757321441	b	
364500		
90257		
81000		
9257321		
7290000		
2257321441		
2250000000		
7321441		45
6480000		45
841441		225
810000		180
31441		2025
21870		6
9571		12150
8748		36
823		7290000
729		437400
94		

seconda operatione

0		
4	0	
45		
4425		
3757		
3213		
54321	2	456
45757321441	b	
364500		
90257		
81000		
9257321		
7290000		
2257321441		
2250000000		
7321441		45
6480000		45
841441		225
810000		180
31441		2025
21870		6
9571		12150
8748		36
823		7290000
729		437400
94		

quarta & vltima operatione



ne di tal numero, ma per formare il resto di quel numero, per dieta propinqua alla vera procederai secondo la regola data nella terza di questo capo, cioe posto quel .5456. che numero sia per la vera radice, o vuoi dir lincetta in quella forma $\frac{2\,2\,4\,6}{}$, & per forma il denominatore de numero sopra posto di quella procederai secondo la regola data di sopra in proposito, cioe pigliarai il quadrupio del cubo di quel .456 (radice data) il quale cubo fara 94:33:6. cioe il quadruplo fara 378:13:64. per il primo prodotto, dapoi pigliarai il triplo del quadrato del detto .456. il quale quadrato fara 207936. & il triplo fara 623808. il quale fara il secondo prodotto, poi pigliarai il quadrato del detto .456. che fara 2:4:6. per il terzo prodotto, & la summa di quelli tre prodotti (che fara 378:75:64) si douera mettere sotto alla detta prima radice insieme co'l resto detto .456 $\frac{2246}{378756400}$, & il tutto fara la propinqua radice di nostro, o vuoi dire cubica del detto numero 43:37:53:44. & con tal ordine, & regola procederai in quelli numeri doue occorrerà più di tre prodotti operando sempre con la radice propinqua, come di sopra vna volta ho figurato, come di sopra hai visto.

		quadrato	lunghezza
	94:33:6	207936	456
	4	6	4
primo prodotto	378:75:64	1247616	1824
secondo prodotto	1247616		
terzo prodotto	1824		
summa	378:75:47:04		

Volendo hor la prova della sua operatione, dico che bisogna nella sua generale operatione, ponere la detta radice trouata, cioe quel .456. cioe di sopra, o vuoi dire 2 quadrato di quadrato, & trouarai, che fara 43:37:53:00:96. Hora giontoui quel .544. che di sopra nella seconda propositione numero, che fara 43:37:53:44. & per ciò fia ben fatta la detta operatione, & così procederai nelle altre simili.

La causa della sopra detta nostra regola di cauar la radice di radice in vn colpo solo, & similmente quella data per formare il resto del medesimo, che sopra nella seconda propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi trouata.

Propositione ritrouata dal presente autore.

Se vna quantità sarà diuisa in due parti, come si vogli il quadrato del quadrato di tutta la detta quantità sarà eguale a quelli cinque prodotti, cioe al produtto del quadrato del quadrato della prima parte, & al produtto del cubo della detta prima parte sarà quadruplo della seconda parte, & al produtto del quadrato della prima nel quadrato della seconda multiplicato anchora per 6. & al produtto del cubo della seconda multiplicato per il quadruplo della prima, & finalmente al produtto del quadrato del quadrato della seconda parte.

	9	9	81	27
	9	9	9	36
	81	81	729	972
	81	9	6	9
	6561	729	4374	81
		12		
		8748		

primo produtto	6561	81
secondo produtto	8748	81
terzo produtto	4374	144
quarto produtto	972	144
quinto produtto	81	576
summa	20736	576
		144
		20736

Quella

Questa propositione in questo luogo non ce la posso dimostrare geometricamẽte con ragioni atte re secõdo il costume di mathematici (per non hauerci anchor parlato delle proportioni, & proportionalità, & di termini cõtinui proportionali, & le loro mirabil qualità, & effetti delliquali nel quarto libro ne parleremo, & però la dichiaremo solamente praticalmente, cioè per esperientia di numeri, come costuma il mercante. Sia adonque essempi grazia la quantità .b. 12. per numero diuisa in parti, & poniamo che la prima parte sia la .a. cioè la seconda .c. & poniamo anchora che la .a. sia 9. per numero, & la .c. sia 3. Dico che il cubo di cento di tutta la quantità .b. (cioè il quadrato del quadrato di quella (che in questo caso farà 20736) fia eguale a quelli cinque prodotti, cioè al quadrato del quadrato, o vero al cento del cento della prima parte (che tal primo prodotto in questo caso farà 6561) & al prodotto del cubo della detta prima parte moltiplicato per il quadruplo della seconda (il qual secondo prodotto in questo caso farà 5832) & al prodotto del quadrato della prima fia il quadrato della seconda moltiplicato anchora per 6 (il qual terzo prodotto in questo caso farà 4374) & al prodotto del cubo della seconda, moltiplicato per il quadruplo della prima (il qual quarto prodotto in questo caso farà 972) & finalmente al cento del cento, o vero al quadrato del quadrato della seconda parte (il qual quinto prodotto in questo caso farà 81) liquali cinque prodotti formati insieme faranno 20736. che ben fia eguale al quadrato del quadrato di tutta la linea .b. qual, come fu di sopra fu trouato medesimamente esser 20736, & però seguita il proposito, il medesimo trouarai seguire in ogni altro numero. Essempio

Da notare.

Hor che questa sopra scritta nostra propositione si può, & si debbe trouare secondo il bisogno per accommodarsi alle due operationi, cioè per accommodarsi meglio al cauar la sopradetta radice cen. cen. Dirassi che il quadrato del quadrato della sopradetta quantità diuisa in due parti fia eguale a quelli cinque prodotti, cioè al quadrato del quadrato della prima parte, & al duplo del quadruplo del cubo della detta prima nella seconda, & al triplo del quadrato della detta prima moltiplicato fia il quadrato della seconda, & al prodotto del quadruplo del cubo della seconda fia la prima, & finalmẽte al quadrato del quadrato della seconda, che fia cosa la prouà predetta trouarai coll'effetto, & per questo modo sarà più a proposito nel cauar la detta radice cen. cen. il medesimo si può far di tutte l'altre sopradette proportioni trouate, si per la radice cubica, come in quelle che si ha da dire.

Regola generale (dal presente autor ritrouata) da cauar le radici cen. cen. cubiche, ouer radice di radice delli numeri rotti, & da i sordi, & rotti, & non solamente le razionali, & discrete, ma anchora le proportioni irrazionali, ouer sorde. Cap. VI.

Come si cauano le radici di radice di rotti cen. cen.

Per intender la regola di cauare le radici cen. cen. cubiche delli numeri rotti bisogna notare, che di tai numeri rotti alcuni sono cen. di cen. & alcuni nõ, & molto più specifico sono li non cen. di cen., di quelli che sono cen. di cen., li rotti adonque che sono cen. di cen. sono quelli, che dopoi che sono ridotti a l'ultima riduttione hanno il suo numeratore, & anchora il suo denominatore, numero cen. di cen., come sono questi $\frac{1}{16}\ \frac{81}{256}\ \frac{625}{1296}\ \frac{2401}{4096}\ \frac{6561}{10000}$, & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice cen. cen. di tali numeri rotti, basta a cauar la detta radice cen. cen. del suo numeratore, & ponerla sopra di una virgola per numeratore, & dopoi cauar anchora medesimamente la radice cen. cen. del suo denominatore, & ponerla sotto alla medesima virgola per denominatore, essempi grazia volendo cauar la radice cen. cen. di $\frac{1}{16}$ cauo la radice di quel 1 (ch'è sopra la virgola) laqual è per 1. & quello 1 ponilo sopra di una linea, & sotto di quella, poneraì la radice cen. cen. di quel 16 (ch'è sotto la virgola) laqual radice cen. cen. di 16 fiara in questo modo $\frac{1}{2}$, & così conoscerai la radice cen. cen. di $\frac{1}{16}$ esser $\frac{1}{2}$, & se ne vuoi far prova recarai tal $\frac{1}{2}$ a cento di cento, & vedrai ch'ella somma quel medesimo $\frac{1}{16}$, il che tornando tu fatti sicuro al tuo conditore esser buona, ma se ti rincresce di numerar tanta fatica sicuro di hauer errato nella tua operatione, ouer nel far di detta prova. Per recar tal $\frac{1}{2}$ a cen. di cen. põi che tu debbi saper che bisogna quadrar il detto $\frac{1}{2}$ dicendo $\frac{1}{2}$ fia $\frac{1}{4}$ fia $\frac{1}{16}$, & dopoi quadrar anchora quel $\frac{1}{16}$ dicendo $\frac{1}{16}$ fia $\frac{1}{256}$ fia $\frac{1}{65536}$, & però fia bene, & così tu regola conoscerai la radice cen. cen. di $\frac{1}{65536}$ esser $\frac{1}{16}$, & di $\frac{81}{256}$ esser $\frac{3}{4}$, & di $\frac{256}{81}$ esser $\frac{4}{3}$, & di $\frac{625}{1296}$ esser $\frac{5}{6}$, & di $\frac{1296}{625}$ esser $\frac{6}{5}$, & di $\frac{2401}{4096}$ esser $\frac{7}{8}$, come in margine vedi. Essempio

Come si cauano le propinque radici cubiche, cubiche, o vuoi dir radice delli numeri rotti non cubi di cubi, o vuoi dire non quadrati di quadrati.

3 QVando ciascuno numeratore del rotto ridutto, & finalmente il denominatore non fara quadrato de quadrato, ne rotto non fara quadrato de quadrato, & quando ben vno di loro fusse quadrato de quadrato, & l'altro non, ne tal rotto non fara quadrato de quadrato. Quando adunque vn rotto non fara quadrato de quadrato, & che di quello ne vorrai cauare la propinqua radice di radice, ne sono li passi che quiui in tre diuersi modi, ma per abreuiar il dire insegnaro solamente il piu leggiadro, & forse piu certo a mano errore, il quale è questo, cioè sempre il denominator di tal rotto, & quel tal cubo moltiplicato fia il numeratore del detto rotto, & di tal prodotto cauarne la propinqua radice di radice (per la nostra regola data nella terza del primo capo) & quella partirai per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo quotiente fara la radice cercata di quel tal rotto. Essempi gratia volendo la propinqua radice di radice (poniamo di $\frac{2}{3}$ cubi il 2 (denominator di tal rotto) fara 8 moltiplicato fia il numerator (cioè fia qui 2) fara per 8 trouarai la sua propinqua radice di radice (per la regola data nella terza) trouarai quella esser $1\frac{1}{2}$, & questo $1\frac{1}{2}$ partilo per qui 2 (denominatore del rotto) ne ne verra $\frac{3}{4}$, & cosi concluderai la propinqua radice di radice di $\frac{2}{3}$ esser $\frac{3}{4}$, vero è che queste radici radice propinque di rotti alcune volte fanno molto piu errore nel suo quadrato di quadrato, di quello fanno le cube nel suo cubo, & molto piu di quello fanno le quadrate nel suo quadrato, ma in ella radice di radice è poi minore (come che anchora sopra la terza del quinto capo fia detto) La causa di queste regole in questo luogo non ne la posso dichiarire, ma quando farai leggiereo (come spero fia fatto) alla quinta del settimo capo del trattato delle proportioni (facilmente da ne la intenderai se vi porrai cura) perche questa regola non è altro che vn mouar fra il denominatore, & numeratore il secondo di cinque termini continui proportionali per la mente del primo, & del vltimo.

Essempio

Come si cauano le radici di radice delli numeri sani, e rotti cossi di cossi.

4 AVendo ben inteso il modo di cauar le radici cubiche si delli rotti non cubi di cubi come di quelli che sono cubi di cubi, hora ci resta a insegnar la regola di far il medesimo delli numeri sani, & rotti, vero è che bisogna pur sapere, come che delli detti numeri sani, & rotti, ve ne sono alcuni che sono cubi di cubi o vuoi dir quadrati di quadrati, & altri non, quelli che sono cubi di cubi sono quelli che ridutto lo numero sano si sono rotto (ridutto) & finalmente insieme con il numeratore del detto rotto, nel fine fia numero cubi di cubi, ancora che anchora il denominatore di tal rotto fia pur numero cubi di cubi cauate di sopra gratia fanno $5\frac{1}{2}$, che ridutto qual 5 in sedesimi, che fanno 80. adunque giontoui qui 1 (che è sopra la virgola) fara in fine $\frac{81}{16}$, hor perche qui 81. che è sopra la virgola è cubo di cubo, & finalmente qui 16. che è sotto alla detta virgola, diremo tal $5\frac{1}{2}$ esser quadrato di quadrato, & per cauarni la sua radice di radice ne trouarai la detta radice di radice di 81 esser 3. & questo partirai per la radice di radice di 16 (che è sotto la virgola) che fara 2. partendo adunque qui 3 per 2 ne verra $1\frac{1}{2}$, & cosi $1\frac{1}{2}$ diremo esser la propinqua radice di radice del detto $5\frac{1}{2}$, & se ne farai prouatione cauando tal $1\frac{1}{2}$ a quadrato di quadrato ne trouarai, che fara $5\frac{1}{16}$, & poco fia bene, & cosi per tal regola intenderai la radice di radice di $3\frac{3}{16}$ trouarai quella esser $1\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{5}{16}$ esser $\frac{3}{4}$, come in margine vedi, & con tal regola procederai negli altri numeri simili.

Essempio
la 3a 3a di $5\frac{1}{2}$ è $1\frac{1}{2}$
la 3a 3a di $3\frac{3}{16}$ è $1\frac{1}{2}$
la 3a 3a di $\frac{5}{16}$ è $\frac{3}{4}$

Come si cauano le propinque radice di radice delli numeri sani, & rotti non cubi di cubi.

5 QVando che li detti numeri sani, & rotti non fanno quadrati di quadrato, & che ne vorrai cauare la propinqua radice di radice, tal cosa si può con regola assai piu breue per dare dette regole, ma per non venir in tempo di mancar quella, che sono giàce 2 mancar ci voglio stare. Ridurrai il numero sano a quella spetie di rotto (prima ridutto) & dopoi procedi per quel modo detto nella seconda di questo capo, cioè cuba il denominatore del tal rotto, & quello tal cubo moltiplicarai fia quel numeratore della reduttione del sano, & la propinqua radice di radice di quel tal prodotto partirai per il simplice denominatore, lo quotiente di tal partitione fia la propinqua radice di quel tal numero sano e rotto, & perche tal regola da se è difficile (per mezzo della seconda di questo) non si vogliono porre altro essempio.

Regola

Regola generale (del presente autor ritrouata) da cauar la quarta specie di radice (cioe ogni maggior radice relata). Cap. VII.

1 Per voler cauar la quarta specie di radice (cioe ogni radice relata) egli e necessario, ouer sia per 2 mente li siano noti alcuni numeri relati prodotti da tutti li numeri digiti con le sue radici, pero che bisogna tener tal nota mente in fronto quando che si vorà cauar la detta radice relata di qualche proposto numero, per poter negociare le cose al negotio necessarie, come che nel processo si intendera.

Come si cauano le radici relate delli numeri minori.

2 Per cauar la radice relata di vn numero minore, & per numeri minori si debbe intendere (come si dicono delle quadre, & cube, & radice di radice) tutti quelli che in lor radice relata non pono esser piu, che di vna sol figura, & pero tali numeri minori ponno esser di vna figura, ouer di due, ouer di tre, ouer di quatro, ouer mente di cinque al piu, perche il relato di vna sola figura non puo poi esser cinque figure, come che in margine vedi, che il relato del 9 (maggior figura) e composto di cinque figure (che e 59049) Dico adonque che tal numero minore peculiarmente, ouer che sia numero relato, ouer mente che non sia numero relato, se sia numero relato tal sia radice relata si sopera 2 mente, ouer che si sopera per vigore della sopra detta nota in margine posta (la qual bisogna sempre hauer mente in fronto) perche se vorrai cauar la detta radice relata di 2 tu sopera per vigor di detta nuola, che la e 2 & cosi di 3 tu sopera che la e 3 & cosi di 4 tu sopera che la e 5, & cosi di 10 24 tu sopera che la e 6 & di 3125 che la e 7 & di 7776 che la e 8 & finalmente di 59049 la pur che la e 9.

Numeri relati	Radice relate
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
243	3
1024	4
3125	5
7776	6
16807	7
32768	8
59049	9

Regola generale del presente autor, ritrouata da cauar la propinqua radice relata delli numeri non relati.

4 Ma quando che il detto proposto numero non sara relato caua prima la detta radice relata del maggior numero relato, che sia in quel proposto numero, & quello che si trouara sopra della sua operatione ponerai (secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, & sotto quello per formar il denominatore da mettere sotto di quella, si bisogna notar che qui si forma con quatro principali produtti, ouer multiplicationi, il primo produtto si forma con il quadrato del cubo di esso della prima radice già cauata, il secondo si forma con il doppio del cubo della detta prima radice già cauata, il terzo si forma con il doppio del quadrato della detta prima radice già cauata, il quarto, & vltimo si forma con il quadrato della detta semplice radice già cauata, & cosi la somma di detti quatro produtti si douera ponere sotto alla detta linea per denominatore, & la detta prima radice insieme con tal nostra sia la propinqua radice relata di quel proposto numero non relato. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice relata di 200. Cauo prima la radice relata del maggior relato, che sia nel detto 200. che trouarai tal radice relata esser 3 (come in margine vedi) il cui relato e 243. qual sottrato del detto 200. trouarai che di sopra ti resta 157. & quello 157 ponerai sopra di vna linea per numeratore, poi per formar suo il denominatore da mettere sotto a tal linea (con il seguente di quatro produtti) prima per formar il primo produtto, trouo il cubo di cotal detto 3 (prima radice) che fara 27, & quel multiplica per 5. fara 135, per il detto primo produtto, qual sara da banda, poi per formar il secondo produtto trouo il cubo del medesimo 3 (prima radice) che fara 27 & quel multiplica per 10. fara 270. per il detto secondo produtto, il quale ponerai sotto al primo, che sia detti, poi per hauer il terzo pro-

	200 | 3 = 157/270
	243
	-43

	cubo	quo	5a prima
	27	9	3
	10	10	5
	270	90	15

	cose
	135
	270
	90
	15
primo produtto	135
secondo produtto	270
terzo produtto	90
quarto produtto	15
somma	510 denominator

dimo, quadra il detto 2 (prima radice) fa 4. & quel multiplica anchora per 10 fa 40. per il detto terzo produtto, il qual ponemi sotto a gli altri dui prodotti, poi per formar il quarto, & vltimo produtto, multiplica il detto 2 (prima radice) per 5 fa 10 per il detto quarto & vltimo produtto, qual posto sotto a gli altri, & fatta summa, insieme fanno 160. & questo 160 ponemi sotto alla prodetta linea per denominatore, & così la detta prima radice relata con quadrato fia in questa forma $\frac{160}{}$, & tanto fia la propinqua radice relata di sopra posta 200. che fatta la prova relatando la detta radice relata di $\frac{160}{}$ troueraj che erra alquanto del detto 200. ma tal errore fia così insensibile nella detta radice relata, & molto minor di quelli delle passate per le ragioni più volte dette.

De notare sopra le propinque radici relate.

4 NOtara per quelle propinque radici relate bisogna sapere che di tutti quelli numeri che mancano di vna sola vnita a esser numero relato la sua propinqua radice relata (fatta sua secondo la sopradetta nostra regola) sempre vnita fatta rotta (come si dice in chosa delle quadre, & delle cube, & delle cubiche cubiche) & tal propinqua radice relata relatandola sempre fara 1 più del nostro proposto numero. Essempi gratia volendo trouar la propinqua radice relata di 59043. il qual numero manca di vna vnita a esser relato di 5. hor trouando la propinqua radice relata del detto 59043. il trouaraj prima esser 8. & sopra essa 36=30 (come in margine vedi) qual ponerai sopra vna linea, secondo il solito, hor per compone re il denominatore da mandare sotto a detta linea troua il censo di censo di quel 8. che fara 4096. & multiplicalo per 5 (per regola detta) fara 20480. per il primo produtto, poi trouerai il cubo del medesimo 8. che fara 512. & multiplicalo per 10 (per regola detta) fara 5120. per il secondo produtto (qual ponerai sotto al primo) poi trouerai il quadrato del medesimo 8. che fara 64. & multiplicalo ancor per 10 (per regola detta) fara 640 per il terzo produtto, qual ponerai sotto a gli altri dui, poi multiplicarai quel simplice 8 per 5 (per regola detta) fara 40 (per il quarto & vltimo produtto) qual posto sotto a gli altri 3. & fatta summa fanno 26130 per il detto denominatore qual posto sotto alla sopradetta linea fara in tutto $8\frac{26130}{}$, che fara a punto 9. fatta alquanto rotta, come habbiamo detto, il qual 9 (per esser propinqua) relatandolo fara precisamente 59049 (suo relato) che fara vna vnita di più del nostro numero proposto, cioe di 59043. il qual errore di vna sol suo relato nella propria (propinqua radice relata non fara possibile) per questo sempre si conuerra in simili altri simili che mancano di vna sola vnita a esser relati, ma sapendo come quel numero (posto sopra la virgola) tutte maggiore di quel denominatore formato con la nostra regola fara segno di hauer errato nella sua operatione, perche mai puo mancar più di tal denominatore, ma solamente eguale, ouer minor di quello.

A quelle propinque radici relate vi si potria dar regola generale di saper sempre approssimarsi più & più al infinito, come fu fatto sopra le quadre, & cube, ma per esser quelle tolte per la detta nostra regola quasi proportionate, mi par così superfluo a parlarne.

Come si ponano le figure delli numeri maggiori per trouar la sua radice relata.

5 VEduto che il numero del qual si ha da trouar la radice relata fia più di cinque figure s'intende esser numero maggiore, perche la radice relata di quello comincia esser più di vna figura, & tanto più quanto più fia il numero delle figure di quel tal numero; & però per saper di quante figure fara la radice relata di tal numero bisogna ponar le figure di quel tal numero, ponendo prima vn ponto sopra la prima figura da banda destra (cioe quella che significa numero semplice) & intersegnarne quattro, & ponar la detta (cioe quella che significa centinara di migliara) & così ogni tal ordine andar prolongando di quattro in quattro le tal figure fussero molte, cioe intendendone quattro, & ponar l'altra, come che nel essempio posto in margine appare, & questo apponar di figure si fa per saper di quante figure fara la radice relata di quel tal numero proposto, & però le quadripropositi numero fara solamente di vna, ouer di due, ouer di tre, ouer di quattro, ouer di cinque figure fanno con la radice relata di quel

tal

9	
47	
559	
4757	
96070	
357012436	
5735[6]27345	
74603450579	
637546765734	

al numero dare vna figura ſola, perche vna, ouer due, ouer tre, ouer quatro, ouer cinque figure a volerle apponere ſecondo l'ordine di ſopra detto, non vi occorre altro che vno ponto ſolo ſopra alla prima verſo man deſtra, come tu vedi in queſta ſola figura 9, ouer in queſte due 49, ouer in queſte tre 349, ouer in queſte quatro 4759, ouero in queſte cinque 96059, perche douendo ſignare duoi ponti biſogna che ſiano almeno ſei, o più di ſei, come (per ſchiuare parole) in maggior figura poi vedere, che a fare de 2 numeri di vna in vna linea cosi longa, &c ſuperflua.

Come ſi cauano le radici relate di quelli numeri maggiori che hanno duoi ponti.

POr volendo cauar la radice relata poniamo 999999999 prima appone queſte dette figure ſecondo l'ordine detto di ſopra, che trouarai che rimarra ſolamente duoi ponti di quelli uno va ſopra la prima figura verſo man deſtra (nel luogo di doue ouer nu meri ſimplici) & l'altro va ſopra la ſeſta, cioe ſopra a quelli 9 contarai di mezo (come in margine vedi nella prima operatione) laquali duoi ponti ne dimoſtrano la radice relata di tal numero eſſer di due figure, & vna di queſte due figure ſi debbe trouare ſotto al ſecondo ponto (cioe ſotto a quel 9 contarai di mezo) & l'altra poi ſotto al primo ponto, cioe ſotto a quel 9 (numero ſimplice) per trouar adonque la detta prima figura ſotto a quelli 9 contarai di mezo, non partendoti da quelle altre quatro, che ſono a tal figura ſotto) che in tutto dimanco 99999 & coſi al detto ponto inueſtigaremo la radice relata del detto 99999, ouer del maggior numero relato, che ſia contenuto dal detto 99999, & trouaremo quella eſſer 3 al qual 3 lo notaremo (ſecondo il ſolito) ſotto la linea 2 b come nella ſeconda operatione appare, & per ſapere quanto il reſtante numero ſi debba 9, & trouarai che il ſuo relato ſara 5904 qual poſto ſotto al detto 9999, & fatto tutto da quello (come nella detta ſeconda operatione appare) trouarai che reſtara 4095 qual compagnato con quel 4 che ſegueria verſo man deſtra fara 40950. Hora queſto per volerno trouar il ſecondo digito, ſi puo procedere per piu vie, laquali tutte dipendono da vna ſola (laqual di ſotto ti narrero) ma la piu breue e queſta, cioe quel 9 (di cui ſotto la linea 2 b) a conto di cubo (che fara 729) & al cento di cento multiplico per 3 (per regola generale) il qual quintuplo fara 3645. & queſto ſottrarai tutto ſotto a quel 4095 9 ponendo il numero ſotto al numero, cioe uno ſotto alle decine, & coſi procedendo dimanco in mano con le altre figure, & trouarai che la prima figura (cioe quel 5 del numero di ſopra) ha ſopra di ſe 40 (come nella terza operatione appare) hor biſogna no vedere quante volte puo intrare quel 5 in quel 40950. negotiando nel reſto, come che nel partir per galia, ouer bandi ſi coſtuma, ma ſolo intrare con tal altra conditione, che vi reſti anchora tanto che compagnato quel tal reſto con la figura, che ſegueria ſe ne poſſa trarre la moltiplicatione del decuplo del cubo di quel 9 (primo digito trouato) fin al quadrato di quello ſecondo digito, & che anchora del reſtante accompagnato con la figura, che ſegueria ſe ne poſſa anchor trarre la moltiplicatione del decuplo del cubo del detto ſecondo digito fin al quadrato del primo, & che anchora del reſtante accompagnato con la figura che ſegueria) ſe ne poſſa trarre la moltiplicatione del quintuplo del cubo di cubo del ſecondo digito fin al primo digito ſimplice, & anchora che del reſtante (accompagnato con la ſeguente vltima figura) ſe ne poſſa trarre il reſtante del detto ſecondo digito.

Alcuno poria dire eſſer impoſſibile di poter moltiplicare tante varie conditioni nel far intrare quel 5=805 nel ſopraposto 40950. circa di queſto riſpondo che quantunque nelli partir per galia, ouer bandi nel far intrar la prima figura biſogna farla intrare con tal conditione, che nelli reſtanti di mano in mano ſe ne poſſa trarre le moltiplicationi delle conſequenti figure in quel digito, che ſe haueſſe fatto intrar la prima figura del partitore, laqual conditione alli principianti par nel principio coſa grande, ma conſiderando poi che quaſi il tutto ſi apprende, & conoſce con la intrar della prima figura, & della ſeconda, ne che a lungo andare gli par poi coſa facile, & queſto medeſimo voglio inferire eſſer in queſto caſo, cioe che quaſi il tutto ſi apprende, & conoſce nel far intrare quel 5=805 in quel 40950 inſieme con la ſeconda altra conditione, cioe che nella prima vi reſtaſſero, che di quel tal reſto accompagnato con quella figura, che ſegueria ſe ne poſſa trarre la ſopradetta moltiplicatione del decuplo del cubo di quel 5 (primo digito trouato) fin al quadrato di quel ſecondo digito, che ſi haueria introdigato, perche ogni piccol numero, che vi reſti ne volte accade, che tutte le altre dette moltiplicationi non ſi poſſino trarre, & ſe pur qualche volta accadeſſe che non ſi poteſſero trarre, non mancara di trouar di emendar lo error fatto, come ſi coſtuma anchora nelli partir per bandi, ouer galia, quello ho voluto dire, acciochenſi non perda di animo da principio queſta noſtra regola inſieme con le altre che ſi ha da dire, hor per trouar

prima operatione
999999999
5

ſeconda operatione
40950
999999999
5904

terza operatione
40950
999999999
590495
5=805

650
5
5=805

7=9

=0
7=50

al nostro proposito, per trouar quante volte può intrare il sopra narrato 5 in quel 45 (che
(dico) fa sopra) seruiremo cotal ordine: prima vederemo quante volte può intrar quel 5 (prima fi-
gura del numero di sopra) in quel 45. che gli fa sopra, e quante gli potrà intrar 5 volte, cre-
diamo ben poter star 9 volte (come cotidie paresi per gratia, ancora accade) di perche vedemo
che facendolo intrare solamente 9 volte non faremo altramente a nostro bisogno (che saria cotal
operatione si porria causar del restante accompagnato con la figura, che segue, ma per non
quel zero 9 (facendo digno) in cima della linea b. appresso al primo, di con quello andarem
moltiplicando. Sale figure di quel 5=205. di facendo
dal sopra posto 409:109 (come cotidi parisi per banco fi-
nissimo) il che facendo si trouara restar 1:42:64. come
che nella quarta operatione appare quel con la figura, che
segue dira 1:41:649. Hauto questo trouaremo il cubo del
primo digno nostro, il qual cubo fara 7=9. di lo descapi-
tremo, cioe lo moltiplicaremo per 1 (per regola ferma) fa
ra 7=90. di questo lo moltiplicaremo anchora per il qua-
drato del secondo digno trouato (qual quadrato fara 1:)
fara 5:00:00. di questo lo assumeremo ordinatamente ins-
sol 1:41:649 del resto di sopra, di lo formaremo di quello il che facendo trouaremo, che restara
5:1:59 (come nella quinta operatione appare) qual accompagnato con la figura, che segue dira
poi 1:51:599. Hauto questo trouaremo poi il cubo del se-
condo digno (qual fara 1:5) di quel moltiplicaremo per
1 (per regola ferma) fara 7:90. di questo moltiplicare-
mo anchora per il quadrato del primo digno trouato
(qual fara 1:) fara per anchora 5:00:00. di questo lo
assumeremo ordinatamente sotto 2 quel 51:599. che re-
stanno di sopra, di lo formaremo di quello trouare-
mo, che restara 495:1:09 (come di sopra nella opera-
tione appare) al qual giongeremo la figura, che segue dira
poi 495:1:099. Hauto questo trouaremo il cubo del secondo digno trouato
del secondo digno trouato qual fara 6:5. di questo moltiplicaremo per 1 (per regola ferma) fa-
ra 1:80. di questo lo moltiplicaremo anchora per il semplice primo digno trouato (che fu 9) fa-
ra 1:62:1. di questo lo assumeremo ordinatamente sotto 2 quel 495:1:099. che restano sopra alla
sesta operatione, di lo formaremo di quello, il che facendo trouaremo, che restara 490:1:254.
come sopra la settima operatione appare, al qual giongeremo la vltima figura, che segue dira poi
490:158549. Hauto questo finalmente trouaremo il resto del secondo digno trouato (qual resto
vien a essere 1:90:4 qual assumeremo ordinatamente sotto al detto 490:158549. che ne resta so-
pra alla settima operatione, di lo formaremo di quello, il che facendo trouaremo che ne restara
490:999100. come sopra alla vltima operatione appare, di se vorrai far proua di tutta la general
operatione trouarai il resto della detta radice essere, cioe
di quel 99. il qual resto trouarai essere 49:57:80096.
al qual aggiongendogli quel 490099100. che vltima-
mente ne è restato sara 49:57:80196. la qual somma
per esser eguale al nostro primo proposito numero dire-
mo esser la nostra general operatione esser buona, di co-
si le per breue non habbi mostrato qui medesimo fatto-
re di hauer errato nelle particolari operationi,
ouero in alcuna di quelle, di così bisognarà notar, di
trouar nel errore.

Ma sebben la nostra general operatione è stata per-
fetta a operata, nondimeno tal radice resta non esatta,
cioe perfetta per le ragioni per volte dette, cioe per
esser trouato quel 490:99100. nella vltima operatio-
ne, ma volendola assignar propinqua al vero potremo
qui ui aiutar sopra una virgola, di per auuer il de
nominatore di mettere sotto di tal virgola, lo formaremo con quelli quattro prodotti dalla radi-
ce del precedente capo, cioe trouo il quintuplo del quadrato del quadrato, e quel che ui è quinto

più

quarta operatione
1
24:6
13:30
409:09:1 2
999999999 | 99
590:59 b
3:1:0

quinta operatione
5
2:5:2
2:40:6
13:30:5
409:09:1 2
999999999 | 99
590:59:0 b
3:1:09
5:90:1

sesta operatione
4
5:9:1:1
1:5:2:7
2:40:6:4
13:30:5:0
409:09:1:0 2
999999999 | 99
590:59:0:0 b
3:1:09:5
5:90:1:4

settima operatione
4
5:9:1:1
1:5:2:7
2:40:6:4
13:30:5:0
409:09:1:0 2
999999999 | 99
590:59:0:0 b
3:1:09:5
5:90:1:4
4:90:0

vltima operatione
4
5:9:1:1
1:5:2:7
2:40:6:4
13:30:5:0
409:09:1:0 2
999999999 | 99
590:59:0:0 b
3:1:09:5
5:90:1:4
4:90:0:9
295

cubo del primo digno 7:29
quadrato del secondo digno 5:
7:90
5:9:10
5:90:400

cubo del secondo digno 7:29
20
7:90
quadrato del primo digno 82
7:90
5:8:10
5:90:490

pio del numero 99 (nuoue nouanta) il quale quintuplo fara 4501:9801. & quello fara il primo produtto, poi trouarai il decuplo del cubo del medesimo 99. il quale decuplo fara 9701:590. & quello fara il secondo produtto, quali ponerai sotto la parte fatta di l'vltimo primo produtto, dopoi trouarai il decuplo del quadrato del detto 99. il quale decuplo fara 9501:0. & quello fara il terzo produtto, quali ponerai sotto a gli altri duoi produti. Finalmente trouarai il quintuplo del semplice 99. quale quintuplo fara 495. & quello fara il quarto, & vltimo produtto, quali ponerai sotto a gli altri tre, & tutti quelli quattro produtti fatti insieme fanno 4900:9500. da mettere sotto alla detta virgola per denominatore, il che fatto la detta propinqua radice vera fara $99\frac{4\,9\,0\,0\,9\,5\,0\,0}{4\,9\,0\,0\,9\,5\,0\,0}$, & perche il resto ne da proportione troppo grossa, ne dimostra il detto nostro proposto numero di 9999 9999999. misti di vna vnità a ciascheduna per la seguente regola, nella quale di questo capo ne pero direno la propinqua si ne fara di 9999999995 cioe 100. & se di questa propinqua radice vera si fara la prova mannale, cioe reiterando quel 99. tante volte fara 10000000000. cioe fara vno piu del detto nostro proposto numero 9999999999. come che nella quarta di questo capo fu detto.

il cubo di 99. fara	970:1601
primo produtto	4501:9801
il cubo di 99. fara	970:1601
secondo produtto	9701:600
il quadrato di 99 fara	9801
	10
terzo produtto —	9810:0
il semplice nuoue —	99
	5
quarto & vltimo produtto	495
primo produtto	4501:9801
secondo produtto	9701:600
terzo produtto —	9810:0
quarto & vltimo produtto	495
summa	4900:9500 denominatore

Vna narratione che fu l'anno (loco breuita) di vna richiesta di disputatione, fatta gli con cartelli in presti da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico Ferraro suo creato (il quale hoggi delle mathematiche legge publico in Milano) l'anno 1547. Et questo fu acio fusse meglio intesa detta sua opposizioni, che addusse nella predetta opera sopra le nuoue proposte, & disputate in tal disputa.

Stando io fuori richiesto l'anno 1547. con cartelli stampati, in publico disputa da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico Ferraro suo creato (la causa di tal richiesta in fine della predetta opera in detta disputa, & cartelli fu poca intendere, & vedere) Vedendo io desiderosi di venire alla conclusione (laquale con ragione, & replicate instanze domandauo poi copertamente leggendo io gli proposti publicamente quelli 31. da risolvere, o vero quella parte, che loro potessino in termine di giorni 15 (dopoi il riceuer di quelli) la quale termine era fatto da loro medesimi instanze, nelle loro instanze replicate con questo patto, che tutte le solutioni fusse, o che si facesse dopoi il detto termine di giorni 15 fussero di niun valore (cioe che non fussero valide) & cosi dopoi che gli hebbi mandato essi detti quelli 31. loro fecero che mi mandorno alcuna minima risposta, ma pretesero detti duoi mesi, mi mandorno anchora loro per quelli 31. da risolvere, ma non mi mandorno alcuna minima soluzione di alcuno di detti quelli 31. gia duoi mesi alor proposti, & sapendo che loro non mi poteuano mandar piu alcuna soluzione, che fusse valida, di detti miei quelli 31. alor proposti, per esser spirato il detto termine di piu di giorni 45. Et per tanto allegramente mi mettea considerare li detti suoi 31. a me mandati, di sorte che quel medesimo giorno, che io li ricevetti ne risolsi circa (cioe 20) & il giorno seguente ne risolsi alquanti altri, come che nella mia vera risposta in fine della predetta opera appare. Et sapendo che quella parte di me risolta (con mia celerita) mi dana l'honor di tal disputa (mandandola pero subito il detto termine limitato di 15 giorni) proposi, & considerare piu li detti suoi restanti quelli (per accioche il tempo) & mettea comporre la detta mia vera risposta, & come poi che l'hebbi finito la feci stampare insieme con le dette mie risolutioni, & stampata che fu la mandai per il corriero da Milano, ma loro per occultar la sua dapocaggine del far tanto tempo a darmi la risposta di miei quelli, ouero di parte di quelli (intendendo con altre nouita piene di ciancie, & longhe come in essa disputa si potra vedere, vero e che circa fine mesi dopoi il detto termine di 15 giorni mi mandorno vna publica risposta accordata in quella di loro soli sopra li detti miei quelli 31. alor proposti, & sapendo che loro non mi poteuano mandar piu alcuna soluzione, che fusse valida, di detti miei quelli 31. alor proposti, per esser spirato il detto termine di piu di giorni 45. Et per tanto allegramente mi mettea considerare li detti suoi 31. a me mandati, di sorte che quel medesimo giorno, che io li ricevetti ne risolsi circa (cioe 20) & il giorno seguente ne risolsi alquanti altri, come che nella mia vera risposta in fine della predetta opera appare. Et sapendo che quella parte di me risolta (con mia celerita) mi dana l'honor di tal disputa (mandandola pero subito il detto termine limitato di 15 giorni) proposi, & considerare piu li detti suoi restanti quelli (per accioche il tempo) & mettea comporre la detta mia vera risposta, & come poi che l'hebbi finito la feci stampare insieme con le dette mie risolutioni, & stampata che fu la mandai per il corriero da Milano, ma loro per occultar la sua dapocaggine del far tanto tempo a darmi la risposta di miei quelli, ouero di parte di quelli (intendendo con altre nouita piene di ciancie, & longhe come in essa disputa si potra vedere, vero e che circa fine mesi dopoi il detto termine di 15 giorni mi mandorno vna publica risposta accordata in quella di loro soli sopra li detti miei quelli 31. alor proposti, & se ben mi volsi dar a credere, che fusse la verita, per esser risolti tutti li detti miei quelli 31. alor proposti, per esser risolutioni dannate, & reprouate per nulla, perche fu in bene, che a longo andare (da poi che

fuoco) ad ogni regolato quello trouò la via di folcarlo (se possibile è) ma vedendo anchora, che in così longo tempo la maggior parte di quelli erano stati da loro fattamente condotti, & vedendosi ritornar in Brescia vsò a Milano (nella qual cosa era fisso di nuouo condotto (con ampie prouisioni, ma infine di cose assai) da certi dottori, & nobili Bresciani a leggere publicamente, & ridotti) delibrò (per non fare al fin certo, quale huomini fattissimo gli buoni ingegni del mondo) di dar per fino a Milano, & di lungi mai voce publicamente conoscere, come le cose sue ritrouassi erano state (come è detto) da loro la maggior parte fattamente condotte, & così (per abreuiar parole) condusi per inditio a Milano, & con cartelli impressi publicamente gli inuitai andassero per vsare di prouisione (che fu alli 10 di Agosto 1548) a douersi trouare a hore 22 a quel tempio, chiamato il Giardino di frati zoccolanti, a disputar le sue reprobationi, che voleua addurre sopra le fatte risolutioni fatte da loro, circa fattami dapoi il termine limitato sopra li quesiti, & loro propositi, lequali cosi fatte da Hieronimo Cardano (per non venir al cimento) quello di Lodouico fuora di Milano, nel che al giorno deputato vi venne solamente Lodouico seguito con vna gran comitiua di gentil'huomini suoi amici, & altri, & io solo con vn mio fratello, che haueua meco con mi da Brescia, mi appresentai auanti al cospetto di quella nobilissima, & gli hauendo breuemente il principio di tal nostra pubblica disputa, & la causa del mio esser colà venuto a Milano, & volendo io dar principio a reprouar le sue loro false risolutioni fatte sopra li detti miei quesiti, & altre mie parti, ma loro per euitarmi di proposito con parole, & ciance, mi fecero più di due hore star quella mattina, che volsero che in quel medesimo luogo per ordinario fussero detti per giudici eletti, chiamati mi pretesi amici suoi, & da me non conosciuti, & io non volsi contendere a tal loro mala risolutione, ma gli dissi che voleua che tutti gli altri chiamati di sopra fussero giudici, communi, & finalmente tutti quelli a chi pretendeua alle mani le demostrationi sempre che farassero, & così finalmente mi bisognò dire, & per non venir in fastidio a molti nobili scolari, non volli principiar a reprobare tutte le fattezze di numeri, & de geometria, anzi mi parse di principiar a reprouargli la risolutione da lor fatta sopra il vigesimoquinto capo della Geografia di Tolomeo allor proposta nel mio 1 quesito, & così in pubblico lo confrinse a non poter negare, che la non fusse stata da loro fattamente violata, onde conobbi, & volendo procedere più oltre, quasi tutti insieme cominciorno a dire ad alta voce, che lo douessimo lasciar parlar ancora lui sopra le risolutioni da me fatte (in termine circa di giorni 3) sopra li suoi 2 quesiti a me mandati, & non mi valse a gridare, & dire che mi lasciassero sempre tutto quello che haueua proposto di reprouare, & dire, & che dapoi parlasse quello che gli pareua, ma non mi valse niente il mio ragionare, & lamentarmi, che mi faceuano torto a non mi lasciar compir, anzi tutti ad una voce non vollero, che procedessi più oltre, ma che lo lasciassi dire anchora lui, onde cominciò a dire che io non gli haueua saputo risolvere il suo 2 quesito sopra Vitruuio, & ragionò assai sopra tal suo quesito, che veramente hora da ridere, & non gli volsi a questo rispondere, & andarsene a casa onde vedendo in tal luogo non hauer potuto vsar mai sempre il mio intento per esser tutti della banda sua, per laqual cosa cominciai a dubitar anchor di peggio, per il che il giorno seguente arditamente mi volsi alla volta di Brescia, & per altra strada, ouer via di quella ch'io venni a Milano, con intentione però di fare pubblicamente in stampa quello che vista voce non mi hauessero voluto lasciar effequire, & lo hauerei fatto in pochi mesi dapoi, ma mi accadette vn'altra maggior disgratia, che quando mi credeua di fondare il fondamento, che mi hauessero fatto promettere quelli dottori, & nobili Bresciani per la lettura pubblica, mi mandorno da Roma a Pesaro, ultimamente, che fussi ritorno a venir in Bre con colui, che mi hauea promesso per tal commissione, con intention però di spedirmene in termine di giorni 15, ma per esser tutti maestri vecchi del litigare, mi tennero in lite circa otto mesi, & finalmente absolsero quel tale, che mi fece la promessa per suo nome, dicendo che io douea procedere contra il principale di quelli che mi haueuano fatto condur, qual era uno di primi dottori di legge di Brescia, ouera il che io non mi basò l'animo di procedere, tal che frà tanto, intendo, & spedì per Ferrara di Venetia con tutta la famiglia per andar a Brescia, & la perdita quasi di tutto il stipendio di sei anni, & mezzo (che legato pubblico) & le spese della lite, & quelle fatte per ritornar a Venetia, altre molte altre strane disgratie, che mi sopragiunsero la fortuna del mortar di Brescia a Venetia, per cui di uno solpetro di polue, che era condutto in Brescia, mi fecero calare le penne mastre, & così non potei effequir quello, che haueua in animo di fare, nondimeno conobbi che ogni cosa è stata per il meglio, perche se io hauessi dato fuora tai mie reprobationi a quel tempo sono breue, & in quella mia alteratione di animo, fon certo che le mie ragioni hariano fatto ombra assai a quelle da gli scolari (per esser tutte nostre inuentioni, & materie non più uiste, ne conside-

rate

dente da gli huomini, onde che per hauer proroguato dalle nella presente opera nel seguente tutto al contrario, cioe che quelle fanno non solamente inutile dalli detti intelligenti, ma di quelle ne ca usanno anchora infiniti altri honorati frutti, che altrove non habbino cosi facilmente raccolti, ouer causi, vero è che le dette nostre reprobationi nō si trouanno nella presente opera vna con seguentemente dietro all'altra secōdo l'ordine, che da me gli fumo proposte, anzi da luna di quelle le reprobassemo in quel luogo, doue che di tal materia parlassemo, ouer trattassemo, perche facendo altramente tale mie reprobationi malamente fariano intese dalli studiosi (per le ragioni di sopra allegate) & pero in quello luogo principiassemo dal mio 2 2 quello a lor proposito, qual dicea precisamente in questo modo.

Vi dimando che con regola generale mi trouarai, ouer causi la propinqua di 9999999999. cioe con la regola generale da formar vn rotto del reciuo, che di sopra assignata ti dimandai, laqual regola fia la sua propria, & generale, cioe che seruirà non solamente nelle diuisioni delle dette radice propinque nelli numeri rotti, ma anchora nelli rotti, & nelli fini & rotti, & simplici ancora, con la medesima regola causirai anchora la propinqua radice relata di $\frac{9}{9}$, & similmente di $2\frac{9}{9}$. Circa alqual quesito, nelli detti mei doppo il termine assignato, mi conduceo la propinqua radice relata di quel 99999999999 ellet $99\frac{9}{10}$, & sel non fusse stato che per lor bontà fosse quel in quel medesimo tempo comparse qua in Italia l'opera di Michiel Stifelio excellente matematico, dalqual gli fu mostrata, & insegnata vna regola da cauar la radice relata dalli numeri relati, con laquale si copriuano alquanto appresso degli intelligenti, laqual regola son certo, che da loro medesimi (in termine di dui anni) non l'hauerianno saputa trouare, con laqual regola trouamo quel 99. ma perche il detto Stifelio non parla colla mente delle propinque, cioe di numeri non relati, & pero in tal caso si seruiamo poi di quella regola data da Oronzio sopra le propinque radice quadre, & anchora sopra le cube (con quel leggiadro ordine di auuilir) laqual regola quanto che fulla sia nel processo nostro si fara manifesto. Hor dico che in tal sua conclusione fanno dui errori, il primo fu che quel rotto, cioe quel $\frac{9}{10}$ non fu formato con la sua propria regola, come nel mio quesito si dimanda, laqual propria regola è quella che habbiamo mostrata nella terza di questo capo, & di sopra da noi vista, nella risolutione di questo medesimo quesito, perche tal regola è cauata dalla principal regola di tal operatione, ma quella regola data dal detto Oronzio (da loro vsata) è stata trouata per vn discorso naturale, & non per ragion geometrica, & pero nella sua conclusione seguita vn'altro errore molto maggior del primo, qual è questo, che se di tal sua conclusione ne faremo la sua proua naturale, cioe reuocando la detta sua radice (cioe il detto $99\frac{9}{10}$) si trouara tal suo reuocato ellet $99999999999\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}$, che fara precisamente $499999\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}$ manco (cioe manco) del nostro 9999999999. Hor si può chiaramente vedere se questo è vno errore, ouero vno errorazzo da poter esser visto la notte senza lume, & pero non bisogna confidarsi in quelle regole trouate per giudicio naturale, & non per ragion geometrica, anzi che primo vere, & che nelle piccole cose si fanno, ouer che poco errano, come si vede in questa regola posta da Oronzio, che nelle propinque radice quadre, & nelle cube par che non molto erri dalla verità, ma nelle altre maggiori, ouer piu alte specie di radice, si conosce, & vede poi piu largamente la sua falsità, ma nelle proprie regole da noi trouate (con ragion geometrica, & delle proportioni) si trouara seguir tutto al contrario, cioe che li suoi errori si trouaranno esser manori, nelle piu alte specie di radice, che nelle basse, & questo si manifesta in questa medesima operatione (da noi fatta nella precedente) che per la detta nostra regola fu da noi conclusa la propinqua radice relata del medesimo 9999999999 ellet $99\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}$, cioe 100 al resso di quel 100 saria 10000000000. cioe errata solamente per vna vnità del detto nostro 9999999999. & la conclusione del detto Cardano, & Lodouico fara per $499999\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}\frac{9}{10}$ in manco di quel medesimo 9999999999. come di sopra essi detto gli errori poi da lor fatti nella operatione della detta propinqua radice relata di quel $\frac{9}{10}$, & di quel $2\frac{9}{10}$ si faranno manifesti doue mostraremo a cauar le radici de i numeri rotti, & delli fini, & rotti.

Io non voglio far altro essempio, come si cauano le radici relate di quelli grandi numeri, che riceuano piu di dui ponti, perche la regola di sopra data per quelli che riceuano dui ponti si serue per tutti gli altri, come sopra le radici quadre, & nelle cube, & nelle coste di coste, hai visto, che sempre si pigliano tante le figure, che per numeri sono stare cauate, & trouate, come se fussero vna figura sola, vero è che sempre ne vienia a maneggiar maggiori numeri nelle nostre operationi, ma sempre si vanno maneggiando secondo la detta regola data di sopra, & pero non dubito che da se medesimo sopra tali, come gouernarti nelli detti numeri grandi, che ricercheranno tre, ouero quattro, ouero piu ponti.

Errore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico suoi discepoli nella risolutione del mio 22 quesito a lor proposito nella nostra publica disputa, come in quella appare.

Vn'altro errare, ouero errazzo fatto dal detto Hieronimo Cardano, & da Lodouico suo discepolo nella risolutione del detto mio 22 quesito a lor proposito nella nostra publica disputa.

9 LA causa della sopradetta nostra regola da cauar le radici cubiche, & similmente quella data da formar il cubo di quello, che sopranauanza nelli numeri non cubi, per diuersi radici proposte, acciò il vero studioso di tale sorte di proposition non pensi da Euclide, ne da altri, ma da noi essere.

Propositione ritrouata dal presente autore.

SE vna quantità sarà diuisa in due parti, come si voglia, il cubo di tutta la detta quantità sarà eguale a quelli sei principali prodotti, cioè al prodotto del cubo della prima parte, & al prodotto del cauidecen della detta prima fia il quintuplo della seconda, & al prodotto del cubo della medesima prima fia il decuplo del quadrato della seconda, & al prodotto del cubo della seconda fia il decuplo del quadrato della prima, & al prodotto del cauido di cauido della detta seconda fia il quintuplo della prima, & finalmente al prodotto del cubo della detta seconda fia il quintuplo del cauido di cauido della detta prima parte.

Questa propositione non se la potrà dimostrare in questo luogo specialmente per le cose fin hora dette per non hauersi anchora parlato delle proportioni, ma ben la prouaremo naturalmente per quanto che alla pratica si aspetta, in altro luogo più conueniente la dimostraremo poi con ragioni alquanto secondo il costume di marhematici a lui piacendo.

Sia adonque tutta la quantità a b. (ponian 12) diuisa in due parti in punto c. & poniamo che la prima parte (cioè a c) fia 8. & la seconda (cioè c b.) fia 4. Dico che il tutto di tutta la detta a b. (cioè di 12) qual fia 1728 fia eguale a quelli sei prodotti, cioè al tutto della prima parte qual tutto fia 512 il quale trouarai da per il primo prodotto, dapoi trouarai il cubo di tutto del la detta prima parte, che trouarai esser 4096. & questo moltiplicarai per il quintuplo della seconda parte (qual fia 20) fia 81920 per il secondo prodotto, qual porrai sotto al primo. Dapoi moltiplica il cubo della detta prima (che fia 512) fia il decuplo del quadrato della seconda (che fia 160) fia 81920 per il terzo prodotto, qual porrai sotto a gli altri duoi, fatto questo fumi il medesimo della seconda parte, ma incominciando indietro, cioè moltiplica il cubo della seconda parte, che fia 64. fia il decuplo del quadrato della prima (che fia 640) fia 40960. & questo fa il quarto prodotto, qual porrai sotto a gli altri, dapoi moltiplicarai il cubo di tutto della detta seconda (che fia 1728) fia il quintuplo della prima (che fia 40) fia 172800. per il quinto prodotto, qual porrai sotto a gli altri, dapoi trouarai il tutto della detta seconda parte, qual trouarai esser 1000. & questo fia il tutto, & vltimo prodotto, qual porrai sotto a gli altri, & finalmente poi che hauerai trouati, che faranno mediante 248832. Il cauo di tutto la quantità detta, cioè di 12.

a	12	c	b
	8		4
			12
			144
			12
			1728
			12
			20736
			12
			248832

primo	prodotto	512
2°	prodotto	81920
3°	prodotto	81920
4°	prodotto	40960
5°	prodotto	10240
6°	prodotto	1024
	somma	248832

10 OVe che la sopradetta nostra propositione ci può, & ci debbe seruire quando che bisogna per accommodarsi meglio in qualche operatione (come di sopra dicemo) leuare quelle delle radici cube, & cauidine, (ouer che si dica) cose per più facilmente trouare delle radici relate. Diremo che il resto di tutta la sopradetta quantità b. (diuisa in punto c) fia eguale a quelli sei prodotti, cioè al resto della prima parte (cioè della parte a c) & al prodotto del quintuplo del cauido di cauido della detta prima parte, fia la seconda parte (qual seconda s'intende la c b.) & al prodotto del decuplo del cubo della detta prima fia il quadrato della detta seconda, & al prodotto del decuplo del cubo della seconda, fia il quadrato della prima, & al prodotto del quintuplo del cauido di cauido della seconda, fia la prima, & finalmente al resto della detta seconda. Et se ne farà proua trouarai che quelli sei prodotti saranno precisamente eguali a quelli sei di sopra secondo l'ordine della detta nostra propositione, & perche questo secondo ordine ne bisogna assai la dimostratione della detta radice relata, & però quello reputamo, ne nelle nostre particolari operationi poi comprendere, & però se la detta quantità fusse diuisa in tre, ouer più parti, come appar nella quantità d. diuisa in punto b. & in punto c. nel descriuere di sopra a quelli numeri, che ricercano tre punti, delliquali il punto d. fia il primo reale numero della, & il punto b. fia il secondo, & il punto c. fia il terzo, & però in tal caso mancando il detto reale bisogna diuidir in punto c. & però di questa hauremo la sua radice relata secondo la regola da noi delli numeri di duoi punti apposti, & con tal regola trouaremo li duoi primi digiti, delliquali il primo fara la parte c. & il secondo fara la parte c b. & dapoi trouati duoi digiti mancando di nouo tutta la quantità d. diuisa pur in due parti in punto b. onde li detti digiti già trouati venirano a dar la parte a b. onde per trouar il terzo digito, cioè la parte a b. procederemo secondo l'ordine dato, supponendo però li duoi primi digiti per vna parte solamente auuegnachè, ma alcuno potria dubitare dicendo il primo digito, che si trouera fia semplicemente, il secondo

a	c	b	d

secondo tante decene, & il terzo fara numero semplice, atteso che nel esempio della propositione qui 3. & 4 che sono ambidui digni semplici, risponde, che per fuzir meglio intendere ho uolu to dar numeri piccoli, ma nelli numeri che ricercano tre ponti il primo digno, che li sia sempre tanti centenara, il secondo tante decene, & l'ultimo fara di tante unita. Essempi gratia se tutta la quantita a diuider ponemo 545 la parte a cio fara 5 centenara, la 6 4 decene la 6 fara 5 unita, & cosi il resto del dato 545 fara di tal grandezza, che al numero nouenario se ponera (ponendolo pero secondo la regola data) onde cauandone poi la sua radice relata (secondo la regola data) si trouara la radice relata essere il medesimo 545.

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar la radice relata dalli numeri rotti, & dalli fatti, & rotti, & non solamente le rationali, & diserte, ma ancora le propinque delle irrationali, ouer sorde. Cap. VIII.

Come si cauano le radici relate di rotti relati.

Et incendo la regola di cauar le sue relate delli numeri rotti bisogna prima sapere, come che delli detti numeri rotti alcuni sono relati, & alcuni non, & medesimamente quelli sono relati di quelli che sono li relati, li rotti adonque che sono relati, sono quelli che dapoi che sono ridotti alla vltima diuisione, hanno il suo numeratore, & ancora il suo denominatore, cauato relato come sono questi $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}$ &c. & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice relata da tali rotti basta a cauar la detta radice relata del suo numeratore, & ponerla sopra di un'altra virgola (qual per numeratore) & dapoi cauar anchora medesimamente la detta radice relata del suo denominatore, & ponerla sotto a tal seconda virgola per denominatore, & tal secondo rotto sara la radice relata del primo. Essempi gratia uolendo cauar la radice relata di $\frac{4}{5}$ procedendo per li modi detti trouarai quella esser $\frac{2}{2}$, & cosi cauando la radice relata di $\frac{5}{6}\ \frac{2}{3}$ trouarai quella esser $\frac{2}{3}$, & cosi per non abondare in parole se cauarai tal radici relate delli sopradetti rotti sua radice trouarai esser, come che in margine appare, & se di tal diuisioni ne vorrai far proua relatiua cauata di detta radice cauta, & se di nouo trouarai il primo rotto sua fatti otto tal diuisione esser sua ben fatta, ma le diuisioni se intenderanno seruir sicuro di hauer errato in alcuna sua operatione.

Essempio

la $\frac{1}{2}$ rel. di	$\frac{1}{2}$
la $\frac{2}{3}$ rel. di	$\frac{2}{3}$
la $\frac{3}{4}$ rel. di	$\frac{3}{4}$
la $\frac{4}{5}$ rel. di	$\frac{4}{5}$
la $\frac{5}{6}$ rel. di	$\frac{5}{6}$
la $\frac{6}{7}$ rel. di	$\frac{6}{7}$
la $\frac{7}{8}$ rel. di	$\frac{7}{8}$

Come si cauano le propinque radici relate delli rotti non relati.

Et quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non saranno ambidui numeri relati, al rotto non sara relato, quando adunque un rotto non sara relato, & che di quello ne vorrai cauar la propinqua radice relata alcuno li puo esser quale per se diuerse vie con ragione, ma per abreuiar fornira saranno solamente il piu ragioneuole, & che meno ge a manco errore, il qual e quello torra sempre il suo denominatore a canto di esso, & quel nel canto di esso moltiplicato fia il suo numeratore, & di tal produtto cauata la propinqua radice relata (per la nostra regola data nella terza del sesto capo) & quella partira per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partitione sara la propinqua radice relata di qual tal rotto, & per essempio uoglio adesso di cauar la detta propinqua radice relata di qual $\frac{5}{6}$, che fu da me proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferro fu ancora nella scola publica disputo, & quello sara adonche meglio si vedra la differentia, ch'e dalla sua solutione fatta con la regola data da Orontio (ne aggiongere quelle nulle) alla nostra fatta con ragion geometrica. Per cauar adonque la propinqua radice relata di $\frac{5}{6}$ torremo il canto di esso di qual 5 (che e sotto alla virgola) che fara 25, & lo moltiplicaremo per qual 5 ch'e sopra la virgola fara 125, & di quello ne cauaremo la propinqua radice relata (per la nostra regola data nella terza del sesto capo) & trouaremo quella esser $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$, & questa la partiremo per qual medesimo 5 (denominator del rotto) & trouaremo che ne venira $\frac{1}{5}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$, & tanto diremo che sia la propinqua radice relata di $\frac{5}{6}$, della qual propinqua se ne fara prouo relatiua di tal rotto ut trouarai che non sara meno del detto $\frac{5}{6}$, cioe il resto di tutto $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$ fara quello numero $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$ da partir per quel altro $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$. Il qual rotto se lo redurai in ottaui, & in canonici di ottaui trouarai che ne venira 4 ottaui, & $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$ di ottauo ottauo, & auenira alli piu di $\frac{1}{2}$ di ottauo $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$ di ottauo, al che venira a sopraggiongere poco piu di $\frac{1}{1}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$ di uno ottauo dal nostro rotto, cioe dal nostro $\frac{5}{6}$.

La causa di questa soprascritta regola in questo luogo non se la posso allegare, perche che con il suo studio fanno giuoco al detto capo delle proportioni da me ritrouate, & ho ritrouati le battaglie giudico meglio fare studio sopra della cosa nelli rotti. Il soprascritto Hieronimo Cardano insieme con il soprascritto Lodouico suo creato (circa i suoi disputi tenuti da loro insieme) mi conclusero per vigor di quella regola sua del studio, & di quella sua da Orga no, sopra le radici quadre, & cubiche proprie quale radice relata del detto $\frac{1}{2}$ ellor $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, nellaquale conclusione erano duoi errori, il primo è questo, che non causano tal radice con la sua propria regola (come che nel mio quesito si adimanda) perche la propria sua regola, è quella che di sopra habbiamo mostrata, & per questa causa incorsero nel secondo errore è questo, che si di tal sua propinqua radice (cioè di quel $\frac{1}{2}$) me fanno prouatione reassumendo tal $\frac{1}{2}$, si troua il relato di tal $\frac{1}{2}$ ellor $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, il quale resto mostrandolo in ottaui, & in cossine di ottauo si troua essere ottauo, & $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ di vn'altro ottauo, tal che venira a giungere del tutto $\frac{1}{2}$ vn'ottauo intiero, & circa $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ di vn'altro ottauo, il che il vedere di questo errore in cose tali poco importa, tal sua conclusione, & communemente hanno da ingannar Michel Stifelio, che a quel tempo gli mostrò la via di questi altri coprire questo al volgo, cioè a fine quel poco che loro sapeuano (perche che tale studio) perche da loro medesimi in tal quesito, & se gli altri ne, che seguirono furono reassumendo solamente numi, & che fu il vero loro modo di tal conclusione imparato è detto auanti di questo.

Come si causano le radici relate delli numeri fatti, & rotti relati.

5 Hauendo ben intesa la regola di causar la radice relata delli numeri rotti relati, & similmente delle propinque di quelli, che non sono relati, resta ora fare a intendere la regola di far il medesimo nelli numeri fatti, & rotti, & per tanto dico, che delli detti numeri fatti, & rotti ve ne sono alcuni, che sono relati, & alcuni non, & relati sono quelli, che ridotto il numero fatto nella quallità del suo rotto (diuiso) & ciascuno insieme con il numeratore di tal rotto, ciascun sia numero relato, dimanera che anchora il denominatore di tal rotto sia numero relato, come di sopra gionse fatto $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, che ridotto quel $\frac{1}{2}$ = ellor fatto $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ che il detto $\frac{1}{2}$, sopra quel $\frac{1}{2}$ = ellor fatto $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ che ridotto quel $\frac{1}{2}$ = ellor fatto $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ che il detto $\frac{1}{2}$, sopra la virgola fatto in tutto $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, hor perche quel $\frac{1}{2}$ (numeratore) è numero relato, & similmente quel $\frac{1}{2}$ (denominatore) diremo ch'il numero $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ ellor relato, & per conseguente la sua radice relata si causarà la radice relata di quel $\frac{1}{2}$, che sopra la virgola, che troueremo ellor $\frac{1}{2}$, & questo $\frac{1}{2}$ si lo partirà per la radice relata di quel $\frac{1}{2}$, che è sopra la virgola (laquale è $\frac{1}{2}$) & ne verrà $\frac{1}{2}$, & così concluderemo la prima radice relata del detto $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ ellor $\frac{1}{2}$, & così per non abondar in parole se con tal regola causarà detta radice relata di $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ troueremo quella ellor $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ troueremo ellor $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ ellor $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ ellor $\frac{1}{2}$, & con tal ordine procederai in tutti gli altri fatti, & rotti relati, & se ne vorrai far la prouatione ritornerai il detto $\frac{1}{2}$, & troueremo che sarà $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & per fatto.

Come si causano le propinque radici relate di numeri fatti, & rotti relati.

6 Hauendo che il detto numero fatti, & rotti non fanno relati, & che di quelli ne vorrai causar la propinqua radice relata al suo fatto, o rotto, ordinatamente ti conuerrà seguire due sorte regole, una la più facile, & l'altra più difficile, & l'una, & l'altra è fondata sopra quella data nelli rotti non relati, cioè ridurai il rotto, & dopo trouerai il suo relato in tal modo diremo (come ne ho detto, & fatto nella precedente) & dopo trouerai denominatore a cento di cento, & quel cento di cento moltiplicato in quel grande numeratore (già formato con la riduttione) & di tal prodotto causerai la propinqua relata (secondo la nostra regola data nella terza del detto capo) & tal radice propinqua partirai per il medesimo denominatore, & lo quotiente sarà la propinqua radice relata di tal numero fatto, & rotto, & per esempio di quello voglio addurre quel numero di $\frac{1}{2}$, che da me fu proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico suoi creato, nel mio $\frac{1}{2}$ quello nella nostra publica disputa. Per causar adunque la propinqua radice relata di $\frac{1}{2}$ fa ogni cosa in numeri, che sarà $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ rotto quel $\frac{1}{2}$ (denominatore) a cento di cento fia $\frac{1}{2}$, & questo moltiplica fia quel $\frac{1}{2}$ (numeratore) sarà $\frac{1}{2}$. & di questo causerai la propinqua radice procedendo (per la detta nostra regola data nella 3 del detto capo (troueremo quella ellor $\frac{1}{2}$, & questa tal quantità partirai per il detto $\frac{1}{2}$ (denominatore) il che facendo ne verrà $\frac{1}{2}$, & tanto dirai che sia la propinqua radice relata del sopradetto $\frac{1}{2}$, & se di tal propinqua radice relata ne farai prouatione troueraì quella errare di vna cosa infinitesima del suo relato, ma nella propria radice relata del detto $\frac{1}{2}$ è come detto, & così con tal nostra regola procederai in ogni altro simile.

Errore commesso da Hieronimo Cardano, & da Lodouico fratello suo creato sopra la seconda parte del suo quesito a lor proposto.

Vn'altro errore fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico sopra la conclusione del medesimo quesito.

La 3ª rel. di $7\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ fatta $=\frac{1}{2}$
La 3ª rel. di $97\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ fatta $=\frac{1}{2}$
La 3ª rel. di $69\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ fatta $=\frac{1}{2}$
La 3ª rel. di $134\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ fatta $=\frac{1}{2}$
La 3ª rel. di $97\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ fatta $=\frac{1}{2}$

Errore commesso da Hieronimo Cardano, & da Lodouico Ferraro suo creato nella risolutione del suo 11 quesito.

Vn'altro errore, ouero errorazzo fatto dalli sopradetti nel medesimo 11 quesito.

sopradetto quesito, il sopradetto Hieronimo Cardano medico, insieme con Lodouico Ferraro suo creato circa fine meli dopoi il termine da loro limitato mi risolsero solamente con parole fauose, che per cauar la propinqua radice, che si douesse procedere secondo quel modo, che da loro fu detto, & fatto di quelli $\frac{1}{4}$, nella qual sua risposta vengono per a far duoi errori, si come nella positiua di $\frac{1}{4}$ il primo è che nel sua regola non è la sua propria, come nel mio quesito si dimanda, il secondo errore è questo, che cauando la propinqua radice realmente secondo il suo modo, & di quella secondone poi la sua prouva naturale si trouara il suo resto esser alcunque dal detto nostro 2 44 $\frac{1}{4}$ di quello, che fosse quella di quelli $\frac{1}{4}$, anzi il suo errore fia tale (per esser maggior quantità di $\frac{1}{4}$) che le gli porta dire erroraccio.

Regola generale dal professe autor ritrouata da cauar la quinta spetie di radice detta communemente radice cuba quadra, ouer cubo quadra, ouer cubo quadro, con la sua propria regola. Cap. IX.

Per voler cauar la quinta spetie di radice chiamata radice cubo cubo, ouer cubo quadra, ouer quadro cubo, egli è vero che si poria seruire della regola data per cauar la radice quadra, & di ogni radice cauata, cauarne poi la radice cuba, ouer cauarne prima la cuba, & di quella cauarne poi la quadra, & qualunque tal regola poria seruire nelli numeri quadri cubi, ma in quelli che non fussero quadri cubi v'andaria dietro assai, & tanto per a quelli, che non sapessero la nostra regola di formar il resto di sopra retenuti nelle loro operationi, & di cauar anchora la detta radice di numeri sani, & rotti, nondimeno in questo luogo voglio mostrar il modo di cauarla con la sua propria regola, ma per voler effequire tal cosa, egli necessario, ouer a sapere a mente tutti li numeri quadri cubi prodotti da ciascun numero digito, con la sua radice, ouer che bisogna hauer una tauoletta dove siano scritti detti numeri quadri cubi con le sue radice, come che in margine appare, & quella tal tauoletta tenerla sempre auanti a gli occhi quando, che si vuol cauar la detta radice quadra cuba da qualche proposto numero, per poter negotiar, & trouar tutte le particularità a tal regola necessarie, come che nel nostro processo si mostrera.

Numeri quadri cubi	Radice quadra cuba
1	1
64	2
729	3
4096	4
15625	5
46656	6
117649	7
262144	8
531441	9

Come si cauano le radici cube quadre di numeri menori.

Per cauar la radice cuba quadra di vn numero menore, & per numeri menori (come nelle passate radice è stato detto) si debbe intendere assi quelli, che la sua radice cuba quadra non può esser più di vna figura sola, & però tal numeri menori in questa spetie di radice possono esser di vna sola figura, ouer di due, ouer di tre, ouer di quatro, ouer di cinque, ouer di sei al più, perche il cubo quadro di vna sola figura non può passar sei figure, come dalla margine vedi, che il cubo quadro di 9 (qual è la maggior figura, ouero il maggior digito) è 531441. cioè sei figure, & però per conoscere se vn proposto numero sia di maggiori, ouero di menori si costuma di far vn punto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano 6 figure non vi si fa altro, si quel posto dimora la radice cuba quadra di quel tal numero è sol vna sola figura, ma se fussero più di 6 figure sarà numero maggiore, & bisognaria farui altri punti, come di sopra al suo luogo si dirà. Dico adonque che tal numero menore necessariamente, ouer che sarà numero cubo quadro, ouer certamente non, se sarà numero cubo quadro tal sua radice cuba si sopera a mente, ouer che si sopera per vigore della tauola in margine posta (laqual bisogna sempre hauer auanti in scritto) perche se vorrai cauar tal radice cuba di 1. tu sopra per vigor di detta tauola esser 1. & così di 64. tua sopera tal radice esser 2, & così di 729. tua sopera quella esser 3. & di 4096 $\frac{1}{2}$ esser 4. & di 15625 $\frac{1}{2}$ esser 5. & di 46656 $\frac{1}{2}$ esser 6. & di 117649 $\frac{1}{2}$ esser 7. & di 262144 esser 8. & similmente di 531441 $\frac{1}{2}$ esser 9.

Regola generale dal professe autor ritrouata da cauar la propinqua radice cuba quadra, ouer cuba di numeri non cubi cubi.

Ma quando che il detto proposto numero non sarà cubo cubo, caua prima la detta radice cuba quadra del maggior numero cubo quadro, che sia in quel tal proposto numero, & quello che si refarà della sua operatione ponerai (secondo il solito) sopra di vna virgola per numeratore, & sotto quello per formar il denominatore da porre sotto di quella. Bisogna notar che quel si forma con cinque principali prodotti, ouer multiplicationi, il primo prodotto si forma con il semplo del resto della prima radice già cauata, il secondo

E formo con il quadrangolo, del cubo di cubo della detta prima radice (già detta) il terzo E formo con il pentagono del cubo della detta radice (già detta) il quarto F formo con il quadrangolo del quadrato della detta prima radice (già detta) il quinto, & vltimo F formo con il triangolo della detta prima radice (già detta) & così le somme di quelli 5 prodotti E dico che queste somme sono della detta virgolata per denominatore, & la detta prima radice insieme con quel tanto che la propinqua radice eccede quel tanto proposto numero sono cubo cubo. Essempio gratia volendo cauar la propinqua radice cubica, ponimo che 5 : 1 : 45 : sia la prima tal radice cubo del maggior numero cubo cubico, che sia del detto 5 : 1 : 45 : che in numeri è 65 : 1 : 45 : & che tanto sopra il tal cubo cubo è 65 : 1 : 44 : qual sarà il numero del detto 5 : 1 : 45 : sarà 65 : 1 : 44 : & questo 65 : 1 : 44 : ponerai sopra di una virgolata per numeratore, poi per formar il denominatore di esso numero 1 sopra detto virgolata, tu lo formerai con 5 sopra detti cinque prodotti, cioè per formar il primo piglia il radice di quel 1 (prima radice) che fia 1 : 1 : 65. & quello moltiplicato per 6. fia 1 : 1 : 65. per il primo prodotto, & questo notarai da banda, poi piglia il secondo detto 5 (che fia 4096) & quello moltiplicato per 15 fia 61440. per il secondo prodotto, qual notarai sotto al primo, poi piglia il cubo del medesimo 5 (che fia 512) & moltiplicato per 20 fia 10240. per il terzo prodotto, & questo notarai sotto 61440. poi piglia il quadrato del medesimo 5 (che fia 64) & moltiplicato per 15 fia 960. per il quarto prodotto, qual sotto posto fia 10240. poi piglia il medesimo 5 (che fia 8) & moltiplicato per 6 fia 48. per il vltimo prodotto, qual posto sotto gli altri, & sommati tutti insieme fanno 165195 per il denominatore da mettere sotto la sopradetta virgolata, il che fatto, & accompagnato con il detto 5. fia poi $5\frac{1\,1\,6\,5\,1\,9\,5}{1\,1\,6\,5\,1\,9\,5}$ & essendo fia la propinqua radice cubo cubo sopradetto 5 : 1 : 45 : che è 5 fia poi la detta radice propinqua 1 cubo cubo) ne trouarai che di vna piccolissima quantità eccede la detta radice il detto numero 5 : 1 : 45 : laqual piccola quantità nella detta radice fia quasi nulla.

primo prodotto	1 : 1 : 65 :	
secondo prodotto	61 : 44 :	
terzo prodotto	10 : 24 :	
quarto prodotto	960	
quinto prodotto	48	
denominatore	1 : 65 : 195	

cubo	4096	
	15	
secondo	61 : 44 :	
cubo	5 : 1 :	
	20	
terzo	10 : 24 :	
quadrato	64	
	15	
quarto	960	
5 semplici	5	
	6	
quinto	48	

primo	1 : 1 : 65 :	
	6	
cubo	5 : 1 :	
	5	
cubo cubo	4096	
	5	
relato	1 : 1 : 65 :	
	6	
primo prodotto	1 : 1 : 65 :	

Dimostra.

ADesso per quelle propinque radice cubi cubi bisogna mostrar quanto vi accade quel medesimo particolar accidente, over condizione che in ciascuna delle altre passate dimostra, cioè che di tutti quelli numeri, che mancano di una sola vnità a esser numero cubo cubo, o vuoi di cubo cubo, la sua prima propinqua 5 : 1 : 45 : è sempre causa secondo l'ordine di questa nostra regola sempre vera senza errore, ma il cubo cubo di tal radice propinqua erra di una sola vnità di più del nostro proposto numero, laqual vnità di errore, al detto suo cubo cubo, nella propria radice sua quasi niente, come in tutte le altre è stato detto, la qual cosa non è di poca considerazione, anzi che non fa la tanta propinqua di tal effetto. Essempigratia volendo cauar la propinqua radice cubo cubo di 25 : 1 : 41. qual sia, over manca di vnità 1 a esser numero cubo cubo, che fussi 26 : 1 : 44. sarà cubo cubo, & la sua radice, & perche la radice cubo cubica prossimamente 5. come nella sua tauola poi vedere, hor per trouar il proposito, volendo cauar la propinqua radice cubica del detto 25 : 1 : 45. trouaremo prima quella differenza 1 & sopra trouar 1 : 1 : 65 : (come nella prima operatione in margine appare) & quello notarlo, ponendolo sopra di una linea, hor per formar il denominatore da mettere sotto di tal linea con quelli cinque prodotti (detti nella precedente nostra regola) piglia il relato di quel 5 (prima radice) che fia 1 : 65 : 1 : 1 quel moltiplicato per 6 (per regola detta) fia 1 : 1 : 65 : per il primo prodotto, poi piglia il cubo di cubo del medesimo 5 (che fia 1 : 1 : 45 : & moltiplicato per 15. (per regola detta) fia 1 : 61 : 44 : per il secondo prodotto, poi piglia il cubo del medesimo 5 (che fia 1 : 1 : 45 : & moltiplicato per 20 (per regola detta) fia 61 : 44 : per il terzo prodotto, poi piglia il quadrato del medesimo 5 (che fia 64) & moltiplicato per 15 (per regola detta) fia 960. per il quarto prodotto, poi piglia il medesimo 5 semplici fia 5 & moltiplicato per 6 fia 48. per il quinto, & vltimo prodotto, qual posto sotto gli altri, & sommati tutti insieme fanno 1 : 65 : 195 per il denominatore da mettere sotto la sopradetta virgolata, il che fatto, & accompagnato con il detto 5. fia poi $5\frac{1\,1\,6\,5\,1\,9\,5}{1\,1\,6\,5\,1\,9\,5}$ & essendo fia la propinqua radice cubo cubo sopradetto 5 : 1 : 45 : che è 5 fia poi la detta radice propinqua 1 cubo cubo) ne trouarai che di vna piccolissima quantità eccede la detta radice il detto numero 5 : 1 : 45 : laqual piccola quantità nella detta radice fia quasi nulla.

primo	1 : 1 : 65 :	
	6	
cubo	5 : 1 :	
	5	
cubo cubo	4096	
	5	
relato	1 : 1 : 65 :	
	6	
primo prodotto	1 : 1 : 65 :	

prima operatione

1 : 44 : 54	
25 : 1 : 45	1 : 1 : 65 :
1 : 1 : 49	

	7
	1
	1 : 49
	1
cubo	1 : 49
	1
cubo cubo	1 : 1 : 65 :
	1
relato	1 : 65 : 1
	6
primo	1 : 1 : 65

regola forma) fara 42 per il quinto, & vltimo prodotto, & tutti questi 5 prodotti notarai bene l'un sotto l'altro di mano in mano, & fatta poi insieme fanno 144494 per il vero denominatore qual posto sotto alla detta linea inferior con la prima radice (cioè con quel 7) dara $7\frac{1}{1}\frac{4}{4}\frac{4}{4}\frac{9}{9}\frac{4}{4}$, che farà 2 posto 8 senza alcun resto, come habbiamo detto, del qual 2 (per fare prova) torrai, che il suo cento cubo fara 261144. cioè una vnità di più del nostro proposto numero 261141. il qual errore per esso solamente nel suo cento cubo, nella propria radice cuba con. fara quell istesso, il medesimo si troverà seguir in tutti gli altri numeri che mancano solamente di una sola vnità a esser cenli cubi.

primo prodotto	100842
secondo prodotto	36015
terzo prodotto	6860
quarto prodotto	735
quinto prodotto	42
Denominator	144494

cc.	2401
	15
secondo	36015
cu.	343
	20
terzo	6860
	cc. 49
	15
quarto	735
prima 3	7
	6
quinto	42

seconda operatione
144494
261143 $7\frac{1}{1}\frac{4}{4}\frac{4}{4}\frac{9}{9}\frac{4}{4}$
117649
cioè 2.

A tutte quelle prime radice propinque vi si potrà dar regola di poterle dar più propinque in infinito, come si fatto delle quadre, ma perche la prima radice propinqua trouata per questa nostra regola, & tanto vicina alla vera, che ui par cosa superflua a dar la detta regola di poterli più approssimare.

Non restando che quello, che mancasse in quelle radice propinque fusse maggiore del nostro denominator formato con li sopradetti cinque prodotti fusse cagione hauer fatto errore nella generale operatione, & la sua radice causa douria esser più di quello hai notato, perche al tutto non può esser maggiore del detto denominatore, ma solamente eguale, ouer meno di quello.

Come si pongano le figure delli numeri maggiori per cauarne la sua radice cuba cenla, & per conoscere di quante figure sarà nel sua radice cuba cen.

5 A quando che il numero delquale si ha da cauar la radice cenla cuba sarà più di 6 figure sempre esser numero maggiore, perche la radice cenla cuba di quello consiste di più figure, che di una figura, & tanto più maggiore sarà quanto che di maggior numero di figure sarà, ouer si troua esser la detta radice cenla cuba di quello, laqual cosa si conosce con il ponar le sue figure, come che nelle altre spetie di radici si fanno detto, ouer fanno, vero è che in questa spetie di radici s'incontrarà sia posto, & posto una figura di più di quello si fanno nella radice relata, cioè in questa vi si habbiamo 4 figure, & in questa vi si habbiamo 5. cioè si fa un punto sopra la prima figura da banda destra (cioè di quella, che significa numero di simplice vnità) & seguitando 2 di quelle che seguita, & posar la seguente) & con tal ordine andar proseguendo di mano in mano, se ui figure fussero molte, cioè seguitando sempre 2 & posar l'altra che seguita, come che nel essempio posto in margine appare, & questo apponer di figure si fa per di quante figure sarà la detta radice cen. cu. di quel tal numero proposto, eccetto le quali tal proposto numero sarà solamente di una, ouer di due, ouer di tre, ouer di quattro, ouer di cinque, case di le figure siano sarà la detta radice cen. cu. di quello esser di una sola figura, & tal numero esser intenso, perche volendo apponer secondo l'ordine detto non vi occorre altro che un punto solo sopra alla prima verso man destra, come puoi veder nel essempio posto in margine, & così da 7 figure per fino in 12 la detta sua radice cen. cu. sarà solamente de due figure perche tai figure non ricercano altro che dui punti, & così discorrendo come in margine poi vedere.

8
63
597
5476
67543
795073
8497300
59507536300
795357463571

Come si cauano le radice cense cube di quelli numeri maggiori che ricercano dui punti.

6 Or volendo cauar la radice cen. cu. ponimo anchor di quello medesimo 999999999. che nella essemplo della radice relata si propose, prima però quelle 12 figure secondo l'ordine detto di sopra, che occorrano, che ricercano solamente dui punti, di quali uno va sopra la prima figura verso man destra (nel luogo di digni simplici) & l'altro va sopra la seguente figurante, come che in margine vedi nella prima figura, o vuoi dir nella prima operatione, li quali dui punti ne dimostrano la radice cen. cu. di tal numero esser di due figure, & l'una di quelle due figure si debbe cauar sotto al secondo punto (& quella sarà la prima di esser trouata)

& Volendo poi fornire al primo ponto (che quello fia la seconda che ci bisogna) per trouare la seconda cifra fopra a quel fecondo ponto (computando doui quelle altre ne figure, che feguitano, che in tutto fariano 999.) insieme gli aggiungeremo la radice cuba quadra del detto 999. cioe 999. & trouaremo quello effer 4. quale scriueremo (secondo il solito) oltra la linea a b. (come nella seconda operatione appare, & per hauer quello fia il refiante pigliaremo il cubo cento del detto 4. che fiano 499. quali poffo fottrahere del detto 999. & fottrato da quello (come nella detta seconda operatione appare) troueremo reftare 500. quali accompagnato con la figura che fegue verfo mano deftra cioe 5909. fopra quello pigliaremo poi la seconda figura (cioe d'igito) pigliaremo il residuo della prima figura trouata (cioe del quad. 4.) che fiano 1044. & quello multiplicaremo per 6. (per regola d'arte) fiano 6144. & quello lo trouaremo restare fotto a quel 5909. (detto di fopra) ponendo numero fotto a numero, & cioe fotto a decine, &c. come nella detta operatione appare, & troueremo che la prima figura verfo mano deftra di quel 6144. (cioe quel 6. ancora) ha rimanere fopra di se 59. (come nella detta 2. operatione fi puo vedere) hor bisogna uedere (con diligentia) quanto volte puo trouarsi il detto 6. nel detto fopraposto 59. cioe quante decine che non folamente nel fopradetto, ui poffa trouare le fue figure che vi fegue dietro (come nel parlar per gratia fi costuma) ma che anchora vi reffi tanto, che compagnato con la figura che fegue, fe ne poffa trouare la multiplicatione del quintuplo del cubo di cubo del detto 4. che fia il quadrato di quel fecondo digito trouato, & che anchora del reftante (accompagnato con l'altra figura che fegue) fe ne poffa trouare la multiplicatione del triplo del cubo di cubo della feconda fia il cubo della prima, & che del reftante (accompagnato, con la figura, che fegue) fe ne poffa trouare la multiplicatione del fefquiplo del reſtato della fecoda fia la prima fimplice (cioe fia quel 4.) & che del reftante anchora, accompagnato con la figura che fegue (che fiara la vltima di tutto il propofto numero) fene poffa trouare finalmente il cubo cubo della detta feconda figura trouata.

Alcuna poria dire (come fu detto fopra la efpofitione della radice relata) effer quafi impoffibile poter trouare tante conditioni, nel far trouar quel 6144. nel fopraposto 59059. dicta a quello rifpondo, che quefto il tutto conffte nella feconda, & terza conditione, perche ogni compagno numero che vi reffi nel volte nascendo, che mai le altre dette multiplicationi non fi poffino trouare, & fe per qualche volta occorreffe, che non fi poteffino trouare, non manca a cercar di ouiare tal errore, ouer a reprincipiar tal operatione di nuouo, come fi coftuma anchora nelli partimenti per galea. Hor per ritornar al noftro propofito, cofideraremo quante volte poffa trouarsi quel 6. (prima figura di quel 6144.) in quel 59. che remane gli fia fopra (con le fopradette conditioni) & troueremo che vi fi trouara folamente 6 volte, & quello 6. lo poneremo appreffo all'altra prima figura trouata (oltra la linea a b.) cioe appreffo a quel 4. & dira poi 46. (come nella detta prima operatione appare) fimo quello, con il detto 6. andaremo multiplicando di mano in mano le figure di quel 6144. & feruendo ne i multiplicationi del fopraposto 59059. (come fi coftuma nelli partimenti per galea, ouer per tauola) il che facendo fi trouara fopra rimanere 2217. quali accompagnato con la figura che fegue dira poi 22179. (come nella quarta operatione appare) fimo quello pigliaremo il cubo di cubo della detta prima figura (cioe di quel 4.) che fiara 256. & quello multiplicaremo per 15. (per regola fimile) fiara 3840. & quello lo multiplicaremo anchora per il quadrato di quel 6. (feconda figura) cioe per 36 fiara 138240. & quello dal prodotto lo affettaremo ordinatamente fopra il fopraposto 22179. che refto, & lo fottraremo da quello, & che facendo operatione, che reftara 83139. (come nella quinta operatione in margine appare (quale accompagnato con la figura, che fegue dira poi 831399. fimo quello troueremo il cubo della detta prima figura (cioe

prima operatione

5999999999	3	9

	4
	4
cc. 16	
	4
cc. 64	
	1
ccc. 164	
	4
1024	
	4
prodotto primo	4096

seconda operatione

5902		
99999599999	3	9
4096		
resto		
1024		
	6	
prodotto secondo		6144

terza operatione

5902		
99999599999	3	46
4096		
6144		
cc. cc.		
256		
15		
	3840	
	36	
prodotto ?		138240

quarta operatione

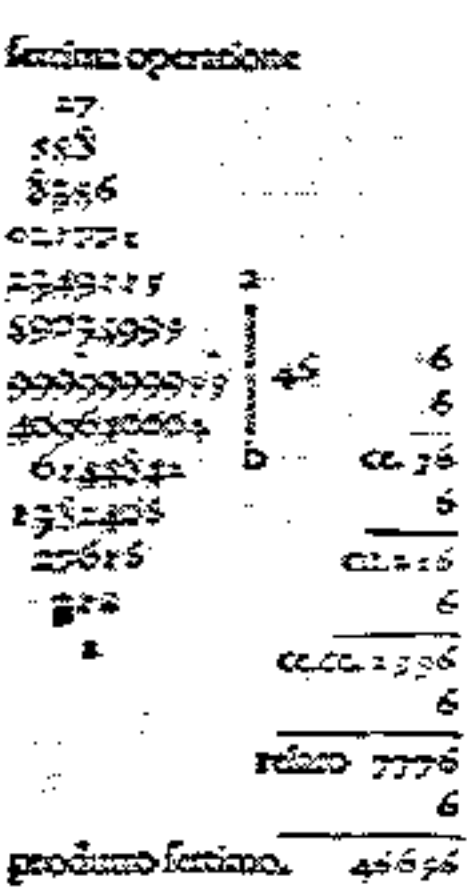
215		
23459		
59059		
999999999999	46	
4096		
6144		
1382		

cc.	
64	
20	
1280	
1216	
7680	
1280	
1260	
prodotto quarto	276480

quinta operatione

215		
22179		
59059		
999999999999	46	
409640		
614443		
23124		
2764		
cc. cc.		
256		
15		
	3840	
	36	
	138240	
	16	
prodotto ?		5121040

(cioe di qual 4) che fara 64. & lo multiplicaremo per 10 (per regola firma) fara 1156. & quello lo multiplicaremo anchora per il cubo del secondo digito, e vedi che della seconda figura (cioe di qual 6) il qual cubo fara 216. nel disponendo adunque il detto 1156. per 216 fara 249856. qual poi lo ordinaremo sotto al detto 555599. che resulto sopra alla quinta operatione, & formaremo anchora da quello resultato, che se ritrara 1778199 (come sopra la detta operatione appare) dal quale giongeremo la figura, che seguita che poi 55581599. fino a quello resultato piglieremo il cubo di cento di qual 6 (seconda figura, che fara 1296) & lo multiplicaremo per 5 (per regola generale) fara 19440. & quello lo multiplicaremo poi per il cubo della prima figura (il qual cubo fara 1) fara 31104. & quello al prodotto lo ponderemo ordinatamente sotto al detto 55271599. che resto sopra alla detta detta operatione, & formaremo anchora da quello resultato 5317619. (come sopra alla settima operatione appare) dal quale giongeremo la figura, che seguita che poi 5317615996. fino a quello piglieremo il cubo di qual 6 (seconda figura trouata) che fara 7776. & lo multiplicaremo per 6 (per regola firma) fara 46656. & quello multiplicaremo anchora per la simplice prima figura (cioe per 4) fara 186624. & quello lo ponderemo ordinatamente sotto al detto 5317615996 (che ne resulto sopra alla settima operatione) & lo formaremo da quello, & trouaremo che ne resulta 5317802620 (come sopra alla ottaua operatione appare) dal quale giongeremo la figura che seguita (dapoi che la vltima di numero stimo posposto numero) dira poi 5317849756. fino a quello piglieremo similmente il cubo cento della seconda figura (cioe di qual 6) che fara 46656. & quello lo ponderemo ordinatamente sotto al detto 5317849756. che ne resulta sopra la ottaua operatione, & lo formaremo da quello, il che facendo troueremo, che finalmente ne resulta 5317896412 (come sopra alla nona operatione appare. Hor se di tutta la sopradetta generale operatione ne vorremo far proua troueremo il nostro cubo detto nodoso numero (cioe di qual 46) & a tal cubo cento, gli aggiongeremo quel 5317896412. che ne è restato, & se tal summa fara precisamente il nostro primo numero (cioe qual 99999999) diremo tutta la detta nostra generale operatione esser giustamente fatta, ma facendo altrimente, diremo al nostra generale operatione esser fallamente condotta, & però bisognara andar ricercando lo errore per le particolar operationi. Non dimen solamente questa forte di dimostratione, si può approuare con la proua del 7. over del 9. ma anchora assai altre (ma il vno non si può dire, ouero che non si ricorda di dire, ma lo diremo, & mostraremo in questa particolarmente quel si ritrara per tutte le altre. Per prouare adunque tutta la sopradetta general operatione per la proua del 7. piglieremo la proua di qual 46 (nodoso numero) la qual proua è 4. & questa la quadraremo fara 16. la cui proua è 2. & questo 2 lo multiplicaremo per quel medesimo 4 (per ridurlo a cubo) fara 8. la cui proua è 1. & questo 1 (per ridurlo a cento di cento) lo multiplicaremo per il medesimo 4. fara per 4. & questo 4 (per ridurlo a resto) lo multiplicaremo per il medesimo primo 4. fara 16. la cui proua è 2. & questo 2 (per ridurlo a cubo cubo) lo multiplicaremo per il medesimo 4. fara 8. la cui proua è 1. & cosi questo 1 fara la proua del cubo del nostro 46. fatto questo piglieremo la proua di qual 5317896412. (che ne resulto sopra la nona operatione) la qual proua troueremo esser 2. qual giunto con quel 1. fara 3. & con la



proua dell'nostro 999999999 dubbie esser 5. & essendo 5. dirremo tal nostra general operatione esser buona per la proua del 7. ma essendo similmente dubbioso ancor tal general operatione esser falsa, ma perche la proua del detto 99999999 precedentemente 5. dirremo la detta nostra operatione esser buona per la proua del 7. Et cosi parerebe (per alcuni meglio) di prouarla per la proua del 9. lo puoi fare procedendo per il medesimo modo, il che facendo, come in margine vedi trouarai, che la proua verria buona. Et perche la proua del detto nostro numero (proua del 9.) è cattiua, non la detta nostra general operatione esser buona per la proua del 7. & del 5.

Anchora in questa (Se come di sopra la radice cubica) bisogna auuertire, che si bene la sopradetta nostra general operatione fia stata ottimamente effequita, nondimeno tal radice cubica non è assolutamente, cioe non è la vera radice cubica del detto 999999999. per le ragioni più volte dette, per essersi auanzato quel 525 113 203 sopra la vltima operatione, anzi tal radice è imperfetta, e vuolle sorda, ma volendo assegnar propinqua alla vera (per la regola nostra) ponerassi quel tal auanzo sopra vna linea per numeratore conforme alla detta prima radice cubica (cioe 2 quali 45) & per trouare il denominatore di tal linea, si formerano con quelli cinque prodotti si dirà nella vera di questo capo, cioe pigliarà il triplo del 2 lato del nostro 46. il quale reflette 2076396976. & il suo triplo fara 12357778256. & questo fara il primo prodotto, come in margine poi trouarai il 2. cioe il detto 46. che fara 4427416. & moltiplicato per 5 fara 6216540. per il secondo prodotto, quali ponerai sotto al primo, poi pigliarai il cubo del medesimo 46 (che fara 97336) & moltiplicato per 10 fara 1946720. per il terzo prodotto, quali ponerai sotto a gli altri duoi, dipoi trouarai il cubo del medesimo 46. che trouarai esser 2116. & moltiplicato per 5 fara 317480. per il quarto prodotto, quali ponerai sotto a gli altri quattro, finalmente moltiplica quel medesimo 46. semplicemente per 6. fara 276. per il quinto, & vltimo prodotto, quali parimente porrai sotto a gli altri quattro, & sommati poi tutti insieme faranno 13049343. per il nostro ricercato denominatore, & questa è la propria regola da formarlo con ragione, il qual denominatore posto sotto alla sopradetta linea col nostra propinqua radice cubica del detto 999999999. fara $45\frac{525113203}{13049343}$, che le accostarai la sua prova naturale trouarai, che la non ti darà cosa di momento.

primo prodotto	12357778256
secondo prodotto	6216540
terzo prodotto	1946720
quarto prodotto	317480
quinto prodotto	276
denominatore	13049343

	46
	46
cc.	2116
	46
	12696
	8464
cu.	97336
	46
	584016
	389744
cc. cc.	4427416
	46
	26544096
	17696064
radice	2076396976

La prima propinqua radice cubica cauata di 999999999 fara 45.
525113203
13049343

7 Errore commesso da Hieronimo Cardano, & da Lodouico fratello suo creato nella risposta, & conclusione del mio 5. quesito a loro proposto, nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico fratello suo creato sopra il detto mio 5. quesito a loro proposto.

Vn'altro grande errore, over erroracci fatti dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico suo creato nella risolutione del detto mio 5. quesito a loro proposto.

Il secondo error è che non hanno formato il rotto (dove quel $\frac{2}{3}$) secondo la sua propria regola (come nel mio quesito si dimanda) ma l'hanno formato con quella regola posta da Orontio sopra le radici equalle & cheque regola gia ne fu fatto far vn'altro molto maggiore, il qual è questo, che se di tal sua conclusione ne faremo la sua prova naturale, over pratticale, cioe cubar quel $46\frac{2}{3}$, & dipoi quadrare quella adunatione si trouera, che tal cubo quadro fara precisamente 99794933 & $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$, che verria a esser meno $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$ del nostro 999999999. Hor si può veder se questo è vno errore da non tenerne conto, ouero vno errorazzo, & assai questo procede perche

perche quel resto di quelli $\frac{1}{2}$ non è formato con la sua propria regola, ma con quella di Oronzio, & però si vede quanta è ella di groſſo nelle altre ſpecie di radice, ma che sara la medesima prova della nostra dimostrazione, causa, & formata con la sua propria regola, da noi trouata (cioe quel 45 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$) si troua il suo cubo quadro esser di vna millesima del detto nostro $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ qual errore nella propria radice sara quasi nulla, & sara molto minore di quello, che nelle piu ballordine di radici le incorre con la sua propria regola.

Gli errori che sono stati nella dimostratione della detta propinqua radice cubica, di quelli $\frac{1}{2}$, & anchora di quel $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ si hanno dove mostrarremo a cauar la detta propinqua radice delli numeri rotti, & delli sordi, & rotti.

Io non voglio fare altri essempio, come si hanno quelle radici cubiche di quelli grandi numeri, che ricercano piu di dieci punti, perche (come fu detto anchora sopra la dimostratione della radice cubica) per la regola di sopra data nella dimostratione di quelli che ricercano solamente dieci punti si comprende anchor quella di piu di dieci sui punti, vero è che si viene a maneggiar maggiori numeri.

La causa della sopradetta nostra regola di cauar la radice cubica cossa (o vuoi dir cubo quadro) & finalmente quella data di formare il resto di quello che sopraresta nelli numeri non cubici, per dare alli radici propinque al vero, si può assignare dalla seconda propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi trouata.

Propoſitione del preſente autor ritrouata.

Si vna quantità sia diuisa in due parti come si voglia, il cubo cossico di tutta la detta quantità sopra sia eguale a quelli sette principali prodotti, cioe al prodotto del cubo cossico della prima parte, & al prodotto del triplo del resto della detta prima sia la seconda parte, & al prodotto del quintuplo del cossico di cossico della detta prima sia il cossico della seconda, & al prodotto del septuplo del cubo della detta prima, sia il cubo della seconda, & al prodotto del quintuplo del cossico di cossico della seconda sia il cossico della prima, & al prodotto del triplo del resto della detta seconda sia la prima, & finalmente al prodotto del cubo cossico della detta seconda parte.

Questa tal propositione non resta però ispecialmente dimostrata in questo luogo, per hauer essa bisogno di esser per non hauersi anchora parlato delle proportioni, ma ben la prouaremo naturalmente, & vsitatamente, cioe con la esperienza in altro luogo poi piu conueniente la detta dimostreremo con ragioni astratte, come costuma il Matematico a lodo secondo, & massime che in questo luogo interuerrebbe in quell'ordine prolisso.

Sia adunque tutta la quantità b. poniamo 10. per numero diuisa in due parti in punto c. & poniamo che la prima parte (cioe la linea c) sia 7. & la seconda (cioe la linea b.) sia 3. Hor dico che il cubo cossico di tutta la detta linea b. cioe di quel 10. il qual cossico cubo sara 1000. sara eguale a quelli 7 principali prodotti, cioe al cubo cossico della prima parte, il qual cu. co. sara 343. & questo moltiplicato per 7. sara 2401. & questo moltiplicato per la seconda parte (cioe per 3) sara 7203. per il secondo prodotto, qual porrai sotto al primo, poi piglia il cossico di cossico della detta prima, che trouarai esser 2401. & moltiplicato per 5. sara 12005. & moltiplicato anchora per il quadrato della seconda (cioe per 9) sara 108045. per il terzo prodotto, qual porrai ordinatamente sotto a gli altri doi, poi piglia il cubo della detta prima, che trouarai esser 343. & moltiplicato per 20. sara 6860. & questo moltiplicato anchora per il cubo della seconda (cioe per 27) sara 185220. per il quarto prodotto, qual notarai sotto a gli altri tre, poi piglia il cossico di cossico della seconda parte (che sara 81) & moltiplicato per 15. sara 1215. & questo moltiplicato anchora per il quadrato della prima (che sara 49) sara 59535. per il quinto prodotto, qual notarai sotto a gli altri quattro, poi piglia il resto della detta seconda parte, che sara 243. & moltiplicato per 6. sara 1458. & questo moltiplicato anchora per la prima parte (cioe per 7) sara 10206. per il sesto prodotto, qual notarai sotto a gli altri cinque, poi finalmente piglia il cubo cossico della detta seconda parte, che sara 729. per il settimo, & vltimo prodotto, & questo notarai sotto a gli altri sei, & fatto questo sommali tutti insieme, & trouarai, che faranno precisamente 1000000

2	10	c	b
		7	3

prodotto per	7	seconda	1	
	7		1	
cu. co.	49	cu. co.	9	resto 1657
	7		7	6
cu.	343	cu.	27	10084
	7		3	3
co. co.	2401	co. co.	81	1 prodotto 20125
	7		5	
resto	16807	resto	243	co. co. 2401
	7		3	15
cubo	343	cubo	729	36015
				9
				resto prodotto 324135
				cu. 343
				20
				6860
				27
				48010
				23749
				quarto prod. 185220

come che fece anchora il cubo cenſo di una detta quantità, & quadrato relatione in tutte le altre ſimili.

Nota che la ſopradetta propoſitione ſi può mutare ſotto altre parole ſecondo che dilettare ſi ſa to deue, ma queſta è detta ſecondo l'ordine da noi vſato nella diuiſione di queſte quinte ſpecie de radice cuba quadra, over cenſo cuba.

Regola generale dal preſente autor ritrouata de cauar la radice cuba quadra, over cuba cenſo, d'alli numeri rotti, & d'alli ſurdi & rotti, & non ſolamente de le rationali, & differente di detti numeri cubi quadri, ma anchora de le propinque di quelli che non ſono cubi quadri.

Capitolo X.

Come ſi cauano le radici cu. con. di rotti cu. con.

PEr ben intendere la regola di cauar la radice cu. cu. di rotti bisogna prima ſapere, come che di quelli ve ne ſono alcuni, che ſono cenſi cubi, & alcuni non, & molto più ſpeſſo quelli, che non ſono cu. cu. di quelli, che ſono cenſi cubi. Li rotti cu. cu. di quelli, che dapoi che ſono ridutti alla vltima ſua relatione hanno il ſuo numerator, & anchora il ſuo denominatore, numero cu. cu. come ſono quelli $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{81}$, $\frac{16}{81}$, $\frac{256}{625}$, $\frac{81}{256}$, $\frac{256}{1296}$, $\frac{625}{1296}$, $\frac{1296}{2401}$, $\frac{2401}{4096}$, & infiniti altri ſimili. Onde per cauar la detta radice cu. cu. di quelli tali rotti cauarai la detta radice cu. cu. del ſuo numeratore, & metterai ſopra di vn'altra virgola (che per numeratore) & dapoi cauarai anchora medeſimamente la detta radice cu. cu. del ſuo denominatore, & ponila ſotto di tal'ſeconda virgola per denominatore, & di tal ſecondo rotto farà la radice cu. cu. del primo, eſempigratia ſe con tal ordine cauarai la detta radice cu. cu. di $\frac{1}{16}$ trouarai eſſer $\frac{1}{2}$, & ſe con tal ordine la radice cu. cu. di $\frac{16}{81}$ trouarai eſſer $\frac{2}{3}$, & per non abondar in lettera le cauarai tal radice cu. cu. delli ſopra detti rotti trouarai quelle eſſere, come che in margine appare, & ſe di tale operatione ne vorrai far la proua naturale, ſeguirai il cenſo cubo di ciaſcuna di dette radici cauate, & ſe ritornerà il primo rotto farai certa la tua operatione, over conclusione eſſer buona, ma ſe ti ritornaſſe altramente ſeguirai il contrario.

$\frac{1}{16}$ la $\frac{1}{2}$ cen. cu. di
$\frac{16}{81}$ la $\frac{2}{3}$ cen. cu. di
$\frac{81}{256}$ la $\frac{3}{4}$ cen. cu. di
$\frac{256}{625}$ la $\frac{4}{5}$ cen. cu. di
$\frac{625}{1296}$ la $\frac{5}{6}$ cen. cu. di
$\frac{1296}{2401}$ la $\frac{6}{7}$ cen. cu. di
$\frac{2401}{4096}$ la $\frac{7}{8}$ cen. cu. di
$\frac{4096}{6561}$ la $\frac{8}{9}$ cen. cu. di
$\frac{6561}{10000}$ la $\frac{9}{10}$ cen. cu. di

Come ſi cauano le propinque radici cenſe cube delli rotti non cenſi cubi.

QVando che il numeratore del rotto, & anchora il ſuo denominatore non hanno alcuni numeri cenſi cubi, al rotto non ſarà cenſo cubo, & quando che vn rotto non ſarà cenſo cubo, e che di quello vorrai cauare la ſua propinqua radice cuba, al manco poſſo eſſi quare per tre diuerſe vie ragioneuole, ma per ſchiuar parole ſaranno il più ragioneuole, & che ſottoggiace a manco errori, è quale è queſto, ridurai ſempre il ſuo denominatore al ſuo rotto, & quel tal rotto multiplicarlo ſia il ſuo numeratore, & di tal prodotto cauarne la ſua propinqua radice cenſa cuba, ſecondo la noſtra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medeſimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partimento, ſarà la propinqua radice cuba quadra di quel tal rotto, & per eſempio voglio addure di cauarle la detta propinqua radice cuba quadra di quel $\frac{3}{4}$, che fu da me propoſto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico Ferraro ſuo creato nel noſtro 27 queſito, acciò ſi vedi la differentia fra dalla ſua ſolutione fatta con quella regola vſata da Cardano con quello aggiongere di ſopra alla noſtra fatta con regola geometrica. Per cauar adonque la propinqua radice cuba quadra di $\frac{3}{4}$ cauarassi il rotto di quel 4 che è ſotto alla virgola per denominatore (che ſarà 5 0 0 4) & lo multiplicarassi per quel 7 che è ſopra la virgola per numeratore ſarà 4 1 1 2 8. & di quello ne cauarassi la ſua propinqua radice cuba cenſa, per la noſtra regola data nella terza del precedente capo, & trouarassi quella eſſer $5\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}\frac{1}{8}\frac{1}{9}\frac{1}{10}$, & quella la partirassi per quel medeſimo 9 (denominatore del rotto, & trouarassi che ne verrà preſſo che $\frac{3}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{1}{6}\frac{1}{7}\frac{1}{8}\frac{1}{9}\frac{1}{10}$, & tanto dirassi eſſer la propinqua radice cenſa cuba $\frac{3}{4}$, della qual propinqua radice, ſe ne farà proua, cauando al rotto il ſuo cubo, quello trouarai che non ſarà gia quaſi niente dal detto $\frac{3}{4}$. La cauſa di queſta tal regola quando che con il ſuo ſtudio farai giorno alla ſeſtima del ſeſtimo capo delle propenſioni farà a pontar da ſe medeſimo.

Eſempio

Eſempio

Il Capitolo

	25
	2215
	49
	109375
	45369
quinto prod.	595125
resto	243
	6
	2458
	7
ſeſto prodotto	10206
primo pdotto	17649
2 prodotto	5023236
3 prodotto	5024235
4 prodotto	1854210
5 prodotto	595125
6 prodotto	10206
7 prodotto	720
ſumma	20000000

Horrore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato nella risolutione della seconda parte del mio 23 questo a loro proposto nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato, nella sua risolutione della seconda parte del detto mio 23 questo a loro proposto nella nostra publica disputa.

Essempio

lo sopradetto Hieronimo Cardano insieme con Lodouico ferraro suo creato, circa 7 mesi dapoi il termine di noi limitato in tal disputa, mi conclusero la propinqua radice cuba cerca del detto $\frac{1}{2}$ ellet $\frac{1}{2}$, nella qual sua conclusione fecero duoi errori, il primo è che non cercorno tal radice con la sua propria regola (come che nel mio quesito si adimanda) perche la sua propria è la nostra detta di sopra, & non altra, perche il proprio di una cosa è quello che li conuiene solamente a quella sola specie, & sempre, & non ad altra specie, ma la regola del detto Cardano (volta da Otomano) per più a numerale specie, & però di niuna di quelle è propria, & per questa causa incorsero in un'altro maggior errore, perche se di tal sua propinqua radice cuba cerca ne farai la sua prova naturale, cioe cubando, & dapoi quadrando il detto $\frac{1}{2}$ trouarai che tal suo cubo quadro fia $\frac{1}{4096}$ qual radicale cosa in nessun modo trouarai, che fia $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{4096}$ di un'altro nome: hor si vede quanto era in cosi poca quantita il loro poco errore, cioe nel errore della radice cosi piccola quantita, perche cosi piccolo errore in una cosi poca quantita li puo giudicare quanto sugumentaria alla prova in una gran quantita, come fusse a dire se con tal sua regola cercasse la detta propinqua radice di 25 cose $\frac{1}{2}$ (che fariano $\frac{1}{2}$) si troueriano in un'altro errore assai di poter dire vno forte errore, come che dissino con la speranza di non poter essere vditi forse, come che dissino con la speranza di non poter essere.

Come si cauano le radici cube cerche di numeri fatti, & rotti cubi cerchi.

3 Essendo ben intesa la regola di cauare la radice cuba di rotti cubi cerchi, & similmente le propinque di quelli, che non sono cubi cerchi, facil cosa sara intendere la regola di fare il medesimo con li numeri fatti, & rotti per quella istessa, ma vi occorre maggior esamine circa li numeri, cioe dapoi che si ha ridotto il numero fatto al suo rotto, & per esso duo (come fu detto di sopra) che delli detti numeri fatti, & rotti, alcuni sono quadri cubi (o vuoi dire cerchi cubi) & alcuni non, si cerchi cubi sono quelli, che ridutto il numero fatto alla qualita, cioe denominatore del suo rotto (prima fatto) & similmente al ridutto con il numeratore di esso rotto (come nel sopradetto si contiene) se di ciascuno (cioe numeratore & denominatore) fia numero cubo cerchio. Similmente il denominatore di tal summa fara anchora lui un numero cerchio cubo al numero fatto, & rotto fatta cerchio cubo, come essempi gratia fatta $\pm 2\frac{1}{4}$, che ridutto quel ± 2 integri a $\frac{4}{4}$ effa $\pm\frac{9}{4}$ poi aggionti quel ± 1 che è sopra la virgola fara in tutto $\frac{9+4}{4}$ hor perche quel ± 9 (numeratore) è numero cerchio cubo, & finalmente quel 4 (denominatore) dirone ch'el numero $\pm 2\frac{1}{4}$ effer cubo cerchio, & per consegli fia radice cuba cerchia cauarne la radice cerchia cuba di quel 9 ± 9 (che sopra la virgola) la quale fara 3, & questo 3 lo partiremo per la radice cerchia cuba di quel 4 che è sotto la virgola (la quale è $\pm$) & ne verra $\pm\frac{3}{2}$, & cosi diremo la radice cerchia cuba di $\pm 1\frac{7}{8}$ effer $\pm\frac{5}{2}$, & se ne vorrai far la prova naturale trouarai il cubo quadro di detto quel $\pm\frac{5}{2}$, & se quello fara precisamente quel $\pm 1\frac{7}{8}$ la nostra operatione fara buona, ma secondo altramente la fara fallita. Hor per non confondersi in parole se con tal ordine cauarai la detta radice cuba cerchia di $\pm 44\frac{9}{16}$ troueraj quella effer $\pm\frac{7}{2}$, & quella di $\pm 2\frac{1}{3}\frac{3}{7}\frac{7}{9}$ effer $\pm\frac{5}{3}$, & con tal ordine procederai in cauar gli altri fatti, & rotti cerchi cubi.

Come si cauano le propinque radice cube di numeri fatti, & rotti non cerchi cubi.

4 Hora quando che li detti numeri fatti, & rotti non fiano cerchi cubi, & che di quelli ne vorrai cauare la propinqua radice cuba, altro si può ragioneuolmente dire per trouar quella, che per regola, ma la più leggiadra, & a manco errori soggetta è similmente quella data nelli rotti non cerchi cubi, che è ridur il rotto, & dapoi recar il fatto a un breue di rotto (come fu detto, & fatto nella precedente) & dapoi recar il denominatore al suo rotto, & quel multiplicarlo in quel gran numeratore (già formato con la riduttione del fatto) & di tal prodotto cauarne la propinqua radice cuba (secondo la nostra regola data nella 20 21 del precedente capo) & tal radice propinqua partirla per il medesimo denominatore, & lo numerato fara la propinqua radice cuba di tal numero fatto, & rotto, & per essempio di questo voglio addurre quel numero di $\pm 2\frac{1}{3}$, che da mi fu proposto a Hieronimo Cardano, & a Lodouico ferraro suo creato nella terza parte del mio 23 questo altro proposto nella nostra publica disputa fatta con cartelli impressi. Per cauar adonque la propinqua radice cuba di questo $\pm 2\frac{1}{3}$ ridurremo ogni cosa in terzi, che faranno $\frac{7}{3}$, dapoi recaremo quel 3 al suo rotto, che fara $\frac{7}{9}$, & questo multiplicaremo fia quel ± 63 fara 567, & di questo cauaremo la sua propinqua radice cuba cerca, onde procedendo per la nostra regola data nella sopradetta

dente capo troueremo quella esser $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}\frac{5}{6}$, & questa partiremo per il medesimo denominatore (cioe per quel 3 che è sotto alla virgola) il che facendo ne venira $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}\frac{5}{6}$, & tanto diremo esser la propinqua radice cerca cuba di quel $7 \pm \frac{5}{6}$, che è il proposito, & la radice cerca la sua natural prova, cioe quadrandola, & dapoi cubandola troueraj, che il suo cubo quadrato non errera di cosa di momento del detto nostro $7 \pm \frac{5}{6}$, il qual errore nella propria radice sara quasi nulla, & così con tal regola procederai nelle altre simili.

Herrore fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico ferraro suo creato circa nella risolutione del mio 13 questo = lor proposto nella nostra publica disputa.

Il sopradetto Hieronimo Cardano medico, & Lodouico ferraro suo creato circa anni 7 dapoi essersene da loro limitate, ne risolsero solamente con parole sonore, che per cauar la detta propinqua radice cerca del detto $7 \pm \frac{5}{6}$ il douesse procedere per quel medesimo modo che lor dico, & risposero per cauar quella medesima radice di quel $\frac{5}{6}$, cioe con quello aggiongere di sotto il numeratore, come al denominatore, & dir per cauo in tal loro risposta, hanno fatto, cauo che fanno per duoi errori (si come nelle passate) il primo errore è questo, che tal sua regola (anchora che quella per sorte delle propinque alla verita) la non è la sua propria, come che nel mio 12 questo dissettamente si dimanda, cioe che la non depende dalla principal regola di tal elettione. Il secondo errore è questo, che cauando realmente tal propinqua radice secondo tal sua regola, & di tal radice facendone poi la prova naturale (cioe cuandola al suo cauo cubo) si troua star tanto lontano dalla verita, che tal suo errore si poera chiamar enormo, & quanto maggior fusse il numero fatto, che si accompagnasse con vn resto tanto maggior errore con tal sua regola si causaria, & di questo ci siamo con la esperienza ne poemo chiarire.

Valsimo errore fatto dalli sopradetti nel medesimo 13 questo.

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar le sesta specie di radice chiamata communamente radice seconda relata. Cap. XII.

Per cauare la sesta specie di radice detta radice seconda relata, egli necessario sapere prima a mente tutti li secondi relati cauati da ciascun numero digito, con la sua radice (cioe con il suo digito) cosa che bisogna hauer vna tauoletta, mobile, doue siano scritti li detti numeri digiti con il suo secondo relato a dimpetto, come che in margine vedi, & quella tal tauoletta tenerla sempre a mani quando che si vol cauar la detta radice seconda relata da qualche proposito numero, per poter operare, & trouare tutte quelle particolarita occorrente in tal operatione, come al suo luogo s'intendera.

Numeri secondi relati	Radice seconde relate
1	1
2	—
3	2
4	2
5	2
6	2
7	2
8	2
9	3

Come si cauano le radici seconde relate da li numeri minori.

Per cauare la radice seconda relata di vn numero minore, & per minori assai (come s'è detto) si debbe intender tutti quelli, che la sua radice seconda relata non può esser piu di vna sola figura, & però tai numeri minori in quella specie di radice non possono esser di piu, che di tante figure, perche il secondo relato di 9 (che è il maggior numero digito che sia) è figure composto, come nella detta tauoletta in margine vedi. Et però per cauare (in quella specie di radice) le vn proposito numero fra di minori, ouer di maggiori si costuma di far vn punto sopra la prima figura verso man dritta, & le non passa tante figure si lascia così, perche al punto se denota tal numero esser di minori, cioe se denota il detto punto la radice relata di tal numero esser vna figura sola, ma le passa piu, che di tante figure tal numero sara di maggiori, & bisogna far tanti punti, come al suo luogo si dira. Dicendo adunque che tal numero minore restera, ouero che sara numero relato, ouer assai non, sara numero secondo relato la sua radice seconda relata si sapera a mente, ouero che si sapera per vigor di quella tauoletta in margine (laqual bisogna (com'è detto) sempre hauer a mano in fatto) perche le vorra cauar la radice seconda relata di 1. no sapera per vigor di detta tauoletta esser 1. & così di 2. no sapera tal radice esser 1. & così di 3. no sapera quella esser 1. & di 4. esser 1. & così di 5. esser 1. & di 6. esser 1. & così di 7. esser 1. & di 8. esser 1. & finalmente di 9. esser 3.

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar la propinqua radice seconda relata di numeri non secondi relati.

Hor quando che il detto numero proposto non sara secondo relato, cauarai prima la detta seconda radice relata del maggior numero secondo relato contenuto da quello al proposito numero, & quello che ti restara sopra alla tua operatione ponerai (secondo il solito) sopra vna linea per numeratore, & fatto questo per formar il denominatore di tal numero fatto di quella, bisogna notar, che quel si forma con le principali proditi, ouer multiplicationi

cubi, il primo produtto si forma con il semplo del cubo cento della prima radice già causa. Il secondo si forma con il 21 uplo del censo della detta 3ª causa. Il terzo si forma con il 35 uplo del ce. ce. della detta radice già causa. Il quarto si forma con il 35 uplo del cubo della detta 3ª già causa. Il quinto si forma con il 21 uplo del quadrato della detta radice già causa. Il sesto & vltimo produtto si forma con il semplo della detta semplice radice già causa, & così la summa di questi sei produtti si douera mettere sotto alla detta linea per denominatore, & la detta prima radice causa insieme con quel tal resto fara la propinqua 3ª seconda relata di quel tal proposito numero secondo relato. Exempigratia volendo cauar la propinqua 3ª $\frac{2}{3}$ relata ponasi di 20971 4 3, cauata prima la detta radice seconda relata del maggior numero secondo relato contenuto dal detto 20971 4 3, che troueremo tal radice seconda relata esser 7 (come in margine vedi) il secondo relato del quale sara 21 345 quel formato del detto 20971 4 3. si refara 1127360 5 di questo 1127360 5 ponasi sopra di una linea per suo numeratore, hor per formar il denominatore da mettere sotto a tal linea si formaran con le sopradette 6 produtti, onde per formar il primo piglia il cubo cubo di quel 7 (prima radice) che fara 343 5 6 4 5. & quel multiplicato per 7 fara 2401 5. per il detto primo produtto, poi piglia il resto del detto 7. che fara 16807. & multiplicato per 21 fara 352947. per il secondo produtto, qual notarai sotto al primo, poi piglia il censo di censo del detto 7. che fara 2401. & multiplicato per 35 fara 84035. per il terzo produtto, qual notarai sotto a gli altri duoi, poi piglia il cubo del detto 7. che fara 343. & multiplicato pur per 35 fara 12005. per il quarto produtto, qual notarai sotto a gli altri, poi piglia il censo del detto 7. che fara 49. & multiplicato per 21 fara 1029. per il quinto produtto, qual notarai sotto a gli altri, poi finalmente piglia semplicemente il detto 7. & multiplicato per 7 fara 49 per il resto, & vltimo produtto qual posto sotto a gli altri come si dice, & summati tutti insieme fanno 1127605. per il denominatore da mettere sotto alla sopradetta linea, dette fatto, & accioche habbi con il detto 7 fara poi $\frac{1}{7}\frac{2}{1}\frac{3}{2}\frac{5}{3}\frac{6}{5}\frac{5}{6}$ & resta la propinqua radice seconda relata del sopradetto 20971 4 3, che sene farai prouando la detta radice al suo secondo relato ne trouerai al suo secondo relato esser vna minima cosa dal detto nostro 20971 4 3. ma nel errore nella propria radice causa fara quasi nulla.

Exempio

1127360 5	$\frac{1}{7}\frac{2}{1}\frac{3}{2}\frac{5}{3}\frac{6}{5}\frac{5}{6}$
20971 43	
343645	

cen. ce.	11 6 4 5
7	
primo produtto	2 3 5 4 1
secondo produtto	3 5 2 9 4 7
terzo produtto	8 4 0 3 5
quarto produtto	1 2 0 0 5
quinto produtto	1 0 2 9
sesto produtto	4 9
denominatore	1 1 2 7 3 6 0 5

rd.	16807
	21
	16807
	33614
secondo	352947
cc. ce.	2401
	35
	12005
	7203
terzo	84035
cu.	343
	35
	1715
	1029
quarto	12005
cc.	49
	21
	49
	98
quinto	1029
prima radice	7
	7
vltimo	49

Da notare.

Nchora per queste propinque radici seconde relate bisogna notare quel medesimo particolar accidente, ouer condizione, che si è innanzi occorse in ciascuna delle altre pallate, cioe che tutti quelli numeri, che mancano di vna sola vnita a dar numero secondo relato, la sua prima propinqua radice seconda relata (causata secondo l'ordine di questa nostra regola) sempre verra sopra resto, & il secondo relato di tal propinqua 3ª causata vna sola vnita di piu del nostro proposto numero, la qual vnita di errore nel detto suo secondo relato, nella detta propinqua radice fara quasi nulla, come in tutte le altre è stato detto. Exempigratia volendo cauar la propinqua 3ª $\frac{2}{3}$ relata di 20971 5 1. qual manca solamente di vna vnita a dar il secondo relato di 8. come nella nostra poi vedere. Hor dico che cauandone la sua propinqua radice seconda relata secondo quel medesimo ordine, che è stato fatto nella precedente si trouera tal propinqua radice esser $2\frac{1}{3}\frac{2}{2}\frac{3}{3}\frac{5}{5}\frac{6}{6}\frac{5}{7}$, che fara a punto 8 secondo relato, come habbiamo detto, del qual a (per farne proua) troueraì che il suo secondo relato fara (come è detto) 20971 5 1. che fara vna vnita di piu del nostro 20971 5 1. ma tal errore nella detta propinqua radice (che in quel 2 fara quasi nulla.

1127360 8	$2\frac{1}{3}\frac{2}{2}\frac{3}{3}\frac{5}{5}\frac{6}{6}\frac{5}{7}$
20971 51	
8 3 1 4 5	doue 8

Io non ui ho uolsuto diffondere le particolar operationi, circa il modo di cauar quelli sei produtti da formar il denominatore, perche sono assai difficili nella precedente. Anchora nota quando che per sorte lo numero fusse più del denominatore formato secondo la detta nostra regola con quelli sei produtti fara segno ui fusse errato nella operatione, & la sua prima radice esser manco del douere, & però riuedrai la operatione, perche al numero non può esser più del detto denominatore, ma solamente minore, ouero eguale a quello.

Anchora nota che si potria dar regola di poterli approssimar più alla verita, & in infinito, come fu

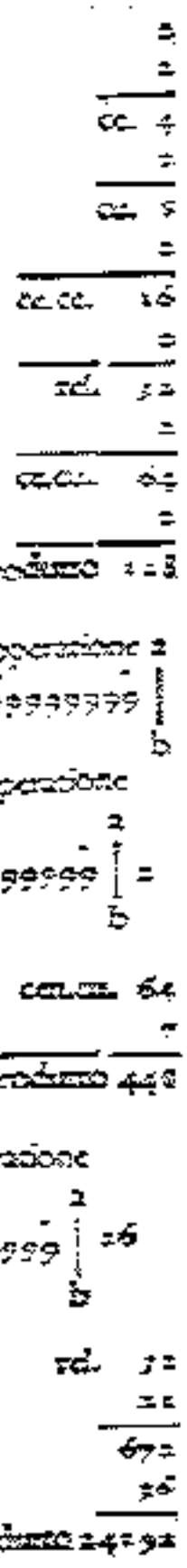
fimo delle quadre, ma perche la prima radice seconda relata propinqua trouata per questa nostra regola è assai vicina alla vera, che nè par cosa superflua a dar detta regola di potersi più approssimare, & però la lascio.

Come si pongano le figure delli numeri maggiori per cauar la sua seconda radice relata per conoscer di quante figure, ouer dignità sarà la sua seconda relata.

5 QVando che'l numero, dal qual si ha da cauar la radice seconda relata sarà più delle 2 figure sarà di numeri maggiori, perche la sua seconda radice relata conuien esser più che di una figura, & tanto più sarà maggiore, quanto che di maggior numero di figure si trouarà esser la radice di quello, laqual cosa si conosce con il ponar le sue figure, come che nelle altre specie sono dette, ouer sono, vero è che in questa specie di radice le vi sono lasciati tre ponti, & ponto una figura di più di quello si fece nella radice cubica, cioè in quella vi si lasciano 4 figure fra ponto, & ponto, & questa vi le ne intercalca 5 cioè si fa un ponto sopra la prima figura verso man destra, & le ne intercalca 5 di quelle, che seguita, & ponar la mano, & con tal ordine andar proseguendo di mano in mano le sue figure finino molte, cioè intercalando sempre 5, & ponar l'altra, che seguita, come che in questo solo esempio di 12 figure potrà vedere 1 5 9 9 7 5 6 3 9 0 5 7 6 3 5 4 1 9 7 6 1, laqual 12 figura ne mostra quanto potrà (secondo l'ordine detto) & però la sua radice seconda relata sarà di 4 figure, & così con tal ordine si douerà proceder si in maggior numero di figure, la prima figura di tal radice si trouarà star sotto al quarto ponto, la seconda sotto al terzo, & la terza sotto al secondo, & la quarta, & vltima figura si douerà trouar sotto al primo ponto, & nel trouar tai figure sempre vi si compera come quelle figure, che si trouerano esser dal detto ponto verso man sinistra, come nella seguente regola si mostrerà.

Come si cauano le radici seconde relate de quelli numeri maggiori che ricercano duoi ponti.

6 HOr volendo cauar la radice seconda relata ponemo di quello medesimo 99999999999 (che nella dimostratione della radice cubica fu proposto) prima ponti quelle diece figure seconda l'ordine detto di sopra, che trouarai che ricercano solamente duoi ponti, di quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra nel luogo di numeri semplici, & l'altro va sopra la terza figura, come che in margine appare nella prima figura, e vaci da nella prima operatione, laquale dice ponti ne dimostra la radice seconda relata di tal numero esser di due figure, & l'una di queste due figure si debbe trouare sotto a quel secondo ponto (& questa sarà la prima di esse trouata, & l'altra poi sotto al primo ponto (& questa è la seconda di esse trouata) per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto (comprendendoui quelle altre due figure, che seguitano verso man sinistra, che in tutto fanno 99 9) andaremo la radice cubica del detto 99 9, ouero del maggior numero secondo ordine, che si contenta di quello, & trouaremo quella esser 4 il qual 4 lo trouaremo (secondo il solito) esser la lettera b. come nella seconda operatione appare, & per esser questo suo relante pigliaremo il secondo relato del detto 4 che fan 32 qual posto sotto al detto 99 9, & tornato da quello (come nella detta seconda operatione appare) trouaremo restar di sopra 35 qualunque pagamo con la figura, che seguita verso man destra che fan 571, & io quello per trouar poi la seconda figura, ouer digito pigliaremo il cubo della prima figura trouata (cioè di quel 4) che fan 64. & quello lo multiplicaremo per 7 (per regola fatta) fan 448. & quello lo mostraremo nettamente, & ordinatamente sotto al detto 571, come nella terza operatione appare, & trouaremo che la prima figura verso man sinistra di quel 448 (cioè quel 4 con remani) ha nettamente sopra di se 57, hor bisogna uedere (con diligentia) quante volte puo intrare il detto 4 nel sopraposto 57. con queste conditioni, che nè (almeno nel soprastante vi poi) si intrerà altre due figure, che vi seguè detto (come che nel partir per galia si costuma) ma che anchora vi restino, che compagnato con la figura, che seguita se ne possa poi cauar la multiplicatione del 12 uplo del resto del detto 2 fin il cubo di quel secondo



do digito

do digito, o vuoi dir quella seconda figura trouata, & che anchora del restante (accompagnato con l'altra figura che seguita) se ne potia cauare la multiplicatione del 55 upio del cento di cento della detta prima figura, fin il cubo della seconda, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita, se ne potia anchor cauar la multiplicatione del 55 upio del cento di cento della seconda figura trouata, fin il cubo della prima, & che anchora del restante, accompagnato con la figura, che seguita se ne potia cauar la multiplicatione del 21 upio del resto della detta seconda fin il cento della prima, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita, se ne potia anchora cauare il seruplo del cubo cento della detta seconda fin la prima semplice, & che del restante (accompagnato con la vltima figura, che seguita, se ne potia finalmente cauare il secondo resto della detta seconda. Fin hora che di tutte queste sopra narrate condition il nostro caualliere quasi nelle due prime, ouero al piu nelle 3. Egli è ben vero, che quanto piu la seconda figura vien di molto maggior figuratione rispetto alla prima, bisogna ester molto piu accorto a ferir innanzi manco di quello, che al manuale par che potia andare, come accadesse in questa, che quel 4 in quel 17 par che potia andar 21 volta, & nondimeno mai può passar 9 volte, & però in queste sperimentarsi un poco par della mità di 4. cioè in 5. il che secondo si trouarà, che si manca di far il nostro fatti, & però si farà andar 9 volte, come fui visto, come interuene anchora nelli partiri per battello, ouer galia (come sopra le due passate ellre sono fin anchor detto) hor per ritornar al nostro proposito, consideraremo diligentemente quante volte potia andar quel 4 (prima figura di quel 44) in quel 17 che rimane gli fia sopra (con le dette condition) & trouaremo che 4 vi andarà solamente 4 volte, & questo lo poneremo appresso a l'altra prima figura trouata (ch'era la linea 2. (cioè appresso 2 quel 2. & dirà poi 56 (come nella detta tauola appare) fatto questo con il detto 6 anderemo multiplicando di mano in mano le figure di quel 443. & sottraendo ciascuna multiplicatione dal sopradetto 3561 (come fu detto nelli partiri per galia, ouer battello) il che facendo si trouarà sopra restar 6051. quel in compagnia della figura, che seguita dirà poi 6051 9 (come nella quinta operatione appare) fatto questo pigliaremo il resto della detta prima figura (cioè di quel 2.) che fia 52. & quel moltiplicaremo per 22 (per regola forma) fia 6710. & questo moltiplicaremo anchora per il cento della seconda (cioè di quel 6. che fia 36) fia 24192. & questo poneremo sotto al detto 4037 9) che ne resta sopra la quinta operatione) & lo sottraremo da questo, il che facendo ne restara 36119 (come sopra la quinta operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dirà poi 36119 9. fatto questo pigliaremo il cento di cento della detta prima figura (che fia 11) & lo moltiplicaremo per 55 (per regola forma) fia 660. & questo lo moltiplicaremo anchora per il cubo della seconda figura (qual cubo fia 216) fia 142560. & questo poneremo ordinatamente, & rassommaremo 2 quel 142679 (che ne resta sopra alla quinta operatione) & lo sottraremo da quello, il che facendo ne restara 140319 (come sopra la detta operatione appare) al qual giontoui la figura, che seguita dirà poi 140399. fatto questo pigliaremo il cento di cento della detta seconda figura trouata (cioè di quel 6) che fia 1296. & lo moltiplicaremo per 55 (per regola forma) che fia 45360. & questo lo moltiplicaremo per il cubo della prima figura (qual cubo fia 8) fia 362880. & questo lo poneremo rassommatamente sotto al detto 140399 (che ne resta sopra la detta operatione) & lo sottraremo da quello, il che facendo ne restara 140399 9 al qual giontoui la figura, che seguita dirà poi 1403999 (come sopra la detta operatione appare) fatto questo pigliaremo il resto della detta seconda, il qual resto fia 7776. & lo moltiplicaremo per 21 (per regola forma) fia 163296. & questo lo moltiplicaremo poi per il quadrato della prima figura (qual è 4) fia 653184. & questo lo poneremo rassommatamente sotto 2 quel 1403999 (che ne resta sopra la detta operatione) &

quinta operatione					
61					
303					
6372					
57217					
999999999		26			
133320					
4496					
24129					
210					
cento di cento seconda		1296			
		11			
		64350			
		3302			
		45360			
		5			
quinto prodotto		561210			

				sesta operatione	
				40	
				161	
				3033	
				63721	
				571729	
				999999999	26
				1333320	
				44968	
				24198	
				1202	
				54	
sesto prodotto				1401399	

					7776
					24
					77760
					155520
					186624
					4
settimo prodotto					746496

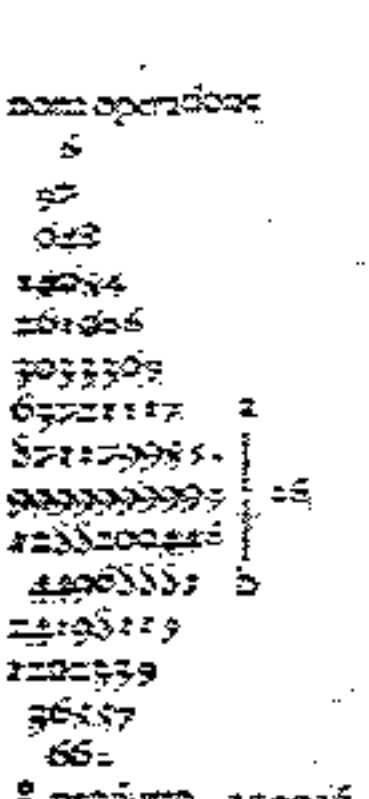
				settima operatione	
				84	
				420	
				1680	
				30333	
				63721	
				571729	
				999999999	26
				1333320	
				449682	
				241982	
				12102	
				54	
				1401399	
				7776	
				24	
				77760	
				155520	
				186624	
				4	
				746496	

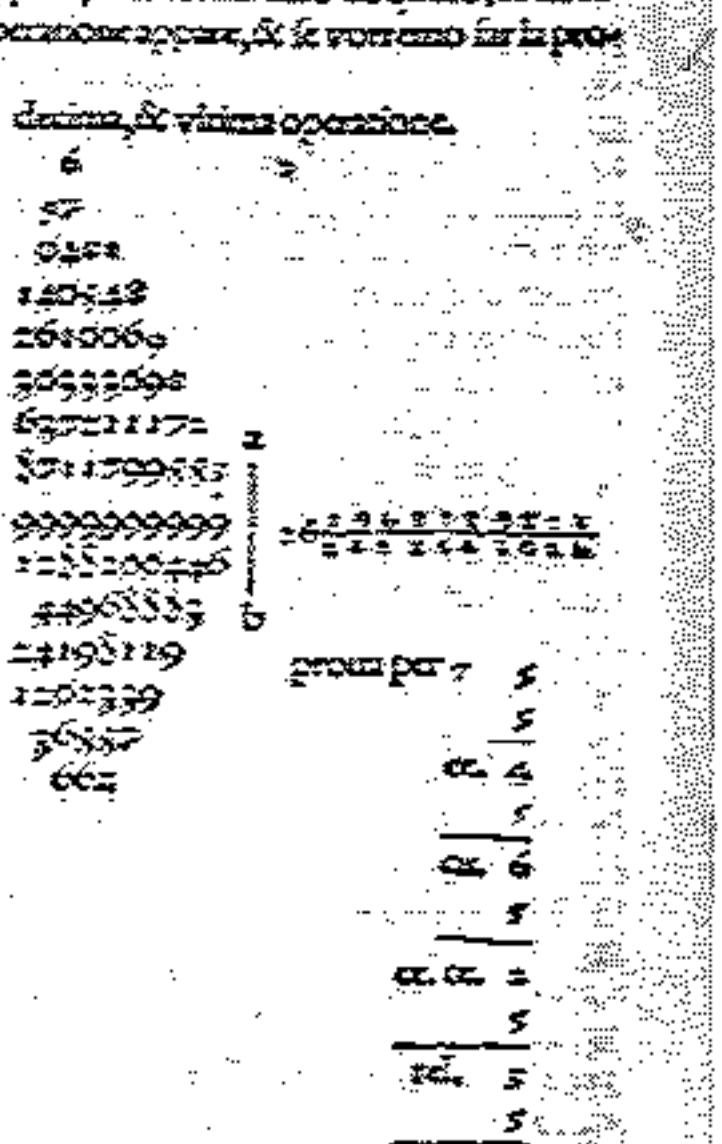
					ottaua operatione
					97
					582
					4074
					26160
					303330
					637211
					571729
					999999999
					1333320
					449682
					241982
					12102
					54
					1401399
					7776
					24
					77760
					155520
					186624
					4
					746496
					66

lo ſommaremo da quello, & ne reſtara 197500159. come ſopra la ottaua operatione appare, dal qual giaceua la figura che ſegueua, dirai poi 9700159. fatto quello piglierai il cubo cubo della ſeconda (qual ſara 46656) & lo moltiplicarai per 7 (per regola forma) fara 326592. & quello lo moltiplicarai poi per la prima ſimplice (cioe 2) fara 653184. & quello lo poerai ſommare ſotto a quel 197500159. che nella ſopra la ottaua operatione, & lo ſommarai da quello, & nereſtara 196546975. come ſopra la nona operatione appare, dal qual giaceua la vltima figura, che ſegueua dirai poi 96546559. fatto quello piglierai finalmente il cubo cubo della detta ſeconda figura (cioe di quel 6. qual ſecondo noſtro ſara 7776) & lo poerai ſotto a quel 196546975. come nella detta nona figura appare, & lo ſommarai da quello, & nereſtara 196563931. come ſopra la decima & vltima operatione appare, & ſe vorrai far la proua di tutta la noſtra general operatione, trouerai il ſecondo reſto di 26. & a quel nel reſto gli aggiongerai quel 196281931. che nel fine trouaſti, & ſe nel ſomma fia preciſamente il detto noſtro 9999999999. diremo nel noſtra general operatione eſſer ben ſtata vſando almanco ſtata ſegnata che noi haueſſimo preſo errore in qualche particolar operatione. Vi biſogna ancor che ſeben al fine alla proua ne riuenghi preciſamente il noſtro 9999999999. pertanto che per forza eſſa, & quello errore ſi conoſcera formando il reſto del reſtato ſecondo la noſtra regola, & ſe per forza anco fuſſe maggior del denominatore di tal reſto fatta ſegno, che la noſtra nodine prima operatione foſſe errata, che ſpeſſe volte nelli partiri per guida, ouer baratto, che quando ſeguita qualche particolar operatione ſiamo retti a hauer errato, anchora che la proua ne moſtraſſe nel modo predetto eſſer buona.

Anchora ſi poria per abreuiar la detta) che la proua prima nodine della ſeconda operatione, con la proua del 7. ouer del 5 (come ſi detto ſopra la operatione della ſeconda nodine radice cuba) & cosi ancho meglio ſi intenderà voglio che proniamo quella per la proua, quando ſi ſia ritrouata la proua di qual 26. ch'è 5. & quella ridurendola a ſecondo reſto dara di proua 3. qual giaceua la proua del numero (laqual è per 7) fara 26. la cui proua è 3. hor biſogna che la proua del noſtro 9999999999. venga in 3. & perche in effetto ella ſua proua vien in 5. diremo nel noſtra general operatione eſſer buona per la proua del 7. oſſeruando pero quello che habbiamo detto della formation del denominatore, cioe che'l numero non ſia maggior di quello, ma ben pur eſſer eguale a quello (come ſi detto nella quarta del preſente capo.)

Anchora in queſta (ſi come ſi detto ſopra la radice cuba) biſogna auertire, che ſi bene la preſente noſtra general operatione dara buona, nondimeno la radice ſeconda vltima non ſara razionale, cioe non è la vera radice ſeconda radice del detto noſtro 9999999999. per le ragioni per volte dette, per dieci numero qual 196281931. ſopra la vltima operatione, non è dieci razionale, o vuoi dir ſorda, ma volendola allegar proſſima alla vera per la ſeconda regola generale, poneremo qui al numero ſopra nominato 10 per numero conſequente alla detta prima radice quara (cioe a qual 26) & per trouar il denominatore da porſotto di tal linea, lo formaremo con quelli 4 prodotti detti nella terza di queſto capo, cioe piglieremo il exempio del cubo cubo della noſtra prima radice quara (cioe di qual 26) & qual cubo cubo fara 308915776. & il ſuo exempio fara 216240432. & queſto fara il primo prodotto, come in margine vedi, poi trouaremo il reſto del detto 26 (che fara 21581776) & lo moltiplicaremo per 26. & fara 549706896 per il ſecondo prodotto, qual poneremo ſotto al primo, fatto queſto piglieremo il cubo di cubo del medeſimo 26 (che fara 456976. & lo moltiplicaremo per 26 & fara





& fara 1 5994160 per il terzo produtto, qual poneremo sotto a gli altri duoi, dapoi pigliaremo il cubo del medesimo 16 (che fara 17576) & lo multiplicaremo per per 35 et fara 615160 per il 4 produtto, & lo poneremo sotto a gli altri, & dapoi pigliaremo il quadrato del medesimo 16 (che fara 676) & lo multiplicaremo per 21. & fara 14196. per il quinto produtto, qual poneremo sotto a gli altri, & finalmente pigliaremo il quadrato del medesimo 16. & lo multiplicaremo per 7. & fara 1792 per il sesto, & vltimo produtto qual posto sotto a gli altri cinque, & fummati per tutti insieme fanno in fumma 24135442026. per il ricercato denominatore de mentre sono di quella linea, ne quelle è la sua propria regola da formarlo con ragione, il qual denominator posto sotto alla detta linea, sul nostro proposito radice seconda relata del detto 9999999999 fara $16\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{6}$, che se ne farai prova ricercando al suo secondo relato trouarai sul suo secondo relato ottar di vna millaria del nostro 9999999999.

primo produtto	21645104422
secondo produtto	2455038896
terzo produtto	1599541760
quarto produtto ——	61515160
quinto produtto ——	1414196
sesto produtto —— ——	17892
denominatore	24135442026

La propinqua 9x 4 relata di 9999999999 fara $16\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{6}$.

7 VOlendo medesimo sopradetto numero di 9999999999. fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico fratello suo carissimo nella nostra publica disputa, et fu il mio 14 quesito, qual dicea precisamente in questa forma. Ancora dimando, che mi sia cauata con regola generale (come è detto di sopra, cioe nel 12 quesito) la propinqua 3a seconda relata di 9999999999. & similmente quella di 4, & finalmente quella di 12166. Al qual quesito (circa 7 mesi dapoi il termine de loro limitato) mi condussero la propinqua radice seconda relata del detto numero 9999999999 ellet 66, nella qual fu resolutione, & risposta furno dui errori il primo fu che il primo, cioe quel 6 non fu formato da loro con la sua propria regola, come nel mio quesito si adimanda, ma fu formato con quello aggiongere di mille, & per questo errore incorsero in vn'altro, maggiore perche fo di sua radice propinqua ne faremo la sua prova naturale, cioe ricercando sul suo 66 al suo secondo relato troueremo sul suo secondo relato ester precisamente 9929956194. & $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{6}$, che verria a ester precisamente 70 1 3 3 4 $\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{2}\frac{1}{6}$ numero del detto nostro 9999999999. hor si vede si questo (essendo di vn tanto gran numero) si può chiamar errore da poco, ma pur hanno da ringratiar grandemente Michel Stifelio, che se con l'opra sua a tal tempo non si fosse messo in questa, & molte altre ristrette resolutioni, che de loro in termine di dui anni non haueriano saputo con regola trouar semplicemente quel 16. in tal mio quesito, & questo loro medesimi lo confessano nella loro risposta. Circa errori de loro simili nella estrattione della detta propinqua radice seconda relata di quelli $\frac{1}{2}$, & ancora quella di quel 1186. si notificarano al suo conueniente luogo, cioe doue insegnaremo a cauar la detta propinqua radice seconda relata di rotti, & di numeri surdi, & rotti. Io non voglio far a dirui esempio, come si cauano tai radici seconde relate da quelli grandi numeri, che ricercano più di dui punti per le ragioni più volte dette.

La causa della sopra detta nostra regola di cauar la radice seconda relata, & finalmente quella detta di formar il resto di quello che sopranauanza nelli numeri non secondi relati per dar tal radice propinqua del vero, si può allegare dalla sottoscritta propositione non posta da Euclide, ne da altri, ma dal predetto autor ritrouata.

Propositione dal predetto autor ritrouata.

Se vna quantita sarà diuisa in due parti, come si vegga, il secondo relato di tutta la detta quantita sempre sarà eguale a quelli otto principali produtti, cioe al produtto del secondo relato della prima parte. Et al produtto del triplo del cubo della detta prima parte fia la seconda parte, & al produtto del 3 cuplo del relato della detta prima parte fia il cubo della seconda, & al produtto del 3 cuplo del cubo della detta prima fia il cubo della seconda, & al produtto del 3 cuplo del cubo della seconda fia il cubo della prima, & al produtto del 2 cuplo del relato della detta seconda fia il quadrato della prima, & al produtto del semplo del cubo cubo della detta seconda fia la prima (semplice) & finalmente al produtto del secondo relato della detta seconda parte. Essempi grazia sia tutta la quantita b, poniamo 10. per numero diuisa in due parti in punto c, & poniamo che la prima parte (cioe la a c) sia 6, & la seconda (cioe la c b) sia 4. hor dico che il secondo relato di tutta la b (il qual verria a ester 10000000) sara equale a quelli 8 principali produtti, cioe al secondo relato della detta prima parte (cioe di quel 6 qual nouamente ester 279936. & quello noteremo da banda per il primo produtto, dapoi pigliaremo il cubo cubo della detta prima, qual nouamente ester 46656. & quello multiplicaremo

a	6
c	4
b	
	10
	10
cu.	100
	10
cu.	1000
	10
cc. cc.	10000
	10
rel.	100000
	10
cu. cu.	1000000
	10
secondo rel.	10000000

Vn'altro errore, qual si può chiamar errore grosso fatto dal sopradetto Hieronimo Cardano, & da Lodouico fratello suo carissimo nella resolutione del sopradetto mio 14 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

per 7 fara 2269. & questo moltiplicaremo anchora per la seconda parte (cioe per quel 4) fara 1506 per il secondo produtto, quali poseremo sotto al primo, poi pigliaremo il resto della detta prima, quale trouaremo esser 776. & lo moltiplicaremo per 3. & fara 2328. & questo moltiplicaremo poi per il cubo della seconda parte (il qual cubo fara 16) fara 37248 per il terzo produtto, & questo lo noteremo sotto a gli altri duoi; poi pigliaremo il cubo di cubo della detta prima, che fara 2176. & lo moltiplicaremo per 35. fara 45360. & questo moltiplicaremo per il cubo della seconda (cioe per 64) fara 2903040. per il quarto produtto, quale poseremo sotto a gli altri tre prodotti, & questo pigliaremo poi il cubo di cubo della seconda parte (cioe di quel 4) il qual cubo di cubo fara 256. & lo moltiplicaremo per 35. & fara 8960. & questo moltiplicaremo poi per il cubo della prima (il qual cubo fara 1115) & fara 9981360. per il quinto produtto, quale noteremo sotto a gli altri 4. poi pigliaremo il resto della detta seconda (qual fara 1024) & lo moltiplicaremo per 21 fara 21504. & questo moltiplicaremo poi per il cubo della prima (qual cubo fara 56) fara 774144. per il sesto produtto, quale noteremo sotto a gli altri cinque, poi pigliaremo il cubo cubo della detta seconda (il qual cubo cubo fara 4096) & lo moltiplicaremo per 7. fara 28672. & questo moltiplicaremo poi semplicemente per la prima parte (cioe per 6) fara 172032. per il settimo produtto, quale poseremo sotto a gli altri sei, finalmente pigliaremo il secondo resto della detta seconda parte, il qual secondo resto fara 5184. per lo ottauo, & vltimo produtto, & questo lo noteremo sotto a gli altri sette produtti, & fatto questo li summaremo tutti otto insieme, il che facendo troueremo che in summa faranno precisamente 100000000. si come fece anchora il secondo resto di tutta la detta quantita, che era il proposito.

primo produtto	27993756
secondo produtto	1506768
terzo produtto	36372348
quarto produtto	2903040
quinto produtto	9981360
sesto produtto	774144
settimo produtto	172032
ottauo produtto	26873856
summa	100000000

Regole generale del presente autor ritrouate da cauar la radice seconda relata, delli numeri rotti, & delli fratti, & rotti, & non solamente le naturali, & intere, ma di detti numeri seconde relati, ma anchora le propinque, di quelli che non sono seconde relati. Cap. XII.

Come si cauano le radici seconde relate di rotti seconde relati.

Per intendere la regola di cauar la radice $\frac{2}{3}$ relata di rotti bisogna per fuor (come nelle passate è stato detto) come che di detti rotti alcuni sono seconde relati, & alcuni non, & molto più quelli sono quelli che non sono seconde relati di quelli che sono seconde relati. Li rotti seconde relati sono quelli, che dopoi che sono ridutti alla vltima sua dichiaratione hanno il suo numeratore, come il denominatore numero seconde relato, come sono quelli $\frac{1}{2}, \frac{1\ 2}{2\ 3}, \frac{2\ 3}{3\ 4}, \frac{1\ 2\ 3}{2\ 3\ 4}, \frac{2\ 3\ 4}{3\ 4\ 5}, \frac{1\ 2\ 4}{2\ 3\ 5}$, & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice seconde relata di quelli tai rotti, cauarai la detta radice del numeratore, & metterala sopra di vn'altra linea per numeratore, & dopoi cauarai anchora la detta radice medesimamente del denominatore, & posta sotto di detta seconda linea per denominatore, & tal secondo resto fara la radice seconda relata del primo, essempi gratia se con tal ordine cauerai la detta radice seconda relata di $\frac{1}{2\ 3\ 4}$ troueraitti quella esser $\frac{1}{2}$, & così con tal ordine la radice seconda relata di $\frac{1\ 2}{2\ 3\ 4}$ troueraitti quella esser $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{1\ 2\ 3}{2\ 3\ 4\ 5}$ esser $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{1\ 2\ 3\ 4}{2\ 3\ 4\ 5}$ esser $\frac{2}{2}$, & così procedere ne gli altri simili, & se di tal operatione ne vorrai far la proua cauarai tal radice al suo secondo relato, & se ti ritornara il suo primo resto fara certo che tal operatione esser buona, & per consuelo del non ti ritornara fara bisogno di hauer errato nella tua operatione.

la $\frac{2}{3}$ seconda rel. di	$\frac{2}{3}$
la $\frac{2}{3}$ seconda rel. di	$\frac{1\ 2}{2\ 3}$
la $\frac{2}{3}$ seconda rel. di	$\frac{2\ 3}{3\ 4}$
la $\frac{2}{3}$ seconda rel. di	$\frac{1\ 2\ 3}{2\ 3\ 4}$

Come si cauano le propinque radice seconde relate di rotti non seconde relati.

Hà quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non hanno ambiduoi numeri seconde relati, al rotto non fara $\frac{2}{3}$ rel. & quando che vn rotto non fara $\frac{2}{3}$ rel. & che di quello vorrai cauar la sua propinqua $\frac{2}{3}$ rel. al tutto il può effettuare per tre diuerse vie, ouer modi (con ragione) ma il più ingeniolo, & manco errar soggetto è questo, ouero sempre il denominator di tal rotto al suo cauato quel tal cauato moltiplicalo per

cubo per il suo numeratore, & di quel tal produtto caui la sua propinqua radice seconda relata (secondo l'ordine della nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo auenimento di tal partitione sarà la propinqua radice seconda relata di quel tal rotto, & per essempio voglio adesso di caui la propinqua radice seconda relata di quel $\frac{5}{7}$, che fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico suo fratello nella seconda parte del mio 24 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa, acio si vedi la differentia della conclusione fatta per la nostra propria regola a quel fatta per la sua obliqua, & non propria volta da Orontio. Per cauar adonque la detta propinqua radice seconda relata di $\frac{5}{7}$ trouaremo il cubo cosso di quel 5. che è sotto la virgola per denominatore (che sarà 12764) & lo multiplicaremo per quel 5. che è sopra la virgola per numeratore, sarà 5 3 2 1 4 5. & di questo ne caueremo la sua propinqua radice seconda relata (per la nostra regola data nella terza del precedente capo) & trouaremo quella esser precisamente 6 $\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{2}{7}\frac{1}{9}\frac{0}{3}\frac{3}{5}$, & questa partiremo per il denominatore del medesimo nostro primo rotto (cioè per quel 7. che è sotto la virgola) & che facendo ne venirà di tal partimento $\frac{1}{1}\frac{6}{4}\frac{9}{9}\frac{8}{4}\frac{5}{9}\frac{7}{7}$, & questo diremo esser la propinqua radice seconda relata di $\frac{5}{7}$, della qual propinqua radice seconda relata fenchiuila sua proua naturale, cioe essendo tal radice al suo secondo relato trouerai tal suo secondo relato esser di una minima quantità del nostro proposito $\frac{5}{7}$. La causa di questa sopra data regola quando che con il suo studio sarà giocato alla carta del sesimo capo delle proportioni sarà causa (hauendo ingegno) la potrà intendere da se medesimo, mediante l'aiuto dato sopra le propinque radici cube di rotti non cubi.

Essempio

Hauendo questo, il sopradetto Hieronimo Cardano medico milanese, insieme con Lodouico suo fratello suo creato, circa 7 mesi dapoi il termine da loro limitato in sua difesa, mi mandorno fuori scritto con parole sciocche, che per causare tal propinqua radice, che si douesse aggiongere quelle tre radici (si come per volte è stato detto) sì al denominatore, come al numeratore, & trouar poi tal specie di radice 2 l'uno, & l'altro per la regola del tutto, &c. Nella qual sua risposta hanno doi errori (si come nella posta) il primo errore è questo, che tal sua regola non è la sua propria (come nel mio 22 quesito si mostra, & questo si espresse in tutti gli altri suoi tali quesiti) & però se ben tal sua radice causa con tal sua regola risponde alla verità, tal sua solutione non fatta secondo la mia proposta. Il secondo errore è questo, che causando tal propinqua radice realmente secondo tal sua regola, & di quella facendone poi la sua proua naturale si trouara il suo secondo relato molto errare dal nostro $\frac{5}{7}$, dico molto più assai a così picciol quantità.

Hauere fatto da Hieronimo Cardano, & da Lodouico fratello suo creato nella risolutione della seconda parte del suo 24 quesito a loro proposto nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore fatto dalli sopradetti nel medesimo quesito.

Come si causano le radici seconde relate di numeri sani, & rotti secondi relati.

Hauendo ben intesa la regola da causar le radici seconde relate di rotti secondi relati, & le propinque di quelli che non sono secondi relati, facil cosa sarà a intendere la regola di far il medesimo delli numeri sani, & rotti, per esser quella istessa, salvo che vi occorre maggior numeri nelli numeratori, cioè dapoi che si sarà ridutto li sani a tal specie di rotti, & però dico (come fu detto di rotti semplici) che di tai numeri sani, & rotti, alcuni sono secondi relati, & alcuni non, li secondi relati sono quelli che riducto il sano al suo rotto (ridutto prima) & summato tal riduttione con il numeratore del rotto, & ponendo tal summa per numeratore (come nelli rotti si costuma) & se tal numeratore sarà secondo relato, & finalmente il denominatore di tal summa sarà pur numero secondo relato, al numero sano, & rotto sarà secondo relato, come essempi gratia sarà $37\frac{5}{7}$ 66 $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{1}{5}$, qual ridocendo quel numero sano in 262 ottavi, & giontoli quel 122 sarà in summa $\frac{4}{1}\frac{7}{4}\frac{7}{2}\frac{2}{9}\frac{4}{6}\frac{4}{4}$, & perche l'uno & l'altro di detti doi numeri (cioè il numeratore, & il denominatore) è numero secondo relato, al numero sano, & rotto diremo esser secondo relato, & per consiglio la sua radice seconda relata, causeremo la detta radice di quel 47566 & trouaremo quella esser 6, poi causeremo medesimamente la detta radice di quel 122, & trouaremo quella esser 2, poi partiremo quel 6 per questo 2 ne venirà $4\frac{1}{2}$, & così concluderemo la detta radice seconda relata di quel $37\frac{5}{7}$ 66 $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{1}{5}$ esser $4\frac{1}{2}$, che se ne farà la proua naturale (reducendo il detto $4\frac{1}{2}$ al suo secondo relato) la trouarai buona, cioè che si ritroua quel medesimo $37\frac{5}{7}$ 66 $\frac{1}{1}\frac{2}{2}\frac{1}{5}$, & perche credo che su mi habbi inteso non voglio fargli altri essempi.

Essempio

Come si causano le propinque radici seconde relate delli numeri sani, & rotti non secondi relati.

Essempio

Nota

Nota

Nota

& però per conoscere in questa spetie di radice & va proposto numero sia di meno, over di maggiori, si costuma di far un ponto sopra la prima figura verso man destra, & se non passano otto figure si dice così, perche al ponto se dimora al numero eller di meno, cioè se dimora al ponto la radice cercata di quel tal numero eller di una figura sola (non parlando del zenzero, che poria ingannare) ma se al numero fussero più di dette otto figure al numero sarìa di maggiori, & bisognaria poi farui altri ponti, come che al luogo suo si narrarà. Dico adonque che al numero proposto, over che sia numero cercato conuenemente non sia. Se sia numero ce. ce. cercato sia radice cercata. Si sopra 2 monte, over che si sopra per vigore di quella nodetta in margine posta, laqual (come è detto) bisogna sempre hauer auanti in mente, perche se vorrai cauar tal radice cercata ponendo di 2 in 2 sopra (per vigor di tal nodetta) che la è prima, & così di 2 5 6 in 2 sopra tal radice eller 2. & così di 6 5 6 1 in 2 sopra quella eller 3. & di 6 5 5 5 6 in 2 sopra quella eller 4. & di 2 5 6 3 6 1 in 2 sopra quella eller 5. & di 16 7 9 5 1 6 in 2 sopra quella eller 6. & di 5 7 6 4 3 6 1 in 2 sopra quella eller 7. & di 16 7 7 9 2 1 6 in 2 sopra quella eller 8. & finalmente di 4 3 0 4 6 7 2 1 in 2 sopra quella eller 9.

Regola generale dal presente autor ritrouata da cauar la propinqua radice cercata di numeri non cercati.

A quando che il detto numero proposto non sia cer. cer. cer. cioè prima tal radice cercata, & del maggior numero cer. cer. cer. cercato da quello tal proposto numero, & quello che si auanza sopra la tua operatione, ponerai (secondo il solito) sopra di una linea per numeratore, & fano questo per formare il denominatore di sotto di quella bisogna notar che quel si forma con 9 principali prodotti, over moltiplicationi, il primo prodotto si forma con lo esempio del secondo relato della detta prima radice già cauata. Il secondo si forma con il 3 supio del cubo cubo della detta prima radice già cauata. Il terzo si forma con il 5 supio del relato della detta prima radice già cauata. Il quarto si forma con il 9 supio del cer. cer. della detta prima radice già cauata. Il quinto si forma con il 5 6 supio del cubo della detta prima radice già cauata. Il sesto si forma con il 3 supio del quadrato della detta prima radice già cauata. Il settimo, & vltimo si forma con lo esempio della detta semplice prima radice già cauata, & con la somma di questi sette prodotti si douera mettere sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice cauata insieme con quel tal resto sarà la propinqua radice cer. cer. cer. di quel tal proposto numero non cer. cer. cer. Essempio volendo cauar la propinqua radice cer. cer. cer. di 2 5 6 3. cauo prima la detta radice cer. cer. cer. del maggior numero cer. cer. cer. contenuto dal detto 2 6 3 5 6 1 3. & troouarai tal radice cer. cer. cer. eller 5 (come in margine vedi) di quali 5 il suo cer. cer. cer. sarà 3 9 0 6 2 5. quale tolto dal detto 2 6 3 5 6 1 3. resta 2 2 3 9 3 8. & questo ponerai (secondo il solito) sopra una linea per numeratore, hor per formare il denominatore di sotto a tal linea, tu ho formarai con li sopradetti 9 prodotti, hor per formare il primo, piglia il secondo relato di quel 5 (prima radice) che sarà 7 5 1 2 5. & quel moltiplicato per 6 sarà 6 2 5 0 0. per il detto primo prodotto (qual ponerai da banda) poi piglia il medio cubo del detto 5. che sarà 1 5 6 2 5. & moltiplicalo per 2 8 sarà 4 3 7 5 0 0. per il secondo prodotto, qual noterai sotto al primo, poi piglia il relato del detto 5 (che sarà 3 1 2 5. & moltiplicalo per 56 sarà 17 5 0 0 0. per il terzo prodotto, qual noterai sotto a gli altri duoi) poi piglia il cer. cer. del detto 5 (qual sarà 6 2 5) & moltiplicalo per 70. sarà 4 3 7 5 0 per il quarto prodotto (qual noterai sotto a gli altri 3) poi piglia il cubo del detto 5. che sarà 1 2 5. & moltiplicalo per 56 sarà 7 0 0 0. per il quinto prodotto, qual noterai sotto a gli altri quattro, poi piglia il cubo del detto 5 (che sarà 25) & moltiplicalo per 28 sarà 700. per il sesto prodotto, qual poterai sotto a gli altri 5. poi piglia finalmente semplicemente il detto 5. & moltiplicalo per 8 sarà 40. per il settimo, & vltimo prodotto, qual parimente sotto a gli altri 6. & finalmente insieme faranno 2 8 3 9 5 0. per il denominatore da mettere sotto alla sopradetta linea, il che fatto, & accompagnato poi con il detto 5. dirà $5\frac{2\,2\,3\,9\,3\,8}{2\,8\,3\,9\,5\,0}$. & tanto sarà la propinqua radice cer. cer. cer. del sopradetto 2 6 3 5 6 1 3. che se ne farà la sua prouà mandare cercando tal radice al suo cer. cer. cer. si troouarà, che la non erra di una unità dal detto nostro 2 6 3 5 6 1 3. una delle propinque radici del errore è una quasi nulla.

Essempio

cer. cer. cer.	2 5 6 3 5
	2 8
	1 2 5 0 0 0
	3 1 2 5 0
secondo	4 3 7 5 0 0
rel.	3 1 2 5
	5 6
	1 7 5 0 0 0
cer. cer. cer.	1 5 6 2 5
	2 8
	4 3 7 5 0 0
	7 0 0 0
	7 0 0
	4 0
denominator	2 8 3 9 5 0

2 8 3 9 5 0 2
2 6 3 5 6 1 3 | 5 2 2 3 9 3 8
3 9 0 6 2 5 b

secondo relato 7 8 1 2 5
5

De notare.

4 NOtara per quelle propinque radice con. con. con. bisogna notare quel medesimo particolare accidente, over condizione, che si è mostrato notare in quelle altre potestà, cioè che sarà quelli numeri, che mancano di una data vnità a quelli numeri con. con. con. che son propinque radice con. con. con. secondo l'ordine di quella nostra regola, sempre verrà fuora vno, ò il con. con. con. di propinqua radice overo di una data vnità di più del nostro proposto numero, la qual vnità diremo del nostro proposto con. con. con. propinqua radice per lor quelli nella, come in tutte l'altre è stato detto. Ellempio gratia volendo cauar la propinqua radice con. con. con. di 2 6 7 9 6 1 5, quale manca solamente di vna vnità a quel con. con. con. come nella nostra poi vedrete. Hor dico che cauando la sua propinqua radice con. con. con. secondo quel medesimo ordine, che è stato fatto nelle precedente si troua la propinqua radice con. con. con. di $\frac{\cdot\cdot\cdot

no solamente doi ponti, di quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra nel luogo di numeri semplici, & l'altro va sopra la nona sequente, come in margine si può vedere nella prima operatione, li quali doi ponti ne dimostrano la radice cercata di tal numero esser di due figure l'una di queste due figure (cioè la prima che si ha da trouare) bisogna trouarla sotto a quel secondo ponto, l'altra poi si ha da trouare sotto al primo ponto, & questa sarà la seconda trouata. Per trouar adunque la detta prima figura sotto a quel secondo ponto (cõparando coi quelle altre quattro figure, che seguitano verso man sinistra, che in tutto sariano 1765 $\frac{1}{2}$) trouerremo la radice cercata del detto 1725 $\frac{1}{2}$, ouero del maggior numero cercato, che sia ch'essendo di quello, & trouaremo quello esser 3. il qual 3 lo noteremo sotto il solito alla linea 2 b. come nella detta prima figura, circa questa operatione apparе, & per saper quanto sia il residuo pigliaremo il cercato del detto 3 che trouaremo quello esser 676. qual posto sotto al detto 1725 $\frac{1}{2}$, & sottratto da quello trouaremo restar 1149 (come nella seconda operatione appare) qual accompagnato con la figura, che seguita fa 11469. sopra questo per trouar poi la seconda figura, circa di quello pigliaremo il secondo retto della figura trouata (cioè di quel 3) che sarà 1137. di questo lo multiplicaremo per 8 (per regola data) fa 11496. & questo lo noteremo sotto ordinatamente a quel 11469. che ne resta sopra alla seconda operatione, come nella detta seconda operatione appare, & trouaremo, che la prima figura verso man sinistra di quel 11496 (cioè quel 1 detto di sopra) ha rimanente sopra di se 1. hor bisogna ben vedere con diligentia quante volte può in quel detto 1. nel detto sopraposto 11. con queste conditioni, che non solamente nel sopra restante si possa trouare le altre due figure, che vi seguitano dietro (come nel parlar per gratia si costuma) ma che anchora vi resti tanto, che accompagnato con la figura che seguita, se ne possa poi cauare la multiplicatione del 6 upło del cubo cerchio del detto 3. fatto il cerchio di quella seconda figura trouata, & che anchora del restante accompagnato con la figura che seguita, se ne possa cauare la multiplicatione del 56 upło del retto della detta prima figura fatto il cubo della seconda, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchora cauare la multiplicatione del 70 upło del cerchio della seconda figura fatto il cerchio della prima, & che del restante accompagnato con la figura che seguita se ne possa anchora cauare la multiplicatione del 28 upło del retto della detta 2 fatto il cubo della prima, & che del restante accompagnato con la figura, che seguita se ne possa anchora cauare la multiplicatione del 8 upło del secõdo retto della detta seconda fatto la prima semplice, & che del restante accompagnato con la vltima figura, che seguita se ne possa finalmente cauare il cerchio della detta seconda figura trouata. Et poi che di tutte le quattro conditioni quasi il mezo consiste in due, cioè 3 ispetie, & la prima ispetie sempre, cioè la maggior parte delle volte) sarà sopra la mia (vedi ora) di questo che al parso trouare ordinatamente, qual non dubito troppo ui debbiate, & fatta questa ui insegnarò nella seconda ispetie, come quarto il suo grado pare, & così in tutte ispetie quasi al primo incontrarsi vorrà, che per trouar il nostro primo proposito, considereremo con la ispetie (come è detto di sopra) quante volte possa stare quel 1 (prima figura di quel 11496) in quel 11, che resta sopra gli la figura (con le dette conditioni) & trouaremo che v'starà solamente 4 volte, & questo lo poseremo appresso all'altra figura trouata (cioè la linea 2 b.) cioè appresso 2 quel 3. & darà poi 34 (come nella detta quarta operatione appare) fatto questo cominciamo moltiplicando di mano in mano le figure di quel 11496. & seguendo tai moltiplicationi dal sopradetto 11269. (come si costuma nelli partiri per galla) il che fatto si trouarà restar di sopra 459454 (come nella quarta operatione appare) il qual 4293. giacerà sopra la figura, che seguita dietro poi 429553 (come nella detta quarta operatione appare) fatto questo piglieremo il cerchio cubo della detta prima figura (cioè di quel 3) che fa 729. & lo multiplicaremo per 28 (per regola data) fa 20412. & questa multiplicatione anchora per il cerchio della seconda figura trouata (cioè di quel 4) che fa 16. fa 326592. & questo lo poseremo sotto al detto 429553. che ce stanno sopra la quarta operatione, & lo sottrarremo da quello, & trouaremo che ne resta 103961 (come ne

quarta operatione

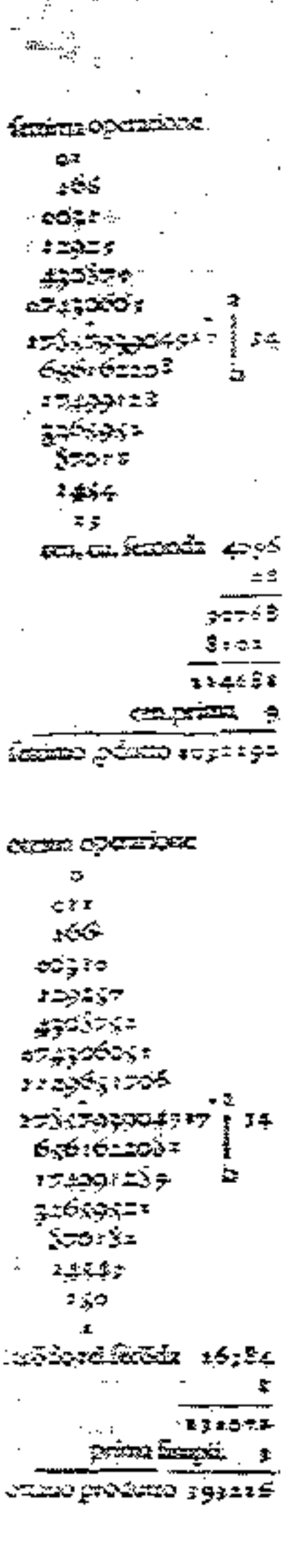
29		
4303		
67453		
11269	2	
1765396	3	34
65616	b	
1749		
ct. con. prima		729
		28
		5832
		1458
		20412
con. seconda		16
retto prodotto		326592

quinta operatione

03		
1293		
43053		
67.3396		
11269	2	
1765396	3	34
65616	b	
17490		
2436		
870		
con. con. seconda		256
		70
		17920
con. con. prima		81
		17920
		1451520
quinto prod.		1451520

per la quinta operatione apparc) alqual giongendo la figura, che seguita dira poi 1032619(come sopra alla decima quinta operatione apparc) dimo quello pigliaremo il resto della decima prima(che fu 1261) & lo moltiplicaremo per 5 (per regola firma) fara 156053. & quello lo moltiplicaremo anchora per il resto della seconda(qual cra 64) fara 8071616. quello lo ponaremo sotto al detto 1032619. che ne resulta sopra alla quinta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne resta 974003. come sopra alla detta operatione apparc, alqual 974003 giongendo la figura, che seguita & fa poi 9740070(come sopra alla decima sesta operatione si puo vedere) dimo quello pigliaremo poi il resto della seconda figura trouata(che fara 56) & lo moltiplicaremo per 72 (per regola firma) fara 7010160. & quello moltiplicaremo anchora per il resto di quello della prima(qual cra 81) fara 1451160. & quello lo ponaremo sotto a quel 9740070. che ne resulta sopra la decima sesta operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne resta 8651910(come sopra alla decima ottaua operatione apparc) alqual 8651910 giongendo la figura, che seguita dira poi 86519120. dimo quello pigliaremo il resto della decima seconda, che fara 1014. & lo moltiplicaremo per 56 (per regola firma) fara 57784. & quello lo moltiplicaremo poi per il resto della prima(il qual resto fara 27) fara 1561368. & quello lo ponaremo sotto a quel 8651910. che ne resulta sopra alla decima settima operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che ne resta 7089542(come sopra alla decima ottaua operatione apparc) alqual giongendo la figura, che seguita dira poi 70895429 (come si puo vedere sopra alla detta operatione) dimo quello pigliaremo il resto della seconda(che fara 4096) & lo moltiplicaremo per 8 (per regola firma) fara 32768. & quello moltiplicaremo poi per il resto della prima(cioe per 9) fara 294912. & quello lo ponaremo sotto a quel 70895429. che ne resta sopra la decima ottaua operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo, che ne resta 70595661(come sopra alla decima nona operatione apparc) alqual 70595661 giongendo la figura, che seguita dira poi 705956617 (come si puo vedere sopra alla detta decima nona operatione) dimo quello pigliaremo il resto della seconda(che fara 4096) & lo moltiplicaremo per 8 (per regola firma) fara 32768. & quello moltiplicaremo poi per la prima semplice (che fara 7) fara 229376. & quello lo ponaremo sotto a quel 70595661. che ne resta sopra la decima nona operatione, & lo sottraremo da quello, & trouaremo che ne resta 70366285(come sopra alla vigesima operatione apparc) alqual 70366285 giongendo la vltima figura, che seguita dira poi 703662855(come si vede sopra la detta vigesima operatione) dimo quello pigliaremo similmente il resto della detta seconda figura, il qual resta 6555. & lo ponaremo sotto a quel 70366285. che ne resta sopra alla detta vigesima operatione, & lo sottraremo da quello, il che facendo trouaremo che ne resta solamente 22. come sopra alla vndecima, & vltima operatione apparc, & cosi fara compita la nostra dimostratione, cioe che la radice cercata di quel proposto 170515959049 fara 24 numero di 2. il qual numero ne dimostra il numero non essere tra il 24 & per questa nostra operatione lo potremo sempre trouando quel 242 cercato di 2 tal cercato giongendo quel 2 che ne resta, & cosi giongendo, & facendo somma ne dara il detto nostro numero 17051595904912 & la nostra general operatione fara fine ben fara, ma volendo alcuna volta fare il contrario, cioe per saggio fatta voglio che la proua sia per la regola del 9. & cosi pigliaremo la detta proua di quel 24.

che



che fara 6. & quello la quadraremo fara 36. la cui proua è 1. & quello 1 lo multiplicaremo per quel medesimo 6 (per trouar la proua del suo cubo) fara pur 6. la cui proua è 6. & quello lo multiplicaremo per quello medesimo 6 (per trouar la proua del suo cen.cen.) fara 36. la cui proua è 1. & quello lo multiplicaremo per il medesimo 6. fara pur 6 per la proua del suo resto, qual multiplicaremo pur per il medesimo 6 (per trouar la proua del suo cen.ce.) fara 36. la cui proua è 1. qual multiplicaremo per quel medesimo 6 (per trouar la proua del suo secondo resto) fara pur 6. qual multiplicaremo per quel medesimo 6 (per trouar la proua del suo cen.cen.cen.) fara 36. la cui proua è 1. & quello 1 viene a esser la proua del cen.cen.cen. di qual 34. equal 1 giouerà la proua di qual 1 (che se mancho sopra alla vltima operatione) laqual proua è 0. fara pur 1. & cosi la proua del nostro 1785 7 91549 1 (essendo buona) conuien venir in 1. & perche in effetto tal proua vien in 1. diremo la general nostra operatione esser buona per la proua del 7.

Anchora in questa (come si dimo anchora sopra la dimanda della radice relata, & della terza ce. & della seconda relata) bisogna auertire, che si ben la nostra general operatione sia buona, nondimeno tal nostra radice ce.ce.non è razionale, cioe non è la perfetta radice ce.di ce.di ce.del dato numero 1785 7 91549 1 ? per le ragioni per volte dette, per esser ammasso qual 1 sopra la detta vltima operatione, anzi tal radice si chiama irrationale, o vogli dir sorda, ma volendola allegar propinqua alla verita (per la regola nostra) poneremo qual 1 (ammasso) sopra vna linea per numerator con quel numero al detto 34. Et per trouar il denominatore della nostra fonte relata, la formaremo con quelli 7 prodotti detti nella terza di questo capo, cioe pigliaremo lo cubo del secondo resto della nostra radice cercata (cioe di qual 34) il qual secondo resto fara 5 2 5 : 3 5 5 0 : 1 4. & il suo cubo fara 4 : 0 : 1 8 6 8 0 : 1 5 2. & questo fara il primo prodotto (come in margine apare) poi pigliaremo il cen.cen.del detto 34. che fara 1 3 3 4 5 0 4 4 1 6. & lo multiplicaremo per 5. & fara 4 : 3 5 4 : 5 : 1 6 4 8. per il secondo prodotto qual poseremo sotto al primo, poi questo pigliaremo il rela. del detto 34 (che fara 4 5 4 : 1 4 4. & lo multiplicaremo per 56 fara 2 5 4 4 3 5 : 2 4 4. per il terzo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri dui, poi questo pigliaremo il cen.cen.del detto 34. che fara 1 5 5 6 : 1 6. & lo multiplicaremo per 70. & fara 5 5 4 : 3 5 2 0. per il quarto prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 3. poi questo pigliaremo il cubo del medesimo 34. che fara 39304. & lo multiplicaremo per 56. fara 2 2 0 1 0 2 4. per il quinto prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 4. poi questo pigliaremo il

vltima, & vltima operatione

00		
011		
16600		
053:0300		
1292:3796		
4301:7:1295		
7:3060:1:75		
1:2956:1:2065	2	
1:5:3:9:6:1:2:7	7	35
6:9:6:2:0:0:5:6	5	
1:7:4:3:1:2:5		
3:2:6:3:1:2:5		
1:5:0:3		
4		

	34
	34
cen.	1156
	34
	4624
	3468
ce.	59304
	34
	157216
	177912
ce.ce.	2336128
	34
	5345344
	4000008
ce.	45451424
	34
	28741656
	15410272
ce.ce.	1544824416
	34
	6179:7664
	46144:3248
secondo resto	5:2:5:5:5:0:1:44

primo prodotto	4:0:1:8:6:8:0:1:52
secondo prodotto	4:3:5:4:5:1:6:4:8
terzo prodotto	2:5:4:4:3:5:2:4:4
quarto prodotto	9:5:5:4:3:5:2:0
quinto prodotto	2:2:0:1:0:2:4
sesto prodotto	3:1:6:8
settimo prodotto	27:
denominator	4:6:5:0:8:1:4:3:5:7:2:8

decima operatione

00		
011		
16600		
053:0300		
1292:3796		
4301:7:1295		
7:3060:1:75		
1:2956:1:2065	2	
1:5:3:9:6:1:2:7	7	35
6:9:6:2:0:0:5:6	5	
1:7:4:3:1:2:5		
3:2:6:3:1:2:5		
1:5:0:3		
4		

prova per 7 6

	6
	6
ce.	1
	6
ce.	6
	6
ce.ce.	1
	6
zz.	6
	6
ce.ce.	1
	6
secondo resto	5
	6
ce.ce.ce.	1
prova del numero	0
	6
	1

La 1 appropria si come
di 1785 7 91549 1 fara

quadrato del medesimo 14. che fara 1156. & lo multiplicaremo per 12. fara 13872. per il 6to produtto, qual poneremo loco a gli altri cinque, fatto questo pigliaremo semplicemente il cubo 14. & lo multiplicaremo per 1. fara 274. per il settimo, & vltimo produtto, quale poneremo loco a gli altri 6. & li sommaremo tutti insieme, & faranno in summa 4666814. per il che vedemo essere denominatore de numero loco di quella linea, il che facendo la detta nostra proposta, dico essere tutto il detto 7375293904. & fara 14 [illegible], & se di tal nostra operatione ne fara fatta la prova manuale li troueremo che il tutto essere, non errato in cosi grande numero del nostro numero 7375293904, una sola radice fara quello. Anchor che questo fusse non de particolar esempio alla dimostratione di quella radice cubica) nondimeno che tal dimostratione si faccia con la regola della semplice dimostratione della quadrata) non mi piace, di sopra essere stato posto di tal dimostratione a Hieronimo Cardano, ne a Lodouico Ferrario essere stato dimostrato che hauessino fatto, come fecero del quadro della cubica, dicendo che si fusse ben bene con la regola della quadra, vero è che della formatione del cubo si fusse ben capaci, come credo pottere hauere fatto, & non parendomi essere la cosa appreſſo al volgo. Io non voglio fare altro essempio, come si vsano quelle specie di radice di quelli numeri, che non vanno pari di doi ponti, per le ragioni addutte nelle passate, che perche questa sara di facile fatica per tutto.

La causa della sopradetta nostra regola di cauar la radice cubi di cubi di cubi, ouero semplicemente radice di radice di radice, & similmente quella di formarli tutto di cubo, che seguendo gli nostri non ce stato, ne per dar cognitione proportione al vero. Si puo allegare da questa forma proportione non potuta Euclide, ne da altri, ma da noi trouata.

Proposition del presente autor ritrouata.

7 Se una quantita fara diuisa in due parti, come si voglia il cubo della quantita sempre fara eguale a quelli 9 principali produti, cioe al produto del cubo della prima parte, & al produto del 3plo del quadrato della prima parte in la seconda parte, & al produto del 3plo della prima parte in il quadrato della seconda, & al produto del cubo della seconda parte, & al produto del 6plo del cubo della prima parte in la seconda, & al produto del 3plo del quadrato della prima parte in il quadrato della seconda, & al produto del 3plo della prima parte in il cubo della seconda, & al produto del cubo della seconda parte in il quadrato della prima, & al produto del 3plo del quadrato della seconda parte in la prima semplice. Essempi gratia sia posta la quantita 10. (ponemo 10 per numero) diuisa in due parti in modo che una sia 3. & l'altra 7. (che 3 & 7 fara 10. & questo dico che si debbe intendere in la 2a 10. (qual vedemo a dire 10000000) fara eguale a quelli 9 principali produti, cioe al cubo della prima parte (che e 27) qual sommato dira 6561. & quello ponemo da banda per il primo produto, & poi pigliaremo il secondo cubo della prima parte (che e di quel 3) che fara 2187. & lo multiplicaremo per 3. fara 13122. & quello multiplicaremo poi per la seconda parte (che e 7) fara 91854. per il secondo produto, qual sommato insieme fara il primo, poi pigliaremo il cubo della seconda parte (che fara 343) & lo multiplicaremo per 21. fara 7203. & quello multiplicaremo poi per il cubo della prima parte (che fara 27) fara 194481. per il terzo produto, qual sommato insieme fara il primo, & il secondo, poi pigliaremo il cubo della seconda parte (che fara 343) & lo multiplicaremo per 6. fara 2058. & quello multiplicaremo poi per il cubo della prima parte (che fara 27) fara 55566. per il quarto produto, qual sommato insieme fara il primo, il secondo, & il terzo, poi pigliaremo il quadrato della prima parte (che fara 9) & lo multiplicaremo per 3. fara 27. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della seconda parte (che fara 49) fara 1323. per il quinto produto, qual sommato insieme fara il primo, il secondo, il terzo, & il quarto, poi pigliaremo il quadrato della seconda parte (che fara 49) & lo multiplicaremo per 3. fara 147. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della prima parte (che fara 9) fara 1323. per il sesto produto, qual sommato insieme fara il primo, il secondo, il terzo, il quarto, & il quinto, poi pigliaremo il cubo della seconda parte (che fara 343) & lo multiplicaremo per 1. fara 343. per il settimo, & vltimo produto, qual poneremo loco a gli altri 6. & li sommaremo tutti insieme, & faranno in summa 4666814. per il che vedemo essere denominatore de numero loco di quella linea, il che facendo la detta nostra proposta, dico essere tutto il detto 7375293904. & fara 14 [illegible], & se di tal nostra operatione ne fara fatta la prova manuale li troueremo che il tutto essere, non errato in cosi grande numero del nostro numero 7375293904, una sola radice fara quello. Anchor che questo fusse non de particolar esempio alla dimostratione di quella radice cubica) nondimeno che tal dimostratione si faccia con la regola della semplice dimostratione della quadrata) non mi piace, di sopra essere stato posto di tal dimostratione a Hieronimo Cardano, ne a Lodouico Ferrario essere stato dimostrato che hauessino fatto, come fecero del quadro della cubica, dicendo che si fusse ben bene con la regola della quadra, vero è che della formatione del cubo si fusse ben capaci, come credo pottere hauere fatto, & non parendomi essere la cosa appreſſo al volgo. Io non voglio fare altro essempio, come si vsano quelle specie di radice di quelli numeri, che non vanno pari di doi ponti, per le ragioni addutte nelle passate, che perche questa sara di facile fatica per tutto.

La causa della sopradetta nostra regola di cauar la radice cubi di cubi di cubi, ouero semplicemente radice di radice di radice, & similmente quella di formarli tutto di cubo, che seguendo gli nostri non ce stato, ne per dar cognitione proportione al vero. Si puo allegare da questa forma proportione non potuta Euclide, ne da altri, ma da noi trouata.

Proposition del presente autor ritrouata.

7 Se una quantita fara diuisa in due parti, come si voglia il cubo della quantita sempre fara eguale a quelli 9 principali produti, cioe al produto del cubo della prima parte, & al produto del 3plo del quadrato della prima parte in la seconda parte, & al produto del 3plo della prima parte in il quadrato della seconda parte, & al produto del cubo della seconda parte, & al produto del 6plo del cubo della prima parte in la seconda, & al produto del 3plo del quadrato della prima parte in il quadrato della seconda, & al produto del 3plo della prima parte in il cubo della seconda parte, & al produto del cubo della seconda parte in il quadrato della prima, & al produto del 3plo del quadrato della seconda parte in la prima semplice. Essempi gratia sia posta la quantita 10. (ponemo 10 per numero) diuisa in due parti in modo che una sia 3. & l'altra 7. (che 3 & 7 fara 10. & questo dico che si debbe intendere in la 2a 10. (qual vedemo a dire 10000000) fara eguale a quelli 9 principali produti, cioe al cubo della prima parte (che e 27) qual sommato dira 6561. & quello ponemo da banda per il primo produto, & poi pigliaremo il secondo cubo della prima parte (che e di quel 3) che fara 2187. & lo multiplicaremo per 3. fara 13122. & quello multiplicaremo poi per la seconda parte (che e 7) fara 91854. per il secondo produto, qual sommato insieme fara il primo, poi pigliaremo il cubo della seconda parte, che fara 343. & lo multiplicaremo per 21. fara 7203. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della seconda parte (che fara 49) fara 352947. per il terzo produto, qual sommato insieme fara il primo, il secondo, poi pigliaremo il cubo della prima parte (che fara 27) & lo multiplicaremo per 6. fara 2058. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della seconda parte (il qual cubo fara 343) fara 4667544. per il quarto produto, qual ponemo loco a gli altri tre, poi pigliaremo il quadrato della prima (che fara 9) & lo multiplicaremo per 3. fara 243. & quello multiplicaremo poi per il cubo della seconda parte (che fara 343) fara 1529307. per il quinto produto, qual sommato insieme fara il primo, il secondo, il terzo, il quarto, poi pigliaremo il cubo della seconda parte (che fara 343) & lo multiplicaremo per 1. fara 343. per il settimo, & vltimo produto, qual poneremo loco a gli altri 6. & li sommaremo tutti insieme, & faranno in summa 4666814. per il che vedemo essere denominatore de numero loco di quella linea, il che facendo la detta nostra proposta, dico essere tutto il detto 7375293904. & fara 14 [illegible], & se di tal nostra operatione ne fara fatta la prova manuale li troueremo che il tutto essere, non errato in cosi grande numero del nostro numero 7375293904, una sola radice fara quello. Anchor che questo fusse non de particolar esempio alla dimostratione di quella radice cubica) nondimeno che tal dimostratione si faccia con la regola della semplice dimostratione della quadrata) non mi piace, di sopra essere stato posto di tal dimostratione a Hieronimo Cardano, ne a Lodouico Ferrario essere stato dimostrato che hauessino fatto, come fecero del quadro della cubica, dicendo che si fusse ben bene con la regola della quadra, vero è che della formatione del cubo si fusse ben capaci, come credo pottere hauere fatto, & non parendomi essere la cosa appreſſo al volgo. Io non voglio fare altro essempio, come si vsano quelle specie di radice di quelli numeri, che non vanno pari di doi ponti, per le ragioni addutte nelle passate, che perche questa sara di facile fatica per tutto.

primo produto	——	6561
secondo produto		22047
terzo produto	——	2000153
quarto produto		4666544
quinto produto		1561670
sesto produto	——	352947
settimo produto		24647
ottavo produto		1529307
nono produto	——	57648011
summa		100000000

a c 10 b

3 7

a. c. cubi summa la 2a b. 1000000000

della prima (che fara 3) fara 2964754348. per il primo prodotto, qual poremo sotto a gli altri fatti, fatto questo pigliaremo il secondo residuo della seconda parte (qual fara 1125461) & lo multiplicaremo per 2. fara 6250922. & questo multiplicaremo poi per la prima parte semplice (cioe per 3) fara 18752766. per l'ottauo prodotto, qual notaremo sotto a gli altri fatti, fatto questo pigliaremo finalmente il cen.cen.cen. della detta seconda parte (cioe di quel 7) che fara 1953125. & questo fara il nono, & vltimo prodotto, qual notaremo sotto a gli altri otto prodotti, & fatto que sti nouo prodotti insieme, il che facendo troueremo, che in somma faranno precisamente 2000000000. cioe tutti i cen.cen.cen. di tutta la detta quantita, che è il proposito.

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar la radice cen. cen. cen. delli numeri rotti, & delli fatti, ò rotti, & non solamente le rationali, & diuerse di detti numeri rotti cen.cen.cen. ma ancora le propinque, cioe di quelli che non sono cen.cen.cen. di cen. Cap. XIIII.

Come si cauano le radice cen. cen. cen. di rotti cen. cen. cen.

Per intendere la regola da cauar le cen.cen.cen. di rotti bisogna per sapere (come nelle passate ho detto) come che di detti rotti alcuni sono cen.cen.cen. & alcuni non, & molto piu spesso sono quelli, che non sono cen.cen.cen. di quelli che sono cen.cen.cen. rotti, che sono cen.cen.cen. sono quelli, che dopoi che sono ridutti alla vltima riduttione hanno il numeratore, come il denominatore numero cen.cen.cen. come sono quelli $\frac{1}{8}$ $\frac{27}{64}$ $\frac{125}{216}$ $\frac{343}{512}$, & infiniti altri simili, onde per cauar la detta radice cen.cen.cen. di quelli tai rotti, & altri simili, cauaremo la detta radice del numeratore, & la metteremo sopra di vn'altra linea per numeratore, & dopoi cauaremo anchora la detta radice del denominatore, & la poneremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & cosi facendo rotto fara la radice cen.cen.cen. del primo. Essempi gratia se con tal ordine cauaremo la detta radice di $\frac{8}{27}$ troueremo quella esser $\frac{2}{3}$, & cosi con tal ordine la radice cen.cen.cen. di $\frac{125}{343}$ troueremo esser $\frac{5}{7}$, & quella di $\frac{1728}{4913}$ esser $\frac{12}{17}$, & quella di $\frac{13824}{19683}$ esser $\frac{24}{27}$, & cosi di sopra douera procedere nelle altre simili, & tutte tal operationi se vorranno far la proua naturale trouaremo tal radice cen.cen.cen. esser il suo primo rotto diuiso tal radice operatasse esser stata, ma in modo alcuno fatta fatta. Essempio

Come si cauano le propinque radice cen.cen.cen. di rotti non cen.cen.cen.

Ma quando che il numeratore del rotto, & anchora il suo denominatore non fanno ambidui cen.cen.cen. tal rotto non fara cen.cen.cen. & quando che vn rotto non fara cen.cen.cen. & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice cen.cen.cen. tal cosa si puo effettuare per piu diuerse vie, per regole, ma la piu semplice, & manco error soggetta a questa, cauaremo sempre il suo denominatore al suo secondo residuo, & quel tal secondo residuo multiplicaremo per il suo numeratore, & di quel prodotto ne cauaremo la sua propinqua radice cen.cen.cen. (secondo l'ordine della nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partiremo per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo residuo di tal partimento fara la propinqua radice cen.cen.cen. di quel tal rotto. Essempi gratia volendo cauar la detta propinqua radice cen.cen.cen. di $\frac{7}{8}$ prima troueremo il secondo residuo di quel 8, che sono 37 la virgola per denominatore (che fara 2197) & lo multiplicaremo per quel 7, che è sopra la virgola per numeratore, & fara per 15379. & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice cen.cen.cen. per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo, & troueremo quella esser $= \frac{24}{27}$ & quella partiremo per il denominatore del nostro primo rotto (cioe per quel 8, che sono la virgola, laqual cosa facendo ne venira $\frac{24}{27} : \frac{8}{1}$, & tanto diremo esser la propinqua radice cen.cen.cen. di $\frac{7}{8}$, della qual propinqua radice cen.cen.cen. se vorremo la sua proua naturale (cioe trouando il suo cen.cen.cen.) troueremo tal suo cen.cen.cen. esser di vna sensibil quantita del nostro proposito $\frac{7}{8}$. La causa di questa sopra detta regola quando con il suo residuo fatta giocare alla regola del secondo capo delle proportioni (hauendo ingegno) facilmente potra la mente di se medesima considerando poi l'operatione posta sopra la regola data sopra le radici cube di numeri non cubi.

Come si cauano le radice cen. cen. cen. delli numeri fatti, & rotti cen. cen. cen. di cose di cen.

4 Essendo ben intesa la regola di cauare radici cen. cen. cen. di rotti cen. cen. cen. & le propinque di quelli che non sono cen. cen. cen. facil cosa sarà intender la regola data i nodosi delli numeri fatti, & rotti, per esser quelli ridotti che vi occorrono maggiori numeri nelli numeratori, per causa della riduttione di quel fatto a rotto, & pero dico (come fu detto di rotti semplici) che di tali numeri fatti, & rotti, quelli non sono cen. cen. cen. & che non sono cen. cen. cen. sono quelli che ridotti a fatto a fatto a rotto (si come prima) & fatto anco il riduttione con il numeratore del rotto, & posendo tal fatto per numeratore (come nelli rotti si costuma) & il numeratore fatta per numero cen. cen. cen. & finalmente il denominatore al numero fatto, & rotto fatta cen. cen. cen. come essempi grazia fatta $= 5\frac{5^{10}}{5^{9}}$, quale ridotto quel $= 5$ in $= 5^{6}$ ellimi, & giontoli quel $\times 6$ ellimi fatta in fatto $\frac{5^{10}}{5^{9}}$, & perche fatto, & fatto di denominatore il numeratore, & il denominatore) è numero cen. cen. cen. al numero fatto, & rotto douemo esser cen. cen. cen. & volendo cauare, per esser la sua radice cen. cen. cen. cauaremo la detta radice di quel 6^{10}, che è sopra la linea, & trouaremo quella esser 5, poi cauaremo similmente la detta radice di quel 5^{9} (che è sotto la linea) & trouaremo quella esser $=$, poi partiremo quel 5 per quello $=$ & ne verrà $=\frac{5}{3}$, & cosi concluderemo la detta radice cen. cen. cen. di quel $=5\frac{5^{10}}{5^{9}}$ esser $=\frac{5}{3}$, che se ne farà proua recando quel $=\frac{5}{3}$ al fatto cen. cen. cen. trouarà al fatto cen. cen. cen. esser precisamente quel $=5\frac{5^{10}}{5^{9}}$, & perche penso che a sufficienza mi sia stimulato non voglio dar altro essempio.

Essempio

Come si cauano le propinque radice cen. cen. cen. di cen. cen. cen. delli numeri fatti, & rotti cen. cen. cen. di cen. cen. cen.

4 Quando che li denominatori fatti, & rotti non fanno cen. cen. cen. & che di quelli ne vorremo cauar la sua propinqua radice cen. cen. cen. al caso si può ricorrere per 3 diuersi modi (con ragione) una la più speditiua, & a mano ancora leggiera, fatta a quella la detta sopra li nomi non cen. cen. cen. che ridotti il rotto, & dapoi ridotti a fatto a fatto specie di rotto (come fu fatto nella precedente) & dapoi ridotti il denominatore al fatto secondo detto, & tal secondo ridotto moltiplicarlo in quel grande numeratore (già fatto con la riduttione del fatto, & di tal prodotto cauarne la propinqua radice cen. cen. (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & tal radice propinqua partirla per quel medesimo denominatore, & la quotiente fatta la propinqua radice cen. cen. cen. del detto numero fatto, & rotto. Essempi grazia volendo cauar la propinqua radice cen. cen. cen. di $=7\frac{1}{2}$, faremo conto in mezzi, che faremo $\frac{15}{2}$, poi cauaremo quel $=$ (denominatore) al fatto secondo detto, che fatta $=8$, & quello moltiplicaremo in quel $=5$ (che è sopra la virgola per numeratore) fatta 4500. & di quello ne cauaremo la sua propinqua radice cen. cen. cen. Onde procedendo per la nostra regola data nel precedente capo, troueremo quella esser $=\frac{2}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & quella la partiremo per quello di fatto $=$ (denominatore) & che facendo ne verrà $=\frac{2}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & cosi douemo dire, che sia la propinqua radice cen. cen. cen. del detto $=7\frac{1}{2}$, che se ne farà proua moltiplicando il trouato cen. cen. cen. nel propinqua radice cen. cen. cen. di vna millesima del detto $=7\frac{1}{2}$, il quale errore nella detta radice sempre cauata, & cosi con tal ordine procederai nelle simili.

Regola generale dal predetto ultimo trouata da cauar la radice di ogni specie di radice, detta radice cubo di cubo. cap. XV.

1 Se vorrai cauar la ottaua specie di radice detta radice cubo di cubo, ti auertisco, che nelli numeri cubi di cubi si potrebbe seruire della regola data per cauar la semplice di cubo (cioè cauando la semplice di cubo di quel tal numero, & di tal radice cauata) cauarne ancora la detta radice cubo, & cosi in tal doe diuersi modi si può hauer la cognitione della radice cercata, ma in quelli numeri, che hauerò da dar, tali vederai la commodità per cauar la detta radice per la regola data nelli numeri, & però la intention nostra è di insegnarti modo di cauarle per la sua propria regola, & non per la regola di altre specie di radice, acciò ti comprenda il marauiglioso ordine di numeri fratti, & per che ignorando la sua propria regola saria impossibile a trouarla propria regola di formar il nome di quello che succederà nelli numeri con cen. cen. Dico adunque che per voler cauar la sopradetta ottaua con la sua propria regola, egli è necessario hauer vna tauola, doue siano sopra

cauar

nomi tutti li numeri cu. cu. prodotti, over cauati da detto numero digito, con il detto digito, che lo cauò a dimpetto di, come radice di tal numero cu. cu. come che in margine appare, & quella tal cauolera tenerla sempre auanti quando che si vuol cauar la detta radice cu. cu. da qualche proposto numero, per poter trouare, & negotiare tutte quelle particolarità a tal regola accidentia, come ad esso procede s'intenderà.

Numeri cubi di cubi	Radici cube di cubi
1	1
2	512
3	19683
4	262144
5	1953125
6	10077696
7	40353607
8	134217728
9	387420489

Come si cauano le radice cube di cube de numeri minori

ET cauar la radice cu. cu. di vn numero minore, & per numeri minori (come in tutte le pratiche è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice cu. cu. non può esser più di vna figura, & però tai numeri meno di in quella specie di radice non può esser più, che di 9 figure, perche il cu. cu. del maggior numero digito (qual è 9) è di noue figure composto (come nella tauola posta in margine appare) & però per conoscere in quella specie di radice se vn proposto numero sia di minori, over di maggiori, si costuma di far vn punto sopra la prima figura verso man destra, & se non passa noue figure si lascia così, perche al proposto si dimostra, che tal numero è di minori, ove ne dimostra il punto la radice cu. cu. di quel tal numero, che è di vna figura sola (non parlando del zero, che potria numerar) ma se tal numero fusse più di dette noue figure, tal numero sarà di maggiori, & bisogna porli anco vn altro punto (come al suo luogo si dirà) dico adonque, che tal numero minore facilmente, over che sarà numero cu. cu. conoscendo, se sarà numero cu. cu. di cui sia radice cu. cu. che sarà non per vigore di quella tauola posta in margine posta, ma qual (come è detto) bisogna sempre hauer auanti in scritto, perche se vorrai cauar la detta radice cu. cu. proposto di 1. nu. sopra il (per vigor di tal tauola, che la sua per 1. è cubi di 1. è cu. cu. sopra tal radice è 1. & cubi di 1968. nu. sopra quella è 1. & simil mente di 262144. nu. sopra quella è 4. & di 1953125. è quella è 5. & di 10077696. è quella è 6. & di 40353607. è 7. & di 134217728. è 8. & finalmente quella di 387420489. è nu. sopra è 9.

Regola generale (dal professore altre ritrouata) da cauare la radice cuba di cube di numeri non cubi di cubi

ET quando che il detto numero proposto non sarà cu. cu. cauerai prima il suo cu. cu. del maggior numero cu. cu. contenuto da tal numero proposto (qual così facilmente conoscerai per vigor della sopradetta tauola) & quello che resterà auanti sopra la sua operatione porrai (secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, & simo quello per seruirsi di denominatore da mettere sotto di quello. Bisogna notar, che quello si forma con otto principali prodotti, over moltiplicationi, il primo produtto si forma con il nono cuplo del cu. cu. della detta prima radice già cauata, il secondo si forma con il 36 cuplo del secondo relitto della detta radice già cauata, il terzo si forma con lo 84 cuplo del cu. cu. della detta prima radice già cauata, il quarto si forma con il 126 cuplo del relitto della detta radice già cauata, il quinto si forma con il 126 cuplo del cu. cu. della detta radice già cauata, il sesto si forma con lo 84 cuplo del cubo della detta prima radice già cauata, il settimo si forma con il 36 cuplo del quadrato (o vuoi dir cenſo) della detta prima radice cauata, l'ottauo, & vltimo prodotto si forma con lo nono cuplo della detta semplice radice già cauata, & colla summa di quelli otto produtti si douerà sempre sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice già cauata insieme con quel tal resto sarà la propostaci 5. cu. cu. di quel tal proposto numero non cubo di cubo. Essempio volendo cauar la proposta radice cu. cu. ponemo di 262144. cauata prima la detta radice cu. cu. del maggior numero cu. cu. contenuto dal detto 262144. & troueremo (per vigor della tauola) tal radice esser 4. (come in margine vedi) del qual 4 il suo cubo di cubo troueremo esser 4096. qual tratto dal detto 262144. di resta 258048. & quello porremo (secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, hor per seruirsi il denominatore da mettere sotto di tal linea, qual lo formerai con li sopradetti otto produtti, hor per formar il primo pigliarai il cenſo di quel 4 (prima radice cauata) che fia 16, & moltiplicato per 9. fa 144. poi pigliarai il detto primo produtto, dopo pigliarai il secondo relitto del detto 4 (che fia 12) & moltiplicato per 36 fia 432. per il secondo produtto, dopo pigliarai il detto cubo del detto 4 (che fia 64) & moltiplicato per 84 fia 5376 per il terzo produtto, dopo pigliarai il relitto del detto 4 (che fia 48) & moltiplicato per 126 fia 6048 per il quarto produtto, dopo pigliarai il cen-

Essempio

$$\begin{array}{l} 258048 \\ 262144 \end{array} \Big\} 4 \frac{258048}{262144} \quad \begin{array}{l} 144 \\ 432 \\ 5376 \\ 6048 \\ 3024 \\ 504 \\ 36 \\ 1 \end{array}$$

fo che ſarà 1225 per il quinto prodotto, per 6 fia 7350 per il ſeſto prodotto, per 7 fia 8575 per il ſettimo prodotto, per 8 fia 9800 per il ottauo prodotto, per 9 fia 11025 per il nono prodotto, & per 10 fia 12250 per il decimo prodotto, & coſi ſi può ſeguire in infinito, che ſempre ſi trouarà il prodotto del numero, che ſi moltiplica, per la ſua radice, & il numero, che ſi moltiplica, ſempre ſarà il primo numero, che ſi troua nel prodotto, & la radice ſarà ſempre il ſecondo numero, che ſi troua nel prodotto, & ſi come ſi troua il primo, & ſecondo numero, coſi ſi troua il terzo, & quarto, & il quinto, & il ſeſto, & il ſettimo, & il ottauo, & il nono, & il decimo numero, che ſi troua ſimilmente nel prodotto, & ſi come ſi troua il primo numero, che ſi troua nel prodotto, che ſi moltiplica per ſe ſteſſo, che è il quadrato, coſi ſi troua il primo numero, che ſi troua nel prodotto, che ſi moltiplica per il ſuo quadrato, che è il cubo, & coſi ſi troua il primo numero, che ſi troua nel prodotto, che ſi moltiplica per il ſuo cubo, che è il ſurſolido, & coſi ſi troua il primo numero, che ſi troua nel prodotto, che ſi moltiplica per il ſuo ſurſolido, che è il primo numero, che ſi troua nel prodotto, che ſi moltiplica per il ſuo

radice si trouerà sotto al secondo punto, computando tutte quelle figure, che stanno dal detto secondo punto verso man sinistra, cioè la terza, & vltima figura di tal radice si conseguirà sotto al primo punto verso man destra, computando per tutte quelle figure, che stanno dal detto primo punto verso man sinistra, il modo di trouar tai figure nella seguente sua essemplificatione.

Come si cauano le radici cu. di quelli numeri maggiori, che ricercano solamente duoi punti.

6 POr volendo cauar la radice cu. proposta di quello numero 1033593664 prima ponemo quelle 5 figure, secondo l'ordine detto di sopra, & trouiamo, che numero solamente duoi punti, dalliquali l'uno va sopra la prima figura verso man destra, & l'altro va sopra la decima che seguita (come che in margine si può vedere nella prima operatione) liquali duoi punti ne dimostrano (come di sopra è stato detto) la radice cercata di tal numero esser di due figure, l'una di quelle figure (cioè la prima, che si ha da trouare) bisogna trouarla sotto a quel secondo punto, l'altra poi si ha da trouar sotto al primo punto, & questa venirà esser la seconda trouata. Per trouar adonque la detta prima figura sotto a quel secondo punto (computando per quelle altre cinque figure, che seguitano verso man sinistra, che insieme fanno 10335936) piglieremo il cubo di detto 2 (che fa 8) & lo poneremo sotto a quel 10335936 (come nella detta prima operatione appare) & lo sottrarremo da quello, & trouaremo, che ne resta di sopra 2402936 (come nella seconda operatione si può vedere) il quale resto accompagnato con la figura, che seguita dirà poi 24029366. hauendo questo per trouar tutta la detta figura, over digito, piglieremo il cubo della figura trouata (cioè di quel 2 che fa 6 5536. & lo multiplicaremo per 3 (per regola fatta) fa 59538. & questo lo noteremo ordinatamente sotto a quel 2402936. che ne resta sopra alla seconda operatione (come che nella detta seconda operatione appare) & trouaremo che la prima figura (verso man sinistra) di quel 59538 (che quel 5 (nuouamente trouato sopra di lui) ci dimostra, che gli seguitano dietro (come nella pratica per l'auenire vedrete quanto vel ci può iuuare il detto 5 nel suo proposito) a cotal condition, che non si habbia ad sopra ritrouare vi possa trouare alcuna figura, che gli seguitasse dietro (come nella pratica per l'auenire si intenderà) ma che anchora vi resti tanto, che a tal resto (giontoui la figura che seguita) ci ne possa poi cauare la multiplicatione, over prodotto del 30 upło del secondo resto del detto 4 fia il cubo di quella seconda figura trouata, & che anchora del resto (accompagnato con l'altra figura, che seguita) ci ne possa cauare la multiplicatione, over prodotto del 34 upło del cubo del detto 4. fia il cubo di quella seconda figura trouata, & che anchora del resto (accompagnato con l'altra figura, che seguita) ci ne possa cauare la multiplicatione, over prodotto del 12 upło del resto della prima, & che anchora del resto (accompagnato con la figura, che seguita) ci ne possa cauare la multiplicatione, over prodotto del 34 upło del cubo della detta seconda fia il cubo della prima, & che anchora del resto (accompagnato con la figura, che seguita) ci ne possa cauare la multiplicatione, over prodotto del 34 upło del cubo della detta seconda figura trouata, & che anchora del resto (accompagnato con la vltima figura che seguita) ci ne possa finalmente cauare il cubo di cubo della detta seconda figura trouata. Et non che tutte quelle cose continua exactia, & alcuna di esse non ci possi mancare, ma ancho ci ne può occorrere infinite altre positioni, come di sopra ancora per prima ci vedi, che

prima operatione 2
5 0 1 5 9 3 6 9 9 5 1 6 4 | 4
2 6 1 1 4 4 b

primo produtto cu. cu.
prima 2 6 1 1 4 4

seconda operatione
1 4 0 4 4 8 2
5 0 1 5 9 3 6 9 9 5 1 6 4 | 4
2 6 1 1 4 4 b
5 9 3 8

secondo produtto 5 9 3 8 4

terza operatione
6 5 5 3 6 1
2
5 0 1 5 9 3 6 9 9 5 1 6 4 | 4
2 6 1 1 4 4 b
5 3 0 5 4

secondo resto prima 6 5 3 4
3 0
9 5 0 4 0
1 4 0 4 4 8
6 5 5 3 6

terza 6
resto secondo 1 4 0 4 4 8

quarta operatione
1 2 4 7
6 5 5 3 6
2 6 1 1 4 4
1 4 0 4 4 8 2
5 0 1 5 9 3 6 9 9 5 1 6 4 | 4
2 6 1 1 4 4 b
5 3 0 5 4
9 2 3 9

cubo cubo prima 4 0 5 6
3 4
1 6 2 2 4
5 2 6 3
3 4 4 8 4
2 4 0 2 4 3
6 5 5 3 6

seconda 2 7
quarto produtto 9 2 5 7 2 9

quel 4 (cioe sopra la mitta di quello, che si può innanzi) che fanno 2 volte, & così raccolti 42 sopra mandato, & negotiando di banda nelli prima duoi, overo 42 nelli quali facilmente comprendersi con il suo numero quadro, che ne lo haverai fatto innanzi poco, perche si trouarai numero alli, & però va lo facendo 42 volte, & così negotiando per il medesimo modo ne trouarai che 2 fatto innanzi 42 che ne vole sopra sotto le dette condizioni, & però notarai il detto ne apposito 2 (posto la linea 2 b.) & dirai poi 42 (come nella detta seconda operatione appare) & fatto questo con il detto 2 andarai moltiplicando di mano in mano le figure di quel 5902564 sopradetto nelle moltiplicationi dal sopradetto 1203456 (come si costuma nelli partiri per banello, overo galia) il che facendo ti trouarai restar di sopra 5 50124 (come sopra alla terza operatione si vede) laquale 6350124 giontoli la figura che seguita dira poi 650149 (come sopra la detta terza operatione appare) fatto questo piglierai il secondo resto della detta prima figura (cioe di quel 4) che fara 1634 lo moltiplicarai per 34 (per regola detta) fara 55934 & questo moltiplicarai poi per il quadrato della seconda figura (cioe di quel 5. che fara 9) fara 5503425. & questo lo ponerai sotto 2 quel 650149 che ne resto sopra alla terza operatione, & lo sfotterai da quello, & trouarai, che ne restara 10417525 (come sopra la quarta operatione appare) laquale giontoli la figura, che seguita, dira poi 1041725 29. (come sopra alla detta quarta operatione appare) fatto questo pigliarai il cubo cubo della prima figura (cioe di quel 4) che fara 4096. & lo moltiplicarai per 84 (per regola detta) fara 344064. & questo moltiplicarai, poi per il cubo della seconda figura (che fara 27) fara 9295488. & questo ponerai nel medesimo loco 2 quel 1041725 29. che ne resto sopra alla quarta operatione, & lo sfotterai da quello, & trouarai, che ne restara 1161641 (come sopra la quinta operatione si può vedere) laquale giontoli la figura che seguita, dira poi 11616412. fatto questo pigliarai il cubo della prima figura (cioe di quel 4) che fara 64. & lo moltiplicarai per 125 (per regola detta) fara 8000. & questo moltiplicarai poi per il cubo della seconda figura (che fara 125) fara 1000000. & questo ponerai nel medesimo loco 2 quel 11616412. che ne resto sopra alla quinta operatione, & lo sfotterai da quello, & trouarai, che ne restara 161641 2. (come sopra alla sesta operatione si può vedere) laquale giontoli la figura, che seguita dira poi 1616412. fatto questo pigliarai il cubo cubo della seconda figura (cioe di quel 5) che fara 729. & lo moltiplicarai per 64 (per regola detta) fara 46656. & questo moltiplicarai poi per il cubo della prima figura (che fara 64) fara 2985984. & questo lo ponerai loco 2 quel 161641 2. che ne resto sopra alla sesta operatione, & lo sfotterai da quello, & trouarai, che ne restara 146457 (come sopra alla settima operatione si può vedere) laquale giontoli la figura, che seguita dira poi 1464572. & fatto questo pigliarai il secondo resto della detta seconda figura

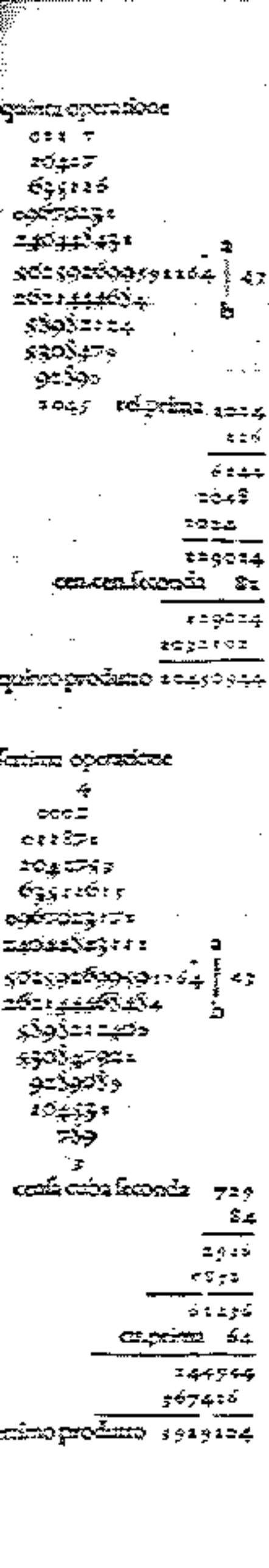


figura (cioe di quel 3) che fara 1:3:5. & lo multiplicaremo per 16 (per regola forma) fara 7:5:12. & questo multiplicaremo poi per il quadrato della prima figura (cioe di quel 4. che fara 16) fara 1:1:9:7:2. & questo lo ponemo sotto a quel 1:1:6:0:0:1. che ne resto sopra la decima operatione, & lo sottraremo da questo, il che fatto trouaremo, che ne resta 9:0:0:1:5:9 (come sopra alla nona operatione appare) al qual resto giouerai la figura, che segue dietro poi 9:0:3:1:9:6. & fatto questo pigliaremo il cen. cen. della detta seconda figura (cioe di quel 3) che fara 6:5:6:1. & lo multiplicaremo per 5 (per regola forma) fara 3:0:8:0:5. & questo multiplicaremo poi per la prima figura semplice (cioe per 4) fara 1:2:3:2:0:4. & questo aggiungeremo sotto a quel 9:0:3:1:9:6. che ne resto sopra alla nona operatione, & lo sottraremo da questo, & trouaremo che ne resta 7:8:7:9:0:0 (come sopra alla decima operatione si vede) al qual resto giouerai la vltima figura, che segue dietro poi 3:7:6:4:0:0:4. & fatto questo pigliaremo finalmente il cubo cubo della detta seconda figura (cioe di quel 3) che fara 1:9:6:8:3 (come nella undecima ponai vedere) & questo lo poneremo sotto a quel 7:6:7:4:0:0:4. che ne è resto sopra alla decima operatione, & lo sottraremo da questo, il che fatto trouaremo, che finalmente ne resta 5:6:5:4:3:1:. come sopra alla vndecima, & vltima operatione si può vedere, & così fin qui habbiamo la nostra operatione, che conduttaremo la radice cu. di quel proposto 5:0:3:5:9:6:9:9:5:9:1:6:4 cioe 43. & auuertir 3:7:6:5:4:3:1:. il qual numero ne dimostra, che non è cubo cubo, ne cubo, ne 4:a cioe propria radice cu. cu. di quello, & se vorremo far proua se habbiamo fatto alcun errore nella nostra generale operatione lo poremo secondo quel 43 a cubo cubo, & a tal cu. cu. aggiongeremo quel 3:7:6:5:4:3:1:. che ne è auuenuto, & se tal somma ne dara precisamente il detto nostro numero 5:0:3:5:9:6:9:9:5:9:1:6:4 diremo la nostra generale operatione esser stata rettamente operata, ma volendo almanco seguir il contrario, ma se per fuggir fatica la prouaremo per la proua de 7 procedendo, come si vede in margine la trouaremo buona. Dico che la trouaremo buona in quanto alla nostra generale operatione (come nelle passate è stato anchora detto) ma in quanto alla vera radice cuba di cuba di tal numero la è irrationale, & non si può dar perfettamente per numero, ma volendola trouar propinqua alla verità (per la nostra regola) ponemo quel 3:7:6:5:4:3:1:. che ne è auuenuto sopra vltima per numeratore appresso al detto 43. Et per trouar il denominatore da mettere sotto di tal linea, lo formaremo con quelli 5 principali prodotti detti nella terza di questo capo, cioe pigliaremo il 9 cubo del cen. cen. cen. della nostra radice già cauata (cioe di quel 43) il qual cen. cen. fara 1:1:6:5:5:2:0:0:1:7:6:0:1. & il suo semplo fara 1:0:5:1:9:7:3:0:=:4:9:3:4:0:9. & questo fara il primo produtto (come in margine si può vedere anco) poi pigliaremo il secondo residuo del detto 43. che fara 2:7:1:8:2:6:=:1:4:0:7. & lo multiplicaremo per 75 (per regola forma) fara 9:7:8:1:4:6:9:9:9:9:8:5:1. per il secondo produtto, qual poneremo sotto al primo, fatto questo pigliaremo il cc. cu. del detto 43. che fara 6:5:1:3:6:5:0:4:9. & lo multiplicaremo per 54 (per regola forma) fara 3:5:0:0:9:9:4:4:2:6:1:1:6. per il terzo produtto, qual similmente poneremo sotto a gli altri dui, fatto questo pigliaremo il resto del detto 43. che fara 1:4:0:0:=:4:4:1. & lo multiplicaremo per 1:1:6 (per regola forma) fara 1:6:5:1:3:0:6:3:1:5 per il quarto produtto, qual poneremo sotto a gli altri tre, fatto questo pigliaremo il resto di cubo del detto 43 (che fara 2:4:1:5:8:1:) & lo multiplicaremo similmente per 1:1:6 (per regola forma (fara 4:5:0:7:6:5:9:1:6 per il quinto produtto

prima operatione	
0	
4	
0:0:0:1:=:7	
0:1:3:5:1:0	
1:0:4:0:5:6:0	
4:3:1:6:1:6:0:5	
0:0:0:2:1:3:1:0:5:0	
1:0:4:0:5:6:0:1:6:4	2 | 45 b
5:0:3:5:9:6:9:9:5:9:1:6:4	
2:6:1:=:4:0:0:0:1:7:6:0:1	
6:5:1:3:6:5:0:4:9	
3:5:0:0:9:9:4:4:2:6:1:1:6	
1:4:0:0:=:4:4:1	
1:1:6:5:1:3:0:6:3:1:5	
2:4:1:5:8:1:	
43	

nona operatione	
0	
4	
0:0:0:1:=:7	
0:1:3:5:1:0	
1:0:4:0:5:6:0	
4:3:1:6:1:6:0:5	
0:0:0:2:1:3:1:0:5:0	2 | 45 b
5:0:3:5:9:6:9:9:5:9:1:6:4	
2:6:1:=:4:0:0:0:1:7:6:0:1	
6:5:1:3:6:5:0:4:9	
3:5:0:0:9:9:4:4:2:6:1:1:6	
1:4:0:0:=:4:4:1	
1:1:6:5:1:3:0:6:3:1:5	
2:4:1:5:8:1:	
43	

decima operatione	
0	
4=3	
0:0:0:2:=:7	
0:1:3:5:1:0:6	
1:0:4:0:5:6:0:4	
4:3:1:6:1:6:0:5:0	
0:0:0:2:1:3:1:0:5:0:1	
1:0:4:0:5:6:0:1:6:4:0	3 | 43 b
5:0:3:5:9:6:9:9:5:9:1:6:4	
2:6:1:=:4:0:0:0:1:7:6:0:1	
6:5:1:3:6:5:0:4:9	
3:5:0:0:9:9:4:4:2:6:1:1:6	
1:4:0:0:=:4:4:1	
1:1:6:5:1:3:0:6:3:1:5	
2:4:1:5:8:1:	
43	

vndecima, & vltima operatione	
0	
4=3	
0:0:0:2:=:7	
0:1:3:5:1:0:6	
1:0:4:0:5:6:0:4	
4:3:1:6:1:6:0:5:0	
0:0:0:2:1:3:1:0:5:0:1	
1:0:4:0:5:6:0:1:6:4:0	3 | 43 b
5:0:3:5:9:6:9:9:5:9:1:6:4	
2:6:1:=:4:0:0:0:1:7:6:0:1	
6:5:1:3:6:5:0:4:9	
3:5:0:0:9:9:4:4:2:6:1:1:6	
1:4:0:0:=:4:4:1	
1:1:6:5:1:3:0:6:3:1:5	
2:4:1:5:8:1:	
43	

primo produtto	1:0:5:1:9:7:3:0:=:4:9:3:4:0:9
secondo produtto	9:7:8:1:4:6:9:9:9:9:8:5:1
terzo produtto ——	3:5:0:0:9:9:4:4:2:6:1:1:6
quarto produtto ——	1:4:0:0:=:4:4:1
quinto produtto ——	4:5:0:7:6:5:9:1:6
sesto produtto —— ——	6:6:7:8:5:1:5
settimo produtto —— ——	6:6:5:6:4
ottauo produtto —— —— ——	3:7:7
denominatore	1:1:5:5:=:3:1:1:7:5:1:=:5:5:6

proua per 7	1
	1
cc.	1
	1
cc.	1
	1
cc.cc	1
	1
rel.	1
	1
cc.cc.	1
	1
secondo rel.	1
	1
cc.cc.cc	1
	1
cc. cc.	1
proua del numero	6
	0

(qual poneremo sotto a gli altri) & poi quello pigliaremo il cubo del detto 45. che fia 73559. & lo multiplicaremo per 34 (per regola falsa) fia 2501406 per il primo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri) & poi quello pigliaremo il cubo del detto 45. che fia 1249. & lo multiplicaremo per 75 (per regola falsa) fia 93675 per il secondo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 2. & poi lasciato questo pigliaremo semplicemente il detto 45. & lo multiplicaremo per 9 (per regola falsa) fia 405 per l'ottavo, & vltimo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 2. & li sommaremo insieme, & faranno in somma 2553292575680 per il nostro secondo denominatore di mezo del detto di quella linea, il che secondo la detta nostra propositione 22. del detto numero 2003963999616 fia 45 $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[3]{\quad}$, & se di tal nostra conclusione ne fia fatta la prova manuale si trouara, che il detto cubo di cubo non arriua di poco al numero del nostro proposto numero, ma nella radice fia quasi nulla.

La causa della sopra detta nostra regola da cauar la radice cuba di cuba, & finalmente quella di formar il nome di quello, che sopra numera nelli numeri non cubi di cubi per dar la radice propinqua al vero. Si può assignare da questa seconda nostra propositione non potersi da Euclide per alcuni, ne da noi trouata.

Propositione del presente ottauo ritrouata.

SE vna quantità fia diuisa in due parti, come si voglia, il cubo del cubo di tutta la detta quantità, sempre fia eguale a quelli dieci principali prodotti, cioè al prodotto del cubo cubo della prima parte, & al prodotto del numero del cubo cubo della detta prima parte fia la seconda parte, & al prodotto del 56 uolte del secondo resto della detta prima parte, & il cubo della detta seconda parte, & al prodotto del 84 uolte del cubo cubo della detta prima, fia il cubo della seconda, & al prodotto del 126 uolte del resto della detta prima, & il cubo della detta seconda parte, & al prodotto del 126 uolte del resto della seconda parte, fia il cubo della prima, & al prodotto del 84 uolte del cubo cubo della detta seconda, fia il cubo della prima, & al prodotto del 56 uolte del secondo resto della detta seconda fia il cubo della prima, & al prodotto del numero del cubo cubo della detta seconda, fia la prima semplice, & finalmente al prodotto del cubo cubo della detta seconda parte. Il che per esempio la tutta quantità 2. (ponendo 10 per numero) diuisa in due parti in ponendo che la prima parte (cioè la a.) fia 6. & la seconda (cioè la b.) fia 4. dico che il cubo del cubo di tutta la 2. (qual vorria a dire 10000) fia eguale a quelli dieci principali prodotti, cioè al cubo cubo della detta prima parte (cioè di quel 6) che fia 46656. & lo multiplicaremo per 6. fia 279936. & poi pigliaremo il detto prodotto, cioè il cubo cubo della detta prima parte (cioè di quel 6) che fia 46656. & lo multiplicaremo per 4. fia 186624. & poi pigliaremo il numero del cubo cubo della detta prima parte (cioè per quel 6) fia 6. & lo multiplicaremo per il secondo resto della detta prima parte (che fia 1296. & lo multiplicaremo per 56. fia 72576. & poi pigliaremo il secondo resto della detta prima parte (che fia 1296. & lo multiplicaremo per 126. fia 163296. & poi pigliaremo il cubo della detta prima (cioè di quel 6) che fia 216. & lo multiplicaremo per 84. che fia 18144. & poi pigliaremo il resto della detta prima parte (che fia 1296. & lo multiplicaremo per 126. fia 163296. & poi pigliaremo il cubo della seconda parte (che fia 256. & lo multiplicaremo per 126. fia 32256. & poi pigliaremo il resto della detta seconda parte (che fia 16. & lo multiplicaremo per 84. fia 1344. & poi pigliaremo il cubo cubo della detta seconda parte (che fia 256. & lo multiplicaremo per 9. fia 2304. & poi pigliaremo il numero del cubo cubo della detta seconda parte (che fia 256. & lo multiplicaremo per 1. fia 256. & poi pigliaremo il cubo cubo della detta seconda parte (che fia 256. & lo multiplicaremo per 1. fia 256. & poi pigliaremo il cubo cubo della detta seconda parte (che fia 256. & lo multiplicaremo per 1. fia 256.

primo prodotto	279936
secondo prodotto	186624
terzo prodotto	72576
quarto prodotto	163296
quinto prodotto	32256
sesto prodotto	18144
settimo prodotto	1344
ottauo prodotto	2304
nono prodotto	256
decimo prodotto	256
summa	10000

Et la proposta radice cuba cuba.

fa fia 3 fia 2 : : 2 : 6662 per l'ottauo produtto, qual notaremo sotto a gli altri 7, poi pigliaremo il cen. cen. della derra seconda parte, qual cen. cen. fia 65536 & lo multiplicaremo per 9. fia 589824. Et questo multiplicaremo poi per la prima parte semplice (cioe per 6) fia 3538944 per lo nono produtto, qual notaremo sotto a gli altri 8. Poi finalmente pigliaremo il cubo del cubo della derra seconda parte, cioe di quello 2, qual cu. cu. fia 262144. Et questo fia il decimo, & vltimo produtto, qual poderemo sotto a gli altri 9 produtti, & fatto questo li summaremo tutti insieme, laqual cosa facendo trouaremo, che faranno in summa precisamente 1000000000. Et cosi fia anchora il cubo del cubo di tutta la detta quantita, che ci proponemo.

Regola generale del presente auttor ritrouata da cauar la radice cu. cu. delli numeri rotti, & delli fatti, & rotti, & non solamente le razionali, & diuersi di detti numeri cu. cu. ma anchora le propinque di quelli, che non sono cu. cu. Cap. XVI.

Come si cauano le radici cu. cu. di rotti cu. cu.

Per intender la regola da cauar le radici cu. cu. di rotti bisogna per sapere (come nelle passate è stato detto) come che di detti rotti alcuni sono cu. cu. & alcuni non, & molto più sapendo che sono quelli, che non sono cu. cu. di quelli che sono cu. cu. di rotti, che sono cu. cu. sono quelli, che dapoi che sono ridotti alla vltima distillatione, hanno il suo numeratore, come il denominatore numero cubo cubo, come sono questi $\frac{1}{2}, \frac{64}{729}, \frac{4096}{15625}$, & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice cu. cu. di questi rotti, & altri simili, cauaremo la detta radice del numeratore, & la metteremo sopra di vn'altra linea, poi per numeratore, & dapoi cauaremo anchora la detta radice del denominator, & la poneremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & cosi il rotto fia la radice cu. cu. del primo. Essempio gratia se noi volessimo cauar la detta radice cu. cu. di $\frac{1}{4096}$ troueremo quella esser $\frac{1}{8}$, & cosi cauando la radice cu. cu. di $\frac{256}{390625}$ troueremo esser $\frac{4}{25}$, & quella di $\frac{1296}{1679616}$ esser $\frac{6}{36}$ & quella di $\frac{5764801}{1}$ esser $\frac{49}{1}$, & cosi si douera procedere nelle altre simili, & le dette operationi se vorremo far la proua naturale recauaremo poi radici al suo cubo di cubo, & le ritroueremo il rotto primo rotto che fusse la nostra operatione esser buona, ma potremo altramente far fatta.

Ex. la 5ª cu. cu. di $\frac{1}{2}$ è $\frac{1}{2}$
la 5ª cu. cu. di $\frac{1}{3}$
la 5ª cu. cu. di $\frac{1}{4}$
la 5ª cu. cu. di $\frac{1}{5}$
Essempio

Come si cauano le propinque radici cu. cu. di rotti non cu. cu.

Hora quando, che il numeratore del rotto, & il suo denominator non hanno ambidui cu. cu. il tal rotto non fara cubo di cubo, & quando che vn rotto non fara cu. cu. & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice cu. cu. il tutto si puo effequir per tre diuerse regole, ma la più ingeniosa, & la manco enuiluppata è questa, noi cauaremo sempre il suo denominatore il suo cen. cen. & quello cen. cen. multiplicaremo per il suo numeratore, & di quel produtto ne cauaremo la sua propinqua radice cu. cu. (secondo l'ordine della nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partiremo per il medesimo denominatore del detto rotto, & lo medesimo di ci partiremo fara la propinqua radice di quel rotto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cu. cu. de $\frac{5}{6}$ prima troueremo il cubo di cubo di cubo di quel 4. cioe fatto la virgola per denominatore (che fara 6561) & lo multiplicaremo per quel 5, qual è sopra la virgola per numeratore fara 32805. & di quello ne cauaremo la sua propinqua radice cu. cu. (per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo) & troueremo quella esser $\frac{3}{4}$, & quella partiremo per il detto denominatore del nostro primo rotto (cio è per quel 4. che è sotto la virgola) il che facendo ne venira $\frac{3}{4} : \frac{1}{6} = \frac{18}{4}$, & tanto diremo esser la propinqua radice cu. cu. di $\frac{5}{6}$ della qual propinqua radice cu. cu. ne faremo la sua proua naturale (cio è trouando il suo cubo di cubo) troueremo il suo cu. cu. esser di vna pie cola cosa del nostro proposito $\frac{5}{6}$.

La causa di questa sopra detta regola, quando che con il mio studio fatti seguire alla decima del sesto capo delle proportioni, se non fatti più, che sono stati causa a intender la detta regola, medesimamente gli altri detti nelle passate sopra di essa.

Come si cauano le radici cube cube di numeri fatti, & rotti cubi di cubi.

Auendo ben intesa la regola di cauar le radici cu. cu. di rotti cubi di cubi, & le propinque di quelli, che non sono cubi di cubi, facil cosa fara (come in tutte le passate fatto è stato) a intender la regola di far il medesimo delli numeri fatti, & rotti, per esser quella medesima, fuor che vi occorre maggiori numeri nelle numeratori, per causa della

radicione di fini al suo rotto, e per tanto dico (come fu detto di rotti semplici) che de rotti fini, & rotti alcuni esser cubi cubi, & alcuni non, li cubi cubi sono quelli, che dopoi la reductione del suo al suo rotto (ch'è fatto) haveranno il suo numerator (di nuovo formato) numero cu. cu. & finalmente il suo denominatore, come esempi gratia fatta $3\frac{1}{2}4\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, qual reducendo quel $3\frac{1}{2}$ in $\frac{7}{2}$ è detto, & giontovi quel $3\frac{1}{2}$ detto fatta in somma $\frac{1}{2}\frac{7}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & perche l'uno, & l'altro de detti dui numeri (cioè il numerator, & il denominatore) è numero cubo cubo, cioè numero fino, e rotto diremo esser cubo cubo, & volendone cavar la sua radice cubo cubo cavaremo la detta radice di quel 1953125 (ch'è sopra la virgola) & trovaremo quella esser 5. poi cavaremo finalmente la detta radice di quel 512 (che è sotto la detta virgola) & trovaremo quella esser 2. poi partiremo quel 5 per quello 2. & ne verrà $2\frac{1}{2}$, & così concluderemo la detta radice cu. cu. di quel $3\frac{1}{2}4\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ esser $2\frac{1}{2}$, che se ne farà prova reducendo quel $2\frac{1}{2}$ al suo cubo cubo secondo il suo cubo cubo esser predetto quel $3\frac{1}{2}4\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, & così con tal regola si debbe procedere nelle altre simili.

Come si cavano le propinque radice cu. cu. delli numeri fatti, & rotti non cu. cu.

4 NOta quando che li detti numeri fini, & rotti non faranno cubi cubi, & che di quelli ne vorremo trovar la sua propinqua radice cu. cu. noi ne siamo per dimostrare per tre diversi modi regolevoli, ma il più speditivo, & a mio credere ancor leggiadro sarà simile a quel modo dato sopra di rotti non cu. cu. cioè ridurre il rotto, & dopoi trovar il suo 2. al spetie di rotto (come fu detto nella precedente) & dopoi trovar il denominatore al suo cen. cen. & tal cen. cen. con moltiplicarlo fia quel grande numeratore (già formato con la riduttione del fino) & di tal prodotto cavarne la propinqua radice cu. cu. (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & tal radice propinqua partirla per quel medesimo denominatore, & le sue ritrovate fia la propinqua radice cu. cu. di quel tal numero fino, & rotto. Esempio gratia volendo cavar la propinqua radice cu. cu. di $4\frac{1}{2}$ faremo tutto in meni, che faremo $\frac{9}{2}$, poi reduremo quel 2 (denominatore) al suo cen. cen. con il qual fia 256. & questo moltiplicaremo fia quel 9 (che è sopra la virgola per numeratore) fia 2304. & di questo ne cavaremo la sua propinqua cu. cu. Onde procedendo per la detta nostra regola data nella terza del precedente capo troveremo quella esser $4\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{3}{2}\frac{4}{2}$, & questa partiremo per quel medesimo 2. che è sotto alla virgola per denominatore, il che facendo ne verrà $2\frac{9}{2}\frac{3}{2}\frac{4}{2}$, & così diremo, che fia la propinqua radice cu. cu. del detto $4\frac{1}{2}$, che se ne farà la prova ritornando in meni, che il suo cu. cu. di tal propinqua radice non erra in colà di meno del detto $4\frac{1}{2}$, il qual errore nella detta radice fia quasi nulla, & così con tal ordine procederai nelle simili.

Esempio

Regola generale del presente autor ritrovata da cavar la sua specie di radice detta cossa relata. Cap. XVII.

1 VOler cavar la sua specie di radice chiamata radice cossa relata, egli necessario è come nelle altre specie detto sono) haver una tavoletta, dove siano sopra scritti li numeri cossi relati prodotti, over cossi di ordine numero digito, con il suo digito, che lo cuba a dirimpetto, il come nella tavoletta qui di sotto scritta si vede, come ancor in margine appare, & quella tal tavoletta ricercarà sempre mai quando, che si vorà cavar la detta radice cossa relata di qualche proposto numero, per poter indagare, & trovar tutte quelle particolarità a tal regola necessarie, come che nel nostro processo si narrano. Nota che per radice cossa relata si debbe intendere per radice cossa prima relata, & così per numero cossa relato si debbe intendere per numero cossa di primo relato.

Radici cosse relate	Numeri cossi relati
2	
3	1024
4	59049
5	1048576
6	9765625
7	60466176
8	282475249
9	1073741824
	3486784401

Come si cavano le radici cosse relate di numeri numeri.

2 VOler cavar la radice cossa di ogni numero numero, & per numeri numeri (come nelle altre è stato detto) si debbe intendere tutti quelli, che la sua radice cossa relata non può esser più di una figura sola, & però è maggior di tutti numeri numeri in questa specie di radice non posseno esser più, che di 10 figure, perche il cossa relato de maggior numero digito (qual è il 9) è di 10 figure composto (come nella tavoletta posta in margine si vede) & però per conoscere in questa specie di radice, se un proposto numero è di numeri, over di maggiori, li ordino di far un punto sopra la prima figura verso man destra, & se per caso non passa dieci figure si lascia così, perche al punto ne denota tal numero esser di numeri, ove si pone un dieci

dicce la radice cosi rotta di quel tal numero detto di vna sola figura (non parlando del zero, che si ponia sempre del numero) ma se tal numero fusse di più di dette dieci figure, al numero bisogna di maggiori, & bisognara poi farne altri ponti (come al suo luogo si dirà) Dico adunque che tal numero numererai ordinatamente, cioè che sia numero cosi rotto, ouer cosa. Se sarà numero cosi rotto, al sua radice cosi rotta se sarà cosa, per vigor di quella nuoua regola posta, laquale come è detto bisogna sempre hauer auanti in fronte, perche se vorremo cauar la detta radice cosi rotta poniamo di 1 noi sapremo per vigor di tal nuoua regola, che la sua prima & cosi di 1024 sapremo tal radice esser 2. & cosi di 59049 sapremo quella esser 3. & similmente di 1048576 sapremo quella esser 4. & di 9765625 quella esser 5. & di 60466176 esser 6. & di 282475249 esser 7. & di 1073741824 esser 8. & finalmente quella di 3486784401. sapremo quella esser 9.

Regola generale (dal presente autore ritrouata) da cauare la

radice cosi rotta di numeri non cosi rotti.

9 QVando che il detto numero proposto non sarà cosi rotto, & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice cosi rotta prima cauaremo la detta radice cosi rotta del maggior numero cosi rotto contenuto da tal proposto numero (la qual cosa facilmente comprenderai per vigor della sopradetta regola, & quello che auanzerà sopra la sua operarai proceder secondo il solito) sopra di vna linea per numeratore, & sotto quello per formar il denominatore di mezze sotto di quella bisogna notare, come che quello si formi con 9 principali prodotti, ouer moltiplicationi, il primo prodotto si forma con il detto cubo della prima radice già cauata, il secondo si forma con il 45 volte detto cubo della prima radice già cauata, il terzo si forma con il 120 volte detto secondo cubo della detta prima radice già cauata, il quarto si forma con il 210 volte detto cubo della detta prima radice già cauata, il quinto si forma con il 252 volte detto cubo della detta prima radice già cauata, il sesto si forma con il 210 volte detto cubo della detta prima radice già cauata, il settimo si forma con il 120 volte detto cubo della detta prima radice già cauata, il ottauo si forma con il 45 volte detto cubo della detta prima radice già cauata, il nono, & vltimo prodotto si forma con il detto cubo della detta prima radice già cauata, & tutti 9 principali prodotti si douran ponere sotto alla sopradetta linea per denominatore, & la detta prima radice già cauata andrà con quel resto della propinqua radice cosi rotta, che del proposto numero non cosi rotto restò. Hora per essempio volendo cauare la propinqua radice cosi rotta, poniamo di 81400064. prima cauo la detta radice cosi rotta del maggior numero cosi rotto contenuto dal detto 81400064. & cosi piglio la detta radice cosi rotta, che è 6. della quale 6. il cubo cioè 466176. resta fora del detto 81400064. la radice 432. cosi rotta, laquale cosa intesa piglio il cubo di quella 432. & lo pongo sotto alla detta linea per denominatore, & la detta prima radice già cauata, cioè 6. con quel resto 60466176. della propinqua radice cosi rotta, che del proposto numero non cosi rotto restò. Dipoi per formar il primo prodotto, piglio il cubo di quel 6. (prima radice già cauata) che fa 216. & moltiplicato per 45. fa 9720. per il detto primo prodotto, poi piglio il cubo del detto 6. che fa 6796416. & moltiplicato per 45. fa 305832720. per il secondo prodotto, poi piglio il cubo del detto 6. che fa 6796416. & moltiplicato per 210. fa 1427287360. per il terzo prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 6796416. & moltiplicato per 252. fa 1712304832. per il quarto prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 6796416. & moltiplicato per 210. fa 1427287360. per il quinto prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 6796416. & moltiplicato per 120. fa 815569920. per il sesto prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 6796416. & moltiplicato per 45. fa 305832720. per il settimo prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 216. & moltiplicato per 10. fa 2160. per il ottauo prodotto. Dipoi piglio il quadrato, ouer cosa del detto 6. che fa 36. & moltiplicato per 45. fa 1620. per il nono, & vltimo prodotto, & tutti questi 9 prodotti ponendoli uno sotto l'altro ordinatamente, & finalmente insieme, si che facendo troueremo che in tutto faranno 2142307296. per il denominatore di mezze sotto alla sopradetta linea, laquale cosa facendo, & accompagnato poi al resto con il detto 6 fa $6\frac{1}{2}$ & cosi fatta propinqua radice cosi rotta del sopradetto 81400064. che la radice cosi rotta, cioè secondo tal propinqua radice cosi rotta al suo cosi rotto resto resta la proua, laquale cosa facendo, & moltiplicando il detto resto 60466176. per il detto 6. che fa 362797056. & moltiplicato per 45. fa 16325867520. per il primo prodotto, poi piglio il cubo del detto 6. che fa 216. & moltiplicato per 210. fa 45360. per il secondo prodotto, poi piglio il cubo del detto 6. che fa 216. & moltiplicato per 252. fa 54432. per il terzo prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 216. & moltiplicato per 210. fa 45360. per il quarto prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 216. & moltiplicato per 120. fa 25920. per il quinto prodotto. Dipoi piglio il cubo del detto 6. che fa 216. & moltiplicato per 45. fa 9720. per il sesto prodotto. Dipoi piglio il quadrato, ouer cosa del detto 6. che fa 36. & moltiplicato per 10. fa 360. per il settimo prodotto. Dipoi piglio semplicemente il detto 6. & moltiplicato per 1. fa 6. per il ottauo prodotto, & vltimo detto, & tutti questi 9 prodotti ponendoli uno sotto l'altro ordinatamente, & finalmente insieme, si che facendo troueremo che in tutto faranno 16325867520

Da notare.

4 Nchora per quelle propinque radici conseruare, bisogna notare qualmente gli ee corpi del medesimo modo, over condizione, che li è trouato ouero ordinato nelli replicati preceti di radici, cioè che di tutti quelli numeri, che saranno, o.a.r. fatti eguali di una sola vnità ouero numero cossi relato, la propinqua radice cossi relata di quello (tutta secondo questa nostra regola) sempre vnità sola romana, & il cossi relato di tal propinqua si caualchera ordinatamente di una sola vnità di più del medesimo proposto numero, per quell vnità di errore, che li nel detto suo cossi relato, nella detta propinqua radice poi fatta quasi nulla, come in tutti gli altri è stato detto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice di .r.2.q.r.3.4.5. quel numero di vna sola vnità di più del suo cossi relato di .r.2.q.r.3.4.5. (come nella tauola qui posta si può vedere) hora dico che cauando la sua propinqua radice cossi relata secondo quel medesimo modo, over ordine, che è stato fatto nelli precedenti li trouara tal propinqua radice cossi relata esser $\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{3}{0}\frac{4}{0}\frac{5}{0}$, che vnità .2. esser precisamente, senza alcuna rasa (come habbiamo detto) del qual 2 secondo la proua essendo li trouara, che il suo cossi relato fara .3.q.r.45. cioè vna vnità di più del nostro .3.q.r.44. come che habbiamo detto, il qual errore nella detta propinqua radice (cioè in quel 2) fara quasi nulla.

primo prodotto	.1.0.0.7.6.9.6.
secondo prodotto	.5.5.3.2.2.0.
terzo prodotto	.2.5.9.1.2.0.
quarto prodotto	.5.9.7.6.9.
quinto prodotto	.1.9.5.5.5.
sesto prodotto	.3.9.2.4.0.
settimo prodotto	.5.7.6.0.
ottauo prodotto	.6.4.0.
nono prodotto	.6.0.
denominatore	.2.2.0.0.0.0.

Anchora bisogna sapere, che se per lo detto numero fatto moltiplicar del detto denominatore nono secondo questa nostra regola fara segno di hauer errato nella operatione, perche non può montar più del detto denominatore, ma solamente eguale, over menor di quello, come nelli altri è stato detto.

Si potria anchora dar regola di saper trouar tutte quelli più propinque di quella prima, & ancho, ma per esser quella prima ultimate propinqua ma per cosi fatta superflua, & che altramente douerà esser regola di trouarla più propinqua.

Come si ponano le figure di numeri maggiori per cauare la sua radice cossi relata, & per conoscer di quante figure, over dogni sua radice.

5 A quando che è numero, del qual si ha da cauar la radice cossi relata, ha più che sei figure nel numero, sara diuiso in, perche la sua radice cossi relata contiene più di vna figura, & anco più sara maggiore quanto che è maggior numero di figure. E trouata esser la radice cossi relata di quello, bisogna nelli numeri cossi posti le figure di quello (come nella passata spetie è stato detto) vero è che in questa sono spetie di radici è vtile cominciando di dieci in dieci figure, cioè in quella vi è annessa fin ponto, & poni 9 figure, cioè vna figura di più di quello si fece nella passata, & però in questa si fa il primo ponto sopra la prima figura verso man destra, & se ne lascia 9 di quelle, che seguono, & si appone l'altro che segue, che sara la vndecima, & così con tal ordine andar procedendo di mano in mano, se tal figure fussero assai, cioè intendendo sempre 9, & ponar l'altro che segue, come dicin questo essempio di .r. 5 figure cioè $5.3.6.7.8.0.9.7.6.5.4.3.2.1.0$, bisogna 9 figure seminare solamente sotto ponti secondo l'ordine detto, & però la sua radice cossi relata parimente dirà figure delle quali se figure la prima si ha da mettere sotto il terzo ponto (computando quelle altre figure, che sono dal detto terzo ponto verso man sinistra) & così la seconda figura di tal radice si ha da mettere sotto al 8. ponto (computando tutte quelle altre figure, che stanno dal detto secondo ponto verso la detta man sinistra, & così la terza, & vltima figura si ha da mettere sotto al primo ponto, verso man destra, computandoui per tutte quelle figure, che stanno dal detto primo ponto verso man sinistra, & modo di trouar tal figure nelle seguenti dirà.

Come si cauano le radice cossi relate de quelli numeri che ricercano solamente dui soli ponti.

6 Or volendo cauar la radice cossi relata ponendo di quello numero .r.66.q.850.q.3.co.r. prima poneremo quelle .14. figure secondo l'ordine detto di sopra, & noteremo che ricercano solamente dui soli ponti, delli quali l'uno va sopra la prima figura verso man destra, & l'altro va sopra la vndecima, che segue (come che in margine si può vedere

vedere, ſi quali duoi ponti ne dimoſtrano (come di ſopra è detto) la radice cercata di tal numero eſſer di due figure, reſta di queſte figure (cioè la prima che ſi ha da cauar) biſogna trouarla ſotto a quel ſecondo punto, ſalendo poi ſin che ſi troua ſotto al primo punto, & quella ſarà la ſeconda trouata, per trouar adunque la detta prima figura ſotto a quel ſecondo punto, compongo ſi quelle altre tre figure, che ſeguano verſo man ſiniſtra, che in tutto ſariano 1663. accioche la detta radice cerchi reſta del detto 1663. ouero quella del maggior numero cauo reſto, che ſia contenuto da quello. Onde per vigor della noſtra regola trouarò ui radice eſſer 1. qual 1. ho notato ſecondo il ſolito ſotto la linea b. & per ſuperare il ſuo quadrato, piglierò il cauo reſto del detto 1. che ſarà 1663. & lo poſerò ſotto a quel 1663. & lo leuarò da quello, & reſtarà 643. come ſopra alla prima operatione appare) ſignificando poi la figura, che ſeguita dirà poi 643. fatto queſto, per trouar ſi la ſeconda figura, ouer digito piglierò il cauo della detta figura trouata (cioè di quel 1.) che ſarà 1. & lo moltiplicherò per 3. cioè per regola ſempre ſarà 3. et queſto lo noterò ordinatamente ſotto a quel 643. che ne reſtò ſopra la prima operatione, come nella ſeconda operatione appare, & troueremo, che la prima figura reſtò man ſiniſtra di quel 643. (cioè quel 6) hauer realmente ſopra di ſe 6. Hor biſogna ben con diligentia, & ſperienza vedere quante volte può intrare il detto 3 nel ſopradetto 6. con queſte condittioni, che non ſolamente nel ſopra reſtante vi poſſa intrare le altre figure che gli ſeguono detro (come nelli partiti per galia, ouer barella ſi coſtuma) ma che anchora vi reſti tanto, che 'l reſto giontoli la figura, che ſeguita ſene poſſa poi cauare il prodotto del 43. uolo del cauo cauo del detto 1. ſia il cauo di quella figura trouata, & che anchora del reſtante (accompagnato con la figura che ſeguita) ſe ne poſſa cauare il prodotto del 1331. uolo del ſecondo reſto di quel medeſimo 1. ſia il cubo di quella ſeconda figura trouata, & che anchora del reſtante (accompagnato con l'altra figura, che ſeguita) ſe ne poſſa cauare il prodotto del 3331. uolo del cauo cauo del detto 1. ſia il cauo cauo della detta ſeconda figura trouata, & che anchora del reſtante (accompagnato con la figura, che ſeguita) ſe ne poſſa cauare la moltiplicatione, ouer prodotto del 5331. del reſto del detto 1. ſia il reſto di quella ſeconda figura trouata, & che anchora del reſtante (accompagnato con la figura, che ſeguita) ſe ne poſſa cauare la moltiplicatione, ouer prodotto del 1331. uolo del ſecondo reſto della detta ſeconda figura trouata ſia il cubo della prima, & che anchora del reſtante (accompagnato con la figura, che ſeguita) ſe ne poſſa cauare la moltiplicatione, ouer prodotto del 43. uolo del cauo cauo della detta ſeconda figura trouata ſia il cauo della prima, & che anchora del reſtante (accompagnato con la figura, che ſeguita) ſe ne poſſa cauare la moltiplicatione, ouer prodotto del duplo del 21. della detta ſeconda figura, ſia la prima ſemplice, & che anchora del reſtante (accompagnato con quella vltima figura appoſta, che ſeguita) ſe ne poſſa cauare finalmente il reſto della detta ſeconda figura trouata. Son certo che ſecondo tante condittioni di dette ſuertte, che ſi debbono quaſi farſi ſgomentare, & diffidare di ſaper trouar mai ſpecie di radici, ma quaſi il tutto ſia (come ſopra le altre paſſate ſpecie è detto) in dire, ouer ſtr ſperimentationi quando che gli ſarano numero aſſai, ma anco ſi ne troua in una ſola ſperienza, ouer due, & ueſſuno in quelle, che nel principio ui haueranno poco numero, come accade in queſta noſtra, nella qual ſi vede, che quel 1. di ſopra non può intrare, ſalvo che una volta in quel 6. che gli ſta realmente ſopra, & però in una ſola ſperienza ſi ne poſſono dire, cioè uolendo di fuora via ſi poſſendo intrare quella volta ſola, ſi poſſono eſeguir nelli reſtanti di meno in meno le ſopradette quattro, ouer condittioni, & perche troueremo che in fine vi mancarà una ſola volta a eſeguire tutte le dette condittioni, & però ſaremo chiari, che non potrà intrare quella volta ſola, onde lo faremo intrare 0. & coſi noteremo il detto 0. appreſſo a quel 1. ſotto la linea b. & darà poi 0. come nella detta ſeconda operatione appare, & perche tutte quelle moltiplicationi, ouer produtti di ſopra narrati per cauſa della detta ſeconda figura, la quale è nulla) ſi uengono a ridurſi in nulla, per la qual coſa ſegue, ſenza procedere in altre operationi, che la detta radice cercata reſta del detto 1663953003 eſſer il detto 30. & reſtar ui tanto quel numero, che è ſopra alla ſeconda operatione ſi ritroua computando tutte le altre figure, che ſeguano per fino al primo ponto, le quali figure in tutto ſariano 643953003. per il qual tutto fiamo chiari il detto propoſto numero 1663953003. non eſſer cauo reſto, che ad 30 eſſer perfetta radice cauata di quello, anzi tal ſua radice cauata è irrationale, ma ſe uorremo far proua ſe nella detta general operatione habbiamo fatto alcuno errore, lo poremo fine, & ſecondo la, o con numero 0. ouer con la proua del 7. ouer del 9. la troueremo buona, dico

prima operatione		
primo prodotto cauo reſto della prima		1
		643
1663953003	a	1
1024	b	
cauo cauo della prima		1
		0
ſecondo prodotto		643
ſeconda operatione		
643	a	1
1663953003		30
1024	b	
643		

bocca in quanto alla general operatione, ma non in quanto alla perfetta radice cubica relata per 6 fia (com'è detto) irrationale, & non di modo, che volendola assegnar propinqua alla vera (per la regola nostra) potremo quel 643938973200. che ne è restato sopra di una linea per numero, consequentemente dicemo il detto 20. & per trouar il denominatore di numero sotto di tal linea, lo formaremo con quelli 9 principali prodotti nella terza del precedente capo, che pigliaremo il decuplo del cubo del cubo della nostra radice cubica (cioè di quel 20) il qual fia cubo di cubo fia 5120000000000. qual moltiplicandolo poi per 20 (per regola fatta) fia 5120000000000. & questo fia il primo prodotto (come in margine si provederemo) poi pigliaremo il con.con. del detto 20. che fia 3560000000. & lo moltiplicaremo per 45 (per regola fatta) fia 1152000000000. per il secondo prodotto, poi pigliaremo il secondo relato del detto 20 (che fia 400000000.) & lo moltiplicaremo per 120 (per regola fatta) fia 48000000000 per il terzo prodotto, dapoi pigliaremo il cubo cubo del detto 20 (che fia 64000000) & lo moltiplicaremo per 210 (per regola fatta) fia 13440000000 per il quarto prodotto, dapoi pigliaremo il primo del detto 20 (che fia 200000) & lo moltiplicaremo per 252 (per regola fatta) fia 2016000000 per il quinto prodotto, dapoi pigliaremo il cubo del detto 20. che fia 160000. & lo moltiplicaremo per 210 (per regola fatta) fia 33600000 per il sesto prodotto, dapoi pigliaremo il cubo del detto 20. che fia 8000. & lo moltiplicaremo per 120 (per regola fatta) fia 960000 per il settimo prodotto, dapoi pigliaremo il cubo del detto 20. che fia 400. & lo moltiplicaremo per 45 (per regola fatta) fia 18000 per l'ottauo prodotto, dapoi finalmente pigliaremo semplicemente il detto 20. & lo moltiplicaremo per 10 (per regola fatta) fia 200 per il nono, & vltimo prodotto, & così hauuti i 9 principali prodotti gli ordineremo ordinatamente l'uno sotto l'altro, & li sommaremo insieme, il che facendo troueremo, che fiano in summa 643938973200 per il nostro numero denominatore, qual mandando sotto alla detta linea, troueremo che la nostra proposta radice cubica relata del detto numero 266738838977200. cioè $20\frac{1\,2\,2\,2\,2\,2\,2\,2\,2\,2}{6\,4\,3\,9\,3\,8\,9\,7\,3\,2\,0\,0}$, che fia prossimamente 20. senza alcun rotto, laqual cosa medesimamente il detto 266738838977200. harebbe di una delle vsate a dire numero con il primo relato, però sempre sarà la proua manifesta, ponendo la detta radice propinqua (cioè il detto 20.) al suo certo primo relato, troueremo quello star vna sola volta di piu del detto nostro proposto numero, sia dal canto della detta radice propinqua il detto 20. & quello manda, come piu volte è stato detto.

La causa della sopra detta nostra regola da cauar la radice cubica prima relata, & finalmente quella da formar il resto di quello, che sopr'auanza nelli numeri cubi prima relati, per dar la radice propinqua al vero, si può assegnar da questa seconda nostra proposizione, non posta da Euclide, ne da altri, ma da noi ritrouata.

Propositione del presente autor ritrouata.

SE vna quantità sarà diuisa in due parti, come si voglia, il cubo del primo relato della detta quantità, sempre sarà eguale a quelli nodi principali prodotti, cioè al prodotto del cubo relato della prima parte, & al prodotto del decuplo del cubo della detta prima parte, sia la seconda parte. Et al prodotto del 45 uplo del con.con. della detta prima parte sia il cubo della seconda, & al 120 uplo del secondo relato della detta prima sia il relato della seconda, & al prodotto del 210 uplo del cubo cubo della detta prima sia il primo della seconda, & al prodotto del 252 uplo del relato della detta prima sia il relato della seconda, & al prodotto del 210 uplo del cubo cubo della seconda parte sia il cubo della prima, & al prodotto del 120 uplo del secondo relato della detta seconda sia il cubo della prima, & al prodotto del 45 uplo del con.con. della detta seconda sia il cubo della prima, & al prodotto del decuplo del con.con. della detta seconda sia la prima semplice, & finalmente al prodotto del cubo relato della detta seconda. Essempi gratia sia posta la quantità 2 b. (ponendo 2 per numero) dico in

2 10 c b
7 5
con rel. di tutta la 2 b.
2 000000000000

dua parte in punto c. Et poniamo che la prima parte (cioè la 2 c) sia 7. & la seconda (cioè la 2 c b) sia 5. Dico che il censo del primo relato, o vero del primo relato del censo di tutta la quantità 2 b. (qual veniria a essere 2000000000000) sarà equale a quelli undici principali prodotti, cioè al censo relato della detta prima parte (cioè di quel 7) quali troveremo esser 25147549. & questo poneremo da banda per il principal produtto. Dapoi pigliaremo il cu. cu. della detta prima parte (cioè di quel 7) che sarà 403543607. & lo multiplicaremo per 10 sarà 4035436070. & questo multiplicaremo poi per la seconda parte (cioè per quel 5) sarà 21106603=10 per il secondo produtto, qual troveremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il cen. cen. cen. della detta prima parte, che sarà 576480=. & lo multiplicaremo per 45. sarà 25947604=. & questo multiplicaremo poi per il censo della seconda (qual censo sarà 5) sarà 1297444405. per il terzo produtto, qual poneremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il secondo relato della detta prima, che sarà 823543. & lo multiplicaremo per 120. sarà 98825160. & questo multiplicaremo poi per il cubo della seconda (qual cubo sarà 125) sarà 12353769375=0. per il quarto produtto, qual poneremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il censo cubo della detta prima, che sarà 117649. & lo multiplicaremo per 21. sarà 2470629. & questo multiplicaremo poi per il cen. cen. della seconda, qual cen. cen. sarà 625. sarà 1544143125=0. per il quinto produtto, qual poneremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il relato della detta prima, che sarà 2807. & lo multiplicaremo per 252. sarà 707364. & questo multiplicaremo poi per il relato della seconda (qual relato sarà 25) sarà 17684100=0. per il sesto produtto, qual poneremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il censo cubo della detta seconda, che sarà 125. & lo multiplicaremo per 210. sarà 26250. & questo multiplicaremo poi per il cen. cen. della prima, qual cen. cen. sarà 2401. sarà 63063250. per il settimo produtto, qual poneremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il secondo relato della detta seconda, qual sarà 25. & lo multiplicaremo per 210. sarà 5250. & questo multiplicaremo poi per il cubo della prima, qual cubo sarà 343. sarà 1800750=0 per l'ottavo produtto, qual poneremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il cen. cen. della detta seconda, che sarà 625. & lo multiplicaremo per 45. sarà 28125. & questo multiplicaremo poi per il censo della prima (qual censo sarà 49) & sarà 1378125=0 per il nono produtto, qual troveremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il cu. cu. della detta seconda, che sarà 15625. & lo multiplicaremo per 10. sarà 156250. & questo multiplicaremo poi per la prima parte semplice (cioè per quel 7) sarà 1093750=0 per il decimo produtto, qual troveremo fra gli altri. Dapoi pigliaremo il censo relato della detta seconda parte, qual sarà 5764801. & questo sarà l'undecimo, & ultimo produtto, qual posto fra gli altri 10. & insieme sommati poi tutti insieme troveremo, che faranno in somma precisamente 2000000000000. come fece anchora il censo del primo relato di tutta la detta quantità 2 b. di che si proposito.

primo produtto	25147549
secondo produtto	1106603=10
terzo produtto	1297444405
quarto produtto	668=6950
quinto produtto	200=09490
sesto produtto ——	10=9595452
settimo produtto	567569090
ottavo produtto ——	900=6920
nono produtto ——	=446=005
decimo produtto ——	1577810
undecimo produtto ——	59049
summa	2000000000000

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar la radice consa relata delli numeri rotti, & dalli sordi, & rotti, & non solamente la ratione, & diuersità di detti numeri consi relati, ma anchora la proprietà di quelli, che non sono consi relati.

Cap. XVIII.

Come si cauano le radici consi relate di rotti consi relati.

Per intendere il modo, over regola di cauar le radici consi relate di rotti bisogna premettere (come nelle altre specie fatto habbiamo) come che di detti rotti alcuni sono consi relati, & alcuni non, & molto più specificato sono quelli, che non sono consi relati di quelli, che sono consi relati. Li rotti che sono consi relati sono quelli, che dapoi che sono ridotti alla vltima sua diuisione, hanno il numeratore, & anchora il denominatore numero consi relato, come sono questi $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$, & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice consi relata di quelli tali rotti, & altri simili procederemo secondo l'ordine delle predette specie, cioè cauaremo la radice consi relata del numeratore, & la po-

neremo sopra di vn'altra linea, per numeratore, & dapoi cauaremo radice de cossa de quella de denominatore, & la poneremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & al secondo resto farà la radice cossa relata del primo. Essempi gratia se con tal ordine cauaremo la detta radice cossa relata di $\frac{1}{2\frac{1}{2}}$ troueremo quella esser $\frac{1}{2}$, & cosi con tal ordine la radice cossa relata di $\frac{2\frac{1}{2}}{6\frac{1}{4}}$ troueremo esser $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{6\frac{1}{4}}{15\frac{5}{8}}$ esser $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{15\frac{5}{8}}{39\frac{1}{16}}$ esser $\frac{1}{2}$, & quella di $\frac{39\frac{1}{16}}{97\frac{21}{32}}$ esser $\frac{1}{2}$, & cosi si douera procedere in tutte le altre simili dimande, & se di quelle se vorrà far la proua procederai secondo che in tutte le altre fecondo la specie fia è stato detto, cioe ricorrendo al radice al suo cossa relato, & se si ritrouarano il suo primo resto fara no boccie, altramente tornando farano falle.

Essempio

la $\frac{1}{2}$ con. rel. di $\frac{2\frac{1}{2}}{6\frac{1}{4}}$ è $\frac{1}{2}$
la $\frac{1}{2}$ con. rel. di $\frac{6\frac{1}{4}}{15\frac{5}{8}}$ è $\frac{1}{2}$
la $\frac{1}{2}$ con. rel. di $\frac{15\frac{5}{8}}{39\frac{1}{16}}$ è $\frac{1}{2}$
la $\frac{1}{2}$ con. rel. di $\frac{39\frac{1}{16}}{97\frac{21}{32}}$ è $\frac{1}{2}$
la $\frac{1}{2}$ con. rel. di $\frac{97\frac{21}{32}}{244\frac{53}{128}}$ è $\frac{1}{2}$

Come si cauano le propinque radice cossa relate delli rotti non cossa relati.

MA quando che il numerator del resto, & il denominatore non faranno l'vno, & l'altro numero cossa relato, al resto non farà cossa relato, & quando che vn resto non farà cossa relato, & che di quello se vorrà cauare la sua propinqua radice cossa relata, al hora si può effequire per medesime vie con regole, ma la più spedente, & a manco errori è questa, cioe sempre il suo denominatore al suo cubo di cubo, & al cossa moltiplicarà sia il suo numeratore, & di tal prodotto se cauarà sempre la sua propinqua radice cossa relata (secondo la nostra regola data nella carta del precedente capo) & quella partirà per il medesimo denominatore di tal resto, & lo auenimento di tal partimento sarà la propinqua radice cossa relata del predetto resto. Essempi gratia volendo cauare la detta propinqua radice cossa relata di $\frac{1}{2}$ prima troua il cubo di quel 2 che è sotto alla virgola, quale cubo sarà 8, & moltiplicarlo per quel 2 che è sopra la virgola per numeratore sarà 16. & di quello se cauarà la propinqua radice cossa relata (per la detta nostra regola data nella carta del precedente capo) & troueraì quella esser $\frac{2 \times 1 + 1}{2 \times 2 + 1}$, & questa partirai per il detto denominatore del rotto primo cioe 8 (cioe per quel 2) il che facendo ne verrà $\frac{2 \times 1 + 1}{2 \times 4 + 2}$, & questo sarà quella esser la propinqua radice cossa relata di $\frac{1}{2}$, della qual propinqua radice cossa relata, bene farai la proua secondo la sua cossa relata, prouarai al suo cossa relato esser di vna piccola cosa del detto $\frac{1}{2}$, ma nella propria radice sarà quasi niente.

Essempio

La cosa di questa regola quando che con il suo fondo sarai giunto alla valeuole del sesto capo del trattato delle proportioni le sarà agreuole di memoria la composizione.

Come si cauano le radice cossa relate di numeri sani, & rotti cossa relati.

HAuendo ben intesa la regola di cauar la radice cossa relata di rotti cossa relati, & le propinque di quelli, che non sono cossa relati, facil cosa sarà (come in tutte le altre specie si è visto) intender quella da far si medesimo nelli numeri sani, & non per esser quella medesima, fuor che vi saranno alcune maggiori massime di cautele, per cosa della relatione di sani al suo resto, & per tanto dico (come si è detto di rotti sopra) che di tali numeri sani, & rotti, siano essi cossa relati, & alcuni non cossa relati fuor quelli, che dopo la relatione del numero sano al suo resto (che sia primo) ritrouarano quel vltimo numero, numero cossa relato, douendo che il suo denominatore sia vn altro sia numero cossa relato, come effempi gratia sarà $9576\frac{1}{2+\frac{1}{4}}$, de qual reducendo il suo 9576 ditti, sarà $\frac{9576 \times 4 + 1}{4}$, & perche l'vno, & l'altro di detti duoi numeri (cioe il numeratore, & anchora il denominatore) è numero cossa relato, al numero sano, & resto diremo esser cossa relato, & volendone cauar la sua radice cossa relata cauarai la detta radice di quel 9576 cossa relato, cioe lasarai la virgola, & troueraì quella esser 5 dapoi cauarai anchora la detta radice di quel resto cossa relato la detta virgola, & troueraì quella esser 2 dapoi partirai quel 5 per quello 2 & ne verrà $2\frac{1}{2}$, & cosi diremo hauer cauata la detta di quel $9576\frac{1}{2+\frac{1}{4}}$ esser $2\frac{1}{2}$, che se ne farà prona, ricordando quel $2\frac{1}{2}$ al suo cossa relato troueraì al suo cossa relato far precisamente quel $9576\frac{1}{2+\frac{1}{4}}$, & cosi con altri regoli si douera procedere in simili casi.

Come si cauano le propinque radice cossa relate di numeri sani, & rotti non cossa relati.

Ma quando

MA quando che li numeri dati, & rotti non faranno cotali rebui, & che di quelli ne vorrai cauar la sua propinqua radice con rebui alcuno si può operar per tre diuerse vie, ouero modi, ma la più speditiua, & di manco errore seguita è simile a quella data sopra li numeri rotti non cotali, cioè schiffar il rotto, & dapoi recar il suo a tal specie di rotto (come fu fatto nella precedente) & dapoi recar il denominator al suo cubo, & col cubo multiplicar fia il suo (già formato) numerator, & di tal produtto cauarne sempre la sua propinqua radice rebua (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella tal propinqua radice partirla sempre per il medesimo denominatore di tal rotto, & lo auenimento di tal partimento sia la propinqua radice cotta rebua del detto numero rotto, & rotto. Essempi gratia volendo cauar la propinqua radice cotta rebua di $177148\frac{1}{2}$ faremo nuno in mente, che faremo in suo $\frac{3 \times 2 = 6}{2}$ poi recaremo quel 2 (denominatore) al suo cubo, che è 8, & questo multiplicaremo fia quel 177149 (che è sopra la virgola per numeratore) fara 1418000 $\frac{4}{8}$ & di questo ne cauaremo la sua propinqua radice cotta rebua, cioè (procedendo secondo l'ordine dato nella detta terza del precedente capo) troueremo quella esser $56\frac{1}{2}$, & questa partiremo per quel medesimo 2 (che è sotto alla virgola per denominatore) la qual cosa facendo troueremo, che ne verrà $28\frac{1}{4}$, & tanto diremo esser la propinqua radice cotta rebua del detto $177148\frac{1}{2}$, che se ne farai proua trouarai, che il cotto rebo di tal radice errara di vna minima cosa del detto $177148\frac{1}{2}$, il qual errore nella detta radice fara quasi niente, & così con tal ordine procederai nelle simili.

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar la decima specie di radice detta terza rebua. Cap. XIX.

1 ESser cauar la decima specie di radice chiamata radice terza rebua, egli è necessario (si come nelle altre specie è stato detto) hauer vna nuoleta, doue sopra notati tutti li numeri terzi rebui prodotti, ouer cauati da cadun numero digito, con il suo digito, che lo cauò, cioè di 1 (cioè all'incontro) si come radice terza rebua di tal numero vn tal rebo, come che in margine appare, & questa tal nuoleta ritrouata sempre auanti quando, che si vuol cauare la detta radice terza rebua da qualche proposto numero, per poter inuestigar, & trouar come quelle particolarmente a tal regola vtilissime, come nel nostro procedo si farà manifesto.

1	——	1
2	——	8
3	——	27
4	——	64
5	——	125
6	——	216
7	——	343
8	——	512
9	——	729

Come si cauano le radici terze rebue di numeri minori.

2 PEr cauar la sua terza rebua di vn proposto numero, & per minori, ouer di maggiori si debbe intendere (come in tutte le passate è stato detto) conuenir quelli, che la sua radice terza rebua non può esser più di vna figura sola, & però il maggior di tutti minori numeri non può esser più, che di noue figure, in quella specie di radice, perche il terzo rebo del maggior numero digito (qual è 9) è di noue figure composto (come nella nuoleta posta in margine si può vedere) & per tanto per conoscere in quella specie di radice le vn proposto numero sia di minori, ouer di maggiori si costuma di far vn punto sopra la prima figura verso man destra, & se per caso tal numero non passasse de noue figure di sotto così, perche tal punto ne dimostra tal numero esser di minori, cioè tal punto ne dimostra la radice terza rebua di quello esser di vna sola figura (non parlamo del rotto, che si potria formar del numero) ma se tal numero fusse più di noue figure, tal numero sarà di maggiori, & bisognerà poi far altri punti (come al suo luogo si dirà) sopra doue, che tal numero minore necessariamente, cioè che sia numero terzo rebo, altramente non si farà numero terzo rebo, tal sia radice si haueria non per vigor di quella nuoleta in margine posta, la qual (come ho detto) bisogna sempre hauer auanti in fronte, perche se vorremo cauar la detta terza rebua, potremo dir. 1 noi sapremo (per vigor di detta nuoleta) che la sua par 1. & così di 1048 sapremo tal radice esser 2. & così di 177147 sapremo quella esser 3. & finalmente di 41943104 sapremo quella esser 4. & così di 4882812 5 quella esser 5. & così di 36=79936 quella esser 6. & di 197=32=743 esser 7. & di 2589954592 esser 8. & finalmente quella di 31381059609 sapremo esser 9.

Regola generale del presente autor ritrouata da cauar la propinqua radice terza rebua di numeri non tali rebui.

3 MA quando che il detto numero proposto non sia numero tale rebuo, & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice terza rebua, prima cauaremo la detta radice terza

relato del maggior numero intorno relato contenuto da quello, laqual cosi facilmente sopra per-
ger della sopradetta regola, & quello che si numera sopra la sua operatione non si pone se-
condo il solito sopra di una linea per numerare, & fino questo per formare il denominatore de
essere fatto di tal linea, bisogna operare come che quello si forma con 10 principali prodotti, over
moltiplicationi. Il primo produtto si forma con lo uno exemplo del censo relato della prima radice
già cauata. Il secondo si forma con il 55 uplo del cauato della detta prima radice già cauata. Il terzo
si forma con il 165 uplo del censo censo della detta prima radice già cauata. Il quarto si forma con
il 330 uplo del secondo relato della detta prima radice già cauata. Il quinto si forma con il 462
uplo del censo cubo della detta prima radice già cauata. Il sesto si forma con il 462 uplo del relato
della detta prima radice già cauata. Il settimo si forma con il 330 uplo del cauato cubo della detta pri-
ma radice già cauata. L'ottauo si forma con il 165 uplo del cubo della detta prima radice già ca-
uata. Il nono si forma con il 55 uplo del quadrato, o vuoi dire censo della detta prima & già cauata. Il
decimo, & vltimo produtto si forma con lo uno exemplo della detta semplice radice già cauata, & di
tutti la summa di questi 10 principali prodotti si douera mettere sotto alla sopradetta linea per de-
nominatore, & la detta prima radice già cauata insieme con quel residuo, sara la propinqua
radice cerca relata di quel tal numero con detto residuo. Essempi gratia volendo cauar la propin-

Essempio

$\sqrt{.c.c.c.c.c.c.c.c.c.c.\ 1\ 0\ 7\ 2}$
$\sqrt{.c.c.c.c.c.c.c.c.c.\ 3\ 6\ 5\ 3\ 0\ 0\ 1\ 2\ 5}$
$\sqrt{.c.c.c.c.c.c.c.c.\ 6\ 0\ 4\ 6\ 6\ 1\ 7\ 6}$

con rel. 60466176

17

primo produtto 665112755

cauato 100776696

55

50388480

50388480

secondo produtto 5543723280

censo censo 167961616

165

839808080

1007769696

167961616

terzo produtto 277132659840

secondo relato 279936

330

839808030

83980803

quarto produtto 92377538080

censo cubo 466560

462

933120

775968

155616

quinto produtto 215550712

rel. 7776

462

15552

46656

3104

fatto produtto 3594512

cioè propinqua radice cerca relata, ponemo di 360001125. prima
cauata la detta radice cerca relata del maggior numero cer-
cato relato contenuto dal detto 360001125. & trouerai
(per vigor di quella regola) tal radice esser 60466176
& il secondo relato fia 3594512. quale trouato dal det-
to 360001125. ti restara 300612. come in margine potrai
vedere, & questo sopra scritto porrai seruando il solito
sopra di una linea per numeratore. Poi per formare il de-
nominatore di quello sotto di tal linea ne lo formerai
con li sopradetti 10 principali prodotti. Onde per for-
mar il primo pigliarai il censo relato di quel 60 (prima radi-
ce già cauata) che fia 3604661760. & moltiplicalo per 11
fia 665112755 per il detto primo produtto, dapoi pi-
gliarai il cauato del detto 60 che fia 100776696. & moltipli-
cato per 55 fia 5543723280. per il secondo produtto,
dapoi pigliarai il censo censo del detto 60 che fia 16796161
& moltiplicato per 165 fia 2771326640 per il terzo
produtto, dapoi pigliarai il secondo relato del detto 60. che
fia 279936. & moltiplicato per 330. fia 92377538080
per il quarto produtto. dapoi pigliarai il censo cubo del det-
to 60. che fia 466560. & moltiplicato per 462 fia 21-
55502720. per il quinto produtto, dapoi pigliarai il relato
del detto 60. che fia 7776. & moltiplicato per 462
fia 3594512. per il sesto produtto, dapoi pigliarai il cau-
cato del detto 60. che fia 1296. & moltiplicato per 330
fia 427680. per il settimo produtto, dapoi pigliarai il cu-
bo del detto 60. che fia 216. & moltiplicato per 165. fi-
a 35640 per l'ottauo produtto, dapoi pigliarai il censo del
detto 60. che fia 36. & moltiplicato per 55 fia 1980 per
il nono produtto, dapoi pigliarai semplicemente il detto 60.
& moltiplicato per 11 fia 66 per il decimo, & vltimo
produtto, & cosi questi 10 prodotti posti ordinata-
mente l'uno sotto l'altro, & summati insieme, sopra-
gli facendo trouarai che in summa fanno 2514529656
per il denominatore da mettere sotto alla sopradetta li-
nea, il che facendo, & accompagnato poi esso con il
detto 60. che fia $60\frac{1\ 0\ 7\ 2}{2\ 5\ 1\ 4\ 5\ 2\ 9\ 6\ 5\ 6}$, & esso fia la propin-
qua radice $\frac{3}{4}$ rel. del sopradetto $\sqrt{.c.c.c.c.c.c.c.c.c.c.\ 1\ 0\ 7\ 2}$ che fe ne
farai prova, cioè reuocando al propinqua radice cerca re-
lata al suo cerco relato trouarai che pure esser dee il det-
to numero

10 resto 36=300118. il quale errore nella detta radice fara quasi nulla.

Da notare.

4 NAchora per quelle propinque radici terze reiate, bisogna notare quanto gli interviene quel medesimo accidente, over condizione, che si è trouato intrauenire in tutte le altre passate specie di radice, cioe che di tutti quelli numeri, che mancano di una sola vnita a esser numero terzo reiato, la sua propinqua radice terza reiata (cauata sempre da questa nostra regola) sempre verra senza resto, & il resto reiato di tal propinqua radice erra solamente di una sola vnita di piu del nostro proposto numero, la qual vnita di errore, che fara nel detto suo resto reiato nella detta propinqua radice sua quasi nulla, come in tutte le altre passate è stato detto. Essempigrama volendo cauar la detta propinqua radice terza reiata di 1677726742. qual manca di una sola vnita a esser il terzo reiato di 7 (come nella nostra si puo vedere) hor dico che cauando la sua propinqua & terza reiata secondo quel medesimo modo & ordine, che è stato fatto nella precedente, si trouara la propinqua radice terza reiata esser 5 2 0 1 2 5 3 2 3 0 5, che veniua a esser precisamente senza alcun resto (come habbiamo detto) dequale cauando la prima naturale si trouara, che il suo terzo reiato sara 1677726742. cioe una vnita di piu del detto nostro 1677726742. come che habbiamo detto, il qual errore, nella detta propinqua radice (cioe in quella) fara quasi niente.

Anchora in questa bisogna auertire (come che nelle altre specie è stato detto) che si per sorte lo numero fusse maggiore del detto denominatore secondo questa nostra regola fara segno esser errore nella operatione, perche mai puo auanzar piu del detto denominatore, ma solamente eguale, over menor di quello, come nelle altre specie è stato detto.

Anchora in questa si poria dar regola di poter trouar altre radici piu propinque di questa prima, & in infinito, ma per le ragioni dette nelle passate, me ne passo con silentio.

Come si pontano le figure di numeri maggiori per cauarne la sua radice terza reiata, & per conoscere anchora di quante figure, over digiti sara tal radice.

5 MA quando che il numero, dalqual si ha da cauar la radice terza reiata, sara piu che di undici figure, al numero sara di maggiori, perche la sua radice terza reiata contien diece piu, che di una figura, & tanto piu sara maggiore, quanto che di maggior numero di figure si trouara esser la radice terza reiata di quello, laqual cosa si conosce con il pontar le figure di quello (come nelle passate specie è stato detto) ueroè che in questa decima specie di radice si vanno apponendo di undici in undici figure, cioe sra ponto, & ponto ui si intendono 10 figure (cioe una figura di piu di quello si fece nella passata specie) cioe luno che si fa il primo ponto sopra la prima figura uerso mano destra (come di sopra fu detto) le ne inserisca 10 di quelle, che seguono, & si fa il secondo ponto sopra l'altra, che segue, laqual sara la duodecima, & cosi con tal ordine si va procedendo di mano in mano, le sei figure sempre, cioe interlassandone sempre 10. & apponar l'altra, che segue, come che in questo essempio di 30 figure appare 762455041 3704315767297113457 3031, laqual 30 figure ne danno solamente 5 ponti (secondo l'ordine detto) & per tanto la sua radice terza reiata sara solamente di 5 figure, delequali cinque figure la prima si hauera da trouare sotto al terzo ponto, computando come quelle altre figure, che sono, over saranno dal detto terzo ponto verso man sinistra, & cosi la seconda figura si ha-

uera da inuestigare fotto al ſecondo ponto (computando hora quelle altre figure, che ſi trouarano a eſſer dal detto ſecondo ponto verſo la dextra mano) & coſi la terza, & vltima figura ſi harà da trouare ſotto al primo ponto verſo man deſtra (computandoui hora quelle figure, che ſi trouarano eſſere dal detto primo ponto verſo man ſiniſtra) il modo da trouar tal figure ſi è quanto ſi è detto auanti.

Come ſi cauano le radici terze relate de quelli numeri, che ne uengono ſolamente doi ponti.

HOr uolendo cauar la radice terza relata ponendo di quello numero 999999999999 prima ponemo quelle 12 figure ſecondo ſi ordina detto di ſopra, & trouaremo che ne trouaremo ſolamente doi ponti, delli quali l'uno 12 ſopra la prima figura verſo man deſtra, & l'altro va ſopra la duodecima, che ſegue, che ſono a eſſer le vltime a man ſiniſtra, & ſono le man ſiniſtra, li quali doi ponti adunque (come di ſopra è detto) la radice terza relata di tal numero dirà di due figure, delle quale la prima, che ſi ha da trouare ſarà 2 quale ſecondo ponto poſto ſopra la vltima, cioè duodecima, ſi harà a negotiare, & trouare ſotto al primo ponto, & quello 2 cioè la ſeconda figura trouata ſopra quel ſecondo ponto, ſono deſpedito per vn hora, che mi reſta a trouare la detta prima figura, ſotto quel ſecondo ponto, cioè quella che ſarà la figura (cioè 2) laquale trouaremo ſi la detta 2 ſarà radice del detto 9, cioè quella che ſi ha da negotiare, & trouare ſotto al primo ponto, & quello 2 cioè la ſeconda figura trouata ſopra quel ſecondo ponto, ſono deſpedito non vi reſtano piu a trouare ſe non la detta prima figura, ſotto quel ſecondo ponto, ſono deſpedito non vi reſtano, che ne ſono a eſſer 12 (cioè 12) laquale trouaremo ſi la detta 12 ſarà radice del detto 9, cioè quella che ſi ha da negotiare, & trouare ſotto al primo ponto, & quello 2 cioè la ſeconda figura trouata ſopra

che fatto insieme 4. volte ponendo tal 4. da banda, & così di sotto via seguitar si potrà di quanto quello che di sopra detto fatto habbiamo, il che facendo ne trouarai, & conoscerai che prima quella 30. à partendola seconda condizione, che ne hauemi fatto mentroppo, & vedute 3. mentre volte, passerà banda (cioè di sopra via) & seguirai per il medesimo modo, il che facendo ne trouarai che ne hauemi fatto mentroppo, & ne lo farai mentar solamente due volte, onde seguendo di sopra via con quel 2. ne trouarai, che ne essi quarantesimo le sopradette condizioni, lequali volendo ne trouarai il detto 2. conforme a quel 1. detta la linea 2. come nella seconda operatione si può vedere, & dirà poi 12. & dipoi con quel 2. andarai multiplicando di mano in mano le figure di quel 12. & formando tal multiplicatione dal sopradetto 3. il che facendo ne trouarai ancor di sopra 67. come sopra alla terza operatione appare, alqual 67. giontarai la figura, che seguita, dirà poi 679. fatto questo piglierai il numero della prima figura (cioè di quel 1) che fara per 1. & multiplicato per 15 (per regola forma) fara 15. & questo multiplicato poi per il conto della seconda figura (cioè di quel 2) che fara 4. fara 120. & questo ponerai sotto a quel 679. che di sopra alla quarta operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai che ne fara 4559. come sopra alla quarta operatione appare, alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 45594. fatto questo piglierai il numero della prima figura (cioè di quel 1) che fara per 1. & multiplicato per 15 (per regola forma) fara per 16. & questo multiplicato poi per il cubo della seconda figura (cioè di quel 2) che fara 8. fara 128. & questo ponerai sotto a quel 4559. che di sopra alla quarta operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 45791. (come sopra alla quinta operatione appare) alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 457913. fatto questo piglierai il secondo numero della detta seconda figura, che fara per 2. & multiplicato per 30 (per regola forma) fara per 60. & questo multiplicato poi per il cubo della seconda figura) il quale cubo fara 8. fara 480. & questo ponerai sotto a quel 45791. che di sopra alla quinta operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 457913. (come sopra alla sesta operatione appare) alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 4579137. fatto questo piglierai il cubo della prima, che fara per 1. & multiplicato per 45. (per regola forma) fara per 45. & questo multiplicato poi per il numero della seconda, che fara 3. fara 135. & questo ponerai sotto a quel 4579137. che di sopra alla sesta operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 4579272. (come sopra alla settima operatione appare) alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 45792729. fatto questo piglierai il secondo numero della detta seconda figura, che fara per 2. & multiplicato per 30 (per regola forma) fara per 60. & questo multiplicato poi per il cubo della seconda figura, che fara 8. fara 480. & questo ponerai sotto a quel 4579272. che di sopra alla settima operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 4579272. (come sopra alla ottava operatione appare) alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 45792729. fatto questo piglierai il cubo della prima, che fara per 1. & multiplicato per 45. (per regola forma) fara per 45. & questo multiplicato poi per il numero della seconda, che fara 4. fara 180. per il nono prodotto, qual ponerai sotto a quel 45792729. che di sopra alla ottava operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 457927289. (come sopra alla nona operatione si vede) alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 4579272891. fatto questo piglierai il cubo della seconda figura, che fara 64. & multiplicato per 45. (per regola forma) fara per 45. & questo multiplicato poi per il numero della prima figura, che fara per 1. fara per 45. per il decimo prodotto, qual ponerai sotto a quel 457927289. che di sopra alla nona operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 4579272891. (come sopra alla decima operatione appare) alqual giontarai la figura, che seguita dirà poi 45792728919. fatto questo piglierai il cubo della seconda figura, qual cubo fara 512. & multiplicato per 45. (per regola forma) fara 23040. & questo multiplica poi per il cubo della prima figura, che fara per 1. fara per 23040. per il decimo prodotto, qual ponerai sotto a quel 45792728919. che di sopra alla decima operatione, & lo formerai da questo, & ne trouarai 457927289191. (come sopra alla vndecima operatione, alqual giontarai la figura, che seguita,

=	60a operatione
30	
4559	
67913	
457927	2
999999999999	12
1000430	b
12536	
23040	
45792728919	
457927289191	
4579272891919	
45792728919191	
457927289191919	
4579272891919190	
45792728919191904	
457927289191919040	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
457927289191919040000	
4579272891919190400000	
45792728919191904000000	
457927289191919040000000	
4579272891919190400000000	
45792728919191904000000000	
457927289191919040000000000	
4579272891919190400000000000	
45792728919191904000000000000	
457927289191919040000000000000	
4579272891919190400000000000000	
45792728919191904000000000000000	
457927289191919040000000000000000	
4579272891919190400000000000000000	
45792728919191904000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
457927289191919040000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000	
4579272891919190400	
45792728919191904000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000

decima operatione

569
2690
32823
4567
56789
6789
1234
1234
1234

neremo quel 1560605311. che ne uenga sopra la vltima operatione, sopra di una linea per numeratore secondo 2 quel 1 (radice già cauta) & per trouar il denominatore da porre sotto di essa linea, lo formaremo con quelli 10 principali prodotti di mezzo il nostro capo, cioè pigliaremo il cubo reduto della nostra radice cauta (cioè di quel 1) il qual cubo reduto fara 6 1 9 1 7 3 6 1 1 4. & lo multiplicaremo per 11 (per regola ferma) fara 6 5 10 9 10 6 4 6 4. & questo fara il primo prodotto, poi pigliaremo il cubo del detto 1. che fara 1 1 5 9 7 3 0 5 1. & lo multiplicaremo per 59 (per regola ferma) fara 1 3 5 7 3 7 9 1 0 5 6 0 per il secondo prodotto, qual poneremo sotto al primo, dipoi pigliaremo il cen. con. cub. del detto 1. che fara 4 1 9 9 2 1 6 9 5. & lo multiplicaremo per 165 (per regola ferma) fara 7 0 0 4 6 3 7 9 4 0. per il terzo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri doi. Dipoi pigliaremo il secondo reduto del detto 1. che fara 5 5 3 1 3 6 5. & lo multiplicaremo per 330 (per regola ferma) fara 1 8 2 4 4 9 1 4 5 0. per il quarto prodotto, qual poneremo sotto a gli altri. Dipoi pigliaremo il cubo cubo del detto 1. che fara 3 0 4 5 5 3 4. & lo multiplicaremo per 462 (per regola ferma) fara 1 4 0 7 1 4 6 0 5 per il quinto prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 4. dipoi pigliaremo il cubo del detto 1. quel fara 1 4 3 8 1 1. & lo multiplicaremo per per 462 (per regola ferma) fara 6 6 4 9 6 0 1 3 8 4 per il sesto prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 5. dipoi pigliaremo il cen. con. del detto 1. che fara 2 0 7 5 6. & lo multiplicaremo per 330 (per regola ferma) fara 6 8 4 1 8 3 0 per il settimo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 6. dipoi pigliaremo il cubo del detto 1. che fara 1 7 2 8. & lo multiplicaremo per 165 (per regola ferma) fara 2 8 4 1 2 0 per l'ottauo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 7. dipoi pigliaremo il censo del detto 1. che fara 1 4 4. & lo multiplicaremo per 55 (per regola ferma) fara 7 9 2 0. per il nono prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 8. dipoi pigliaremo finalmente il detto 1. (semplice) & lo multiplicaremo per 12 (per regola ferma) fara 1 2. per il decimo, & vltimo prodotto, qual poneremo sotto a gli altri 9. & li summaremo tutti insieme, il che facendo troueremo, che faranno in summa 1 0 2 9 1 5 1 0 0 1 3 4 5. per il nostro ricercato denominatore, qual posto sotto a quel la linea, la detta nostra propinqua radice cauta reduta fara poi 1 + 1/10 2 9 1 5 1 0 0 1 3 4 5, & se la detta nostra conclusione ne fara fatta la proua naturale, si trouara il cauto reduto di tal propinqua radice non esser di quella, come in tutte l'altre è stato detto.

Errore fatto da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico Ferrario suo creato sopra il mio 1 7 questo lor proposito nella nostra publica disputa.

Questo medesimo sopradetto numero di 9999999999999 fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico Ferrario suo creato, nella nostra publica disputa, & fu il mio 1 7 questo, qual dicono precisamente in questa forma.

Andiamo trouando, che nel cauar con regola generale la propinqua radice cauta reduta di 9999999999999 incontrandosi sempre con la sua propria regola da formar il cauto di quello, che cauta nella operatione, & finalmente quella di 1/2, & finalmente quella di 1 7 7 1 4 2 9 1/2, (quali quesiti furono fatti dopo il termine da loro limitato) mi conclusero con la mano del Tutore, & della regola di Orontio la propinqua radice cauta reduta del detto 9999999999999 cioè 1 + 1/2, nella quale fina conclusione restano due errori, è presto il, che il cauto (cioè quel 1/2) non è da loro fatto con la sua propria regola, come nel mio quesito è dimandato, ma è da loro formato con quel modo limitato loro da Orontio, nel che è ben la detta fina conclusione della propinqua al lor gusto, non essendo la regola sua buona per estrahere la sua propria (come ho detto) il secondo errore è questo, che la detta fina conclusione non fara fatta la sua proua naturale (essendo che nel 1 + 1/2 altro cauto reduto si troua, che nel suo cauto reduto fara precisamente 9 + 9 1 9 1 9 4 1/2 + 1/2 + 1/2 +

a c 10 b

a e

il terzo relato di tutta la

parte, & al prodotto del 55 uplo del quadrato della detta prima parte fia il cubo della seconda, & al prodotto del 165 uplo del cubo quadrato della detta prima parte fia il cubo della seconda, & al prodotto del 55 uplo del secondo relato della detta prima parte fia il quadrato della seconda, & al prodotto del 45 uplo del cubo cubo della detta prima parte fia il relato della seconda, & al prodotto del 45 uplo del cubo cubo della seconda parte fia il relato della prima, & al prodotto del 330 uplo del secondo relato della detta seconda parte fia il quadrato della prima, & al prodotto del 165 uplo del quadrato quadrato della detta seconda parte fia il cubo della prima, & al prodotto del 55 uplo del cubo quadrato della detta seconda parte fia il quadrato della prima, & al prodotto del undecuplo del cubo relato della detta seconda parte fia la prima semplice. Et similmente al prodotto del terzo relato della detta seconda parte fia la prima semplice. Essempi gratia fia tutta la quantità b, ponemo 10. per numero della quale dicemo che la prima parte (cioè la a.) fia 2. per numero, & la seconda (cioè la b.) fia 8. Hor dico che il terzo relato di tutta la b. (cioè di 10) qual vedemo esser 1000 essendo composta di queste 2 principali produtti, cioè il terzo relato della detta prima parte (cioè di quel 2) qual trouaremo esser 8. & quello ponemo da banda per il primo prodotto, dapoi pigliaremo il cubo relato della detta prima parte (cioè di quel 2) qual fia 108. & lo multiplicaremo per 12. fia 1296. & quello multiplicaremo poi per la seconda parte (cioè per quel 8) fia 10368. per il secondo prodotto, qual ponemo sotto al primo, dapoi pigliaremo il cubo della detta prima parte (cioè del detto

primo prodotto	8
secondo prodotto	10368
terzo prodotto	5832
quarto prodotto	2187
quinto prodotto	820
sesto prodotto	231
settimo prodotto	60
ottavo prodotto	14
nono prodotto	3
decimo prodotto	1
undecimo prodotto	0
duodecimo prodotto	0
Summa	20000

quel 2) qual fia 8. & lo multiplicaremo per 5. fia 40. & quello multiplicaremo poi per il cubo della seconda parte (qual cubo fia 512. fia 20480. per il terzo prodotto, qual ponemo sotto al secondo. Dapoi pigliaremo il quadrato della detta prima parte, che fia 4. & lo multiplicaremo per 45. fia 180. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della seconda, qual fia 46080. per il quarto prodotto, qual ponemo sotto al terzo. Dapoi pigliaremo il relato della detta prima parte, che fia 32. & lo multiplicaremo per 55. fia 1760. & quello multiplicaremo poi per il relato della seconda, qual relato fia 5632. fia 9909760. per il quinto prodotto, qual ponemo sotto al quarto. Dapoi pigliaremo il cubo cubo della detta prima parte, che fia 256. & lo multiplicaremo per 165. fia 42240. & quello multiplicaremo poi per il cubo quadrato della seconda, qual fia 10813440. per il sesto prodotto, qual ponemo sotto al quinto. Dapoi pigliaremo il quadrato quadrato della detta prima parte, che fia 1024. & lo multiplicaremo per 330. fia 337920. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della seconda, qual fia 86507520. per il settimo prodotto, qual ponemo sotto al sesto. Dapoi pigliaremo il relato della detta prima parte, che fia 4096. & lo multiplicaremo per 45. fia 184320. & quello multiplicaremo poi per il cubo relato della seconda, qual fia 47185920. per l'ottavo prodotto, qual ponemo sotto al settimo. Dapoi pigliaremo il cubo della detta prima parte, che fia 16384. & lo multiplicaremo per 10. fia 163840. & quello multiplicaremo poi per il relato della seconda, qual fia 41943040. per il nono prodotto, qual ponemo sotto all'ottavo. Dapoi pigliaremo il quadrato della detta prima parte, che fia 65536. & lo multiplicaremo per 1. fia 65536. & quello multiplicaremo poi per il cubo della seconda, qual fia 16777216. per il decimo prodotto, qual ponemo sotto al nono. Dapoi pigliaremo il relato della detta prima parte, che fia 262144. & lo multiplicaremo per 0. fia 0. & quello multiplicaremo poi per il quadrato della seconda, qual fia 0. per l'undecimo prodotto, qual ponemo sotto al decimo. Dapoi pigliaremo il cubo della detta prima parte, che fia 1048576. & lo multiplicaremo per 0. fia 0. & quello multiplicaremo poi per il relato della seconda, qual fia 0. per il duodecimo prodotto, qual ponemo sotto all'undecimo. Et finalmente pigliaremo il cubo cubo della detta prima parte, che fia 4194304. & lo multiplicaremo per 0. fia 0. & quello multiplicaremo poi per il cubo della seconda, qual fia 0. per il decimoterzo prodotto, qual ponemo sotto al duodecimo. Hor sommando tutti questi 13 prodotti insieme trouaremo, che fanno in somma 20000. Il come fece anchora il terzo relato di tutta la detta quantità b, qual è 1000. Et questo basti hauer detto circa la regola, & il proposito.

Regola

Regola generale del prefatto autor ritrouata de cauar la radice terza relata delli numeri rotti, & delli sani, & rotti, & non solamente le minorati, & diffette di detti numeri terzi relati, ma ancora le propinque di quelli, che non sono terzi relati.

Cap. XX.

Come si cauano le radici terze relate di rotti terzi relati.

Per intendere la regola di cauar le radici terze relate di rotti, bisogna per auenire (come in tutte le passate è stato fatto) sapere che di detti rotti, alcuni sono terzi relati, & alcuni non, & molto più quelli sono quelli, che non sono terzi relati, di quelli, che sono terzi relati. Li rotti che sono terzi relati sono quelli, che dapoi che sono ridotti alla vltima sua ridutione hanno il numeratore, & anchora il denominatore numero terzo relato, come sono quelli $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{27}$, $\frac{27}{64}$, $\frac{125}{216}$, $\frac{343}{512}$, & infiniti altri simili. Onde per cauar la detta radice terza relata di quelli tali rotti, & altri simili, procederemo secondo l'ordine detto nelle passate specie, cioè cauaremo la detta radice terza relata del numeratore, & la poneremo sopra di vn'altra linea per per numeratore, & dapoi cauaremo anchora la detta radice terza relata del denominatore, & la metteremo sotto a quella seconda linea per denominatore, & al secondo rotto farà la radice terza relata del primo rotto. Essempigratia se con tal ordine cauaremo la detta radice terza relata di $\frac{1}{8}$ troueremo quella che sia $\frac{1}{2}$, & così con tal ordine la radice terza relata di $\frac{8}{27}$ troueremo che sia $\frac{2}{3}$, & quella di $\frac{27}{64}$ che sia $\frac{3}{4}$, & quella di $\frac{125}{216}$ che sia $\frac{5}{6}$, & quella di $\frac{343}{512}$ che sia $\frac{7}{8}$, & così con tal ordine si douerà procedere in tutte le altre simili diuisioni. Et se di quelle ne vorrai far proua, procederai secondo l'ordine, che in tutte le altre ditto, hauendo però riguardo alla sua specie, che trouati tali radici al suo numeratore, & al suo denominatore, & se di nouamente precisamente il suo primo rotto saranno buone, ma trouando altramente saranno false.

la $\frac{1}{8}$ terza rel. di	—— —— $\frac{1}{1+7}$	fara $\frac{1}{2}$
la $\frac{8}{27}$ terza rel. di	—— $\frac{1+7}{1+19+27}$	fara $\frac{2}{3}$
la $\frac{27}{64}$ terza rel. di	—— $\frac{1+19+27}{1+37+169+125}$	fara $\frac{3}{4}$
la $\frac{125}{216}$ terza rel. di	—— $\frac{1+37+169+125}{1+61+547+1331+729}$	fara $\frac{5}{6}$
la $\frac{343}{512}$ terza rel. di	$\frac{1+61+547+1331+729}{1+91+1657+6517+9261+4096}$	fara $\frac{7}{8}$

Come si cauano le propinque radici terze relate delli rotti non terzi relati.

Anchora quando che il denominatore del rotto, & il numeratore non faranno l'uno, & l'altro numero terzo relato, al rotto non farà terzo relato, & quando che vn rotto non farà terzo relato, & che di quello ne vorremo cauar la sua propinqua radice terza relata, al caso è poco difficile per ritrouarsi vie regolate, ma la per ispetiarne, & a mano con tutti foggia è quella, cerca sempre il suo denominatore al suo conto relato, & al conto relato moltiplicarai il suo numeratore, & di tal prodotto ne cauarai sempre la sua propinqua radice terza relata (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & quella partirai per il medesimo denominatore di tal rotto, & lo auenimento di tal partimento farà la propinqua radice terza relata del predetto rotto. Et per essempio voglio che cauato la detta propinqua radice terza relata di quello $\frac{5}{6}$, che fu da me proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico ferrarese creato nel mio $\frac{5}{6}$ quello che proposto nella nostra publica disputa. Per cauare adunque la propinqua radice terza relata del detto $\frac{5}{6}$ troueremo il conto relato del denominatore (come di quel 6. che sopra la virgola) il qual conto relato farà 1+91+1657+6517+9261+4096, & quello moltiplicaremo per il numeratore (cioè per quel 5. che sopra la virgola) farà 1+91+1657+6517+9261+4096, & di quello ne cauaremo la sua propinqua radice terza relata. Onde procedendo secondo la regola data nella terza del precedente capo) troueremo quella esser $\frac{1+31+331+1331+1729}{1+61+547+1331+729}$, & quella partiremo per il medesimo denominatore (cioè per quel 6. che sopra la virgola) & farà la propinqua radice terza relata di quel $\frac{5}{6}$, della qual propinqua radice terza relata troueremo, che il suo terzo relato erra di vna milesima del rotto $\frac{5}{6}$, ma nella detta radice farà quasi nulla tal errore, la causa di questa regola, quando che con il suo studio farà aggiunto alla 11. del sesto capo del libro, doue li numeri delle proportioni si vi poneranno tanto facilmente la comprenderà. Medesimamente gli auerrà, che gli farà detto sopra il cauar la propinqua radice terza delli numeri rotti della seconda del quinto capo.

Il sopradetto Hieronimo Cardano medico, & Lodouico ferrarese suo creato circa sei mesi dapoi il

tamente limitato, mi risolsi solamente con parole fare, che per cauar la data propinqua radice cauarla del dato $\frac{2}{3}$, che si debbe procedere secondo che anchora ne gli altri rotti loro hanno detto, & fatto; cioè cauar la propinqua radice del numeratore, come del denominatore con quel aggiongere di quelle multe &c. Et però in tal loro risposta hanno fatto duoi errori (si come nelle passate al primo errore è che tal sua regola (anchor che la detta propinqua alla verità) la non è la sua propria, come nel mio 22 quesito chiaramente si dimostra, la qual condizione si ricercasse in tutti gli altri simili quesiti che seguono in tal materia) il secondo errore è questo, che cauando tal mancamento tal radice secondo la sua regola, non può bastare alla verità risponderà loro errato, come nel rotto del nostro 22 quesito al suo luogo si farà manifesto. Dico adunque che a simili quesiti molto lontano rispetto al vero, per picola quantità. La causa di questo sopra detta regola quando che con il suo fratto sarà giunto alla duodecima del fratto cauo del numero della proposta, si bene la considerarai di per se medesimo la comprenderai.

Errore fatto in parole da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodouico Ferraro suo creato sopra la sua risolue del mio 22 quesito a lor proposto nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore fatto dalli sopradetti nel medesimo 22 quesito.

Come si cauano le propinque radici irrationale di numeri fatti, & rotti irrationali relati.

5 Hauendo ben intesa la regola di cauare la radice cuba relata di rotti semplici, & finalmente la propinqua di quelli, che non sono cubi relati, facil cosa sarà intendere quella di fratti medesimi nelli numeri fatti, & rotti, per esser quella alquanto più difficile, massime nel ritrouare quanto si habbia da augumentare alli numeratori, cioè dapoi che il numero fatto, & rotto sarà ridotto per nome duoi (come fu detto di essa semplice) che debbe esser numeratore, & rotto, siami lecito così chiamarlo, & denominatore. Li rotti relati sono quelli, che dapoi che è ridotto il fatto alla natura del suo cubo (secondo che in tutte le passate è stato detto) hanno il numeratore cubo, & rotto relato, & che similmente il denominatore sia per cubo, & rotto relato. Come di questi generali fatti quello $\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$ che ridotto secondo l'ordine detto in quella materia diventa fatto $\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$, & perche l'uno, & l'altro di detti nomi, cioè il numeratore, & il denominatore è numero solo relato, diremo il numeratore cubo, & rotto relato, & il denominatore cubo, & rotto relato. Et volendo cauare la sua radice cuba relata, cauaremo la detta radice di quel $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ che sopra la virgola, & troueremo quella esser $\frac{5}{6}$, poi cauaremo medesimamente la detta radice di quel $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ che sotto la detta virgola, & troueremo quella esser $\frac{7}{4}$, per cauo adunque del numeratore $\frac{5}{6}$ per quello $\frac{7}{4}$ ne verrà $\frac{5}{7}$, & così condurremo la detta radice cuba relata di quel $\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$ esser $\frac{5}{7}$, che sarà la sua prima (secondo il detto $\frac{2}{3}$ di sopra) propinqua, che dimostra quel medesimo $\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}$ & così ordine procederemo ne gli altri simili.

Come si cauano le propinque radici irrationale di numeri fatti, & rotti irrationali relati.

6 Ma quando che li denominati fatti, & rotti sono irrationali relati, & che di quelli vorremo cauare la sua propinqua radice cuba relata, al che si può mancare ad effetto per due diuerse vie, over modi secondo il passato, & numero aggiongere, & similmente quello dire sopra il fratto cauo relato, cioè ridurre il fatto al suo cauo (prima fattone secondo che si fece nella precedente) & dapoi cauare il denominatore al suo conforme, & al suo cauo relato moltiplicarlo (a quel gran numero giunto con la riduttion del fatto) & di tal prodotto cauarne la propinqua radice cuba relata (secondo la nostra regola data nella terza del precedente capo) & la radice propinqua partirla per quello detto denominatore, & lo accrescimento fia la propinqua radice cuba relata del detto numero fatto, & rotto. Et per esempio di questo voglio introdurre quel $\sqrt{\cdot}77148\frac{1}{2}$, che da me fu proposto a Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodouico Ferraro suo creato nella mia prima risolue del mio 22 quesito della nostra publica disputa. Per cauare adunque la propinqua radice cuba relata di questo $\sqrt{\cdot}77148\frac{1}{2}$ reduremo tutto in minuti, & fia $\frac{154297}{2}$, hauto questo numero quel (denominatore) al suo cubo relato, quale fia 8, & questo moltiplicheremo in quel gran numero che sopra la virgola per numeratore fia 46656000. & di questo ne cauaremo la propinqua radice cuba relata. Onde procedendo secondo la detta nostra regola data nella seconda parte di questo capo, troueremo quella esser $\frac{\sqrt[3]{46656000}}{\sqrt[3]{8}}$, & questa la partiremo per quello detto denominatore (cioè per quello) il che facendo ne verrà $\frac{\sqrt[3]{46656000}}{\sqrt[3]{8}}$. Hora dicemo, che sia la propinqua radice cuba relata di quel $\sqrt{\cdot}77148\frac{1}{2}$, che fatto fia tutto in minuti, si troua il suo cubo relato essere di una piccola cosa del detto nostro $\sqrt{\cdot}77148\frac{1}{2}$, il qual errore nella detta propinqua radice fia quasi niente, & non si debbe curare, dico per questo si vede il principale accrescimento.

Esempio

Esempio

Al fine

Errore fatto da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodovico ferraro suo creato sopra la soluzione della 12 an parte del mio 35 quesito 2 lor proposto nella nostra publica disputa.

Vn'altro errore, ecco errorazzo fatto dalli sopradetti nel sopradetto quesito.

Al sopra notato quesito il sopra detto Hieronimo Cardano medico milanese insieme con Lodovico ferraro suo creato, circa sette mesi dopoi il termine limitato da loro mi fobbero solamente con parole scritte, che per essere la detta propinqua radice cosa rotta del detto 17 m 48 ½, che si dovesse procedere secondo che nelle altre diuisioni, nelli fini, & rotti havemo detto, & fatto (cioè con quel aggiongere di nulle al numeratore, & al denominatore. Et per tanto in tal sua risposta fecero dui errori (si come nelle passate) Il primo errore è questo, che se ben al sua regola ne dette la detta radice propinquissima alla verità, non me l'haveriano provata secondo la sua propria regola (come che in tutti gli miei quesiti si adimanda) anzi la fece prova per una regola diversa, & non propria, come chiaramente può considerare, il secondo errore è questo, che essendo realmente tal radice propinqua del detto 17 m 48 ½ secondo sua regola. Il vero rotto di tal sua radice fora non solo lontano dal detto rotto 17 m 48 ½, che non errore, ma errorazzo senza cargo di coscienza si poria dimandare.

Regola generale dal presente autor ritrouata da sapere in tali estrattioni di radici in infinito più oltra procedere nelle altre seguenti specie.

Cap. XXI.

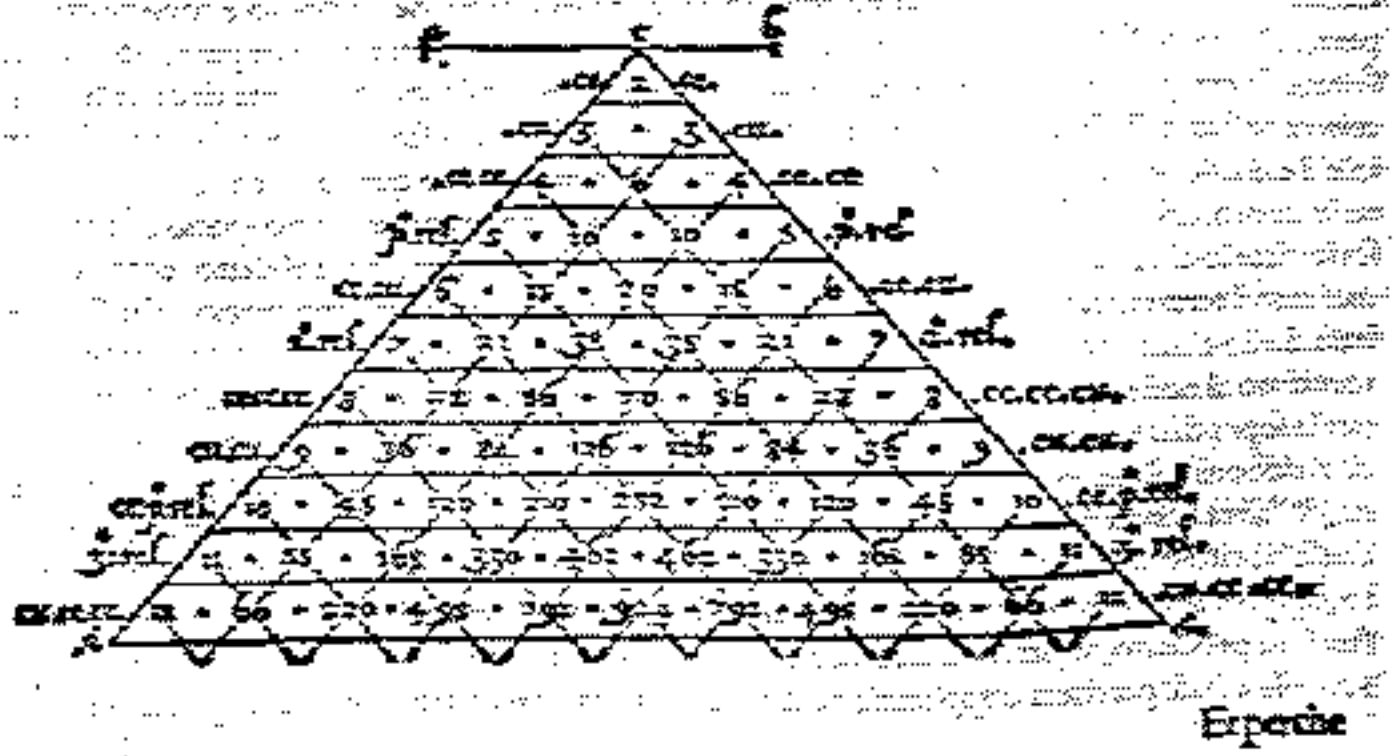
* Essendo fin hora dilucidato a commune beneficio, con essempi assai chiari parte delle regole generali da noi prouate sopra *delle diuisioni di radici*, & insieme con quelle fino ancora mandato 25 errori fatti da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodovico ferraro suo creato, solamente sopra la risolutione di quatro miei quesiti in tal materia a lor proposti nella nostra publica disputa, & quantunque si possa in tal diuisione più oltra procedere nelle altre seguenti specie di tale radice, nondimeno per al presente voglio che queste bastino. Ma accioche in tal materia si resti habbia perfetta cognitione in questo vltimo capo intendo di mostrare vn certo ordine, che naturalmente si vede osseruare fra loro quelle 12 propositioni, notate nel precedente capo, cioè quelle dalle quali mostrassimo potersi cauare le cause di quelle 12 regole particolarmente date da cauare quelle 12 specie di radici di vna in vna, con quel ordine ogni commune ingegno da se medesimo (parendogli) sopra in infinito più oltra procedere, & non solamente di saper cauare ogni altra specie di radice, ma di sapere anchora formare il denominatore da ponere sotto a quella linea, dove fra tutto posto, over doue che sido per ponere ogni numero, che resulta di sopra alla operatione, per dare tal radici inuentali proportionale alla verità, come che in ciascuna di queste 12 specie date nel precedente capo habbiamo fatto.

Dico adonque che tutte dette 12 propositioni (se ben si ricordi) hanno per suo fondamento vna linea, over quantità divisa in due parti, come si voglia, & la prima delle dette 12 propositioni narra sopra la diuisione della radice quadra da la quarta del secondo di Euclide, & da quella, se ben si considera si raccoglie, che il quadrato di tal linea divisa è sempre eguale a tre principali producti. Il primo delli detti tre producti fara il quadrato della prima parte di tal linea divisa, & l'vltimo delli detti 3 producti fara il quadrato della seconda parte della detta linea divisa, et il secondo producto fara il doppio del detto de l'vna parte, nell'altra, & per esser meglio intesi, si in questa, come nelle altre, che si da dire, poneremo la linea a b. divisa in due parti in punto c. & dal detto punto c. tiraremo le due linee c d. & c. angolarmente congiunte nel detto punto c. longhe quanto ne pare, & l'vna, & l'altra di esse due linee diuideremo in quante parti eguali ne pare, hor diuidemo l'vna, e l'altra (per al presente) in 4 parti eguali, et da ciascun di punti diuisi l'vna di esse linee al suo contra punto dell'altra linea fu tirata vna linea retta, & fatto questo si trouara formato il triangolo b. c. d. e diuiso in 4 spatij contenuti da linee equidistante, eccetto quello, che angolarmente termina in punto c. il qual spacio è triangolare, & questo lo chiamaremo il primo spacio, l'altro che gli sta congiunto lo chiamaremo il secondo spacio, & così quello, che sta congiunto al detto secondo lo chiamaremo il terzo spacio, & così ordinatamente procedendo quello vltimo spacio, che sta sopra la basa d. e. lo chiamaremo il duodecimo spacio, hor che inteso hai queste particolarità voglio che ritorniamo al nostro primo lauoro, et perche il quadrato, ouuero il cubo di tutta la detta linea a b. per la sopra detta prima propositione si congiunge (come è detto) alli cubi delle due parti a c. & c. b. & al doppio del detto della parte a c. nella parte c. b. & per memoria di questo poneremo da l'vna, & l'altra banda di fuora via di quel primo spacio triangolare, quello come cubo, & così quel cubo tirato dalla banda sinistra dinota il cubo della prima parte a c. qual forma il primo producto, & quell'altro cubo tirato dalla banda destra, dinota il cubo della seconda parte c. b. che forma l'vltimo producto, & perche il secondo producto vien causato dalla duplicatione del detto della 2 a c. nella c. b. & perche la duplicatione di vna quantità non è altro, che la moltiplicatione di quella

fara per 2 & per memoria di questa duplicatione, porremo questo 2 di sotto via in mezzo del detto primo spacio triangolare, come nella figura appare.

3 PErche nel primo, & secondo corollario, posto sopra alla seconda delle dette 10 proportion (sotto sopra la dimostratione della radice cuba) è manifesto, che il cubo della detta linea b, è equale a 4 prodotti, & perche (se ben discordi) il primo, & ultimo di questi 4 prodotti sono li cubi delle due parti a. & b. & per memoria di questo notaremo questo nome cubo l'una, & l'altra banda di sopra via del secondo spacio, & quello che è sotto la banda sinistra dirotta il cubo della prima parte a. communale il primo pro dotto, & quello sotto notato dalla banda destra dirotta il cubo della seconda parte b. finalmente l'ultimo prodotto (di detti 4 prodotti) & perche il secondo prodotto si forma (se ben discordi) del triplo del quadrato della a. cioè b. & perche nel triplo è detto con la multiplicatione per 3 per memoria di questa multiplicatione, ouero triplicatione, notaremo questo 3 di sotto del detto secondo spacio (cioè dalla banda sinistra) & perche il terzo di detti 4 prodotti si forma con quel medesimo ordine, che vien formato il secondo (ma per modo contrario) cioè di si forma con il triplo del quadrato della parte b. cioè la parte a. & però per memoria di questa multiplicatione notaremo un'altro 3 da l'altra banda (cioè dalla destra) nel detto secondo spacio, come nella figura vedi, vero è che nel secondo propositione si poteva anteporre, & proporre uno modo di dire (come in fine del secondo corollario fu detto) pur proferendo la, come si vegga sempre vi intervenire due multiplicationi, le quali due multiplicationi insieme con quelli doi cubi da l'una, & l'altra banda notati formano li detti 4 principali prodotti detti di sopra.

4 PErche nella terza propositione da noi posta sopra la regola da cavar la radice cuba, per cagione di assegnar la causa di tal regola si concludè che'l quadrato del quadrato, o vero il cubo del cubo di una linea b. debbe esser equale a 5 principali prodotti, delli quali il 5 prodotti (se ben discordi) il primo, & l'ultimo sono li cubi delle due parti cioè che sono per memoria di questo notaremo questo nome cubo l'una, & l'altra banda di sopra via del secondo spacio, & quello che è notato dalla banda sinistra dirotta il cubo della prima parte a. che forma il primo prodotto, & quello notato dalla banda destra dirotta il cubo della seconda parte b. che forma l'ultimo prodotto di detti 5 prodotti. Et però che il secondo prodotto si forma (se ben discordi) del cubo della parte a. fia il quadruplo della parte b. & perche detto quadruplo nasce dalla multiplicatione fatta per 4 per memoria di questa multiplicatione notaremo questo 4 di sotto del detto terzo spacio (ma dalla banda sinistra) & perche il quarto di detti 5 prodotti si forma con quel medesimo modo, che si forma il secondo (ma per modo contrario) cioè si forma con il prodotto del cubo della seconda parte b. fia il quadruplo della prima parte a. & però per memoria di questa multiplicatione notaremo un'altro 4 di sotto del detto terzo spacio, & perche il terzo prodotto (qual è il mezzo di tutti) si forma (se ben discordi) del cubo del quadrato, o vero del cubo della a. nel quadrato della b. & esso cubo multiplicato per 6. & per memoria di questa multiplicatione, che fa tal 6 notaremo questo 6 nel mezzo del detto terzo spacio, come nella figura appare.



Experie

4 IT perche nella quarta propoſitione da noi poſta ſopra la regola da cauar la radice relata per aſſignar la cauſa di tal regola ſi conclude, ſe ben ſi ricorda, che il reſiduo di tutta la quantità b ſia egual a i principali prodotti, delliquali i produtti, ſe ben la conſideri il primo, & l'vltimo ſono li reſidui delle dette due parti a. & c. b. onde per memoria di quello nominamo quello nome reſiduo da l'vna, & l'altra banda (di fuora via) del quarto ſpacio, & quello che è nouaro dalla banda ſiniſtra dinota il reſiduo della prima parte a. formante il primo produtto, & quell'altro reſiduo nouaro dalla banda deſtra dinota il reſiduo della ſeconda parte c. b. formante l'vltimo produtto di detti 6 produtti. Et perche il ſecondo produtto (ſe ben ſi ricorda) ſi forma dal duplo del rom. con. della a. c. fia il quintuplo della c. b. Et perche quel quintuplo ſi forma con il numero 5 per memoria di tal moltiplica, ouero di tal moltiplicatione nouaremo quello 5 dalla banda ſiniſtra (di dentro via) del detto quarto ſpacio, dinotando che con quel 5 ſi forma il ſecondo produtto, & perche il quarto produtto (ſe ben ſi ricorda) ſi forma con quel medeſimo ordine, che fu il ſecondo, ma al contrario, cioe el ſi forma con il duplo del rom. con. della c. b. fia il quintuplo della a. c. & però per memoria di queſta moltiplicatione formante il quinto produtto nouaremo vn'altro 5 dalla banda deſtra di dentro via del detto quarto ſpacio, & perche il terzo produtto di detti 6 ſi forma dal duplo del cubo della a. c. fia il doppio del quadrato della a. c. onde per memoria di tal moltiplicatione fatta per 2. formante il terzo produtto nouaremo il detto 2. collocandolo ſimilmente dentro a quel 5 da man ſiniſtra nel detto quarto ſpacio, & tal 2. dinotara la formatione del terzo produtto, & perche il quarto produtto (ſe ben conſideri la detta quarta propoſitione) ſi forma per il medeſimo ordine, che fu fatto il detto terzo, ma al contrario, cioe el ſi forma con il duplo del cubo della c. b. fia il doppio del quadro, o vogli dir quadrato della a. c. Et però nouaremo vn'altro 2. ſimilmente di quell'altro 5 già poſto a man deſtra, come nella figura vedi.

5 IT perche nella quinta propoſitione da noi poſta ſopra la regola da cauar la radice relata per aſſignar la cauſa di tal regola ſi conclude (ſe ben ſi ricordi) che il reſiduo cubo di tutta la quantità b ſia egual a i ſette principali prodotti, delliquali (ſe ben conſideri la detta propoſitione) il primo, & l'vltimo ſono li reſidui cubi delle dette due parti a. & c. b. onde per memoria di quello nominamo quello nome reſiduo cubo da l'vna, & l'altra banda di fuora via del quarto ſpacio, & quello, che è nouaro da man ſiniſtra dinota il reſiduo cubo della prima parte a. che forma il primo produtto di detti ſette produtti, & quell'altro reſiduo cubo nouaro da man deſtra, dinota il reſiduo cubo della ſeconda parte c. b. che forma l'vltimo produtto di detti 7 produtti. Et perche il ſecondo produtto, ſe ben ſi ricorda ſi forma del duplo del triplo del reſiduo della prima parte a. fia la ſeconda parte c. b. a vogli dir del duplo del reſiduo della prima parte a. fia il triplo della ſeconda parte c. b. & per memoria di tal moltiplicatione fatta per 6. nouaremo quello 6 dalla banda ſiniſtra di dentro via del detto quinto ſpacio, dinotando con tal 6 formarſi il ſecondo produtto. Et perche il terzo produtto ſi forma con quel medeſimo modo, che fu il detto ſecondo, ma al contrario, cioe ſi forma con il duplo del reſiduo della ſeconda parte c. b. fia il triplo della prima parte a. & però per memoria di queſta moltiplicatione fatta per 6. nouaremo vn'altro 6 dalla banda deſtra di dentro via del detto quinto ſpacio. Et perche il nono produtto di detti 7 ſi forma, ſe ben ſi ricordi con il duplo del 3 uplo del cubo cubo della detta prima parte a. fia il 6 della ſeconda parte c. b. & però per memoria di tal moltiplicatione fatta per 3. con laquale ſi forma il nono produtto, nouaremo il detto 3 collocandolo ſimilmente dentro a quel 6. che è da man ſiniſtra. Et perche il quinto produtto ſi forma con quel medeſimo ordine che fu il nono, ma al contrario, cioe ſi forma con il duplo del 3 uplo del cubo cubo della ſeconda parte c. b. fia il cubo della prima a. & però per memoria di tal moltiplicatione nouaremo nel numero 3. da l'altra banda deſtra nemi di quell'altro 6, dinotando che con tal 3 ſi forma il quinto produtto. Et perche il quarto produtto, ſe ben ſi ricordi di tal propoſitione ſi forma dal duplo del 10 uplo del cubo della detta prima parte a. fia il cubo della ſeconda c. b. ouero dal duplo del cubo della parte a. fia il 20 uplo del cubo della c. b. ch'è il medeſimo, & però per memoria di tal moltiplicatione, che gli occorre far per 20. nouaremo il detto 20 in mezzo al detto quinto ſpacio, dinotando che con tal 20. o vogli dire che cosi la moltiplicatione di tal 20. ſi forma il quarto produtto, qual vien a eſſer il mezzo di tutti ſi detti 7 produtti, come di ſopra nella figura ſi può vedere.

6 HOr perche penſo che ne ſia parſo quello che detto habbiamo, in quello che ſeguita in quella materia vſaro alquanto più breuità. Dico adonque che nella detta propoſitione, da noi data ſopra la regola da cauar la radice ſeconda relata per aſſignar la cauſa di tal regola ſi conclude, ſe ben ſi ricorda, che il ſecondo reſiduo di tutta la quantità b ſia egual a i principali prodotti, delliquali ſe con diligenza la conſideri, troueraſi che il pri-

mo, & l'ultimo di tali otto produtti esser li secondi relati delle dette due parti a c & c b. Et però accade nel nostro secondo relato da l'uno, & l'altro capo di fuora via del detto spatio per le regioni dette nelle precedenti. Et perche il secondo, & il settimo produtto, se ben si accordi l'uno si forma dal duplo del cubo censo, o vuoi dir censo cubo della prima parte a c, fia la seconda a b. & l'altro si forma al contrario, cioe del duplo del censo cubo della seconda parte c b, fia la prima a c. & però da l'una, & l'altra banda di detto via del detto spatio accadeno i detti 2. per le regioni dette nelle precedenti. Et perche il terzo, & il sesto produtto se ben considerati la detta nostra propositione l'uno si forma del 2. duplo del relato della detta prima parte a c, fia il censo della seconda a b. & l'altro si forma del 2. duplo del relato della detta seconda a b, fia il censo della prima a c. & però da l'una, & l'altra parte del detto spatio accadeno 2. cioe l'uno a canto di quel 7. che è da banda sinistra, & l'altro appresso di quell'altro, che è da banda destra, come vedi nella figura, & perche il quarto, & il quinto produtto se ben considerati la detta nostra propositione, l'uno si forma del duplo del 3 duplo del censo della detta prima parte a c, fia il cubo della seconda a b. & l'altro si forma al contrario, cioe del duplo del 3 duplo del censo della detta seconda parte c b, fia il cubo della prima a c. Et però accade nel detto 3 da l'una, & l'altra banda di quello intervallo, che è nel mezzo del detto spatio, cioe fra le altre accadeno, come nella figura puoi vedere.

7 Et perche nella settima propositione da noi addutta sopra la regola della estrattione delle radice cubiche composte allegata la causa di tal regola si conclude, che il censo di censo, & censo di numero la quantità b. esser eguale a 9 principali produtti, delliquali se con diligentia considerarai nel nostra propositione, troverai che il primo, & l'ultimo di tali 9 produtti esser li censi censi delle dette due parti a c, & c b. & però accade nel nostro censo censo della detta prima parte a c, fia il censo della seconda c b. Et il secondo, & l'ottavo spatio per le regioni dette nelle precedenti, & perche il secondo, & l'ottavo produtto, se ben si accordi, l'uno si forma dal duplo del 4 duplo del secondo relato della detta prima parte a c, fia la seconda c b. Et l'altro si forma al contrario, cioe si forma dal duplo 2 duplo del secondo relato della detta seconda parte c b, fia la prima a c. & però accadeno i detti 4 da l'una, & l'altra banda di dentro via del detto secondo spatio per le regioni dette nelle precedenti. Et perche il terzo, & il settimo produtto, se ben considerati la detta nostra propositione troverai, che l'uno si forma dal duplo del 28 duplo del censo cubo della prima parte a c, fia il quadrato della seconda c b. Et l'altro si forma al contrario, cioe si forma dal duplo del 28 duplo del censo cubo della detta seconda c b, fia il censo della prima a c. Et però accadeno i detti 28 da l'una, & l'altra banda del detto terzo spatio, cioe di dentro via, cioe l'uno appresso a quel 8 posto a mano sinistra, & l'altro appresso a quell'altro 8 a mano destra, come nella figura puoi vedere. Et perche il quarto, & il sesto produtto, se ben considerati la detta nostra propositione l'uno si forma dal duplo del 56 duplo del relato della detta prima parte a c, fia il cubo della seconda c b. & l'altro si forma dal duplo del 56 duplo del relato della detta seconda c b, fia il cubo della prima a c. Et però accadeno i detti 56 da l'una, & l'altra banda dentro del detto settimo spatio, cioe uno appresso a quel 28 da mano sinistra, & l'altro appresso a quell'altro 28 da banda destra, come nella figura vedi. Et perche il quinto produtto se ben considerati la detta nostra propositione troverai esser eguale al duplo del censo cubo della seconda parte c b, fia il censo censo della prima a c, eguale al duplo del censo censo della prima a c, fia il censo censo della seconda c b, che detta si medesimo. Et però accadeno i detti 70 nel mezzo del detto settimo spatio, cioe fra quelli detti 56, come nella figura appare.

8 Et perche nella ottava propositione da noi posta sopra la regola da cavar le radici cubiche composte per allegar la causa di tal regola, si conclude che il cubo del cubo di tutta la detta linea a b. esser eguale a 10 principali produtti, delliquali se ben accadeno nella nostra propositione troverai, che il primo, & l'ultimo di tali 10 produtti esser li censi censi delle dette due parti a c, & c b. & però accadeno nel nostro censo censo, & l'altro capo, di fuora via del detto ottavo spatio, per le regioni addutte nelle 5 prime di questo capo. Et perche il secondo, & il nono produtto, se ben esaminati la nostra detta propositione, troverai il secondo formarsi dal duplo del duplo del censo censo della detta prima parte a c, fia la seconda c b. Et il nono formarsi al contrario, cioe formarsi dal duplo del 5 duplo del censo censo della seconda parte c b, fia la prima a c. & però accadeno i detti 5 da l'uno, & l'altro capo di dentro via del detto ottavo spatio, per le regioni addutte nella seconda, terza, quarta di questo capo, & perche il terzo, & l'ottavo produtto, se ben diversi la detta propositione troverai il terzo formarsi dal duplo del 16 duplo del secondo relato della detta prima parte a c, fia il censo della seconda parte c b. Et l'ottavo formarsi al contrario, cioe formarsi dal duplo del 56 del secondo relato della seconda parte c b, fia il censo della prima

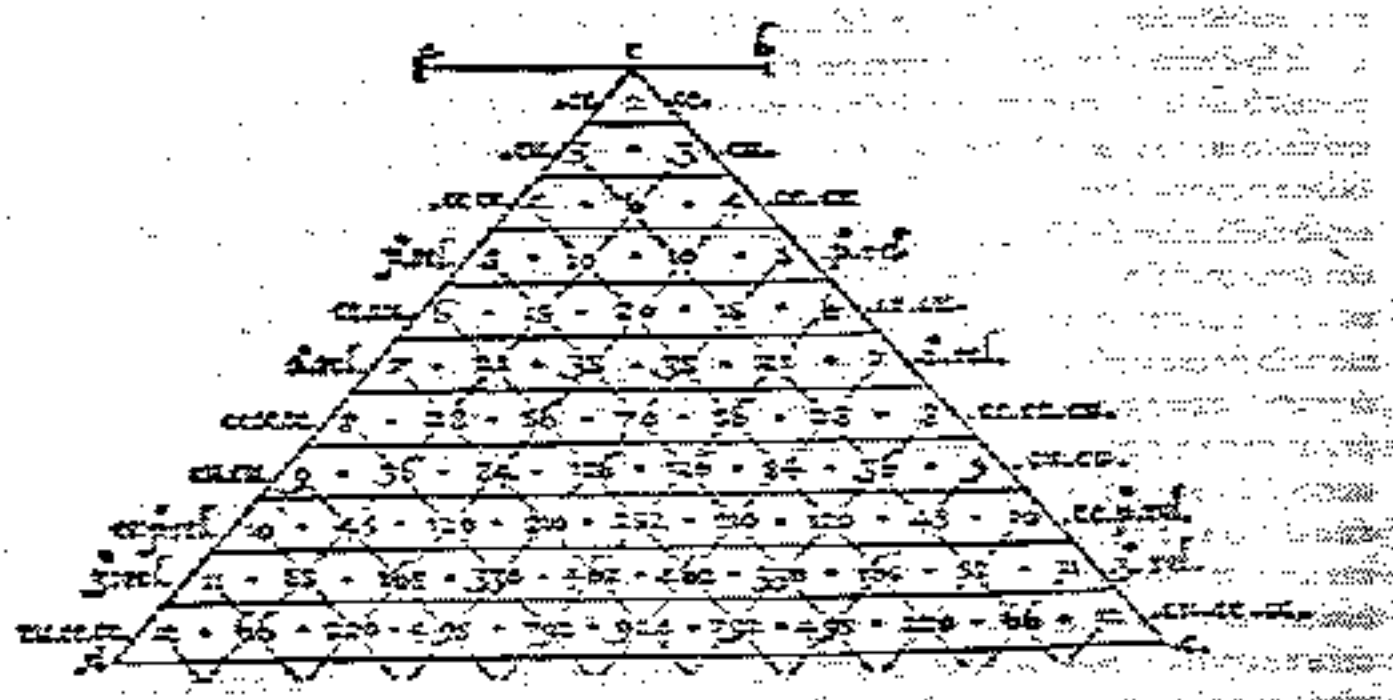
a c.

a c. Et però notarai il detto 36 da l'una, & l'altra banda di quel intervallo, che è fra quelli dui 36. per auanti notati nel detto ottauo spacio. Et perche il quarto, & il sedimo producto, se ben considerarai la detta propositione, trouarai il quarto formarsi dal duplo del cubo della detta prima parte a c, che è il cubo della seconda c b. Et il sedimo formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del cubo della seconda parte c b, che è il cubo della prima a c. Et però notarai il detto 84 da l'una, & l'altra banda di quello intervallo, che è fra quelli dui 36. per auanti notati nel detto ottauo spacio, & perche il quinto, & il settimo producto, se ben auertirai alla detta propositione, trouarai il quinto formarsi dal duplo del cubo della detta prima parte a c, che è il cubo della seconda parte c b. Et il settimo producto formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del cubo della seconda parte c b, che è il cubo della prima a c. Et però notarai il detto 216 dalla banda destra, & ancora dalla sinistra di quello intervallo, che è in mezzo del detto ottauo spacio, cioè fra quelli dui 36. per auanti notati, come che nella figura puoi vedere.

9 ET perche nella sesta propositione da noi posta sopra la regola da cauar la radice cubica per assignar la causa di tal regola si conclude che il cubo del primo numero diuiso la detta quantità a b sempre fia eguale a tre principali prodotti, delliquali se ben considerarai tal propositione, trouarai che il primo, & l'ultimo di tai tre prodotti altro non sono che il cubo delle dette due parti a c, & c b. Et però notarai nel nome cubo di sopra da l'uno, & l'altro capo di fuora via del nostro spacio, per le ragioni addutte nella seconda, terza, & quarta di questo capo, & perche il secondo, & il decimo producto se ben considerarai la detta propositione trouarai il secondo formarsi dal duplo del quadrato della prima parte a c, fia la seconda parte c b. & il decimo formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del quadrato della seconda parte c b, fia la prima parte a c. Et però notarai il detto 18 da l'uno, & l'altro capo di dentro via del detto nono spacio. Et perche il terzo, & il nono producto se ben notarai la detta nostra propositione trouarai il terzo formarsi dal duplo del quadrato della prima parte a c, fia il cubo della seconda c b. Et il nono formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del quadrato della seconda parte c b, che è il cubo della prima a c. Et però notarai il detto 48 da l'una, & l'altra banda di quello intervallo, che è fra quelli dui 18 per auanti notati nel detto nono spacio (come nella figura vedi) & perche il quarto, & sedecimo l'ottauo producto, se ben considerarai la detta propositione, trouarai il quarto formarsi dal duplo del secondo relato della detta prima parte a c, fia il cubo della seconda c b. Et l'ottauo formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del secondo relato della seconda parte c b, fia il cubo della prima a c. Et però notarai il detto 120 da l'uno, & l'altra banda di quello intervallo, che è fra quelli dui 48. per auanti notati nel detto nono spacio, come nella figura appare. Et perche il quinto, & il settimo producto, se ben auertirai alla detta nostra propositione, trouarai il detto quinto producto formarsi dal duplo del cubo della detta prima parte a c, fia il cubo della seconda c b. Et il settimo formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del cubo della seconda parte c b, fia il cubo della prima a c. Et però notarai il detto 120 da l'una, & l'altra banda di quello intervallo, che è fra quelli dui 48. per auanti notati nel detto nono spacio, come nella figura puoi vedere, & perche il detto producto, qual vien a esser il mezzo di tutti li detti 11 producti, se ben considerarai la detta nostra propositione, trouarai formarsi dal duplo del primo relato della detta prima parte a c, fia il primo relato della seconda c b. Et però notarai il detto 252 nel mezzo del detto nono spacio, cioè in mezzo di tutti quelli altri 10 termini già per auanti notati, come che nella detta figura puoi vedere.

10 ET perche nella decima, & vltima nostra propositione, adotta sopra la regola da cauar la radice cubica per assignar la causa di tal regola si conclude, che il cubo relato di tutta la detta quantità a b, fia eguale a 11 principali producti, delliquali se ben considerarai tal propositione, trouarai il primo, & l'ultimo di tai 11 producti altro non sono che il cubo delle dette due parti a c, & c b. Et però notarai nel nome cubo relato da l'uno, & l'altro capo di fuora via del decimo spacio, per le ragioni più volte dette, & perche il secondo, & l'undecimo producto, se ben auertirai alla detta propositione trouarai il secondo formarsi dal duplo del quadrato del cubo relato della prima parte a c, fia la seconda parte c b. & l'undecimo formarsi al contrario, cioè formarsi dal duplo del cubo relato della seconda parte c b, fia la prima a c. & però notarai il detto 12 da l'uno, & l'altro capo di dentro via del detto decimo spacio, & perche il terzo, & il decimo producto, se ben auertirai il terzo si forma dal duplo del 55 duplo del cubo della detta prima parte a c, fia il cubo della seconda c b. & il decimo si forma al contrario, cioè si forma dal detto del 55 duplo del cubo della seconda parte c b, fia il cubo della prima a c. Et però

notarai il detto 15 dalla banda, & l'altra banda di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 11 già per numeri notati nel detto decimo spacio (come nella figura appare, & perche il quarto, & il nono produtto, se ben notarai alla detta propositione, troverai il detto quarto formarsi dal detto del 165 uplo del cubo della detta prima parte a c, fia il cubo della seconda c b. & il nono formarsi al contrario, cioe formarsi dal detto del 165 uplo del cubo della seconda parte c b. fia il cubo della prima parte a c. & però notarai il detto 165 da basso, & l'altro capo di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 55 già per numeri notati, come nella figura puoi vedere, & perche il quinto, & l'ottauo produtto, se ben notarai la detta nostra propositione, troverai il quinto formarsi dal detto del 330 uplo del secondo resto della detta prima parte a c. fia il cubo della seconda c b. Et l'ottauo formarsi al contrario, cioe formarsi dal 330 uplo del detto del secondo resto della seconda parte c b. fia il cubo della prima a c. Et però notarai il detto 330 da banda, & da l'altra banda di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 165. già per numeri notati nel detto decimo spacio (cioe come che nella figura vedi) & perche il sesto, & il settimo produtto, se ben considerarai la detta nostra propositione, troverai il sesto formarsi dal detto del 462 uplo del cubo della prima parte a c. fia il resto della seconda c b. & il settimo formarsi al contrario, cioe formarsi dal detto del 462 uplo del cubo della seconda parte c b. fia il resto della prima a c. Et però notarai il detto 462 da banda, & da l'altra banda di quello intervallo, che resto fra quelli duoi 330 già per numeri notati nel detto decimo spacio, come che nella figura puoi vedere.



Hor poi che habbiamo replicati, & ordinatamente posti in figura tutti quelli numeri, che occorreno di mano in mano alla formatione di tutti quelli produtti, che incontrano in ciascuna di quelle tre propositioni da noi dette sopra di quelle tre regole dimostrate precedente capo, per cauar quelle tre specie di radice, accioche nel nostro ragionare, & nostra operatione non sia confusa, & vana ti voglio mostrare, donde alli numeri particolarmente di sopra assegnati, con bagni notitia da te medesimo potrai poi oltra in infinito procedere nelle altre specie di radici, hor per dar principio a tal particolarita gia fu per le tre dette nella seconda nostra regola, che quelli numeri detenuti, cioe posti di fuora via del destro lato c d. sono li nomi delle dignita, che si vanno cauando, ouer che si ponno cauar di mano in mano della prima parte a c. & quelli che sono detenuti, ouero posti di fuora via del destro lato c e. sono li nomi delle dignita, che si vanno cauando, ouer che si ponno cauar di mano in mano della seconda parte c b. & tal dignita se ben ti ricordi di quello che fu detto nella terza del primo capo, tali nomi, cioe dignita sono sempre infinite, & continuati in progressione geometrica denominata dal progressore di quella quantita, della quale è cauata (cioe la detta progressione geometrica di quelli nomi, che sono dalla banda sinistra, cioe fuor della linea c d. è denominata dalla quantita della parte a c. & quella di quelli, che sono da banda destra, cioe di fuora via del lato e c. è denominata dalla quantita c b. & tali due progressioni geometriche ponno procedere in infinito, come chiaramente nella detta terza del primo capo, & quelli altri nomi, ouer dignita, che piu oltra andarano cauando l'ordine sempre il primo, cioe quello che fia cauato dalla banda sinistra, & l'altro seguente di tutti quelli specchi, che incontrano ad aggiungersi a quella medesima dignita di numero della quantita

a b. Anchora è manifesto per le cose dette nella nostra replicatione, & annotatione, che tutti quelli numeri, che della summa del triangolo (cioè dal numero 1) & vengono discendendo a canto al lato c d di dentro via per fin in 1 sono tutti fabrili, & continui nella progressione naturale aritmetica, & ciascuno di quelli tali numeri concorre alla formatione del secondo prodotto in quella spetie di figura, che vi è posta a canto di fuora via della detta linea, over lato c d. & quelli poi che dal medesimo 1 vengono discendendo a canto al lato c e per di dentro via nella medesima progressione naturale aritmetica, per fin al detto 1 sono quelli, che ciascun di loro concorre alla formatione del primiero prodotto in quella spetie di figura, che vi è posta a canto di fuora via della linea, over lato c e. come nella nostra replicatione con effetto si è stato manifesto. & per secondo che quelli duoi ordini di nomi, over dignità possono in tal sua progressione geometrica procedere in infinito, quel medesimo seguita in quelli altri duoi ordini di numeri in tal sua progressione naturale aritmetica, dove che possono procedere anchora loro in tal progressione in infinito. Ciascun di quelli altri numeri, poi che sono fra li detti duoi ordini di numeri continuati in quella progressione naturale, si forma da quelli duoi numeri a lui sopraposti nel precedente spacio infra mezo gionti. Essempi gratia se ben considerarai nel terzo spacio trovarai che fra quelli duoi 4 delle dette due progressioni naturale, vi è solamente un 5, cioè dico che il detto 5 si forma, over ch'è stato formato da quelli duoi numeri nonari a lui sopraposti nel precedente secondo spacio insieme congionti, cioè che la summa delli detti duoi 5 fa precisamente il detto 9. similmente se ben guarderai nel quinto spacio trovarai che fra quelli duoi 5 delle dette due progressioni naturali, vi è sopraposto detti 10. hor dico l'uno, & l'altro di detti duoi 10 è stato formato da quelli duoi numeri, che gli è sopra posti nel precedente terzo spacio, li duoi numeri, che sono sopraposti al primo 10 (cioè a quello che è verso la man sinistra) l'uno è quel 4 della progressione sinistra, & l'altro è quel 6 già nominato, li quali duoi numeri giovati insieme fanno precisamente il detto 10. gli altri duoi numeri, che sono sopra posti al secondo 10 (cioè a quello che è verso la man destra) l'uno è pur quel medesimo 6 già nominato, & l'altro è quel 4 della progressione destra, li quali duoi numeri giovati insieme fanno precisamente il detto 10. Dapoi se anchora guarderai nel quarto spacio trovarai, che fra quelli duoi 6 delle dette due progressioni naturali, vi è sopraposto quelli tre numeri 5. 10. 5 hor dico che quel primo 5 (cioè verso la man sinistra) si forma da quelli duoi sopraposti numeri del precedente quinto spacio, li quali duoi numeri per abreviar parole se ben considerarai sono 4 & 6 & l'altro 10 li quali duoi numeri insieme giovati fanno precisamente il detto 10. Similmente quel 10 che segue si forma pur da quelli duoi numeri sopraposti nel precedente spacio, li quali duoi numeri se ben guarderai sono duoi 10. li quali duoi 10 giovati insieme fanno precisamente quel 20. Similmente quel 5 che è verso man destra si forma pur da quelli duoi sopraposti numeri del precedente spacio, li quali duoi numeri se ben guarderai sono 6. & l'altro 4. li quali giovati insieme fanno precisamente il detto 10. Dapoi se anchora guarderai nel sesto spacio trovarai, che fra quelli duoi 7 delle dette due progressioni naturali, vi è sopraposto quelli quattro numeri 15. 20. 15. 6. delli quali 4 numeri il primo, cioè quel 15 se ben guarderai ha sopra di se quelli duoi numeri 5. & 10. li quali giovati insieme formano il detto 15. il secondo poi, cioè quel 20 ha sopra di se quelli duoi numeri 10. & 10. li quali giovati insieme formano il detto 20. quel altro terzo numero, cioè quel 15 ha sopra di se quelli duoi numeri 10. & 5. li quali giovati insieme formano il detto 15. & quel quarto numero, cioè quel altro 6 ha sopra di se quelli duoi numeri 5. & 1. li quali giovati insieme formano il detto 6. il quinto numero, cioè quel altro 15 ha sopra di se quelli duoi numeri 10. & 5. li quali giovati insieme formano il detto 15. Dapoi se guarderai nel settimo spacio trovarai fra quelli duoi 8 delle dette due progressioni naturali, vi è sopraposto quelli cinque numeri 35. 70. 70. 35. 8. delli quali 5 numeri il primo, cioè quel 35 se ben guarderai ha sopra di se quelli duoi numeri 15. & 20. li quali giovati insieme formano il detto 35. il secondo poi, cioè quel 70 ha sopra di se quelli duoi numeri 20. & 50. li quali giovati insieme formano il detto 70. quel altro terzo numero, cioè quel altro 70 ha sopra di se quelli duoi numeri 50. & 20. li quali giovati insieme formano il detto 70. il quarto numero, cioè quel altro 35 ha sopra di se quelli duoi numeri 20. & 15. li quali giovati insieme formano il detto 35. Dapoi se guarderai nel ottavo spacio trovarai fra quelli duoi 9 delle dette due progressioni naturali, vi è sopraposto quelli sei numeri 56. 84. 70. 30. 9. & 9. delli quali il primo di detti numeri, cioè quel 56 se ben guarderai ha sopra di se quelli duoi numeri 35. & 21. li quali giovati insieme formano il detto 56. il secondo numero, cioè quel 84 ha sopra di se quelli duoi numeri 70. & 14. li quali giovati insieme formano il detto 84. il terzo di detti numeri, cioè quel 70 ha sopra di se quelli duoi numeri 35. & 35. li quali giovati insieme formano il detto 70. il quarto di detti numeri, cioè quel altro 30 ha sopra di se quelli duoi numeri 15. & 15. li quali giovati insieme formano il detto 30. il quinto di detti numeri, cioè quel altro 9 ha sopra di se quelli duoi numeri 6. & 3. li quali giovati insieme formano il detto 9. Dapoi se guarderai nel nono spacio trovarai fra quelli duoi 10 delle dette due progressioni naturali, vi è sopraposto quelli sei numeri 126. 210. 210. 126. 45. 10. delli quali 6 numeri il primo, cioè quel 126 se ben guarderai ha sopra di se quelli duoi numeri 56. & 70. li quali giovati insieme formano il detto 126. il secondo numero, cioè quel 210 ha sopra di se quelli duoi numeri 84. & 126. li quali giovati insieme formano il detto 210. il terzo di detti numeri (cioè quel altro 210 ha sopra di se quelli duoi numeri 126. & 84. li quali giovati insieme formano il detto 210. il quarto di detti numeri, cioè quel altro

mari, cioe quel dietro 116. ha sopra di se 10. & 16. liquali giuntti insieme formano il detto 126. Il quinto di detti numeri, cioe quel 84. ha sopra di se 56. & 28. liquali giuntti insieme formano il detto 84. Il sesto, & vltimo di detti sei numeri, cioe quel 56. ha sopra di se 28. & 8. liquali giuntti insieme formano il detto 56. Dapoi se guarderai anchora nel nono spatio troverai fra quelli doi 10. delle dette due progressioni naturali, essere interposto quelli sette numeri 45. 126. 210. 252. 210. 126. & 45. delliquali sette numeri, il primo, cioe quel 45. se ben guarderai ha sopra di se quelli doi numeri 9. & 36 liquali giuntti insieme formano il detto 45. Il secondo, cioe quel 126. ha di sopra di se quelli altri doi numeri 36. & 84. liquali giuntti formano il detto 126. Il terzo numero, cioe quel 210. ha sopra di se quelli doi numeri 84. & 126 liquali giuntti insieme formano il detto 210. Il quarto di detti numeri, cioe quel 252. ha sopra di se quelli altri doi numeri 126. & 126 liquali giuntti insieme formano il detto 252. Il quinto di detti sette numeri, cioe quel 210. ha sopra di se quelli doi numeri 126. & 84. liquali giuntti insieme formano il detto 210. Il sesto di detti sette numeri, cioe quel 126. ha sopra di se quelli doi numeri 84. & 36. liquali giuntti insieme formano il detto 126. Il sette, & vltimo di detti sette numeri, cioe quel 45. ha sopra di se quelli doi numeri 36. & 9. liquali giuntti insieme formano il detto 45. Dapoi se diligentemente guarderai anchora nel decimo spatio troverai fra quelli doi 11. delle dette due progressioni naturali, essere interposti quelli otto numeri 55. 165. 330. 462. 462. 330. 165. & 55. delliquali il primo, cioe quel 55. ha sopra di se quelli doi numeri 10. & 45. liquali giuntti insieme formano il detto 55. Il secondo di detti otto numeri, cioe quel 165. ha sopra di se quelli altri doi numeri 45. & 120. liquali giuntti insieme formano il detto 165. Il terzo di detti 8 numeri, cioe quel 330. ha sopra di se quelli doi numeri 120. & 210. liquali giuntti insieme formano il detto 330. Il quarto di detti otto numeri, cioe quel 462. ha sopra di se quelli doi numeri 210. & 252. liquali giuntti insieme, formano il detto 462. Il quinto di detti 8 numeri, cioe quel altro 462. ha sopra di se quelli altri doi numeri 252. & 210. liquali giuntti insieme formano il detto 462. Il sesto di detti 8 numeri, cioe quel altro 330. ha sopra di se quelli doi numeri 210. & 120. liquali giuntti insieme formano il detto 330. Il settimo di detti 8 numeri, cioe quel 165. ha sopra di se quelli doi numeri 120. & 45. liquali giuntti insieme formano il detto 165. L'ottavo, & l'vltimo di detti 8 numeri, cioe quel 55. ha sopra di se quelli doi numeri 45. & 10. liquali giuntti insieme formano il detto 55. & cosi

Essempio

penso per quello, che fin hora è detto, & dimostrato, douer solamente hauer inteso il modo, come si formano, & trouano di mano in mano quelli numeri, che sono ordinatamente descritti in quelli 10 spatij della sopraditta figura, ma non dubito anchora, che forse alcun altro non particolar zelo di se medesimo sopercili in inferirmi, che dal principio di questa 11. questione fu promesso, non douersi mai venire alla determinatione di questo caso, che vogliamo formare, ouer trouar la regola da esso, la vedessimo sopra di noi: la quale se ben ci ricordi di quello che fu detto sopra la terza del primo capo di questa 9. cerca di certe altre prime da Pisa, & l'altra banda di quel duodecimo spatio (laonde ci appar per questo) gli formeremo di sopra vn quadro nouenario, come nella detta figura vedi, & similmente da Pisa, & l'altra banda di detto vn tal detto spatio gli descriueremo quadro 11. come si ricerca à l'ordine di quelle dette due progressioni naturali, che discendono da Pisa, & l'altra banda del triangolare d. e. poi per trouar il primo di quelli altri 6 numeri, che ricercano vno interporli fra quelli doi 11. delle dette due progressioni naturali. Summeremo insieme quelli doi numeri 11. & 55. che sono nel precedente decimo spatio fanno 66. & questo 66 poneremo consequentemente dietro a quel primo 11. del detto vndecimo spatio. & per trouar l'altro numero, che segua dietro a quel 66. summeremo quel medesimo secondo 55. insieme con quel 165. che gli segue dietro, fanno in summa 220. & questo 220 lo noteremo consequentemente dietro a quel 66 (per auanti già notato nel detto vndecimo spatio) & per trouar l'altro numero, che segue dietro al detto 220. summeremo insieme quel medesimo secondo 165. insieme con quel 330. che gli segue dietro fanno in summa 495. & questo 495 lo noteremo consequentemente dietro a quel 220 per auanti notato nel detto vndecimo spatio. & per trouar l'altro numero, che segue dietro al detto 495. summeremo quel medesimo secondo 330. insieme con quel 462. che gli segue dietro fanno in summa 792. & questo 792 lo noteremo consequentemente dietro a quel 495. per auanti notato nel detto vndecimo spatio, & per trouar l'altro summeremo quel medesimo secondo 462. insieme con quel altro 462. che gli segue dietro fanno in summa 924. & questo 924. lo noteremo consequentemente dietro a quel 792 per auanti notato nel detto decimo spatio, & per trouar l'altro numero summeremo quel medesimo secondo 462. con quel 330. che gli segue dietro fanno in summa 792. & questo noteremo consequentemente dietro a quel 924 per auanti notato. & cosi per

l'altro

l'altro fiammaremo quel medesimo sopra posto 550 con quel 165 che seguita fara 495 & questo noteremo dietro a quel 715 già notato. Et per trouar l'altro fiammaremo quel medesimo sopra posto 165 con quel 55 che seguita fara 220 & questo noteremo dietro a quel 495 per ammi no ro. Et cosi volendo finalmente trouare il nono, & vltimo de' detti numeri interposti fiammare mo quel medesimo sopra posto 55 con quel 11 che seguita della progressione naturale, fara 66. & questo lo noteremo fra quel 220. per ammi notare, & quel 45 della detta progressione natu rale, come nella figura puoi vedere, & cosi haueremo trouati tutti quelli numeri particolari, che concorreno alla elettione della detta radice cubo, cenſo di cenſo, con laquale inuentione ſi potra formar quell'altra ſimilmente vndecima propoſitione.

Propoſitione dimoſtrata.

12 SE vna quantità fara diuiſa in due parti, come ſi vogli, il cubo cenſo cenſo di tutta la detta quantità ſompreſſa eguale a quelli 15 principali produtti, cioe al produtto del cubo cenſo cenſo della prima parte. Et al produtto del 11 uplo del terzo relato della detta prima parte fia la ſeconda parte. Et al produtto del 66 uplo del cenſo relato del la detta prima parte fia il cenſo della ſeconda, & al produtto del 220 uplo del cubo cubo della detta prima parte fia il cubo della ſeconda. Et al produtto del 495 uplo del cenſo di cenſo di cenſo della detta prima parte fia il cenſo cenſo della ſeconda. Et al produtto del 792 uplo del ſecondo relato della detta prima parte, fia il relato della ſeconda. Et al produtto del 924 uplo del cenſo cubo della detta prima parte, fia il cenſo cubo della ſeconda. Et al produtto del 792 uplo del ſecondo relato della ſeconda parte fia il primo relato della prima. Et al produtto del 495 uplo del cenſo cenſo della detta ſeconda fia il cenſo cenſo della prima. Et al produtto del 220 uplo del cubo cubo della detta ſeconda fia il cubo della prima. Et al produtto del 66 uplo del cenſo primo rel. della detta ſeconda fia il cenſo della prima. Et al produtto del 11 uplo del terzo relato della detta ſeconda fia la prima ſimplice. Et finalmente al produtto del cubo cenſo della detta ſeconda parte.

vnità	1
1ª generale	1
cenſo, over quadrato	4
cubo	8
cenſo cenſo	16
primo rel.	32
cenſo cubo	64
ſecondo rel.	128
cenſo cenſo cenſo	256
cubo cubo	512
cenſo rel.	1024
terzo rel.	2048
cubo cenſo cenſo	4096
quarto rel.	8192
cenſo ſecondo rel.	16384
cubo primo rel.	32768
cenſo cenſo cenſo cenſo	65536
quinto rel.	131072
cenſo cubo cubo	262144
ſeſto rel.	524288
cenſo cenſo primo rel.	1048576
cubo ſecondo rel.	2097152
cenſo terzo rel.	4194304
ſettimo rel.	8388608
cubo cubo cenſo cenſo	16777216
ottauo rel.	33554432
cenſo quinto rel.	67108864
cubo cubo cubo	134217728
cenſo cenſo ſecondo rel.	268435456
nono rel.	536870912

Et cosi ſi potrà procedere in infinito, & con qual ſi voglia altra progreſſione geometrica, cioe denominata da qual ſi voglia altro numero oltra il ſopra detto binario.

Dalqual propoſitione ſe ne caua la prouata regola, o vero dimoſtratione, cioe come ſi deue nelle altre dette nel precedente capo la trouata ſcorta, & con tal euidentia non dubia, che ſapendo come gouernarſi in caſo la detta radice cu. cen. con. di qual ſi voglia numero.

Et cosi ſe voleſſi anchora trouare, over formare la regola da cauar la duodecima ſpecie di radice detta quinta relata, nella progreſſione di Bindi dal detto triangolo, & finalmente notarebbe quello quinto relato da l'una, & l'altra banda di ſopra via di quel duodecimo ſpacio, che formarebbe, & finalmente vnendo inſieme l'una, & l'altra di quelle due progreſſioni naturali giongendoui quello numero 1 da l'una, & l'altra banda (come ſi nota a tal progreſſioni naturale) poi per trouare quelli altri numeri, che vanno interpoſti fra quelli dati 15 procederebbe, come detti nella precedente, cioe come ſi dimoſtra quelle linee rette, & ſimilmente lo ſecondo, & con tal modo potrai procedere in infinito.

Donde ſi caua la regola da formare il denominatore del nono di quello, che auuiene nelle radici irrationali per dare tal radice propinqua al vero.

13 LA regola da formare il denominatore de nouo ſono 3 quello che auuiene nelle eſtrattioni delle radici irrationali, le bon conſiderando 2 vna per vna ſure quelle, che nel precedente capo ſono ſtate date, troueraſi tal denominatore in ciaſcuna di quelle formarſi ſolamente da quelli numeri,

che sono di dentro di quel spacio di tal spetie di 8, & perche volendo esemplificar di nuouo le dette formationi, fiano assai longe, ma sì ben succinte a quello, che si possono sopra quella 8a. cen. cen. di nuouo formare, & secondarie non solamente donde si cauano quelle, ma anche nel detto precedente capo, ma ancora in tutte quelle che in infinito si possono piu oltra di nuouo formare.

Quando che il numero proposto da cauar la 8a. cen. cen. non sera cu. cen. cen. & che di quello si vorrà cauare la sua propinqua 8a. cu. cen. cen. Prima cauarà la detta 8a. cu. cen. cen. del maggior numero cu. cen. cen. contenuto da quello, & quello che si auanzara di sopra della tal operatione, lo porrai di sopra di una linea (secondo il solito) per numeratore, sotto quello per denominatore il detto denominatore de numero sotto di tal linea. Bisogna notare che quello si forma con sette principali prodotti quali sono quelli termini di numeri, che sono di dentro di quel vacuo spacio della detta figura precedente, nelqual spacio & ben guardi vi sono descritti .x. termini di numeri, e pero dirai il detto denominatore formarsi da .x. principali prodotti, dico anchora che quelli tali .x. prodotti si formano di mano in mano con quelli medesimi numeri, che si trouano nel detto vacuo spacio, cioè il primo di detti .x. prodotti si forma dal .x. upio del numero nelso della prima radice già cauata. Il secondo si forma dal 66 upio del quadro nelso della detta prima radice già cauata. Il terzo si forma con il .xx. upio del cu. cu. della detta prima radice già cauata. Il quarto si forma con il 460 upio del cen. cen. cu. della detta prima radice già cauata. Il quinto si forma con il .xx. upio del secondo nelso della detta prima radice già cauata. Il sesto si forma con il 924 upio del cen. cu. della detta prima radice già cauata. Il settimo si forma con il 792 upio del nelso della detta prima radice già cauata. L'ottauo prodotto si forma con il 495 upio del cen. cen. della detta prima radice già cauata. Il nono si forma con il .xx. upio del cu. della detta prima radice già cauata. Il decimo si forma con il 66 upio del cen. della detta prima radice già cauata. L'undecimo & vltimo prodotto si forma con il .x. upio della semplice prima radice già cauata, & cosi la summa di quelli .x. principali prodotti si douera mettere sotto la detta linea per denominatore, & la detta prima radice già cauata insieme con quel del numero, fara la propinqua 8a. cu. cen. cen. di quel tal numero non cu. cen. cen. & con tal regola procederai in infinito in tutte le altre, che piu oltra trouar vorrai. Et accio ne sappia denominare le altre spetie di figure, & le radici di quelle in margine ve ne ho posto 20. Lo apponere delle figure nelle operationi di ogni spetie di 8a. pero sempre cauare, & sopra della medesima figura, perche quanti termini di numeri si trouano di dentro di quel spacio di tal spetie di figura tanti figure si doueno interporre fra punto, & punto in tal apponere, & con questo voglio por fine a questo libro.

Fine del Secondo Libro.

LIBRO TERZO DELLA SECONDA

PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nelquale si tratta delli cinque principali atti della pratica delle radici, cioe rappresentare, moltiplicare, partire, sommare, & sottrare di quelle fra loro, & con il numero.

Della prima specie, ouer atto del algoritmo detto rappresentare di radici. Cap. I.

A radice di qual si voglia numero, & di qual si voglia specie di radice, ouer che la è razionale, o vuoi dir discreta, ouer che la è irrazionale, o vuoi dir sorda, la razionale (come piu volte è stato detto) è quella che si puo trouare, & assignare precisamente per qualche specie di numero, cioe o per numero lineo, ouer per roto, ouer per superficiale, & roto, & la irrazionale è quella, che non si puo trouare, ne assignare per alcuna di dette specie di numero. Et per tanto dico che alla razionale non vi accade altra specie, ouero altra sorte di rappresentatione di quella che si costuma nelli detti numeri linei, ouer roti, ouer superficiali, & rotti, perche quello, che si puo dire, ouero rappresentare per numero, si non si debbe dire, ne rappresentare per altro modo piu ostuso all'orecchio (salvo che per qualche legitima occasione) Essempi gratia potendo dire, ouero rappresentare la radice quadra di 4 per 2. & non si debbe rappresentare in questa forma radice 4. & cosi potendo dire, ouero rappresentare la radice cuba di 8. per 2. la non si debbe dire, ne rappresentare in questo modo radice cuba 8. anchor che tutto significhi vn modo quanto all'altro, & questo che habbiamo detto della radice quadra, & della cuba razionale, si debbe intendere in ogni altra specie di radice razionale. Et quantunque le radici irrazionali (come piu volte è stato detto) in alcune specie di qualche conditione, per qualche material occorrentia, si possino sempre trouare per numero proposto a tal radice irrazionale, ma perche tal radice proposta non è lecito a caparla, ne si debbe cauare nel principio di alcuna operatione, per volerli poi seruire di quella nella detta operatione, perche non piccolo errore si causaria alle volte nella conclusione (come sopra il mostrar di dette radici si fara manifesto) anzi quelle accettarla rappresentarle, & maneggiarle cosi solamente in nome, gli atti del algoritmo. Essempi gratia hauendo da rappresentare, & da maneggiare ponemo la radice quadra di 2. la si debbe rappresentare in questa forma R.q. 2. & cosi volendo rappresentare ponemo la radice cuba di 3. la si debbe rappresentare in questo modo R.c. 3. & cosi volendo rappresentare la radice di radice ponemo di 5. la si douera rappresentare in questa forma R.q.R.q. 5. ouero in quest'altra R.c.R.c. 5. & cosi volendo rappresentare ponemo la radice prima di R.c.R.q. 7. la si douera rappresentare in questo modo R.q.R.c. 7. ouero in quest'altro R.c.R.q. 7. Et cosi andar procedendo in tutte le altre specie, dar nominandole con quelli suoi nomi, che nel precedente libro è stato detto, & si nelli rotti, & linei, & roti, come nelli linei, & cosi fondatamente maneggiarle in tutte le altre specie del algoritmo, il modo, ouer regola di saper maneggiar cosi fondatamente tutte tal specie di radici ne gli altri seguenti atti del algoritmo si fara manifesto.

Del secondo atto del algoritmo detto moltiplicar di radici. Cap. II.

De notare circa al moltiplicar di radici.

Vedesi che il secondo atto del algoritmo, nelli numeri semplici fa il medesimo, ouero poco piu ouero meno nelle radici (per varij rispetti) moltiplicare, ma per meglio dar in cauta pratica di questo moltiplicare bisogna notare, che tutto fa a moltiplicare qual si voglia numero fa val'altro, quanto che a moltiplicare qual si voglia specie di digonia di luno fa quella medesima specie di digonia dell'altro, & di qual prodotto pigliarne poi quella specie di radici pertinente al nome di tal digonia, & acio meglio m'intendi, dico che tutto fa a moltiplicare qual si voglia numero fa val'altro quanto, che a moltiplicare il quadrato del luno fa il quadrato dell'altro, & di qual prodotto pigliar poi la radice quadra, & similmente quanto che a moltiplicare il cubo del luno fa il cubo dell'altro, & di tal prodotto pigliarne poi la radice cuba, & similmente quanto che a moltiplicar il censo di censo del luno fa il censo di censo dell'altro, & di tal

prodotto pigliarne poi la radice cossica: similmente quanto che a moltiplicare il relato di vno fia il relato dell'altro, & di tal prodotto pigliarne poi la radice relata, & così procedendo in tutte quelle altre specie di dignità, & di radici, narrate nel precedente libro. Essempi gratia dico che quanto fara a moltiplicare possimo 2 fia 3. che fa 6. quanto che fara a moltiplicare il quadrato di 2. che è 4. fia il quadrato di 3. che è 9. & di tal prodotto pigliarne poi la radice, & perche si vede, che tal prodotto è 36. & che la sua radice è medesimamente 6. si verifica il proposito. Il medesimo si trouara seguir moltiplicando il cubo di 2. che è 8. fia il cubo di 3. che è 27. fara 216. & la radice cuba del detto 216. fara medesimamente 6. Il medesimo si trouara seguir moltiplicando il cossico del detto 2. che è 16. fia il cossico di quel 3. che è 81. che fara 1296. la radice cossica delquale fara medesimamente 6. Il medesimo si trouara seguir moltiplicando il relato del detto 2. che fara 32. fia il relato del detto 3. che fara 243. che fara 7776. la radice relata delquale fara medesimamente 6. & così finalmente seguir in tutte le altre specie di dignità, & di radici che si volessi in cose di esempio fatta colla lunga.

Or che hai inteso per ellempio la sopradetta proposizione, tornando al nostro primo proposito, dico à moltiplicar di radici poter occorrere communemente 4. modi, ancor che in sostanza siano solamente 3. Il primo è da moltiplicare vna radice secondo la specie di quella, cioè se ella sara quadrata quadrata, & la sua radice cuba cuba, & se la sua cossica cossica, & così discorrendo nelle altre specie, la qual cosa non vuol dir altro, che ritornare tal radice alla sua dignità, cioè ritrouare la dignità di quella. Il secondo modo è moltiplicare vna radice fia vn'altra della medesima specie. Il terzo modo è moltiplicar vna radice fia numero. Il quarto, & vltimo modo è moltiplicare vn numero fia vna radice, & questo è finalmente il medesimo modo in sostanza.

Vuolsi dire che si vorra moltiplicar vna radice secondo la sua specie, sempre il suo vltimo prodotto fara quel numero delquale lei è radice. Essempi gratia volendo quadrare la radice quadra di cinquanta quattro quadrato, ciò è moltiplicarla proportionalmente 2. per numero, & così volendo cubare la radice cubadi 2. cioè il suo cubo fara per 2. per numero, & così volendo cossicare la radice cossica di 2. cioè il suo cossico fara per 2. per numero, & così volendo relare la radice relata di 2. cioè il suo relato fara per 2. per numero. Il medesimo seguira in ogni altra specie di radice, & di ogni altro numero maggiore, over minore del detto 2. ma perche la radice quadra è la prima, & la più frequente, & maneggiata di quante si voglia altre specie di radice, & però a maggior intelligenza delle discorse ne ho posto vn'ellempio in margine, vero è che bisogna auertire che quando si dice, ouero s'intende a dire moltiplicare vna radice quadra secondo la specie, ouer ritornare tal radice quadra alla sua dignità. Quando che si dice moltiplicare tal radice quadra fia vn'altra ellesegli, come vedi nelli ellempij posti in margine, che radice 2. fia radice 2. per numero, il qual 2. vien a ellere il numero del quadrato di quella tal radice lorda di 2. o vuol dir la dignità di tal radice lorda di 2. così per le medesime ragioni radice 3. fia radice 3. fia 3. per numero, il qual 3. vien a ellere il numero del quadrato, o vuol dir la dignità di tal radice lorda di 3. Et quantunque la radice 4. fia radice, cioè 2. per numero, non per declinazione di tal regola, ho proceduto, come se fusse stata detta, che a moltiplicar 2. fia 2. 4. fia per 4. per numero, il qual 4. vien pur a ellere il quadrato, o vuol dir la dignità quadra della detta 2. 4. & così nelle altre si vede in atto, & così a moltiplicar radice 5. fia radice 5. fia pur 5. per numero, & così seguira in tutte le altre simili, come nelli detti ellempij appare, auertendo ancora, come fu detto nella terza del primo capo del precedente libro, che dove si trouara questo nome radice quadra, non si debbe intendere per la radice quadra, ma nel nome universale delle radici quanta, s'intende per per qual si voglia specie di radice.

A volendo moltiplicare vna radice fia vn'altra di quella medesima specie sempre vorra l'vna, & l'altra di quelle alla sua dignità, il che facendo per hauer la di quello che poi, l'vna, & l'altra di dette dignità fia numero, moltiplicando poi le dette due dignità, cioè li detti due numeri l'vno fia l'altro, & la radice secondo la specie di quel tal prodotto per la prima di questo capo, fara il prodotto di tal moltiplicatione. Essempi gratia volendo moltiplicare

moltiplicar di radice secondo la specie

2 quadra	—	℞	—	=	℞ 2
2 cuba	—	℞ cu.	—	=	℞ 2
2 cossica 2 cossica		℞ cossica		=	℞ 2
2 relata	—	℞ rel.	—	=	℞ 2
2 cossica	—	℞ cossica	—	=	℞ 2
2 secondo rel.		℞ secondo rel.		=	℞ 2
2 cossica cossica		℞ cossica cossica		=	℞ 2
2 cubica	—	℞ cubica	—	=	℞ 2
2 cossica rel.	—	℞ cossica rel.	—	=	℞ 2
2 secondo rel.	—	℞ secondo rel.		=	℞ 2

Et così discorrendo in tutte le altre specie.

moltiplicar radice quadra in se.

℞	= fia ℞	= ℞	2
℞	3 fia ℞	3 ℞	3
℞	4 fia ℞	4 ℞	4
℞	5 fia ℞	5 ℞	5
℞	6 fia ℞	6 ℞	6
℞	7 fia ℞	7 ℞	7
℞	8 fia ℞	8 ℞	8
℞	9 fia ℞	9 ℞	9
℞	10 fia ℞	10 ℞	10
℞	11 fia ℞	11 ℞	11
℞	12 fia ℞	12 ℞	12

Et così procedendo nelle altre simili, & non solamente nelli numeri fia, ma nelli rotti, & fia, & rotti.

multiplicare radice = fia radice 5, ancora li quadrati di ciascuna di quelle, che per la precedente, fia che l'uno è = & l'altro 6, liquali multiplicati fanno 5. & così per la prima di questo capo la radice del detto 6. fara il produtto della detta radice = fia la detta radice 5. Et così volendo multiplicar ℛ ca. = fia ℛ ca. 5, ancora li cubi di ciascuna di quelle, che per la detta precedente fia l'uno eller = & l'altro 5. liquali multiplicati fanno pur 6. & così per la prima di questo capo, la radice cuba del detto 6. fara il produtto di tal multiplicatione, cioè di ℛ ca. = fia ℛ ca. 5. fara ℛ ca. 6. & così per abreuiar scriuendo a multiplicar ℛ cen. cen. = fia ℛ cen. cen. 5. fara ℛ cen. cen. 6. & così a multiplicar ℛ rel. = fia ℛ rel. 5. fara ℛ rel. 6. & procedendo come in margine vedi. Ma perche la radice quadrata (come fu detto nella precedente) è la prima, & la più nominata di quante ne vogliano altre specie di radice, & però a maggior chiarezza di questa, & di tutte l'altre seguenti specie, ne piacque porne alcuni essempi. Et però in questa nostra specie voglio adur più essempi. Et però adonque che a multiplicar ℛ = fia ℛ 5 fia ℛ 6. & così per le medesime ragioni a multiplicar ℛ 5 fia ℛ 5 fia ℛ 25. & a multiplicar ℛ = fia ℛ 5 fia ℛ 36. & perche ℛ 36 è 6. diremo che a multiplicar ℛ = fia ℛ 5 fia ℛ 6. per numero fia però di maraviglia, che a multiplicar una radice irrationale fia un'altra radice irrationale, alle volte può far numero rationale, o vuoi dir altrimenti, cioè che possa produrre numero quadrato, come di sopra negli essempi posti in margine appare. Et bisogna notare che quelle radici quadrate, che multiplicate l'una fia l'altra producano numero quadrato (fa cui radice vien a esser numero rationale) per la decima nona, & 20 del decimo di Euclide sono dette radici communicante, o vuoi dir commensurabile in longhezza, come in altro luogo più abondantemente parleremo a Iddio piacendo.

Essempi in generale

ℛ —— ——	= fia ℛ —— ——	5 fia ℛ —— —— 6
ℛ ca. ——	= fia ℛ ca. ——	5 fia ℛ ca. —— 6
ℛ cen. cen.	= fia ℛ cen. cen.	5 fia ℛ cen. cen. 6
ℛ rel. ——	= fia ℛ rel. ——	5 fia ℛ rel. —— 6
ℛ cen. ca.	= fia ℛ cen. ca.	5 fia ℛ cen. ca. —— 6
ℛ seconda rel.	= fia ℛ seconda rel.	5 fia ℛ seconda rel. 6
ℛ cen. cen. ce.	= fia ℛ cen. cen. cen.	5 fia ℛ cen. cen. cen. 6
ℛ ca. ca. ——	= fia ℛ ca. ca.	5 fia ℛ ca. ca. 6
ℛ cen. rel.	= fia ℛ cen rel.	5 fia ℛ cen. rel. 6
ℛ terza rel.	= fia ℛ terza rel.	5 fia ℛ terza rel. 6

Et così discorrendo in tutte l'altre seguenti specie.

Essempi in specialle delle radici quadre.

ℛ = fia ℛ 5 fia ℛ 6
ℛ 5 fia ℛ 5 fia ℛ 25
ℛ = fia ℛ 5 fia ℛ 36, cioè 6
ℛ 5 fia ℛ 20 fia ℛ 500
ℛ 5 fia ℛ 30 fia ℛ 900
ℛ 6 fia ℛ 5 fia ℛ 180
ℛ 6 fia ℛ 6 fia ℛ 36
ℛ 6 fia ℛ 24 fia ℛ 1440, cioè 12

Et così procedendo nelle altre simili, a noi fia assai in questi numeri fatti, ma nel progresso, & fatti, & rotti.

Essempio in specialle delle ℛ quadre fia numero.

ℛ = fia 5 fia ℛ 25
ℛ 5 fia = fia ℛ 25
ℛ = fia 5 fia ℛ 25, cioè 4
ℛ 5 fia = fia ℛ 25
ℛ 5 fia ℛ 2 = fia ℛ 25, cioè 6
ℛ 6 fia ℛ 5 fia ℛ 180
ℛ 6 fia ℛ 24 fia ℛ 1440, cioè 12

Et così procedendo nelle altre simili, a noi fia assai in questi numeri fatti, ma nel progresso, & fatti, & rotti.

Essempio in specialle delle ℛ cubiche fia numero.

ℛ = fia 5 fia ℛ 125
ℛ 5 fia = fia ℛ 125
ℛ 5 fia 4 fia ℛ 500
ℛ 5 fia 30 fia ℛ 4500
ℛ 6 fia 5 fia ℛ 750

Et così procedendo nelle altre simili, & non solamente numeri fatti, ma nel progresso, & fatti, & rotti.

Valsero essempio di numeri fia ℛ.

= fia ℛ = fia ℛ 1
= fia ℛ 1 fia ℛ 48
5 fia ℛ 5 fia ℛ 125
4 fia ℛ 10 fia ℛ 500
5 fia ℛ 5 fia ℛ 125

Et così procedendo in tutte l'altre seguenti specie, & fia maggiore, come di minor quantità.

Essempio in generale

ℛ —— ——	= fia 5 fia ℛ —— —— ——	13
ℛ ca. ——	= fia 5 fia ℛ ca. —— ——	14
ℛ cen. cen.	= fia 5 fia ℛ cen. cen. ——	161
ℛ rel. ——	= fia 5 fia ℛ rel. —— ——	4256
ℛ cen. ca.	= fia 5 fia ℛ cen. ca. ——	2498
ℛ seconda rel.	= fia 5 fia ℛ seconda rel.	4374
ℛ cen. cen. cen.	= fia 5 fia ℛ cen. cen. cen.	2531
ℛ ca. ca. ——	= fia 5 fia ℛ ca. ca. ——	19686
ℛ cen rel.	= fia 5 fia ℛ cen rel.	11809
ℛ terza rel.	= fia 5 fia ℛ terza rel.	7086

Et così procedendo in tutte l'altre seguenti specie, & fia maggiore, come di minor quantità.

Essempio in specialle delle ℛ quadre fia numero.

ℛ = fia 5 fia ℛ 25
ℛ 5 fia = fia ℛ 25
ℛ 5 fia 4 fia ℛ 80
ℛ 5 fia 5 fia ℛ 50

Et così procedendo nelle altre simili, & non solamente numeri fatti, ma nel progresso, & fatti, & rotti.

Valsero essempio di numeri fia ℛ.

= fia ℛ = fia ℛ 1
= fia ℛ 1 fia ℛ 48
5 fia ℛ 5 fia ℛ 125
4 fia ℛ 10 fia ℛ 500
5 fia ℛ 5 fia ℛ 125

Et così procedendo in tutte l'altre seguenti specie, & fia maggiore, come di minor quantità.

Volendo multiplicar qual si voglia specie di radice fia un numero, perche in tal caso bisogna che à multiplicante, & la cosa multiplicata fiano di una medesima natura, non dicendo potersi ridurre tal radice per numero (per esser irrationale, come di sopra) & però bisogna ridurre l'uno, & l'altro alla dignità di tal specie di radice, il che facendo l'uno, & l'altro di detti dignità per la regola di questo capo fara numero, multiplicando poi li detti duoi numeri l'uno fia l'altro, la radice poi secondo la specie di quel tal produtto per la prima di questo fara il produtto di tal multiplicatione. Essempio gratia volendo multiplicare ponamo ℛ = fia 5 quadra la radice = & fara = quadra anchora 5 & fara 5 multiplicato = fia 9 fia = 45. & la radice = 2. fara il produtto di 5 = fia 5. Et così volendo multiplicare ℛ ca. = fia 5 cuba quella 5 ca. = & fara = cuba anchora quel 5 fia 27. multiplicato = fia 27 fia 54. & fia ℛ ca. 54. per la prima di questo capo fara il produtto di 5 ca. = fia 5. Et così volendo multiplicare 5 cen. cen. = fia 5 recca quella ℛ cen. cen. = alla sua dignità, cioè a cen. cen. che per la terza di questo capo fara = similmente recca quel 5 a cen. cen. fara 5. multiplicato = fia 5 fia 16. & così per la prima di questo capo, la ℛ cen. cen. di 16. fara il produtto di ℛ cen. cen. = fia 5. Et così volendo multiplicare ℛ rel. = fia 5. redutti l'una e l'altra di esse due quantità, alla che facendo l'una fara = l'altra = 5. multiplicato poi = fia 41 fara 625. & così per le ragioni più volte dette la radice rel. 625. fara il produtto di ℛ rel. = fia 5. & così con tal ordine procederai in tutte altre specie di radice, come nello essempio posto in margine in parte puoi vedere, ma perche la radice quadra (come più volte è detto) è la prima, & la più frequentemente in uso, di quale si voglia altra specie di radice. Et però in questa specialle ti anderemo alquanto più oltra con altri essempi, replicando adonque dico volendo multiplicare ℛ = fia 5, che per recondurle una medesima natura, ti è debbe quadrar la ℛ 5. & fara = quadra anchora 5 5. & fara 5. & multiplicar poi questi duoi quadrati l'uno fia l'altro, & faranno 5. & così per la prima di que-

fia capo, ha ℞ 13 fia il predetto di ℞ 2 fia 3. Et cosi a multiplicar ℞ 5 fia 2 (procedendo per il medesimo modo) fia ℞ 11. perche il quadrato della ℞ 5 è 5. & il quadrato di 2 è 4. & 5 fia 4 fia 20. & ℞ 6 fia 5 fia ℞ 30. come in margine vedi. Et perche il multiplicare di numero fia ℞ è finale in folamente a quello di se fia numero, per che cavo fia 2 multiplicar ℞ 2 fia 5, quanto che a multiplicar 5 fia ℞ 2. perche l'uno, & l'altro è ℞ 10. & il medesimo seguira nelle altre, come che in margine puoi vedere, & pero non faremo a dilungarci altramente in questo, avertendoci solamente che il numero è sempre incommensurabile con ogni specie di radice irrazionale, & pero multiplicato per qual modo si voglia, con qual si voglia specie di radice irrazionale, sempre il produtto fia irrazionale.

Da notare non solamente per il multiplicare numero per radice, & radice per numero, ma anchora per il partire.

6 NAsce che piu oltra siamo si voglio prima avertire, come che non si puo multiplicare, ne numero partire alcuna specie di radice per numero, ne numero per alcuna specie di radice, che non si riduca ambidoi a una medesima natura, cioe a essere (se pol) di qual radice per numero, o vver ridur l'uno, & l'altro di loro alla dignita di quella specie di radice, vero è che potendosi trovare tal specie di ℞ precisamente per numero per cossa semplice, & speditamente fia a trovarla, & multiplicare il numero di quella fia quell'altro numero, & al produtto fia il grado produtto, che pervenia a multiplicar tal specie di radice per quel numero, ouvero a multiplicar tal numero per quella specie. Essempi grazia volendo multiplicare per numero la radice quadra di 3 per 2. & perche la radice di 3 si puo avere precisamente per numero (che fia 3) si per questo dico che in tal caso, piu conveniente, & speditamente fia a trovar la detta radice per numero, la quale (come è detto) è 3. & multiplicare il detto 3 per quel 2. fia 6. & cosi dicemo, che a multiplicar la detta radice 3 per quel 2 fia 6. Egli ben vero, che quel medesimo si trovaria con il multiplicar le loro dignita, cioe il loro quadrati, & di tal produtto pigliarne poi la radice quadra (come fu detto nella prima di questo capo) cioe quadrar quello ℞ 3. & fia 9. quadrar anchora quel 2. & fia 4. poi multiplicar 4 fia 9 fia 36. & la radice di 36 fia il predetto di 2 fia ℞ 3. & perche la radice del detto 36 è pur 6. come per l'altra via fu trovato, si puo fare tal cosa per una via, come per l'altra, ma in fine cosi piu conveniente è il primo modo, che il secondo. Et questo si debbe intendere in ogni specie di radice.

7 ANcora quando che la detta radice fusse irrazionale per il che fusse impedita la via di poterla multiplicare precisamente per numero, in tal caso egli necessario a procedere per il secondo modo, cioe a ridurre tal numero, con le loro dignita, cioe non il loro quadrati (essendo tal radice quadra) come nella quinta di questo capo è stato detto, & quello che si è detto della radice quadra si debbe intendere per ogn'altra specie di radice irrazionale.

A caso potria dire, non fia buono di tale ℞ irrazionale a cavarne la sua propinqua radice per numero, & quel tal numero multiplicarlo fia quell'altro, rispondo che tal modo non fia buono, ne debbo, perche anchora che l'errore di detta radice propinqua fusse piccolo, multiplicandolo poi per quel tal numero si venisia a far grande in fine della conclusione. Essempi grazia volendo per tal modo multiplicare ℞ 7. poniamo per 1000. quando la propinqua radice del detto 7 per la sua regola si trovasse tal propinqua radice effer $2\frac{1}{2}$, hor multiplicando $2\frac{1}{2}$ fia 1000 fia 2500. Ma multiplicando poi la detta ℞ 7 per il detto 1000 secondo la regola data nella quinta di questo capo, cioe quadrar la detta ℞ 7 fia 7. quadrar anchora quel 1000. fia 1000000. & multiplicar poi 7 fia 7000000. fia 70000000. & cosi la radice 70000000 dicemo, che fia a multiplicare ℞ 7 fia 8000 per la sua propria regola, hor si di quello produtto (cioe di quella ℞ 70000000) che cavarno la sua propinqua radice troveremo quella effere $8426\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}$, che verisia a dire cosa $8426\frac{7}{16}$ di quel 7 piu. che fia per quel altro modo da me biasimato. Et questo tal grande errore procede, perche la detta propinqua radice di 7 (che quel $2\frac{1}{2}$) è alquanto piu del la vera radice del detto 7. perche se quadrarai quel $2\frac{1}{2}$ trovarai, che fia $7\frac{1}{4}$, che fia $\frac{1}{4}$ piu del detto nostro 7. & quantunque tal errore (nel detto suo quadrato) rispondi quasi nulla nella detta radice propinqua (che in quel $2\frac{1}{2}$) nondimeno multiplicando poi tal $2\frac{1}{2}$ per quel 1000. si ven anchora a multiplicar tal errore, talmente che in quel suo 2500 di produtto viene a esser errato, over fatto errore a quel $426\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{1}{16}$ piu del dovere, come di sopra si è visto. Essere adonque si debbe cauto nel radice propinqua in alcuna specie di radice irrazionale nel principio, nel mezzo di alcuna sua operatione (come nel principio del primo capo, & in molti altri luoghi fusse detto) Egli ben vero, che in fine di tutte le sue operationi (come piu volte di sopra detto) si debbe

tutte,

loco alle volte a cauare ual radice propinqua nella vltima conditione, per vedere in qualche numerale, ouer numerale quelione, quanto rifponda nel ma conditione per numero, & queſto è fra to vſato (come in altri luoghi è ſtato detto) da Ptolomeo nel ſuo Almageſto, & nella ſua Geogra fia, & ſimilmente da Giouan di Mõte regio, & da molti altri, vero è che queſto non ſi debbe vſare in calo di diſputatione, perche nel ma conditione fatta coſi per numero propinquo del suo quadrato ſi ſarà reprobata per falſa, anci in tal caſo bilogna riſpondere per radici ſorde, & queſto ſi debbe intendere in ogni ſpecie di quantità irrationale.

Del terzo atto del Algorithmo detto partire di radici.

Cap. III.

Da notare circa al partir di radici.

1 Il partir di ſe per eſſer vn atto in tutto contrario al multiplicare ſeguita, che colui, che hauera ben intele le regole del multiplicare facilmente apprenderà quelle del detto partire, ma per intendere la cauſa pratticale delle regole del detto partire bilogna notare, che cõe partire qual ſi voglia numero per vn'altro, quanto che a partire qual ſi voglia dignità di qual numero, che debbe eſſer partito per quella medeſima dignità del partitore, & di quello che ne venirà a pigliare poi la radice (ſecondo la ſpecie di tal dignità) Eſempigratia per tendo 8 per 2 ne vien 4. Dico che partendo qual ſi voglia dignità del detto 8 per quella medeſima del detto 2. & di quello ſuccederà pigliandone poi quella medeſima ſpecie di radice, dico che la radice ſarà medeſimamente quel 4. & per verificarti naturalmente di queſto, pigliti il quadrato di 8. che è 64. & partilo per il quadrato di quel 2. che è 4. & tene venirà 16. & coſi la radice del detto 64. ſarà pur 8. come habbiamo detto. Similmente pigliando il cubo del detto 8. che è 512. & partendolo per il cubo di quel 2. che è 8. ne ne venirà 64. & coſi la radice cuba del detto 512. ſarà medeſimamente quel 8. come habbiamo detto. Similmente pigliando il cenſo cenſo del detto 8. che ſarà 4096. & partendolo per il cenſo cenſo del 2. che ſarà 16. ne ne venirà 256. & coſi la cenſo cenſo del detto 256. ſarà pur il detto 8. come habbiamo detto, & anchora pigliando il relato del detto 8. che ſarà 32768. & partendolo per il relato del detto 2. che ſarà 32. ne ne venirà 1024. & coſi la radice relata del 1024. ſarà pur il detto 8. & coſi (lasſando che più oltra mi eſtenda) il medeſimo ſeguirà in qual ſi voglia altra ſpecie di dignità.

2 Ora che hai eſſemplarmente intela la ſopraſcritta particolarità, dico che il partire di radici può occorrere communamente in quatro modi (ſi come interuiene anchora nel multiplicare) il primo è a partire qual ſi voglia ſpecie di 8 per la medeſima, cioè per vn'altra a lei eguale. Il ſecondo modo è a partire qual ſi voglia ſpecie di 8 per vn'altra da lei diuerſa in quantità, ma ben di quella medeſima ſpecie. Il terzo modo è a partir qual ſi voglia ſpecie di 8 per numero. Il quarto, & vltimo modo è a partire vn numero per qual ſi voglia ſpecie di 8, delli quali quatro modi andaremo regolatamente debattendo con eſſempi.

3 Volendo partire qual ſi voglia ſpecie di 8 per vn'altra a lei eguale in quantità ſempre neceſſario l'una, & l'altra di quelle alla ſua dignità, le quali dignità (per la ſeconda del precedente capo) l'una, & l'altra ſarà numero, & tali numeri ſaranno eguali, & però a partire l'uno per l'altro ſempre di tal partimento ne verrà precisamente 1. & la radice del detto 1. ſempre ſarà 1. & ſia qual 8 di che ſpecie ſi voglia. Eſſempi gratia volendo partire 4 per 4. & perche il loro quadrato ſarà per 16. & 4 cade partendo 16 per 4 ne verrà 4. & la 8 di 4. è pur 4. & per le medeſime ragioni volendo partire 81 per 81 ne verrà 81. & perche le loro dignità, cioè il loro cubi ſaranno per 531441. & 81 cade partendo 531441 per 81 ne verrà pur 81. & la radice cuba di 81 è pur 81. Et coſi volendo partire 8 cen. cen. per 8 cen. cen. & per

a partir 8	——	per 8	——	ne vien 1
a partir 8 qu.	——	per 8 qu.	——	ne vien 1
a partir 8 cen. cen.	=	per 8 cen. cen.	——	ne vien 1
a partir 8 rel.	——	per 8 rel.	——	ne vien 1
a partir 8 cen. qu.	=	per 8 cen. qu.	——	ne vien 1
a partir 8 ſecondo rel.	=	per 8 ſecondo rel.		ne vien 1

Et coſi diſcorrendo nelle altre ſpecie di 8, & in altro maggiore, ouer minor numero del detto 1.

Eſſempi per le 8 quadre.

a partir	8 2	per	8 2	ne vien 1
a partir	8 3	per	8 3	ne vien 1
a partir	8 4	per	8 4	ne vien 1
a partir	8 5	per	8 5	ne vien 1
a partir	8 6	per	8 6	ne vien 1

Et coſi diſcorrendo.

che recando l'uno, & l'altro alla sua digni, cioe al suo comun l'uno, & l'altro di quelli fia per 2. & 2. onde partendo l'uno per l'altro ne venira pur 1. & la radice comune del detto 2. fia per 1. & cosi discorrendo nelle altre specie di ℞, come nelli esempij posti in margine in parte puoi vedere, & quello si debbe intendere in ogni altro numero maggiore, over minore del detto 2. Ma perche la radice quadrata (come piu volte è stato detto) è la prima, & la piu maneggiata di quelli si voglia altra specie di ℞, però è maggior diligentia di studiosi, in sua specialità, mi voglio dilatare alquanto piu con esempi. Replico adonque che a partire ℞ 2 per ℞ 2 ne vien 1. & cosi per le medesime ragioni a partire ℞ 3 per 3 ne vien 1. & cosi a partire ℞ 4 per ℞ 4 (andar che fia razionale) ne vien pur 1. & cosi a partire ℞ 5 per ℞ 5 ne vien pur 1. & cosi discorrendo.

La prova di qual si voglia partir di ℞ fa facendo l'ordine di tutte le specie di partir, cioe moltiplicando lo auenimento fia il partitore, & ritornando la cosa partita, al partimento fia buono.

4 A volendo partir qual si voglia specie de ℞ per vn'altra de lei diversa in quantità (ma di quella medesima specie) partirai la dignità di quella per la dignità di quell'altra, & la ℞ (di quella medesima specie) di tal auenimento fia lo auenimento, che venira a partire quella sul radice per quell'altra de lei diversa in quantità. Esempi gratia volendo partire ℞ 24 per ℞ 3 recarai l'una, & l'altra alla sua digni, cioe quadra cubica di quelle, & ritornarai l'uno effer 24. & l'altro 3. partendo poi 24 per 3 ne vien 8. & la ℞ del detto 8. fia lo auenimento, che venira a partire ℞ 24 per ℞ 3.

a partir ℞ —— ——	a 24 per ℞ —— ——	3 ne vien ℞ —— —— 8
a partir ℞ ce. ——	a 24 per ℞ ce. ——	3 ne vien ℞ ce. —— 8, che è ℞
a partir ℞ ce. ce.	a 24 per ℞ ce. ce.	3 ne vien ℞ ce. ce. 8
a partir per ℞ rel.	a 24 per ℞ rel. ——	3 ne vien ℞ rel. —— 8
a partir ℞ ce. ce.	a 24 per ℞ ce. ce.	3 ne vien ℞ ce. ce. 8, che è ℞
a partir ℞ secondo rel.	a 24 per ℞ secondo rel.	3 ne vien ℞ secondo rel. 8

Et cosi discorrendo nelle altre specie dite, & in altri maggiori, & con simil modo.

Similmente volendo partir ℞ ce. a 24 per ℞ ce. ancora lì ce. di ℞ ce. a 24, che fia 24 ancora anchora lì ce. di ℞ ce. a 3, che fia 3. partirai poi 24 per 3 ne vien 8. & la ℞ ce. di 8 la quale è fia l'auenimento, che venira a partir ℞ ce. 24 per ℞ ce. 3. Similmente volendo partir ℞ ce. ce. a 24 per ℞ ce. ce. recarai l'una, & l'altra al suo cen. ce. (cioe alla sua dignità) & ritornarai l'uno effer 24. & l'altro 3. partendo poi 24 per 3 ne venira 8. & cosi ℞ con. ce. a 3 fia lo auenimento, che venira a partir ℞ ce. ce. 24 per ℞ ce. ce. 3. Similmente volendo partir ℞ rel. a 24 per ℞ rel. 3. recarai l'una, & l'altra alla sua digni, cioe al primo relato, & ritornarai l'uno effer 24. & l'altro 3. partendo ne 24 per 3 ne vien par 8. & cosi la ℞ rel. 8 fia lo auenimento, che venira a partire la detta ℞ rel. 24 per ℞ rel. 3. & con tal ordine procederai in tutte altre specie dite, come dietro pone in margine per esempio puoi vedere. Ma per non preterire l'ordine nostro introdusse alcuni altri esempij in specialità delle ℞ quadre, per le ragioni di sopra piu volte dette, replico adonque che a partire ℞ 24 per ℞ 3 ne vien ℞ 8. & cosi a partire ℞ 15 per ℞ 3 ne vien ℞ 24. Et cosi a partire ℞ 20 per ℞ 5 ne vien ℞ 4. la qual radice è 2. Et a partire ℞ 12 per ℞ 6 ne vien ℞ 2. & cosi discorrendo, come dietro in parte nelli esempi posti in margine puoi vedere.

Esempij per le ℞ quadre

a partir ℞ 24 per ℞ 3 ne vien ℞ 8
a partir ℞ 18 per ℞ 2 ne vien ℞ 24
a partir ℞ 60 per ℞ 6 ne vien ℞ 4, che è 2
a partir ℞ 12 per ℞ 6 ne vien ℞ 2
a partir ℞ 147 per ℞ 3 ne vien ℞ 49, che è 7
a partir ℞ 60 per ℞ 5 ne vien ℞ 12, che è 4
a partir ℞ 3 per ℞ 12 ne vien ℞ $\frac{1}{4}$

Et cosi discorrendo, & si nelli interi, & rotti, come dietro nelli numeri fatti.

La prova di tutte le specie di partir di radice è fia con il moltiplicare di quelle (come nell'imprendere è stato detto) che moltiplicando l'auenimento per il partitore ne debbe nascer la cosa partita.

Bisogna auertire, come quelle ℞ quadre, che partendo l'una per l'altra, ne pervengo sempre quadre (la cui ℞ è razionale) sono dette communicante, o vuoi dir commensurabile in longhezza.

5 A volendo partir qual si voglia specie di radice per numero prima bisogna (come fu detto nella fatta del precedente capo) ridurli ambedui a una medesima natura, & per che (essendo il radice irrationale) non si può trovar il radice precisamente per numero bisogna venire alle sue dignità, cioe recare la radice alla sua dignità, & similmente recare anchora il detto numero a quella medesima specie di dignità, & dapoi partire la dignità di tal radice per la dignità del detto numero, & la radice (secondo la specie) di tal auenimento, fia lo auenimento di tal partimento. Esempi gratia volendo partir poniamo ℞ 12 per ℞ 3, cioe per 3 quadra la detta ℞ 12, fia 12. quadra anchora quel 3. fia 9. Hor parti 12 per 9, ne vien $\frac{1}{3}$

vien 3. & la ℞ 3 fara lo auenimento, che peruenira a partir ℞ 1 = per mira, o vuoi dir per 1. & se ne vorrai far la proua moltiplicarai ℞ 3 per 1, trouarai che fara ℞ 12. come vuol il debito, e pero sta bene. Et cosi se vorrai indoppiare ℞ cu. 12. cioe moltiplicarla per 2. cuba ℞ cu. 12. & fara 12. cuba anchora quel 2. & fara 8. hor parti 24 per 8, & ne venira $\frac{1}{3}$, & la radice cu. $\frac{1}{3}$ fara lo auenimento che peruenira a partire ℞

cu. 12 a partir ℞ —— —— 24 per 8 —— —— 3 ne vien ℞ 3

volendo partir ℞ cen. cen. 12. per

cu. 12 a partir ℞ cu. —— 24 per 8 ne vien ℞ cu. —— $\frac{1}{3}$

mira, cioe per 1. resta la detta ℞

cen. cen. 12 a partir ℞ cen. cen. 24 per 8 ne vien ℞ cen. cen. ——

cen. cen. 12 alla sua digna, cioe

12 a partir ℞ rel. —— 24 per 8 ne vien ℞ rel. —— ——

a cen. cen. & fara 1. poi reca an

12 a partir ℞ cen. cu. 24 per 8 ne vien ℞ cen. cu. ——

chora quel 12 a cen. cu. & fara 16.

12 a partir ℞ secondo rel. 24 per 8 ne vien ℞ secondo rel.

por parti 24 per 16. & ne veni

ra $\frac{1}{2}$, & cosi la ℞ cen. cu. di $\frac{1}{2}$ fara

lo auenimento, che venira a par-

tir 24 ℞ cen. cen. 12 per 2. Et cosi

volendo partire ℞ rel. 12. per 8

detto 1. trouai il resto di detta ra-

dice resta 12. che trouarai esser

24 per anchora il resto di

2. che fara 32. hor parti 12. per 8

detto 32. ne venira $\frac{1}{2}$, & cosi la

ℓ resta di $\frac{1}{2}$ fara lo auenimento, che ne venira a partir ℞ rel. 1 = per 1. & cosi nel regola procederai al partir qual si voglia delle altre specie di radice per 2. & per qual si voglia altro numero maggiore, ouer minore del detto 2. Ma per non dostar da l'ordine nostro voglio addesso esporre alcuni partir di radice quadre per numero. Replico adonque che a partir ℞ 8 per 2. ne vien ℞ 3. & cosi a partire ℞ 20 per 2 ne vien ℞ 5. Et similmente a partir ℞ 63 per 9. ne vien ℞ 7. Et a partir ℞ 40 per 4 ne vien ℞ $2\frac{1}{2}$. & a partir ℞ 50 per 5 ne vien radici 2. & cosi discorrendo anchora nelli rotti, & sani, & misti.

Essempi speciali per partir ℞ quadre per numero.

a partir	℞ 12	per 4	ne vien	℞ 3
a partir	℞ 20	per 2	ne vien	℞ 5
a partir	℞ 63	per 9	ne vien	℞ 7
a partir	℞ 40	per 4	ne vien	℞ $2\frac{1}{2}$
a partir	℞ 50	per 5	ne vien	℞ 2
a partir	℞ $4\frac{1}{2}$	per $\frac{1}{2}$	ne vien	℞ $10\frac{1}{2}$

Et cosi procedendo nelle altre simili.

A volendo partire numero per qual si voglia specie di radice, prima bisogna (come fu detto nella sesta del precedente capo) ridurli ambidui a vna medesima natura, & perche essendo tal radice irrationale non si puo hauere tal radice precisamente per numero, egli e necessario venire alle loro dignita, cioe recare (come fu detto nella precedente) la radice alla sua dignita, & similmente recare anchora il numero a quella medesima specie di dignita, & dapoi partir la dignita del numero per la dignita della radice, & la radice secondo la specie di tal numero, fara lo auenimento, che venira a partire tal numero per quella tal specie di radice. Essempi gratia volendo partire potremo 4 per ℞ 5. quadra quella ℞ 5 fara 5. quadra anchora quel 4 fa 16. hor parti 16 per 5 ne vien $3\frac{1}{5}$, & cosi ℞ $3\frac{1}{5}$ fara lo auenimento, che venira a partir il detto 4 per ℞ 5. Similmente volendo partir potremo quel medesimo 4 per ℞

a partir	4 per ℞	——	5 ne vien	℞ —— $3\frac{1}{5}$
a partir	4 per ℞ cu.		5 ne vien	℞ cu. $2\frac{1}{25}$
a partir	4 per ℞ cen. cen.		5 ne vien	℞ cen. cen. $\frac{4}{125}$
a partir	4 per ℞ rel.		5 ne vien	℞ rel. $\frac{4}{3125}$
a partir	4 per ℞ cen. cu.		5 ne vien	℞ cen. cu. $\frac{4}{15625}$

Et cosi discorrendo nelle altre specie.

cu. 5 cuba la detta radice cu. 5. fara 5 cuba anchora quel 4 fara 64. hor parti 64 per 5. ne vien $12\frac{4}{5}$, & cosi ℞ cu. $12\frac{4}{5}$ fara lo auenimento, che venira a partir il detto 4. per la detta radice cu. 5. Similmente volendo partire per quel medesimo 4. per ℞ cen. cen. 5. resta la detta ℞ cen. cen. 5 alla sua dignita, cioe 25 cen. so di censo fara pur 5. reca medesimamente quel 4 a cen. cen. & fara 256. hor parti 256 per 5 ne vien $51\frac{1}{5}$, & cosi ℞ cen. cen. $51\frac{1}{5}$ fara lo auenimento, che venira a partire il detto 4 per ℞ cen. cen. 5. & cosi con tal regola andar procedendo nelle altre specie di radice, & per ogni altro numero maggior, ouer menor del detto 4. & per ogni altra maggiore, ouer minore quantita di 5. ma per non preterire al nostro ordine porremo alcuni altri essempij sopra le parti delle radici quadre per numero per esser (come piu volte e stato detto) le piu praticate di quel si voglia altra specie di radice, e per tanto replico che a partire 9 per ℞ 5 (per la regola di sopra data) ne vien ℞ $3\frac{1}{5}$, & cosi per la medesima regola a partir 4 per ℞ 12 ne vien ℞ 3. Similmente par

rende = per ℛ 3. ne venia ℛ 6 ½, finalmente a partir ℛ 2 per ℛ 5 ne viene ℛ 3. & così discorrendo nelle altre simili. Avertendoti, come fu detto sopra la quinta di moltiplicari, che il numero è sempre commensurabile con qual si voglia specie di radice sorda, e però a partir qual si voglia specie di radice sorda per numero, ouero va numero per qual si voglia specie di radice non di tali partimenti ne può venir quantità razionale.

Del quarto atto del algorithmo detto sommar di radici. Cap. IIII.

Come si conosca due radici esser fra loro communicante,

o vero di commensurabile in qual si voglia specie.

Per ben intendere li fondamenti della pratica del sommar di radici in generale, bisogna sapere, che in ogni specie di dette radici ve ne sono alcune, che sono dette commensurabile fra loro, & alcune incommensurabile, cioè non commensurabile. Le radici quadrate commensurabile, over commensurabile Euclide nella 1. 9. & 10 del decimo dimostra esser quelle, che dette, over moltiplicate l'una fia l'altra producono quantità razionale (come che sopra la quarta del secondo capo fu anchor detto) nelle altre specie di radice niente si finde, eccetto che delle ℛ ℛ, over ℛ cubiche dette, over chiamate lineale medie, come che al suo luogo più abondantemente parlaremo. Ma noi habbiamo trouato un modo generale di saper conoscer in ogni specie di dette radici quelle, che sono fra loro commensurabile, o vero di commensurabile, & per due diverse modi, over regole, la prima delle quali due regole è comune a ogni specie di radice, & l'altra (cioè la seconda) si va diversificando secondo le specie di dette radici. La prima & comune regola è questa, che quelle radici sono fra loro commensurabile, che partendo qual si voglia di quelle per l'altra dimostrano razionale (& questo s'intende in ogni specie di radice) Essempi gratia la ℛ 3 diremo esser communicante con la ℛ 12. perche partendo la maggiore per la minore, cioè la 12 per la 3 ne viene 4 che fatta = per numero razionale, & che sia il vero partendo ℛ 12 per ℛ 3 ne viene ℛ 4 che fatta = per numero razionale, finalmente partendo ℛ 3 per ℛ 12 ne viene ℛ ½, la qual ℛ ½ fatta ½ per numero razionale. Similmente ℛ cu. 4 diremo esser communicante con ℛ cu. 108, perche partendo ℛ cu. 108 per ℛ cu. 4 ne viene la prima ℛ cu. 27, la qual fatta = per numero, & così discorrendo.

Essempi per la prima regola delle radici communicante in generale.

2 parte ℛ	——	12	per ℛ ——	3 ne vien 4
2 parte ℛ cu.	——	108	per ℛ cu.	4 ne vien 27
2 parte ℛ cen. cen.		16	per ℛ cen. cen.	2 ne vien 1
2 parte ℛ rel.	——	16	per ℛ rel.	3 ne vien 81
2 parte ℛ sur. cu.		128	per ℛ cen. cu.	2 ne vien 8

Et così discorrendo

Et acciò per abreviar parole, & discorsi ogni volta che si dirà lo minore per lo maggior per la mente) s'intenderà sempre anchora per l'altro verso (cioè a parte la maggior per la minore) vero è che nel secondo luogo si va, dicendo, ℛ 3 parte ℛ 12 ne vien 4, & così discorrendo.

Et così discorrendo nelle altre simili.

La seconda regola da conoscer le due specie di radici fra loro communicante, over non è alquanto più difficile dell'altra, perche si va diversificando secondo le specie di radici, ma per esser cosa necessaria in molte altre per occorrenza (oltra il sommar di radice) di molte per mente ne anchora la causa di alcune altre regole le dichiaremo in questo luogo fra breue, cominciando dalle radici quadrate. Dico adonque due radici quadrate esser anchora communicante quando che moltiplicando l'una fia l'altra producono numero razionale, dico anchora che radici dicasi esser fra loro communicante quando che moltiplicando il quadrato dell'una fia l'altra semplice producono numero razionale anchora due ℛ cu. cu. dico esser fra loro communicante, quando che moltiplicando il cubo di una fia l'altra semplice producano numero razionale. Similmente due radici

Essempi per la seconda regola delle ℛ quadrate communicante fra loro.

ℛ 3 fia ℛ 12 fa 6
ℛ 10 fia ℛ 90 fa 30
ℛ 5 fia ℛ 80 fa 20
ℛ 5 fia ℛ 100 fa 40
ℛ 5 fia ℛ 16 fa 36

Et così discorrendo nelle altre simili.

Essempi per la prima regola delle ℛ quadrate communicante fra loro.

2 parte ℛ	12	per ℛ	3 ne vien 4	
2 parte ℛ	90	per ℛ	10 ne vien 9	
2 parte ℛ	80	per ℛ	5 ne vien 4	
2 parte ℛ	100	per ℛ	8 ne vien 5	
2 parte ℛ	16	per ℛ	6 ne vien 6	

Et così discorrendo nelle altre simili.

dico eſſer fra loro communicante quando che multiplicando il cenſo dell'una fia l'altra ſimplice producano numero razionale, & coſi due ſurſolidi dico eſſer fra loro communicante quando, che multiplicando il relato di vna fia l'altra ſimplice producano numero razionale. Similmente due ſecondi relati dico eſſer communicanti, quando che multiplicando il cenſo cubo di vna fia l'altra ſua ſimplice producano numero razionale. Et coſi diſcorrendo con tal ordine in tutte le altre ſpecie, cioe ſe multiplicando la ſeconda ſpecie propoſta d'vna di loro fia l'altra ſimplice producano numero razionale quelle ſaranno fra loro communicante. Et per eſſer meglio inteſo pone remo quelli medeſimi eſempij addotti per quell'altro primo modo. Eſempi gratia per queſta ſeconda regola diremo .8. eſſer communicante con .12. perche multiplicando ſemplicemente l'vna fia l'altra fanno, ouer producano .96. che ſaria 6 per numero. Similmente .20. diremo eſſer communicante con .108. perche multiplicando il quadrato di .20. che ſaria .400. fia l'altra ſimplice, cioe fia .108. produranno .43200. che ſaria 12 per numero, il medeſimo ſeguiria per l'altro verſo, cioe multiplicando il quadrato di .108. che ſaria 11664. fia l'altra ſimplice, cioe fia .20. perche ſaria .233280. laqual ſaria 96 per numero, ma per abreuiarla ſaranno le eſemplificatione per lo auenire ſolamente per vn verſo, hor per tornar al noſtro propoſito diremo finalmente .5cen.cen.2. eſſer commenſurabile con .cen.cen.162. perche multiplicando il cubo di .5cen.cen.2. che ſaria .5cen.cen.8. fia l'altra ſimplice, cioe fia .cen.cen.162. fanno .5cen.cen.1296. che ſaria 6 per numero. Similmente .rel.5. diremo eſſer communicante con .rel.160. perche multiplicando il cen.cen. di .rel.5. che ſaria .5rel.625. fia l'altra ſimplice, cioe fia .rel.160. fanno .5rel.100000. che ſaria 10 per numero. Et con tal ordine ſi può proceder in ogni altra ſpecie di radice, cioe ſe multiplicando la dignità vn grado più baſſa di vna di quelle fia l'altra ſimplice, & che produchino quantità razionale tal ſpecie di radici ſaranno communicante, ma ſe per tal modo non produrranno quantità razionale ſaranno incommenſurabile, cioe non communicante, & perche diſſero che ne non ne habbi anchora inteſo ſi voglio addure vn'altro eſempio, pongo che vogliamo ſapere ſe .cen.ce. ſia communicante con .cen.ce. 2.5. Et perche la dignità più baſſa vn grado del cenſo cubo ſaria il primo relato, & però in queſto caſo trouaremo il primo relato di .cen.ce. che ſaria .cen.ce. 2. & lo multiplicaremo ſemplicemente fia quella .cen.ce. 2.5. fanno .cen.ce. 40960. & perche la .cen.ce. di 40960. è razionale, perche è precisamente 64 diremo tal coſa .cen.ce. eſſer communicante, o vero ſi communicabile, ma quando che per caſo la radice cen.ce. di quello 40960. non fuſſe ſtata razionale, le detta .cen.ce. ſariano ſtate incommenſurabile fra loro, cioe non ſariano ſtate communicante, & coſi con tal ſorte di regola ſi potria operare in ogni altra ſpecie, ma perche la radice quadrata (come più volte è ſtato detto) è la prima, & la più maneggeuole di qual ſi voglia altra ſpecie di radice, & però in quella (a maggior intelligentia) ce ne ho poſto vn'eſempio in margine, & ſi per la prima regola (cioe con multiplicar l'vna per l'altra) come per la ſeconda, cioe con il multiplicar l'vna ſia l'altra, come può vedere.

In quanti modi può occorrere il ſummar di radice in generale.

DApoi che detto habbiamo il modo di ſaper conoſcere le radici communicante, & in qual ſi voglia ſpecie, è preſente intento di inſegnare la regola, or modo di ſaper ſummare quelle, il qual modo può occorrere communamente in 5. modi, il primo è a ſummare due radici eguale, il ſecondo è a ſummare due radici diſeguale in quantità, ma communicante fra loro, il terzo è a ſummar due radici per diſeguale in quantità (ma di vna medeſima ſpecie) non communicante fra loro, il quarto è a ſummar radice con numero, il quinto & vltimo modo è a ſummar numero con radice.

Come ſi ſummano due, ouer più radice eguale.

VOlendo ſummar due radici eguali baſta a moltiplicar l'vna di quelle, cioe multiplicarla per .2. ſecondo la ſpecie di quelle, cioe ſe tal radice ſaranno quadrate multiplicarà l'vna di quelle per .2. cioe per il quadrato di .2. che ſaria .4. & ſe le ſaranno cube multiplicarà l'vna di quelle per il cubo di .2. che ſaria .8. & ſe le ſaranno cen.cen. per il cen.cen. di .2. che ſaria .16. & ſe le ſaranno rotte per il rel. di .2. che ſaria .32. & coſi diſcorrendo nell'altre ſpecie, & la radice ſeguendo la ſpecie di quel tal prodotto ſara il doppio di vna di quelle radici propoſte, il qual doppio vien a eſſer la ſumma di quelle tali due radici, perche il multiplicare non è altro, che ver ſummar più eguali, & però ſeguita che volendo ſummar due, ouer più radici eguali (di qual ſi voglia ſpecie) baſta a multiplicare vna di quelle per .2. ſeguendo ſempre riſpetto alle ſpecie di tal radici, cioe a recarle, & ſummarle alla ſua dignità, come ſi deue ſegue il multiplicar di tal radici, cioe a recarle, & ſummarle alla ſua dignità, come ſi deue ſegue il multiplicar di

quelle per numero, & con tal ordine procederai se fusseno 4. over 5. cose pure eguale. Essempi gratia volendo summare 3ẽ 5 con 3ẽ 5 indoppia 3ẽ 5 (cioe moltiplica per 2 quadrato di 2. che fa 4) fara 3ẽ 20. & cosi diremo, che a summare 3ẽ 5 con 3ẽ 5 fara in summa 3ẽ 20. Similmente volendo summare 8ẽ ca. 5 con 8ẽ ca. 5. moltiplica una di quelle per il cubo di 2. che è 8. fara 8ẽ ca. 40. & cosi la summa di 8ẽ ca. 5. con 8ẽ ca. 5. fara 8ẽ ca. 40. & cosi la detta 8ẽ ca. 40. viene a dire il doppio di 8ẽ ca. 5. Et cosi con tal ordine procederai nell'altre specie di ẽ equale, come che in margine puoi vedere.

A summar cose ẽ equale

a summar ẽ	5 con ẽ	5 fa ẽ	20
a summar ẽ ca.	5 con ẽ ca.	5 fa ẽ ca.	40
a summar ẽ con. cen.	5 con ẽ cen. ca.	5 fa ẽ con. con.	48
a summar ẽ rel.	5 con ẽ rel.	5 fa ẽ rel.	96
a summar ẽ con. ca.	5 con ẽ con. ca.	5 fa ẽ con. ca.	250

E cosi discorrendo nelle altre specie.

Come si summano le radici communicante per due diverse vie, over regole.

4 Volendo venir summare qual si voglia due radici communicante tal ch'el suo ẽ poss'esser per due diverse vie, delliquali l'una (cioe la prima) è communa a ogni specie di radice communicante, l'altra (cioe la seconda) si va diversificando secondo le specie di radice, ma per non generar confusione dichiaremo primamente quella che è communa a ogni specie di radice, & dipoi notificaremo la seconda.

Come si summano due radici communicante per la prima regola.

5 Volendo adonque per la prima regola summare due radici communicante, vedi quante volte la menore numero la maggiore, & quello sperai pigliando la maggiore per la menore, il che facendo ne uscirà per la prima di quello capo, che te ne venirà numero rationale, il qual numero ne dinota quante volte la detta radice maggiore contiene la menore, & perche fanno certi, che la summa delle dette maggiore con la menore, contiene una volta di piu la detta menore, e pero moltiplicando la radice menore per 1 piu di quello numero rationale ne produrà la summa di tutte due radici communicante. Essempi gratia volendo summare positione 3ẽ 5 con 3ẽ 80. pari 8ẽ 80 per 3ẽ 5. & trouarai che ce ne venirà 8ẽ 16. equale 8ẽ 16 è rationale (per la prima di quello capo) adonque le dette due radici sono communicante, come si propone, e pero la detta radice di 16 fia 4. & quella è menore la detta 3ẽ 80 ellegi quanto è la 8ẽ 4. cioe 20. pero la detta radice di 16 fia 4. & quella è menore la detta 3ẽ 5 (cioe una volta di piu di quella 4) e pero moltiplicando la detta 3ẽ 5 per una piu di quello 4. cioe per 5 produrà la summa di tutte due 8ẽ. & perche a moltiplicar 3ẽ 5 per 5. fara 3ẽ 125. & cosi concludiremo, che la summa di 8ẽ 5 con 8ẽ 80 fara 8ẽ 125. Et acio meglio ciascuno intenda ne voglio proponer un'altro essempio nelle 8ẽ quadre, dipoi passeremo alle altre specie di radice, volendo adonque summare positione 8ẽ 1 con 8ẽ 40. pari 8ẽ 36 per 8ẽ 1. & ne viene 8ẽ 1 2/3. laqual 8ẽ 1 2/3 debbe esser rationale, altramente le dette due radici non fariano communicante (per la prima di quello capo) che fariano contra il presupposto, ma se communicante radice trouarai quella esser 1 1/3. & pero di manifesto la 8ẽ 36 esser 1 1/3 volte tanto, e medesimo della detta 8ẽ 1. & cosi fiamo ancora certi, che la summa delle 8ẽ due (cioe di 8ẽ 1. & 8ẽ 40) fara una volta piu, cioe che ella summara 2 1/3 volte tanto, e 2/3 della 8ẽ 1. e pero moltiplicando la detta 8ẽ 1 per 2 1/3 (cioe per 1 piu di 1 2/3) fara la summa di tutte due, & perche a moltiplicar la detta 8ẽ 1 per 2 1/3 fara 8ẽ 2 1/3. & non diremo, che fara la summa delle dette due 8ẽ quadre, il medesimo seguira in ogni altra specie di radici communicante. Essempi gratia volendo summare 8ẽ ca. 1 con 8ẽ ca. 4. pari per 8ẽ ca. 4 per 8ẽ ca. 2. & 8ẽ 8 vera 8ẽ ca. 1. laqual 8ẽ 8 debbe esser rationale (essendo le dette due 8ẽ communicante) onde quando la detta 8ẽ ca. 1 non esser 1. e pero di manifesto la detta 8ẽ ca. 1 esser oppposita con 8ẽ ca. de sorte che summando la detta 8ẽ ca. con la detta 8ẽ ca. fara 8ẽ ca. 4. pari alla summa delle due 8ẽ ca. 4 quadruplo alla detta 8ẽ ca. 1. per onde adonque volendo sapere la detta summa ne basta moltiplicar la detta 8ẽ ca. per 4 (cioe per 1 piu di quel 3) & che fiando restando quel 4 cubo,

Essempio primo

Essempio secondo

Essempio terzo

A summar per il primo modo ogni specie di ẽ communicante.

a summar ẽ	5 con ẽ	80 fa ẽ	125
a summar ẽ	9 con ẽ	9$ fa ẽ	162
a summar ẽ ca.	1 con ẽ ca.	5 fa ẽ ca.	125
a summar ẽ con. cen.	3 con ẽ con. cen.	48 fa ẽ con. cen.	243
a summar ẽ rel.	4 con ẽ rel.	128 fa ẽ rel.	512

Et con tal ordine procederai nelle altre specie communicante.

fara ☉ cu. con ☉ 16. & tanto fara la fumma di ☉ cu. con ☉ ce. 5 4. Il medefimo fi oſſerua quando vi occorreſſe nomi, over fumi, & nomi, per dire a ogni particolarita non ſi puo dar eſempio. Similmente a fommare ☉ ce. con ce. 5. con ☉ ce. con. 48. parti ☉ ce. con. 48. per ☉ con. ce. 5. ne viene ☉ con. con. 16. che fara 2 per numero, laqual 2 giongendoli qui 1 (per le ragioni dette) fara 3. hor auuiſi piglia la detta maggior radice per il detto 2 (cioe moltiplicando la detta ☉ con. con. 3 per quel 3 numero) fara ☉ ce. con. 48. & tanto fara la fumma della detta ☉ ce. con. 3 con ☉ ce. con. 48. & ſe cosi tal ordine ſommarai ☉ rel. 4 con rel. 12. 3. trouarai che fara ☉ rel. 97 2. & cosi tal ordine procederai nelle altre ſpecie di numero in numero, dimenare che quelle ſieno commenſurabile, di quelle che non ſono poi commenſurabile ma loro, doppo la ſeguente ti narrara, come ti ſommano.

Eſempio quarto

Eſempio quinto

Eſempio primo

Eſempio ſecondo

Eſempio terzo

Eſempio quarto

Eſempio quinto

Eſempio ſeſto

Eſempio ſettimo

Eſempio ottauo

Eſempio nono

Eſempio decimo

Eſempio vndecimo

Eſempio duodecimo

Eſempio decimo terzo

Eſempio decimo quarto

Eſempio decimo quinto

Eſempio decimo ſeſto

Eſempio decimo ſettimo

Eſempio decimo ottauo

Eſempio decimo nono

Eſempio vigeſimo

Eſempio vigeſimo primo

Eſempio vigeſimo ſecondo

Eſempio vigeſimo terzo

Eſempio vigeſimo quarto

Eſempio vigeſimo quinto

Eſempio vigeſimo ſeſto

Eſempio vigeſimo ſettimo

Eſempio vigeſimo ottauo

Eſempio vigeſimo nono

Eſempio trigeſimo

Eſempio trigeſimo primo

Eſempio trigeſimo ſecondo

Eſempio trigeſimo terzo

Eſempio trigeſimo quarto

Eſempio trigeſimo quinto

Eſempio trigeſimo ſeſto

Eſempio trigeſimo ſettimo

Eſempio trigeſimo ottauo

Eſempio trigeſimo nono

Eſempio quadrageſimo

Eſempio quadrageſimo primo

Eſempio quadrageſimo ſecondo

Eſempio quadrageſimo terzo

Eſempio quadrageſimo quarto

Eſempio quadrageſimo quinto

Eſempio quadrageſimo ſeſto

Eſempio quadrageſimo ſettimo

Eſempio quadrageſimo ottauo

Eſempio quadrageſimo nono

Eſempio cinquageſimo

Eſempio cinquageſimo primo

Eſempio cinquageſimo ſecondo

Eſempio cinquageſimo terzo

Eſempio cinquageſimo quarto

Eſempio cinquageſimo quinto

Eſempio cinquageſimo ſeſto

Eſempio cinquageſimo ſettimo

Eſempio cinquageſimo ottauo

Eſempio cinquageſimo nono

Eſempio ſeſſageſimo

Eſempio ſeſſageſimo primo

Eſempio ſeſſageſimo ſecondo

Eſempio ſeſſageſimo terzo

Eſempio ſeſſageſimo quarto

Eſempio ſeſſageſimo quinto

Eſempio ſeſſageſimo ſeſto

Eſempio ſeſſageſimo ſettimo

Eſempio ſeſſageſimo ottauo

Eſempio ſeſſageſimo nono

Eſempio ſettageſimo

Eſempio ſettageſimo primo

Eſempio ſettageſimo ſecondo

Eſempio ſettageſimo terzo

Eſempio ſettageſimo quarto

Eſempio ſettageſimo quinto

Eſempio ſettageſimo ſeſto

Eſempio ſettageſimo ſettimo

Eſempio ſettageſimo ottauo

Eſempio ſettageſimo nono

Eſempio ottageſimo

Eſempio ottageſimo primo

Eſempio ottageſimo ſecondo

Eſempio ottageſimo terzo

Eſempio ottageſimo quarto

Eſempio ottageſimo quinto

Eſempio ottageſimo ſeſto

Eſempio ottageſimo ſettimo

Eſempio ottageſimo ottauo

Eſempio ottageſimo nono

Eſempio nonageſimo

Eſempio nonageſimo primo

Eſempio nonageſimo ſecondo

Eſempio nonageſimo terzo

Eſempio nonageſimo quarto

Eſempio nonageſimo quinto

Eſempio nonageſimo ſeſto

Eſempio nonageſimo ſettimo

Eſempio nonageſimo ottauo

Eſempio nonageſimo nono

Eſempio centeſimo

Eſempio centeſimo primo

Eſempio centeſimo ſecondo

Eſempio centeſimo terzo

Eſempio centeſimo quarto

Eſempio centeſimo quinto

Eſempio centeſimo ſeſto

Eſempio centeſimo ſettimo

Eſempio centeſimo ottauo

Eſempio centeſimo nono

Eſempio centeſimo decimo

Eſempio centeſimo vndecimo

Eſempio centeſimo duodecimo

Eſempio centeſimo decimo terzo

Eſempio centeſimo decimo quarto

Eſempio centeſimo decimo quinto

Eſempio centeſimo decimo ſeſto

Eſempio centeſimo decimo ſettimo

Eſempio centeſimo decimo ottauo

Eſempio centeſimo decimo nono

Eſempio centeſimo vigeſimo

Eſempio centeſimo vigeſimo primo

Eſempio centeſimo vigeſimo ſecondo

Eſempio centeſimo vigeſimo terzo

Eſempio centeſimo vigeſimo quarto

Eſempio centeſimo vigeſimo quinto

Eſempio centeſimo vigeſimo ſeſto

Eſempio centeſimo vigeſimo ſettimo

Eſempio centeſimo vigeſimo ottauo

Eſempio centeſimo vigeſimo nono

Eſempio centeſimo trigeſimo

Eſempio centeſimo trigeſimo primo

Eſempio centeſimo trigeſimo ſecondo

Eſempio centeſimo trigeſimo terzo

Eſempio centeſimo trigeſimo quarto

Eſempio centeſimo trigeſimo quinto

Eſempio centeſimo trigeſimo ſeſto

Eſempio centeſimo trigeſimo ſettimo

Eſempio centeſimo trigeſimo ottauo

Eſempio centeſimo trigeſimo nono

Eſempio centeſimo quadrageſimo

Eſempio centeſimo quadrageſimo primo

Eſempio centeſimo quadrageſimo ſecondo

Eſempio centeſimo quadrageſimo terzo

Eſempio centeſimo quadrageſimo quarto

Eſempio centeſimo quadrageſimo quinto

Eſempio centeſimo quadrageſimo ſeſto

Eſempio centeſimo quadrageſimo ſettimo

Eſempio centeſimo quadrageſimo ottauo

Eſempio centeſimo quadrageſimo nono

Eſempio centeſimo cinquageſimo

Eſempio centeſimo cinquageſimo primo

Eſempio centeſimo cinquageſimo ſecondo

Eſempio centeſimo cinquageſimo terzo

Eſempio centeſimo cinquageſimo quarto

Eſempio centeſimo cinquageſimo quinto

Eſempio centeſimo cinquageſimo ſeſto

Eſempio centeſimo cinquageſimo ſettimo

Eſempio centeſimo cinquageſimo ottauo

Eſempio centeſimo cinquageſimo nono

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo primo

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo ſecondo

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo terzo

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo quarto

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo quinto

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo ſeſto

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo ſettimo

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo ottauo

Eſempio centeſimo ſeſſageſimo nono

Eſempio centeſimo ſettageſimo

Eſempio centeſimo ſettageſimo primo

Eſempio centeſimo ſettageſimo ſecondo

Eſempio centeſimo ſettageſimo terzo

Eſempio centeſimo ſettageſimo quarto

Eſempio centeſimo ſettageſimo quinto

Eſempio centeſimo ſettageſimo ſeſto

Eſempio centeſimo ſettageſimo ſettimo

Eſempio centeſimo ſettageſimo ottauo

Eſempio centeſimo ſettageſimo nono

Eſempio centeſimo ottageſimo

Eſempio centeſimo ottageſimo primo

Eſempio centeſimo ottageſimo ſecondo

Eſempio centeſimo ottageſimo terzo

Eſempio centeſimo ottageſimo quarto

Eſempio centeſimo ottageſimo quinto

Eſempio centeſimo ottageſimo ſeſto

Eſempio centeſimo ottageſimo ſettimo

Eſempio centeſimo ottageſimo ottauo

Eſempio centeſimo ottageſimo nono

Eſempio centeſimo nonageſimo

Eſempio centeſimo nonageſimo primo

Eſempio centeſimo nonageſimo ſecondo

Eſempio centeſimo nonageſimo terzo

Eſempio centeſimo nonageſimo quarto

Eſempio centeſimo nonageſimo quinto

Eſempio centeſimo nonageſimo ſeſto

Eſempio centeſimo nonageſimo ſettimo

Eſempio centeſimo nonageſimo ottauo

Eſempio centeſimo nonageſimo nono

Eſempio ducenteſimo

Eſempio ducenteſimo primo

Eſempio ducenteſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo terzo

Eſempio ducenteſimo quarto

Eſempio ducenteſimo quinto

Eſempio ducenteſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo nono

Eſempio ducenteſimo decimo

Eſempio ducenteſimo vndecimo

Eſempio ducenteſimo duodecimo

Eſempio ducenteſimo decimo terzo

Eſempio ducenteſimo decimo quarto

Eſempio ducenteſimo decimo quinto

Eſempio ducenteſimo decimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo decimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo decimo ottauo

Eſempio ducenteſimo decimo nono

Eſempio ducenteſimo vigeſimo

Eſempio ducenteſimo vigeſimo primo

Eſempio ducenteſimo vigeſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo vigeſimo terzo

Eſempio ducenteſimo vigeſimo quarto

Eſempio ducenteſimo vigeſimo quinto

Eſempio ducenteſimo vigeſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo vigeſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo vigeſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo vigeſimo nono

Eſempio ducenteſimo trigeſimo

Eſempio ducenteſimo trigeſimo primo

Eſempio ducenteſimo trigeſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo trigeſimo terzo

Eſempio ducenteſimo trigeſimo quarto

Eſempio ducenteſimo trigeſimo quinto

Eſempio ducenteſimo trigeſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo trigeſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo trigeſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo trigeſimo nono

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo primo

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo terzo

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo quarto

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo quinto

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo quadrageſimo nono

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo primo

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo terzo

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo quarto

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo quinto

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo cinquageſimo nono

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo primo

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo terzo

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo quarto

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo quinto

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo ſeſſageſimo nono

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo primo

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo terzo

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo quarto

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo quinto

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo ſettageſimo nono

Eſempio ducenteſimo ottageſimo

Eſempio ducenteſimo ottageſimo primo

Eſempio ducenteſimo ottageſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo ottageſimo terzo

Eſempio ducenteſimo ottageſimo quarto

Eſempio ducenteſimo ottageſimo quinto

Eſempio ducenteſimo ottageſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo ottageſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo ottageſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo ottageſimo nono

Eſempio ducenteſimo nonageſimo

Eſempio ducenteſimo nonageſimo primo

Eſempio ducenteſimo nonageſimo ſecondo

Eſempio ducenteſimo nonageſimo terzo

Eſempio ducenteſimo nonageſimo quarto

Eſempio ducenteſimo nonageſimo quinto

Eſempio ducenteſimo nonageſimo ſeſto

Eſempio ducenteſimo nonageſimo ſettimo

Eſempio ducenteſimo nonageſimo ottauo

Eſempio ducenteſimo nonageſimo nono

Eſempio trecenteſimo

Eſempio trecenteſimo primo

Eſempio trecenteſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo terzo

Eſempio trecenteſimo quarto

Eſempio trecenteſimo quinto

Eſempio trecenteſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo nono

Eſempio trecenteſimo decimo

Eſempio trecenteſimo vndecimo

Eſempio trecenteſimo duodecimo

Eſempio trecenteſimo decimo terzo

Eſempio trecenteſimo decimo quarto

Eſempio trecenteſimo decimo quinto

Eſempio trecenteſimo decimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo decimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo decimo ottauo

Eſempio trecenteſimo decimo nono

Eſempio trecenteſimo vigeſimo

Eſempio trecenteſimo vigeſimo primo

Eſempio trecenteſimo vigeſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo vigeſimo terzo

Eſempio trecenteſimo vigeſimo quarto

Eſempio trecenteſimo vigeſimo quinto

Eſempio trecenteſimo vigeſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo vigeſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo vigeſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo vigeſimo nono

Eſempio trecenteſimo trigeſimo

Eſempio trecenteſimo trigeſimo primo

Eſempio trecenteſimo trigeſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo trigeſimo terzo

Eſempio trecenteſimo trigeſimo quarto

Eſempio trecenteſimo trigeſimo quinto

Eſempio trecenteſimo trigeſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo trigeſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo trigeſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo trigeſimo nono

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo primo

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo terzo

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo quarto

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo quinto

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo quadrageſimo nono

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo primo

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo terzo

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo quarto

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo quinto

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo cinquageſimo nono

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo primo

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo terzo

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo quarto

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo quinto

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo ſeſſageſimo nono

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo primo

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo terzo

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo quarto

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo quinto

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo ſettageſimo nono

Eſempio trecenteſimo ottageſimo

Eſempio trecenteſimo ottageſimo primo

Eſempio trecenteſimo ottageſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo ottageſimo terzo

Eſempio trecenteſimo ottageſimo quarto

Eſempio trecenteſimo ottageſimo quinto

Eſempio trecenteſimo ottageſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo ottageſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo ottageſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo ottageſimo nono

Eſempio trecenteſimo nonageſimo

Eſempio trecenteſimo nonageſimo primo

Eſempio trecenteſimo nonageſimo ſecondo

Eſempio trecenteſimo nonageſimo terzo

Eſempio trecenteſimo nonageſimo quarto

Eſempio trecenteſimo nonageſimo quinto

Eſempio trecenteſimo nonageſimo ſeſto

Eſempio trecenteſimo nonageſimo ſettimo

Eſempio trecenteſimo nonageſimo ottauo

Eſempio trecenteſimo nonageſimo nono

Eſempio quadrecenteſimo

Eſempio quadrecenteſimo primo

Eſempio quadrecenteſimo ſecondo

Eſempio quadrecenteſimo terzo

Eſempio quadrecenteſimo quarto

Eſempio quadrecenteſimo quinto

Eſempio quadrecenteſimo ſeſto

Eſempio quadrecenteſimo ſettimo

Eſempio quadrecenteſimo ottauo

Eſempio quadrecenteſimo nono

Eſempio quingenteſimo

Eſempio quingenteſimo primo

Eſempio quingenteſimo ſecondo

Eſempio quingenteſimo terzo

Eſempio quingenteſimo quarto

Eſempio quingenteſimo quinto

Eſempio quingenteſimo ſeſto

Eſempio quingenteſimo ſettimo

Eſempio quingenteſimo ottauo

Eſempio quingenteſimo nono

Eſempio ſeiceſimo

Eſempio ſeiceſimo primo

Eſempio ſeiceſimo ſecondo

Eſempio ſeiceſimo terzo

Eſempio ſeiceſimo quarto

Eſempio ſeiceſimo quinto

Eſempio ſeiceſimo ſeſto

Eſempio ſeiceſimo ſettimo

Eſempio ſeiceſimo ottauo

Eſempio ſeiceſimo nono

Eſempio ſettecenteſimo

Eſempio ſettecenteſimo primo

Eſempio ſettecenteſimo ſecondo

Eſempio ſettecenteſimo terzo

Eſempio ſettecenteſimo quarto

Eſempio ſettecenteſimo quinto

Eſempio ſettecenteſimo ſeſto

Eſempio ſettecenteſimo ſettimo

Eſempio ſettecenteſimo ottauo

Eſempio ſettecenteſimo nono

Eſempio ottocenteſimo

Eſempio ottocenteſimo primo

Eſempio ottocenteſimo ſecondo

Eſempio ottocenteſimo terzo

Eſempio ottocenteſimo quarto

Eſempio ottocenteſimo quinto

Eſempio ottocenteſimo ſeſto

Eſempio ottocenteſimo ſettimo

Eſempio ottocenteſimo ottauo

Eſempio ottocenteſimo nono

Eſempio nouecenteſimo

Eſempio nouecenteſimo primo

Eſempio nouecenteſimo ſecondo

Eſempio nouecenteſimo terzo

Eſempio nouecenteſimo quarto

Eſempio nouecenteſimo quinto

Eſempio nouecenteſimo ſeſto

Eſempio nouecenteſimo ſettimo

Eſempio nouecenteſimo ottauo

Eſempio nouecenteſimo nono

Eſempio millenteſimo

Eſempio millenteſimo primo

Eſempio millenteſimo ſecondo

Eſempio millenteſimo terzo

Eſempio millenteſimo quarto

Eſempio millenteſimo quinto

Eſempio millenteſimo ſeſto

Eſempio millenteſimo ſettimo

Eſempio millenteſimo ottauo

Eſempio millenteſimo nono

Eſempio duomillenteſimo

Eſempio duomillenteſimo primo

Eſempio duomillenteſimo ſecondo

Eſempio duomillenteſimo terzo

Eſempio duomillenteſimo quarto

Eſempio duomillenteſimo quinto

Eſempio duomillenteſimo ſeſto

Eſempio duomillenteſimo ſettimo

Eſempio duomillenteſimo ottauo

Eſempio duomillenteſimo nono

Eſempio tremillenteſimo

Eſempio tremillenteſimo primo

Eſempio tremillenteſimo ſecondo

Eſempio tremillenteſimo terzo

Eſempio tremillenteſimo quarto

Eſempio tremillenteſimo quinto

Eſempio tremillenteſimo ſeſto

Eſempio tremillenteſimo ſettimo

Eſempio tremillenteſimo ottauo

Eſempio tremillenteſimo nono

Eſempio quattromillenteſimo

Eſempio quattromillenteſimo primo

Eſempio quattromillenteſimo ſecondo

Eſempio quattromillenteſimo terzo

Eſempio quattromillenteſimo quarto

Eſempio quattromillenteſimo quinto

Eſempio quattromillenteſimo ſeſto

Eſempio quattromillenteſimo ſettimo

Eſempio quattromillenteſimo ottauo

Eſempio quattromillenteſimo nono

Eſempio cinquemillenteſimo

Eſempio cinquemillenteſimo primo

Eſempio cinquemillenteſimo ſecondo

Eſempio cinquemillenteſimo terzo

Eſempio cinquemillenteſimo quarto

Eſempio cinquemillenteſimo quinto

Eſempio cinquemillenteſimo ſeſto

Eſempio cinquemillenteſimo ſettimo

Eſempio cinquemillenteſimo ottauo

Eſempio cinquemillenteſimo nono

Eſempio ſeiemillenteſimo

Eſempio ſeiemillenteſimo primo

Eſempio ſeiemillenteſimo ſecondo

Eſempio ſeiemillenteſimo terzo

Eſempio ſeiemillenteſimo quarto

Eſempio ſeiemillenteſimo quinto

Eſempio ſeiemillenteſimo ſeſto

Eſempio ſeiemillenteſimo ſettimo

Eſempio ſeiemillenteſimo ottauo

Eſempio ſeiemillenteſimo nono

Eſempio ſettemillenteſimo

Eſempio ſettemillenteſimo primo

Eſempio ſettemillenteſimo ſecondo

Eſempio ſettemillenteſimo terzo

Eſempio ſettemillenteſimo quarto

Eſempio ſettemillenteſimo quinto

Eſempio ſettemillenteſimo ſeſto

Eſempio ſettemillenteſimo ſettimo

Eſempio ſettemillenteſimo ottauo

Eſempio ſettemillenteſimo nono

Eſempio ottomillenteſimo

Eſempio ottomillenteſimo primo

Eſempio ottomillenteſimo ſecondo

Eſempio ottomillenteſimo terzo

Eſempio ottomillenteſimo quarto

Eſempio ottomillenteſimo quinto

Eſempio ottomillenteſimo ſeſto

Eſempio ottomillenteſimo ſettimo

Eſempio ottomillenteſimo ottauo

Eſempio ottomillenteſimo nono

Eſempio nouemillenteſimo

Eſempio nouemillenteſimo primo

Eſempio nouemillenteſimo ſecondo

Eſempio nouemillenteſimo terzo

Eſempio nouemillenteſimo quarto

Eſempio nouemillenteſimo quinto

Eſempio nouemillenteſimo ſeſto

Eſempio nouemillenteſimo ſettimo

Eſempio nouemillenteſimo ottauo

Eſempio nouemillenteſimo nono

Eſempio decemillenteſimo

Eſempio decemillenteſimo primo

Eſempio decemillenteſimo ſecondo

Eſempio decemillenteſimo terzo

Eſempio decemillenteſimo quarto

Eſempio decemillenteſimo quinto

Eſempio decemillenteſimo ſeſto

Eſempio decemillenteſimo ſettimo

Eſempio decemillenteſimo ottauo

Eſempio decemillenteſimo nono

Eſempio vndecemillenteſimo

Eſempio vndecemillenteſimo primo

Eſempio vndecemillenteſimo ſecondo

Eſempio vndecemillenteſimo terzo

Eſempio vndecemillenteſimo quarto

Eſempio vndecemillenteſimo quinto

Eſempio vndecemillenteſimo ſeſto

Eſempio vndecemillenteſimo ſettimo

Eſempio vndecemillenteſimo ottauo

Eſempio vndecemillenteſimo nono

Eſempio duodecemillenteſimo

Eſempio duodecemillenteſimo primo

Eſempio duodecemillenteſimo ſecondo

Eſempio duodecemillenteſimo terzo

Eſempio duodecemillenteſimo quarto

Eſempio duodecemillenteſimo quinto

Eſempio duodecemillenteſimo ſeſto

Eſempio duodecemillenteſimo ſettimo

Eſempio duodecemillenteſimo ottauo

Eſempio duodecemillenteſimo nono

Eſempio tredecemillenteſimo

Eſempio tredecemillenteſimo primo

Eſempio tredecemillenteſimo ſecondo

Eſempio tredecemillenteſimo terzo

Eſempio tredecemillenteſimo quarto

Eſempio tredecemillenteſimo quinto

Eſempio tredecemillenteſimo ſeſto

Eſempio tredecemillenteſimo ſettimo

Eſempio tredecemillenteſimo ottauo

Eſempio tredecemillenteſimo nono

Eſempio quattordecemillenteſimo

Eſempio quattordecemillenteſimo primo

Eſempio quattordecemillenteſimo ſecondo

Eſempio quattordecemillenteſimo terzo

Eſempio quattordecemillenteſimo quarto

Eſempio quattordecemillenteſimo quinto

Eſempio quattordecemillenteſimo ſeſto

Eſempio quattordecemillenteſimo ſettimo

Eſempio quattordecemillenteſimo ottauo

Eſempio quattordecemillenteſimo nono

Eſempio quindecemillenteſimo

Eſempio quindecemillenteſimo primo

Eſempio quindecemillenteſimo ſecondo

Eſempio quindecemillenteſimo terzo

Eſempio quindecemillenteſimo quarto

Eſempio quindecemillenteſimo quinto

Eſempio quindecemillenteſimo ſeſto

Eſempio quindecemillenteſimo ſettimo

Eſempio quindecemillenteſimo ottauo

Eſempio quindecemillenteſimo nono

Eſempio ſeiedecemillenteſimo

Eſempio ſeiedecemillenteſimo primo

Eſempio ſeiedecemillenteſimo ſecondo

Eſempio ſeiedecemillenteſimo terzo

Eſempio ſeiedecemillenteſimo quarto

Eſempio ſeiedecemillenteſimo quinto

Eſempio ſeiedecemillenteſimo ſeſto

Eſempio ſeiedecemillenteſimo ſettimo

Eſempio ſeiedecemillenteſimo ottauo

Eſempio ſeiedecemillenteſimo nono

Eſempio ſettedecemillenteſimo

Eſempio ſettedecemillenteſimo primo

Eſempio ſettedecemillenteſimo ſecondo

Eſempio ſettedecemillenteſimo terzo

Eſempio ſettedecemillenteſimo quarto

Eſempio ſettedecemillenteſimo quinto

Eſempio ſettedecemillenteſimo ſeſto

Eſempio ſettedecemillenteſimo ſettimo

Eſempio ſettedecemillenteſimo ottauo

Eſempio ſettedecemillenteſimo nono

Eſempio ottodecemillenteſimo

Eſempio ottodecemillenteſimo primo

Eſempio ottodecemillenteſimo ſecondo

Eſempio ottodecemillenteſimo terzo

Eſempio ottodecemillenteſimo quarto

Eſempio ottodecemillenteſimo quinto

Eſempio ottodecemillenteſimo ſeſto

Eſempio ottodecemillenteſimo ſettimo

Eſempio ottodecemillenteſimo ottauo

Eſempio ottodecemillenteſimo nono

Eſempio nouedecemillenteſimo

Eſempio nouedecemillenteſimo primo

Eſempio nouedecemillenteſimo ſecondo

Eſempio nouedecemillenteſimo terzo

Eſempio nouedecemillenteſimo quarto

Eſempio nouedecemillenteſimo quinto

Eſempio nouedecemillenteſimo ſeſto

Eſempio nouedecemillenteſimo ſettimo

Eſempio nouedecemillenteſimo ottauo

Eſempio nouedecemillenteſimo nono

Eſempio ventemillenteſimo

Eſempio ventemillenteſimo primo

Eſempio ventemillenteſimo ſecondo

Eſempio ventemillenteſimo terzo

Eſempio ventemillenteſimo quarto

Eſempio ventemillenteſimo quinto

Eſempio ventemillenteſimo ſeſto

Eſempio ventemillenteſimo ſettimo

Eſempio ventemillenteſimo ottauo

Eſempio ventemillenteſimo nono

Eſempio ventemillenteſimo primo

Eſempio ventemillenteſimo ſecondo

Eſempio ventemillenteſimo terzo

Eſempio ventemillenteſimo quarto

Eſempio ventemillenteſimo quinto

Eſempio ventemillenteſimo ſeſto

Eſempio ventemillenteſimo ſettimo

Eſempio ventemillenteſimo ottauo

Eſempio ventemillenteſimo nono

Eſempio trentemillenteſimo

Eſempio trentemillenteſimo primo

Eſempio trentemillenteſimo ſecondo

Eſempio trentemillenteſimo terzo

Eſempio trentemillenteſimo quarto

Eſempio trentemillenteſimo quinto

Eſempio trentemillenteſimo ſeſto

Eſempio trentemillenteſimo ſettimo

Eſempio trentemillenteſimo ottauo

Eſempio trentemillenteſimo nono

Eſempio quarantemillenteſimo

Eſempio quarantemillenteſimo primo

Eſempio quarantemillenteſimo ſecondo

Eſempio quarantemillenteſimo terzo

Eſempio quarantemillenteſimo quarto

Eſempio quarantemillenteſimo quinto

Eſempio quarantemillenteſimo ſeſto

Eſempio quarantemillenteſimo ſettimo

Eſempio quarantemillenteſimo ottauo

Eſempio quarantemillenteſimo nono

Eſempio cinquantemillenteſimo

Eſempio cinquantemillenteſimo primo

Eſempio cinquantemillenteſimo ſecondo

Eſempio cinquantemillenteſimo terzo

Eſempio cinquantemillenteſimo quarto

Eſempio cinquantemillenteſimo quinto

Eſempio cinquantemillenteſimo ſeſto

Eſempio cinquantemillenteſimo ſettimo

Eſempio cinquantemillenteſimo ottauo

Eſempio cinquantemillenteſimo nono

Eſempio ſeſſantemillenteſimo

Eſempio ſeſſantemillenteſimo primo

Eſempio ſeſſantemillenteſimo ſecondo

Eſempio ſeſſantemillenteſimo terzo

Eſempio ſeſſantemillenteſimo quarto

Eſempio ſeſſantemillenteſimo quinto

Eſempio ſeſſantemillenteſimo ſeſto

Eſempio ſeſſantemillenteſimo ſettimo

Eſempio ſeſſantemillenteſimo ottauo

Eſempio ſeſſantemillenteſimo nono

Eſempio ſettantemillenteſimo

Eſempio ſettantemillenteſimo primo

Eſempio ſettantemillenteſimo ſecondo

Eſempio ſettantemillenteſimo terzo

Eſempio ſettantemillenteſimo quarto

Eſempio ſettantemillenteſimo quinto

Eſempio ſettantemillenteſimo ſeſto

Eſempio ſettantemillenteſimo ſettimo

Eſempio ſettantemillenteſimo ottauo

Eſempio ſettantemillenteſimo nono

Eſempio ottantemillenteſimo

Eſempio ottantemillenteſimo primo

Eſempio ottantemillenteſimo ſecondo

Eſempio ottantemillenteſimo terzo

Eſempio ottantemillenteſimo quarto

Eſempio ottantemillenteſimo quinto

Eſempio ottantemillenteſimo ſeſto

Eſempio ottantemillenteſimo ſettimo

Eſempio ottantemillenteſimo ottauo

Eſempio ottantemillenteſimo nono

Eſempio nouantemillenteſimo

Eſempio nouantemillenteſimo primo

Eſempio nouantemillenteſimo ſecondo

Eſempio nouantemillenteſimo terzo

Eſempio nouantemillenteſimo quarto

Eſempio nouantemillenteſimo quinto

Eſempio nouantemillenteſimo ſeſto

Eſempio nouantemillenteſimo ſettimo

Eſempio nouantemillenteſimo ottauo

Eſempio nouantemillenteſimo nono

Eſempio centemillenteſimo

Eſempio centemillenteſimo primo

Eſempio centemillenteſimo ſecondo

Eſempio centemillenteſimo terzo

Eſempio centemillenteſimo quarto

Eſempio centemillenteſimo quinto

Eſempio centemillenteſimo ſeſto

Eſempio centemillenteſimo ſettimo

Eſempio centemillenteſimo ottauo

Eſempio centemillenteſimo nono

Eſempio centemillenteſimo decimo

Eſempio centemillenteſimo vndecimo

Eſempio centemillenteſimo duodecimo

Eſempio centemillenteſimo decimo terzo

Eſempio centemillenteſimo decimo quarto

Eſempio centemillenteſimo decimo quinto

Eſempio centemillenteſimo decimo ſeſto

Eſempio centemillenteſimo decimo ſettimo

Eſempio centemillenteſimo decimo ottauo

Eſempio centemillenteſimo decimo nono

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo primo

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo ſecondo

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo terzo

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo quarto

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo quinto

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo ſeſto

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo ſettimo

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo ottauo

Eſempio centemillenteſimo vigeſimo nono

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo primo

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo ſecondo

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo terzo

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo quarto

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo quinto

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo ſeſto

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo ſettimo

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo ottauo

Eſempio centemillenteſimo trigeſimo nono

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo primo

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo ſecondo

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo terzo

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo quarto

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo quinto

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo ſeſto

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo ſettimo

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo ottauo

Eſempio centemillenteſimo quadrageſimo nono

Eſempio centemillenteſimo cinquageſimo

Eſempio centemillenteſimo cinquageſimo primo

Eſempio centemillenteſimo cinquageſimo ſecondo

Eſempio centemillenteſimo cinquageſimo terzo

Eſempio centemillenteſimo cinquageſimo quarto

Eſempio centemillenteſimo cinquageſimo quinto

Eſempio centemillenteſimo cinquageſim

fara la summa di R.ce.cu.m.2 con R.ce.cu.45 & come auanti anchora per l'altra prima regola. Similmente volendo per quella seconda regola summare R.rel.4 con R.rel.2.2. la summa è resto di uno, & dell'altra di queste due R, che l'uno fara 4 & l'altro 2.2.5. la cui summa fara 9.2. quali gli moltiplica il ce.cu. di ciascuna di loro fia l'altro, & di uno, & dell'altra moltiplicatione per la prima di questo capo, ne uenira quantita razionale, delle quali l'una fara 3. & l'altra fara 6.4.8. cui summa fara 17.2. il quadrato delquale fara 46. qual giunto con quel 2.2. che fu trouato fara 48.2. qual tolta poi, poi moltiplica il cubo di R.rel.4. fia il ce.cu. di R.rel.2.3. & similmente il cubo R.rel.2.2.5 fia il cubo di R.rel.4. & troueraj, che l'uno, & l'altro di questi duoi produtti fara razionale, & trouarai l'uno esser 16. & l'altro 2.2.5. cui summa fara 43.5. il decuplo delquale fara 435. qual giunto con quel 48.2. che fu trouato fara 91.2. & cosi la R.rel.91.2 fara summa di R.rel.4 con R.rel.2.2.5. & come auanti anchora per l'altra prima regola. Et con tal ordine & facendo ingegno saperai procedere con questa seconda regola nelle altre specie communicante, ben è che la prima regola è piu facile di questa seconda, ecommendo però le radici, lequali quando sono communicante piu facilmente si conoscono esser communicante con questa seconda regola, cioe con il moltiplicar l'una dall'altra. & veder se danno il lor prodotto razionale, fatto questo per questa seconda regola facilmente si conoscono. & tal regola è stata vsata da nostri antichi, & moderni pratici, e però acciò meglio la intendi (& massime per esser la piu necessaria di quelle della quale io voglio dire anchora duoi altri esempi. Volendo adonque anchora summare prima R.6 con R.24 prima vedi se sono communicante, cioe se (perche se non fussero communicante non si potrebbe per alcuna delle dette due regole dette, come nella seguente si dira) & questo si potrà fare per moltiplicando, cioe pigliando l'una per l'altra (come nella prima di questo capo si dono) ma volendolo con il moltiplicare, cioe moltiplicando R.6 fia R.24 fara R.144. & perche 144 è numero quadrato, & la sua R è 12 per numero, dirano tal due R esser communicante, & per consequente insieme, & fanno una sol quantita pigliamo la summa di loro quadrati (di quali l'uno fara 6. & l'altro 24) fanno 30. & il doppio del duplo di una in l'altra fara 24. (cioe il doppio di quel 12) qual giunto con 30 fara 54. & quello 54 per la quarta del secondo di Euclide fara equale al quadrato della summa di quelle due R, e però la R 54 verra a esser la semplice summa di tai due radici.

Esempio quinto

Esempio sesto

per summar la R 6
con la —— —— R 24
fa duoi quadrati 30
il doppio del duplo 24
la summa sara R 54

Esempio settimo

Similmente volendo summar R 5 con R 45. pigliarai duoi quadrati, di quali l'uno è 5. & l'altro è 45. che gionti insieme fanno 50. poi pigliarai il doppio del duplo d'una in l'altra, quale duplo fara R 225. cioe 15 per numero, il doppio delquale fara 30. & quel summandolo con 50 fara 80. & la R 80 (per le regioni dette) fara la summa di R 5 con R 45. & con tal ordine seguitando altre simili communicante.

Come si summano quelle radici, che non sono communicante, & similmente numero con radice.

7 VOlendo summare qual si voglia specie di radice, che non siano fra loro communicante, cioe uolere commensurabile, per esser impossibile a poterle medesimamente, & profferire con un nome solo, come nelle communicante si fatto fatto (per esser fra loro incommensurabile) bisogna proferirle, & rapportarle differentemente con duoi nomi per mezzo di questo termine, cioe Binomio. Essempio primo volendo summare insieme R 5 con R 3. & perche il duplo di una in l'altra non è razionale per non esser communicante, anzi è R 15. & però le summaremo, & proferiremo in quest'altro modo dicendo, che la summa fara R 5 piu R 3. la qual cosa non si può negare, ne manco dubitare, che così non sia, & cosi operando in tutte le altre simplicemente binomio, perche composto, & proferirai con duoi nomi, & medesimo si fa volendo summare R.cu. 5 con R.cu. 3. cioe cosi si proferira, & rapportando

Esempio primo

a summar R ——	5	con R ——	3	fa R ——	5	piu R —— 3
a summar R cu. ——	7	con R cu.		5 fa R cu.	7	piu R cu. 5
a summar R cen.cu.	6	con R cen.cu.	5	fa R cen.cu.	11	piu R cen.cu. 6
a summar R rel.	12	con R rel.	10	fa R rel.	22	piu R rel. 10

Et così procedendo nelle altre specie non communicante.

a summar R	20	con	5	fa R	20	piu —— 5
a summar R ——	12	con	8	fa ——	8	piu R —— 12
a summar R cu.	5	con	4	fa ——	4	piu R cu. 5
a summar R cu.	30	con	5	fa R cu.	30	piu —— 5
a summar R ce	7	con	6	fa ——	6	piu R ce 7
a summar R rel.	10	con	8	fa	8	piu R rel. 10

Et così procedendo nelle altre specie con numero.

rapresentarsi in quella forma ℞ cu.7. più ℞ cu. 5. & tal quantità così composta si chiamerà binomio cubo. Semilmente volendo sommare ℞ cen.cen.3 con ℞ cen.cen.4 tal somma si proferirà, & rappresentarà in questo modo ℞ cen.cen. 3 più ℞ cen.cen.4 tal radice cen.cen. non le proferisco, & rappresentarmo per ℞., perche molti hanno costumato rappresentarle in tal forma, & massime (come scrive frate Luca) Quando più sono, & tal composto si chiamerà binomio cen.cen. cioè binomio di ℞. Similmente volendo sommare ℞ rel. 2 con ℞ rel. 10. tal somma si proferirà, & rappresentarà in questo modo ℞ rel. 2 più ℞ rel. 10. & tal composto si chiamerà binomio relativo, & così con tal modo si dovrà procedere nelle altre specie di ℞, che non fussero commensurabili, & perche il numero è sempre incommensurabile con ogni specie di radice irrationale, e però volendo sommare con qual si voglia specie di ℞ sempre si proferirà per così detto termine del più, dicendo radice tal più tal numero, over tal numero più tal radice. Essempio grossolano volendo sommare ponemo ℞ 2 con 3. tal somma si proferirà, & rappresentarà in questo modo ℞ 2 più 3. & volendo sommare ℞ 2 con 4. tal somma si proferirà in questa forma 3 più ℞ 2. cioè mettere prima la maggior quantità, & dopoi la menore, benche in questo tal nostro discorso non importa niente, quantità sia maggiore, & però sempre per più commodità si debbe usare di mettere prima la maggior quantità, & dopoi la menore, & non porria parere, che la ℞ 2 fussi maggior quantità di 3 per che 2 maggior di 3, laqual cosa non è vera, perche il quadrato della ℞ 2. è solamente 2. & il quadrato di 3 è 9. & però quella quantità maggiore, che di maggior quadrato, & questo intendo nelle altre degne, & questo che habbiamo detto del sommare numero con radice quadra si debbe intendere il medesimo con ogni altra specie di radice, cioè volendo sommare cu. 5 con 4 proferirassi, & rappresentarassi tal somma in questo modo 4 più ℞ cu. 5. & volendo sommare ℞ cu. 30 con 3. la somma in questo modo ℞ cu. 30 più 3. Et così volendo sommare ℞ cen. con 5. rappresentarassi tal somma in questa forma 5 più ℞ cen. & così volendo sommare ℞ rel. 10 con 5. tal somma si noterà in tal modo ℞ più ℞ rel. 10. & in tal modo si sommerà il numero con qual si voglia altra specie di radice, & quella tal specie di binomio, che di tal sommatione ne risulterà denominato dal nome di quella specie di radice, che vi sarà interposta essendo quella, dove sarà interposta la radice quadra, quel si chiamerà semplicemente binomio, ma se tal interposta radice sarà cuba, si chiamerà binomio cubo, & se la sarà cen.cen. si chiamerà binomio cen.cen. & se la sarà relata si chiamerà binomio relato, & così delle altre specie di ℞. Ma quando che per specie di radici incommensurabile, ouero incommensurabile, che si trouerà di sommare fussero tra, ouer più di tre, con il detto termine del più si formerà una quantità di tanti nomi composta quanto fussero quelle di ℞. Essempi grazia volendo sommare ℞ 2 5. & ℞ 5. & ℞ 7. & ℞ 2. cubi la somma si proferirà, & rappresentarà in questo modo ℞ 2 5 più ℞ 5. più ℞ 7. più ℞ 2. & tal somma si chiamerà uno quadrinomio, & così si procederà con altre specie di radice, & in maggior numero di nomi.

Essempio secondo

Essempio terzo

Essempio quarto

Essempio quinto

Errore, ouer semplicità di fra Luca dal borgo.

Errore, ouer semplicità di Hieronimo Cardano nostro matematico.

Ma sopra il sommare delle radici quadrate frate Luca 2 carte 116 vuole, che nel sommare due ℞ quadre incommensurabile si proceda secondo quel medesimo modo, che di sopra si è detto nel sommare quelle, che sono commensurabile, cioè per quella secondaria regola, & che lui vero al detto luogo lui propone di sommare ℞ 5 con 3. & per far tal sommatione vuole che si moltiplichi secondo il solito ℞ 5 in ℞ 5. & fa ℞ 125. & per non saper poi più oltre radice di tal cosa vuol che si prenda l'indoppio, come radice, che semplicemente per 4. & fa ℞ 60. & questo doppio vuole, che si aggionga con la somma di 5. & 3. cioè con 8. & tal aggiongimento dice 8 più ℞ 60. & di questo tal binomio vuole, che se ne rappresenti semplicemente la radice universale cioè ℞ 60. aggiongi, over componi di quel tal binomio, & dice che tal radice in decimali si potrà rapresentare, & che in forma sarà uno, cioè che ponendo dire, che tal somma sarà ℞ v.r 60 più 8. & che anchora potremo dire, che tal somma sarà ℞ 8 più ℞ 60. cioè ℞ v.r più ℞ 60. Et questo medesimo modo è stato inteso da Hieronimo Cardano, & non solamente nel sommare delle radici quadre incommensurabile, ma anchora nel sommare delle degne, over denominationi algebraice. La quale loro opinione mi pare una semplicità grandissima: volendo, che quello che si può proferire, & rappresentare per una denominatione breve, & chiara (una sola legittima cosa) proferirlo, & rappresentarlo con una denominatione longa, oscura, & confusa, il nostro intelletto, perche molto più chiaramente s'intende, & conosce quello che significa ℞ 5 più ℞ 3 (che propone frate Luca) di quello che significa ℞ v.r 3 più ℞ 60. Et così nel sopra chiaramente si comprende il significato di ℞ 7 più ℞ 3 (che propone il Cardano) di quello, che significa ℞ v.r 10 più ℞ 34. & similmente nelle regole di algebra, modo più chiaramente si apprende, & conosce quello che significa 1 cosa più 7 (che propone Hieronimo Cardano) di quello

di 8 v. 1 cosa piu 7. piu 8 n. 1 cose. Et similmente è molto piu facile il sapere il fare di 4 cose piu 5 con il fare che propone per il detto Hieronimo Cardano, di quello di 8 v. 4 cose piu 10 con tutti gli altri che non si trouano quelli tali che colui il detto inconsiderate, che nelle Prattiche a lor dire di Euclide, il quale nella 5. del decimo della nostra traduttione, dice che le linee razionali. Solamente in potenza commensurate, & che fanno congiunte che commensurate in longhezza, che una la linea de quelle compolita sia commensurabile in longhezza, secondo la operatione de ogni una di esse Binomio, le specie de quale sono 6. come che altroue io l'ho manifestato, ma meglior sarebbe stata sempre una radice universale, o vero due regole del quadrato di quel tal binomio, e però egli vno partito a voler quadrare qual si binomio senza cauda per rapportarne poi solamente la radice di quel tal quadrato, & per esser meglio inteso di ogni qualità di persone dico che potendo io proferire, & rappresentare ponendo $\frac{2}{3}$ per $\frac{2}{3}$ non fara punto gran fatica a voler quadrar senza alcuna legittima cauda il detto $\frac{2}{3}$, il qual quadrato fara $\frac{4}{9}$, per voler poi proferire, over rapresentar solamente la radice di quel tal quadrato, la qual radice solamente si proferisce, & rappresenta in questo modo $\frac{2}{3}$, il medesimo volemo intender del binomio, & questa loro distesa vogliono che si possa fare nel sommare numero con $\frac{2}{3}$ quadrato. Nota che la prouva del sommare di radice si fa con il suo inuersario, cioe con il suo che leggi del sottrare, & cosi la prouva del sottrare si fa con il sommare.

Del quinto atto del algorithmo chiamato sottrar di radice. Cap. V.

In quanti modi puo intervenire il sottrar di radice.

1 IL sottrar di radici puo accadere in 5 modi (si come che occorre anchora nel sommare) il primo di quali è a sottrar una radice di vn'altra a lei equale. Il secondo è a sottrare una radice minore di vn'altra maggiore alla commensurabile. Il terzo è a sottrare una radice minore di vn'altra maggiore alla incommensurabile. Il quarto è a sottrar radice di numero. Il quinto, & vltimo è a sottrar numero di radici.

Come si sottra una radice da un'altra a lei equale.

2 NIente che a sottrare una radice (in qual si voglia piede) di vn'altra a lei equale per generarne de ogni vna giudicata, che ella resta, nondimeno per seguir l'ordine da me posto non restarmo di esemplificarlo, dico adunque, che a sottrare $\frac{2}{3}$ di $\frac{2}{3}$ resta $\frac{0}{3}$. Et cosi a sottrar $\frac{2}{3}$ di $\frac{2}{3}$ resta pur $\frac{0}{3}$. Et cosi a sottrar $\frac{2}{3}$ di $\frac{2}{3}$ resta pur $\frac{0}{3}$. (Nondimeno $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{3}$ (come nella sua specie) significano una medesima cosa) Et cosi a sottrar $\frac{2}{3}$ di $\frac{2}{3}$ resta pur $\frac{0}{3}$. & cosi seguita in tutte le altre specie.

Come si sottra una radice minore da un'altra maggiore alli commensurabile per due diverse vie, over regole.

3 VOlendo vorrai sottrare una radice minore di vn'altra maggiore alli commensurabile (perche la maggiore resta piu che vna minore della minore (come ad esempio si mostrera di sotto) laqual cosa si puo effettuare per diverse vie, over regole (come che accade anchora nel sommare di dette radici) delle quali due regole l'una (cioe la prima) è comune a ogni specie di 2 commensurabile, l'altra, cioe la seconda si va discostando secondo le specie di 2. Onde per non generar confusione dichiarerno primamente quella che è comune a ogni specie di radice, & dopo noteremo l'altra seconda.

Come si sottra una radice da un'altra alli cõmensurabile per la prima regola.

4 VOlendo adunque sottrare una radice minore di vn'altra maggiore alli commensurabile per la prima regola vedi (si come fai nel sommare) quante volte la radice minore sta intera nella maggiore, & quello sperai partendo la maggiore per la minore, il che facendo trouarai (per la prima del precedente capo) che se ne verra numero rotto, il quale numero ne dimostra quante volte la detta radice maggiore contiene la detta radice minore, & perche siamo certi, che quello che ne resta, dopoi la detta operatione contiene una volta manco la detta radice minore, di quello facendo la maggiore, poi moltiplicando la detta radice minore

menar per vna vnità manco di quel primo scommesso prodotto il residuo, che resterà a fornire la detta ℟ menore di quella maggiore. Essempi grazia volendo fornire ℟ 5 data ℟ 12 5. parti 12 5 per ℟ 5. & ne vorrà ℟ 2 5. cioè 5 per numero (per esser communicante) hor dico che siamo certi la detta ℟ 12 5 contiene 5 volte la detta ℟ 5. e però la detta ℟ 12 5 viene a esser quintupla alla detta ℟ 5. Ancora (per ragion naturale) siamo certi, che fornendo la detta ℟ 5 dalla detta ℟ 12 5. quello che resterà sarà forsi meno che quadruplo alla detta ℟ 5. cioè vna vnità manco del quintuplo, & per tanto moltiplicando la detta ℟ 5 per 4. cioè per vna vnità manco di quel 5. ne produrà quel 20. che resterà a fornire la detta ℟ 5 dalla ℟ 12 5. & per moltiplicar la detta ℟ 5 per quel 4. bisogna aggiongerli di quel detto quel 4. & farà 5. & similmente la ℟ 5. che trouarai che farà 5. & così moltiplicando 5 fia 25 di 80. & ℟ 80. diremo che resterà a fornire ℟ 5 di ℟ 12 5. Et nota che questo è il medesimo della prima somma dichiarata nella quinta del precedente capo, e però questo primo fornire viene a esser la proua di quel primo fornire, & quel primo fornire viene a esser la proua di questo primo fornire, & con tal ordine seguiremo negli altri per abreuiare le proue, volendo adonque fornire ℟ 8 di ℟ 216 parti pur ℟ 162 per ℟ 8. ne vien ℟ 20½, laquale radice farà 4½ per numero (per esser communicante) delquale 4½ quanne 2 per regola ferma (per le ragioni di sopra adutte) resterà 2½, hor moltiplica la radice menore, cioè ℟ 8. per 5½, & trouarai che farà 98. & ℟ 98 farà quello che resterà a fornire ℟ 8 di ℟ 216. Volendo adonque fornire ℟ ca. 2 di ℟ ca. 2 4. parti pur ℟ ca. 128 per ℟ ca. 2. & ne vene ℟ ca. 64 che farà 4 per numero, dalquale 4 (per le ragioni di sopra adutte) quanne 1 (per regola ferma) resta 3. hor moltiplica la ℟ ca. 2. per il detto 3. trouarai che farà ℟ ca. 54. & tanto fia quello che resterà a fornire la detta ℟ ca. 2. dalla detta ℟ ca. 2 4. Similmente volendo fornire ℟ ℟ 3 di ℟ ℟ 243. parti pur ℟ ℟ 243 per ℟ ℟ 3 ne vene ℟ ℟ 81. che farà 3 per numero, dalquale quanne 1 (per la detta regola ferma) resterà 2. poi moltiplica la ℟ ℟ 3 per quel 2. trouarai che farà ℟ ℟ 45. & tanto resterà a fornire la detta ℟ ℟ 3 di ℟ ℟ 243.
Similmente volendo fornire ℟ rd. 4 di ℟ rd. 97 2. parti pur ℟ rd. 57 2 per ℟ rd. 4. & ne vene ℟ rd. 2 4 2. laquale radice farà 2. dalquale quanne pur 2 (per la regola detta) resterà 2. poi moltiplicando ℟ rd. 4 per quel 2. trouarai che ne vene ℟ rd. 2 16. & tanto resterà a fornir la detta ℟ rd. 4 della detta ℟ rd. 97 2. & così procederai nelle altre specie communicante.

Essempio primo

Essempio secondo

Essempio terzo

Essempio quarto

Essempio quinto

a fornire ℟	5	di ℟	12 5	resta ℟ 80
a fornire ℟	8	di ℟	216	resta ℟ 54
a fornire ℟ ca. 2		di ℟ ca. 2	128	resta ℟ ca. 54
a fornire ℟ ℟	3	di ℟ ℟	243	resta ℟ ℟ 45
a fornire ℟ rd. 4		di ℟ rd.	97 2	resta ℟ rd. 2 16

Et così discorrendo nelle altre specie communicante.

Et nota che la proua di tal fornari è la seconda fordinata, cioè con il fornire, & per tanto la proua di questi cinque fornari, trouarai esser quelli cinque fornimenti dati per essempij nella quinta del precedente capo, come di sopra è stato detto.

Come si fornisce una radice quadra da un'altra alla communicante per la seconda regola.

LA seconda regola da fornire vna radice da vn'altra alla communicante è il contrario della seconda regola data nella fetta del precedente capo, laquale si causa dalla quarta del secondo di Euclide. Essempi grazia volendo fornire ℟ 5 per di ℟ 12 5. fornita il quadrato di quelle due radici, & trouarai, che il fornito farà 125. & di questo tal fornito causane il doppio del detto di dette due radici, l'una in l'altra, il qual detto farà ℟ 62 5. cioè 25. per numero, & il doppio farà 50. hor cauando il detto 50 di 125 resta 80. & così ℟ 80 farà quello, che resterà a fornire ℟ 5 di ℟ 12 5. per questa seconda regola, come che per l'altra regola fia molto più commodo. Volendo adonque fornire ℟ 8 di ℟ 216. fornita per li quadrati di quelle due radici, che trouarai tal fornito esser 260. & di questo tal fornito causane il doppio del detto di dette due radici, l'una in l'altra, il qual detto farà ℟ 96. cioè 16 per numero, il doppio farà 32. quale cauandolo da quel 260 resta 228. & così ℟ 228 farà il residuo di tal fornimento, come che nondimeno per l'altra regola, intendendosi che questa seconda regola è molto più accommodata, & più conforme nelle formazioni delle radici quadrate communicante dell'altre, e però fatta la miglior, ma nelle altre specie di radice più commoda è la sopra data prima regola, e però non voglio fare a darti modo di fornire le dette altre specie di radice per quest'altra seconda regola non essendo mi regola di vsare, ma solamente per intender, & saper il mirabil ordine, che hanno li numeri fra loro, ma sì per dilettarmi di saperlo cõsiderarai con diligentia quelle nostre proposizioni sopra le regole date nelle dimande di tal specie di radice, & haverai lo intento.

Essempio primo

Essempio secondo

Come si sottragga una radice minore da un'altra maggiore a quella in
commensurabile, o vero di non communicante, & finalmente una radice di un numero, & un numero da una radice.

6 VOlendo sottrare una radice minore di un'altra maggiore alle incommensurabile, cioe non communicante, per esser impossibile di poter proferire, ne manco di poter rappresentare tal resto, over tal sua differentia con un nome solo (come nelle communicanti è stato detto) per cagion della sua incommensurabilità, bisogna proferire, & rappresentare tal resto, over differentia distintamente con duoi nomi per mezzo di qualche vocabolo, over diffinitione. Essempi gratia volendo sottrare poniamo ℞ 3 di ℞ 5. & perche il numero di una tal'altra non è radicale (per non esser communicante) anzi furia ℞ 12. e però in tal caso le formemo, & proferiremo tal resto in questa forma ℞ 5 men ℞ 3 laqual cosa non si può negare, ne manco dubitare, che così non sia, & tal quantità (così distintamente posta) si chiama semplicemente residuo, over resto, il medesimo si osserverà volendo sottrare ℞ cu. 5. di ℞ cu. 7. che tal resto si proferirà, & rappresentarà in questo modo ℞ cu. 7 men ℞ cu. 5. & tal quantità così proferta si chiamara residuo cubo. Similmente volendo sottrare ℞ ℞ 6 di ℞ ℞ 8. tal resto si proferirà, & rappresentara in questo modo ℞ ℞ 8 men ℞ ℞ 6. ouero in quest'altro ℞ cen. cen. 8. men ℞ cen. cen. 6. & tal quantità così rappresentata si chiamara residuo cen. cen. ouero di ℞ ℞. Similmente volendo sottrare ℞ rel. 10. da ℞ rel. 12. tal resto si proferirà, & rappresentara in questa forma ℞ rel. 12 men ℞ rel. 10. & tal quantità così proferta, ouero rappresentata si chiamara residuo relato. Et con tal modo, over regola si douera procedere, nelle sottrattioni di altre specie di radici incommensurabile, ouero che non fussero communicante.

Et perche il numero è sempre incommensurabile con ogni specie di radice irrationale, e però volendo sottrare quali si voglia specie di ℞ da un numero, ouer un numero da una ℞ sempre si procederà per il medesimo modo in tal sottrattione. Essempi gratia volendo sottrare ponamo ℞ 7 da 4. tal resto si proferirà, & rappresentara in questo modo 4 men ℞ 7. & tal quantità si dirà parimente residuo, similmente volendo sottrare 5 da ℞ 17. tal resto si proferirà, & rappresentara in questa forma, ℞ 17 men 5. & tal resto si chiamara per semplicemente residuo. Similmente volendo sottrare ℞ 10 da 12. tal resto si proferirà, & rappresentara in questo modo 12 men ℞ 10. & tal resto così proferto, ouer nocato si chiamara per semplicemente residuo. Ma volendo sottrare cu. 5 da 4. tal resto si proferirà, & rappresentara in questo modo 4 men ℞ cu. 5. & tal quantità chiamara residuo cubo. Et così volendo sottrare 5 da ℞ cu. 5. tal resto si rappresentara, & proferirà in questa forma ℞ cu. 5 men 5. Et così volendo sottrare ℞ ℞ 12 da 4. si dira che resta 4 men ℞ ℞ 12. Et così volendo sottrare 5 da ℞ ℞ 12. si dira, che resta ℞ ℞ 12 men 5. Et similmente volendo sottrare ℞ rel. 12. da 5. si dira che resta 5 men ℞ rel. 5. Et così volendo sottrare 12 da ℞ rel. 150. si dira che resta ℞ rel. 150 men 12. & così procedendo nell'altre specie di radici non nominate, & tal specie di residuo si denominara da quella specie di radice, che vi sara interposta, come fu detto anchora di sopra). Ma quando che da un numero, ouer radice occorresse di sottrare duoi, over più nomi a quello non communicante tal cosa si effettuara per un solo nome del medesimo modo. Essempi gratia volendo sottrare ponamo ℞ 7. & anchora ℞ 5. & anchora ℞ 2 da 20. si dira, che resta 20 men ℞ 7 men ℞ 5 men ℞ 2. & con tal ordine si procederà nelle altre specie.

7 Circa al sottrare delle radici quadrate, che non siano communicante fra loro, Luca di Borgo, vuole, che si proceda forsennatamente per quella medesima regola, che si osserva nel communicante, & che la ℞ vera (come è detto nel precedente capitolo) sia preposta di sottrare ℞ 3 da ℞ 5. & per far tal sottratione vuol che si moltiplichi ℞ 3 fia ℞ 5 fia ℞ 15. la qual radice divida (per esser le dette radici incommensurabile) & tal prodotto vuol che si sottopponga (moltiplicando per 2) & fara ℞ 60. per vuol che si segga ogni fiata permanente 2. & (che vengono a esser li quadrati di tale radici) fanno 8. & da questo 8. vuol che si cavi quella ℞ 60 (come si usa) & restara 8 men ℞ 60. & la radice universale di tal residuo, vuole che sia il detto resto, che restara a sottrarre ℞ 3 da ℞ 5. al qual resto si rappresenta in questo modo ℞ 8 men ℞ 60.

Errore, over semplicità di Fra Luca dal borgo.

Similmente a voler sottrare una radice da un numero, ouero un numero da una radice vuol che si proceda per quella medesima regola, & che la ℞ vera (come detto di sopra) sia preposta di sottrare ℞ 5 da 2. & così procedendo per il medesimo modo conclude, che resta la radice universale, over legge di questo residuo 7 men ℞ 40. laqual radice universale si rappresenta in questo modo ℞ 7 men ℞ 40. che vuol dire perche la ℞ 40. & quella stessa di 7. & la ℞ di quel resto sara il detto resto, & così a sottrar 2 da ℞ 5 conclude, che resta ℞ 7 men ℞ 20.

Questo

Questo medesimo modo di formare è stato imitato da Hieronimo Cardano medico milanese nella sua pratica di Aritmetica al cap. 13. Qual volendo formare R v. 2 da R v. 7 fin lecito dire, che egli R v. 2 men R v. 7 [illegible] dapoi la sua opinione (come fu detto anchora sopra la vltima del precedente capo) in pare una semplicità gratissima a volere, che quello, che si può nodare per una denominatione assai chiara, & breue a volerlo rappresentare per una denominatione più longa, & più oscura al nostro intelletto, perche molto più chiaramente s'intende, & comprende quello che significa R men R 3 di quello, che fa R v. 7 men R 45. & finalmente quello che significa R 5 men 2 di quello che fa R v. 9 men R 20. Et finalmente quello che significa R 7 men R 3 (che pone il Cardano) di quello che fa R v. 10 men R 84. Et non si maraueglino quelli tali, che odiano il sopradetto breuemente pratticano i giouani di Studio, il quale nella 73 del decimo della nostra traduttione. Dice che se fra taglia (cioè somma) vna linea da vn'altra linea, & siano ambedue commensurabili solamente commensurabile potentialmente la maggiore linea sarà irrationale, & sarà detta residuo. Onde si vede che formando vna radice monomia da vn'altra maggiore alla incommensurabile in longhezza, secondo la opinione di questi tali, giustamente quella si dirà residuo (le specie delle quali sono 6. come vsai Euclide nel detto decimo) ma il loro residuo sarà sempre vna radice irrationale, del quadrato di quale il residuo, e però non si può negare, che non sia vna semplicità di parlare a volere qualche quale il residuo (senza causa) per rappresentare più facilmente la radice di quel tal quadrato, come che sopra la opinione del precedente capo fu assai detto, & dimostrato.

Errore, over simplicità di Hieronimo Cardano medico milanese.

Come che si moltiplicano, Partano, Summano, & sottrano le radici di diuerse specie fra loro, & con il numero. Cap. VI.

1 VOlendo che l'occorre di moltiplicare, over partire due R di diuerse specie sempre ne risulta vna medesima specie, dapoi moltiplicate l'una per l'altra, & del prodotto pigliare quella tal specie di sopra. Essempi gratia volendo moltiplicare R 2 fra R cu. 3. per risultare a vna medesima specie quadra la radice, & fara cu. 9. dapoi cuba la quadra, & fara R cu. cu. 2. poi moltiplica R cu. cu. 9. fra R cu. 3. fara R cu. cu. 7. Essempio primo

2 Similmente volendo moltiplicare R cu. 3 fra R cu. cu. 2 cioè R cu. 3 a cubo di cubo fara R cu. cu. cu. 3 2. poi ridotta a cubo, & fara R cu. cu. cu. 8. poi moltiplica R cu. cu. cu. 8 fra R cu. cu. cu. 8. fara R cu. cu. cu. 64. & così si deue procedere nelle altre di diuerse specie. Essempio secondo

3 Volendo che si debbi partire si debbe intendere anchora per il partire, cioè volendo partir R cu. 3 per R cu. cu. 2 nulli risulta vna medesima specie procedendo come nella precedente regola, & saranno pari R cu. cu. cu. 2. da partire per R cu. cu. cu. 8 il che facendo ne verrà R cu. cu. cu. 2/3, & così procederà nelle altre simili. Essempio terzo

4 VOlendo summare due radici differente in specie al suo si può far in due modi l'uno è la preferibile, & rappresentarle al quale le fosse conforme con il termine del più, ma perche nel binomio fatto di due diuerse specie (per le quali cosa in alcune altre operationi poteria esser difficoltà assai, e però più laudabile fia a ridur le dette due radici a vna medesima denominatione, & dapoi componerle, over summarle con il detto termine del più. Essempi gratia volendo summare R cu. 2 con radice quadra 3. dico che si poteria preferire, over rappresentare tal summa in questo modo R cu. 2 più R 3. over R 3 più R cu. 2. ma perche vn tal binomio fatto di due diuerse specie per varij rispetti più conuenientemente fia a ridur le dette due radici a vna medesima specie, e però reducendo R cu. 2 a quadra dirà, over fara R cu. cu. 2 e dapoi reducendo R 3 a cuba fara R cu. cu. 27. quale summandole poi con il termine del più fara R cu. cu. 2 e più R cu. cu. 27. & tal specie di binomio s'intenderà binomio cu. cu. over cu. cu. (che è il medesimo) & per quello che fino dessa del summare si debbe intendere anchora per il sottrare, & per tanto voglio por fine a questo capo. Essempio quarto

Come che questo modo di summare, & sottrare con il termine del più, & del meno, si costuma anchora da mercatanti nelle quantità rationali di natura diuerse. Cap. VII.

1 QVesto modo di summare con il termine del più si costuma anchora da mercatanti nelle quantità rationali di natura diuersi, vero è che in luogo del detto termine del più vi costumano, over che ui ponghino segno alcuno, & quelle quantità, che non hanno alcun segno auanti

di fe, & secondo esser più, come che nel seguente libro più diffusamente intenderai. Essempi gra-
ti pongo che uno mi paghi di lire di vn ducato ducati 12. & lire 4 di fiorenno a lire,
egli mandato, che volendo proferire, over rappresentare la somma di queste due cose dico
fi può fare, dico che con dui nomi (per esser diuersa diuerse) dicendo che colui mi paga di fi
60 ducati 12. & lire 4 di fiorenno, che è quanto, che a dire ducati 12 più lire 4 fiorenno fi co-
fi quando che uno mi fusse debitore di ducati 20. & gr. 17. perche mi fi 20. & quelli gr. 17. son
di natura diuersa, e però volendo proferire, over rappresentare la somma di tale due quantità fi fa
con dui nomi, dicendo che colui mi debbe dare ducati 20. & grossi 17. ouer fi 20 gr. 17. il che
non vuol dir altro che ducati 20 più gr. 17. Et così se uno mi douesse dare pomano ducati 3 gr.
15. piccoli 2. secondo l'uso di Venetia, si debbono in somma fi nomina con 3 nomi, come per esse
de nocero (cioè fanno alcun segno) il che non vuol dir altro, che ducati 3 più grossi 15 più picco-
li 2. & così con tal ordine il seguente in numero composto di più nomi di natura diuerse.

Vedesi hora li dani naturali alcune volte in alcune formazioni collocarsi per breuità a
proferire il resto con il termine del mese, fi come se uno mi douesse dare duca-
ti 100 di lire 6. e soldi 4. per ducato, & che colui mi hauesse dato per un conto mio ne-
gotio soldi 12. volendo proferire il dato resto con breuità fi direbbe, che mi refidue
ducati 100 meno fi 7. & questo fi fa alle volte (come ho detto per abbreuiare il dire) perche volendo
dire, che mi refidue ducati 99 & 5 fi 17. farìa più longo dire, & di più nomi composto.

Fine del terzo Libro.

LIBRO QVARTO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICO lo Tartaglia, nel qual si dichiara li cinque principali arti della pratica di detti termini, detti più, & meno, cioè rappresentare, summare, sottrare, multiplicare, & partire di quelli.

Del primo atto detto rappresentare del più, & del meno. Cap. I.

Hauendo nel precedente libro mostrato, come che le summe delle cose, che non sono communicante in longhezza, & quelle di numero, & medesimamente con il termine detto più, & li residui delle loro sottrattioni si manifestano con il termine chiamato meno. Et perche molte volte occorre di maneggiare le dette summe, & residui fra loro, & con altre quantità, nelli atti del algoritmo, alle che per intendere le conclusioni, che di tali atti ne risultano, egli è necessario a dichiarire le loro risolutioni, & per procedere regolatamente diremo prima, come che li detti termini si rappresentano.

Dico adunque che quello termine più (per abbreuiar scrittura) si rappresenta in questo modo P, & il termine del meno simplicemente in questa forma m.

Del secondo atto detto summar del più, & del meno. Cap. II.

Per intendere il modo del summare del più, & del meno, bisogna nella memoria recarsi le sottoscritte quattro regole, le quali in sostantia sono solamente 3.

Prima regola a summar più con più, la summa fa sempre più,
Seconda regola a summar meno con meno, la summa fa sempre meno.
Terza regola a summar più con meno sempre si abbatte, & fa la maggior denominatione.
Quarta regola a summar meno con più si abbatte pur, & fa pur la maggior denominatione.

Da notare circa li detti due termini più, & meno.

Hauendo che procediamo più oltra bisogna notare, che non solamente quelle quantità che hanno seco di fatto il termine, ouero il segno del più s'intendono più, ma anchora quelle, che non hanno alcun segno auanti di se s'intendono, & sono più, onde seguita, che solamente quelle quantità, che hanno auanti di se il termine, ouero segno del meno sono meno.

Hora atto che sopra habbiamo quattro regole dimostrate & insegnate le quali habbiamo esemplificando con qualche ragionevole discorso in forma di binomij, & residui, con li quali quelle facilmente s'intendono poi nelli numeri alli suoi luoghi, nelli veri binomi, & residui, & similmente nelli cubici binomi, qua dratinomi, & sursolidi, & per venire alli detti esempij cominciamo in questo modo. Volendo summare 10 più 4 con 8 più 3. Poniamo queste due binomie sotto l'uno l'altro, ponendo di sopra quel si pare di lor dessi, che non fa caso (perche come si summar più 3 con più 4. quanto che fa a summar più 4 con più 3) tirandoci poi sotto una linea, come si costuma ne gli altri summari, dapoi summa quel più 3 di sotto con quel più 4 di sopra, fanno 7. & per esser l'uno, & l'altro di detti numeri summati più (per la prima regola) il detto 7 sarà più, e però auanti lo notaremo alla detta linea con il segno più, come che in margine vedi, poi summa quel 8 (che segue) di sotto con quel 10. che gli è sopra fanno 18. quale ponemo (conforme a quanto) sotto alla linea detta, & essa dal summar di 8 più 10. & perche gli altri duoi numeri summati (cioè 8 & 10) non hanno alcun segno, vengono l'uno, & l'altro a esser più, & così quel 18 per la detta prima regola vien a esser più. E però diremo, che a summar 10 più 4. con 8 più 3. fa 18 più 7. & perche 8 più 7 è manco quanto a dir 15. & così 10 più 4 è manco quanto a dir 14. & così 8 più 3 è manco assai che 11. & a summar 14 con 11 fanno meglio assai che 25. e però vien a esser verificata la prima regola, cioè che a summar più con più fa sempre più & medesimamente seguita nelli veri binomi.

Essempio alla prima regola.

a summar	10 più 4
con	8 più 3
fa	18 più 7
che	25

E così volendo summare 11 meno 5 con 9 meno 2 (essendo quelli duoi residui fatti l'uno di sotto l'altro come di sopra si è detto) tirando poi sotto una linea, & summando poi quel meno 2. di sotto con quel meno 5. di

Esempio alla seconda regola.

2 fiumare	1 : mari 5
con	1 : mari 1
fiera	1 5 mari 7
cose	12

Esempio alla terza, over quarta regola.

2 fiumare	9 pie 3
con	8 mar 4
fiera	17 mar 1
cose	16

Esempio alla terza, over quarta regola.

2 fiumare	15 mar 6
con	12 pie 0
fiera	28 pie 3
cose	52

Esempio alla terza, over quarta regola.

2 fiumare	16 pie 3
con	14 mar 1
fiera	30 0
cose	30

Esempio alla terza, over quarta regola.

2 fiumare	10 mar 1
con	10 pie 3
fiera	20 0
cose	40

2 fiumare	7 pie 4
con	11 mar 4
fiera	18 0
cose	36

2 fiumare	15 0
con	9 mar 4
fiera	24 mar 4
cose	48

ſcripta ſia 7. de queſto ponendolo ſotto alla linea, & perche ſono, & libre 6. dirai quelle ſono 1 (per la ſeconda regola) il che fatto, ſia mano, & opera pur ſecondo la ſeconda regola, cioe dirai 1 fia 1 & 1 fia 1 & 1 fia 1 &

1 LEcito sia chiamare sfoznare del più, & del meno, cioè trouare di più ingenio, & più difficile di alcuno de gli altri, & quello procede, perche in più modi, & diuersi modi di alcuno de gli altri può accadere, e però ha dubbio di più assai naturale sfozno di alcuno de gli altri. Dico adonque che può esser occorrente in 14. diuersi modi, come ordinariamente con più essempi (pur di binomi, & residui fini) si farà manifesto, con le quali regole bene facilmente s'intenderà quelle medesime nelli veri binomij, & residui.

2 VOlendo occorrerci di sfoznare alcun più da un'altro più, che sia maggior di lui in quantità, ma simile di denominatione, & di natura (che così sempre si debbe intendere) ouero il menor simplicemente dal maggior, come si fanno numeri diuersi, ouer rotti, & il resante sarà più. Essempi gratia volendo cauare 7 più 2. da 20 più 5. affirma quelli duoi binomij fini, come si costuma nelli sfoznari di numeri, doue poni quel 7 più 2 (che vuoi sfoznare) sotto 20 quel 20 più 5. & tira di sotto la solita linea, poi cava quel più 2 di sotto da quel più 5 di sopra, & resterà 3. & quello 3 sarà più, qual accostalo sotto alla linea con il segno del più, & similmente anchora quel 7. che consequentemente segue di sotto da quel 20. che già è sopra, resterà 13. quali 13. per le ragioni date nel precedente capo sarà più, ma non vi si debbe mettere il segno del più per esser il primo nome del residuo binomio fatto, e però concluderemo, che a cauare 7 più 2. da 20 più 5. resterà 13 più 3. & quantunque nel sfoznare si possa verificare, come si farà anchora in seguenti del precedente capo, dicendo che 20 più 5 vuol dir 25. & 7 più 2 vuol dir 9. & 9 cauare 9 da 25 resta 16. & quel 13 più 3 medesimamente 16 non dicemo quello, & gli altri, che si ha da dire, voglio che si approciamo secondo che si costuma a prouar li sfoznari, cioè con il sfoznare, perche egli manifesto, che a sfoznar quel 13 più 3 (che resta) con quel 7 più 2 che si sfoznò, douerà far quel 20 più 5 a donar ello giuoco, ma perche a sfoznar il detto 13 più 3 con 7 più 2 (secondo l'ordine dato nel precedente capo) si procederà 20 più 5 (come in margine vedi) dicemo il detto nostro sfoznar esser buono.

Essempio primo
2 sfoznar da 20 più 5
quello 7 più 2
resta 13 più 3
la proua 20 più 5

3 VOlendo occorrerci di sfoznare alcun più da un'altro più a lui eguale in quantità, & di una medesima denominatione, sfoznarà l'uno dell'altro, come si fanno numeri simplici, & numeri che si restano, cioè nulla. Essempi gratia volendo cauare 9 più 5 da 17 più 5 (come di sopra è stato detto) dove poni quel 9 più 5 sotto a quel 17 più 5 cauando la solita linea, sotto quello cauarai quel più 5 di sotto da quel più 5 di sopra, & resterà nulla, poi cauarai quel 9. che seguita di sotto da quel 17 di sopra resterà 8. e però diremo, che a cauar 9 più 5 da 17 più 5. resterà 8 pomo 8. al quale 8 vien a esser più, & per sfoznar tal sfoznare, sfoznarai quel 8 più 0. che resta con quel 9 più 5. che si cauò, & trouarai, che fanno 17 più 5. e però dirai che tal sfoznare fu ben fatto.

Essempio secondo
2 cauar da 17 più 5
quello 9 più 5
resta 8 più 0
la proua 17 più 5

4 QVando vorrai cauare alcun più da un'altro più, & che quel più, che vorrai cauare sia maggior di quello da quel più, dal quale si vuol cauare, allhora si debbe abbassare il numero dal maggior, & quello che resta sarà meno. Essempi gratia volendo cauare 12 più 6 da 18 più 2 (come all'ordine più volte detto) poi volendo cauare quel più 6 di sotto da quel più 2 di sopra, ne vedi che non si può (per esser maggiore) però in simil caso si cauarà il numero del maggiore (cioè quel più 2 da quel più 6) & si resterà 4. quale 4 in tal caso vien a esser meno, e però ponilo sotto alla linea con il detto segno del meno, fatto questo cauarai quel 12 (che seguita di sotto) da quel 18 di sopra, & resterà 6. & perche quel 12. & quel 2 sono più per non hauer alcun segno, e però quel 6 sarà più, ma per esser il primo nome del residuo fatto non vi accade segno per le ragioni più volte dette, & per tanto diremo, che a sfoznar 18 più 6 da 12 più 2. resterà 6 meno 4. & se di tal sfoznare ne vorrai far proua fa cosi quel 6 meno 4. che resta con quel 12 più 6 (che cauasti) & trouarai che fanno predetto quel 18 più 2. come che in margine vedi, e però sta bene. Et se per sorte si hauesti scordato il modo di sfoznar quel 6 meno 4. con quel 12 più 6. ne rinouarà la regola del sfoznar più con meno nel precedente caso.

Essempio terzo
2 sfoznar da 18 più 2
quello 12 più 6
resta 6 meno 4
la proua 18 più 2

5 QVando vorrai cauare alcun più da alcun meno, sfoznarai il più con quel meno simplicemente, & tal sfoznare sarà meno. Essempi gratia volendo sfoznare 7 più 5 da 25 meno 3. affirma quel 7 più 5 sotto a quel 25 meno 3. secondo il solito, poi per sfoznar quel più 5 di sotto da quel meno 3 di sopra, fanno quel 5 con quel 3 fanno 8. e quello 8 fanno meno, quel porrai sotto alla linea con il detto segno del meno, fatto questo cauarai quel 7. che seguita di sotto da quel 25 di sopra, & ti resterà 18. & quello 18 sarà più per le ragioni più volte dette, ma non vi si mette alcun segno il detto segno ✠. E però diremo che a sfoznar 7 ✠ 5 da 25 meno 3 resta 18 meno 8. & se ne vorrai far proua, fanno quel 18 meno 8. che resta con quel 7 più 5 (che cauasti)

Essempio quarto
2 sfoznar da 25 meno 3
quello 7 più 5
resta 18 meno 8
la proua 25 meno 3

& trouarai che fara quel medesimo .1. che è di sopra, e però fia bene, & cosi andarò procedendo nelle seguenti di vari binomi dalli veri residui, come di sotto nel suo luogo meglio si vedrà.

6 VOlendo che il residuo habbia a bastare, ouer cauare altro più di altro meno, che fusse la equale (si però al numero) perche mai il più si può aggiugnere al meno, si però alla sua similitudine quantità, cioè che vna cosa più, senza cõparatione è di maggiore valore di vna meno, perche il più è come vn credito, & il meno è come vn debito. Et sempre quello che vuol bastare solamente per vn sol ducato al mondo, & vn'altro che non habbia niente al mondo fanno dubbio alcun mi negara, che colui che ha per quel sol ducato non habbia più di colui, che non ha niente. Et se per sorte vi fusse vn'altro terzo, che nõ solamente non ha niente al mondo, ma ha anchor vn debito di 1 cosa alcun certo mi negara, che quello terzo non habbia manco di tutti. Et però non è vero vn detto comune detto, che è costume fra il volgo quando vogliono nominare uno per poverissimo dicono e non potria esser più povero di quello che è per che è non ha niente al mondo, quali volendo dire che colui, che non ha niente al mondo non può esser più povero, dicendo che'l non può esser manco di nulla, ma quelli tali s'ingannano di grosso perche uno che havesse solamente un debito al mondo sarà molto più povero di uno, che non havesse ne debiti, ne credito.

Questo dilucido mi è parso di fare, accioche con il suo naturale giudicio possi ciascuno non solamente elegere quale sia sopra il fornire del più, & del meno (nel precedente capo) ma anchora quelle, che in questo, & negli altri seguenti capi si ha da dire, & per tanto seguendo nel nostro primo proposito. Dico che quando si havesse a bastare altro più di altro meno alla regola si debbe procedere, come nella passata, cioè fornire il meno con l'altro, come di sotto nelli seguenti Esempi, & quello sia il fornire fia meno. Essempi grazia volendo cauare 2 più 3 di 4 meno 2 che fanno quel 2 più 3 fornito di quello 2 meno 2 secondo si dice, poi per cauare quello più 3 di meno 2 di quel meno 2 di sopra fornendo insieme, & fanno 6 & questo 6 dico esser meno, qual ponilo sotto alla linea con il suo segno meno, fanno questo cauato poi quel 2. che continuatamente segue di sopra di quel 2 che gli è sopra restano 4 & così 2 cauar 2 più 3 di 2 meno 2 restano 4 meno 6 & se ne verrai far prova fornendo quel 4 meno 6 che resta con quel 2 più 3 che cauasti, & meno ne farà precisamente quel 2 meno 3 che è di sopra, e però fia bene.

Essempio primo	
2 fornire di	10 meno 2
quello	12 più 2
resta	14 meno 6
la prova	12 meno 3

7 VOlendo che il fornire sia nulla di altro meno (si però al numero) procederai come nelle due precedenti, cioè fornire il meno con il suo, come si fanno nomi simplici, & quello che fornirà fia meno (si come nelle precedenti) Essempi grazia volendo cauar 3 più 4 di 2 meno 7 che fanno quel 3 più 4 sotto 2 quel 2 meno 7 (secondo si dice) poi per cauare quel più 4 di sopra di quel meno 7 di sopra, fornendo insieme, & fanno 3 il qual 3 dico esser meno, e però lo noterai sotto alla linea con il segno di meno, fanno questo cauato poi quel 3 (che di sopra segue) da quel 2 che gli è sopra, & che fanno 1 quel noterai di sotto la linea. Et così dirai che a cauar 3 più 4 di quel 2 meno 7 restano 3 meno 1. Et se ne vorrai far prova fornendo quel 3 meno 1 che resta con quel 3 più 4 che cauasti, & meno ne farà precisamente quel 2 meno 7 che è di sopra, e però fia bene.

Essempio secondo	
2 fornire di	10 meno 4
quello	14 meno 3
resta	5 meno 1
la prova	9 meno 5

8 VOlendo che vogni cauare altro meno di valore maggiore di lui cauerai semplicemente il minore del maggiore, & il restante fia meno. Essempi grazia volendo cauar 14 meno 5 di 10 meno 5. affirmo quel 14 meno 5 fornito a quel 10 meno 5 (secondo il solito) poi cauo semplicemente quel meno 5 di sopra di quel meno 5 di sopra, & restano 5 il qual 5 dico esser meno, qual noterai sotto alla linea con il segno meno, fatto questo cauato quel 4 che di sotto segue da quel 4 che gli è sopra, & restano 5 qual pongo sotto alla linea, dimodo che resta a cauar il detto 14 meno 5. dal detto 10 meno 5. & se ne vorrai far prova fornendo quel 5 meno 1. che resta con quel 14 meno 5. che cauasti fia quel medesimo 10 meno 5 che fu in causa, e però sia fornito.

Essempio terzo	
2 fornire di	15 meno 5
quello	12 meno 5
resta	3 meno 0
la prova	15 meno 5

9 VOlendo vogni cauar altro meno di valore meno a lui equale cauerai semplicemente l'uno de l'altro, & resta nulla. Essempi grazia volendo cauare 12 meno 7 di 15 meno 7 affirmo quel 12 meno 7 fornito a quel 15 meno 7 secondo si dice, poi per cauare quello più 7 di sopra di quel meno 7 di sopra fornendo insieme, & fanno nulla. quel meno 0. qual noterai sotto alla linea, fatto questo fornirai quel 12. che segue di sopra di quel 15 che gli è sopra, & ti restano 3. qual noterai sotto alla linea, dirai poi 7 meno 0. & tanto dirai che resta a fornire il detto 12 meno 7 da quel 15 meno 7. & se ne farai prova fornendo quel 3 meno 0. che resta con quel 12 meno 7 che cauasti, & meno ne farà quel medesimo 15 meno 7 che è di sopra, & però fia bene.

13 VOlendo trouare alcun mon da vn'altro mon, che sia menor di lui sempre cerca il menore del maggiore, & il reliquo sera più. Essempi gratia volendo cauar 3 mon 7 da 5 mon 4, dimanda quel 3 mon 7 sono 2 quel 5 mon 4, mando di sotto la sottrattion, poi per trouare quel mon 7 di sotto da quel mon 4 di sopra, procedi al contrario, cioe caua quel mon 4 da quel mon 7, & ti resta 3 quali 3 dico esser più, quali noterai sotto alla linea con il segno più, sotto questo scriuerai quel 1. che di sotto segue da quel 5. che gli è sopra, & ti resta 4 quali posto sotto alla linea, dira poi 7 più 3, & tanto dirai che resti a trouare 3 mon 7 da 5 mon 4, & se ne vorrai far prova, summa quel 7 più 3. che ti resta con quel 3 mon 7. che cauasti, trouerai, che sara quel medesimo 5 mon 4 da che fu fatta la sottrattione, e però sta bene.

Essempio sonno	
a sottrar	da 5 mon 4
questo ——	3 mon 7
resta	3 mon 3
la prova	5 mon 4

14 VOlendo ancora cauar alcun mon da vn più, & che è mon, che si ha da cauar di maggior quantità (rispetto al numero) di quel più, di che si vuol cauare, sempre aggiongi ambidui insieme, & tal summa sara più. Essempi gratia volendo cauare pocamo 17 mon 5 da 26 più 2. allhora secondo il solito, poi per cauare quel mon 5 da quel più 2 di sopra aggiongi ambidui insieme, & faranno 7. dico questo 7 esser più, quale noterai sotto alla linea con il segno più. Fatto questo cauerai sotto quel 17. che segue di sotto da quel 26. che gli è sopra, & ti resta 9 quale 9 notato al suo luogo sotto alla linea, dira in tutto 9 più 7. & tanto dirai che resti a trouare 17 mon 5 da 26 più 2. & se ne vorrai far prova, summa quel 9 più 7. che resta con quel 17 mon 5. che cauasti, & trouerai che si ritroua quel medesimo 26 più 2. del quale fu fatta la sottrattione, e però sta bene.

Essempio decimo	
a sottrar	da 26 più 2
questo ——	17 mon 5
resta ——	9 più 7
la prova ——	26 più 2

15 Similmente quando vorrai cauare alcun mon da alcun più a lui equale (rispetto al numero) procederai per il medesimo modo, cioe summali ambidui insieme, & tal summa fara pur più. Essempi gratia, volendo cauar pocamo 15 mon 4 da 18 più 4 allhora per luogo sotto l'altra, secondo il solito, & per trouare quel mon 4 di sotto, da quel più 4 di sopra, summali ambidui insieme, & faranno 8. il quale 8 dico esser più, e però lo noterai sotto alla linea con il segno più, sotto questo scriuerai quel 15. che di sotto segue da quel 18. che gli è sopra, & ti resta 3. quale notandolo al suo luogo sotto alla linea, dira in tutto 3 più 8. & tanto dirai, che resta a cauar 15 mon 4 da 18 più 4. & se ne vorrai far la prova, procederai secondo il solito, cioe summali quel 3 più 8. che resta con quel 15 mon 4. che cauasti, & trouerai che fara quel medesimo 18 più 4. dal quale fu fatta la sottrattione, e però sta bene.

Essempio undecimo.	
a sottrar da	18 più 4
questo ——	15 mon 4
resta ——	3 più 8
la prova	18 più 4

16 VOlendo ancora sottrar alcun mon da alcun più, maggior di lui (rispetto al numero) procedi per il vero modo delle due precedenti, cioe summali ambidui insieme, & tal summa fara pur più. Essempi gratia volendo sottrar pocamo 15 mon 9 da 18 più 2 allhora per luogo secondo il solito, poi per sottrar quel mon 9 di sotto da quel più 2 di sopra, procedi per secondo l'ordine delle due precedenti, cioe summali ambidui insieme, & faranno 11. il quale 11 dico esser più, quale noterai sotto alla linea con il segno più, sotto questo scriuerai quel 15. che di sotto segue da quel 18. che gli sta sopra, & ti resta 4. il quale 4 notandolo al suo luogo sotto alla linea, dira in tutto 4 più 11. & tanto dirai, che resta a cauar 15 mon 9 da 18 più 2. & se ne vorrai far la prova, summa quel 4 più 11. che resta con quel 15 mon 9. che cauasti, & trouerai, che fara quel medesimo 18 più 2. dal quale fu fatta la sottrattione, e però sta bene.

prima via	
a sottrar da	20
questo	12 mon 5
resta prima	8
a cauarne mon	5
resta ——	8 più 5

seconda via	
a sottrar da	20 più 0
questo ——	12 mon 4
resta —— ——	8 più 4
la prova	20

terza via	
a sottrar da	20 più 0
questo	12 più 4
resta	8 più 4
la prova	20

17 VOlendo trouare 20 mon 5 da 20 più, & che è mon, che si ha da cauar di più, & che è più, che si ha da cauar di mon

prima via
2 fiorar da —— 10
quello —— 5 più 1
resta prima —— 5
2 causae —— più 1
resta —— 5 una;

seconda via
2 fiorar da 10 più 0
quello —— 5 più 1
resta —— —— 5 un 5
li prova 10

terza via
2 fiorar da 10 un 0
quello 5 6 1
resta 5 un 1
li prova 10

2 multiplicar 8 6 4
per —— —— —— 6
fia 48 più 24

che fia 72 2 ponto

2 multiplicar 15 un 3
per —— —— 7
fia 105 un 21

che fia 126 2 ponto

Nolta molte volte intervene a coss volendone duoi più di un sol più, & acciò meglio intendi sarà per un exo con un binomio fisso, cioè ponga che vogliamo cavare 5 più 3 di 10 dico che in tal caso si può procedere per due vie, & come nelle precedenti, cioè cavare l'uno di detti duoi nomi, qual ne pare del detto 10, & del rimanente cavarne detto nome, onde essendo prima quel 5 di 10 resta 5, & di quello 5 essendone poi quel più 3, & volendo al resto sopradetto dubito, cioè 5 meno 3, come si fusse quanto manca quel 5 meno 3, & tanto resta 2 fiorar 5 più 3 dal detto 10.

L'altra via è ponere il detto 10 con più & meno di quello nostro quel 5 più 3 (& come nella precedente fu fatto) & come gli altri duoi essempi posti in margine si vede, & perchè del primo di doppia cavar quel più 3 di quel più, si abbandona più 3, & resta più 3, quali si debbon ponere al suo luogo sopra alla linea, & dapoi cavar 5 di 10 resta 5, quali con quel meno 3 dian 5 meno 3, & tanto resta a cavar di 10 più quel 5 più 3, che sono fatti 8, poscia al fiorar ditto giunto il medesimo restare fiorando il detto 5 più 3 dal detto 10 meno 3, perchè a fiorar quel più 5 di quel meno, di fiorano, & tal fiorare fian meno, e però fiorando 5 con quel fian meno 3, & così fiorando poi 5 di 10 restano in tutto 5 meno 3, come di sopra, & quale spedie di fiorari nelle quistioni irrazionale molte volte accadono, & così bisogna seguir fiorando quale regole razionalmente fiano.

Del quarto caso chiamato multiplicare del più & del meno. Cap. IIII.

Per intender la regola, overo il modo di multiplicar li detti duoi communi più & meno, fia loro bisogna in memoria 4 cose di le fattone quante regole, lequali da poi le considerarai, le intenderai lor essamente etc.

Prima regola, a multiplicare più fia più & sempre più.

Seconda regola, a multiplicare più fia meno & sempre meno.

Terza regola, a multiplicare meno fia meno & sempre più.

Quarta regola, a multiplicar meno fia più & sempre meno.

Ma avanti che le sopra nostre regole mostri, mi pare a proposito dichiarire una quistione razionale fisica in forma di binomio, & resolverla come nelli duoi precedenti capitoli fatto fino qui, accioche non dubbito, che più facilmente s'intenderà poi più facilmente ne gli seguenti, & veri resolvi (come ho detto anchora sopra del fiorare nel secondo capo) che per mezzo delle dette dichiarationi, pongo che vogliamo multiplicare 5 più 4 per 6 meno 2 (per dar materia di multiplicare, poscia quel 5 più 4 (come detto mi pare) & fatto 2 quel più 4 primi quel 6 per 2 quale voi multiplicare nel binomio fisso poi di sopra via tirai una linea, come è costume nelli multiplicari di numeri simplici, fatto quello multiplico quel più 4 di sopra per quel 10 di fiora 24. Et perche quel 4 per vigor del segno è più, & anchora quel 6 (per non haver segno alcuno) è più (come più volte fatto ho detto) & perche più fia più (per la prima regola) di sempre più, è però quel 24 fiora più, quale noterai sotto alla linea con il segno più, fatto quello multiplico quel 5 che di sopra segno più per il detto 6 fiora 30. & perche di quel 5 avete quel 4 più per non haver alcun segno, è però quel 4 (per la detta prima regola) fia più, quale noterai sotto alla linea, & non havete alcun segno, è però quel 4 (per la detta prima regola) fia più, quale noterai sotto alla linea con il segno più, fatto quello multiplico quel 4 che di sopra segno più per quel medesimo 6 fia 24 & perche quel 4 fia più (per la detta prima regola) di sempre più, è però quel 24 fiora più, quale noterai sotto alla linea con il segno più, fatto quello multiplico quel 4 che di sopra segno più per quel medesimo 6 fia 24 & perche quello 24 più 24 più fiorano 48 & perche quello 48 più 24 più fiorano 72 per ragion naturale de li per, che non vuol dir altro, che 72 perche anchora quel 2 più 4 non vuol dir altro, che 12. & perche il detto 12 multiplicandolo per quel medesimo 6 fia per quel medesimo 72 è però manifestamente viene a esser verificata la detta prima regola, cioè che più fia più & sempre più.

Or per dichiarire la seconda regola, cioè che a multiplicare più fia meno fia sempre meno. Pongo che vogliamo multiplicare 15 meno 3 per 7. Accennerò il detto binomio fisso secondo, che fu fatto del sopradetto binomio, ponendo quel 7 fiorar quel meno 15 di sopra via tirarai la sopra linea. Fatto quello multiplicarai 7 di quel meno 3 fia 21. & perche quel 7 è più (per non haver segno alcuno) & quel meno 3 è meno per ver del segno, & perche a multiplicar più fia meno (per la seconda regola) fia meno, segue che quel 21 fia meno, quale noterai sotto alla linea con il detto segno meno, poi multiplicarai quel 15 che di sopra segno più per quel medesimo 7 fiora 105. & perche il detto 15 è più, & come di sopra non haver alcun segno, & perche a multiplicar più fia più (per la regola) di sempre più, è però il detto 105 esser più, ma per esser il primo nome del prodotto resta non vi si debbe mettere il detto segno più, perchè el vi s'intende. Concludo adunque, che a multiplicar 15 meno 3 per 7 fia 105 meno 21. Et perche 105 meno 21 una per definitione numerale, ma dei dire che non vuol dir altro

dir chiaro che $4. & similmente quel 15. men 5. ne dà per che non vuol dir altro che 1. & che 2 multiplicar 12. per quel 7. fa medesimamente quel 84. e però naturalmente vien a dir vostra la detta seconda regola, ciò è che a multiplicar più fia men fia men.

3 NOhora per dimostrare la terza regola, ciò è che a multiplicare, men fia men facia più (laqual regola è alquanto più dura da credere di ciascuna delle altre) pongo che habbiamo da multiplicare 8. men 3. fia 9. men 2. quali duoi residui sendo noi soliti pigliare l'uno fuora l'altro, come che in margine vedi, & per multiplicarli potremo procedere per due vie, cio è secondo l'ordine del multiplicar per crocetta, & anchora secondo l'ordine del multiplicar per scachiero, & accioche per l'una, & l'altra via si renda habile intelligentia voglio che lo multiplicamo per l'una, & per l'altra via, ma prima per crocetta, e per multiplicarlo multiplicaremo quel men 3. di sopra fia quel men 2. di sopra fara 6. & perche men fia men fia più (per la terza regola) e però diremo quel 6. esser più, e però lo noteremo sotto la linea con i detto segno più, poi multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel più 9. di sopra fara men 27. quali pigliaremo in mente, poi multiplicaremo quel men 2. di sopra, fia quel più 8. di sotto, fara men 16. quali sommaremo con quel men 27. che fu allhora fatto in summa men 43. quale noteremo conseguentemente sotto alla linea, fatto questo multiplicaremo quel più 8 di sotto, fia quel più 9 di sopra, fara più 72. quale noteremo conseguentemente dietro a quel men 43. & dirà poi in tutto 72 meno 43. più 6. & questo diremo, che fia a multiplicare quel 8 men 3. fia quel 9 men 2. il quale intendo, se ben lo considerarai necessario esser 72 a punto, & se ben considerarai anchora quel 8 men 3. trovarai esser a punto 5. & quel 9. men 2. trovarai esser a punto 7. & a multiplicar 5 fia 7. fa medesimamente quel 72. e però sara naturalmente vera la detta terza regola, ciò è che men fia men fia più.

Ma volendo anchora far la detta multiplicatione per via di scachiero multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel men 2. di sopra fara (per la detta terza regola) più 6. quale noteremo al suo luogo sotto alla linea, poi multiplicaremo anchor quel medesimo men 3 di sotto fia quel più 9. di sopra fara men 27. quali noteremo conseguentemente dietro a quel men 16. come in margine vedi, fatto questo multiplicaremo poi quel più 8. di sotto fia quel men 2. di sopra fara men 16. & questo men 16. noteremo sotto a quel men 16. che fu allhora fatto come in margine vedi, fatto questo multiplicaremo quel più 8. di sotto fia quel più 9. di sopra fara più 72. quale noteremo sempre sotto al suo conseguente luogo sotto alla detta linea, come che in margine vedi, & summate queste due multiplicationi, cio è quella della crocetta, cio è quella prima quel più 6 sotto alla seconda linea, poi summa quel men 16. con quel altro men 27. fanno men 43. quali men per sotto alla detta seconda linea, & poi summa pur ancora quel più 72. & di summa fara per come l'altra di sopra, cio è 72 men 43. più 6. che fara per quel medesimo 29. a punto, & queste due regole dua di multiplicare quelli duoi residui fanno a lemma anchora nel multiplicare nodi bimembri duoi veri residui, ma secondo a multiplicare duoi binomij veri, & similmente un vero binomio fia un vero residuo, come che nel seguente libro intenderai, & per disponerti meglio, voglio dimostrare la quarta regola con un binomio fatto, & similmente con un residuo.

4 SImilmente per dimostrare la quarta regola, ciò è che men fia più facia men, voglio procedere per via di multiplicar un binomio fia un residuo fatto, laqual cosa si fa in questo modo volendo (come di sopra dissi) nelle multiplicationi di veri binomij, & residui, volendo adonque multiplicare (poniamo) 9. più 4 per 5. men 3. faremo l'uno sotto l'altro, & sotto di quelli gli faremo la solita linea, come in margine appare, & procederemo per via di crocetta, ciò è multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel più 4. di sopra fara men 12. quale noteremo al suo luogo sotto la linea, poi multiplicaremo quel medesimo men 3. di sotto fia quel più 9. di sopra fara men 27. & questo men 27. lo serbaremo in mente, poi multiplicaremo quel più 4. di sopra fia quel più 5. di sotto fara più 20. & questo più 20. lo sommaremo con quel men 27. che fu allhora fatto più 4. & questo più 4. lo noteremo al suo conseguente luogo sotto alla detta linea fatto questo (secondo l'ordine della crocetta) multiplicaremo quel più 5. di sotto fia quel più 9. di sopra fara più 72. quale noteremo sempre al suo conseguente luogo sotto alla detta linea, come che in margine vedi, che in tutto fara 72 più 4. men 12. il quale procederemo a bene a considerarlo fara a punto 64. & perche quel 9 più 4 a punto 13. & quel 5 men 3. a punto 2. & perche a multiplicar 4. fia 52. similmente quel 64. a punto, e però vien a esser vera anchora naturalmente la detta quarta regola, ciò è che men fia più facia meno.

Ma volendo far la sopradetta multiplicatione per via di scachiero, multiplicaremo quel men 3. di sotto fia quel 9 più 4 di sopra, & faranno 12. men 12. come in margine vedi, poi multiplicaremo quel più 5. di sotto fia quel medesimo 9 più 4 di sopra, & fara 72 più 20. & questo lo noteremo

a multiplicar 5 più 3
per —— —— 9 più 4
fia 72 men 43 più 6

che fara 29 a punto

a multiplicar 9 più 4
per —— —— 5 più 3
fara 72 più 43 più 6

che fara 129 a punto

a multiplicar 9 più 4
per —— —— 5 più 3
fara 72 più 43 più 6

che fara 129 a punto

fotto al primo produtto, fecondo che fi coftuma nelli fcachieri, cioe ponendo quel più 7 fotto a quel meno 2, & feguitando poi il 2 fotto quello tireremo la feconda linea, & fommaremo poi que fte due multiplicationi infieme ponendo prima quel meno 2 fotto alla feconda linea, & fommaremo poi quel 3 con quel meno 2, & fara più 5, qual più 5 accompagnato al fuo luogo locato alla feconda linea, & coli confequentemente rimetteremo quel 7 fotto alla detta feconda linea, & dira in tutto per 7 più 5 meno 2, come fece anchora per via di croftina, che fara per a punto 65.

Del quinto atto detto partir del più, & del meno. Cap. V.

Per intender l'ordine, overo il modo generale del partire delli detti duoi termini più, & meno, gli è neceffario in memoria recarfi le feconfcritte quatro regole generali, che fi fece anchora nel multiplicare.

Prima regola, a partir più per più ne vien più.

Seconda regola, a partir più per meno ne vien meno.

Terza regola, a partir meno per più ne vien meno.

Quarta regola, a partir meno per meno ne vien più.

Non folamente con il partire di bifogna, & reftini fini fi poffino manifeftamente verifi care della maggior parte delle fopra nouate regole, come che nel precedente capo effetto fatto fia la più legale dimoftratione che ne poteffimo conducere con l'ordine, che fi coftuma di approuare realmente il partire, cioe con l'iftefo contrario, ch'è il multiplicare, per che fapemo, che a multiplicar l'accrefcimento fia il partitore debbe reftituir la quarta parte, & ritornando nel partire fi approua effer giufto, il medefimo fegnio effer in quefte regole, fuppoto alli detti duoi termini, cioe a partir più per più, tu vedi che la cofa, che fi parte è più, & il partitore è più, hor dico che il fegno dell'accrefcimento è neceffario effere di tal qualità, che multiplicandolo fia il fegno del partitore nel fecondo il fegno della cofa partita, il quale fegno è più (del prepoffito) e però il fegno dell'accrefcimento in quefto caſo è neceffario effer più, & fe poffibil fuffe (per l'auerfario) a effer mal, feguita che a multiplicar quel meno dell'accrefcimento fia quel più del partitore, facendo quel più della cofa partita, & già fapemo (per la feconda, & terza regola del precedente capo) che fi meno, e però fegnita effer impoffibile il fegno di tal accrefcimento in quefto caſo a effer meno, anzi è neceffario che fia più, perche a multiplicar nel più dell'accrefcimento fia il più del partitore fara più, il quale più vien ben a effer fimile al fegno della cofa partita, qual è per più del prepoffito, & coli fara verificata (con regola aſtratta) la prima regola, cioe che a partir più per più egli neceffario a venirne più.

Il medefimo dirano della feconda regola, cioe che a partir più per meno, egli neceffario a venirne meno, perche multiplicando quel meno dell'accrefcimento fia quel meno del partitore (per la terza regola del multiplicare) fara più, che ben fara fimile al fegno della cofa partita (che è più del prepoffito) & fe poffibil fuffe a poter venir più (per l'auerfario) fegnita che a multiplicar più fia meno facelle più, laqual cofa è impoffibile (per la terza regola del multiplicare) e però fara verificata la fopradetta feconda regola, cioe che a partir più per meno, neceffariamente ne vien meno.

Anchora per il medefimo modo fi può dimoftrare la terza regola, cioe che a partir meno per più effer neceffario a venirne meno, perche multiplicando quel meno dell'accrefcimento fia quel più del partitore fara meno, qual fara fimile al fegno della cofa partita (qual è fuppoſto effer meno) & fe l'auerfario voleffe dire effer poffibile di venir più fegnita poi che a multiplicar quel mal più fia quel più del partitore facelle meno (che il fegno della cofa partita) è che è impoffibile per la prima regola di multiplicare diffrutta, adonque il propoſito rimane il propoſito, cioe che a partir meno per più ne vegni il meno.

Anchora con le medefime argumentationi fi dimoftra la quarta regola, cioe che a partir meno per meno ne vegni più, perche multiplicando quel più dell'accrefcimento fia quel meno del partitore fara meno per la feconda regola di multiplicare) quel verra a effer fimile al fegno della cofa partita, qual è fuppoſto effer meno, & fe l'auerfario voleffe, che poteffe venir anchora meno fegnita, che a multiplicar nel meno dell'accrefcimento fia quel meno del partitore facelle meno (per effer meno al fegno della cofa partita) laqual cofa è impoffibile (per la terza regola di multiplicare) diffrutta adonque il propoſito rimane il propoſito, cioe che a partire meno per meno ne vien più. Et coli fono dimoftrate fempli vien a effer dimoftrate generalmente le fopra nouate quatro regole intorno fopra il partire del più, & del meno, & coli per quelle fi potria dimoftrare quelle e intorno fopra il multiplicare, perche con il partire fi può prouare il multiplicare, fi come che con il multiplicare fi può prouare il partire, dico fecondo fi detti fegni, over termini del più, & del meno, &c.

Fine del quarto Libro.

LIBRO QVINTO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOlo Tartaglia, nel qual si tratta di quanto auiene della pratica di Binomij, & Residui, cioe del sommar, sottrar, multiplicar, & partir di quelli.

Del primo atto detto sommar de Binomij, & Residui. Cap. I.

IL sommar de Binomij, & Residui puo occorrere in varij, & diuersi modi, ma li piu accadenti nella pratica loro sono cinque, il primo è a sommar vna quantita di vn solo nome, con vn Binomio, ouero con vn Residuo, ma quello puo occorrere in doi modi, cioe ouer che quella tal quantita sia communicante con vn di nomi del detto binomio, ouer residuo, ouer nanche nó. Il secondo modo è a sommar vn binomio, ouer residuo con vn'altro binomio, ouer residuo. Il quale puo accadere in tre modi, cioe ouer che li doi nomi del detto binomio, ouer residuo siano communicante l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro di doi nomi de l'altro binomio, ouer residuo, ouer che vn sol nome di l'uno sia communicante a vn sol nome de l'altro, ouer che ne l'uno, ne l'altro nome di l'uno sia communicante ne a vno, ne a l'altro nome de l'altro, & acio che di tutti questi modi se ne habbia piena dottrina gli andaremo ad esplicando di mano in mano.

Come si somma una quantita di un sol nome con qual si voglia specie di binomio, ouer residuo.

QVando sommare vna quantita di vn sol nome, con qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, quella tal quantita di necessita, ouer che la sia communicante con vno di tutti doi di quel tal binomio, ouer residuo, & la sia communicante con vno di detti nomi, li quali bisogna sommare con quel tal nome, facendo sempre detto nel sommar tal specie di quantita, & anchora quello detto nel sommar del piu, & del meno, & intenderai tutto cio, ma se tal quantita non sara communicante con alcuno di nomi del detto binomio, ouer residuo in tal caso è necessario fare la tal semplice del piu, formando vn binomio, cioe vna quantita di tre nomi composta. Essempi gratia volendo sommare ponimo 4. con quello binomio 8 ☍ 2 piu 3. tu vedi che quel 4 è communicante con quel 3 del binomio (per esser l'uno, e l'altro numero) tu sommarai semplicemente quel piu 4 con quel piu 3 fara piu 7. qual con quello 8 ☍ 2 fara poi in somma 8 ☍ 2 piu 7.

Ma se tal binomio fusse vn residuo, cioe che fusse 8 ☌ 2 meno 3. & che con quello volessi sommar il detto 4 sommarai pur quel piu 4. con quel meno 3. & trouarai che fara piu 1. adonque giongerai quello 8 ☌ 2 fara in somma 8 ☌ 2 piu 1.

Ma volendo sommare 8 ☌ 5 con il detto binomio, cioe con 8 ☍ 2 piu 3. fara somma di detti 8 ☌ 5 con quella 8 ☍ 2. fara in somma 8 ☌ 45 allaquale giongerai quel piu 3. fara in somma 8 ☌ 45 piu 3. Similmente volendo sommare la detta 8 ☌ 5 con 8 ☍ 2 meno 3. tal somma fara 8 ☌ 45 meno 3.

Volendo anchora sommar 8 ☌ 27 con 2 piu 8 ☌ 3. sommarai la detta 8 ☌ 27. con quella piu 8 ☌ 3 fara piu 8 ☌ 243 alquale giongerai quel 2 fara 2 ☍ 8 ☌ 243.

Ma se tal binomio fusse residuo, cioe che fusse 2 meno 8 ☌ 3. & che con quel lo volessi sommar la detta 8 ☌ 27 sommarai pur la detta piu 8 ☌ 27 con quella meno 8 ☌ 3 (dicendo gli ordini dui) fara in somma piu 8 ☌ 12. alquale giongerai quel 2 fara in somma 2 piu 8 ☌ 12.

Ma quando che quella quantita di vn sol nome non fara communicante con alcuno di duoi nomi del binomio, ouer residuo fara necessario al sommar d'un binomio, cioe vna quantita proferta, ouer apparente con tre nomi. Essempi gratia volendo sommare 8 ☌ 7 con 6 piu 8 ☌ 5. perche la detta 8 ☌ 7 non è communicante con alcuno di nomi di tal binomio egli è necessario a proferire, & apparentare tal somma in questo modo 6 ☍ 8 ☌ 5 ☍ 8 ☌ 7. ouero in quest'altro modo 6 ☍ 8 ☌ 7 piu 8 ☌ 5 (che tanto fa) & se tal binomio fusse vn residuo, cioe che fusse 6 meno 8 ☌ 5. & che con quello vo-

Essempio primo
a sommar ☌ 8 ☌ 2 ☍ 3
quello — — 4
fara — — 8 ☌ 2 ☍ 7

Essempio secondo
a sommar ☌ 8 ☌ 2 ☍ 3
quello — — 4
fara — — 8 ☌ 2 ☍ 1

Essempio terzo
a sommar ☌ 8 ☌ 2 ☍ 3
quella 8 ☌ 5
fara 8 ☌ 45 ☍ 3

Essempio quarto
a sommar ☌ 2 ☍ 8 ☌ 3
quella 8 ☌ 27
fara 2 ☍ 8 ☌ 243

Essempio quinto
a sommar ☌ 2 ☌ 8 ☌ 3
quella — — 8 ☌ 27
fara — — 2 piu 8 ☌ 12

Essempio sesto
a sommar con 6 ☍ 8 ☌ 5
quella — — 8 ☌ 7
fara 6 ☍ 8 ☌ 5 ☍ 8 ☌ 7
ouer 6 ☍ 8 ☌ 7 ☍ 8 ☌ 5

gli volerà aggiungere quella medesima ☍ 7. ne gli la summarà per quel medesimo modo (cioè con il segno del più) & al summa proferirà, over rapresentarà in quella medesima forma 6 men ☍ 5 più ☍ 7 over in quest'altra 6 più ☍ 7 meno 5. perche sono fra l'un modo quanto all'altro, volendo sommar ☍ 7 con ☍ 3 men ☍ 7 trouarai che fara ☍ 5 a punto. Et questo quello ch'è stato detto, & essemplificato di summar vna quantità di vn sol nome, con vn simplice binomio, over residuo, quel medesimo si ha da intendere in ogni altra specie di binomio, over residuo, cioè del binomio, over residuo fara cubo, over censo di censo, over primo relato, & così discorrendo, & che con quello vorrai summar vna quantità di vn sol nome, le quella tal quantità fara communicante con vn di nomi di quel tal binomio, over residuo tal la summarai con quel tal nome, secondo l'ordine dato nel summar di tale specie di radice communicanti facendone di ambedue vn nome solo, come è stato detto con il sopradetto binomio, & residuo simplice, & tal summa fara pur binomio, over residuo di quella medesima specie, che prima era, vero è che se l'uno di nomi communicanti fusse più, & l'altro meno bisogna procedere in tal summare, secondo che dice la regola del summar più con meno, over men con più, & hauerai lo intento tuo, ma sempre ciò ai quantità di vn sol nome non fusse communicante ne con l'uno, ne con l'altro di nomi del detto binomio, over residuo fara necessario a proferire, & rappresentare tai summe per se stesse, secondo che di sopra fu detto. Et perche penso, che alcuni habbi inteso assai ne gli passati essempi, per che a volerli dar essempio in ogni specie di binomio, & residuo oltra che vi andaria da fastidio, gli huomini d'ingegno vengono in fastidio.

Come si summa qual si voglia specie di binomio, over residuo con qual si voglia altro binomio, over residuo.

QVando volendo summare qual si voglia specie di binomio, over residuo con qual si voglia altro binomio, over residuo, secondariamente li duoi nomi di quel tal binomio, over residuo, ouero che fussero communicanti gli duoi nomi di quel altro binomio, over residuo (cioè l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro nome) over che vn sol nome, di quel tal binomio, over residuo fusse communicante a vn di nomi di quell'altro binomio, over residuo, cioè che nell'uno, nell'altro di duoi nomi del detto binomio, over residuo fusse communicante, ne con l'uno, ne con l'altro di duoi nomi di quel altro binomio, over residuo. Se li duoi nomi fussero communicanti a gli altri duoi nomi (cioè l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro) gli si debbono tai nomi communicanti summar insieme (secondo l'ordine dato al suo luogo) & il medesimo si douera fare quando vi fusse vn sol nome di l'uno communicante a vn sol nome dell'altro, over summar quelli duoi nomi insieme, facendone vn nome solo hauendo sempre rispetto alle regole del summar del più, & del meno. Essempi gratia volendo summar ☍ più ☍ 27 con ☍ più ☍ 3 summarai più ☍ 3 con più ☍ 27 fara più ☍ 48. poi summarai 5 con 7 fara 12. che in tutto fara 12 più ☍ 48. come nel primo di sopra in margine appare. Et così a summar 7 men ☍ 27 con 5 men ☍ 3 fara 12 men ☍ 48. come nel secondo essempio appare, & perche tal specie di summare può variar in più modi per non abondar in fastidio a questo solamente tai varietà di summari per essempio in margine. Et perche anchora a summar quelli binomii, over residui, che hanno vn sol nome communicante non vi occorre altra difficultà, che di summar insieme quelli tai nomi communicanti (come di sopra è stato detto) potero solamente tali summari per essempio in margine, auertendoti che tal summe la maggior parte delle volte ne verrà vn binomio, vero è che alle volte ne può venir un di quei vna quantità di duoi nomi, come nelli essempi posti in margine puoi veder nella seconda moda.

QVando che nell'uno, nell'altro di nomi del binomio, over residuo fara communicante, ne a l'uno, ne a l'altro di nomi di quel altro binomio, over residuo, tal summe è necessario a proferirle, & rappresentarle con quattro nomi per mezo del mezzo del più. Essempi gratia volendo summare 7 più ☍ 3 con 6 men 7 più ☍ 5. tal summa si proferirà, & rappresentarà in questa forma 7 più ☍ 3 più ☍ 6 più ☍ 5. ouero in quest'altra (che tutto è) 7 più ☍ 3 più ☍ 5 più ☍ 5. Et così volendo summare ☍ 3 men ☍ 6 con ☍ 7 men 4 tal summa si proferirà, ouero rappresentarà in questo modo ☍ 3 men ☍ 6 più ☍ 7 men 4.

Da notare.

QVando che a summar duoi nil residui, ouero vn binomio con vn residuo, io costumo nel rappresentar tal summa a tener vna curta linea, cioè mando di vn parentesi fra l'uno residuo, e l'altro, come nella sopradetta summa di ☍ 3 men ☍ 6 più ☍ 7 men 4 (cioè con 3) perche non facendo così alle volte, tal summa si potria intendere in doi modi (cioè

Essempio primo
a summar con 6 men ☍ 5
questa —— ☍ 7
fara 6 più ☍ 5 più ☍ 7
ouer 6 più ☍ 7 men ☍ 5

Essempio secondo
a summar ☍ 7 men ☍ 3
con ☍ 7 men ☍ 7
fara —— ☍ 48

Essempio terzo
a summar con 7 più ☍ 27
questo —— 5 più ☍ 3
fara —— 12 più ☍ 48

Essempio quarto
a summar con 7 più ☍ 3
questo —— 6 più ☍ 5
fara —— 12 più ☍ 48

Essempio quinto
a summar con 6 più ☍ 20
questo ☍ 20 men 1
fara ☍ 180 più 6

Essempio sesto
a summar con ☍ 20 men 5
questo —— 5 più ☍ 5
fara ☍ 45 a punto

(come per l'auenire comprenderai) & per ciò meglio intendere ne pongo varij esempi, come di sotto nella pratica potrai vedere.

Da notare.

6 Nchora bisogna notare, che tutto quello che è stato detto, & esemplificato nel precedente capo, circa al sommare delli binomij, & residui quadri, non solamente si debbe intendere per li detti binomij, & residui quadri, ma anchora per li binomij, & residui cubi, & per li cossi di cossi, & per li relati, & così per tutte le altre specie, che vanno seguendo di grado in grado, per che longo sarebbe a volerui dar particolarmente esempij in ciascuna di dette specie, ma se haurai ben in memoria il sommar di tal specie di radici cominciando insieme con le regole del sommar del più, & del meno di sopra lette.

Esempio primo
a sommar con $6 più ℛ 2$
quello $ℛ 5 più ℛ 10$
fara $6 più ℛ 3 più ℛ 10$

Esempio secondo
a sommar con $6 più ℛ 2$
quello $ℛ 5 meno ℛ 10$
fara $6 più ℛ 7$

Da notare.

7 Nchora bisogna notar, che nella general pratica di numeri, & radici spesse volte occorre di sommare vn binomio, over residuo con vn minorio, over quadrinomio, &c. Liquali per mezzo delle regole date non dubito, che con il tuo natural giuditio sopra gli andarai a discorrere, perche il tutto non si può dire.

Esempio secondo
a sommar con $6 meno ℛ 2$
quello $ℛ 5 più ℛ 10$
fara $6 più ℛ 3$

Del secondo atto detto sottrare di binomij, & residui. Cap. II.

1 L sottrar di binomij, & residui, facil cosa fara a chi haurà bene inteso il sommar di quelli per non esser altra differentia, salvo che dove che li nomi communicanti (nel sommar li faceamo) nel sottrar si fanno, hauendo però sempre rispetto alle regole del sottrar del più, & del meno. E per tanto dico che il sottrar di binomij, & residui può occorrere in molti modi (come fu detto del sommare) tutti generali sono medesimamente 4. (come fu detto anchora del sommare) il primo di quali è a sottrare vna quantità di vn sol nome, da vn binomio, over residuo. Ma questo può occorrere in dui modi, cioè o che quella sol quantità sia communicante con vno di nomi di quel binomio, over residuo, ouer non. Il secondo modo è a sottrar vn binomio, over residuo di vn'altro binomio, over residuo, & questo generalmente può occorrer in tre modi (come fu detto del sommare) cioè over che li dui nomi di quel binomio, over residuo, che si ha da sottrare sono communicanti alli dui nomi di quel binomio, over residuo, da che si vuol sottrare (cioè l'uno a l'uno, & l'altro a l'altro) ouero che vn sol nome dell'uno sia communicante vn sol nome dell'altro, ouero che nel uno, ne l'altro nome dell'uno sia communicante, ne a vno, ne a l'altro nome de l'altro, & acciò che di tutti questi modi se ne habbia piena gli andaremo esemplificando di grado in grado, come fu fatto di sommari, & acciò che in vn medesimo tempo s'intenda il modo di approuare tutti dui essi andaremo ponendo le conserue di sommari propositi nel precedente capo.

Esempio primo
a sottrar $6 più ℛ 2$
quello $ℛ 5 più ℛ 10$
fara $6 meno ℛ 3$

Esempio secondo
a sottrar con $ℛ 10 meno 6$
quello $ℛ 3 meno 2$
fara $ℛ 10 meno 6 più (ℛ 3 meno 2$

Esempio terzo
a sottrar con $ℛ 2 più ℛ 5$
quello $4 meno ℛ 2$
fara $ℛ 2 più ℛ 5 più (3 meno ℛ 2$

Esempio quarto
a sottrar con $—— ℛ 4 più ℛ 7$
quello $—— —— ℛ 2 più ℛ 5$
fara $ℛ 4 più ℛ 7 più (ℛ 2 più 5$

Vero è che tal sommare si possano rappresentare in altri modi, che giustificarano la medesima quantità.

Come si sottra una quantità di un nome solo da qual si voglia specie di binomio, & residuo in tutti quelli diuersi modi detti nella seconda del precedente capo, & si conserua.

2 Volendo sottrare $4 da ℛ 20 più 7$, affermo, come in margine vedi, poi che quel più 4 da quel più 7 resta più 3, adonque giongerai quella ℛ 20, resta in tutto $ℛ 20 più 3$, & questo sottrar (se ben si considera) viene a esser la proua del primo sommar fatto nel precedente capo, & così quel sommar venia a esser la proua di questo sottrar, & così

Esempio primo di sottrar.
a sottrar $da ℛ 20 più 7$
quello $—— —— 4$
resta $ℛ 20 più 3$
la proua $ℛ 20 più 7$

Essempio secondo

2 cosse da ℞ 10 più 1
quadro —— —— 4
relata ℞ 20 più 2
la prova ℞ 2 più 1 4

Essempio terzo

2 cosse da ℞ 45 più 3 5
quadri ℞ 6
relata ℞ 20 più 3
la prova ℞ 45 più 3 6

Essempio quarto

2 cosse da 10 più ℞ 45
quadri —— —— ℞ 27
relata 10 più ℞ 3
la prova 10 più ℞ 45

Essempio quinto.

2 cosse da —— 10 più ℞ 32
quadri —— —— —— ℞ 27
relata —— 10 meno ℞ 5
la prova —— 10 più ℞ 32

Essempio sesto.

2 cosse da ℞ 50 più ℞ 10
quadro —— —— —— 6
relata ℞ 50 più ℞ 20 meno 6
la prova ℞ 50 più ℞ 10

Essempio settimo.

2 cosse da ℞ 9 meno ℞ 3
quadri —— —— —— ℞ 1
relata ℞ 9 meno ℞ 3 meno ℞ 1
la prova ℞ 9 meno ℞ 3

Essempio ottavo.

2 cosse da ℞ 9
quadro binomio ℞ 3 più ℞ 1
relata ℞ 18 meno (℞ 3 più 1)
la prova ℞ 9

VOlendo trouare cosse ℞ 5 da quadro binomio ℞ 45 più 3 cosse da quadri ℞ 5 da quadro binomio ℞ 45 più 3 da sommare insieme, relata ℞ 10 alliquale giontoui quel più 3 che è nel numero, fa relata ℞ 10 più 3.

VOlendo trouare cosse ℞ 10 da 10 più ℞ 45 cosse da quadri più ℞ 27 da quadri ℞ 45 più 3 da sommare insieme relata più ℞ 3 alliquale giontoui quadri più 10. che è nel numero fa relata 10 più ℞ 45. che per essempio ne la prouo io trouarsi buono, come nel quarto essempio vedi.

SE quando che la quantità di vn lato non sarà commensurabile con alcuna di quelle del binomio, over residuo, sarà necessario al redo a dar vn residuo similmente binomiale. Essempi gratia volendo cauare ponemo quadro 6 da quadro binomio ℞ 10 più ℞ 10, per non dar a dentro 6. commensurabile con alcuna di quei nomi del detto binomio, egli necessario a proferire, & rapportare al redo per vn residuo similmente binomiale, cioè: cauare 6 di cosse 6 da ℞ 50 più ℞ 10 resta ℞ 50 più ℞ 10 meno 6.

7 Et cosi volendo cauare cosse ponemo ℞ 2 da ℞ 19 meno ℞ 3. cioè da quello di proferisca in quello modo ℞ 19 meno ℞ 3 meno ℞ 2. vero è che al redo si potria proferire, dicendo che resta ℞ 19 meno quadro binomio, cioè meno ℞ 3 più ℞ 2. Et al redo di rapportarsi in quello modo ℞ 19 meno (℞ 3 più 2) accioche mediante quello lineo curto binomio ne venga a dar vn residuo similmente binomiale, cioè: cauare 2 di cosse 2 da ℞ 19 meno ℞ 3 più 2 resta ℞ 19 meno (3 più 2) Et perche il vero (se ben consideri) quel 19 meno 3 più 2 non resta altro che 16 meno 14 perche cauando 2 di detto 19 quel meno 3 di quello meno resta 17 detto meno, che quel medesimo figurato quadro 19 meno quadro (3 più 2) perche 3 più 2 uol dir 5 adonque 19 meno 5 uol dir medesimamente 14 & cosi fia proceduto che nella prima rapportatione quel meno 3 di quello poi meno 2 si ritrouano similmente a quel 19 (dico 19 uno per uno) ma nella seconda rapportatione si compie tutto quel binomio di quel 3 più 2 da sommare nel detto 19 il quale binomio di 3 più 2 uol dir (come è detto) quel sommato del detto 19 ueniria per 2 redare 14 come di sopra è detto detto, & in questo luogo ci ha molto assottigliare, almanco non potrò errare, ingannarmi cosi alle volte nella conclusione. Et nota che la differentia in prima rapportatione propone ci ha fatto cauare cosse 2 da 19 nella prima sommatione si ritrouò ℞ 3 dalla detta ℞ 19 & redò ℞ 19 meno ℞ 3. & la seconda si suppone di cauar redo ci hauea quella ℞ 2 nel che in fine cauò quello secondo redo si proferia, come nella prima ci fece detto detto per ℞ 19 ℞ 2 ritrò ℞ 2. La seconda rapportatione pe dispone una sol sommatione, che dalla detta ℞ 19 ci fa fare cauar tutto quello binomio (℞ 3 più ℞ 2) onde quello redo restò a proferirsi, & rapportarsi, come nella seconda è fatto detto, che in quella sommatione ℞ 19 meno (℞ 3 più ℞ 2) & cosi quanto dinoto (se ben vi confiderà) va modo, come l'altro, concludendo, & questo essempio puoi vedere.

Come si sottrae qual si voglia binomio, over residuo da vn'altro binomio, over residuo.

8 QVando non voglio fare altre sommationi, over redi, in quanti modi li nomi de binomi, over residui, che si ha da sommare possono esser, & non esser commensurabili con il nome del binomio, over residuo, dalquale si ha da far la sottratione per binomio già detto ad sommare di quello

ma solamente con gli essempij. Et hanno manifesti.

9 VOlendo formare 5 più ☍ 5 da 12 più ☍ 48. Dicasi per maggior intelligentia, come in margine vedi, & perche ☍ 5 è communicante con ☍ 48. è però formato la detta più ☍ 5 della detta più ☍ 48 restara più ☍ 17. poi formando anchora 5 da 12 restara 7. quale posto apresso a quella ☍ 7 fanno 2 detto resto fara 7 più ☍ 17. & tanto restara a formare 5 più ☍ 5 da 12 più ☍ 48. & se ne farai la proua lo trouarai buono, come in margine vedi.

Essempio primo	
a formare da	12 ☍ 48
quello	5 ☍ ☍ 5
restara	7 ☍ ☍ 17
la proua	12 ☍ 48

10 VOlendo anchora formare 5 men ☍ 3 da 12 men ☍ 48. cioè medesimamente quel men ☍ 3 da quel men ☍ 48. & sirestara men ☍ 17. finalmente cauando quel 5 da quel 12. restara 7. quale posto apresso a quella m ☍ 3. dira in tutto 7 m ☍ 17. cioè restara a cauar 5 men ☍ 3 da 12 men ☍ 48. & se ne farai proua la trouarai buona, come nel secondo essempio appare.

Essempio secondo	
a formar da	12 m ☍ 48
quello	5 m ☍ 3
restara	7 m ☍ 17
la proua	12 m ☍ 48

11 VOlendo anchora formare 5 più ☍ 3 da 12 men ☍ 12. cioè quel più 7 da quel men ☍ 12 (procedendo secondo la regola del formar più del men) trouarai, che restara men ☍ 17. poi formando 5 da 12 restara 7. che con quel men ☍ 12 fara in tutto 7 men ☍ 17. & tanto si restara a formar 5 più ☍ 3 da 12 men ☍ 12. & se ne farai proua la trouarai buona, come nel quarto essempio vedi.

Essempio terzo	
a formar da	12 m ☍ 12
quello	5 ☍ ☍ 3
restara	7 m ☍ 17
la proua	12 m ☍ 12

12 VOlendo anchora cauar 5 men ☍ 3 da 12 più ☍ 12. cioè men ☍ 3 da più ☍ 12. & si restara più ☍ 17. poi cauando 5 da 12 restara 7. quale con più ☍ 17. dara in tutto 7 più ☍ 17. & tanto restara a cauar 5 men ☍ 3 da 12 più ☍ 12. & se ne farai proua la trouarai buona, come nel quarto essempio appare.

Essempio quarto	
a cauar da	12 ☍ 12
quello	5 m ☍ 3
restara	7 ☍ ☍ 17
la proua	12 ☍ 12

13 VOlendo anchora formare ☍ 80 men 5 da ☍ 180 più 6. cioè quel men 5 da quel più 6 restara più 5. poi cauando ☍ 80 da ☍ 180 restara ☍ 100. quale con quel più 5 dara in tutto ☍ 100 più 5. ma accioche fiano 2 dire 5 più ☍ 100. perche il maggior nome di vn binomio si debbe mettere primo, ahora perche dire esser maggior numero 100 del 5, essendo che il 5 è maggiore della detta ☍ 100. perche la detta ☍ 100 è meno di 5. & 5 è maggior del 6. però la detta radice di 100 fara molto più maggior del detto 5. hor per tornar al proposito dicemo, che formare ☍ 80 men 5 da ☍ 180 più 6. restara 5 più ☍ 100. che se ne farai proua la trouarai buona, come che nel quinto essempio si vede, cioè che a formar quel 5 più ☍ 100 che resta con quel ☍ 80 men 5. che si formano, ritorna quel medesimo ☍ 180 più 6. dalquale si fanno la formatione.

Essempio quinto	
a formar da	☍ 180 ☍ 6
quello	☍ 80 m 5
restara	☍ 100 ☍ 5
ouer	5 ☍ ☍ 100
la proua	☍ 180 ☍ 6

14 VOlendo anchora formare 5 più 3 da ☍ 45. prima cauo ☍ 5 da ☍ 45 restara ☍ 20. dalquale ☍ 20 cauo poi quel più 3. & per non esser communicante con detta ☍ 20. non lo cauo ne con il resante del men, dicendo che restara ☍ 20 men 3. & tanto restara a restara a cauar ☍ 5 più 3 da ☍ 45. & se ne farai la proua formando quel ☍ 20 men 3. che resta con quel ☍ 5 più 3. che si formano 20 ritornara quel radice 45. dalquale si fanno la formatione, come nel seguente essempio appare.

Essempio sesto	
a cauar da	☍ 45
quello	☍ 5 ☍ 3
restara	☍ 20 m 3
la proua	☍ 45

Essempio settimo	
a cauar da	☍ 5
quello	3 m ☍ 5
restara	☍ 20 m 3
la proua	☍ 5

Anchora se potrebbi formare il detto ☍ 5 più 3 dalla detta ☍ 45 per quella seconda via posta nella 25 del 10 capo del quarto libro, cioè 2 formar duoi più da vn sol più, ho qual cosi si fara procedendo la detta ☍ 45. con più 0 over con meno. & dapoi formar quel più 3. da quel più 0 over meno trouarai (che operando secondo le regole del formar più di più, over più di meno) che si restara men 3. qual posto sotto alla linea, & dapoi formar ☍ 5 da ☍ 45. trouarai che restara ☍ 20. quale posto apresso a quel men 3. dira medesimamente ☍ 20 men 3. nondimeno la prima via è più da me vsata, per esser buona il saper procedere per più vie.

Essempio primo della seconda maniera.	
a formar da	0 ☍ ☍ 5
quello	3 ☍ ☍ 5
restara	0 ☍ ☍ m 5 ☍ 5
la proua	10 ☍ ☍ 5

15 VOlendo anchora formare ☍ 5 men ☍ 5 da ☍ 5. cioè prima men ☍ 5 da più ☍ 5. restara più ☍ 20. dalquale ☍ 0. cauo poi quel più 5 restara ☍ 0 men 5. & tanto restara a cauar 5 men ☍ 5 da ☍ 5. & se ne farai proua formando 5 men ☍ 5 con 0 men 5. trouarai che fara per effetto ☍ 5. & se si parerà da voler far al formare per quella seconda via ponendo ☍ 5 più 0, over men 0. trouarai che si restara il medesimo ☍ 20 m 5.

Essempio secondo	
a formar da	0 men ☍ 5
quello	5 men ☍ 5
restara	0 m ☍ 5 ☍ 5
ouer	0 m ☍ 5 ☍ ☍ 5
la proua	10 men ☍ 5

Quelli formari sopra posti ne li 20 volti dichiarare 1 uno per uno (cosa che non fece alli formari del precedente capo) per esser alquanto più difficili, & ingeniosi del formar di quelli, & massime dove sono li duoi nomi communicanti a gli altri duoi nomi.

16 MA quando, che vn solo di nomi del binomio, over residuo, che si hara da cauare fara communicante a vn sol nome di quell'altro binomio, over residuo, dalquale si hauera da far la for-

Essempio terzo
2 cauar da ∴ 0 più ℞ 7
quello —— 8 ☰ ℞ 5
reſtara ∴ 8 ☰ ∴ 8 ℞ 5
la proua ∴ 0 8 ℞ 7

Essempio quarto
2 ſomar da ∴ 0 ☰ ℞ 7
quello 8 8 ℞ 5
reſtara ∴ 8 ☰ ℞ 7 ☰ ℞ 5
quer ∴ 8 ☰ (℞ 7 ☰ ℞ 5
la proua ∴ 0 ☰ ℞ 7

Essempio quinto
2 ſomar da ℞ 7 8 ℞ 5
quello ℞ 5 0 ℞ 5
reſtara ℞ 5 ☰ ℞ 12
la proua ℞ 7 8 ℞ 5

Essempio ſesto.
2 ſomar da ℞ 14 ☰ 2
quello ℞ 10 ☰ 2
reſtara ℞ 14 8 ℞ 10
la proua ℞ 14 ☰ 2

Aquando che nel uno, ne l'altro di nomi del binomio, over residuo, che si hauera da ſomare non fara communicante con alcuno di nomi di quel binomio, over residuo, dal quale si ha da far la ſomatione, in tal caso sara neceſſario a proſeguire, & rapreſentare tal reſto con quatro nomi con lo aiuto del termine del mezo. Essempi gratia volendo ſomare ℞ 7 più 1 da ℞ 14 più ℞ 14 nel reſto si proſeguira, & rapreſentara in questo modo ℞ 14 più ℞ 14 meno (℞ 7 più 1 vero è che in tal ſorte di ſomari io cuſtumo di usare quella linea curua (più volte detta) fra il binomio, che si ſomma, & quello da che si ſomma (come che di ſopra, & nel eſſempio posto in margine si vede) perche non usando tal linea, nel quarto quadrangolo si poria intender in più modi, & maſſime nel ſomare di residui, come che negli altri eſſempi posti in margine da se medeſimo potrai comprendere.

Essempio primo della quarta maſſima.
2 ſomare da —— —— ℞ 14 più ℞ 14
quello —— —— —— —— ℞ 7 più 1
reſtara ℞ 14 più ℞ 14 meno (℞ 7 più 1
la proua —— —— ℞ 14 più ℞ 14

Dauere.

Ma non deue ſi ben eſſempio ſeguire tal concluſione, che uolere trouare una quantità maggiore da una altra minore, perche nel detto eſſempio si propone di voler trouare ℞ 7 più 1 da ℞ 14 non ℞ 14, & ſi ben conſideri, trouarai eſſer maggior quantità ℞ 7 più 1 (che si vuol ſomar) di quella ℞ 14 non ℞ 14, & è impoſſibile di poter ſomare realmente il maggiore dal minore, & maſſime nelle quantità communicante, nondimeno alle volte si ſolera nel maneggiare ſolamente le quantità, che non ſono communicante (nelle incommodie operationi) per fin che si viene al fin della coſa, e però imbotiamente si dicemo che 1 ſomare ℞ 7 più 1 da ℞ 14 non ℞ 14 meno (℞ 7 più 1. & tal concluſione ci rimoſtra prontamente si può approuare, perche ſummando quel ℞ 14 non ℞ 14 meno (℞ 7 più 1. che resta con quel ℞ 7 più 1. che si ſomma quel ℞ 14 non ℞ 14, dal quale fu fatta la ſottrattione, e però ragionevolmente si può ſottrarre dal ſomare per basso.

Essempio ſecondo.
2 ſomare da —— —— ℞ 14 meno ℞ 14
quello —— —— —— ℞ 7 meno 1
reſtara ℞ 14 meno ℞ 14 meno (℞ 7 meno 1
la proua —— —— ℞ 14 meno ℞ 14

Dauere.

Anchora reſterà a notar che 2 ſomare ℞ 7 meno 1 da ℞ 14 più ℞ 14 (come nel quarto & vltimo eſſempio si propone) si può proſeguire, & rapreſentar tal reſto in doi modi si più communi è il primo dicendo che reſta ℞ 14 più ℞ 14 meno (℞ 7 meno 1. ma più ampliſsimo ſara a dire che 2 ſomare il detto ℞ 7 meno 1 da ℞ 14 più ℞ 14 più 1 meno ℞ 1. & ſi vi ponesti ben ancora trouarai, che tutto ſignificano tal reſto, a un modo, come a l'altro, ma il ſecondo è da perſona più intelligente, & per farti capace di quello ci voglio usare tal ſpecie di ſomare in quanta razionale pongo che vogliamo ſomare ℞ meno 1 da ℞ 14 più 14 (ma ſupponemo che ſi nomi, ſi del primo binomio, come del reſiduo non communicante) volendo adonque ſomare ſecondo il primo modo diremo che reſta ℞ 14 più ℞ 14 meno (℞ 7 meno 1. & per il ſecondo modo diremo, che reſta ℞ 14 più 1 più ℞ meno 7. ſignifichino queſto eſſer equali fra loro, & che ſia il vero ogni numero che quel binomio fuſſe di ℞ 14 più ℞ 14 è 2 ponno, & quel reſiduo fuſſe di 7 non 1, è 2 ponno, ſommando adonque quel 2 di

Essempio terzo.
2 ſomare da —— ℞ 14 meno ℞ 14
quello —— —— ℞ 7 più 1
reſtara ℞ 14 meno ℞ 14 meno (℞ 7 più 1 meno in quello ſomare ſegnata nulla ſotto, & anchora nel reſto
la proua —— —— ℞ 14 meno ℞ 14

quel 2

qdē ; 5 resta ; ; 2 ponto, & tanto fia il resto secondo il primo modo. Hor venendo al secondo resto, qual dicemo esser 2 ✳ più 24 più 2. man 7. Dico che qud binomio di 24 più 24 ℞ 2. fa precisamente 40. dalqual 40 cauo adoc qud 7. resta pur 33. si come fece quello del primo modo, e però nelli simili sonari bisogna ester molto auertente, e però volendo rapresentare il resto del primo modo si gli debbe sempre dare quella linea curta, dopoi il segno del men, laqual linea curta ne dinota di non comprendere tutto qud binomio, che segua, il medesimo s'intenderà quando che segue sse un residuo.

Essempio quarto.

a sottrare da	2 ✳ 24 ℞ 2 ✳ 24
quello	2 ✳ 7 m 2
resta	2 ✳ 24 più 2 ✳ 24 men (2 ✳ 7 men 2
la prima	2 ✳ 24 più 2 ✳ 24
anchora a sottrare da	2 ✳ 24 ℞ 2 ✳ 24
quello	2 ✳ 7 m 2
si potria dir che resta	2 ✳ 24 ℞ 2 ✳ 24 ℞ 2 m 2 ✳ 7

De notare.

Nobora bisogna notare, che tutto quello che si fino detto, & essemplificato nel precedente capo, circa il sottrare delli binomij, & residui quadri, non solamente si debbe intendere per li detti binomij, & residui quadri, ma anchora per li binomij & residui cubi, & per li censi di censi, & per li relati, & così per tutte le altre specie, che vanno seguendo di mano in mano, perche troppo ci saria da fastidire a volersi dar particolarmente essempij per ciascuna di dette specie, ma bastando su ben inteso il sommare, & sottrare di tal specie di radici commensurabile, & finalmente le regole del sommare, & sottrare del più, & del meno (come si dice in anchora sopra il precedente capo) tutto ci sara facile.

De notare.

Nobora bisogna notare ordinariamente nella general pratica di numeri, & misure, molte volte accade di sottrare un binomio, overo un residuo, da un binomio, overo qud binomio, &c. ma perche il tutto con la notitia delle regole date (secondo il suo nascimento) da se medesimo facilmente lo comprenderai meglio con l'essempio.

Del terzo atto chiamato Multiplicar di Binomij, & Residui, & anchora di più nomi. Cap. III.

Il multiplicare di binomij, & residui, & anchora di più nomi pur intendere in varij, & diuersi modi, ma li generali, & che spesso accadono sono communamente 5. il primo è a multiplicare uno binomio, over residuo, over multinomio, per numero intiero, il secondo è a multiplicarlo per una quantità irrationale di un nome solo, il terzo è a quadrare tal binomio, over residuo, che multiplicarlo, over darlo in se medesimo, o vuol dir multiplicarlo per un'altro a lui eguale, il quarto è multiplicar un binomio per un'altro binomio da lui diuerso, & finalmente un residuo per un'altro residuo pur da lui diuerso, il quinto è multiplicar un binomio per un residuo, il sesto è a multiplicare un binomio, over residuo per un multinomio, il settimo & vltimo è a multiplicare un multinomio per un multinomio. Vn quelli sette modi possono variare nelli lor prodotti (di nomi) in varij, & diuersi modi secondo la commensurabilità, & incommensurabilità di loro nomi, secondo la varietà delle specie di detti binomij, & residui, & multinomi.

Multiplicare qual si voglia specie di binomio, over residuo, ouero un multinomio per un numero intiero non cubico, che da se medesimo lo saperai fare, per non ui occorrer altro, che multiplicare quelli tali nomi uno per uno differentemente, & nondimeno li detti prodotti con il medesimo segno, che per auanti erano nomi, vero è che bisogna osseruar la regola data nel multiplicare qual si voglia specie di radice per numero, cioe ridurre il numero, come la radice alla dignità di quella specie di radice, & perche tal multiplicationi sono facile da intendere (come è detto) ponero solamente gli essempi in margine, & tal regola si dimostra nella prima del secondo di Euclide.

Et perche la medesima facilità occorre a multiplicar qual si voglia specie di binomio, over residuo per una quantità irrationale di un sol nome, ponerò solamente circa cio un'altra mostra di essempi in margine, con li quali facilmente intenderai generalmente al modo in tutte l'altre specie di binomij, & residui, & anchora nelli multinomij, a una medesima specie, come che nel seguente capo del secondo libro si mostrarà.

Essempio primo.

a multiplicar	2 ✳ 20 ℞ 2
per	9
fia	2 ✳ 180 ℞ 18

Essempio secondo.

a multiplicar	2 ✳ 20 m 2
per	9
fia	2 ✳ 180 m 18

Essempio terzo.

a multiplicar	10 ℞ 2 ✳ 3 m 2 ✳ 3
per	4
fia	40 ℞ 2 ✳ 80 m 2 ✳ 48

4 Il modo, con regola di quadrare, quali si voglia specie di binomio fuor cassa per la quinta proposizione del secondo di Euclide, perche il binomio si suppone (come che è vero) diuiso in due parti, equali due parti fanno il binomio, e per tanto li quadrati di quelli due nomi insieme con il doppio del duno di quei nomi in l'altro uol tanto quanto il quadrato di quello binomio, per la qual cosa volendo quadrare (prouisionalmente) 5 più 3 quadra quel 5 fa 25. quadra anchora quel più 3 fa 9 fa 3 quali giunti con quel 25. fa 34. & questo 34 uien a dire la somma di quelli duoi nomi, fuor quello moltiplica quel più 5 fa quel più 3 fa più 15. & questo fa uol dunque dir l'uno nome in l'altro, & perche la proposizione dice il doppio, adoppiamo il detto più 15 moltiplicando lo per il quadrato di 2 (dice per 4) & fa più 60. & questo 60 uien a dire il doppio del duno di l'uno nome nell'altro, il qual doppio giunto con la somma di duoi quadrati, li quali fa 34. fa in somma 94 più 60. & questa sia binomio uien a dire il quadrato di 8 più 3 per la detta quarta del secondo di Euclide, & così seguita in infiniti di loro ne la dimostratione insieme con dette altre simili.

Essempio primo
2 moltiplicar 5 più 3
fa — 8 più 3
fan 13 più 60

Essempio secondo
2 moltiplicar 10 più 3
fa — 10 più 3
fan 24 più 60

Essempio terzo
2 moltiplicar 7 più 3
fa — 7 più 3
fan 14 più 60

5 Nchora per quadrare un binomio si potria procedere seconda l'ordine che si usa a moltiplicar per ordine, il qual modo che ben il considera troua che quel ordine, che di sopra habbiamo detto, uero è che le moltiplicationi si pongano secondo che si usano moltiplicando, & in ultimo si summano quelle che sono communicante insieme. Essempio gratia uolendo quadrare quel medesimo sopradetto binomio di 5 più 3. per modo di proua, ouer delle maniere ualendo similmente di sopra, come di sopra fano, piano dopo fatto la solita linea poi moltiplica quel più 3 di sotto fa quel più 3 & di sopra fan 9 quel nostri di sotto della linea, fatto questa moltiplica quel più 3 di sotto fa quel più 5 di sopra fan 15 quali nostri di sotto della detta linea, poi moltiplicarai quel più 3 di sopra fa quel più 5 di sotto fan per più 15 quali nostri sotto alla linea (dico all'altro) ultimamente moltiplicarai quel 5 di sopra, fa quel 5 di sopra fan 25 quali posti sotto alla linea appresso a gli altri 3 prodotti fan in tutto 25 più 30 più 15 più 9. come nel essempio posto in margine appare, ma perche 30 & 15 communicante con quel più 3 (per esser l'uno, e l'altro numero) giunti insieme fanno 45 & con quella sua più 25 & più 9 sono equali, e però summandole insieme, con dupplicare una, cioe moltiplicandola per il quadrato di 2 (che è 4) fanno più 360. quel posto appresso quel 34 fanno per 34 più 360 come fece anchora per la detta quarta del secondo di Euclide.

6 Nchora per quadrare uno binomio si potria procedere per via di scachiero. Essempio uolendo quadrare il detto binomio di 5 più 3 per modo di scachiero sopra un altro simile foglio di carta, & tirasi sopra una linea (come nelli scachieri nelli moltiplicari) poi moltiplica quel 5 di sopra fa quel binomio di sopra (cioe fa quel 5 più 3) fanno più 25 & 15. fanno quello moltiplica quel 5 di sopra fa quel 5 di sotto fa 25. & 15. di sopra, fan 5 più 25 & 15 poserai quel più 25 & 15 sotto a quell'altro 25 & 15 della prima moltiplicatione, & dicono a lui porrai quel 5 (come che in margine puoi vedere) come fi communemente anchora nelli moltiplicari per scachiero, e fatto questo summa queste due moltiplicationi, cioe ciascuna sotto un'altra per linea, & fano di quella porrai appresso quel più 5. di sopra summati quelli duoi più 25 & più 25. che in somma fanno più 50 & più 25. & ultimamente porrai appresso quel 5. & all'ultimo di sotto prima 5 più 25 più 50 più 1. ma summando quel più 5 con quel più 5 fan 10. & quale con quella 25 & più 50. che più 5 più 25 & più 50. come fece anchora per gli altri duoi modi. Egli è uero che per quadrare un binomio 3 primo modo fatto secondo l'ordine della quarta del secondo di Euclide & più leggiadro de gli altri

Essempio primo
2 moltiplicar 5 più 3
fa — 5 più 3
fan 25 più 15 più 15 più 9

Essempio secondo
2 moltiplicar 10 più 3
fa — 10 più 3
fan 25 più 30 più 9

Essempio terzo
2 moltiplicar 7 più 3
fa — 7 più 3
fan 25 più 15 più 15 più 9

Essempio primo della seconda maniera
2 moltiplicar 5 più 3
per — — — 5 più 3
fan 25 più 15 più 15 più 9

Essempio secondo
2 moltiplicar 10 più 3
per — — — 10 più 3
fan 100 più 30 più 30 più 9

Essempio terzo
2 moltiplicar 7 più 3
per — — — 7 più 3
fan 49 più 21 più 21 più 9

Essempio quarto in binomio, & residuo cubo.
2 moltiplicar 3 più 2 cu. 2
per — — — — 2 cu. 3
fan 2 cubo 24 più 2 radice 5
2 moltiplicar 6 cubi più 2 cubo 2
per — — — — 2 cubi 3
fan 8 cubi 54 più 12 radice 5

Essempio quinto
2 moltiplicar 5 cu. più 3 R. 3
per — — — — 3
fan 5 cu. più 24 radice 6

Essempio sesto
2 moltiplicar 10 più 3 R. 5
per — — — — 5
fan 50 più 15 R. 5

Essempio settimo
2 moltiplicar 2 più 3 R. 10
per — — — — 5
fan 10 più 15 R. 5

Essempio ottauo
2 moltiplicar 40 più 5
per — — — — 10
fan — — 400 più 50

Essempio nono
2 moltiplicar 6 cubi più 2 cubo 2
per — — — — 2 cubi 3
fan 8 cubi 54 più 12 radice 5

Et così nel ordine si procederà in tutte le altre specie di binomi, & residui, & similmente nelli multinomij.

Essempio di quadrar un nomio per via di scachiero.
2 moltiplicar 5 più 3
fa — — 5 più 3
che fanno per più 25 più 30 più 9

Essempio di quadrar un nomio per via di scachiero.
2 moltiplicar 5 più 3
fa — — 5 più 3
5 più 3
più 25 più 15
più 15 più 9
fan 25 più 30 più 9
che fanno per più 25 più 30 più 9

Essempio di quadrar un nomio per via di scachiero.
2 moltiplicar 5 più 3
fa — — 5 più 3
5 più 3
più 25 più 15
più 15 più 9
fan 25 più 30 più 9
che fanno per più 25 più 30 più 9

detti modi, ma gli detti modi sono più generali, cioè che non solamente servono per quadrare vn binomio, ma anchora servono per multiplicare vn binomio fia vn'altro binomio da lui diuerso, & così vn residuo fia vn'altro residuo da lui diuerso. Fra' quali modi (cioè quel per via di fachiero) è più generalissimo di tutti gli altri, però non solamente serue per multiplicare (come è detto) vn binomio fia vn'altro binomio da lui diuerso, ma serue anchora per multiplicare vn binomio fia vn'apotome, ouer quadrinomio, ouero altro multinomio fia vn'altro, & etiandio per quello principio sarà bene di dichiarare tutti quelli modi, perche pensio, che nelle altre multiplicationi, che si ha da dire con poche parole ne s'intenderà assai meglio, che tutti quelli modi dati per quadrar vn binomio quadro seruono per quadrar ogni altra spetie di binomio. Vero è che bisogna intendersi le regole date di sopra del multiplicare vna spetie di radice fia loro, & così seguendo, nel resto ogni altra cosa fia fatta. Essempi gratia volendo quadrare pontamo $\cdot$ più $\mathcal{R}$ cu. 3. procedendo per quel modo si pone dalli sopradetti 3. & trouarà che il quadrato farà $+$ più $\mathcal{R}$ cu. $+9$ $=$ più $\mathcal{R}$ cu. 9. Et così a quadrare $\mathcal{R}$ 5 più $\mathcal{R}$ 3. trouarà che farà $\mathcal{R}$ 25 $=$ $+$ più $\mathcal{R}$ 30 più $\mathcal{R}$ 9. Vero è che al binomio si porrà prouare, & rapresentare in quell'altro modo $\mathcal{R}$ 5 più $\mathcal{R}$ 3 più $\mathcal{R}$ 3. ma hauendo da operare al binomio meglio farà a lasciarlo al primo modo, per esser li nomi di vna medesima spetie di radice, & con tal ordine si douerà procedere a quadrar qual si voglia altra spetie di binomio.

a quadrar vn binomio cubo per la quarta del secondo di Euclide.

a multiplicar	$\cdot$ più $\mathcal{R}$ cu. 3
fia	$\cdot$ più $\mathcal{R}$ cu. 3
fia	$+$ più $\mathcal{R}$ cu. $+9$ $\cdot$ più $\mathcal{R}$ cu. 9

a quadrar vn binomio di $\mathcal{R}$ 3 per la quarta del secondo di Euclide.

a multiplicar	$\mathcal{R}$ 5 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ 3
fia	$\mathcal{R}$ 5 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ 3
fia	$\mathcal{R}$ 25 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ 30 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ 9
che fia	$\mathcal{R}$ 5 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ 30 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ 3

Et modo, ouer regola di quadrar qual si voglia spetie di residuo si può cauare, ouer formare dal primo antecedente della 42 propositione del decimo di Euclide da noi citato, nel qual antecedente si dimostra, che se vna linea fia diuisa in due parti ineguali, il quadrato di amendue le sezioni, sola mente sono tanto più del doppio della superficie di esse sue parti, quanto che è il quadrato di quella linea, nella quale la maggior parte è eguale alla maggiore, per il cui residuo si forma, ouer deriua da vna linea diuisa in due parti non eguali, & quando poi la parte maggiore della maggiore quella parte, che resta da tal quantità del detto residuo. E però se dalla summa di quadrati di detti nomi del detto residuo, ne caueremo il doppio del detto de' suoi nomi nell'altro il resterà (per il detto antecedente) fia il quadrato del detto residuo. Essempi gratia volendo quadrare quello residuo $\cdot$ meno $\mathcal{R}$ 3. piglierò il quadrati di suoi detti nomi, delli quali l'uno è $+$ che in summa fanno $\cdot$ 5. poi dico l'uno nocue nell'altro, cioè $\mathcal{R}$ 3 fia $\cdot$ fia $\mathcal{R}$ 3 che è 3. quale duplico (moltiplicandolo per il quadrato di 2. ch'è 4) fia $\mathcal{R}$ 36. & questo lo cauo di quel $\cdot$ 5. resta $\cdot$ 5 $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 36. & questo fia il quadrato di $\cdot$ $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 3. vero è che il detto quadrato si potrà prouare per via del moltiplicar per sestesso, & anchora per via del fachiero, come fu fatto del binomio, & di questo dirò medesimo per esempi acciò si possa dimostrare con tal modo potrà quadrare qual si voglia altra spetie di residuo, come dirò medesimo dalli cinque essempi, posti in margine, & quanto da sopra potrà comprendere, & intendere il modo da procedere in tutti gli altri.

Essempio primo

a moltiplicar	$\cdot$ $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 3
fia	$\cdot$ $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 3
fia	$+$ $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 36

Essempio secondo

a moltiplicar	$\mathcal{R}$ 3 $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 2
fia	$\mathcal{R}$ 3 $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 2
fia	12 $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ 96

Essempio terzo in residuo cubo.

a moltiplicar	$\mathcal{R}$ cu. 4 $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ cu. 2
per	$\mathcal{R}$ cu. 4 $\mathcal{M}$ $\mathcal{R}$ cu. 2
fia	$\mathcal{R}$ cu. 16 $\mathcal{M}$ 4 $\mathcal{P}$ $\mathcal{R}$ cu. 4

Essempio quarto in residuo cu. cu.

a moltiplicar	$\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ 6 meno $\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ 2
per	$\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ 6 meno $\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ 2
fia	$\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ 36 meno $\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ $+9$ $=$ più $\mathcal{R}$ $\mathcal{R}$ 4

Essempio quinto in residuo resto

a moltiplicar	$\mathcal{R}$ rel. 3 meno $\mathcal{R}$ rel. $\frac{1}{3}$
fia	$\mathcal{R}$ rel. 3 meno $\mathcal{R}$ rel. $\frac{1}{3}$
fia	$\mathcal{R}$ rel. 9 meno $\mathcal{R}$ rel. $+\frac{4}{9}$ più $\mathcal{R}$ rel. $\frac{4}{9}$

Come si multiplica qual si voglia spetie di Binomio fia un'altro da lui diuerso, & finalmente vn residuo, ouer residuo.

Et modo di multiplicare qual si voglia spetie di binomio fia un'altro da lui diuerso, & finalmente vn residuo, ouer residuo, sì anco si può operare per via di cosa, & anchora per via di fachiero, come fu detto, & fatto sopra il quadrar vn binomio. Essempi gratia volendo multiplicare 4 più radice 3 fia 5 più radice 2. si porrà l'uno sotto l'altro (come si costuma nelli multiplicari di numeri semplici, & di sotto vn

se gli aggiunga la ſolita linea, & volendo procedere per via di croſera (qual in eſſo è più laudabile, che per via di fachiero) moltiplica prima più ☉ 3 fia più ☉ 2 fiara più ☉ 6. qual non potendo ſtare in luogo loro alla detta linea, poi moltiplica in croce, cioè più ☉ 3 di ſopra fia più 5 di ſopra fiara più ☉ 15. & più ☉ 2 di ſopra fia più 4 di ſotto fiara più ☉ 8. & perche quelli duoi produtti (cioè più ☉ 15. & più ☉ 8) non ſono communicanti, egli è neceſſario a metterli diſtinti, o vero di ſeparati, ma accioche con il termine del più, come nel primo eſempio in margine appare, vltimamente moltiplica quel 4 di ſotto in quel 5 di ſopra fiara 20. quale posto collocatamente dirimpetto a gli altri 5 produtti, & dica in tutto 20 più ☉ 15 più ☉ 8. & tutto fiara a moltiplicar 4 più ☉ 1 fia 5 ☉ 2. vero è che ſe in queſto quadrinomio vi fuſſe alcuni di quelli quattro nomi, che fuſſero communicanti gli ſi doueſſero ſommar inſieme, & ridur al quadrinomio in vn binomio, ouero vn binomio, come che alle volte poſſa incontrare, ma perche in queſto caſo li detti quattro nomi ſono tutti incommunicabili ſia detto in luogho suo, & però egli è neceſſario a proſeguire, & a rappreſentare tal produtto per 4 nomi, come ſi vede, il medeſimo ſi venira procedendo per via di fachiero.

Esempio primo.

a moltiplicare	——	5 più ☉ 2
per	—— —— ——	4 più ☉ 3
fiara	20 più ☉ 23	più ☉ 6

Esempio ſecondo.

a moltiplicar	——	☉ 4 più 3
per	—— —— ——	☉ 6 più 2
fiara	24 più ☉ 34	più 6
cioè	18 più ☉ 64	più ☉ 96
cioè	24 più ☉ 59	

9 ANchora volendo moltiplicar ☉ 24 più 2 per ☉ 6 più 1. ſecondo il ſolito, & moltiplicandoli ſecondo che di ſopra ſi fece nella precedente trouarai, che fiara 1 più ☉ 54 più ☉ 96 più 6. ma perche il primo & l'vltimo di detti 4 nomi è numero, cioè l'vno è 1. & l'altro è 6. ſommandoli inſieme col prodotto di 24 più ☉ 54 più 33. cioè più 99. cioè che quelli primi 4 nomi ſiranno ridotti in 3 nomi, ma perche ancora ☉ 54 è communicante in longhezza, con ☉ 96. perche il denno di l'vno in l'altro fa 5184. che ancora quello, & quel ☉ 2 però in tal caſo ſommandoli inſieme ſiranno ☉ 2 5184. cioè che è denno anco lui ridotto in vn binomio, qual fiara 2 più ☉ 5184. & come dicemo che ſopra 2 moltiplicare ☉ 24 più 33 più 6 più 1. come che nel ſecondo eſempio in margine vedi, & ſecondo tal ordine moltiplicarai ☉ 2 più ☉ 24 più 7 più ☉ 6. per ☉ 6 più ☉ 4. trouarai che fiara ☉ 12 più ☉ 172 più ☉ 52 più ☉ 4. come nel terzo eſempio appare. Et ſimilmente ſe con tal ordine moltiplicarai ☉ 2 più 3 per ☉ 6 più ☉ 2. trouarai che fiara ☉ 12 più ☉ 18 più ☉ 100 più ☉ 15. come nel quarto eſempio appare, & con tal ordine procederai in quelli vorrai altra ſpecie ordini.

Esempio terzo nelli nobi.

a moltiplicar	—— ——	☉ ☉ 24 più ☉ ☉ 2
per	—— —— ——	☉ ☉ 6 più ☉ ☉ 1
fiara	☉ ☉ 144 più ☉ ☉ 36	più ☉ ☉ 4

Esempio quarto in cenſo.

a moltiplicar	—— ——	☉ ☉ 24 più ☉ ☉ 2
per	—— —— ——	☉ ☉ 6 più ☉ ☉ 1
fiara	☉ ☉ ☉ 144 più ☉ ☉ ☉ 36	più ☉ ☉ 4

10 A Quando che li binomij, che ſi hanno da multiplicare inſieme ſiano di natura diuerſi, cioè l'vno di vna medeſima natura (o vuoi dir ſpecie) & l'altro di vna medeſima ſpecie) ſecondo l'ordine, che nel 9 capo del 3 libro ſi inſegnò. Eſempigratia volendo multiplicar ☉ 5 più 1 per ☉ ☉ 4 più ☉ 1. trouarai l'vno & l'altro di quelli duoi binomij a binomij nobi quadri, & che ſecondo tal ordine l'vno di ſe ☉ ☉ ☉ 5 più ☉ ☉ 1. & l'altro trouarai eſſer ☉ ☉ 4 più ☉ 1. & però moltiplicandoli ſecondo l'ordine detto, & trouarai che fiara ☉ ☉ ☉ 1000 più ☉ ☉ ☉ 125 più ☉ ☉ 200 più ☉ 25. come nel quinto eſempio appare, & con tal modo procederai per ſimili binomij di natura, ouer ſpecie diuerſi.

Esempio quinto in nobi quadri.

a moltiplicar	—— ——	☉ ☉ 5 più ☉ ☉ 1
per	—— —— ——	☉ ☉ 4 più ☉ ☉ 1
fiara	☉ ☉ ☉ 1000 più ☉ ☉ ☉ 125	più ☉ ☉ 200 più ☉ 25

11 L modo, ouer regola di moltiplicare quali ſi voglia ſpecie di radicho per vn'altro di lui diuerſo è ſimile a quello che di ſopra è ſtato detto nel moltiplicare di binomij diuerſi, & non vi è altra differenza, che nelli numeri del più, & del meno, perche biſogna ſempre oſſeruar le regole di detti duoi termini. Eſempigratia volendo multiplicar 5 più

Esempio ſeſto

a moltiplicar	—— ——	5 più ☉ 2
per	—— —— ——	4 più ☉ 3
fiara	20 più ☉ 23	più ☉ 6

per

pur 4 men 2. Equali per eller li medesimi di quelli duoi binomij nel primo esempio multiplicati, onde multiplicando il secondo quel medesimo modo siamo quel medesimo quadrinomio, ma nel quadrinomio sara differente da quello in quello, che li duoi nomi di mezzo vie (cioè dalla destra) vanno accosti con il remanente del nomo, perche loro produtti da men nella 3 fia pur 5. & di men 2 fia piu 4. per il che da l'vno di due due multiplicationi fia nomo, & li duoi altri nomi fia piu (cioè quel 10. & quel piu 8.) perche l'vno nasce dalla multiplicatione di men fia men (che fia piu) & l'altro nasce dalla multiplicatione di piu fia piu (che fia pur piu) cioè quel piu 16 nasce dalla multiplicatione di men 2 fia men 8. che fia piu 16. & quel 20 nasce dalla multiplicatione di 4 fia 5 (quali (anchor che non siano segno) loco piu, e però fanno piu 20. anchor che non vi sia cosa nel segno piu, per esser il primo nome di nel quadrinomio.

Esempio ottavo nelli nubi

2 multiplicar ——— ——— ——— 2 cu. 3 men 2 ce. 3
per ——— ——— ——— ——— 2 cu. 3 men 2 ce. 2
fan 2 cu. 3 men 2 ce. 3 men 2 ce. 12 più 2 ce. 6

2 Multiplicando volendo multiplicar 2 cu. 4 men 3 per 2 ce. 6 più 2. multiplicarano quel men 2. fia quel men 3. fia più 6. qual posto sotto la linea (cioè sotto il loro, poi multiplicarano ancora quel men 3 di sopra per quel più 2 di sopra fia men 6. & finalmente quel men 3 di sopra fia più 6 di sotto fia men 18. & questi duoi produtti nacque differentemente sotto alla linea (perche in fine vedremo poi le loro convenienze in longhezza) poi finalmente multiplicarano quel 2 di sopra per quel 2 di sotto fia 4. & quel 4 di sopra fia men 8. & finalmente quel 4 di sopra per quel 6 di sotto fia men 24. & questi duoi produtti nacque differentemente sotto alla linea (perche in fine vedremo poi le loro convenienze in longhezza) poi finalmente multiplicarano quel 2 di sopra per quel 2 di sotto fia 4. &

multiplicatione, perche alcune producano vna quantità di quinto nome come alcune di sei, alcune di sette, & alcune producano vn sol nome, & razionale, & mai fine nelli binomij, & residui quadrati, e però adduremo ancora più esempij nelli decimi binomij, & residui quadrati di quello che habbiamo fino in hora delle passate, e per tanto.

14 Volendo multiplicare ✳ 63 men 9 per ✳ 7 più 2 allegandi secondo il folio, & multiplica quel più 2 fia quel men 9. & fara men 6. dapoi multiplica in croce, cioe quel più 2 di sotto fia quella più ✳ 63 di sopra, & fara più ✳ 126. & quel men 9 di sopra fia quella più 7 di sotto fara men ✳ 63. dapoi multiplica quella ✳ 7 di sotto fia quella ✳ 63 di sopra fara ✳ 441. liquali quanto secondo il folio diranno ✳ 441 men, ✳ 63 più ✳ 252 men 6. & perche 63 di 441 è 7 per numero, qual summandolo con quel men 6 fara 13 (perche più con meno si abbonisce) dal che ne produrra dunque ✳ 441 quella fara 13 men ✳ 63 più ✳ 252. ouuero più ✳ 189 men ✳ 63. una perche quella men ✳ 63 è commensurabile con quella più ✳ 189. e però fiano insieme (cioe sommando l'una dell'altra, perche summate più con men si abbonisce, dico) fiano più ✳ 63. quale posto appresso di quel 13. & dira finalmente 13 più ✳ 63. & questo diremo che sia a multiplicare ✳ 63 men 9 per ✳ 7 più 2. come nel esempio secondo appare.

Esempio secondo

a multiplicare	✳ 63 men 9
per	✳ 7 più 2
fara	✳ 441 men ✳ 63 più ✳ 126 men 6
cioe	✳ 441 men ✳ 63 più ✳ 252 men 6
cioe	13 men ✳ 63 più ✳ 252
cioe	13 più ✳ 189 men ✳ 63
che fara	13 più ✳ 63

15 Volendo anchora multiplicare ✳ 90 più 5 per 5 men ✳ 1. allegandi, & multiplicando secondo l'ordine più volte detto, & procedendo diligentemente fara più ✳ 5760 più 40 men ✳ 900 men ✳ 250. ma perche la natura di quel 900 è 30. onde summando quel più 40 con quel men 5. fara più 35. onde fia hora detto, che fara ✳ 5760 più 40 men ✳ 250. Ma perche quella più ✳ 5760 è commensurabile con quella men 250. conde summandole (secondo la regola della summa più con meno) troueremo che fiano più ✳ 5610. e per tanto finalmente concluderemo, che a multiplicare ✳ 90 più 5 per 5 men ✳ 1. fara ✳ 5610 più 10. come chiaramente appare.

Esempio terzo

a multiplicare	✳ 90 più 5
per	5 men ✳ 1
fara	✳ 5760 più 40 men ✳ 900 men ✳ 250
cioe	✳ 5760 più 10 men ✳ 250
che fara	✳ 5610 più 10

16 Volendo anchora multiplicare ✳ 140 più ✳ 10 per ✳ 90 men ✳ 5. allegandoli, & multiplicandoli secondo il solito si trouera, che primamente fiano ✳ 12600 più ✳ 900 men ✳ 3600 men ✳ 450. Ma perche la ✳ 900. e 30. di quella di 3600 è 60. diremo che al prodotto fara ✳ 12600 più 30 men 60 men ✳ 450. onde summando quel 30 con quel men 60 fara men 30. e però diremo fin qui il prodotto esser ✳ 12600 men 30 men ✳ 450. una perche quella men ✳ 450 è commensurabile con quella più ✳ 12600. e per tanto summandoli insieme (secondo la regola del summar più con meno) troueremo che fiano più ✳ 12150. al che finalmente concluderemo il prodotto esser ✳ 12150 men 30. come nel quarto esempio si vede.

Esempio quarto

a multiplicare	✳ 140 più ✳ 10
per	✳ 90 men ✳ 5
fara	✳ 12600 più ✳ 900 men ✳ 3600 men ✳ 450
cioe	✳ 12600 più 30 men 60 men ✳ 450
cioe	✳ 12600 men 30 men ✳ 450
che fara	✳ 12150 men 30

17 Vdite nella 113 propositione del decimo libro speculatiuamente ne dimostra quale mente della multiplicatione del binomio fia vn residuo, che le nomi sia quello, siano commensurabili alli nomi del detto binomio (cioe siano al suo nomo) & vna medesima proportione, sempre ne habbia quanta maggiore, & nella seguente 114 propositione del detto decimo libro, il medesimo dimostra seguir della multiplicatione di vn residuo fia vn binomio delle medesime qualità. Ma perche al nostro nel detto decimo libro non occorre, se parla di altra specie di binomio, e residuo, fuor che del binomio, & residuo quadro (cioe fatto di radici quadre, e però al fin propositione s'intende, & si deue intendere solamente nelli binomij & residui quadri, perche la propositione non si verifica nelle altre specie di binomij, &

residui

nesiai, anzi è impossibile a ritrouare vna quantità composta solamente di dui nomi, anchor che fussero commensurabili alli nomi di quel tal binomio, ouer residuo; & in vna medesima proportione, che moltiplicata da qual si voglia data specie di binomio, ouer residuo (dal quadro in suo) che possa produrre quantità razionale (conciosia che doppo il trouare delle proportioni sarmo manifesto) & ancho io non ci posti in questo luogo darui ad intendere quello che voglia inferire quel dire, che li nomi del residuo siano commensurabili alli nomi del binomio, & in vna medesima proportione, per non hauerui anchora dimostrato che cosa sia proportione, & come s'intende le quantità commensurabili in vna proportione, pondimeno mi basta in questo luogo a dimostrare con la esperienza qualmente egli possibile di poter moltiplicare qual si voglia binomio, & residuo quadro per vna tal quantità, che produca vna quantità razionale, la cosa di questo darò poi luogo a meglio intendere dapoi il trouare delle proportioni. Et sappi che questa cautela, ouer particularità è stimatamente necessaria nella general pratica di maneggiar & militare, altramente sarà impossibile di sapere realmente pesare qual si voglia quantità per vn binomio, ouer residuo quadro, come che al suo conueniente luogo li darò manifesto.

Esempio quinto
2 moltiplicar 6 più R 2
per 6 meno R 2
fanno 28 più R 72 meno R 72
cioè 34 a punto

x3 Hor tornando al nostro proposito dico, che a moltiplicare vn binomio quadro sia vn residuo quadro dalli medesimi nomi composto sempre produrrà numero razionale. Et (acciò gratia volendo moltiplicare 6 più R 2 per 6 meno R 2. Alternabili, & moltiplicandoli secondo il solito su trouarai (luogo modo) che faranno 36 più R 72 meno R 72 cioè, cioè perche a fottrar quel più 36. cioè quel meno R 72. ui resta solamente 34 a punto, e però si vede in questa, che a moltiplicar 6 più R 2 per il suo proprio residuo (cioè per 6 meno R 2) ui procederà 34. che è numero razionale, come di sopra è stato detto, il medesimo si troverà seguir in tutte le altre simili moltiplicationi. Et quantunque e' bisogni fare tal moltiplicatione secondo quel general modo dato nelle passate moltiplicationi, pondimeno quelle dei binomi sia il suo residuo, voglio che si facciano per questa breue regola sempre con la moltiplicatione delli dui secondi nomi (l'uno via l'altro) della moltiplicatione delli dui primi nomi, & il restante sia il produtto di quel tal binomio sia il suo residuo. Essempi gratia a voler per questa breue regola moltiplicare il sopradetto 6 più R 2 per 6 meno R 2. moltiplica li dui secondi nomi l'uno via l'altro dicendo meno R 2 fia più R 2 fa 2 poi moltiplica li dui primi nomi dicendo 6 fia 6 fa 36. onde quel meno 2. resta 34. & così fia a moltiplicare il detto binomio sia il suo residuo, & questo sarà perche le due moltiplicationi fanno sempre sempre (in tal caso) eguale, & l'una è sempre più, & l'altra meno, sal che a fottrar insieme sempre fanno nulla, e però vien sempre a restar solamente la summa del detto di dui primi nomi con il detto di dui secondi, ma perche l'uno di detti dui è sempre più, & l'altro sempre meno, e per fottrar insieme, bisogna sbassare l'uno da l'altro, come comanda la sua regola, & il resto fia il prodotto di tal binomio sia il suo residuo, ouer del residuo sia il suo binomio, & così hai intesa la causa di questa breue regola.

Esempio secondo
2 moltiplicar 8 più R 3
per 2 meno R 3
fanno —— —— —— 9

Esempio terzo
2 moltiplicar R 13 più R 3
per R 13 meno R 4
fanno —— —— —— 9

Esempio quarto
2 moltiplicar R 13 più R 10
per —— R 5 più R 10
fanno 35

Esempio quinto
2 moltiplicar R 7 più R 5
per —— R 7 meno R 5
fa —— —— —— 2

Et questa breue regola in sostanza non vuol dir altro, che cauare il quadro del menor nome dal quadro del maggiore, & il restante fia il prodotto di quel tal binomio sia il suo residuo, ouer del residuo sia il suo binomio. Essempi gratia per far la sopradetta moltiplicatione di quel 6 più R 2 per 6 meno R 2 quadra 6 (menor nome) fa 4. quadra anchora 6 (maggior nome) fa 36. abbatti quel 4 di 36 resta 34 per il prodotto del detto binomio fia il suo residuo, & cosi per l'altro modo fia anchor concluso. Hor per mostrar il nostro primo intento, & per fortificarmi meglio in questa nostra regola andaremo ponendo alcuni altri binomi a moltiplicari, & con tal regola gli andaremo facendo.

x5 Volendo adonque per questa regola moltiplicare R 13 più 5 per R 13 meno 5. Essendo l'uno sotto l'altro secondo il solito, poi quadra R 13 (maggior nome) fa 13. Quadra anchora 5 (suo menor nome) fa 9. caua 9 di 13 resta 9. & così il prodotto di tal moltiplicatione fia 9. come nel detto essempio appare.

x6 Volendo anchora moltiplicar R 13 meno R 10 per R 13 più R 10. quadra R 13 fa 13. quadra anchora R 10 fa 10. hor cauo 10 di 13 resta 23. & tanto fia il prodotto del detto binomio sia il suo residuo, o vuoi dir di tal residuo sia il suo binomio, come nel sottoposto essempio vedi. Et se con tal ordine moltiplicarai R 7 meno R 5 per R 7 più R 5 monterà che fia 2. come nell'ottauo essempio vedi.

x7 Et quantunque in questo luogo non si possa dar ad intendere quello, che voglia inferire quel dire li nomi di vn residuo esser commensurabili alli nomi di vn binomio, & in vna medesima proportione per non hauerui (come di sopra è stato detto) anchora dimostro, che cosa sia propor-

sione, & come secondo che quantità sia commensurabile a detta linea, & in una medesima proportione (sopra la qual cosa s'intende nel trattato delle proportioni, & proportionalità) procederemo in questo luogo di voglio dar una regola assai breue, con la qual potrai ben ridurre ogni residuo commensurabile secondo una medesima proportione, con i nomi di qual binomio, che vorrai moltiplicare con lui, la qual regola è questa, guarda se i duoi prodotti delle due moltiplicationi fatte in croce vengono eguali, & se vengono eguali, quel tal residuo con quel binomio, over quel tal binomio con quel tal residuo hauerà le dette due conditioni, che pongo il decimo Euclide nella detta 113. & 114. proposition del detto decimo libro (da noi andato) & conseguentemente il prodotto di quel tal binomio detto nel detto residuo sarà razionale. Essempigratia volendo sopra questo residuo 15 meno R 72 hauere le dette due conditioni con questo binomio 10 più R 12 moltiplica li loro nomi in croce, cioè quel più R 32 di sotto fia quel più 15 di sopra, & trouarai, che fia più R 1250. moltiplicarai anchora quel meno R 72 di sopra fia quel più 10 di sotto, & trouarai che fia medesimamente meno R 1250. & perche questi duoi prodotti sono eguali in quanto alla quantità (anchor che l'uno sia più, & l'altro meno) dico il detto residuo hauer le sopradette conditioni con il detto binomio, & conseguentemente dico, che a moltiplicar l'uno fia l'altro, il lor produtto fia quantità razionale, & questo si manifesta in questo modo, perche delle sopradette due moltiplicationi l'una è più, & l'altra è meno, e però quelle gionte insieme fanno nulla, & perche il compimento di tal moltiplicare fatto secondo l'ordine della regola, vi manca il detto di quel più R 32 di sotto fia quel meno R 72 di sopra, & anchora il detto di quel 10 di sotto fia quel 15 di sopra, & perche l'uno di detti detti fa meno R 1250 (cioè quel di più R 32 fia quel meno R 72) & l'altro fa 1250 (cioè quello di 10 fia 15) & perche la radice di quel 2704 fornisce [illegible] quel numero di quel 1250 resulta 104. & cosi fia il produtto di 10 più R 32 fia 15 meno R 72 come nel essempio sono fra lor eguali. E per questo si manifesta, che a moltiplicare un binomio con un residuo, ouero un residuo con un binomio, che habbiano quelle due conditioni, che dice Euclide nella sopradetta due proposition del decimo, il basta a cauare il detto di duoi nomi meno (o vuoi dire della parte di nome) del detto della maggiore (o vuoi di primi) & il resante fia il produtto di quel tal binomio fia quel tal residuo, & tal produtto fia sempre razionale, ma per non dire in vn solo essempio ne pongo anchora duoi altri essempi.

Essempio nono

a moltiplicar 15 meno R 72
per — 10 più R 32
fia 104

Essempio decimo

a moltiplicar R 17 più R 18
per — — R 2 meno R 9
fia — — — 6

Essempio undecimo

a moltiplicar R 10 più R 1
per — — R 5 meno R 3
fia — — — — 4

11 VOlendo anchora moltiplicare R 17 più R 18 per R 2 meno R 8 (quali se ne diuidi per 2 come si dice) le moltiplicationi fatte in croce non sarà altro eguale, e però per eseguir tal moltiplicatione con breuità moltiplica li duoi secondi nomi, cioè meno 8 fia più R 18. & fanno meno R 144. la qual è 12. poi moltiplica li duoi primi nomi, cioè R 1 fia R 17. fanno R 17. la qual radice è 17. hor cauo quel 12 di quello 17 resta 5. & cauo fia il produtto del detto residuo fia quel tal binomio (come nel decimo essempio appare) & se con tal ordine moltiplicarai anchora R 10 più R 1 per R 5 meno R 3. trouarai che fia 4 appunto. Ma quando che le moltiplicationi fatte in croce non fussero eguali a tal moltiplicatione bisogna eseguir secondo quella prima regola generale. Auertisci quando si dice vn binomio, ouero vn residuo senza altro cognome (come che in altri luoghi ve ne ho aggiunto) sempre si debbe intender per vn binomio, over residuo quadro.

Del notare.

13 COme che la sopradetta regola non segua in alcuna delle altre specie di binomij, & residui, cioè che a moltiplicar vn binomio, che non sia quadro fia il suo residuo, & tal moltiplicatione giammai ne produrrà quantità razionale egli è ben vero, che nelli misti ne può ne produrrà vn residuo di quella medesima specie, & quello procederà, perche le due moltiplicationi fatte in croce sempre saranno eguale, & sempre l'una fia più, & l'altra meno, sì che fiano fra di loro sempre eguali, e però nelli simili, basta per cauare il detto delli duoi secondi nomi, del detto delli duoi primi (l'uno fia l'altro) & il residuo fia il produtto di tal moltiplicatione, & perche quelli duoi produtti sempre saranno incommensurabili in longhezza (la qual non voglio fare) dico in quello luogo) e però

Essempio duodecimo

a moltiplicar R cu. 3 più R cu. 2
per — — R cu. 3 meno R cu. 2
fia — — R cu. 9 meno R cu. 4

pero a ſcemarſi uno da l'altro nella maggior parte ne perueniranno reſidui di quella medeſima ſpecie. Eſempi gratia volendo multiplicar ℞ cu. 3 più ℞ cu. 2 per ℞ cu. 3 meno ℞ cu. 2 eſeguiſcono il lauoro, & perche le multiplicationi fatte in croce vanno a baſſo (per le ragioni dette) multiplicaremo adunque li duoi primi nomi l'uno da l'altro, & faranno ℞ cu. 9. & multiplicaremo anchora li dui ſecondi, & faranno ℞ cu. 4. & queſto ℞ cu. 4 cauda di quella ℞ cu. 9. ma per eſſere tale due reſidui incompatibile, ad ſeruirmene ſi fara con il ſeruire del meno dicendo ℞ cu. 9 meno ℞ cu. 4. & questo fia il prodotto del detto binomio, cioe multiplicandolo per il ſuo reſiduo, come che nel duodecimo eſempio ſi puo vedere, & queſto medeſimo ſi trouera ſeguir in tutte le altre ſpecie di binomij, fatti il ſuo reſiduo, che longo ſaria a voler dar particolar eſempio in ciaſcuna ſpecie, per la qual maggior breuità ne ne porrò dui altri eſempij in maggiori uno di ℞ ℞, ouer di cenſi, & l'altro di radici relate, cioe che quello di ℞ ℞ per eſſer di quadrar li ſuoi nomi al prodotto ſaranno ſpecie, cioe che al ſuo prodotto ſara vn reſiduo ſemplice (cioe quadro) come nel decimo ſeſto eſempio ſi vede; & queſta moltiplicatione di ſpecie ſi troueria in tutti binomij, & reſidui compoſti di radici quadre, come ſono cu. cen. cen. & cu. cu. & cen. relati, & altri ſimili, come da ſe puoi conſiderare.

Eſempio decimo ſeſto

2 multiplicar	℞ ℞ 7 ⊖ ℞ ℞ 5
per	℞ ℞ 7 ⊕ ℞ ℞ 5
fan	℞ ℞ 49 m ℞ ℞ 25
cioe	℞ 24

Eſempio decimo ſettimo

2 multiplicar	℞ rel. 8 più ℞ rel. 6
per	℞ rel. 8 meno ℞ rel. 6
fan	℞ rel. 64 meno ℞ rel. 36

24 QVando che le due multiplicationi fatte in croce non faranno eguale in tal caſo procederai (in tal multiplicatione) ſecondo l'ordine della prima regola, & di tal multiplicatione ne ſeruerai alla prima vna quarta di quatro nomi, come nel decimo quinto eſempio puoi vedere, & queſto medeſimo interuerrà in altre ſpecie di binomij, & reſidui quando che le due multiplicationi fatte in croce non ſaranno eguale.

Eſempio decimo quinto

2 multiplicar	℞ cu. 6 ⊖ ℞ cu. 4
per	℞ cu. 6 ⊕ ℞ cu. 4
fan	℞ cu. 4 ⊖ ℞ cu. 2 m ℞ cu. 36 m ℞ cu. 16

Come ſi multiplica un trinomio, ouer multinomio per qual ſi voglia ſpecie di binomio, ouer reſiduo, & finalmente vn multinomio per vn multinomio.

25 VOlendo multiplicar vn multinomio per qual ſi voglia ſpecie di binomio, ouer reſiduo, il più commodo modo è a proceder ſecondo l'ordine del multiplicare per ſe ſteſſo, & il primo & più largo prodotto, che di tal multiplicatione ne poſſa venire ſara vna quarta del tanto numero di nomi di quel tal multinomio, cioe che eſſendoci quattro di detti nomi communicanti loro ſi debbono ſempre inſieme, ouer ſeparate ſeguendo le regole del più, e meno, il che facendo ſi ſaranno tal prodotto di nomi ſecondo la quantità di nomi communicanti. Eſempi gratia volendo multiplicar queſto trinomio 10 più ℞ 6 più ℞ 3 per queſto binomio 5 più ℞ 3 eſeguiſcono l'ordine ſecondo il ſolito, & multiplicar quel più ℞ 3. contra quelli 3 nomi di quel tal trinomio, e ſara più ℞ 300 più ℞ 180 più ℞ 60. & queſto ponerai ordinatamente ſotto alla ſopra linea, dapoi multiplicarai quel 5 del binomio ſu quelli 3 nomi del detto trinomio, & ſara 50 più ℞ 150 più ℞ 90. & queſti 3 nomi ponerai ſotto a gli altri ordine della prima multiplicatione, ma più in qua per vn luogo, come ſi coſtuma anchora nel multiplicare per li detti ſcachieri, & ſe per caſo in queſti dui trinomi non vi foſſe alcuni di detti nomi communicanti fra loro ui laſſerai li detti 2. & 3 nomi direttamente in longo in queſta forma 50 più ℞ 300 più ℞ 150 più ℞ 90 più ℞ 18 più ℞ 60. ſi che ui vedi che que ſti 60 ſono il doppio delli nomi del detto trinomio, come di ſopra diſſi. Ma perche la ℞ 300 communicano con ℞ 18. onde ſummandole inſieme faranno ℞ 128. per tanto diremo tal prodotto eſſer ſolamente queſti 5 nomi 50 più ℞ 300 più ℞ 150 più ℞ 128 più ℞ 60. & coſi quando che ui ritrouaſſi alcuni nomi communicanti ui ſommarai, ouer ſommarai ſecondo, che comandano le regole del ſommar del più, & del meno, queſto dico in generale, di tal multiplicari, perche in queſto

Eſempio decimo ſeſto

3 multiplicar	10 più ℞ 6 ⊖ ℞ 3
per	5 ⊖ ℞ 3
	⊖ ℞ 300 ⊖ 180 ⊖ ℞ 60
	50 ⊖ ℞ 150 ⊖ ℞ 90
fan	50 ⊖ ℞ 300 ⊖ 150 ⊖ ℞ 128 ⊖ 60 ⊖ ℞ 6

per ester tanti di detti termini seguati con il termine del più non occorre nelli termini comunali, come fusse che il numero inferiore

26 A nel moltiplicare un multinomio per un residuo si procede medesimamente per il medesimo modo, che si ha fatto con il binomio, ma bisogna haver riposto alle regole del moltiplicare, & del summare del più, & del meno. Exempi gratia volendo moltiplicare quel medesimo binomio di 10 più R 6 più R 3 per 4 meno R 3 allegati di sopra, & quali sopradetti secondo l'ordine della precedente operatione, che della moltiplicatione del detto binomio per quello meno R 4 del residuo fanno meno R 300 meno R 135 meno R 6, poi moltiplicando il detto binomio per quel 5 del residuo fanno 50 più R 150 più R 30. & quanto che nelli detti 5 nomi non vene sia alcuno di commensurabili fra loro in nella linea in questo modo 50 più R 150 più R 30 meno R 300 meno R 135 meno R 6. vero è che nelli 5 nomi si potriano ancora proferire, & rappresentare con quella linea curva in forma di una parabola, come si dirà nella quinta del primo capo, che in questa forma 50 più R 150 più R 30 meno R 300 più R 135 più R 6. & nel rappresentarle è di bisogno più intelligente, perche quel meno con quella linea dopo apparirà come s'intende generalmente sopra di tutto quel numero che segua, ma nella prima rappresentatione vorrano dirquelli 5 nomi, 5 lineette parimente sopra quel più nomi, che gli rappresenta. Hor commando al primo per secondo, perche quel R 150 è commensurabile con quella R 6. e però in quelli si vogliano delle due regole sopradette di sopra di formare di sopra quel R 150 da quella radice 150. & restara più R 6 onde secondo la prima rappresentatione, il predetto si rappresentarà in questo modo 50 più R 150 più R 6 meno R 300 meno 6. ma secondo quell'altro mio modo si rappresentarà in questa forma 50 più R 150 più R 3 meno R 300 più R 6. Si che ben conditer con bonissimo inventione, & l'altro di quelle due rappresentationi significare una medesima quantità.

Tanto significa la seconda rappresentatione, come la prima.

27 Parimente il medesimo modo, se moltiplicarai quel si voglia altra specie di multinomio per qual si voglia altra specie di binomio, over residuo. Et similmente un multinomio per un'altro multinomio, & perche non vi occorre quasi altra difficoltà di quella che fusse data nelle due precedenti moltiplicationi per abbreviar la fatica di pongo solamente gli esempi in figura, con li quali non debito, che da se medesimo intenderai il tutto, & in ogni altra specie di detti binomij, residui, & multinomij.

Del quarto

Del quarto atto detto partire di binomij, residui, & ancora di più nomi. Cap. IIII.

DIsse il partire è il contrario del multiplicare, nel che l'uno (come più volte è stato detto) vien a esser la prova reale dell'altro, e però nelle essemplificationi di questo atto vi-
remo il contenuto di quelli medesimi essempi dati nel detto multiplicare per un binomio razionale, & per una quantità irrazionale di un nome solo, nel che questi ve-
rimano a esser la prova di quelli, & quelli di questi, perche in tanti modi può variar quello at-
to in quanti varia quello, vero è che in questo luogo non si dara il modo di partir per binomio, & per residuo, ne manco a cauar la radice di quelli, anzi nel particolare le tralasciamo per fin di-
poi il trattato delle proportioni per la ragioni, che al suo competente luogo si dira, e però circa a quella sorte particolarità non staremo a far altro discorso (per abbreuiar scrittura) ma veniremo a gli essempij.

Essempio primo
a partir per 9
quello &c. .16.. più .8.
ne vien &c. .2.. più .8.
la prova &c. .16.. più .8.

2 VOlendo partire &c. .16.. più .8. per .2. in quello si può procedere, come si costuma nelli par-
tir per colonna, over dir della ponendo il partitore di sopra della sua, che si vuol partire (per hauerlo sempre auanti a gli occhi) & dopo partirela cosa &c. .16.. per il detto .2. qua-
drando prima il 2 (come si dice nel partir radice per numero) fara 4. hor partendo la
sua &c. .16.. per il detto 4. ancora che ne venira &c. .4. qual nominarolo di sopra al suo luo-
go, poi partendo quel più .8. per .2. ne venira 4. qual posto al suo luogo, dara poi &c. .0. 4. Hora ne resta a partir &c. .16.. più .8. per .2. & se ne vuol far prova moltiplica lo nominato per il partitore (come si costuma) & le aggionta la sua partita, nel partir fara giusto, & perche a moltiplicar &c. .4. più .2. per il detto 2. fa il medesimo &c. .16.. più .8. e però diremo che sia bene.

Essempio secondo
a partir per 9
quello &c. .16.. più .8.
ne vien &c. .4.. più .2.
la prova &c. .16.. più .8.

Nota che quando non sapessi partire quella &c. .16.. per 4. di sotto
saria bene a partir per 2. andar partendo per il suo dimezzo, ouero a banda, ma per esempio
mostro come si andera partendo per il suo, ouero a banda, ma
si procederà secondo, che si parera.

Essempio terzo
a partir per 4.
quello 40 più &c. 80 .4. &c. 48
ne vien .4. più &c. .8. .4. &c. .2.
la prova 40 &c. 80 .4. &c. 48

3 VOlendo anchora partire &c. .16.. meno .8. per 2. detto 9. procedendo per il medesimo mo-
do trouarai che ne vien &c. .4. .4. perche a partire quel meno .8. per quel più 9. ne vien
meno .2. del residuo è finito al sopradetto, & perche questo partire per una sola quantità ir-
razionale, & in ogni specie di binomij, & residui, & anchora vn multinomio è cosa facile, però lo
lasciamo gli essempij in margine per abreuiar scrittura.

Essempio quarto
a partir per .2.
quello &c. .10.24. &c. 6
ne vien &c. .2.5 &c. 3
la prova &c. .10.24. &c. 6

4 PEr che anchora la medesima facilità occorre a partire qual si voglia specie di bino-
mio, & residuo, & anchora vn multinomio per una quantità irrazionale di un solo no-
me, porremo solamente gli essempij in margine, & lappi che non vi occorre altra dif-
ficultà, che ricordarsi il partire delle radici fra loro, & con il numero, & le regole del
più, & del meno. Essempi gratia volendo partire &c. .7.10. più &c. 50. per &c. 5. in questo non vi occor-
re altra difficultà, che partire quelli duoi nomi .2. uno per uno per
quello &c. .4. il che facendo ne ne venira &c. 2.4 &c. .10. ma perche
la &c. .4.4. è .11. diremo tal nominato esser .11. più &c. 10. & se
farai la prova pur moltiplicando il partitore fatto nominato
si doueria ritornar la sua partita, & perche a multiplicar .11. più
&c. 10. per &c. 5. fa &c. .110. più &c. 50. diremo tal partire esser buono.
Et così se per il &c. 5. partirai &c. .7.10. meno &c. 50. ne verrà .11. meno
&c. 10. come nel secondo essempio appare. Et perche non debito che gli altri essempij, che vanno
seguendo da se medesimo gli intenderai, e tralasciamo di scriverli.

Essempio sesto
a partir per .2.
quello &c. .2.. &c. 8.45
ne vien &c. .2.. &c. .2.
la prova &c. .2.. &c. 8.45

In questo luogo volendo procedere regolatamente vi fa gli commenda l'ano contrario al quadrar
di binomio, & residui, che fatta il cauar la radice di un binomio, ouer residuo, ouer di altra quan-
tità di nomi, che habbiano radice quadra, che cauar si possa,
& dopo questo vi fa gli commenda la regola di saper partire realmente qual si voglia quantità generalmente per qual
si voglia specie di binomio, ouer residuo. Et quantunque in
questo luogo io possa mostrare la regola da esequire un
tal effetto per un binomio, & per un residuo quadro, cioè
di saper partir realmente qual si voglia quantità per un bi
nomio, ouer per un residuo quadro (per le euidente dite da Euclide nella sopra allegata .11. &

Essempio settimo
a partir per .3.
quello &c. rel. .14.30 &c. rel. .12.5
ne vien &c. rel. .10 &c. rel. .5
la prova &c. rel. .14.30 &c. rel. .12.5

primo essempio della
seconda mostra
a partire per &c. 5
quello &c. .7.10. più &c. 50
ne vien &c. .2.4 più &c. 10
che fan .11. &c. 10
la prova &c. .7.10. &c. 50

Essempio secondo
Se 2 parte per 5
quello 7 : 10 cui 5 : 10
ne vien 14 : 40 cui 10 : 10
che fiera 1 : 30 cui 1 : 0

Essempio terzo
2 parte per 10
quello 10 : 100 cui 90
ne vien 20 : 200 cui 0
che fiera 10 : 300 cui 90
la prova 10 : 100 cui 90

Essempio quarto
2 parte per 10 : 5
quello 10 : 64 cui 6 : 6
ne vien 20 : 128 cui 12 : 12
che fiera 8 cui 6
la prova 10 : 64 cui 6 : 6

Essempio quinto
2 parte per 10 : 5
quello 10 : 30 cui 5
ne vien 20 : 60 cui 10
la prova 10 : 30 cui 5 : 6
che fiera 10 : 30 cui 5

Essempio sesto
2 parte per 10 : 5
quello 10 : 240 cui 10 : 15 cui 5
ne vien 20 : 480 cui 20 : 30 cui 10
Fanne prova, che la ragione buona, & cosi nelli altri procedendo nelle altre specie di multinomii.

1.14 del decimo) ma perche tal regola non serue nelle altre specie di binomij, & residui) come che sopra la vniuersale sia, & nelle altre seguenti del terzo capo vi mostrarò) cioe che non altra specie di binomio (del binomio quadro in fuora) moltiplicato in il suo residuo non produce numero razionale, & a volere partire realmente vna quantità per vno di detti binomij, over residui, egli è necessario prima di dipartire vna quantità, che moltiplicata in quella tal specie di binomio, ouer residuo che fusse, ouer che produca quantità razionale, la qual cosa (per quanto ho visto, & letto) non si habbia mai da nessuno: & fatta conditione ne seruirassi tal regola generalmente in ogni specie di binomio, & residuo, ma perche il modo di dipartire vna quantità per vn simplice binomio cubo, ouer per vn simplice residuo cubo, & considerando io di quanta importanza era a ignorare tal particolarità, cioe il modo di partire vna quantità per vn binomio cubo, ouer per vn residuo cubo, mi messi a ricercare tal particolarità, & ritrouandola non solamente la copiai, ma trouai anchora da dipartire tal effetto in ogni altra specie di binomio, & residuo (& questo fu l'anno 1524. dopo la inuentione del capitolo di tale effetto, quale ne trouo, & da gli altri suoi dependente) & perche questa mia inuentione non tocha poco pertinente alla detta materia, che dopo il numero delle proportioni. E per tanto per non far torto a nessuno lasciai da parte tal materia di partire per binomio, & residuo generale, & mi messi a partire per binomio, & residuo quadro per esso a quel luogo per dichiarazione di tal materia con gli altri, & però lasciando hora questo libro.

Finis del sesto libro.

LIBRO SESTO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO TARTAGLIA, nelquale con numeri assai sottilmente si verificano le prime vndici conclusioni Geometricamente adutte, & dimostrate da Euclide nel suo secondo libro, & replicate Aritmeticamente dopo la decima sesta del nono insieme con molte altre, non poco alla pratica vtile, & necessarie.

Considerando di quanta vtilità, commodità, & necessità sano nella pratica di numeri, & misure le prime vndici propositioni, over conclusioni adutte, & geometricamente dimostrate da Euclide nel suo secondo libro, & dal medesimo replicate anchora doppo la 16 proposition del nono libro per numeri, mi parue di esemplificarle con numeri in questo luogo insieme con molte altre non poco alla general pratica di numeri, & misure vtile, & necessarie. Ma per far tai propositioni più generali (con la prononcia) dove che Euclide dice vna linea retta, noi diremo vna quantità, & dove che Euclide dice due linee rette noi diremo due quantità, perche sono di quello nome quantità, via gli intende si la distesa (cioè il numero) come la continua. Per intelligentia di quello che si ha da dire bisogna notare, che tutti quelli vocaboli, over nomi, Rettangolo, Superficie, Dutto, Fatto, Produtto, Contenuto, & Multiplicatione, nella pratica di numeri, & misure s'intendono, & pigliano per vna medesima cosa, anchor che in quello dire multiplicatione, ui sia non poco differentia da quello dir Rettangolo, over Superficie, over Dutto, over Fatto, over Contenuto, come che sopra l'atto del Multiplicare fu detto. Ma per esser stato così vsitato per l'altro da gli altri pratici il medesimo diremo anchor noi.

La prima propositione del secondo di Euclide.

Se diremo due quantità, delle quali vna sia diuisa in quante parti si voglia quello, che vien fatto del dutto di l'vna in l'altra sia equale a quelli rettangoli, ouero multiplicationi, che faranno produtti dal dutto della quantità non diuisa in ciascuna parte della quantità particolarmente diuisa. Essempi gratia sano 14. & 16. le due quantità delle quali la diuisa 14 (poniamo) in tre parti, & l'una sia 2. l'altra 5. & l'altra 7. hor multiplica quel 16 (non diuiso) in ciascuna di quelle tre parti, dicendo 16 fia 2 fa 32. & 16 fia 5 fa 80. & 16 fia 7 fa 112. le quali tre produtti giunti insieme (cioè 32. 80. & 112) fanno 224. & tanto dico, che fara a multiplicare il detto 16 fia tutto il detto 14. che ben fa 224. Et per non fare in vn solo essempio fano anchora 12. & 15. & sia anchora diuiso 15 in 3 parti, & l'una sia 4 l'altra 5. & l'altra 6. poi multiplica 4 fia 12 fa 48. & 5 fia 12 fa 60. & 6 fia 12 fa 72. che giunti insieme 48. 60. 72. fanno 180. & tanto dico, che fara multiplicare 12 fia 15. che anche fa 180. come di sopra, & anche 15 fara diuiso in 4 parti, & l'una sia 2 l'altra 5. l'altra 4. & l'altra 6. fara similmente 180. multiplicando le dette parte con il detto 12 (come è di sopra) ouero sano 16. & 28. & 16 fara diuiso in 2 parti, poniamo in 9. & 5. multiplica 16 fia 9. fara 144. & per l'altro 9. fara anche 144. che aggiunti insieme fanno 288. & così fa a multiplicar 16 fia 28. ouero in 8. & in 10. ouero in 7. & in 21. ouero in 12. & in 16. dico superficie di ciascuna di dette parti nell'altra parte (non diuisa) aggiunte insieme fara no similmente 288. & il detto 28 fara diuiso in 5 parti, poniamo in 5. 5. & 7. multiplica 5 fia 16 fa 80. & 6 fia 16 fa 96. & 7 fia 16 fa 112. che aggiunti insieme fanno 288. come è detto di sopra. & 16 fara diuiso in 4 parte, come fara a dir 2. 4. 5. & 6. multiplica 2 fia 16 fa 48. & 4 fia 16 fa 64. & 5 fia 16 fa 80. & 6 fia 16 fa 96. che aggiunti insieme fanno similmente 288. come di sopra. & 16 fara diuiso in 5 parte, come fara 1. 2. 3. 4. & 6. multiplica 1 fia 16. & 2 fia 16. & 3 fia 16. & 4 fia 16. & 6 fia 16 fanno in summa 288. come è detto di sopra. Et così a multiplicar 16 fia 28 fanno anchora 288. & così fa bene. Però ho uoluto dire in questa prima son tanto alquanto longo, ma sopra ch'io l'ho fatto per più sua intelligentia, non dimeno nelli seguenti non porro più di 2 essempi, li che non ch bene per tutti li seguenti, che li ui giouera.

Se vna quantità sara diuisa in quante parti si voglia, sempre il quadrato di detta quantità sara equale alla summa di rettangoli, over alla summa delle superficie di detta quantità in ciascuna delle sue parti. Essempi gratia sia 14. la quantità qual diuidia in 3 parti, poniamo in 3. 5. & 6. hor fa a multiplicar 3 fia 14 fa 42. & 5 fia 14 fa 70. & 6 fia 14

& 24 aggiongi poi insieme queste multiplicationi, cioe 42. 70. & 24. fanno in summa 196. & cosi fara ancora il quadrato di 14. pero che 14 fia 14 fia 196. e pero fia bono. Et se dessi quantita sia divisa in 4 parte, pigliarai 2. 3. 4. 5. Dico se tu multiplichi tutte le dette parte nel detto 14. che e il tutto, cioe 2 fia 14 & 2 fia 14 & 3 fia 14 & 4 fia 14 & 5 fia 14. fanno poi aggionti insieme 196. come prima, & cosi vedi che la fia bona seminatione data per essempio.

3 SE fara ancora data una quantita in due parti, come si voglia. Sempre fara necessario che la superficie di detta quantita in una di dette parte (qual si voglia) quanto fara il quadrato di quella detta parte, poi sui sopra la superficie di l'altra parte in l'altra. Essempigratia fia 14 la quantita data, pongamo in 6. e 8. hor prendine una di queste quali ti piace, sia fia 14 la quantita data, pongamo in 6. e 8. hor prendine una di queste quali ti piace, & fia 8. qual multiplicata in detta quantita fara 112. per la prima parte, poi quadra detta parte 8. fa 64. & aggiongegli 48. che e il produtto di l'una in l'altra fara 112. come di sopra. Et se quella quantita fosse 16 divisa in 6. & in 10. Multiplica 10 fia 16. che e tutta la quantita fa 160. poi quadra il detto 10 fara 100. & aggiongegli 60. che e il produtto di l'una & l'altra, fara similmente 160. & questo e quello che vogliamo dire.

4 ANchora se fara detta in una quantita in due parti, come si voglia, dico che il quadrato di tutta la quantita sempre fara eguale alli quadrati di dette due parti aggionti al doppio della superficie di una parte in l'altra. Essempigratia fia 14 divisa in 6. e 8. quadra una delle parti, cioe 6. fa 36. quadra l'altra parte 8. fa 64. poi piglia due fiate 6. fia 8. che e 48. poi aggionti insieme cioe 36. 64. & 48. fanno 148. aggiongi poi insieme tutto, cioe 36. 64. & 148. fara 196. & tanto fara il quadrato della detta quantita, che e 14. come di sopra, cosi fa 8 divisa in 6. & 2. quadra similmente ciascuna parte, che fanno 36. & 4. poi piglia due fiate 6. fia 2. che e 24. fara 84. & aggiongi insieme tutto fara 196. per il quadrato di tutto 14. come ho proposto. Questa proportione e molto accetta nelle pratiche di numeri & misure.

5 SE fara anchora data una quantita in due parti eguali, & che poi una delle parti sara eguale, sempre il quadrato di quella parte eguale fara meno quanto, di quella superficie di una parte sara una delle eguali, essempigratia fia 16 divisa per eguale in 8. e 8. poi una delle parti eguali fia 8. & 8. Dico che il quadrato di 8. che e 64. fara meno di quanto fara la superficie di 8. in 8. che e 64. per essempio

n dem quantità detta aggiongerai il quadrato dell'altra parte. Essempi gratia fia 14 la quantità data in 6 & 8 poni una di quelle parti, qual ui uoli sopra ello 14 ponemo 6 fia 20 & quadrato fia 400, quale lassa, poi multiplica 6 che aggionge fia 84 & 84 & quadruplato fia 336 & a questo aggionge 64 per l'altra parte, cioe per la quadratura di 8 trouarai che fiamo 400 & lassa ancho questa somma, che lassasti di sopra poi prendi la 8 che aggiongesti sopra 14 fia 22 quadrato fia 484 poi moltiplica 8 fia 176 & quadruplato fia 704 & aggiongeli 36 che di quadrato di 6 fiamo in somma 484 come fu di prima, cauo del numero tolto fia 8 dando in 6 & 8 ne 14 & che ui possi uno di quelle parti, qual ti uoglia sopra ello 8 poniamo 12 fia 144 poi lo quadrarai perche 100 che lassar da parte, poi multiplicar 12 che aggiongesti fia 96 fia 240 & quadruplario fia 384 & a questo aggiongerai la quadratura del 6 che nell'altra parte fu posta in somma 400, come fece per la prima quadratura. Et così hauerai il vero se ui apponerai all'altra parte, cioe 6 & non solamente in questi 14 & 18 hauerai il suo intento, ma anchora in ogni altro numero.

9 Ogni quantità fia diuisa in due parti equali, & in due non equali, sempre la somma delli quadrati delle due parti inequali fia doppia alla somma delli due quadrati, cioe uno della parte equale, & l'altro della differentia, da detta parte equale alla parte inequale. Essempi gratia fia 14 la quantità diuisa in parti equali, che è 7. & 7. & in parti inequali, che è 6. & 8 hora quadra 6 fia 36. & 8 fia 64. & aggiongendi insieme fia 100. quale lassa, poi quadrarai una delle parti equali, che è 7 fia 49 poi uedi che la differentia, che è da 6 a 7 & è 1. quadrato fia pur 1 da aggiongere con 49 fia 50. Adunque ne uedi ben, che la somma lassata è doppia a quella ch'hauemo trouata. Similmente 16 fia la quantità diuisa in parti equali, che è 8. & 8. & in parti inequali, che è 6. & 10 quadra prima 6 fia 36 & 10 fia 100. & aggiongendi insieme fiamo 136 equali alli due poi quadrarai una delle parti equali, cioe 8 fia 64 poi quadrarai la differentia che è da 6 a 8. che è 2 fia 4. & aggiongelo con 64 fia 68 doppio 68 che è la somma di 136. che ha hauuto lassato.

10 Vuoi tu fare diuisa una quantità in due parti equali, & sopra una di esse quantità ponga un altra quantità quale ti uoglia, & che'l quadrato di questa somma aggiontoui questa quantità aggiontoui fia doppio al quadrato di una delle parti equali, & al quadrato del composto dell'altra parte equale, con detta quantità, che aggionghi di sopra detta quantità, cioe di quella che ti uolesti. Essempi gratia fia 14 diuiso in due parti equali, che è 7 & 7. & poi sopra il detto 14 poni una quantità a tuo modo, poniamo 10 fia 24 quadrato fia 576. poi quadra 10 che aggiongesti fia 100. & aggiongendi insieme fia 676 quale lassa, poi aggiongi il detto 10 sopra 7 fia 17 qual quadra fia 289 quadra anchora il detto 7 fia 49. & aggiongi con 289 fia in somma 338 che è propio la mitta di 676.

Anchor sia diuiso 16 in due parti equali, ch'è 8. & 8. poi sopra il detto 8 poni una quantità a tuo modo poniamo 9 fia 17 quadrato fia 289 poi quadra il 9. che aggiongesti fia 81. & aggiongendi con 289 fia in somma 370 quale lassa, poi aggionge il detto 9 sopra 8 fia 17 qual quadra fia 289 quadra anchora il detto 8. fia 64. da aggiongere con 289. fia appunto 353. che propio la mitta di 706 come habbiamo detto.

11 Vuoi tu diuidere una quantità in due parti, che il detto di tutta la detta quantità ne uada di quelle parti fia equale al quadrato dell'altra parte. Questa tal diuisione si dice uolere diuidere una linea secondo la proportione hauente in mezzo, & due estremi (come che in altro luogo s'intenderà) una diuisione non la uolle in questo luogo chiamare per tal nome per non fastidir anchora difficile, che cosa fia proportione, il che difficilmente possi fare. Altra poria dir che l'autore non douea ponere tal diuisione in questo luogo, ma porla dopo il quinto libro. Rispondo che l'autore era astretto a ponere tal diuisione in questo luogo, perche senza tal diuisione era impossibile di dar il modo di designare un pitagoneo equilatero, & equiangolo in un cerchio, si che ne dando questo. Hor tornando al nostro proposito, dico che gli è impossibile di poter trouare tai parti razionali, come dimostra nella vltima delle inuentioni poste dopo la decimasetta del nono libro, & anchora nella sesta del decimoterzo libro dimostrata, & l'altra di dette due parti necessariamente esser residuo (essendo pero la prima quantità nominale) & questo con essempi facemo manifesto. Per diuidere adonque ponemo 20 nelle dette due parti, cioe che il detto della maggiore nel detto 20 fia equale al quadrato dell'altra parte, piglia la mitta di detto 20. che fia 10. quadra questo 10 fia 100. quadra anchora quel 20 fia 400 aggiongi questi due quadrati insieme, & fiamo 500. la radice di questo 500. non quel 10 fia la parte maggiore del detto 20 la qual parte maggior si proferisca, & rappresenta in questo modo R 20 non 10 laquale, come tu vedi è residuo, hor per trouar l'altra minor parte, cioe questo residuo

...ce 25 men 5 da una la quarta (cioè da 10) & la sopra fia al homme con diligentia trouarai, che 10 fia 25 men 15. & cosi fara la parte maggiore del dato 10. la qual partirai per 5, come ne insegna la regola, & ne uerra 2, & tanto fara la parte minore, & se vorrai vedere, che cosi diuisione sia fatta secondo il proposito del quesito, la maggiore (cioè 5 men 15) per 10. & trouerai che fia 25 men 75. & la minore (cioè 15) per 10. & trouerai che fia 225. Hor quadra la maggiore, cioè 25 men 75. trouerai che fia quadrato fatto di 10 men 375. & il quadrato della minore 225. & perche 225 non ha 375, però il diuisione non fara fatta secondo il proposito, io ancor ho ordinato particolarmente il modo di fare, quel residuo di 25 men 75. da quel 225. aperto pero che quadro sia, che 225 non ha 375, però quel men 75. da 10 (qual pur) gli si aggiongono insieme, & fanno 25. del qual 25 volendone poi fare quella 225. 25 fia 250 men 625. & se di quel fare ne vorrai far proua, ...mando quel 15 men 25. con quel 25 men 75. ne trouerai che fia proprio 225. perche a fare men quel parte 25 con quel men 25 fanno nulla, & a fare quel men 75 con quel par 75 fara 150 a punto, come e detto.

5 E una quantita fia diuisa in due parti ineguale per modo la maggiore per la minore, & la minore sempre resta, uno che esse fia partendo sempre la quantita per la sua parte, cioe per quella parte che ella e, come per esempio fia 15 diuisa in 6 & 9, parte 14 in 6 ne viene 2½, perche 6 in 9 ne viene 1½, che è meno che non fu lo numero del 14, & 9 fia diuiso per 6 ne viene 1½, che è meno che non fu lo numero del 15, & parimente 16 in 6 ne viene 2½, perche 6 in 10 ne viene 1½, che è per men uno, & 10 fia diuiso per 6 ne viene 1½, che è per men uno, & 6 in 10 ne uenira 1½, & la parte 10 per 6 ne uenira 1½, & se non 1½ che è per men uno.

6 Volendo sapere quanta, che parte sia una per l'altra, & l'altra per una, fa per questi due seguenti modi, cioè una con l'altra fanno 20. & la sua parte 5 e 3, parti 5 per 6 ne uenira 5/6, & poi parti 6 per 5 ne uenira 1⅕, che dice che una è 1⅕ l'altra, che uol dire che una è poco piu che l'altra, & cosi fia 5 e 3, parti 5 per 6 ne uenira 5/6, & poi parti 6 per 5 ne uenira 1⅕, che fanno 6, e 10, parti 10 per 6 ne uenira 1⅔, & poi parti 6 per 10 ne uenira ⅗. Dico che 1⅔ che fanno gli accidenti fanno per uno, & cosi fia 6 e 10.

7 E una quantita fia diuisa in due parti, che multiplicate una nell'altra habbia fra uno numero, dico quello di numero non poter essere il quadrato della mita di quella quantita, ma bene quello equale al detto quadrato, quando ella fia diuisa per equali. Essempio gratia fia 16 in due parti qual ti voglia, o fiano equali, o fiano inequali, se fiano equali fanno quali ciascuna delle mita, cioe 8 il quadrato della mita. Ma se fiano inequali di necessita l'una fia maggiore della mita, & l'altra minore. Dico che mai non potra fare 64. ma meno assai quanto parera a colui che propone, & quanto fara maggiore la differentia da una parte all'altra, tanto minore fia la sua multiplicatione. Essempio gratia diuidi il detto 16 in 9 e 7, & multiplicandole fanno 63, che è 1 manco del quadrato della mita, & se fia diuiso in 8, & in 10, & multiplicati insieme non fia se non 80, & se fia diuiso in 11, e 5, & multiplicati insieme fara 55, & se fia diuiso in 12, e 4, & multiplicati insieme fara 48, & se in 13, e 3, fara 39, multiplicati insieme, & se in 14, e 2, fara 28, & in 15, e 1, non fara se non 15, & cosi uedi in ogni quantita, peroche quanto piu una parte fia lontana dalla mita di detta quantita, tanto fia minore, & quanto piu fia uicina alla mita, tanto fia maggiore, si che uedi bene.

8 E una quantita fia diuisa in due parti, ueramente che li loro quadrati debbono fare uno determinato numero, dico che sempre il detto numero terminato fara minore, che 'l quadrato di detta quantita. Essempio gratia fia 14 diuiso in 6, e 8. Dico che li quadrati di 6, & di 8. cioe 36, & 64, aggionti insieme, che fia 100, sempre fara meno del quadrato del detto 14, che è tutta la quantita, & quanto maggior fara la differentia da una parte all'altra, tanto piu fara la somma delli loro quadrati, cioe che piu fiano li quadrati di 12 e 2, & di 11, e 3, & di 10, e 4, & di 9, e 5, che di 6, e 8, & piu sono quelli di 12 e 2, che quelli di 11, e 3, & piu sono quelli di 11, e 3, che quelli di 10, e 4, & piu sono quelli di 10, e 4, che quelli di 9, e 5, & piu sono quelli di 9, e

17
E vna quantità fia diuisa in due parti, & partita la maggiore per la minore. Dico il maggiore auenimento di vn numero terminato, che il minore auenimento sempre fia vno, partito per il detto numero terminato. Essempi grazia fia di 12. l'vna 5. & l'altra 7. tu vedi che partendo la maggiore per la minore ne vien 1. e però dico che lo auenimento della minor partita ne la maggiore fia vno partito per 1. che per il maggiore numero, che se partirai $\frac{5}{12}$, che il minore auenimento per 1. che è il maggiore, che sempre ne venirà vno, & così fia nelle altre simili.

18 Se vna quantità fia diuisa in due parti, & che partite luna per l'altra, & aggionti insieme li suoi auenimenti, & la somma sia vnità, & poi le quadri ciascuna di dette parti, & li quadrati siano aggionti insieme, & questa somma partita nella somma vnità, ne debba venire vno terminato numero. Dico che chi fa della prima quantità due parti cotali fatte, che la superficie di vna in l'altra facci detto numero, sempre haurai le dette parti. Essempi grazia fia 10. la quantità da dividere, & 24. il terminato numero, dico che di questo 10. ne facci due parti, che moltiplicata l'vna in l'altra facci il detto 24. dico che l'vna delle parti fia 4. & l'altra 6. & così fia ciascuna delle dimandate parti, con le dette condizioni. Hor siamo alla prova prima di 10. partire due parti, che l'vna fia 4. & l'altra 6. poi parti dette parti l'vna per l'altra, prima parti 6 per 4. ne vien $\frac{4}{6}$ poi parti 4 per 6. ne vien $\frac{6}{4}$, & aggiongi insieme, quali dui auenimenti fanno $\frac{4}{6}$, che fia suo partitore, poi quadra ciascuna delle dette parti, cioè 4. & 6. fanno 16. & 36. che aggionti insieme fanno 52. il quale numero dei partire per $\frac{4}{6}$, ne venirà a ponto 24. che è il numero terminato. Dico adonque che chi fa della prima quantità due parti cotali fatte, che la superficie di vna partita in l'altra facci detto numero, sempre haurai le dette parti, che partendo 52 per 4 haurai 13. che partito per 2. haurai 6. che è vna delle parti, & partito per 4 haurai 3. che è l'altra parte.

19
Volem fe vna quantità fia diuisa in due parti, che moltiplicata vna contra l'altra debba fare vno terminato numero. Dico che chi prende la mità di detta quantità, & quadra quella quadri, & del quadrato ne caui il detto numero terminato, & del rimanente pigli la radice, & quella aggiongha alla mità di detta quantità, & anche cauata dalla mità haurà l'vna parte, & l'altra. Essempi grazia fia 10. la quantità, & 16 il numero terminato. Dico che se parti 10. per mità ne vien 5. quadrato fia 25. poi cauane 16 resta 9. & poi la radice di 9. che è 3. se cauata 5. resta 2. per l'vna delle parti, poi aggiongasi quel 3 al 5 fia 8 per l'altra parte. Adonque la menore è 5 men 3. & la maggior fia 5 più 3. prouata ne dirai, che la menore è 5 men 3. cioè 2 men 3. che è 2. & la maggior 5 più 3. cioè 8. che è 8. multiplica adonque 2 fia 8. fia 16. che è il numero terminato. Pognamo anchora che 16 fia la quantità, & 2 fia il numero terminato, partì per mità 16. ne vien 8. quadrato fia 64. d'onde cauane 28 resta 36. & la radice di 36. che è 6. cauata di 8 resta 2. per l'vna delle parti, poi aggiongi quello 2 al 8. fia 14 per l'altra parte. Adonque la menore è 8 men 3 36. & la maggiore è 8 più 3 36. prouata ne dirai che la menore è 8 men 3 36. che è 2. & la maggiore è 8 più 3 36. che è 14. Multiplica adonque 2 fia 14 fia 28. che è il numero terminato.

Questa si dimostra per la quinta del secondo Euclide.

20 Se vna quantità fia diuisa in due parti, che il loro quadrati aggionti insieme debbono fare vno terminato numero. Dico che multiplica vna parte in l'altra, & il producto raddoppia, & ponerlo sopra il detto numero, sempre fia tanto quanto il quadrato di detta quantità. Essempi grazia fia 14. che li quadrati delle parti debbono fare 116. l'vna fia 4. & l'altra 10. & a multiplicar l'vna parte in l'altra fia 40. radoppiolo fia 80. posto con la somma di quadrati, cioè con 116 fia 196. per il quadrato di tutta la quantità, cioè per il quadrato di 14. che è 196.

Questa si dimostra per la quarta del secondo di Euclide posta di sopra nella quarta di questo.

21 Se vna quantità fia diuisa in due parti, che li loro quadrati debbono fare vn numero terminato. Dico che chi multiplica vna parte in l'altra, & quel producto radoppia, & la somma cauata del terminato numero. Sappi che il rimanente sempre fia il quadrato della differentia, che è tra detta parte, & l'altra. Essempi grazia fia 14 diuiso in 4. & 10. che li loro quadrati facciano 116. dico che si multiplichi 4 fia 10 fia 40. & questo radoppia fia 80. qual cauata di 116 rimanti 36. per il quadrato della differentia, che è da 4 a 10. Cioè fia dar

80 14 diuiſo in 2 & in 2 che ſi ſono quadrati fanno 148. dico che ſi moltiplichi 2 fia 2 & 2 che 4 ſi raddoppiano fara 48 & quello 48 cauo di 148 ne reſtara 100 per il quadrato della ſeſta parte, che è da 2 a 12 &c.

21 SE una quantita fara diuiſa in due parti, come ſi vogli, ſempre il numero della maggior parte nella menore moltiplicato fia la maggiore fara tanto quanto lo numero di tal quadrato della maggior parte nella menore. Eſempi gratia ſia 14 diuiſo in 2 & 12 parti 12 per 2 ne vien 24 quali moltiplicati fia 12 fara 72. da ſalvar, poi quadra la maggiore, che è 12 fara 144 da partir per la menore, che è 2 fara 72. ſi come ſia la ſuperiore diſſe. Ma ſe detta quantita ſi ſtia 12. diuiſa in 2 & 10. hauerai partito 10 per 2. & il partito che è 5. haurai da moltiplicare fia 10 fara 50. da ſalvare, poi moltiplicar la maggiore in ſe fara 100 a partirla nella menore, che è 2. fara 2 pero 50. come ſe la ſuperiore diſſe, cosi è detto.

22 SE una quantita fara diuiſa in due parti, come ſi vorra chi partira la detta quantita per tal modo di dette parti, ſempre ſi dette parti inuerſamente fra loro aggiunti, quello moltiplicato uno in l'altro, & quello ſi verra in numero determinato. Eſempi gratia ſia 12 diuiſo in 24 & poi partito 12 per 2. ne vien 6 & partito anchora per 3. ne vien 4, che aggionti inſieme fanno 10. Dico che diuiſo 24 nelle dette parti fanno tanto moltiplicati 6 fia 4, che è pero fanno 24, & cosi fara ſe 24 ſia diuiſo in 2 & 22 parti 24 per 2 ne vien 12, partito anchora per 3 ne vien 8, che aggionti inſieme fanno 20. Dico che diuiſo 24 nelle dette parti fanno tanto moltiplicati 12 fia 8, che è pero fanno 96, & cosi fara ſe 24 ſia diuiſo in 2 & 22 parti 24 per 2 ne vien 12, partito anchora per 3 ne vien 8, che aggionti inſieme fanno 20. Dico che diuiſo 24 nelle dette parti fanno tanto moltiplicati 12 fia 8, che è pero fanno 96, & cosi ſi troua in tutte.

24 SE una quantita fara diuiſa in due parti, come ſi vogli, & poi ſi parti detta quantita per diuerſe parti, ſempre la ſumma di quelle 2 aggionti fara 2. pur che la ſumma ghaggionti di una parte partita nell'altra, & l'altra nell'una. Eſempi gratia ſia diuiſo 12 in 24 & 12 che ſi dette parti

della mia della summa di quadrati, & la radice del rimanente aggiongla alla mia di detti quadrati, & la radice di quella summa sempre fia il numero maggiore delli doi addimandati. L'altro fia la radice del rimanente della mia di detti quadrati, quando nella cauzo prima la radice del rimanente di detti quadrati. Exempigratia siano 2 numeri ponamo 5. e 10. che li loro quadrati faciano 125. & la superficie di uno in l'altro fia 50. Però chi mi dicesse trouami 2 numeri, che li loro quadrati aggionti insieme faciano 125. & la superficie di uno in l'altro fia 50. allhora per trouarli prenderò la mezza parte possono, ponamo per mezza 10. che di la summa delli quadrati ne uiene 25. & questo quadro fia 100. poi di questo cauarò il quadrato della superficie, cioè il quadrato di 50. che è 400. resta 300. & la radice di 300. che è 17 3/10. cauato del dimezzamento delli quadrati, & la 25. del rimanente fia uno di questi numeri, cioè il menor, & il maggiore fia poi la radice di 300. & poila sopra detto dimezzamento, & della summa prenda la radice, cioè fia 32 5/10 meno 17 3/10 il menore, & il maggiore fia 15 più 17 3/10 32 5/10. & haurai l'uno, & l'altro questo numero, cioè fia il maggiore prenda la 15 = 225. quali è 45. & poila sopra 25 fia 100. & di questa summa prenda la radice, che è 10. fia il detto numero maggiore, & il menore prenda 45. & cauato di 225. resta 180. & di questo prenda la radice, che è 13 fia detto menor numero, qual fia.

29 Se fussero doi numeri, come di sopra, che la superficie di uno in l'altro debba fare uno terminato numero, & anche la differentia di loro quadrati debba fare un terminato numero. Dico che per trouare detti numeri si dimanda la differentia di detti quadrati, & multiplicarla in se, & quello si aggionga al quadrato della loro superficie, & la radice di quella summa si ponga sopra la mita della differentia, & di quella summa pigli la radice, & così haurai il maggior numero. Et il menore fara la radice della summa del quadrato della detta superficie, & della mita della differentia cauzone la mita della detta differentia, & del resto pren la radice. Exempi gratia chi mi dicesse trouami doi numeri che multiplicati uno in l'altro faccia 50. & del quadrato di uno al quadrato dell'altro fia 81. differentia, allhora fara come dicta conclusione, pigli per mita la differentia, che è 4 1/2. & questo quadro fia 20 1/4. poi quadra 50. che è la superficie fia 2500. & aggiongilo con 20 1/4. fanno 2520 1/4. & la radice di questo, che è 50 1/2. ponerlo sopra la mita della differentia, cioè sopra 4 1/2. fanno 55. & la radice di questa summa, cioè 10. fara il maggior numero, poi per il menore si ha cauare detta mita della differentia della radice di 2520 1/4. che è 50 1/2. cauata 4 1/2. di questo prenderò la radice, che è 5. fia il menor numero quadro.

30 Se fussero doi numeri, che l'uno fia più dell'altro una quantità, & che multiplicato l'uno nell'altro debbano fare un terminato numero, cioè 2. otto 12. 2 possono, dico che chi pigli per mezzo detta quantità, & multiplichi la mita in se, & sopra questo quadro sempre ponga 2. otto 12. cioè quello che vuoi, che fussi multiplicato l'uno in l'altro, & della summa prenda la radice, & ponga la sopra la mita di detta quantità haurai il maggior numero. Et il menore fussi quando detta mita di detta radice. Exempi gratia mettiamo caso che dui dicessi trouami doi numeri, che l'uno fia 3 1/2 più dell'altro, & multiplicato l'uno in l'altro faccia uno. Dico che pigli per mita 3 1/2 ne uiene 1 3/4. multiplicalo in se fia 3 1/16, sopra questo dico, che sempre ponga uno, cioè la superficie, che uuol che fussi multiplicato l'uno in l'altro fia 1 1/16, & la radice di quello, che è 1 1/4. aggiongi con 1 3/4. che fa il dimandamento fia 3 poni 3. & tanto fia il maggior numero, & il menore fia 1 3/4 meno 1 1/4. cioè 1/2. & cosi fia. Se fussero 4 1/2. l'uno più dell'altro, pigli per mita 2 1/4. ne uiene 1 1/16. quadrato fa 1 1/16. aggionge gli uno, che è la superficie fia 2 1/16. la cui radice è 1 1/4. aggiongela al dimezzamento fia 3. per il maggior numero, & il menore fia 1 1/4. meno 1 1/4. cioè 1/2. & questa fia detta cosa, come per esperientia prouare, & per il contrario le voldi, che facci 1. multiplicato uno in l'altro. Allhora dimezza uno sopra il quadrato della mita, & ai 1. che è facile, & ueramente la operatione, & uerissima cosa.

31 Se fia data una quantità in due parti, che li loro quadrati debbano fare un terminato numero. Dico che il quadrato della differentia del detto numero terminato, & il suo rimanente sempre fia il doppio di quello che è fatto di una parte in l'altra. Exempigratia fia detto 14. in 2. e 12. che li loro quadrati fanno 148. & la differentia da 2. a 12. fia 10. il cui quadrato è 100. che cauato di 148. resta 48. per il doppio dell'una parte in l'altra, cioè

di 2 fia 12. che fia 24. & 2 fia 24 fia 48. &c.

31 Nchora le fia diuisa vna quantità in due parti, che li quadrati aggionti debbiano fare vn terminato numero. Dico che di cias̃ quadrato della differentia del detto numero determinato, & del resto prenda la metà, sempre hauendo la superficie di vna parte in l'altra, che fegnita per quello ch'io dissi nella precedente. Essempi gratia fia 14 diuiso in 2. & 2 li quadrati di quelli sono 148. & la differentia di 2 a 12 è 10. il quadrato della quale è 100. che cauato di 148. resta 48 la metà della quale è 24 per la superficie di vna parte in l'altra, si come dimostra la figura.

32 Vando vna quantità fia diuisa in due parti, che li loro quadrati debbiano fare vn determinato numero più che la superficie di l'una parte in l'altra. Dico che sempre si prenda la metà di detta quantità, & quadrata, & quello che ha cauato del detto numero determinato, il resto sempre parta per 2. & di quello che ne viene pigli la sua radice. Et come di sopra dissi, che vna parte fia la metà di detta quantità meno quella tal radice, & l'altra la metà di detta quantità più quella tal radice. Essempi gratia che ti dicesse trouami 2 numeri, che aggionti insieme facciano 12. & li loro quadrati aggionti insieme facciano 48 più che la loro superficie. Dico che partirai per metà 12 ne uien 6. quadrata fa 36. & poi cauo di 48 resta 12. qual partirai per 2 ne uien 6. & la radice di 6 fia 2. che cauata, & aggionta alla metà di 12 hauerano le due parti, cioè li detti numeri quesiti, & l'uno fia 6 più 2. cioè 8. l'altro 6 meno 2. cioè 4. & così fia bene, perchè li loro quadrati fanno 80. & la loro superficie fia 32. il che vedi che 80 è più 48 di 32. come cercamo proporre.

34 Vando vna quantità fia diuisa in due parti, che'l quadrato di l'una debba hauere vn terminato numero più che'l quadrato dell'altra. Dico che di quadrato cias̃ detta quantità, e di quel quadrato cias̃ si terminato numero, & il resto parti per 2 doppio di detta quantità, si ritrouerano sempre fia le maggior parte. Essempi gratia che ti dicesse diuidimi 10 in due parti, che'l quadrato di l'una fia 84 più del quadrato dell'altra. Fa come è detto quadrato di 10 fia 100. cauato 84 resta 16. & quello parti nel doppio di 10. cioè per 20 uien 4. & quello fia la maggior parte, l'altra fia 6. resta, cioè 10 ma si bene dico del detto 10. che sia quella, che'l quadrato di l'una sotto 130 più dell'altra, imperò similmente cauo 100 di 130 resta 30 da diuidere in 2. che è il doppio di 10. me uien 15 per la maggior parte, & il resto che è 15 fia bene l'altra parte.

35 E vna quantità fia diuisa in due parti, che li loro quadrati aggionti con la superficie di vna parte in l'altra debbiano far vno terminato numero, dico che di cias̃ terminato numero del quadrato di detta quantità, che sempre il rimanente fia equale alla superficie di vna parte in l'altra. Essempi gratia ti dicesse diuidimi 12 due parti, che li loro quadrati aggionti al prodotto di vna parte in l'altra facia 24. Dico che per trouarli mi fingo quello, che quella 12 fusse 24. & di quello cauo 12 resta 20. per la superficie di vna in l'altra, & poi dico trouami di 12 due parti, che multiplicate vna in l'altra facia 20. ne troueraì che l'una fia 10. & l'altra 10. & così potrai fare in ogni altro numero.

36 Vando le vna quantità fia diuisa in due parti, che partite insieme, cioè l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & per la somma di detti duoi auenimenti si habbia a partire vna quantità, che ne debbia venire vno terminato numero. Dico che pigli quella quantità, che ti vuol partire per detta somma, & che la li parti per quel numero, che vuol che ne venga, l'auenimento sempre fia equale alla somma delli duoi partimenti fatti, come di sopra. Essempi gratia fia 12 la quantità diuisa in 2. & 3. che partita l'uno in l'altro, & per l'altro, & sommati li detti auenimenti fanno 5 ½, & che per questa somma le hauelle a partire 26. che ne uenira 5 per il numero terminato, e però dico che partille 26 per quello 5. che vuole, che ne venga ne uenira 5 ½, per la somma delli duoi primi auenimenti, & mai falla, & volendoli poi ulteriormente ritrouare, dirai sommati di 5 ½ due parti, che multiplicate vna in l'altra facia mio, dirai che l'una di quelle parti fia 5. & l'altra fia ½, che multiplicate l'une in l'altre fia vno intero.

37 Tesi se vna quantità fia diuisa in due parti, che partita l'uno per l'altro, & l'altro per l'uno, & poi li habbia a partire alcuna quantità per detti auenimenti, & che li loro auenimenti fecondi debbiano fare vno terminato numero. Dico che di pigli quello terminato numero per detta quantità, che intendi di partire per detti auenimenti ne uenira sempre la somma delli detti primi auenimenti. Essempi gratia poniamo che habbi a partire 12 in due parti, che partita l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & poi per li detti duoi auenimenti li habbia a partire 5. e che la somma delli duoi auenimenti aggionti insieme debba far 5 6. dico che l'una fara 2. l'altra 10. anchora ti dico, che le ne parti 5 6 per quel 5 ne uenira la somma delli detti duoi auenimenti

ninendi fini vno per l'altro, & l'altro per l'uno, cioe 5 ½ perche partendo 10 in 2 ne vien 5. & anchora partendo 2 in 10 ne vien ½, che fanno 5 ½, poscia parti 30 in 5 ne vien 6. poi parti per ½ ne vien 12. che aggiouto insieme fanno 36. come di sopra, & partito 156 per 30 ne vien 5 ½, che sono la summa delli 2 auenimenti.

53 SE vna quantita fia diuisa in due parti, come si voglia sempre partita l'una per l'altra, & l'altra per l'una, & gli auenimenti aggionti, & poi multiplicata vna delle dette parti in l'altra, & quello che fa multiplicato poi nel congionto di detti duoi auenimenti, quello vltimo produtto sempre fia equale alla summa delli quadrati di dette due parti. Essempi gratia fia 12 la quantita diuisa in 4, e 8. che partito 4 in 8 ne vien ½, e 8 in 4 ne vien 2. che aggiouti insieme fanno 2 ½, poi multiplica 4 fia 8 fa 32. & questo multiplicato nel congionto de gli auenimenti, cioe per 2 ½ fara 80. & tanto dico che faranno li duoi quadrati delle dette due parti aggionte insieme, cioe 16 e 64. che anche fanno 80.

54 SE vna quantita fia diuisa in due parti, come si voglia, sempre di parte detta quantita per vno di dette parti ne verra piu vno, che partita vna di dette parti per l'altra. Essempi gratia fia 14 diuiso in 4. & in 10. poi parti 14 in 4 ne vien 3 ½, quali dico esser piu 1. che partito 10 per 4. che ne vien 2 ½, & anchora se tu parti 14 per 10 ne vien 1 ½, quali parimente dico esser piu 1. che partito 4 per 10. che non ne vien se non ½, & questo si conuiene della duodecima conclusione summa di sopra, & cosi indice in tutte le quantita.

55 SE saranno prese due quantita, come si voglia, delle l'una sia piu 1. che l'altra, di partira la maggiore per la minore, ne venira vn quanto, che multiplicata fia la maggiore faranno tanto aggionte insieme, quanto che multiplicate vna fia l'altra. Essempi gratia fia l'una 6. & l'altra 5, ouero l'una 7. & l'altra 6. tal che per vnita si habbino a trouare. Hora per al presente fia minore, che parte 6 parti altrotanto 6 per 5 ne vien 1 ½, dico che a multiplicare questo auenimento fia 6 fara tanto quanto aggionto con 6. onde 6 fia 1 ½ fa 7 ½, & tanto anchora fa 6 con 1 ½, che finalmente fa 7 ½, & cosi fa la minore sola 6. & la maggiore 7. parti 7 in 6 ne vien 1 ½ da multiplicare fia 7 fara 8 ½, & cosi fara aggiongendo 1 ½ sopra 7. che finalmente fara 8 ½, si che hauendo da trouare duoi numeri, che tanto facino aggionti quanto che multiplicati ponendi duoi numeri a nuo piacere, che l'uno sempre l'altro per sola vnita. Il maggiore di quali fia l'uno delli quadrati, & il minore fia lo auenimento del maggiore parito nel minore, com'e detto di sopra, & questo dipende dalla 53 conclusione posta di sopra.

56 SE vna quantita fara diuisa in due parti, come si voglia, sempre il quadrato della mita di detta quantita aggionto con il quadrato della differentia, che e dalle parti alla mita della quantita fara la mita della summa di quadrati di dette due parti. Et cosi radoppiando la detta summa fara sempre equale alla summa delli quadrati di dette due parti. Essempi gratia fia 14 diuiso in 4. & in 10. che li loro quadrati fanno 116. & poi le parti per mita 14 ne vien 7. quali quadra fia 49. poi pigla la differentia, che e da 4 a 7 ouero da 7 a 10. che e 3. & quadrato fara 9. & questo 9 aggiongilo con 49 fara 58. per la mita di 116. che e la mita delli quadrati, doppiche fara 116. come loro.

57 NOtisima sera quantita fara diuisa in due parti, che multiplicata vna nell'altra, & a questo aggionto la differentia, che e da l'una all'altra parte debbano fare vno terminato numero. Dico che dal capo del terminato numero la detta quantita, & il resto finito, da poi della detta quantita sempre per regola generale cauo 2. & del resto prendi la mita, & quadrala, & di questo quadrato caua il resto seruato, la minor parte sempre fia la detta mita meno la radice di questo vltimo resto, & la maggiore fia la detta quantita aggionta con la detta radice, & della summa cauarne e detto parimente. Essempi gratia che ni dicesse, fammi di 16 due parti, che la superficie aggionta con la loro differentia, cioe la superficie di vna in l'altra con la differentia aggionta faccia 64. Dico che l'una fia 6 l'altra 10. che vna in l'altra fa 60. aggionto la differentia, ch'e 4 fa 64. & per trouarlo fa come e detto, caua 16 di 64. resta 48. quali habbia poi di 16 cauare 2 per regola resta 14 partendolo per mitade vien 7. quadrato fa 49. & di questo 49 cauarne 42 che finalmente resta 7. & la 7 cauata della mita di 14 che e 7 resta 0. cioe meno 7. & tanto fia la minore, & la maggiore fia 16 piu 7 fa 23 meno 7, cioe 17 meno 7. che e 10. & cosi seguira in tutti il medesimo effetto.

58 SE vna quantita fara diuisa in due parti, che la prima sia al parti di vno terminato numero, si come il detto terminato numero fia alla mita. Dico che dal capo la mita di detta quantita, & quella quadri, & di questo quadrato caua il quadrato di detto terminato numero, & la radice del resto cauata del dimezzamento di detta quantita fara la minore, & la maggiore fara di detto dimezzamento piu la detta radice. Essempi gratia fammi di 50 due parti, che la prima sia al

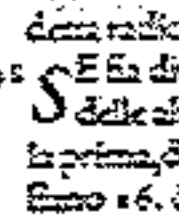
parte di 20. quale è 20. della seconda. Dico che la prima sarà 10. l'altra 40. che vedi che 10. della prima di 10. & così 20. della prima di 40. & per ricercare la come è detto sarà 50. che viene 5. quadrato fa 625. di questo cauo il quadrato di 20. che è 400. resta 225. & la radice di questo (cioè 15.) cauata di 25. che fu il diuisamento resta la minor parte, cioè 10. et l'altra fia il diuisamento più detta radice, cioè 40.

44 Volendo fare della via quantità in 2. parti, come si vuole, che moltiplicata la prima in la seconda, & poi quella, che fa nella somma debba fare vno terminato numero, dico che di partire il detto terminato numero per vna di dette parti, sempre ne verrà la superficie dell'altra che va in l'altra. Essempi gratia fia 15. la quantità data, & l'una parte fia 5. l'altra 10. & il detto prodotto debbono fare 162. perche 5. fia 6. fia 15. & 10. fia 9. fia 162. Dico hora parti 162. che è il numero terminato per 5. ch'è vna delle dette parti ne vien 54. per la superficie delle altre 10. & se 162. parti per 9. ne vien 18. per la superficie delle altre due, & così auiene in tutte le altre.

45 Volendo una quantità fare diuisa in 2. parti, & che il quadrato della somma debba esser quanto che la superficie della prima nella seconda, allhora dico che prenderai la metà del numero delle due prime parti, & quella metà quadrerai, et di quel quadrato caui il quadrato della terza parte. Dico che la prima parte fia il diuisamento della detta somma, meno la radice del detto rimanente, & la seconda fia detto il diuisamento più detta radice. Essempio gratia che vi dicesse fammi di 15. in 2. parti, che la superficie della prima nella seconda faccia il quadrato della terza. Io per ricercare pongo che la prima sia 2. la seconda 13. & la somma 5. perche la superficie di 2. in 13. fia 26. & è come il quadrato di 2. somma 2. e 13. fia 25. diuisando ne viene 12. & quadrato fa 144. cauane 64. per il quadrato della somma, resta 36. & la radice di 36. somma di 10. fia la prima parte, la seconda fia la 3. 15. giontoui 2. 10. così seguita in ogni altra quantità.

46 Volendo fare una quantità fare diuisa in 2. parti, & che il quadrato della prima fia eguale alla somma delli quadrati delle altre due. Dico che chi toglie la metà del quadrato della prima, & di quello ti maggi il quadrato della metà delle altre due, & domandi poi la radice, & porrai sopra il diuisamento fatto haueri la seconda parte, & la metà fia il detto diuisamento meno la detta radice. Essempio gratia pone che la quantità fia 12. & la prima parte fia 8. la seconda 4. & la cosa è che prendi il quadrato della prima, che è 64. fia meno quanto che il quadrati delle altre due insieme giunti, & poi prendi la metà di 64. cioè il quadrato della prima ne viene 32. & di questo ti maggi il quadrato della metà delle altre due, la metà è 8. & il suo quadrato è 64. che tratto di 32. resta 32. & la sua radice è più 5. & questo ti aggiungi con la metà della seconda, e terza parte, che è 7. fia 5. per la seconda parte, & la cosa fia 7. meno 5. cioè 2. & così fia.

47 Volendo una quantità fare diuisa in 3. parti, che la superficie della prima in la seconda, aggiontoui poi li quadrati di tutte due le parti fatti, quanto il quadrato della terza, cioè che il quadrato di tutte due parti insieme giunti li maggi il quadrato della terza, & il radice poi si maggi del quadrato della metà di tutte due le parti meno la detta radice, & la seconda fia la detta metà più detta radice. Essempi gratia fia 30. così dando in 6. per la prima parte in 12. per la seconda, & in 12. per la terza, che giunti 36. & 100. che sono il quadrati delle parti con la loro superficie, cioè 60. fanno 196. che sono tanto quanto il quadrato della terza, dico che vogli il quadrato delle due parti prime insieme giunte, che sono 36. & il loro quadrato è 1296. & di questo cauo il quadrato della terza, che è 196. resta 600. e questo si vuol cauare del quadrato della metà della prima, & della seconda, la prima e la seconda sono 18. la metà di 18. è 9. il quadrato del quale è 81. cauato 600. resta 481. & la radice di questo che è 21. fia detta metà di dette due parti, cioè di 36. resta 15. meno 9. che è 6. resta 6. per la prima parte, & la seconda fia detta metà, cioè 9. più la detta radice, cioè 8. più 9. che è 17. che vuol dire 30. & la terza fia 14. come è detto.

48  Volendo una quantità in 4. tali parti, che li quadrati delle due prime siano doppij al quadrato delle altre due. Dico che sempre la maggiore è la differentia di dette due parti, che sono mezo fra la prima, & la quarta, & mai falla. Essempi gratia fia 44. la quantità così divisa, & le dette parti fiano 16. & 12. & le due seconde siano 14. e 2. hor pigli il quadrati delle prime, che sono 512. & 144. che aggiontoui insieme fanno 400. poi il quadrati delle seconde sono 196. e 4. che aggiontoui insieme fanno 200. fi che tu vedi bene, che li primi sono doppij alli secondi, hor dico quando questo fia, che la mezze parte fara la differentia, cioè 8. fia 12. e 14. che sono le due parti mezze fra 16. e 12. cioè fra la prima, & la quarta, come vedi.

49 SE vna quantità fia diuiſa in due parti, come ſi voglia, chi moltiplicarà vna in l'altra, & poi queſto quadruplo, & queſto cauo dal quadrato di detta quantità, & il rimanente ſempre fia il quadrato della differentia, che è da l'vna parte all'altra. Eſempi gratia ſia 12. la quantità diuiſa in due parti 8. e 4. moltiplica l'vna in l'altra fa 32. poi quadruplo fa 80. poi quadra 12 fa 144. dequale cauane 80 reſta 64. per il quadrato della differentia, che è tra 8. e 4. Laqual differentia è 4. come per auanti habbiamo detto.

50 SE vna quantità fia diuiſa in due parti, che moltiplicata la radice dell'vna fia la radice dell'altra debba fare vno terminato numero. Dico che chi cauarà il quadrato del detto numero, del quadrato della metà di detta quantità, & la radice del rimanente agiongerà della metà di detta quantità, hara la parte maggiore, l'altra fia detta metà più la radice del detto rimanente. Eſempi gratia ſia 8. la quantità diuiſa in due parti 5. e 3. che è la radice dell'vna in la radice dell'altra fa 15. per il numero terminato. Dico che ſi tolga la metà di 8. che è 4. & queſto ſi quadri fa 16. & di queſto quadrato ſi tragga il quadrato di 4. che è il numero terminato, che è 144. reſta 112. la cui radice cioè di 112 haremo la prima parte maggiore, cioè 4 con radice 112. che è 14. l'altra fia 4 più 14. cioè 18. & così haueremo la intento.

51 SE vna quantità fia diuiſa in due parti, che moltiplicata la radice di l'vna, della radice dell'altra debba rimanere vno terminato numero. Dico che chi moltiplica detto numero rimanente fia la congiuntione di dette due 8. sempre hara la differentia, che è da vna parte all'altra. Eſempi gratia poniamo che uu voglia diuidere 40 in due tal parti, che moltiplicata la radice di l'vna della radice dell'altra renda 4. Dico adunque che l'vna parte fia 24 l'altra 16. & dico che chi moltiplica 4. che è il numero cauato da vna radice all'altra, fia 8. che è la congiuntione delle due radici fia 8 per la differentia, ch'è da l'vna parte all'altra, & così ti reggerai le parti non ſai loro diſcorre, & ſempre operarai lo eſſempio.

52 NOtiſi ſe vna quantità fia diuiſa in due parti, che cauata la radice dell'vna della radice dell'altra habbia a reſtare vno terminato numero. Dico che chi cauarà il quadrato del detto numero terminato della detta quantità, & del reſto prenda la metà, & quella quadri, & queſto quadrato ſi vuol cauare del quadrato della metà di detta quantità, & la radice del rimanente agiongerà, & cauata della metà di detta quantità faranno le parti di detta quantità addimandate. Eſempi gratia ſiamo di 20 due parti, che cauata la radice dell'vna della radice dell'altra reſti 2. Dico che quadri 2 fa 4. cauato di 20 reſta 16. prendiamo la metà, che è 8. & quadrato fa 64. poi pigliamo la metà di 20. che è 10. & quadrato fa 100. poi di queſto cauane 64. reſta 36. & la radice di 36. agiongerà, & cauata della metà di 20 faranno le parti, cioè che l'vna fia 10 meno 6. che è 4. l'altra fia 10. più 6. che è 16. & così negli altri ſeguirai.

53 SE vna quantità fia diuiſa in due parti, che cauata la radice di l'vna della radice dell'altra reſti vno terminato numero. Dico che chi cauarà il quadrato della metà di detto numero della metà di detta quantità, & del reſto pigli la radice, & quella moltiplichi per il detto numero terminato, & quello che ſi cauarà della metà di detta quantità, & insieme le metà, l'altra fia la metà di detta quantità più quello che ſi produrrà. Eſempi gratia chi diceſſe diuidi 50 due parti, che cauata la radice di l'vna della radice dell'altra reſti 4. Dico che per trouar le dette parti ſi prenderà la metà di 4. che è il numero terminato ne vien 2. moltiplicato in ſe fa per 4. & queſto cauo della metà di 50. che è 10. reſta 16. del qual pigliarai la radice, che è 4. laqual dei moltiplicar per il detto numero terminato, che è 4. fiano 16. Fatto queſto cauo queſto prodotto della metà di 50. che è 25. reſtarà 9. & cauo fia la minor parte, l'altra fia 25 più 16. cioè 36.

54 SE vna quantità fia diuiſa in due parti, che preda la radice di l'vna, & la radice dell'altra giontegli facciano vno terminato numero. Dico che chi quadra il terminato numero, & di quel quadrato cauarà la detta quantità, & il rimanente anchora quadra, & queſto quadrato partirai per 4. & lo auenimento cauarà del quadrato della metà di detta quantità. Et la radice del rimanente vltimo aggiongerà, & cauata della metà di detta quantità faranno le parti, cioè la minore fia la metà di detta quantità meno la detta radice, la maggior fia la metà di detta quantità più detta radice. Eſempi gratia ſiamo di 20 due parti, che le loro agiunte facino 6 dico che per trouarli quadra 6 fa 36 cauato 20 reſta 16. quadrato fia 256. & partito in 4 ne vien 64. poi quadra la metà di 20. che è 10 fiano 100. & di queſto cauo 64 reſta 36. & la radice di queſto cauata di 10. fia la minor parte, cioè 10 meno 6. che è 4. & l'altra fia 10 più 6. cioè 16. & così verrà in numero.

55 SE vna quantità fia diuiſa in tre parti, come ti voglia. Dico che moltiplicar la prima nella ſeconda, & quello che ti aggiongerà alla moltiplicatione della ſeconda nell'altre due, poi queſta ſomma moltiplicata ſempre fia tanto quanto, che 2 moltiplicar ciaſcuna parte in l'altre due, &

aggiongere quelle multiplicationi insieme. Essempi gratia sia 12 diuiso in 3. & 4. & multiplica la prima in la terza, fa 12. poi multiplica la seconda in la prima fa 12. & la seconda in la terza fa 20. poi aggiongi insieme 12. & 12. & 20 fanno 44. duplicati fanno 84. quali lassa, poi multiplica la prima in 4. & fa 12. fanno 24. la seconda che è 4 in 3. & in 5. fanno 35. & la terza che è 5 in 3. & in 4. fanno 35 fanno che hai coli summa insieme 47. & 24 & 35 fanno 82 poco è manco quanto fu il duplicato resto.

56 Nchora se una quantità fu diuisa in quante parti si voglia. Dico che la multiplicatione si debbia fare insieme le due ghiotte con li quadrati di dette parti quella summa longhe fia il quadrato di detta quantità, coli diuisa. Essempi gratia sia 12 diuiso in 3 parti per il predetto, che fa 3. & 5. le multiplicationi di ciascuna nelle altre due ghiotte insieme fanno 84. come hauete di sopra, cioè 3 fia 4 fa 12. fanno poi 4 fia 5 fa 20. fanno 12. poi 3 fia 5. & fia 4 fanno 15. che aggionti insieme fanno 84. poi li quadrati di 3. di 4. & di 5. aggionti insieme fanno 50. da giongere con 84. fanno in summa 134. per il quadrato del detto 12.

57 Se una quantità fu diuisa in due parti, che partin l'una per l'altra, & l'altra per l'una, li duoi multiplicati aggionti insieme, & partito la summa di quadrati in dette due parti per la summa di detti multiplicati ne debbe uenire uno determinato numero, & dopoi la diuisa un'altra quantità qual si sia per ciascuna di dette parti, & gli multiplicati gionti insieme. Dico che ni parte, ouer parti fia la prima quantità, che fu diuisa, della summa di detti duoi ultimi multiplicati, quali fanno insieme, che uenin partendo la summa delli quadrati per la summa delli detti duoi primi multiplicati, all'altra quantità, che partiti per le dette parti fanno. Essempi gratia fummo di 12 due parti, che partin l'una per l'altra, & l'altra per l'una gli multiplicati giunti insieme, e per quello partin la summa delli quadrati delle dette due parti ne uengon 170. & dopoi partito 24 per ciascuna delle dette parti, & gli multiplicati giunti insieme fanno 144. dico che ni parte, ouer partirà 12 di 144. quali fanno 60 di 144. che fanno, & l'altra di 84. & l'una parte di 12 è 84 l'altra è 60 che partite l'una per l'altra, & l'altra per l'una gli multiplicati fanno 144. & la summa delli quadrati fanno 170. che partita per 84 ne uiene 2. & dopoi partito 24 per 2. & per 60 gli multiplicati giunti fanno 144. che è il proposito.

58 Se una quantità fia diuisa in due parti, & dopoi si habbia 2 numeri, che debbino esser partiti in dette due parti, cioè uno per una, & che li detti multiplicati debbino fare uno terminato numero multiplicati l'uno contra l'altro. Dico che chi parte li detti numeri trouati nella detta quantità, & gli multiplicati multiplicar l'uno con l'altro, & la summa ferma, & partito poi il prodotto delli duoi primi multiplicati nella summa ferma, che si terminato numero, ne debbia uenire uno terminato numero. Dico che chi fa della detta quantità due parti, che partin la detta quantità per ciascuna, & li duoi multiplicati giunti insieme faccia il terminato numero, che ne debbe uenire. Sempre hauera le prime due parti della detta quantità diuisa. Essempi gratia siano di 12 due parti, che partino 60 per le dette parti, cioè una parte, parta uno di detti numeri, & multiplicati li duoi numeri uno nell'altro faccia 6. & partili poi 60 per 12. & li duoi numeri multiplicati uno nell'altro, e partito 6 in quello prodotto ne uengon 7½, dico che l'una fia 2 e l'altra 10. & per ancora bella 2 dire. Fummo di 12 due parti, che partino detto 12 per ciascuna gli multiplicati giunti insieme faccino 7½, & una fussino 3 una, e però dico che partino 60 per 2 e 10 sempre gli numeri uno fia l'altro fian 6. & partili come ne uoglie parti 6 per 2. ne uien 3. e 60 per 10 ne uien 2. che multiplicate fia 3 fian 6. ouero uoglie partir 6 per 10. ne uien ⅗. e 60 per 2 ne uien 30. che multiplicato l'uno contra l'altro fanno ancora 6. che uolendo come si uoglia rendi il medesimo, poi dico che ne parti 60 per 12. ne uien 5. e ⅖. che multiplicati uno nell'altro fanno ⅖, e per questo partito 60. che quello prodotto ne uien 7½, che dà questo, e tanto anchora ci uenira se ne parti 12 per ciascuna di dette parti, cioè per 2. e per 10. accioche che ne uenia 60 e 2½, che aggionti insieme fanno finalmente 7½, come l'altro, e fa ben fatto accioche maggiori dottrina per questi fondamenti hanno le conclusioni.

59 Se una quantità fia diuisa in due parti, come si voglia sempre la multiplicatione di una parte in l'altra fara la radice del quadrato di una nel quadrato dell'altra. Essempi gratia fia 12 la quantità in 10. & 2. diuisa, dico che 10 fia 20. che è la radice del quadrato di 400. che è 20. multiplicato nel quadrato di 4. che è 16. che fanno 320. fia 320. che fanno 17920. di che 136 fia la sua radice.

60 Se saranno due quantità, che l'una si parta per l'altra, & lo numero si ferua, e poi si multiplichi l'una nell'altra, e quello che fa multiplicati per lo numero seruato. Questo ultimo prodotto sempre fara equale al quadrato di quella quantità, che si partia nell'altra. Essempi

gratia

grani fano 1 4/5 & le due quarte parti 1 4/5 in 7 ne vien 2. quali falsa, poi multiplico 1 4/5 & 7 fa 9 8. qual multiplico per 2. che fu fatto fier 1 96. e tanto anchora fara il quadrato della quantità dimandata, cioe di 14. qual finalmente è 196. Potrebbi anchora dire una quantità divisa in due parti, come si voglia. Con le medesime conditioni fara lo effetto, come di sopra, & con fara nella fraude.

6. SE una quantità fia divisa in due parti, come si voglia, di poi la detta quantità per ogni una di dette parti, & quelli accrescimenti giongerai insieme sempre faranno 2 piu, che non era una parte nell'altra, & l'altra per l'una, & li detti accrescimenti giongerai insieme. Essempi gratia fia 14 divisi in 2. 6 parti 1 4 in 6. fa vien 1 2/3 partito in 4. ne vien 2 1/2 che aggionti insieme fanno 4 1/2. poi parti 8 in 6. ne vien 1 1/3 & 6 in 8. ne vien 1 1/2. che aggionti insieme fanno 2 5/6. qual dico esser men 3. che la summa fatta, & quello è quello, che volemo insegnare.

6. NOtisi se una quantità si multiplica per due altre quantità il congiunto di quelle multiplicationi partito per la superficie delle due altre quantità lo accrescimento fatto nella somma delli detti accrescimenti della prima quantità partita nelle altre due si operano. Essempi gratia dimando: 6 per 4. & per 2. ne vengono 4. & 2. che in somma sono 6. quali fatta, poi multiplico 2 & in 4. & in 8. fanno 64. & 1 & 8. che aggionti insieme fanno 192. quali dei partire per 4 fia 48. & per 2 ne vengono 6 per la somma fatta, & non falsa.

Fine del sesto libro.

LIBRO SETTIMO DELLA SECON-
DA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nel qual si tratta delle Proportioni, & Proportionalita, & delli quat-
tro atti della pratica di quelle, con molte nuoue regole dal pre-
sente Autor ritrouate sopra tal materia.

ANCHOR che Euclide nella terza diffinitione del quinto habbia diffinito, che cosa sia Proportione, & Proportionalita, con tutti gli altri conuenienti termini, nondimeno per satisfare a quelli, che non hanno forsi visto, ouer frequato il detto Euclide, registraremo, & dichiaremo tai diffinitioni in questo luogo, ma sotto brevita cominciando prima a diffinire, che cosa sia Parte, & dapoi seguitaremo di mano in mano, solamente in quelle cose, che alla pratica conosceremo essere vtile, ouero necessarie.

Che cosa sia Parte. Cap. I.

PARTE s'intende essere la quantita minor della quantita maggiore quando che la detta minore numera, ouer misura la maggiore. La specie delle parti sono due vna è detta parte (largo modo parlando senza altra conditione) & questa è quella, che suppone Euclide nella vltima cõmuna sententia esser (solamente) minore del suo tutto, ouer che ogni tutto è maggiore delle sue parte senza altra conditione, cioe misurãdo, o non misurando il suo tutto, & questa tal parte il Campano la chiama parte aggregatiua, perche tolta vn certo numero di volte insieme cõ qualche altra quãtita da lei diuersa costituisse il suo tutto. La altra specie di parte (piu propriamente parlando) è questa che si diffinisse in questo luogo (per bocca di Euclide) cioe quella che misura il suo tutto. Essempi grata 6 diremo esser parte propria di 12. perche il detto 6 misura il detto 12 precisamente due volte, & tal parte in pratica si dirìa la mita, & si rappresentaria in questo modo $\frac{1}{2}$, come nella rappresentatione di rotti fu anchor detto, similmente per questa diffinitione diremo 4 esser parte di 12. perche il detto 4. numera, ouer misura precisamente il detto 12 tre volte, & tal parte saria detta il terzo di 12. & tal terzo si rappresentaria in questa forma $\frac{1}{3}$ (come nella rappresentatione di rotti fu anchor detto) & cosi per le ragioni dette 3 saria il quarto di 12. & si rappresentaria in questo modo $\frac{1}{4}$, & cosi discorrendo, & tal specie di parte per differentiarla con parole dall'altra communa è detta parte multiplica, perche tolta vn certo numero di volte fa il suo tutto, alcuni altri gli dicono parte aliquota, per le medesime ragioni, cioe perche tolta vn certo numero di volte resta il suo tutto.

Che cosa sia Multiplice.

2 MVltiplice si dice esser la quantita maggiore della menore, quando che la detta menore misura la maggiore. Essempi grata il 12 s'intende esser multiplice di 6. perche il detto 6 misura precisamẽte due volte il detto 12. & tal multiplice si chiamaria doppio al detto 6. & per le medesime ragioni il detto 12. s'intendera multiplice del 4. & direbbesi esser treppio, & cosi il detto 12 di 3. si diria quadruplo, & cosi discorrendo in tutti gli altri simili.

Che cosa sia Proportione.

3 LA proportione è la conuenientia di due quantita di vno medesimo genere, dell'una all'altra. Due quantita di vn medesimo genere s'intende, che ambedue siano, o due linee, o due superficie, o duoi corpi, o duoi tempi, o duoi suoni, o duoi numeri, perche non si potria dire, che vna linea fusse maggiore, ne menore, ne eguale a vna superficie, ne a vn corpo, ne a vn tempo, ne a vn suono, perche solamente quelle cose, che sono di vn medesimo genere sono comparabile.

La conuenientia mo di dette due quantita è questa, che l'una di quelle necessariamente è maggiore, ouer menore, ouero egual a l'altra, & questo è il proprio della quantita.

Della Proportione di egualita.

4 LA conuenientia delle quantita eguali, come saria a dire da 1 a 1. ouer da 2 a 2. ouer da 3 a 3. ouer da 4 a 4. & cosi discorrendo, & non solamente nelli numeri, ma nelle linee, superficie, corpi,

compi, nona, luoghi, tempi, modi, pesi, & nelle potentie, & altre è detta proportione di equalità, & questa dal proportione di equalità, come affermano Boetio Severino, Giorgio Valla, & altri è indubitabile, & è come principio della proportione della inequalità.

Delli generi delle proportioni della inequalità.

5 LA conuenienza delle quantità inequale è detta proportione d'inequalità. I generi di questa proportione d'inequalità sono duoi, l'uno è detto maggior inequalità, & l'altro menor inequalità, la maggior inequalità è quando, che il fin la comparatione del maggior termine al menore, come farà da 2 a 1. ouero da 3 a 2. ouero da 4 a 3. & così discorrendo. La menor inequalità è quando, che la comparatione si fa dal menor termine al maggiore, come sarà 1 a 2. ouer 2 a 3. ouer 3 a 4. & così discorrendo, e però si vede, che a questi duoi generi di proportioni, si oppone la equalità, laqual equalità vien quasi a esser mezzo, & comun termine in questi duoi generi di proportioni, perche le proportioni della maggior inequalità discendendo si vengono ad approssimare alla equalità, e per il contrario ascendendo si vanno allontanando da quella, ma nelle proportioni della menor inequalità si vede seguir al contrario, perche ascendendo gli si vengono ad approssimare alla detta equalità, & discendendo gli si vengono discostando, ouero allontanando da quella, come di sopra si farà manifesto.

Delle specie della maggior, et della menor inequalità.

6 LE specie di della menore, come della maggiore inequalità sono due, l'una è detta rationale, & l'altra è detta irrationale, la rationale è quella, che è fra come da numero a numero, come farà (nella maggior inequalità) da 2 a 1. ouer da 3 a 2. ouer da 4 a 3. & infinite altre simili, & nella menor inequalità, come da 1 a 2. ouer da 2 a 3 ouer da 3 a 4. & infinite altre simili. La irrationale (nella maggior inequalità) è come farà dalla radice di 10 alla radice di 9. ouer dalla radice di 12. alla radice di 9. ouero come farà da 6 alla radice di 35. ouer dalla radice di 12 a 11. & infinite altre simili nella menor inequalità, come farà dalla radice di 2 alla radice di 10. ouer dalla radice di 4. alla radice di 12. ouer come farà dalla radice di 35 a 6. ouer da 11 alla radice di 13. & infinite altre simili, & non folamente fra le radici quadre, ma in tutte le sorti di radici fra loro incommensurabile.

Delle specie della maggiore, et della menore inequalità rationale.

7 LE specie delle proportioni della maggior inequalità rationale sono cinque, cioè tre semplici, & due composte, la prima delle tre semplici è detta multiplice, la seconda superparticolare, la terza superpartiente, delle due cõposte l'una è detta multiplice superparticolare, et l'altra multiplice superpartiente. In queste medesime cinque specie si divide ancora la menor inequalità, ma per distinguere dalle altre cinque li nostri antichi gli aggiongono a quella propositione sub (che vuol dir sotto) dicendo sub multiplice, sub superparticolare, sub superpartiente, sub multiplice superparticolare, sub multiplice superpartiente, & così ogni proportione rationale, egli è necessario, che la sia in una di queste cinque, & cinque specie, egli è ben vero, che ciascuna delle dette cinque, & cinque specie, si divide in infinite individue, ouero particolar proportioni, perche la prima specie detta multiplice si divide in infinite proportioni multiplice, la prima, & minima delle quali è detta proportion doppia, & questa è quando, che il primo termine (detto antecedente) contiene due volte il secondo detto conseguente, cioè come è da 2 a 1. la seconda è detta tripla, & questa è quando, che il primo termine contiene tre volte il secondo, cioè come da 3 a 1. la terza quadrupla, cioè come da 4 a 1. la quarta quintupla, cioè come da 5 a 1. & così in sestupla, settupla, ottupla, nonupla, decupla, & così procedendo in infinito, similmente la seconda specie (chiamata superparticolare) si divide in infinite proportioni superparticolari, la prima, & minima delle quali, da nostri antichi è detta sesquialtera, & questa è quando che il primo termine (detto antecedente) contiene il secondo (chiamato conseguente) una volta, e mezza, cioè come da 3 a 2. la seconda poi è detta sesquiterza, & questa quando che l'antecedente contiene il suo conseguente una volta è $\frac{1}{3}$, cioè come sarà da 4 a 3. & così la terza è chiamata sesquiquarta, cioè come da 5 a 4. & la quarta è detta sesquiquinta, cioè come da 6 a 5. & dipoi seguita la sesquisesta, la sesquisettima, la sesquiottava, & così discorrendo in infinito. La terza specie detta superpartiente si divide per in infinite proportioni superpartiente la prima, & minima, delle quali da nostri antichi è chiamata superbipartiens tertias, & questa è quando che l'suo antecedente contiene il suo conseguente una volta, & $\frac{2}{3}$, cioè come sarà da 5 a 3. la seconda è detta superpartiens quartas, & questa è quando che l'antecedente contiene il suo

S

Equalità
1. 1 1.
2. 1 2.
3. 1 3.
4. 1 4.
5. 1 5.
6. 1 6.
7. 1 7.
Et così procedendo in infinito.

Maggior inequalità
2. 1 1.
3. 1 2.
4. 1 3.
5. 1 4.
6. 1 5.
7. 1 6.
Et così procedendo in infinito.

Menor inequalità
1. 1 2.
2. 1 3.
3. 1 4.
4. 1 5.
5. 1 6.
6. 1 7.
Et così procedendo.

Proportioni irrationali
10. 1 & 9.
& 12. 1 & 11.
6. 1 & 35.
& 35. 1 & 6.

& 9. 1 & 10.
& 11. 1 & 12.
& 12. 1 & 13.

conſequente vna volta, & ½, cioe come da 2 a 4. la terza è chiamata ſuper quadripartiens ſeptimas, quella è quando, che l'antecedente contiene il ſuo conſequente, vna volta, & ⅔, cioe come fa tra da 3 a 5. & coſi diſcorrendo in infinito. La quarta ſpecie chiamata multiplice ſuperparticolare ſi diuide per in infinite proportioni multiplice ſuperparticolari. La prima & minima, delle quali da noſtri antichi è detta doppia ſeſquiterza, & queſta è quando che l'antecedente contiene il ſuo conſequente due volte, e ⅓, cioe come fanno a dire da 5 a 3. la ſeconda è chiamata tripla ſeſquiterza, & queſta è quando, che l'antecedente contiene il ſuo conſequente tre volte, e ⅓, & coſi quando, che l'antecedente contiene il ſuo conſequente quattro volte, e ⅓, & chiamata da gli antichi quadrupla ſeſquiterza, & coſi ſi può andar procedendo in infinito variando la multiplica, & la parte. La quinta & vltima ſpecie (detta multiplice ſuperpartiente) ſi diuide in infinite proportioni multiplice ſuperpartiente la prima, & minima d'eſſe quali da noſtri antichi è detta doppia ſuperbipartiens tertias, & queſta è quando, che l'antecedente contiene il ſuo conſequente due volte, & ⅔, cioe come ſaria da 8 a 3. la ſeconda è detta tripla ſuperbipartiens quartas, & queſta è quando, che l'antecedente contiene il ſuo conſequente tre volte, e ¾, cioe come ſaria da 13 a 4. & coſi quando che lo antecedente contiene il ſuo conſequente cinque volte, & ⅘ ſi detta quintupla ſuperbipartiens ſeptimas, che volgarmente ſi detta quintupla, & ⅘, & coſi ſi poteria proceder in infinito.

Come ſi diuide ciaſcuna delle cinque ſpecie della minor inequalita rationale.

IN quelle medeſime maniere inſtituite, cioe particolar proportioni ſi diuide ciaſcuna delle cinque ſpecie della minore inequalita, che è detto dietro, & detto di ſopra di ciaſcuna di quelle della maggior inequalita, cioe che non vi è altra differentia, ſalvo che in quelle della maggior inequalita ſi fa la comparatione del maggior termine al minore, come per li ſuoi eſempij di ſopra poſti appare, & in quella minor inequalita ſi fa la detta comparatione del minor termine al maggiore, intendendoſi nè proferir le dette proportioni la ſopranotata propoſitione ſubintesa (che vedi di ſotto) cioe alla prima, & minore delle ſue multiplice, laquale da gli antichi è detta ſub tripla, & queſta è quando, che il primo termine (detto antecedente) contiene il ſecondo termine (detto conſequente) ⅓ volta, cioe come ſaria 2 dire da 1 a 3. & la ſeconda è detta ſub octupla, & queſta è quando che parendo l'antecedente per il conſequente di tal parimento ne vien ⅛, cioe come ſaria comparando 1 a 9. & coſi quando, che parendo l'antecedente per il conſequente, che di tal parte ne vien ⅑, ad proportione da noſtri antichi è detta ſub quadruple, & coſi quando, che di tal parte ne vien 1/10 è detta ſub quintuple, & per 1/11 ſub deſtuple, & coſi diſcorrendo in infinito.

La ſeconda ſpecie detta da noſtri antichi ſub ſuperparticolare ſi diuide per in infinite ſpecie, la prima è detta da noſtri antichi ſub ſeſquiterza, & queſta è quando, che parendo l'antecedente per il ſuo conſequente di tal parimento ne vien ⅔, cioe tal comparatione è come ſaria da 2 a 3. La ſeconda poi è detta ſub ſeſquiquarta, & queſta è quando, che parendo l'antecedente per il ſuo conſequente di tal parte ne vien ⅘, cioe tal comparatione ſaria, come da 5 a 4. & coſi la terza, quale è detta ſub ſeſquiquinta, & queſta è quando, che parendo l'antecedente per il ſuo conſequente di tal parimento ne vien ⅚, cioe tal comparatione ſaria, come da 6 a 5. & coſi ſi debbe intendere della ſub ſeſquiquinta, over ſeſta, over ſettima, & coſi diſcorrendo in infinito.

La terza ſpecie detta da noſtri antichi ſub ſuperpartiente ſi diuide per in infinite inclinate, over particolari proportioni, la prima è detta ſub ſuperbipartiens tertias, & queſta per altre parole è come ſaria 3 a 5. & coſi la ſub ſuperpartiente quartas, cioe come da 4 a 7. & coſi procedendo in infinito.

La quarta ſpecie detta da noſtri antichi ſub multiplice ſuperparticolare. La prima è detta ſub dupla ſeſquiterza, & ſi deſcriue al contrario della dupla ſeſquiterza, & come ſi è viſto qui ſopra deſcritta, cioe come ſe la comparatione ſi faceſſe da 3 a 5. & coſi la ſub tripla ſeſquiterza, ſi forma al comparatione al contrario della tripla ſeſquiterza, cioe ſe la comparatione ſi faceſſe in queſta forma 4 a 7. & coſi diſcorrendo in tutte le altre.

Medeſimamente la quinta, & vltima ſpecie detta da noſtri antichi ſub multiplice ſuperpartiente ſi può diuidere in infinite particolari proportioni, le comparationi delle quali ſi fanno al contrario de gli eſempij poſti ſopra la multiplice ſuperpartiente, cioe alla ſub dupla ſuperbipartiens tertias ſi fa la comparatione in queſto modo, come da 5 a 3. & alla ſub quintupla ſuperpartiens quartas ſi fa la comparatione ſi, come da 4 a 9. & coſi diſcorrendo in tutte le altre.

Come ſi debbe pronontiar tutte le dette ſpecie di proportioni nella noſtra volgar lingua Italica.

SOncorto che molti si marauigliarano per hauer io pronontiate le sopra narrate specie di proportioni, parte latinamente, come costumano li nostri scolchi mathematici, & parte volgarmente, & parte mista di volgar & latino. Il che ho fatto perche i moderni (per carestia di conuenienti vocaboli volgari) si costuma in volgari. Ma che ben considerata la 15. & 16. diffinitione del 7. del nostro Euclide volgare si conuenga il modo generale di saper pronontiare, & denominare ogni specie di proportione razionale in ogni sorte di lingua, perche lui dice nella 15. diffinitione, che la proportione del numero menor a vn numero maggiore, si dice in quello che luie parte, ouero parti del detto maggiore, & quasi quel medesimo replica nella 16. diffinitione, e però se vorremo pronontiare, ouero denominare la proportione, chi è da 1. a 2. diremo quella esser la mitta, perche partendo 1. per 2. ne vien $\frac{1}{2}$, & cosi nominemo il detto denominatore di tal proportione, & se vorremo sapere, ouero pronontiare, che proportione sia da 2. a 3. diremo quella esser $\frac{2}{3}$, & cosi quella da 2. a 4. diremo quella esser $\frac{2}{4}$, & cosi volendo sapere, ouero pronontiare la proportione, che è tra 3. a 5. diremo quella esser $\frac{3}{5}$, ma è piu elegante a proferirla (tacendo il rotto) cioe per $\frac{}{5}$, & cosi seguirai in tutte le proportioni della menor inequalità, nellaquale sempre si fa comparatione del menor termine al maggiore, & intenderai, che tal rotto si chiama denominatore di tal proportione. Poi per le comparationi, che si fanno dal termine maggiore al menore, si dette Euclide nella medesima 15. diffinitione del 7. seguendo dice. Ma la proportione del maggiore al menore si dice in quello (cioe in quel numero) secondo, & quale il maggiore contiene il menore, o parte, o parti di quello, e però volendo noi sapere, ouero pronontiare la proportione, chi è da 2. a 1. parimente si dette = per quel 1. & perche vediamo che il detto 2. contiene due volte quel 1. diremo tal proportione esser dopla, ouero che diremo il detto 2. parte due volte del detto 1. & che si nominemo di tal parte è detto denominator di tal proportione per esser quello in che si debbe proferire tal proportione, come di sopra è stato detto, & quasi il medesimo replica nella 16. detto Euclide. Essi la proportione di 2. a 4. perche il 4. contiene due volte il detto 2. diremo il detto 2. esser contenuto, ouero tre volte esso del detto 4. & cosi volendo sapere la proportione, chi è da 3. a 4. diremo, (per esser precedente) per 3. (consequente) & troueremo, che ne vorrà $\frac{3}{4}$, & cosi diremo 3. esser tre volte esso, e $\frac{3}{4}$ di 4. cioe che diremo il 4. contiene $\frac{3}{4}$ del detto 3. & quel $\frac{3}{4}$ si chiama denominatore di tal proportione, & con tai modi di dire si vien a proferire la loro proportione con il loro nominamento, e però tal nominamo è detto denominator di tal proportione, che che sia specie di proportione razionale, si della maggiore, come della menore inequalità, si proferisce, & denomina in questa specie di maniera, cioe vien a partire l'antecedente per il consequente, & tal nominatore è detto denominatore di tal proportione, & per antecedente s'intende quel numero, che si compara, & per consequente s'intende quello, al quale vien fatta la comparatione.

Come si rappresentano ogni particolar specie di proportione in scritto.

20 Le particolar specie di proportioni si costumano da rappresentare in tre diuersi modi, il primo diremo è il modo de gli Arabi, che procedano dalla banda destra alla sinistra. Il secondo è il modo de gli Italiani, cioe ponendo l'antecedente dalla banda destra, & il consequente verso la sinistra, cioe volendo rappresentare ponemo una proportione dopla figurandola di tal termini in questa forma 1 2. cioe al contrario del nostro scriuere. Et questo modo è stato vsato in molti luoghi da Frate Luca. Il secondo modo è al contrario di quello de gli Arabi, perche ponendo lo antecedente verso la banda sinistra, & il consequente verso la destra secondo l'ordine del nostro scriuere, cioe volendo rappresentare la detta dopla la notaremo in questo modo 2 1. & questo è quello che più costumano per esser secondo l'ordine del nostro scriuere, & cosi volendo rappresentare una subdopla noi la rappresentaremo in questa forma di 2 1. laqual subdopla pigliando il secondo il modo de gli Arabi sarà 1 2. & vltimo modo (qual è molto vsato da molti, & da altri) è di tal sorte, che ponendo lo antecedente sopra una virgola in forma di rotto, & il consequente di sotto di detta virgola, cioe volendo rappresentare la detta dopla la notaremo in questa forma $\frac{2}{1}$, & volendo rappresentare una subdopla la rappresentaremo al contrario, cioe la figuraremo in questo modo $\frac{1}{2}$, & questo modo per che seguita quello, che si proferisce con la voce latinamente, perche a questa $\frac{1}{2}$ diremo una dopla,

perche quello chi è sopra la virgola è doppio a quello, che egli è sotto, & multiplica nella prima dirà, ò dirremo col ½ sig. multiplicar 2 nega, & così 2 quella ½ diremo una volta, & 2 quella ½ una volta, & 2 quella ¼ una volta, & così successivamente in multiplicando nella prima specie detta multiplice, & così volendo rappresentare la subsuperbipartiente nella proposta forma ½ (qual cosa molto corrisponde a quello, che proferemo in voce, perche volendo dire quello, chi è sotto la virgola è doppio a quel di sopra, & questo si direbbe una metà, & quello nella nostra scrittura segnata sarà quel modo, che si segna sucide nella detta 2, & 3 differentiarum 6 & 7 numero di sopra. Et così volendo rappresentare una subquadruplapotiente nostra nella forma ¼ (che dirà una quarta) & così volendo rappresentare una subquadruplapotiente nostra nella forma ½ (che dirà una quarta) & così procederemo in tutte le altre specie della submultiplice. Il medesimo osserveremo nella seconda specie detta superparticolare, & nella subsuperparticolare, perche volendo rappresentare una subsesquialtera si nostra nella forma ½, & la subsesquitertia si nostra nella forma ⅓, & la subsesquiquarta si nostra nella forma ¼, & così successivamente in quelle altre forme ⅕, & la subsesquisesta si nostra nella forma ⅙, & la subsesquisettima si segnarà in quella forma ⅐, & così successivamente (come si dirà) si nostra in quella forma ⅛, & la subsesquinona si segnarà in quella forma ⅑, & così successivamente in tutte le altre subsuperparticolare, & nella subsuperpartiente, perche volendo rappresentare una subsuperbipartiente si nostra nella forma ⅔, & la subsupertripartiente si nostra nella forma ¾, & così successivamente in tutte le altre subsuperpartiente, & la subsuperbipartiente subsuperparticolare, & la subsuperbipartiente subsuperpartiente, & la subsuperbipartiente subsuperbipartiente, & la subsuperbipartiente subsupertripartiente, & la subsuperbipartiente subsuperquadripartiente, & così successivamente in tutte le altre subsuperbipartiente, & la subsuperbipartiente subsuperpartiente, & così successivamente in tutte le altre subsuperbipartiente, & la subsuperbipartiente subsuperbip

Le spetie della proportione multiplice sono le sopra scritte.

la proportione doppla è come da 2. a 1
la proportione tripla è come da 3. a 1
la proportione quadrupla è come da 4. a 1
la proportione quintupla è come da 5. a 1
la proportione sestupla è come da 6. a 1

la proportione settupla è come da 7. a 1
la proportione ottupla è come da 8. a 1
la proportione nonupla è come da 9. a 1
la proportione decupla è come da 10. a 1.
Et coll discorrendo in infinito.

Le spetie della proportione superpartiente sono le sopra notate.

la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{2}$ è come da 3. a 2
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{3}$ è come da 4. a 3
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 5. a 4
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{5}$ è come da 6. a 5
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{6}$ è come da 7. a 6
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{7}$ è come da 8. a 7.

la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{8}$ è come da 9. a 8
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{9}$ è come da 10. a 9
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{10}$ è come da 11. a 10
la proportione di vn tanto, e $\frac{1}{11}$ è come da 12. a 11.
Et coll procedendo in infinito.

Le spetie della proportione superpartiente sono le sopra segnate.

la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{3}$ è come da 5. a 3
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{4}$ è come da 6. a 4
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{5}$ è come da 7. a 5
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{6}$ è come da 8. a 6
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{7}$ è come da 9. a 7
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{8}$ è come da 10. a 8

la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{9}$ è come da 11. a 9
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{10}$ è come da 12. a 10
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{11}$ è come da 13. a 11
la proportione di vn tanto, e $\frac{2}{12}$ è come da 14. a 12.
Et coll procedendo in infinito.

Le spetie della proportione multiplice superpartiente sono le sopra scritte.

la proportione di 3 tanto, e $\frac{1}{2}$ è come da 7. a 2
la proportione di 3 tanto, e $\frac{1}{3}$ è come da 10. a 3
la proportione di tre tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 13. a 4
la proportione di tre tanto, e $\frac{1}{5}$ è come da 16. a 5
la proportione di 4 tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 17. a 4
la proportione di 4 tanto, e $\frac{1}{7}$ è come da 31. a 7.

la proportione di 5 tanto, e $\frac{1}{2}$ è come da 11. a 2
la proportione di 6 tanto, e $\frac{1}{7}$ è come da 43. a 7
la proportione di 7 tanto, e $\frac{1}{8}$ è come da 57. a 8
la proportione di 8 tanto, e $\frac{1}{9}$ è come da 73. a 9
la proportione di 9 tanto, e $\frac{1}{10}$ è come da 91. a 10.
Et coll discorrendo in infinito.

Le spetie della proportione multiplice superpartiente sono le sopra poste.

la proportione di 9 tanto, e $\frac{1}{2}$ è come da 19. a 2
la proportione di tre tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 13. a 4
la proportione di 4 tanto, e $\frac{1}{4}$ è come da 19. a 4
la proportione di 5 tanto, e $\frac{1}{5}$ è come da 29. a 5
la proportione di 6 tanto, e $\frac{1}{6}$ è come da 41. a 6
la proportione di 7 tanto, e $\frac{1}{7}$ è come da 57. a 6.

la proportione di 9 tanto, e $\frac{1}{8}$ è come da 69. a 8
la proportione di 9 tanto, e $\frac{1}{9}$ è come da 89. a 9
la proportione di 9 tanto, e $\frac{1}{10}$ è come da 111. a 9
la proportione di 10 tanto, e $\frac{1}{11}$ è come da 97. a 9.
Et coll proceduendo in infinito.

Le spetie della multiplice superpartiente sono le sopra scritte.

Le spetie della superpartiente sono le sopra segnate.

Le spetie della multiplice superpartiente sono le sopra poste.

La ragione equale è quella che è come da 1. a 1. & questa è sola
non ha proportione alcuna
Le specie della proportione multiplice superpartiente sono infinite procedendo
di sotto ordine in sotto ordine.

Le specie della proportione submultiplice superpartiente sono le sotto scritte.

la proportione detta $\frac{1}{2}$ è come da 1. a 2.
la proportione detta $\frac{2}{3}$ è come da 2. a 3.
la proportione detta $\frac{3}{4}$ è come da 3. a 4.
la proportione detta $\frac{4}{5}$ è come da 4. a 5.
la proportione detta $\frac{5}{6}$ è come da 5. a 6.
la proportione detta $\frac{6}{7}$ è come da 6. a 7.

la proportione detta $\frac{7}{8}$ è come da 7. a 8.
la proportione detta $\frac{8}{9}$ è come da 8. a 9.
la proportione detta $\frac{9}{10}$ è come da 9. a 10.
la proportione detta $\frac{10}{11}$ è come da 10. a 11.
Et così discorrendo in infinito.

Le specie della proportione submultiplice superparticolare sono le sotto notate.

la proportione detta $\frac{1}{3}$ è come da 1. a 3
la proportione detta $\frac{2}{5}$ è come da 2. a 5
la proportione detta $\frac{3}{7}$ è come da 3. a 7
la proportione detta $\frac{4}{9}$ è come da 4. a 9
la proportione detta $\frac{5}{11}$ è come da 5. a 11.
la proportione detta $\frac{6}{13}$ è come da 6. a 13.

la proportione detta $\frac{7}{15}$ è come da 7. a 15
la proportione detta $\frac{8}{17}$ è come da 8. a 17
la proportione detta $\frac{9}{19}$ è come da 9. a 19
la proportione detta $\frac{10}{21}$ è come da 10. a 21
la proportione detta $\frac{11}{23}$ è come da 11. a 23
Et così procedendo in infinito.

Le specie della proportione submultiplice superpartiente sono le sotto segnate.

la proportione detta $\frac{1}{3}$ è come da 1. a 3
la proportione detta $\frac{2}{5}$ è come da 2. a 5
la proportione detta $\frac{3}{7}$ è come da 3. a 7
la proportione detta $\frac{4}{9}$ è come da 4. a 9
la proportione detta $\frac{5}{11}$ è come da 5. a 11
la proportione detta $\frac{6}{13}$ è come da 6. a 13.

la proportione detta $\frac{7}{15}$ è come da 7. a 15
la proportione detta $\frac{8}{17}$ è come da 8. a 17
la proportione detta $\frac{9}{19}$ è come da 9. a 19
la proportione detta $\frac{10}{21}$ è come da 10. a 21
la proportione detta $\frac{11}{23}$ è come da 11. a 23
Et così profeguendo in infinito.

Le specie della proportione submultiplice superpartiente sono le sotto scritte.

la proportione detta $\frac{1}{4}$ è come da 1. a 4
la proportione detta $\frac{2}{6}$ è come da 2. a 6
la proportione detta $\frac{3}{8}$ è come da 3. a 8
la proportione detta $\frac{4}{10}$ è come da 4. a 10
la proportione detta $\frac{5}{12}$ è come da 5. a 12
la proportione detta $\frac{6}{14}$ è come da 6. a 14.

la proportione detta $\frac{7}{16}$ è come da 7. a 16
la proportione detta $\frac{8}{18}$ è come da 8. a 18
la proportione detta $\frac{9}{20}$ è come da 9. a 20
la proportione detta $\frac{10}{22}$ è come da 10. a 22
la proportione detta $\frac{11}{24}$ è come da 11. a 24
Et così discorrendo in infinito.

Le specie della proportione submultiplice sono le sotto scritte.

la proportione detta la unità è come da 1. a 2
la proportione detta $\frac{1}{3}$ è come da 1. a 3
la proportione detta $\frac{1}{4}$ è come da 1. a 4
la proportione detta $\frac{1}{5}$ è come da 1. a 5
la proportione detta $\frac{1}{6}$ è come da 1. a 6
la proportione detta $\frac{1}{7}$ è come da 1. a 7

la proportione detta $\frac{1}{8}$ è come da 1. a 8
la proportione detta $\frac{1}{9}$ è come da 1. a 9
la proportione detta $\frac{1}{10}$ è come da 1. a 10
la proportione detta $\frac{1}{11}$ è come da 1. a 11
la proportione detta $\frac{1}{12}$ è come da 1. a 12
Et così discorrendo in infinito.

Delli uarij modi, che si costuma a nominar la proportione.

22 LA proportione in molti modi si costuma nominarla, perche alcuni la chiamano ragione, altri gli dicono relatione, alcuni la dimandano habitudine, ouero conuenentia, & altri rispetto, alcuni altri gli dicono medietà, & altri proportione.

Come si conosce una proportione esser equale, over maggiore, ouero minore di un'altra.

23 VIdde nella decima settima diffinitione del settimo. Dice che le proportioni si dicono simile, ouero equale quando che hanno una medesima denominatione, & maggiore si dice esser quella proportione, che ha maggiore denominatione, & minore quella, che l'ha minore, & perche la denominatione di una proportione si dice in qual nome no, che se viene a partire l'antecedente per il suo conseguente (come fu detto in fine della 9 di questa) e però quando che la denominatione di due proposte proportioni saranno equale, quelle due proposte proportioni saranno equali, & se l'una sara maggiore dell'altra, quella, che harà maggior denominatione sara maggiore di quella che l'harà minore. Essempi gratia volendo sa pere se la proportione di 9 a 6 è maggiore, over minore, ouero equale a quella che è da 27 a 18. Bisogna il numero della denominatione della proportione di 9 a 6. il che trouarai partendo lo antecedente (cioe 9) per il suo conseguente (cioe per 6) di perche di tal partimento ne uenira 1½, & tanto sara il numero della sua denominatione (detto denominatore) hora quello trouarai il numero della denominatione, che è da 27 a 18. il che trouarai per partendo 27 per 18. il che fatto trouarai, che ne ne uenira per 1½, & perche il denominatore di questa seconda proportione è equale a quello dell'altra (perche l'uno, e l'altro è 1½) diremo la proportione di 9 a 6 esser simile, o uuoi dir equale a quella, che è da 27 a 18. In questi modo trouarai la proportione di 22 a 33 esser simile, ouero equale a quella, che è da 88 a 132. perche procedendo secondo il modo detto ne trouarai il denominatore dell'una, & dell'altra esser 1½. Et così con tal essempio ne darai la proportione, che è da 6 a 16. esser simile, ouero equale a quella che è da 9 a 24. perche la denominatione di una, & dell'altra trouarai esser 2½, perche a partir 6 per 1 6. & così 9 per 24 dal fatto, & dall'altro partirne uenira 2½. Similmente volendo sapere quale la maggiore proportione, o quella che è da 8 a 3. ouero quella che è da 52 a 20. Si così, trouarai il denominatore di quella, che è da 8 a 3. che partendo 8 per 3. trouarai esser 2⅔. trouarai similmente il denominatore di quella, che è da 52 a 20. che (partendo 52 per 20) trouarai esser 2⅗, & perche quello 2⅔ è minore di quel 2⅗, diremo la proportione di 52 a 20 esser minore di quella, che è da 8 a 3. ouero diremo la proportione, che è da 8 a 3. esser maggiore di quella, che è da 52 a 20 per le ragioni dette, similmente volendo sapere qual sia maggior proportione, o quella che è da 5 a 3. ouer quella, che è da 10 a 7. pari per l'antecedente 5. per il suo conseguente 3. & ne ne uenira 1⅔, quale fatto, poi partendo l'antecedente 10. per il suo conseguente 7. & ne ne uenira 1⅔, & perche il denominator 1⅔ è maggior del denominator 1⅔ (per le ragioni dette nel capo di sopra) diremo la proportione di 5 a 3 esser maggiore di quella che è da 10 a 7. che quella, che di sopra nella maggior inequalità, era maggiore, nella seconda inequalità è stata minore, perche di sopra fu trouato la proportione da 5 a 3. esser maggior di quella che è da 52 a 20. & finalmente li termini trouarai, che la proportione da 22 a 8 esser minore di quella che è da 10 a 25. & tutto quello dimostra specialmente Euclide nella 26 propositione del quinto. Et così con tal ordine potrai sapere di due proposte proportioni quale di loro sia maggior dell'altra, over che le sono fra loro equali, ouero simili, perche quando si dice, che una proportione è simile a un'altra s'intende anchora che quella è equale a tal altra, & anchora che quella è la medesima, che è quella tal altra, ouero che tal due proportioni sono una, & questo affirma Euclide nella 11 del settimo.

Nota che tutte le diffinitioni, & propositioni, che sono state allegate da Euclide, & che per l'auenir le allegaremo si debbono intendere del nostro tradutto in volgare, perche tal diffinitioni, & propositioni alle volte variano di numero nelli testi, o pero auertite.

Che cosa sia proportionalità, & disproportionalità, & quanta proportionale, & disproportionale.

24 LA proportionalità, come vol Euclide nella quinta diffinitione del quinto. Non è altro che una similitudine di proportioni, come essempi gratia perche la proportione, che è da 12 a 24. è

simile a quella, ch'è da 5 a 2 (per esser l'una, e l'altra eppia) hor dico che questa similitudine di proporzioni è detta proportionalità, & il loro 4 termini (per la quinta diffinitione del quinto) sono detti proportionali, & per la decima quinta del settimo. Similmente perche la proportione da 12 a 4, è simile a quella, che è da 6 a 2 (per esser l'una, e l'altra sua sesquialtera) ad similitudine di proportioni è per similmente proportionalità, & i loro 4 termini proportionali. Et così perche la proportione di 8 a 2 è simile a quella che è da 6 a 3 (per esser l'una, e l'altra sua sesquiterza) ad similitudine di proportioni è per nominata proportionalità, il medesimo s'intenderà quando saranno 5 over 4 over più proportioni simili. La diproportionalità è contraria alla proportionalità, cioè la è una dissimilitudine di proportioni, come essempi gratia la proportione di 3 a 2 è dissimile a quella di 6 a 4 (perche l'una è una sesquialtera, & l'altra è una equimultiplice, & così tutti i suoi termini, over quantità s'intendono diproportionali, & così si debbe intendere nelle altre simili.

Proportionalità
12 8 6
3 2 1

Proportionalità
18 2 12
6 2 4

Proportionalità
8 2 5
6 2 9

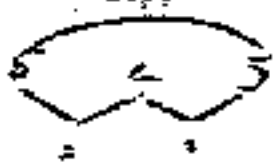
Delle specie delle proportionalità.

Vedemo che Euclide non parli (ch'io sappi) che della proportionalità geometrica, nondimeno alcuni filosofi, come nella Giorgio Valla, & Boetio Severino, allegano diverse specie di proportionalità, da loro dette mediate, cioè Aritmetica, Geometrica, Armonica, con altre sue specie, le quali per non esser al proposito di quello, che trattar intendo, da canto le lasciarò, & dichiarerò solo brevemente le tre prime, cominciando prima alla geometrica, perche a lei più vi si conviene (secondo il parer mio) quello nome di proportione, & proportionalità, di sopra delle dette. La proportionalità geometrica è quella, che di sopra è stata diffinita secondo Euclide, & essemplificata. La proportionalità aritmetica volendo procedere ingegnosamente bisogna prima dichiarire, che cosa sia proportione aritmetica, & la differentia, che ha da quella alla proportione geometrica. Dico adunque che la proportione geometrica universale ha dispetto (nella menor inequalità) che parte, over parti fa il menor termine del maggiore, & nella maggior inequalità si considera quante volte il maggior termine contiene il minore e parte, over parti di quello. Ma nella proportione aritmetica si considera solamente la differentia, che ha da un termine all'altro. Essempi gratia volendo proferire la proportione di quelli tre termini, cioè da 12, geometricamente diremo, che la comparatione di tai tre termini ellet doppia sesquiterza, ma aritmeticamente diremo la differentia di detti 12 termini esser 4, perche così ricerca la proportione Aritmetica (come al suo proprio luogo più abondantemente parleremo) cioè in quella si considera solamente la differentia, che è da un termine all'altro, e però a me mi pare, che non vi sia cosa alcuna, che ci astringa a dire proportione, ma dopoi che così è costumato fra matematici, così la chiameremo anchora noi, dicendo adunque la proportionalità (generalmente parlando) una similitudine di proportioni, o sieno aritmetici, over geometrici. Es perche la differentia, ch'è da 12 a 8 è equale alla differentia, che è da 8 a 4 (perche l'una e l'altra è 4) diremo queste due proportioni (aritmeticamente parlando) esser simili, & questa similitudine diremo esser proportionalità aritmetica, & così perche la differentia da 12 a 9 è equale a quella, ch'è da 8 a 5, ma proportioni (aritmeticamente parlando) sarano equale, & simile, & questa similitudine diremo esser proportionalità aritmetica. La proportionalità armonica è una similitudine di proportioni che gli estremi fra loro, & le proportioni, che sono fra le differentie di detti estremi, si come che le gli estremi saltano 6, & 2, & che'l medio termine sarà 4, in questa forma 6, 4, 3. Et quando che tai tre termini siano detti con ditione, che la proportione delli dui estremi (cioè dal 6 al 2) (che doppia sia simile a quella, che è dalla differentia del primo termine al medio (la qual differentia è 2) alla differentia del termine medio all'ultimo termine (la qual differentia in questo caso è 1) tal similitudine di proportioni è detta proportionalità armonica. Es perche li detti tre termini, cioè 6, 4, 3, hanno la detta condittione, cioè che la proportione di 6 al 3 (la qual è doppia) è simile alla proportione, che è dalla differentia del 6 al 4 (la qual è 2) alla differentia, che è dal 4 al 3 (la qual è 1) la qual è per doppia, e però diremo che tal similitudine di proportioni in tal modo sarà esser proportionalità armonica, & la proportione doppia, la qual è da uno all'altro diremo venire a dire dalla da quel medio a un'altra proportioni, cioè in quella, che è dal 6 al 4 (la qual è una sesquialtera) & in quella, che è dal 4 al 3, la qual è una sesquiterza, & perche anchora questi tre termini 12, 8, 6 hanno quelle condittioni, che si ricerca alla proportionalità armonica, cioè che la proportione del 12 (primo termine) al 6 (ultimo termine) è come che è dalla differentia del 12 al 8 (la qual è 4) alla differentia, che è dal 8 al 6 (la qual è 2, che l'una, & l'altra è sub doppia, e però diremo tal similitudine di proportioni esser proportionalità armonica. Et questi 3 termini, che formano la detta proportionalità armonica, & trovano per mezzo di tre termini continua nella progressione, over proportione aritmetica fino a tanto si voglia, che possano

Proportionalità Aritmetica
7 2 5
16 2 11

Proportionalità Aritmetica
12 2 7
18 2 13

Proportionalità Armonica doppia



doppia

Proportionalità Armonica subdoppia

subdoppia

Come si trovano tre termini nella proportionalità armonica.

Essempio

possiamo quelli tre 1. 2. 3. volendo con quelliure termini trouare tre altri nella proportionalita armonica multiplica il primo termine di detti tre 1. 2. 3 (cioe quel 1) fia il secondo (cioe fia 2) fara per 2 quel fara per il primo termine della ricerca proportionalita armonica, poi multiplica pur quel 1 fia il terzo termine, cioe fia quel 1 fara per 3 per il secondo termine della armonica proportionalita, fatto questo multiplica il secondo termine delli detti tre 1. 2. 3. (quel è 2) fia il terzo fara 6. per il terzo termine della armonica proportionalita, i quali 3 termini trouati faranno in questo modo 1. 3. 6. i quali se ben li considerai sono li medesimi sopra narrati (cioe nel secondo esempio) in detta proportionalita armonica, & così con tal modo ne puoi trouar infiniti, & acio meglio m'intendi pongo quelli altri tre nella arithmetica progressione, over proportionalita arithmetica 3. 6. 9. hor volendo con quelli tre formare tre altri nella proportionalita armonica multiplica il primo (cioe 3) fia il medesimo, & anchor fia il terzo, & dalli due multiplicationi tre ne venira 1 9. & 27. poi multiplica il secondo, cioe 6 fia il terzo, cioe fia 9 fara 54. quel posto appresso a gli altri duoi fanno 18. 27. 54. & così quelli tre termini se ben gli ultimi tre trouati siano nella proportionalita armonica, perche la proportione delli duoi estremi, & delle due differentie ester sub tripla, & con tal ordine ne puoi trouar infiniti.

Molte altre specie di proportionalita sono state ritrouate da nostri antichi filosofi, come dimostra Boetio Seuerino, Giorgio Valla, Michel Scotto, & molti altri, i quali per non esser al proposito di questo, che trattar intendo da parte lasciaremo.

Arithmetica progressione
1 2 3

Proportionalita Armonica subcontrapta
2 3 6
1 3

Subcontrapta Arithmetica progressione
3 6 9

Proportionalita armonica sub tripla
18 27 54
9 27

Sub tripla

Come che la proportionalita non puo esser costituita in manco di tre termini.

15 VEdesi nella decima diffinitione del quinto dire, che la proportionalita è costituita al manco fra tre termini, perche a formar la proportionalita vi occorre almeno due proportioni, come di sopra nella sua diffinition è stato detto, & a ogni proportione vi acade 2 termini, cioe vno antecedente, & vn consequente, adhe in due proportioni diffinite vi andaria 4 termini, cioe vno antecedente, & vn consequente per cadauna di loro, come sia in questo esempio triplo, cioe da 6 a 2. & da 9 a 3. onde tal proportionalita faria costituita fra 4 termini, come vedi, & tai termini sono detti (come vuol Euclide nella decima quinta diffinitione del sesto) & essendo la proportionalita costituita almanco fra 3 termini, perche alle volte due proportioni simili possono esser contenute in tre termini soli, come sariano questi tre termini 9. 6. 4. li quali sono continuati in proportione disequalem, cioe che la proportione da 9 a 6. è simile a quella che è dal 6 al 4 per esser l'uno, & l'altro (come è detto disequalem) per esser adonque fra questi tre termini due proportioni simili vi è proportionalita, & quel 6 (termine di mezzo) fa l'officio di consequente nella prima proportione, & nella seconda fa l'officio di antecedente, ma il primo termine, cioe il 9 è solamente antecedente, & il terzo termine, cioe il 4 è solamente consequente, ma il medio termine (cioe quel 6) è quel che copula insieme ambe due proportioni, & tal termine medio vien a esser antecedente dell'una (cioe della seconda) & consequente dell'altra (cioe della prima) & così si manifesta la proportionalita è costituita almanco fra tre termini, il medesimo numero di termini, dove ma proportionalita puo esser costituita non si puo diffinire, ne assignare, perche si puo dare, & assignare infiniti numeri di proportioni simili, onde li termini di tal proportionalita fariano anchora infiniti. Ben è ben vero, che a vn determinato numero di proportioni vi si puo dare, & assignare il medesimo, & il minimo numero di termini, nelliquali tai proportioni possano esser costituite, perche due sole proportioni simili possono esser costituite al piu in 4 termini, & almanco in 3. come di sopra è stato detto, & essemplificato, & così tre proportioni simili al piu possono esser costituite fra 6 termini, come fariano quelle tre doppie diffinite 2 a 1. 6 a 3. 8 a 4. come vedi, che ciascuna di loro vien ad haver diffinitamente il suo antecedente, & il suo consequente, & almanco tai 3 proportioni possono esser costituite in 4 termini, come quelli 8. 4. 2. 1. il primo di quali (cioe quel 8) vien a esser solamente antecedente, & l'ultimo (cioe quel 1) vien a esser solamente consequente, & li duoi termini intermedii (cioe quel 4. & quel 2) sono antecedenti, & consequenti copulando le dette tre proportioni, & questo puo occorrere in ogni numero terminato di proportioni, dove che vi si puo assignare il minimo, & il massimo numero di termini in che possino esser costituite. Non ogni volta, che nominarem proportione, over proportionalita senza altro la si deb be intender geometrica, come ollerua Euclide, egli è ben vero, che quello, che si è detto della proportionalita geometrica si verifica anchora nella arithmetica, perche due proportioni arithmetice al piu possono esser costituite in 4 termini, come sono quelle due da 10. a 6. & da 12. a 8. & almanco possono esser costituite in tre termini, come sono quelle 12. a 8. 8. a 4. il medesimo si troua in piu

Proportionalita in 4 termini
6 4 3
9 6 3

Proportionalita in 3 termini
9. 6. 4.

Proportionalita di 3 proportioni costituite in 6 termini
2 1 1
6 3 3
3 2 2

Proportionalita di 3 proportioni in 4 termini almanco costituite
8. 4. 2. 1.

Proportionalita arithmetica di 2 proportioni 4 termini
12 10 6 4
12 8 4 0

Proportionalita arithmetica di 2 proportioni 3 termini
12. 8. 4.

numero di proportioni, & di quello al suo conueniente luogo piu abondantemente ragioneremo.

Che cosa sia proportionalita continua, & termini continui proportionali.

17 LA proportionalita continua, & termini continui proportionali in somma sono quasi una medesima cosa, perche l'un modo di dire si riferisce alle proportioni fatte continue, come di sopra si disse di quelle due diuerse termini, & l'altro a riferisce alli termini, che hanno le dette proportionalita continua, i quali termini sono detti termini continui proportionali (per la ottaua diffinitione del quinto di Euclide) conciosiache dieci termini continui proportionali (cioe che hanno la proportionalita continua) sono quelli che il primo termine è similmente antecedente, & l'ultimo similmente consequente, & ciascuno de gli altri intermedii seruano per antecedente, & per consequente, come sono quelli in continua proportionalita doppia 1. 2. 4. 8. 16. & quelli sono quelli che nelle progressioni si gli dicono termini nella progression geometrica, che per non esser anchora stato posto uso di proportioni, ne di proportionalita, per mancho di termini continui proportionali, di quello che habbiamo detto delle continue proportionalita geometrica, & termini continui proportionali si potranno intendere nella continua proportionalita aritmetica, & termini continui proportionali nella detta proportionalita aritmetica, come furono quelli numeri continui, che si vanno continuamente aggiungendo per 1. come 1. 2. 3. 4. 5. quali nelle progressioni si chiamano termini nella progressione aritmetica, ma di quelli al suo conueniente luogo piu abondantemente parleremo.

Termini continui proportionali in continua proportionalita doppia 1. 2. 4. 8. 16.

Termini continui proportionali nella aritmetica proportionalita cresciti per 1. 5. 7. 9. 11. 13.

Che cosa siano li termini, ouer radici delle proportioni.

18 TErmini, ouer radici delle proportioni (come diffinisce Euclide nella diffinitione del settimo) sono quelli numeri, alli quali è impossibile a poterne trouare alcuni in quella specie di proportione, che siano termini, ouer radici della proportione doppia per esser impossibile a potersi trouare duoi altri numeri in tal proportione doppia, siano pure di che si voglino, che hanno quella medesima proportione doppia, & sono meno di 2. & 4. a quello rispondo, che 2. & 4. non sono numeri fatti secondo la considerazione sopra detta, nella quale le vnita sono indiuisibile, ma sono come parti di esse unita, che diuidono vnita nella seconda considerazione sopradetta, come si è detto anchora nel numero di vnita, però quelli due numeri secondo nella nostra semplice, ouer loro seconda considerazione del multiplicare, & cosi per le medesime ragioni quelli duoi sono termini della proportione doppia 2. 4. & quelli della tripla 3. 9. & quelli della quadrupla 4. 16. & cosi bisogna intendere di tutte le altre specie di proportioni.

Li termini, ouero radici della proportione doppia sono 2. 2. 1.
Et della tripla sono 3. 2. 1.
Et della quadrupla sono 5. 2. 2.
Et della sestuplatera sono 4. 2. 2.
Et della sestuplacentesima sono 9. 2. 8.
Et cosi discorrendo.

Di duoi numeri proposti a sapere con regole generale conoscere se sono fra loro primi, ouer compositi, & se sono fra loro compositi sapere determinare il massimo numero numerante ambiduoi quelli.

19 SE duoi numeri proposti volendo trouare, ouer conoscere se sono fra loro primi, ouero compositi, & essendo compositi sapere determinare il massimo numero numerante quelli, questo facilmente lo farai per il modo dato sopra il settimo libro della prima parte, qual modo si caua della prima, & seconda del settimo di Euclide, il qual modo è di questa sorte, parti il maggior di detti duoi numeri per il minore, & dello remanente non facendo conto, ma solamente hauendo conto di quello, che sopra auanza, perche con quello che sopra di nuouo si debbe partire il partitore (cioe il numero minore) & con quello che sopra auanza in questo secondo partire si ne debbe partire quel secondo partitore, & con quello che sopra auanza, si ne debbe partire quel terzo partitore, & con quello che sopra auanza partire per quel quarto partitore, & cosi andando procedendo, ogni uolta, che tu troui un sopr'auanzo, con il quale partendo il partitore ancora si auanzi, ouer la vnita, certamente nulla, si per forte si auanza la vnita quelli duoi proposti numeri si dicono fra loro primi, & questo dimostra Euclide nella detta prima proposizione del settimo. Ma se per sorte si auanza nulla, quelli duoi proposti numeri saranno fra loro compositi, & il massimo numero numerante ambiduoi quelli sarà quel vltimo partitore, che nel suo partire auanza nulla. Et non questo dimostra Euclide nella seconda del detto settimo. Et per esser meglio in-

edo poniamo per esempio, che vogliamo sapere se questi dui numeri 153. & 97. siano primi fra lor, over compositi, & così pari il maggiore, cioe 153 per il minore, cioe per 97. ne verra 1. & ti auanzara 53. di quel numero 1. adoo se ne dara contro alcuno, perche non fa al proposito, ma si bisogna andar in tutti i partimenti, ma solamente del numero ne terremo conto, cioe di quel 53. perche con quello 53. bisogna partire l'ancian partitore, cioe quel 97. & ne ne verra 1. & ti auanzara 53. Et così con quello 53. partirai 53. ne ne verra 1. & ti auanzara 11. & cō quello 11 partirai 53. & ne ne verra 4. & auanzara 9. & con quello 9 partirai 11. & ne ne verra 1. & ti auanzara 2. & con quello 2 partirai 9. & ne ne verra 4. & auanzara 1. Et perche nell'auanzar la vnita, diremo li dui dati propositi numeri, cioe 153. & 97. esser fra loro primi, cioe che non si potria trouar altro numero, che la vnita, che potesse numerare contemporalmente ambiduoi quelli, & acio s'intenda il tutto, poniamo ancora che vogliamo sapere se quelli altri dui numeri 627. & 418. siano primi, over compositi fra loro, procederemo per, come nella precedente, cioe partiremo 627 per 418. & ne ne verra 1. & auanzara 209. dapoi partiremo 418 per quel 209. che ne auanzo, & ne verra 2. & auanzara nulla: & perche in cal partimento fatto per 209. ne è auanzato nulla, diremo li dati dui propositi numeri (cioe 627. & 418) esser fra loro compositi, & il maggior numero numerante contemporalmente ambiduoi quelli diremo esser quel 209. che fece il dato partimento netto, cioe che ne auanzo nulla, & questo con la esperienza se ne potrai chiarire, perche se partirai 418. per il detto 209 troverai che ne ne verra 1. & ti auanzara nulla, e però è degno che lo numero due volte esatte, finalmente partendo 627. per il detto 209. troverai che ne ne verra 3. & ti auanzara nulla, e però è degno, che lo numero perfettamente tre volte, e però sono compositi per la diffinitione di numeri compositi, che quel 209 fia quello il maggior numerante quelli, lo dimostra Euclide nella decima seconda propositione del settimo, & così ne gli ordini si potria verificare di tutti gli altri simili. Et non, che numerare, misurare, & partire, anchor che siano tre diversi (come ho detto sopra fatto del partire.) Ma perche si eleguiscono tutti per vn medesimo modo nella pratica si chiamano anchora tutti partire.

I tre numeri proposti a saper conoscere se sono contra se primi, over compositi, & se loro contra se compositi a saper assignare il maggior numero numerante quelli.

Volendo di tre numeri proposti certificarsi se loro contra se primi, over compositi, & se loro contra se compositi determinare il maggior numero numerante quelli. Primamente vederemo (per il modo detto nella precedente) se primo, & secondo di detti tre numeri siano contra se primi, over compositi, & se per sorte li dui detti duoi siano contra se primi senza dubbio tutti li detti tre numeri saranno fra loro primi. Ma se per sorte li detti duoi (cioe primo, & secondo) siano fra loro compositi, sia occulto il maggior numero numerante quelli, il qual numero numerante li proposti li detti duoi, se per sorte numerasse anchora il terzo di detti tre numeri proposti li detti tre numeri evidentemente saranno fra loro compositi, & il lor maggior numerante, sarà quel tale fra quel medesimo, che fu trouato numerar il primo, & il secondo. Ma se per sorte il detto numerante li duoi non numerara il terzo numero, bisogna per il modo detto nella precedente vedere se loro contra se primi, over compositi, & se per sorte fra contra se primi senza dubbio, li detti tre proposti numeri saranno fra loro primi, ma se per sorte il detto numerante li duoi, & il detto terzo numero delli tre proposti, saranno fra loro compositi, li detti tre proposti numeri saranno fra loro compositi. Hor per trouare il maggior numero numerante tutti li detti tre proposti numeri, trouarano per il detto modo detto nella precedente il maggior numero numerante il detto maggior numerante li duoi, & il già detto terzo di numeri proposti, & così trouaro tal numero, qual medesimo sara anchora il maggior numero numerante li detti tre proposti numeri. Essempi gratia volendo sapere se quelli tre numeri 323. 221. 209. siano fra loro primi, over compositi, et se loro cōposti trouar il maggior numero numerante quelli. Prima investigaremo la precedente del primo, & secondo (cioe 323. & 221) loro fra lor primi, over cōposti, & se per sorte fussero cōtra se primi, senza dubbio li detti 3 numeri saranno cōtra se primi, ma perche li detti 2 numeri 323. & 221. sono fra lor cōposti (per la precedente) & lor maggior numero numerante, quelli sara 17. loro quello vederemo se detto 209. & il 17 (che è il terzo numero di tre proposti) loro primi, over cōposti fra loro. Et se per sorte fussero primi, li detti tre proposti numeri saranno fra loro primi, ma perche li detti 17. & 209. sono fra lor compositi (per la precedente) & il maggior numero numerante, anchor quelli sara 17. Hor dico che questo 17. è il maggior numero numerante tutti li detti tre proposti numeri, cioe 323. 221. 209. & mano questo specialmente dimo-

Essempio primo

5
59
243 | 1
97
5
43
97 | 1
59
1
59 | 1
93
17
93 | 1
11
5
1
209
627 | 3
209
0
209
423 | 2
209
0
209
423 | 2
209
0
620
627 | 3
209

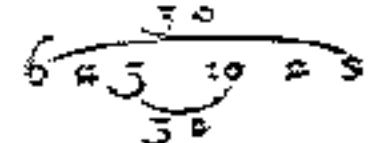
Essempio secondo

0
209
627 | 1
418
209 | 2
0
209
423 | 2
209
0
209
423 | 2
209
0
620
627 | 3
209

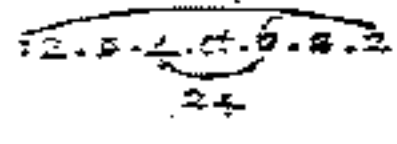
fra Euclide nella 20 del settimo, & con quel ordine si potrà fare di 4. overo di 5. overo di più Proposti numeri.

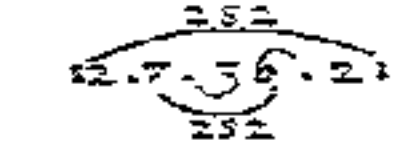
3 numeri proporzionali non continui.

4 altri numeri proporzionali non continui.

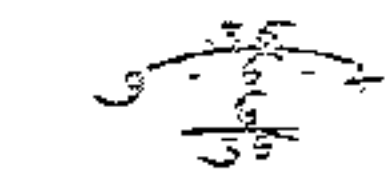


4 altri numeri proporzionali continui.

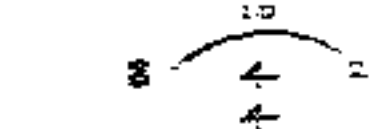


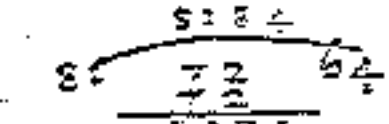


4 numeri continui proporzionali.

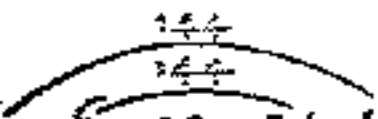


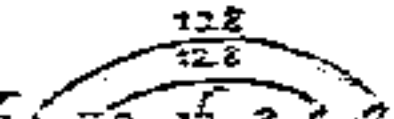
5 altri numeri continui proporzionali





6 altri numeri continui proporzionali





Vedesi nella 20 propositione del settimo, dimostrato che di tre numeri proporzionali, il prodotto che vien produtto dalla moltiplicatione del primo nell'ultimo fia eguale al quadrato che vien produtto dalla moltiplicatione del secondo nel resto, & al contrario, cioè che se per sorte quello che è produtto dal primo nell'ultimo è eguale al quadrato, che si produce dal secondo nel resto, tai quattro numeri fiano proporzionali, la qual cosa in questo luogo manifestamente (cioè con la esperienza) ho fatto manifesto fiano questi quattro numeri 6. 12. 24. 48. Dipoi si vede, che sono proporzionali, perche la proportione, che è da 6. a 12. è simile a quella ch'è da 24. a 48. per esser l'una, & l'altra sesquialtera (cioè che l'antecedente è una volta, e mezzo del suo consequente in ciascuna di loro). Hor dico che anco fia la moltiplicatione del primo (cioè del 6) nel vltimo (cioè nel 48) eguale alla moltiplicatione del secondo (cioè del 12) nel resto (cioè nel 24) la qual cosa si vede manifestamente, che de l'una, & l'altra moltiplicatione ne vien 288. & questo si trouerà valere in ogni altri numeri proporzionali si continui, come nei continui, come nel margine appare, & per dimostrare il contrario, cioè essendo posti questi 4 numeri 6. 12. 36. 72. & perche la moltiplicatione del primo fia nel quarto (cioè 6 fia 72) fia tanto quanto il secondo fia nel resto (cioè 12 fia 36) & perche l'una, e l'altra moltiplicatione fa 432. dirò li detti 4 numeri esser proporzionali, & questo volendone far la prova prendo le denominationi di queste proportioni fra loro eguali, quale denominatione si ben si vede fia 2. prendo a partire l'antecedente per il consequente in ogni proportione, & perche a partire 72 per 36. & così 36 per 12. dà l'una, & l'altra partitione ne vien 2. dirò anco li detti proportionali esser eguali. Et bisogna 4 termini esser proporzionali, ch'è il proposito. Et nota che di questa propositione è fatta mentione quella general regola, che fra poco è detta del trouare nel principio di quella fu anchor detto.

Nichora Euclide nella 22 propositione del 9 specialmente dimostra, che se tre numeri siano proporzionali, il produtto della moltiplicatione degli estremi fia eguale al quadrato del numero di mezzo, & per il contrario il produtto degli estremi di tre numeri fia eguale al produtto del numero di mezzo in se medesimo, si dimostrerà tai tre numeri esser proporzionali, & tutto quello alla speranza di trouare coll'esempio, che ne vorremo dare, ne bisogna notare, che ne vorremo 3 numeri esser proporzionali è necessario, che siano in proportionale continua, laqual cosa non è necessaria in 4 numeri, perche 4 numeri possono esser proporzionali, & non esser in proportionale continua, vero è che possono esser anchora in detta proportionale continua, ma non è necessario. Si come in questo che quello facilmente si vede fiano questi tre numeri 9. 6. 4. in continua proportionale disposti, hor dico del produtto del primo nel terzo (cioè di 9 fia 4) che fia 36. fia eguale al produtto del numero di mezzo in se medesimo (cioè di 6 fia 6) qual medesimamente fia 36. il medesimo seguita in tutti gli altri. Per il contrario poi possiamo, che siano questi tre numeri 3. 4. 6. & che vogliamo manifestare che siano continui proporzionali, ouer non. Moltiplicheremo il primo nel terzo, cioè 3 fia 6. & troueremo, che fiano 18. fia quello quadreremo il termine di mezzo, cioè quel 4. moltiplicandolo in se medesimo, & troueremo, che fia medesimamente 16. onde per questa propositione faremo chiari li 3 suddetti termini esser proporzionali, il medesimo seguita in tutti gli altri simili. Et questa propositione bisogna haverla molto famigliare, perche conferisce alla soluzione di molti altri luoghi, & questo si proporrà con facilità si verificano nella quarta 16 (cioè nella moltiplicatione semplice) ma anchora nella continua, come che specialmente dimostra Euclide nella decimasettima, & decimaottava propositione del detto.

Et bisogna notare, che delle sopra nostre 2 propositioni di Euclide ne cauo infinite altre, delle quali ne dichiaro alcune particolarmente. Dico adunque che di tre 3 numeri ordini proporzionali, la moltiplicatione del primo nel quarto fia eguale alla moltiplicatione del secondo nel quarto, & al contrario moltiplicatione fia anchora eguale al quadrato del terzo (cioè del medio) & tutto maggior manifestatione fiano questi sopra numeri continui proporzionali nella proportione sudetta 3. 6. 12. 24. Dico che la moltiplicatione del primo nel quarto, cioè di 3 fia 24. che fia 72. fia eguale alla moltiplicatione del secondo nel quarto, cioè del 6 fia 24. che fia pur 72. & che ancora eguale al quadrato del terzo (cioè del medio) qual è 12. che duno in se medesimo fia medesimamente 144. come in margine appare. Et così se fiano 6 termini di numeri continui proporzionali, la moltiplicatione del primo nel fifto, fia eguale a quella del secondo nel quinto, & anchora a quella del terzo nel quarto. Essempi grazia fiano questi 6. numeri continui proporzionali nella continua proportionalità 64. 32. 16. 8. 4. 2. Dico che la moltiplicatione del primo nel fifto (cioè di 64.

di 64 fia 1. che fara 128) fara eguale alla multiplicatione del secondo nel quinto (cioe di 32 fia 4. che fara pur 128) & fara anchora eguale alla multiplicatione del terzo nel quarto (cioe di 16 fia 8. che fara pur 128) come in margine appare. Et con tal ordine vanno procedendo tutte le quantita continue proportionali in infinito, & di questo bisogna tenire.

22 Nchora fu detto nella 35 propositione del 7. ne bisogna specialmente il modo di saper trouare li minimi numeri, che habbiano la proportione di quali si voglia dati numeri proposti, la qual cosa in questo luogo mi e parso di mettere in pratica. Dico adunque (per ellempio di problema) che dobbiamo per la decimanona di questo vedere se li dati duoi proposti numeri sono fra loro primi, ouer compositi, se sono fra loro primi la natura quelli, che cerchiamo (per la 22 del settimo del detto Euclide) ma se saranno compositi bisogna partire qualsuno di detti duoi proposti numeri per il suo commune mesuratore, & li duoi mesurati saranno quelli, che cerchiamo. Ellempi gratia pongo, che nella dimostratione trouare li minimi numeri, che habbiano la proportione di questi duoi 32 & 56 per far questo, dico che dobbiamo vedere (per la decimanona di questo) se detti duoi numeri sono fra loro primi, ouer compositi, & perche procedendo per il detto modo noi trouaremo quelli esser compositi, e però diremo detti 2 numeri esser quelli che cerchiamo, cioe che sono li minimi, che habbia tal proportione, come da 32 a 56. Et questo dimostra Euclide nella 5 propositione del 7. cioe che li numeri, che sono fra loro primi sono li minimi della sua proportione) ma se li proposti 2 numeri fussero ponia mo 54 & 99 & volendo trouare li detti minimi numeri di tal sua proportione investigaremo per (per la detta 19 di questo) se tai duoi numeri sono fra loro primi, ouer compositi, onde (procedendo per l'ordine della 19) troueremo quelli esser compositi, & troueremo anchora che il loro commune mesurato numerante quelli esser 9. Per tanto dico, che dobbiamo partire l'uno, & l'altro di detti duoi numeri (cioe 54 & 99) per il detto 9. che facendo tre venira 6. & 11. & cosi considereremo li detti duoi mesurati (cioe 6. & 11) esser li minimi numeri, che habbiano quella medesima proportione, ch'è da 54 a 99. & con tal modo seguirai nelle altre simili questioni.

Di quanti numeri proposti si voglia a saper trouare il minimo numero di quelli numerato.

24 Volendo trouare (largo modo) vn numero numerato di quanti proposti numeri si voglia, questo proposito è quello, ne dobbiamo trattare, qual fu narrato nel fine capo del sestimo loro della prima parte, cioe nel trouare di radici, & quantunque in quel luogo tal modo fu dichiarato assai sufficientemente, per quello che in tal luogo si aspettaua lo voglio replicare in questo luogo, secondo che si aspetta in questo luogo. Dico adunque che per trouare semplicemente vn numero numerato di quanti numeri si voglia basta a moltiplicare il primo di quelli numeri proposti fia il secondo, & quel produtto fia il terzo, & quel secondo produtto fia il quarto, & cosi andar procedendo per fino all'ultimo di proposti numeri, & cosi nel vltimo produtto fara il ricercato numero, cioe che fara numerato, ouer partito nascendone da ciascuno di quelli proposti numeri. Ellempi gratia volendo trouare vn numero, che fia numerato, o vuoi dir partito da 3. da 5. & da 7. moltiplica 3 fia 5 (cioe il primo fia il secondo) fara 15. & questo 15 moltiplicalo fia il terzo, cioe 7. fara 105. & cosi questo vltimo produtto fara il ricercato numero, cioe quello che fara numerato, ouer partito da ciascun di quelli tre proposti numeri, che sempre fara produtto, percioche 3 lo numerara 35 volte, & il 5 lo numerara 21. volta, & il 7 lo numerara 15 volte, & cosi cosi modo si procederia in piu proposti numeri, ma quando che si volesse trouare il minimo numerato da piu proposti numeri, la sopradetta regola non seruiria, se non quando che li proposti numeri fussero fra loro primi, come fu detto di sopra dui 32. 56. 7. perche fussero fra loro compositi, o uuli, ouer parte di loro, nel regole non ne daria il minimo da quelli numerato. Ellempi gratia volendo trouare il minimo numerato da 4. & da 6. moltiplicando 4 fia 6. secondo la sopradetta regola, fara 24. il quale 24 ben fara numerato dalli detti duoi numeri 4. & 6. ma non fia il minimo. Per trouare adunque il minimo numero numerato (prima) da duoi numeri, bisogna prima considerar il maggiore di quelli duoi e numerato dal mesore, & se per sorte il maggiore fia numerato dal mesore il detto numero maggiore fara quello, che cerchiamo, perche ogni numero se medesimo numera. Ellempi gratia volendo ritrouare il minimo numero numerato da 3. & da 9. perche il 3 numera il 9. dirremo che il detto 9 fara il minimo numerato da 9. & da 3. ma se detti duoi numeri fussero fra loro primi, come fara 7. & 11. il produtto della moltiplicatione dell'uno in l'altro, che fara 84. fara il minimo da quelli numerato, come di sopra fu detto, ma se fussero fra loro compositi, bisogna trouar li duoi minimi in quella proportione (per il modo

Ellempio primo

Ellempio secondo

Ellempio terzo

dero nella precedente) & ritrouati quelli, il prodotto della multiplicatione del maggior termine di quelli = trouati, fia il termine minore delli = primi fra lo ricercato numero, anchora il prodotto della multiplicatione del minor termine delli = numeri trouatifia il maggior delli = primi numeri fra, ouer dara il medefimo. Effempi gratia volendo trouar il minimo numero numerato da 6. & da 9. per diuerfi duoi numeri coetani fe compofti trouaremo il minimo (che habbia la medefima proportione (per l'ordine, ouer modo dato nella precedente) & trouaremo quelli effer 3. & 2. hor dico che'l prodotto del maggior termine di quelli = trouati (che fara 9) fia il numero minor delli duoi primi, quali fara il 6. che fara = 6. ouer del minor di = trouati, che fara = fia il maggiore delli = primi, che fara 9. quali fara per 3. & cofi diremo il dato = 18. effer il numero, che cerchiamo, cioe il minimo numerato dalli duoi = numeri, cioe da 6. & da 9. hor accio che babbi quello in = propofti numeri, fi debbono intendere di pur numeri propofti, perche li detti propofti numeri non potriano 4. & volendo trouar il minimo numero da quelli, prima trouo il minimo numero del primo, & del fecondo di quelli per fi modo dato di fopra (cioe o fiano li detti = primi fra loro, o fiano fra loro compofti) & trouato il minimo numero, trouo anchora il minimo numerato da quel tal numero trouato, & del terzo di = numeri propofti, procedendo prefatamente, come di fopra e detto deue de effer intefo, & trouato il numero, bifogna anchora trouar vn'altro numero, che fia il minimo numerato da quel gia trouato, & dal quarto di quatro numeri propofti per per quelli medefimi modi di fopra detti, & vltimo de effi detti duoi, & quello vltimo fara il numero ricercato, cioe il minimo numero dalli detti quatro propofti numeri. Effempi gratia volendo trouar il minimo numero numerato da quelli quatro numeri 6. 9. 8. 12. prima perche li detti primi, cioe 6. & 9. fono fra loro compofti, e pero trouarono per l'ordine detto nella precedente li detti minimi della propofitione, che fia 6. & trouarono quelli effer = 2. & 3. hor multiplicando il 3. da trouati fia il 9. di detti primi propofti, ouer anche il 3. di trouati fia il 6. di detti primi propofti, perche per l'uno, & l'altro modo ne viene = 18. & cofi = 18 fara il minimo numero da 6. & da 9. fimo quello bifogna trouar vn'altro numero, che fia il minimo numero numerato da detto = 18. & dal 8. (cioe dal terzo di quatro propofti numeri) & per che = 2. & 3. fono come fe trouarono, fi debbono trouar li detti minimi in tal proportione (per per le predette) che fiano 9. = 4. cioe il prodotto di 9 fia 3. ouer di 4. fia = 3. che fara 7. = fara il minimo numero da 9. & da 4. fimo quello trouarono anchora il minimo numero numerato da quello = 72. & da 10 (quarto di numeri propofti) & perche 72. & 10. fono fra loro compofti trouaremo li detti minimi di tal fua proportione (per per l'ordine detto nella precedente) & trouarono quelli effer 5. & 4. & cofi il prodotto di 5 fia 72. quale fia 10. fia 360. che l'uno, & l'altro fia 360. fara il minimo numero, che fi ricerca numero, cioe il minimo numerato dalli propofti 4. numeri, cioe da 6. 9. 8. 12. & cofi quello fi procurera trouar in tutti li altri propofti numeri, & cofi con tal ordine fi procedera in pur numeri propofti.

Effempio quarto

Nota che con quello medefimo ordine fi puo ritrouar il minimo, che habbia le parti di pur propofte denominationi, come fara a dire trouar il minimo, che habbi terzo, quarto, quinto, & nono, laqual cofa non vuol inferire altro, che trouar il minimo numero numerato da 3. da 4. da 5. & da 9. & cofi trouandolo per il modo di fopra narrato, ritrouaremo fara diuifibile per li detti quatro numeri, cioe per quelli 3. 4. 5. 9. e pero bastera le dette parti, i quali numeri trouati effer 3. 4. & quello ne operatione e quello, che nel fuo capo di fotto ho detto della prima parte fi deue operare, & perche in tal luogo fu a bafanza detto in quello luogo nō voglio per altra parole.

Del modo di ſaper trouar quanti numeri ſimplici ſi vogliē in qual=
unca proportionalità ſecondo vna data proportione.

Di trouar quanti numeri ſimplici ſi vogliē in qualunca proportionalità in qual ſi voglia data proportione, & li minimi per numeri ſimplici ſi debbe intendere numeri ſecondo la conſideration mathematica, delliquali le loro vnita ſono indiuiſibile, fia pero trouato li detti numeri minimi in quella data proportione per il modo detto nella precedente, liquali pongo che ſiano quelli duoi 3. a 2. laqual proportione (come vedi in margine) fara il primo per a. & il ſecondo per b (come vedi in margine) fatto quello multiplicarono il primo (cioe a) in ſe medeſimo fara 9 (qual ſignarono per c.) poi multiplicarono a in b. cioe 3 fia 6. qual ſignarono per d. cosi ſeguentemente dicono b. c. (come in margine vedi) dapoi multiplicarono b in ſe medeſimo fara 4. & quello lo ponemo conſequentemente dicendo b. d. & lo ſignarono per e. come vedi, & cosi fara hora habbiamo trouato 5 numeri continui proportionali, i quali ſono c. d. e. nella data proportione del 3. a 2. li

a.		b.	
3.	a.	2.	
c.	d.	e.	
9.	6.	4.	
f.	g.	h.	k.
27.	18.	12.	8.

Li duoi numeri minimi nella proportione ſeguente

2.3.b. (cioè da 2.a 3.che è d'equalità) & fa ne verranno 10. ancora questi 10. sarà continui proportionali nella detta proportione de 2.a 10. Sia ancora detto, o vuoi da moltiplicare 2.(cioè il 2.(cioè il 2.che è d'equalità) & fa ne produrà f.g.h. & tanto quello fa moltiplicare 10. & ne perverrà 20. & così insieme 4. quattro numeri f.g.h.k. continui proportionali, iquali in questo caso saranno 2.4.8.16. & così con quelli 2. ne potrai trovare 4. & per il 5 ne potrai trovar 6. & così procedendo in infinito moltiplicando sempre la tutti trovati, & il 2. ad ultimo delli trovati. & così sempre in andarai crescendo un termine di più delli primi trovati. Et bisogna notar che li 2. primi, cioè 2. & 2. fanno li minimi in tal proportione, avvenga che quelli, che li troviamo fanno li minimi in quel numero di termini, che li trovamo, cioè li ne vengono 4. cioè 2. & 2. sono li minimi di tutti gli altri ne vengono continui proportionali in tal specie di proportione, & così li 4. di numeri 4. & li 5. di numeri 5. & così fanno quello detto di sopra specialmente è scritto nella seconda del ottavo, perchè li loro estremi di tutti numeri continui proportionali, si trovarano sempre esser cõm se primi, & ogni volta, che gli estremi di qualsivoglia numeri continui proportionali saranno com se primi, quelli saranno sempre li minimi di tal numero di termini continui proportionali, in tal specie di proportioni, & tutto questo detto sopra specialmente è scritto nella prima del ottavo. Ma quando che li 2. primi, cioè 2. & 3. non fussero li minimi in tal sua proportione, procedendo secondo l'ordine detto si potrà pur trovare quanti numeri continui proportionali si vorrà in tal proportione, ma siano di quelli saranno minimi di tal numero di termini.

Anchora bisogna notar, che ogni tre numeri continui proportionali minimi secondo tal continua proportionalità sempre gli estremi saranno numeri quadrati, & in ogni specie di proportioni, come anchora può vedere nelli seguenti. 4. 6. (di sopra mostri) che è 2.3.6.4. quali 2. & 4. sono numeri quadrati. Et così di ogni quattro numeri di continua proportionalità (che siano li minimi) gli estremi convien esser numeri cubi, & tutto questo si manifesta per la operatione, che di via in via si trova. Et così di ogni 5 termini di continua proportionalità (minimi) li 2. estremi sono quadrati, & così di ogni 6 termini, gli estremi saranno cubi primi tra di loro. Et così di ogni 7 termini di continua proportionalità (minimi) gli estremi saranno

de nella general conſideratione delle quantità continue, però bisogna ſaperlo dove ſi puo.

Del modo di ſapere trouare continuamente doue ſe proportioni, nelli minimi numeri ſimplici, ſimile a douerſe proportionalmente ſignare.

=6 SEndo propoſto, ouer date douerſe proportioni diſcontinue, & volendo trouare, ouer formare quelle medeſime continue, & nelli minimi numeri, prima trouarai le medeſime propoſte douerſe proportioni nelli minimi numeri a vna per vna, ſecondo l'ordine dato nella =5 di queſto capo, & poniamo che le proportioni propoſte, & trouate nelli minimi numeri ſiano queſte are, cioè la prima da 3 a 2, la ſeconda da 4 a 3, & la terza da 5 a 4, hor volendole continuare le ſignaremo (per eſſer meglio inteſo) l'una ſotto l'altra, come vedi in margine, cioè ſeguendo il modo, che oſſeruano li nuſici, che pongono di ſopra lo acuto, & di ſotto il graue, ſeguendo queſto (per la 24 di queſto) troueremo il minimo numero numerante dal 3 (conſequente della prima proportione) & dal 4 (antecedente della ſeconda proportione) il quale (per le ragioni addutte nella detta 24) ſarà per 12 qual 12 poneremo di ſopra via, come vedi in margine, & tante volte, come che 4 (ſegnato per a) contenerà in ſe quel 3 (conſequente del 3 fia volte il numero 3, che contenga medeſimamente tante volte il medeſimo numero, ouero 3 eſſer 12 & dapoi fia volte anchora il numero 4 che contenga tante volte quel 3 qual è conſequente della 2 (nella ſeconda proportione) quante che 4 (ſegnato per a) contiene quel altro 4 antecedente della ſeconda proportione, onde il detto numero 4 venirà a eſſer pur 12 come in margine vedi, ſimo queſto bisogna vedere ſe quel 5 (antecedente della terza proportione) numera quel numero 4 (cioè quel 5) & ſe per ſorte lo numerarà il douerà esſer numero, che contenga tante volte quel numero 4 quante volte quel 5 quante volte che'l detto numero contenerà il 5 (antecedente del detto 4) & ſimo queſto hauerà modo trouare le dette proportioni continue nelli detti minimi numeri 3. 4. 5. perche la proportione del 3 alla ſeconda ſimile a queſta, che è dal 3 al 2. che è (ſeſquialtera) & quella che è dal 2 alla ſeconda ſimile a quella, che è dal 4 al 3 (che è ſeſquiterza) & ſupponendo che'l 3 contenga il numero 6 ſeguirà anchora, che la proportione, che farà dal numero 6 alla ſeconda ſimile a quella, che farà dal 4 al 6 però ſarimo continuare. Ma perche in eſſempio quel 5 (antecedente del 6) non numera il 4 (ſuo conſequente) & però bisogna trouare il minimo numero numerato da quello (cioè da 5 & dal numero 4 che è 4) onde procedendo per il modo dato nella 24 di queſto trouaremo quel eſſer 20 il quale 20 lo ſignaremo per e (ſecondo) hor ſia tre volte il numero 4 che contenga tante volte il numero 5 (delle quale è 4) quante ne volte, che'l numero 4 contiene il numero 5 ſuo antecedente, & che ſecondo il detto numero 4 ſi troua 2 eſſer 12 ſimilmente ſia volte il numero 5. ſolamente multiplice al numero 5. & ſimilmente il numero 5 al numero 4 & come che'l numero 4 multiplica al numero 4 che ſecondo il numero 5 venirà a eſſer 16 & il numero 5 a 5 & coſi haremo trouate, & conſtituite già dette proportioni ſin li detti quattro numeri 5. 4. 5. & quali numeri ſono quelli 25. 20. 16. cioè che la proportione da 25 a 20 è ſi come quella da 5 a 4 (cioè ſeſquiquarta) & quella da 20 a 16 è ſi come quella da 5 a 4 (cioè ſeſquiquarta) & quella da 16 a 12 è ſi come quella, che è da 4 a 3 (cioè ſeſquiterza) & le dette tre proportioni continue ſin quelli quattro termini (anchor che ſiano ſin lo ro diſcorſi per eſſer collegate, & continue dalli detti termini di mezzo (cioè dal 20 & 16) quali ſono conſequenti di vna di dette proportioni, & antecedenti di vn'altra, e per tal continuatione ſono in detti quattro termini, & le prime date, cioè queſte are. 25 a 20. 20 a 16. & 16 a 12. per eſſer diſcontinue vogliono ſei termini, cioè tre antecedenti, & tre conſequenti, & le dette tre proportioni continue ſono nelli minimi numeri, cioè di'oglie impoſſibile a dar le dette tre proportioni continue in altri quattro termini minori di quelli trouati 25. 20. 16. 12. & tanto ſpeculatiuamente dimoſtra Euclide nella quarta propoſitione del ottauo, & non che con le medeſime modi ne ogli ne poteſſi continuar vn'altra quarta proportione, & dapoi vn'altra quinta, & dapoi vna ſeſta, & coſi procedere in infinito.

Di alcune diffinitioni, & propoſitioni di Euclide neceſſarie per intendere la cauſa del Algoritmo delle proportioni. Cap. II.

ET douendo ben ad intendere la cauſa del algoritmo delle proportioni è neceſſario dichiarire prima la vndecima, & duodecima diffinitione del quinto di Euclide, le quali ſono generalia ogni ſpecie di proportioni, ſi rationali, come irrationali. Et ſimilmente la 24, & 25 diffinitione del 7 le quali parlano ſolamente di numeri.

a Dico

Errore del Campano.

Errore di Frate Luca.

Esempio

Esempio

Esempio

compoſta di tutte quelle quattro diuerſe ſpecie di proportioni, cioè da vna doppia, da vna ſeſquiquarta, da vna ſeſquiterza, & da vna ſeſquialtera. Il medeſimo ſi deue intendere quando ſaranno per numero di proportioni, & non ſolamente diuerſe, ma ancora le ſaranno tutte eguali, ouer parte eguale, & parte diuerſa, ouer parte della maggior inequalità, & parte della minore, ouer tutte della minore inequalità.

Del ſummar delle proportioni. Cap. III.

1 Auendo dichiarato nella decima del precedente capo la rappreſentatione delle proportioni non reſtamo à replicarlo (anchor che in queſto luogo vi ſi gli conuenga) ma per reſtamo del ſummar di dette proportioni, il qual atto ſi può eſeguire per due diuerſe vie. La prima è per l'ordine della ſopra allegata decimaquinta diffinitione del ſeſto di Euclide, continuando tutte quelle proportioni, che prendeuano di ſummare ſecondo l'ordine detto nella 26 del precedente capo, & così la proportione del primo termine all'vltimo ne darà la ſumma di tutte dette continuate proportioni. Eſempi gratia volendo ſummare inſieme queſte due proportioni 3.2 & 4.3. (che è vna ſeſquialtera, & vna ſeſquiterza) le continueremo in tre termini ſecondo il detto ordine della 26 del precedente capo, & ſaranno in queſto modo 6. 4. 3. & perche la proportione del primo termine all'vltimo (cioè da 6. a 3.) è vna doppia, diremo la ſumma di dette due proportioni eſſer vna doppia, & perche l'vna di dette due proportioni è vna ſeſquialtera, & l'altra è vna ſeſquiterza, diremo la proportione doppia eſſer compoſta di vna ſeſquialtera, & di vna ſeſquiterza, e però li matẽtici dicono, come è il vero, che 2 duplon, cioè la doppia, che da loro è detta ottima, eſſer compoſta di vna ſeſquialtera, & di vna ſeſquiterza. Et coſì volendo ſummare queſte tre proportioni 4.3 & 5.4 & 6.5. che ſono vna ſeſquiterza, & vna ſeſquiquarta, & vna doppia, ſono per continuate, come inſegna la detta 26 del precedente capo, & ſono queſte ſaranno in queſto modo 30. 15. 12. 6. & perche la proportione del primo termine all'vltimo (cioè da 30. a 6.) è vna tripla ſeſquiterza, cioè vna tripla ſopra ſegando il terzo, & così concluderemo la ſumma di dette tre proportioni eſſer vna tripla ſeſquiterza, e però diremo le dette tre proportioni eſſer compoſte di dette tre proportioni, & con tal ordine ſi procederà à ſummare 4. ouer 5. ouer più proportioni.

proportioni da ſummar
3.2 & 4.3.

continuate
30 · 15 · 12 · 6

proportioni da ſummar
4.3. & 5.4. & 6.5.

continuate
120 · 90 · 72 · 60

Da notare.

2 Ora circa ſummare vna proportione della maggior inequalità, con la ſua conuertita della minore inequalità ſempre da tal ſummare reſultarà la equalità, cioè à ſummare vna dupla, con vna ſubdupla ne reſultarà la equalità, & così vna tripla con vna ſubtripla, ouer vna quadrupla con vna ſubquadrupla, & ſimilmente vna ſeſquialtera con vna ſubſeſquialtera, & così in tutte le altre ſpecie ſempre ne reſultarà la detta equalità. Eſempi gratia continuando queſte per queſto modo, ouer per queſta via, prouarai che la dupla continua con la ſubdupla ſumma in queſta forma 2.1.2. perche la proportione del primo termine (qual è 2.) all'vltimo (qual è pur 2.) fa vna equalità, & per questo dicemo, che à ſummare vna dupla con vna ſubdupla fa la equalità, che è da 2. a 2. Et così à continuare vna tripla con vna ſubtripla ſumma in queſto modo 3. 1. 3. perche la proportione del primo termine, qual è 3. all'vltimo, qual è pur 3. è vna equalità, & così la detta equalità è compoſta anchora in queſto modo da vna tripla, & da vna ſubtripla, & che à ſummare la tripla con la ſubtripla fa vna equalità, il medeſimo prouerai, che continuando la quadrupla con la ſubquadrupla ſumma in queſto modo 4. 1. 4. & la ſeſquialtera con la ſubſeſquialtera ſumma in queſta forma 3. 2. 3. così reſtarà in tutte le altre ſpecie.

equalità
2 · 1 · 2

equalità
3 · 1 · 3

equalità
4 · 1 · 4

equalità
3 2 3

equalità
7 4 7

3 La ſeconda via (laquale ſi caua dalla 25 propoſitione del ſeſto del noſtro Euclide, & anchora dalla 4 del ottauo delli numeri) è molto più preſta, & ſpeditiua della prima, per che in queſta baſta ſolamente in due proportioni à moltiplicare l'antecedente dell'vna, in l'antecedente dell'altra, & quel prodotto notarlo per antecedente della ſumma, & dopo moltiplicar medeſimamente le conſequente dell'vna in lo conſequente dell'altra, & quello ſecondo prodotto notarlo per conſequente della ſumma. Eſempi gratia volendo ſummare queſte due proportioni 3.2 & 4.3. (che è vna ſeſquialtera, & vna ſeſquiterza) moltiplica l'antecedente della prima proportione (qual è 3.) in l'antecedente della ſeconda, qual è pur 4. & queſto 12. notarai per antecedente della ſumma, che ha da venire, dopo queſto moltiplicarai il conſequente della prima proportione, qual è 2. in il conſequente della ſeconda, qual è pur 3. & queſto 6. notarai per conſequente al 12. detto prima notato, & ſarà in queſta forma 12.6. che ſarà vna dup-

pa, &

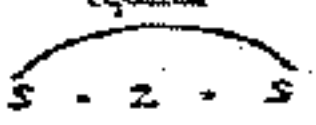
pia, & anco dirono, che fia la fumma delle dette dieci propoſte proportioni, over dirono che una doppia è cõpoſta di una ſeſquiſettima, & di una ſeſquiterza, ſi come che anchor p la prima via, over modo ſi determinano, ma per fummar le dette proportioni per quella ſeconda via ſi coſtuma di ſcriuerle l'una ſotto l'altra, come che in margine vedi, cioe ponendo l'antecedẽte di una ſotto l'antecedente dell'altra, & coſi il conſequente dell'una ſotto al cõſequente dell'altra, & dapoi ſotto tirar ui poi una linea, come che in margine vedi, et dapoi moltiplicar gli antecedenti, & conſequenti, come di ſopra è ſtato detto, & poner ſi a prodotti ſotto a tal linea per la fumma di tai proportioni, come in margine vedi. Et per nõ ſtar in vn ſolo eſempio, ne habbiamo poſto 5 fimme in margine nel la ſeconda fumma ſi vede, che a fummar una ſubdupla cõ una tripla, fa in fumma una ſeſquiſetta, nella terza ſi moſtra, che a fummare una ſubſeſquiquarta con una ſuperbipla fa una ſuperbipartiens quintas, che una ſotto doppia ſopra ſegnando le tre parte quarte, nella quarta fumma ſi vede, che a fummar una dupla con una ſubdupla fa una equalita, cioe 2 a 2. come nel precedente modo ſi anchor detto, & ſimilmente nella quinta ſi nocſita, che a fummar una ſeſquiſetta con una ſubſeſquiſetta fa per una equalita, cioe come da 6 a 6. Et pero ſi manifeſta, che tutte le ſpecie della minor inequalita, tanto diminuiſcono della equalita, quanto che tutte le ſpecie della maggior inequalita ſuperchiano la detta equalita, cioe ciaſcuna ſpecie con la ſua relatiua, ſolamente che ſignate inſieme vengano poi a formar precſatamente la detta equalita.

4 Volendo per fummar le dette proportioni molti coſtumano di ſcriuer le dette propoſitioni in forma di rotti (come ſu detto nella decima del primo capo) & moltiplicar molti, & dapoi procedano, come ſi coſtuma a moltiplicar li detti rotti, cioe volendo ſapere determinar una ſeſquiſettima la ſignificano in queſto modo $\frac{7}{6}$, & una ſeſquiterza in que ſta forma $\frac{4}{3}$, onde volendo poi fummar queſte due proportioni inſieme moltiplicano li numeri, che ſono ſopra le virgole l'uno ſu l'altro, che in queſto caſo faranno 28. & al prodotto lo pongono ſopra a un'altra virgola, dapoi moltiplicano li numeri, che ſono ſotto alla virgola l'uno ſu l'altro, & al prodotto (che in queſto caſo ſaria 6.) lo pongono ſotto alla detta virgola, & ſaria (in queſto caſo) in queſto modo $\frac{28}{6}$, che ſchiſſado dara $\frac{4}{3}$, che ſignifica una doppia, come che anchora per l'altro modo fece, & accioche di tutti li modi ui ne habbia noſtra buona volunta in moſtrar ſignificar le ſopra nomate cinque ſomme per quell'altro ſecondo modo, come che in margine ui poſſi vedere.

A ſummar pui proportioni diuerſe inſieme.

5 Mà quando che le proportioni, che ſi haueſſe da ſummar fuſſero pui di due, all'hora per qual modo ui piace delli duoi ſopranomati, & moltiplica poi l'antecedente de l'una ſu l'antecedente dell'altra, & quel prodotto ſu l'antecedente dell'altra, & quel prodotto ſu l'antecedente dell'altra, & coſi andar procedendo per quanti antecedenti vi ſaria, over vi fuſſero, & al prodotto notarlo per antecedente della ſomma, che ne reſulta, & dapoi moltiplica il conſequente di una ſu il conſequente dell'altra, & quel prodotto ſu il conſequente dell'altra, & coſi andar procedendo, come fu detto de gli antecedenti, cioe andar procedendo per quanti conſequenti vi fuſſero, & queſto ſecondo prodotto notarlo per conſequente appreſſo a quello antecedente, che gia notaſti, & queſti duoi prodotti ne denotiranno la ſomma di tutte le dette proportioni. Eſempi gratia volendo fummare poniamo queſte quattro proportioni, cioe da 2 a 1. alla 3 a 2. alla 5 a 3. & alla 7 a 5. che ſiano una doppia, una ſeſquialtera, una ſubſeſquiterza, & una ſuperbipartiens quinta, volendo procedere per quel primo modo detto di ſopra notarai le dette quattro proportioni l'una ſotto l'altra, come che in margine vedi, & ſono di quella maniera una ſi nota, come ſi coſtuma nelli ſummari di numeri, & dapoi moltiplica tutti gli antecedenti, come di ſopra è ſtato detto, & trouarai che fano 90. ſimilmente moltiplica tutti li conſequenti pur per il medeſimo modo, & ne trouara 24. come ſono la virgola appar, qual ſomma ſaria una regola ſuperpartiens quinta, cioe il denominator di tal proportione ſaria $\frac{5}{24}$, il qual denominator ſeben ui ariccordi ſi ritroua a partir l'antecedente per il ſuo conſequente, & in ogni ſpecie di proportione rationale, & ſel ti parelle di rapreſentar le ſopradette proportioni per il ſecondo modo, cioe in forma di rotto procederai, come nel ſecondo eſempio poſto in margine appare, & che col modo ponni con facilita ſummar quante varie ſpecie di proportioni ti occorera, o ſiano della maggior inequalita, over della minor, cioe parte della maggior, & parte della minor, & per una maggior aſſicurazione doe altre ſomme ſummate ne ho poſto in margine di 5 proportioni diuerſe per ſomma.

Come ſi puo conoſcere una proportione de che ſpecie di proportioni la ſia compoſta, vero i che ſpecie ſono di numero infinito. Cap. IIII.



della ſeconda via, over modo

	prima	
ſeſquiſettima	7	6
ſeſquiterza	4	3
ſomma	28	6

Eſempio ſecondo

ſubdupla	1	2
tripla	3	1
ſomma	3	2

terza

ſubſeſquiſetta	4	5
ſubtripla	1	3
ſomma	4	15

quarta

dupla	2	1
ſubdupla	1	2
ſomma	2	2

quinta

ſeſquiſettima	8	7
ſubſeſquiſettima	7	8
ſomma	56	56

2 ſummar $\frac{1}{2}$ con $\frac{2}{3}$ fa $\frac{3}{4}$
2 ſummar $\frac{3}{4}$ con $\frac{3}{4}$ fa $\frac{9}{16}$
2 ſummar $\frac{9}{16}$ con $\frac{3}{4}$ fa $\frac{27}{64}$
2 ſummar $\frac{27}{64}$ con $\frac{3}{4}$ fa $\frac{81}{256}$
2 ſummar $\frac{81}{256}$ con $\frac{3}{4}$ fa $\frac{243}{1024}$

per il primo modo

dupla	2	1
ſeſquialtera	3	2
ſubſeſquiterza	4	3
ſuperbipartiens	5	3
ſomma	90	24

per il ſecondo modo

2 ſummar $\frac{2}{1}$ con $\frac{3}{2}$ fa $\frac{6}{2}$
ſchiſſa fara $\frac{3}{1}$ il denomi-
nator $\frac{3}{1}$
2 ſummar $\frac{3}{1}$ con $\frac{4}{3}$ fa $\frac{12}{3}$
ſchiſſa fara $\frac{4}{1}$, & tanto fa
ra il ſuo denominatore.
2 ſummar $\frac{4}{1}$ con $\frac{5}{4}$ fa $\frac{20}{4}$
ſchiſſa fara $\frac{5}{1}$, & tanto fara
anchora il ſuo denomina-

VDite nella quinta diffinitione del libro. Dice che una proportione si dice esser composta da due, over più proportioni, quando le quantità di alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di essa proportione. Laqual diffinitione non vuol inferire altro, salvo pensa delle proportioni, se non questo, che una proportione si debbe intendere esser composta da due, over più proportioni quando che li denominatori di alcune proportioni multiplicati fanno il denominatore di tal proportione. Essempi gratia sia una dodecupla (cioè che è da .12. a .1.) il denominatore della qual proportione sarà .12. El qual denominatore (come più volte è stato detto) si trova partendo l'antecedente per il suo conseguente, & perche 3 fia 4. fiano il detto .12. 3 è il denominatore della proportione tripla, & il 4. è il denominator della quadrupla, & per tanto (per la detta diffinitione) diremo la detta nostra proportione dodecupla esser composta di una tripla, & di una quadrupla, el che così con la sperientia ne potrai chiarire, cioè formando una tripla con una quadrupla, & li trovarai che fara pur la detta dodecupla, cioè come da .12. a .1. Et perche anchora il denominator di una dupla è .2. & il denominator di una tripla è 3. & moltiplicato .2. fia 3 fia pur il medesimo .12. & per tanto diremo anchora per la medesima diffinitione la detta dodecupla esser composta di una dupla, & di una tripla. Et perche anchora 2 moltiplicar 2. per $\frac{1}{2}$ fa pur .2. & lo .2 è il denominator della dupla, & quel $\frac{1}{2}$ è il denominator della sudupla, e però (per la detta diffinitione) diremo la detta proportione dodecupla esser composta di una dupla, & di una sudupla. Et perche anchora 3 moltiplicar 3. per $\frac{1}{3}$ fa pur .3. & medesimamente .3. & $\frac{1}{3}$ è il denominator della subtripla, & quel .3 è il denominator di una tripla, o vogliam dire di una .3 tripla, e però potremo anchora dire la detta dodecupla esser composta d'altre due proportioni, cioè di una subtripla, & di una .3 tripla. Et perche anchora 2 moltiplicare $\frac{1}{4}$ fa 4 fa .2. & quel 2 moltiplicato fa 6 & quel medesimo .2. & perche quel $\frac{1}{4}$ è il denominator della subquadrupla, & quel 4 è il denominator della quadrupla, & quel .2 è il denominator di una dupla, e però potremo anchora dire la detta dodecupla esser composta di una subquadrupla, & di una quadrupla, & di una dupla, & così per il medesimo moltiplicando li denominatori di due, over più proportioni l'uno fia l'altro produrano il denominatore della proportione della lor summa. Essempi gratia perche 2 moltiplicar .2. fia 3 fa 6. & perche 2 è il denominator della dupla, & 3 della tripla, & 6 della sestupla (per la detta diffinitione) diremo la sestupla esser composta di una dupla, & di una tripla. Similmente perche $\frac{1}{2}$ è il denominator di una subdupla, & $\frac{1}{3}$ è il denominator della subtripla, & $\frac{1}{6}$ è il denominatore della subsestupla, & quelli sono i soli moltiplicari l'uno fia l'altro, & quali producono il detto (secondo l'ordine del moltiplicar di sopra) ordinati che siano $\frac{1}{2}$, che subdupla fara $\frac{1}{4}$, & poi che quello $\frac{1}{4}$ è il denominator della subquadrupla, & per tanto diremo la subquadrupla esser composta di queste tre proportioni, cioè di una subdupla, & di una subtripla, & di una subsestupla, & così con tal modo, over ordine puoi considerar ogni proportione multiplice per mezzo del suo denominatore (vero è che tai specie sono di numero infinito, come di sopra è stato detto) di quante varie specie di proportioni la sia composta, & per il contrario di quante specie di proportioni, ovvero solamente li suoi denominatori, con summa brevità potrai dare, ovvero assignare il denominatore della proportione della summa di tutte quelle, & tal proportione di detta summa non può esser sola, che una sola, ma le varie specie di proportioni, che possono concorrere alla compositione di una data proportione sono (come di sopra è stato detto) di numero infinito, & questo procede perche fra li duoi estremi della data proportione ellendovi collocato un solo termine, che formano due proportioni composte quella dalla data proportione, nel mezzo solo si può variar di quanto in infiniti modi, e però infinite specie di due proportioni può concorrere alla compositione di quella data proportione, ma più che fra li detti duoi estremi della data proportione vi si può collocare duoi termini differenti quanto, & quanto, che dividerano la data proportione in tre discrete proportioni, che concorrerano alla compositione di quella, ma le dette tre proportioni ponno esser di infinite qualità. Ma più che fra li detti duoi estremi vi si potra interporre non solamente 2, & 3, ma quanti ne fia infiniti, & di quanto, & quali infiniti, differendo la data proportione in infinite specie di proportioni, [1]quali tutte concorrerano alla compositione di quella tal proportione, quello ch'io voglio dire per esempio, che se per sorte fussi addimandato di quante specie di proportionate è composta la proportione dodecupla (cioè da .12. a .1.) tu potresti rispondere ch'ella è infinite le specie di che la può esser composta, perche la quel .12. & quel .1. che gli può esser alcuno termine fra l'uno & l'altro quanto, come fia 2 over un più che facendo fra un quarto modo .12. .2. .1. ciascuna di queste può esser composta di una quadrupla, & di una tripla, & così gli potresti allegare in

[1] luogo

luogo di 3. vn 5. ouer vn 7. ouer vn 8. ouer vn 9. ouer vn 10. ouer vn 12. anchora ui ripondi alcuno di numeri maggiori di 12. come sarìa vn 18. ouer vn 16. ouer vn 14. & altri simili, ui dirò che la venirà a esser composta di vna proportione della maggior inequalità, & in vn'altra della minor inequalità, & questa interpositione di vn tal termine maggior di 12. può variar in infiniti modi, & se con la interpositione di vn sol termine solo ui si può dar varietà in infiniti modi, & però la può esser composta in infiniti modi da due sole proportioni, perche in infiniti modi, che si trouano quel termine medio, si trouano anchor quelle due proportioni, che la cõpongano, & se vn termine solo varia in infiniti modi, le due proportioni, che la componeranno, molto più variaranno le sue proportioni, che la possano comporre interponendoui dui termini, & molto più interponendoui tre, ouer più termini, come in questo esempio si vede 12. 18. 16. 12. nelquale esempio la proportione dal primo al vltimo, cioè da 12. a 1. venirà a esser composta da tutte quelle quattro specie di proportioni interposte, & con questo esempio voglio far fine a questa particolarità.

dodecupla

12 . 16 . 12 . 6 . 1

Per la notitia del denominatore di una proportione, & di l'uno di suoi dui termini a fin per trouar l'altro termine.

Se per sorte ci occorrerà, che ne siano date la notitia della denominatione di vna proportione, & insieme con quella, che siamo anchora noticia del antecedente, & che ci bisogni dimostrar il conseguente di tal proportione, sempre parti il detto antecedente, per il denominatore di tal proportione, & lo auenimento sarà il ricercato conseguente. Essempi grata fingemo, che il denominatore della sesquialtera è 1½, & ponga che sappiamo, che l'antecedente di vna tal proportione esser 9. hor volendo trouar il suo conseguente, partirà detto 9 per 1½, & ne venirà 6. & così il suo conseguente sarà il detto 6. & con tal modo procederai in ogni altro caso simile. Ma quando che con la detta notitia del denominatore di detta proportione, hauerai notitia solamente del conseguente di tal proportione, & che ci bisogni trouar l'antecedente di tal proportione procederai al contrario, cioè moltiplicarai il detto conseguente per il detto denominatore, & tal prodotto sarà lo ricercato antecedente. Essempi grata pongo che sappiamo, come che il denominatore par della sesquialtera sia pur 1½, & che sappiamo che il conseguente di vna tal proportione sia 6. hor volendo trouar l'antecedente di tal proportione, moltiplica il detto 6 per 1½ farà 9 per nostro ricercato antecedente. Et così procederai in ogni simil caso.

Del sottrare delle proportioni. Cap. V.

Il sottrare delle proportioni è al contrario del sommare, perche con il sommare si compone, & con il sottrare si discompone (alla similitudine che si fa con li numeri) Questo anchora in più modi si può disporre, perche se vorremo cauare vna proportione doppla da vna tripla, & determinare che proportione resta si può procedere per questo modo, cioè pigliarai la doppia in questa forma, cioè in questa guisa 3. 1 fatto questo sopra del 3. cauarai vn'altro termine, che formi la detta dupla con l'uno di quelli dui termini, cioè con quel 1. ouer con il 2. (per li modi dati nella precedente) hor interponemoui vn 2. in questo modo 3. 2. 1. il qual 2. ui ha diuisa la detta tripla in due proportioni, cioè in vna dupla, & in vna sesquialtera, la dupla è quella che è dal detto 3. al 1. & la sesquialtera è quella che è dal 3. al 2. e però se della detta tripla ne cauaremo quella dupla resta vna sesquialtera, cioè quella che è dal 3. al 2. al medesimo modo se vi interponerà 1½ in questo modo 3. 1½. 1. perche tal 1½ ui farà parimente diuidere la detta tripla in vna dupla (la qual è quella, che è da 3 a 1½) & in vna sesquialtera (la qual è quella ch'è dal detto 1½ al 1.) onde se di detta due proportioni ne leuarai la nostra dupla, ne resterà la medesima sesquialtera, cioè quella che è da 1½ a quel 1. ma volendo far tal effetto senza rompere la vera forma, ne piglierai la tripla in numeri maggiori, cioè in questo modo 6. 3. 2. & così v'interponerai vn 3. in questo modo 6. 3. 2. & farà il medesimo.

Se vorremo ancora per questo medesimo modo formare vna sesquialtera da vna tripla, pigliarai la detta tripla in forma in questo modo 3. 2. 1 fatto questo, ouer con lo antecedente 3. formarai vna sesquialtera (per li modi dati nella lettera) ouer che la formarai cõ il conseguente 1. formandola con lo antecedente 3. il suo conseguente farà 2. & farà in questo modo 3. 2. 1. hor essendo la detta sesquialtera della detta tripla, resterà la proportione, ch'è dal 2. a quel 1. ch'è vna dupla, e però concludiremo, che a formare vna sesquialtera da vna tripla resterà vna dupla. Le prouè di queste specie di formati si fanno, come quelle del formar di numeri, cioè formando quella proportione che resta con quella, che habbiamo cauata douerà riuenir la proportione, dalla quale si fanno la

tripla

3 . 2 . 1

sesqui. dupla

tripla

3 . 1½ . 1

dupla sesqui.

tripla

5 3 2

dupla sesqui.

tripla

3 . 2 . 1

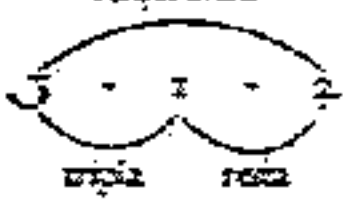
sesquial. sesqui.

formazione, cioè formando quella dupla (che in questo caso resta) con quella seguente, che fia cosa, dovendo ritrovare la seconda tripla, & perche a formare la detta dupla con la detta seguente (per il modo dato) bisogna una tripla, però dirremo che resta formata nella seconda, & così del modo si apprenderà anco le altre formazioni di proportioni.

Opinione di Frate Luca circa il formare delle proportioni.

Fra Luca dal Borgo sopra il formare delle proportioni, dice che non si può mai formare, over causare una proportione maggiore di vn'altra minore di lei, & questo lo approua fondato con quello, che nelli numeri appare, cioè che di vn numero minore non è possibile a poterne causare vn'altro maggiore, come lui dice a volere formare 3 di 2, cosa impossibile, & così per tal ragione giudicar deue impossibile (come è vero) la poter causare vna proportione maggiore di vn'altra minore, la qual sua opinione, & conclusione è totalmente falsa, perche se tal sua opinione fusse vera, seguirebbe che fusse anchora impossibile a formare vna proportione della maggior inequalità, con vna della minor inequalità, come sarà a dire a formare vna tripla con vna sudoppia, la qual composizione, over formata (procedendo per li modi detti) ne resta vna sesquiterza, la qual sesquiterza è minore della proposta per la ragione detta di sopra nel primo capo) & conciosia che il formare di sopra non si faccia, cioè se della detta sesquiterza si formasse la tripla (che si fa manifesta) ci resta (oltre al formata) vna sudoppia, & perche a formare la detta tripla (per il modo detto) della detta sesquiterza si ricerca prima formare la detta sudoppia, però dicemo la nostra formata esser fatta bene fatta, & come di sopra si vede, che noi habbiamo formata vna tripla di vna sesquiterza, & siamo anchora chiari, che la detta tripla è maggior della data sesquiterza, perche quella proportione è maggiore, che ha maggiore denominatione, & il denominatore della tripla è 3, & il denominatore della sesquiterza è 2, e però la tripla è maggiore della sesquiterza, & nondimeno habbiamo formata la detta tripla (maggiore) della detta sesquiterza (minore) & è restato di sopra formata vna sudoppia, & perche questa specie di formare si possa ridurre in regola generale di proportioni, non vi è dubbio la detta opinione di fra Luca esser falsa, & per maggiore suo vero esempio, a formare vna quadrupla di vna tripla procedendo per il predetto modo resta vna sudoppiaquinta, come qui sotto vedi, & se nel formare la proportione quadrupla si ritrova formata la sudoppiaquinta, che resta sopra quella quadrupla, che si hà presa, & conosciamo che di tal formata si ritrovarà la detta tripla, e però tal formare fia bene, & così si procederà nelle altre, come che per questi pochi modi pur assai facilmente si esemplificarà.

a formare di vna sesquiterza vna tripla (per il modo detto di sopra) resta vna sudoppia, come si vede



a formare vna quadrupla di vna tripla resta vna sudoppiaquinta, come qui sotto si vede

Del secondo modo di formar le proportioni.

Il secondo modo di formare le proportioni è molto più speditiuo del precedente, & molto buono dal comune delli Matematici, & detto da Euclide, & della quinta del quinto, vero è che in due modi si può mettere in forma, cioè rapresentare, & non tutte le date proportioni, con le quali si ha da fare la formatione, il primo di quali modi è questo, volendo formare potendo vna data di vna tripla, noterai la tripla, come in margine vedi, & sopra di quella noterai la dupla, che vuoi formare, & dietro vna linea, sopra quella metterai il consequente di quella, che vuoi formare, cioè della dupla, qual è 2, poi l'antecedente dell'altra, qual è 3, & prossimo, qual sarà 4, notarai per antecedente del resto, sopra di quella linea, & dopo multiplica l'antecedente di quella proportione, che vuoi formare, cioè della dupla, qual è 2, fia il consequente dell'altra, qual è 2 & questo secondo prodotto, qual sarà 4, notarai sotto la linea per consequente del detto resto, & fatta in questo modo 3 a 2, come in margine vedi, il qual resto sarà vna sesquiterza, & così dirrai, che a formare vna dupla di vna tripla, resta una sesquiterza, & se di tal formare, & di simil cosa, ne vorrai far prova, somma la proportione, che resta con quella che si è formata, per li modi detti, & se la proportione di tal somma sarà eguale alla proportione, da che si fece la formatione, diremo la nostra formatione esser giusta, & perche a formare la detta sesquiterza, che resta, con quella dupla, che si formata, per li modi detti si formi quella proportione, cioè come di 3 a 2, come in margine vedi, qual proportione è per vna tripla, e però fia bene, & per non fare in tale esempio doppi altri formati si pongono le figure.

a formare di vna sesquiterza vna tripla (per il modo detto di sopra) resta vna sudoppia, come si vede

Di — 3 / 2
a formare 2 — 1

resta 1 — 2

prova 6 — 2

Di — 4 / 3
a formare 4 — 3

resta 5 — 4

prova 36 — 24

Di — 5 / 4
a formare 9 — 8

resta 22 — 18

prova 198 — 72

La prova a formare di 3/2 con 4/3 di 4/3 che sarà vna tripla

Nota che la proportione delle prove per esser in numeri grandi, & ben formati dubitare, ma si ritornerà sempre al denominatore, & vedrai quello esser fatto a quello della proportione, & hai fatta la formatione, e però fia bene.

4 VOlendo anchora per questo medesimo modo fornare vna tripla di vna dupla (cioe vna proportione maggiore di vna numero, che fra Luca dice esser impossibile) allegaremo le dette proportioni al concetto nella precedente, cioe poneremo prima la dupla, & sotto di quella gli noteremo la tripla, & tiraremo di sotto vn la solita linea, & multiplicaremo quel 2 (consequente della tripla) fia quel 2 (antecedente della dupla) fia pur 2. il qual 2. noteremo sotto alla linea per antecedente del resto, & dapoi multiplicaremo quel 3 (antecedente della tripla) fia quel 2 (consequente della dupla) fara pur 3. & questo 3 noteremo sotto alla linea per consequente della proportione, che resta, et fiara in questa forma 2.3 come in margine vedi, il qual resto fara vna subsolquisera, & cosi diremo, che a fornar vna tripla da vna dupla resta vna subsolquisera, & se ne vorra far proua, fumara quella subsolquisera (che resta) con quella tripla (che hai fornata) & trouarai che fara vna, come da 6 a 3. che è vna dupla, per simile a quella, dalla qual hara la formatione, e pero al nostro formatione è buona, & per non star abondar in parole, non procederemo piu oltra, ma per sua maggior informatione poneremo alquanti altri fornari in margine di varie qualita, con le loro proue, fra lequali in fine ne pongo uno di fornar vna sesquisetaua di vna sesquisetaua, dalla quale formatione ne resta la equalita, cioe da 5. 24. per auanti, che a fornare vna proportione da vn'altra alei equale, sempre ti resta la detta equalita, laqual cosa ne dimostra quanto fu detto equalita esser nulla nelle inequalita, ma solamente principio della detta inequalita.

Di — 2	1
a fornar 3	1
resta 2 — 2	
proua 6 — 3	
Di — 3	4
a fornar 5	6
resta 18 — 20	
proua 90 — 120	
Di — 3	2
a fornar 2	3
resta 5 — 4	
proua 18. — 15	
Di — 3	2
a fornar 3	1
resta 6 — 6	
proua 18. — 18	

Del secondo modo di rapresentare, over di notare in figurale proportioni nelle formationi.

5 L'Altro modo di notar in forma le proportioni nelle formationi, è a rapresentar quelle in forma di roti, come fu detto nella decima del primo capo, & notare quella, che si vuol fornare dalla banda sinistra, & l'altra dalla banda destra, dapoi procedere secondo l'ordine del partir di roti. Essempi gratia volendo fornare vna tripla da vna quadrupla si noterà la tripla in questo modo $\frac{3}{1}$, & la quadrupla in quest'altro $\frac{4}{1}$, & porrai la tripla, che vuoi tenir da banda sinistra, & la quadrupla dalla destra, come in margine vedi, dapoi procederai, come è costuma nel partir di roti, multiplicando quel 3. che è sopra la virgola della tripla fia quella vna figura sopra la virgola della quadrupla, fara pur 3. & questo 3 noterai consequentemente sotto a vna virgola, poi multiplicarai quel 1. che è sotto la virgola della tripla fia quel 4. che è sopra la virgola della quadrupla, & fara 4. & questo 4 noterai consequentemente sopra la virgola di quel 3. che già notasti, il che facendo fiara in questa forma $\frac{4}{3}$, che rappresenta vna sesquiterza, & cosi resta a fornare vna tripla da vna quadrupla, & se ne vorrai far proua fumarai la detta $\frac{4}{3}$ (che resta) con la $\frac{3}{1}$, che fu causa fara $\frac{12}{3}$, che fara vna quadrupla, laquale per esser simile a quella proportione, dalla quale fu fatta la formatione, diremo al formatione esser giusta.

a fornar vna	$\frac{4}{1}$
di quanta vna	$\frac{3}{1}$
resta vna	$\frac{4}{3}$

Essempio

a fornar vna	$\frac{3}{1}$
di quanta vna	$\frac{2}{1}$
resta vna	$\frac{3}{2}$

per far la proua fumara $\frac{3}{2}$ con $\frac{2}{1}$ fa $\frac{6}{2}$, che sidduce fara $\frac{3}{1}$.

a fornar	$\frac{3}{1}$
di quanta vna	$\frac{2}{1}$
resta vna	$\frac{3}{2}$

per far la proua fumara $\frac{3}{2}$ con $\frac{2}{1}$ fa $\frac{6}{2}$, che sidduce fara $\frac{3}{1}$.

a fornar $\frac{2}{1}$ di $\frac{1}{2}$ resta $\frac{4}{3}$
a fornar $\frac{3}{1}$ di $\frac{2}{3}$ resta $\frac{9}{8}$

6 VOlendo anchor per questo modo fornare vna dupla di vna subtripla (la qual dupla, come credo ti sapia è molto maggiore della subtripla) rapresentarai la dupla in questo modo $\frac{2}{1}$, & notarala dalla banda sinistra, & la subtripla rapresentarai in questa forma $\frac{1}{3}$, & notarala dalla banda destra, come in margine vedi, fatto questo procederai secondo l'ordine, che si costuma nel partir di roti, cioe multiplica quel 2. che è sopra la virgola della dupla, fia quel 3. che è sotto la virgola della subtripla fara 6. & questo 6 notarai consequentemente sotto a vna virgola, poi multiplicarai quel 2. che è sotto la virgola della dupla fia quel 1. che è sopra la virgola della subtripla, fara pur 2. & questo 2 noterai sopra la virgola di quel 6. che già ponesti, il che facendo fiara in questa forma $\frac{2}{6}$, che significa vna subsesquiterza, & al proposito ne resta a fornar vna dupla da vna subtripla, & se ne vorrai far proua fumarai la $\frac{2}{1}$, che ottenesti con la $\frac{1}{3}$, che si resta, & trouarai che fara in fumma $\frac{2}{3}$, che fara vna per vna subtripla, e pero fara bene, & cosi con tal ordine procederai in tutte le altre poste in margine, come potrai vedere, della proua ne lasso il carico.

Corellario.

DAlle regole date sopra il fornare, & fornare delle proportioni (rapresentate in forma di roti) si manifesta che il fornare delle proportioni è simile al multiplicar di roti, & il fornare di dette proportioni, è precisamente simile al partire di detti roti.

Del multiplicar delle proportioni. *Cap.* *VI.*

1 IL multiplicare delle proportioni è tanto simile al fornare di quelle, quanto che è il multiplicare di numeri semplici al fornare di quelli, cioe che ben considera quelli doi atti trouarassi, che

con il summare si referiamo, over che le se possino fermare generalmente per summare insieme più parte di numeri, o siano di numeri equali fra loro, overamente inequali. Essempi grossi che vedemo possimo quelle seme parte di numeri 2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. che componere, over summare insieme, sequi seme parte come si vede sono di numeri fra loro differenti, & se havessimo possuto ancora quelle seme altre parte di numeri equali 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2. over da componere, over summare insieme, dico che allhora quelle 12. & 7. parte del una sola sorte, come si fanno nelli summari (cioè come si vede in margine) l'una, & l'altra summa poriano ellequire con il simplice uso detto fermare, come che in margine vedi, che l'una summa di 132. l'altra di 252. & quantunque questo uso detto summare se possi fermare a componere, over summare insieme ogni grande numero di parte di numeri equali fra loro, nondimeno la practica ne insegnare a ellequire più leggiadramente, & con più brevità nelli numeri con un altro modo, over uso detto multiplicare, come che in margine si vede, che multiplicando quel 2. per 21. si ha immediatamente quella medesima summa di 252. ma non vedi, che tanto quello che si fa con il multiplicare, si può far anchora con il summare. & non seguita il contrario, cioè che tanto quello, che si può fare con l'uso del summare si possa far con il multiplicare, perche con il multiplicare non possemo componere, over summare insieme molte parte di numeri fra loro diversi. Questo medesimo voglio inferire del summare, & del multiplicare delle proportioni, i quali dico anchora quello che è detto summare, anchor che se tenga si per componere, over summare insieme più proportioni, si equale, come inequale fra loro, nondimeno per quella ragione detta sopra di numeri, quando che le proportioni, che si havessimo da componere, over summare insieme fussino diverse in denominatione al uso di poter dire summare, over componere insieme. Ma quando che le dette proportioni fussino equali in denominatione, comunemente al uso si suole dire multiplicare, anchor che l'uso & l'altro di detti duoi modi si ritorni una medesima via si confirma di mandarli ad effettione, cioè che per tanto quelle vogli modi di sopra usati per summare due, over più proportioni diverse in denominatione, per tanti quelli si confirma a summare, over componere insieme due, over più proportioni equale, over a duplicare, triplicare, quadruplicare, ovi multiplicare per 5. per 6. & per ogni altro numero una data proportione. Et acciò meglio mi intendi ponga, che vogliamo multiplicare una ſesquialtera per 5. (qual vole non vuol dir altro, che voler summare, over componere insieme cinque proportioni ſesquialtere, cioè come da 2. ho detto che quello si può ellequire in tanti quelli vogli modi detti nel summare di dette proportioni, il primo modo è a componere le dette cinque proportioni in li termini per il modo mostrato nella 2 3 del primo capo, il che facendo li detti 6 termini saranno in questa forma 243. 162. 108. 72. 48. 32. di modo che per l'ordine diffinito da Euclide nella (più volte allegata) 11. & 12. diffinitione del quinto, & nella 14 del settimo, la proportione del primo termine (che è da 243) al ultimo (che è 32) sarà quintupla alla proportione, che è dal primo al secondo (cioè da 243. a 162.) la quale è ſesquialtera, e però la proportione di 243. a 32. sarà per la summa di cinque proportioni ſesquialtere, & la detta multiplicatione di quella nel summare over multiplicatione sarà $\frac{243}{32}$, & così nel modo si può multiplicar qual si voglia altra ſpecie di proportione, & per qual si voglia altro numero, & questo è il primo modo detto nel uso del summare di dette proportioni.

Essempio

15	32
25	24
39	33
56	32
54	25
9	23
63	25
252	252
summa	summa

con il multiplicare 21
1

prodotto 252

= Vn altra medesima sorte di multiplicationi si possono ellequire per quel secondo modo, over via detta di sopra nella terza, over quarta di summari del terzo capo, cioè ellequendo cinque proportioni ſesquialtere l'una sopra l'altra, come che in margine appare, & dapoi multiplicar gli antecedenti l'uno sopra l'altro, & quel produtto sopra l'altro, & quel sopra l'altro, & così procedendo se ne venirà per 243. come che in margine fazzo alla linea apparire, & il medesimo fare delli conſequenti, il che facendo sarà per 32. & così concludemi che multiplicando una ſesquialtera (cioè come da 2. a 3. per 5) sarà la detta proportione di 243. a 32. il come fece anchora per il primo modo.

= multiplicar per il ſecondo modo.

3.	2	1.
3.	2	1.
3.	2	1.
3.	2	1.
3.	2	1.
243.	2	32.

= Et se ti parelle di voler rappresentare le dette cinque proportioni in forma di rotti (come che in margine vedilo poci fare, & dapoi seguir, come nel multiplicar di rotti si costuma, il che facendo se ne venirà $\frac{243}{32}$, come che in margine vedi.

Di un'altro modo, over regola di multiplicar una data proportione.

4 VN altro breve modo, over regola ci voglio mostrare di multiplicare una data proportione (il fondamento della quale) cavino non solamente dal primo corollario della 23. del ſesto di Euclide, ma anchora dalla undecima del ottavo, & dalla 36 del undecimo libro, & massime il duplicare, & triplicare una data proportione, over multiplicarla per 2.

per 2. & per 3. dalqual fundamento si verifica in tutte le altre dignità di numeri, che seguono ordinatamente dentro al cubo. Essempi gratia volendo duplicare una data proportione quadrata, l'uno, & l'altro di termini di quella, & così la proportione delli detti duoi quadrati sarà doppia a quella proportione di lati. Et così volendo triplicare una data proportione, cubaremo l'uno, & l'altro di duoi detti termini, over termini di tal data proportione, & così la proportione di tali duoi numeri cubi sarà tripla alla data proportione di suoi lati, & tanto quello dimostra Euclide nelle sopra allegate propositioni, & correlarii, hor dico io (anchora che Euclide non lo ponga) che volendo quadruplicare una data proportione tra cubo di cubo (o vuoi dire a quadrato di quadrato) l'uno, & l'altro termine di quella, & così la proportione di tali cubi di cubi, sarà quadrupla a quella prima proportione data di suoi lati, & per non abondar in parole, recando anchora l'uno, & l'altro di duoi termini di cui data proportione al suo primo, la proportione delli detti duoi primi sarà quintupla alla detta data proportione, & così recando l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo cubo, la proportione di detti duoi cubi sarà sestupla alla detta data proportione, & così recando l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo secondo relato la proportione di detti duoi secondi relati sarà settupla a quella prima data proportione, & così recando l'uno, & l'altro di detti duoi termini a continuamente la proportione di tali duoi continui sarà ottupla a quella prima data proportione, & così recando l'uno, & l'altro di predetti duoi termini al suo cubo cubo, la proportione di tali duoi cubi cubi sarà nonupla a quella prima data proportione. Et similmente recando l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo centesimo relato la proportione di tali duoi centesimi relati sarà decupla a quella prima data proportione, & similmente recando l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo centesimo primo relato, la proportione di tali duoi centesimi primi relati sarà undecupla (che undici volte tanto) di quella prima data proportione, & così con tal ordine poi andar multiplicando quale si voglia data proportione in infinito. Et acciò meglio s'intenda poniamo essempio in che modo vogliamo duplicare (cioè multiplicar per 2.) la proportione, che è da 3. a 2. (laqual fatta tra difquisitione) quadraremo l'uno, & l'altro di quelli duoi termini, & tali quadrati saranno 9. & 4. hor dico che la proportione di 9. a 4. è doppia a quella, che è da 3. a 2. & volendo triplicare quella medesima proportione, che è da 3. a 2. cubaremo l'uno, & l'altro di detti duoi termini, & che cubando saranno l'uno cubo 27. & l'altro 8. hor dico la proportione, che è da 27. a 8. è tripla a quella che è da 3. a 2. Et così volendo quadruplicar la medesima proportione, che è da 3. a 2. recaremo l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo cubo di cubo, i quali cubi di cubi saranno l'uno 81. & l'altro 16. hor dico la proportione da 81. a 16. è quadrupla a quella che è dal detto 3. al detto 2. & per abreuiar parole volendo quintuplicar tal proportione (cioè multiplicarla per 5.) recaremo l'uno, & l'altro di detti duoi termini al suo primo relato, i quali saranno 243. & 32. & l'altra proportione di tali duoi relati sarà cinque volte tanto quanto è quella, che è da 3. a 2. & così la proportione delli cubi cubi di detti duoi termini (i quali cubi cubi sono 729. & 64.) sarà sestupla, che è sei volte tanto di quella che è da 3. a 2. & similmente la proportione delli secondi relati delli detti duoi termini (che saranno 2187. & 128.) sarà sette volte tanto di quella, che è da 3. a 2. & finalmente la proportione delli centesimi delli medesimi duoi termini (i quali centesimi saranno 656121. & 65536.) sarà otto volte tanto di quella, che è da 3. a 2. & finalmente la proportione delli centesimi primi delli detti duoi termini (i quali saranno 1968721. & 131072.) sarà 9 volte tanto quanto quella, che è da 3. a 2. & così la proportione delli centesimi relati delli detti duoi termini (i quali centesimi relati saranno 59049. & 4194304.) sarà 10 volte tanto di quella, che è da 3. a 2. & finalmente la proportione di centesimi di detti duoi termini (i quali centesimi relati sono 177147. & 8388608.) sarà 11 volte tanto quanto quella, che è da 3. a 2. Et con tal ordine potrai procedere in infinito, & in ogni specie di proportione.

Tripla di	3. a 2.	1
Doppia di	9. a 4.	4
Tripla di	27. a 8.	6
4. tanto di	81. a 16.	16
5. tanto di	243. a 32.	11
6. tanto di	729. a 64.	64
7. tanto di	2187. a 128.	113
8. tanto di	6561. a 256.	256
9. tanto di	19683. a 512.	514
10. tanto di	59049. a 1024.	1024
11. tanto di	177147. a 2048.	2048

Come che il partire delle proportioni si può intendere in duoi modi, & come solamente uno di quelli è proprio partire, & l'altro non, & di alcune nuove regole del predetto autore ritrouate, al proprio partire di dette proportioni molto commode, & necessarie. Cap. VII.

IL partire delle proportioni si può intendere in duoi modi l'uno è a partire una propositione per numero, cioè a partire una proportione in due, ouero in tre, ouero in più parti eguali, & questo è il proprio partire (come sopra al partir di numeri semplici si è detto) & lo accennamo di tal proprio partire è sempre della natura della cosa partita, e però partendo con tal sorte di partire una proportione, lo accrescimento fa una pro-

Altro modo di partire (nelle proportioni) è a partire una proportione maggiore per un'altra minore. Il quale non è proprio partire, ma è un voler sapere quante volte una proportione minore entri, numeri, over misuri un'altra proportione maggiore, & in questo modo sempre bisogna, che la misura sia della natura della cosa misurata, cioè che la sia di quel medesimo genere, & l'istesso di sopra partire, eccettuatamente è sempre detto numero semplice, cioè il numero che ne esprime il numero delle volte, che quella tal proportione minore entra, over misura quell'altra proportione maggiore, o vogliam dir che il medesimo sia il numero delle volte, che quella proportione maggiore contiene in se quell'altra proportione minore. Et quantunque quelli dui modi siano differenti, accadendo nelli numeri il proprio, come sopra di partir di quelli in ambedui non vi è stato fatto distintione alcuna (come sopra di partir di quelli in ambedui) anzi l'uno, & l'altro gli diamo partire, perche con quelli medesimi modi, che si risolve l'uno, si risolve anchora l'altro, ma perche tali dui modi nelle proportioni non poco sono nelle lor risolutioni differenti, egli è necessario a dir anchora distintamente di essere l'uno, & l'altro, ma tanto che sia di principio a l'uno di quelli per procedere regolatamente, voglio dar modo, & regola da sapere ritrovare quelle cose, che il proprio partire delle proportioni ricercano necessarie.

Essendo noti la prima, & l'ultima di tre quantità continue proporzionali, & volendo con tal notitia ritrovare la seconda di dette tre quantità sempre multiplica la prima via l'ultima (o vuoi dir la seconda) & la radice di tal produtto fia la detta seconda quantità. Essempi gratia le la prima di tre quantità continue proportionali fusse 9, & l'ultima fusse 4, & se con tal notitia volessi trovare la seconda quantità, multiplica 9 drento 9 fia 81, & 4 drento 4 fia 16, & la radice di 16 (qual è 4) fia la ricercata seconda quantità, cioè che le dette tre quantità siano 9. 6. 4. & quella regola si stende in tutte altre simili questioni, la qual regola si cava dalla 11 propositione del sesto di Euclide nelli numeri, ma per la grossezza nella 17 del detto si dimostra tal proportione in ogni specie di quantità continua, & però bisogna sapere, che la maggior parte delle volte nelle simili questioni, tal sorte di quantità non fiano razionale, o vuoi dir dette, ma fiano irrationale. Essempi gratia la prima sorte di tre quantità continue proportionali fusse 10. & l'ultima 2. (che è detto) fusse 4. & cercasse tal nostra 11 volta trovare la quantità del secondo termine, cioè multiplica 10 drento 10 fia 100, & la radice di 100 fia la quantità del secondo termine, & così dico che la radice di 40 fia la quantità del secondo termine, & così procedendo secondo questo modo, e con la 11 differenza, o vuoi dir razionale (volendo dar esposta a tutte simili questioni tal secondo termine che si cerchi) sempre si trova quello, over quantità che ne esprime, cioè che ne dimostra Euclide nella detta 11 del sesto. Et per approvare se tal condizione è buona, vedi se la multiplicatione della prima nella terza è equale al quadrato di quella di mezzo (come che dimostra Euclide nella 17 del sesto) & pche 9 fia 36. & 6 quadrato di 36 è equale a 9 fia 36. per tal cagione è buona detta 11.

Nelora essendo noti la prima, & la vltima di quattro quantità continue proporzionali, & volendo per tal notitia ritrovare la seconda di dette quattro quantità, sempre multiplica il quadrato della prima quantità fia la vltima (o vuoi dir fia la quarta) & la radice cuba di tal produtto fia la ricercata seconda quantità. Essempi gratia le la prima di quattro quantità proporzionali fusse prodotto 64. & la quarta fusse 27. & se con tal notitia volessi trovare la seconda di dette quattro quantità, quadra la prima (cioè quel 64) fia 4096. & quello quadrato multiplica fia la quarta quantità (cioè fia quel 27) fia 110592. & la radice cuba di questo 110592 laquale fia 48 fia la seconda quantità, laqual poria ancor facilmente esser detta per altra via, cioè multiplicando la prima via la quarta fia 1728. & la radice cuba di questo fia 12. cioè vi mancaria da trovar la terza quantità, & quella la detta terza quantità si poria trovar per più vie (cioè multiplicando la prima con la quarta) & quel produtto partito per la detta seconda (o sarebbemo fatta la detta terza (per le ragioni adutte nella 11 del primo capo) ovvuramente multiplicando la seconda quantità, cioè quel 48 in se medesimo, & quel produtto partendolo per la prima (cioè per 64) lo avenimento fia per la medesima terza quantità (per le ragioni adutte nella 11 del detto primo capo) nondimeno volendo, che ritrovemo anchora la detta terza quantità con quel medesimo modo, che habbiamo trovata la seconda, cioè multiplicando la quarta quantità (cioè 27) in se medesima, fia 729. & quello quadrato multiplica fia la prima (cioè fia 64) fia 46656. & la radice cuba di tal produtto (laquale fia 36) fia la detta terza quantità, nel che essendo dette quattro proportionali fiano in questa forma 64. 48. 36. 27. & con tal ordine, over regola procederai in tutte le altre simili questioni.

Ma bisogna avertire che nella maggior parte di simili questioni, nel secondo quadrato non si trova effer razionale (come fu detto anchora nella precedente di 3 quantità) ma irrationale, cioè sordo, & nel anchora la terza. Essempi gratia nel primo termine di quattro quantità proportionali fusse 10. & il quarto 5. & che per tal notitia, volessi trovar il secondo termine. Quadra il primo, cioè

9	3	3
6	2	2
4	4	4

8	4	2
4	2	1
2	1	½

2	2	2
1	1	1
½	½	½

8	8	8
2	2	2
½	½	½

10.	10.	5.
5.	5.	2½
2½	2½	1¼

2	2	2	2
1	1	1	1
½	½	½	½
64.	48.	36.	27.

2	2	2	2
1	1	1	1
½	½	½	½
64.	48.	36.	27.

2	2	2	2	2
1	1	1		1
½	½	½		½
64.	48.	36.		27.

primo	2	1	2
	40	20	10

mo, doue 20. fia 400. & questo multiplica fia il quarto termine, doue fia 5. fia 2000. & la radice cu ba di questo produtto fia il secondo termine di detti quattro quantità proportionali, & perche il detto 2000 non è numero cubo, perciò la detta sua radice cuba viene a esser sorda, e per tanto in simili casi non bisogna cercar la sua radice propinqua, perche la conclusione sarà falsa, anzi per concludere giustamente bisogna nominarla coll sordamente dicendo, che il secondo termine, & tal quarto quantità continue proportionali viene a esser la radice cuba di 2000. & nominarla in questa forma 20. $ cu. 2000. e. 5. il terzo termine per esser anchora incognito lo nomeremo per numero, & il quarto fia il nostro proposito 5. Ma volendo anchora per questo nostro modo, ouer regola trouar la detta quantità, o vogliam dir il terzo termine procederemo per il medesimo modo (cioe supponendo il quarto termine per il primo, & il primo per il quarto, seconde l'ordine de gli anbi) cioe quattro quali 5. fia 5. & questo 5 multiplicalo fia il 20. fia 500. & la radice cuba del detto 500. fia la terza quantità, o vogliam dir il terzo termine, & tutti detti quattro termini continui proportionali fiarano in questo modo 20. $ cu. 2000. $ cu. 500. 5. come che anchora in margine posti vedere potrai nella prima effemplificatione nationale, lo potrai far multiplicando la prima nella quarta dicendo 5 fia 20. fia 100. & questo 100 partalo per la seconda, cioe per $ cu. 2000. il che facendo trouarai che ne vorrà $ cu. 500. Anchora potrai trouar la detta terza quantità per la regola del 3. dicendo se 2 mi dà $ cu. 2000. che mi darà $ cu. 2000. multiplica, & parti secondo l'ordine detto nel multiplicar, & partir di $ fra loro, & per numero, & trouarai che ti ne vorrà quel medesimo, cioe $ cu. 500.

Queste questioni di saper fra due quantità trouar dui mezi termini proportionali Frate Luca le mette via per cosa difficile, & la mitegna a effequire per angiosa, & per via molto strana, & fastidiosa, come che a carte 17 dell'opera sua, alla decima questione potrai vedere.

5 Auendo anchora a trouar la prima, & la vltima di cinque quantità continue proportionali, & volendo per tal regola ritrouar la seconda (di dette 5 quantità) sempre cuba il primo termine, & quel ch'esce multiplicalo fia il quinto termine, o vogli dir fia la vltima quantità, & la radice della radice di tal produtto fia la ricercata quantità. Essempi gratia, & la prima di cinque quantità continue proportionali fusse 1. & la quinta fusse 256. hor se con tal regola vorrai trouar la seconda di dette cinque quantità, cuba la prima (cioe quel 1.) fara 1. 1. 1. & questo multiplica fia la quinta (cioe fia 256.) fara 256. 1. 1. 256. hor dico che la radice della radice di questo 256. 1. 1. 256 (qual fara 16.) fara la seconda quantità, & se tu aparecchi di voler trouare anchora la quarta quantità, la puoi trouar per questa medesima regola supponendo la quinta per prima, & la prima per quinta, cioe cubar quella quinta (cioe quel 256.) fara 16. & questo 16 multiplicandolo fia la prima (cioe fia quel 1.) fara 16. & la radice di radice di quel 16. (che fara 4.) fara la quarta quantità, cioe il quarto termine, onde procedendo nel quarto luogo staranno in questo modo 1. 4. 16. 256. cioe vi restara anchora occulto il terzo termine di mezzo (cioe dove è quel nulla) qual si potria ritrouare per piu vie, ma la piu commune fia a multiplicare il primo termine fia il quinto, cioe 1. fia 256. fara 256. & la 3 quantità di 4. (qual è 8) fara il mezo termine, o vogli dir il terzo, qual mettendolo al suo luogo li detti cinque termini staranno in questo modo 1. 4. 8. 16. 256.

Nota che per altre vie, ouer regole si potria trouar fra due quantità li sopra detti mezi continui proportionali, & massime per le estreme dette, ouero dichiarate in fine della 11 del primo capo, & anchora per quel modo dato in fine della 12 del primo capo, perche trouato il secondo termine, con quello insieme con il primo, ne potremo trouar quanti ne pare, ma io te li ho voluti mostrar per questa nostra regola, accioche tu comprenda questo nostro ordine da noi trouato nelle quantità continue proportionali & nelle dette, come che in quelle che si fan da dire. Auertisci che nelle quantità continue proportionali di termini dispari, & di mezi dispari è cosa facile, & communemente a molti è stato per la notizia di sopra dette ritrouar li suoi termini di mezzo, cioe egli è cosa facile fra prima il trouare fra due quantità vn termine medio proportionale, & similmente fra dui termini trouar tre mezi termini continui proportionali (cioe numero dispari) Ma a trouar mezi pari, fra li termini pari, non è cosa così communa, anzi vi occorre maggior industria, per che fatta la notizia di quelle regole di sopra ritrouate, difficil fatica a trouare fra due quantità dati termini continui proportionali (come di sopra detto per autorità di fra Luca) per esser li detti mezi di numero pare, & finalmente le quantità pare, & se fra due quantità è stato cosa difficile (senza quelle nostre regole) a trouar dui mezi communemente proportionali, stato maggiormente stata cosa difficilissima a trouare fra due quantità quattro termini continui proportionali, ma per la notizia di quelle nostre regole li potrà con gran facilità trouare, non solamente quattro mezi continui proportionali (fra due quantità) ma 6. 8. & 10. & così procedendo in infinito.

prima inuentione

2	2	2	2
2	2	2	4
20.	8 cu. 2000.	2.	5.

seconda inuentione

2	2	2	2
2	2	2	4
20.	8 cu. 2000.	8 cu. 500.	5.

prima positione

2	2	2	2	2
2	2	2	4	5
32.	0.	0.	0.	2.

prima inuentione

2	2	2	2	2
2	2	2	4	5
32.	16.	0.	0.	2.

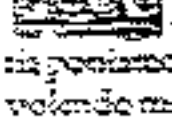
seconda inuentione

2	2	2	2	2
2	2	2	4	5
32.	16.	0.	4.	2.

terza inuentione

2	2	2	2	2
2	2	2	4	5
32.	16.	8.	4.	2.

Hor per seguir il nostro proposito dico, che nelle fatti quotienti la maggior parte delle volte il secondo termine non si vuole ritrouare, & dicesi, come che nella precedente si è accaduto, però in tal caso tal secondo termine bisogna necessariamente, si come nelle altre è stato fatto. Essempi grazia. Sia il primo termine di cinque quantità continue proportionali fatto 1. & il quarto, ouer vltimo fatto 3. hor se con tal notitia vorrai trouar il secondo termine, cioè la quale è 1. fia 1 ℣ 3. & questo moltiplicato fia il quinto termine (cioè fia quel 1. fia 1 ℣ 3. dico che la radice della radice di questo 1 ℣ 3. fia il secondo termine di detta cinque termini continue proportionali, & perche tal numero non è quadrato di quadrato, non ha ℣ diretta, e però bisogna per tanto ricorrere in questo modo ℣℣ 1 ℣ 3. E ben vero, che tal numero è semplice quadrato, per il che si potria cauar una volta la radice quadra, che faria 1 ℣ 3. & ancor tal secondo termine in quest'altro modo 1 ℣ 3. Se si vorrà anchora con questo medesimo modo trouar il quarto termine, cioè il quinto termine (cioè quel 3) fia 1 ℣. & questo moltiplicato fia il primo (cioè fia 1 ℣) fia 3 ℣ 3. & così la radice della radice di 3 ℣ 3. fia il quarto termine, & perche questo 3 ℣ 3. è semplice quadrato, la sua radice faria 1 ℣ 3. però dirremo il detto quarto termine effer 1 ℣ 3. & similmente ancora questi altri trouarai nel modo 1 ℣ 3 ℣ 1 ℣ 3. 3 ℣ 1 ℣ 3. cioè ogni radice anchora ordinata il nostro termine, nel suo luogo vi hò posto. o, il quale nostro termine volendolo anchora lui trouare, lo potrai trouar per due vie, ma la più facile (per il termine medio di tutti cinque) moltiplica il primo termine fin il quinto (cioè 1 ℣ fia 3) fia 3 ℣ 3. & la radice semplice di questo 3 ℣ (lequal è 1 ℣ 3) fia il terzo termine, & così tutte le altre cinque quantità continue proportionali fin qui in questa forma 1 ℣ 3 ℣ 1 ℣ 3 ℣ 1 ℣ 3 ℣ 1 ℣ 3 ℣ 1 ℣ 3. come che anchora in margine appare, & con tal ordine si procederà nelle seguenti.



Noi habbiamo non la prima, & la vltima di sei quantità continue proportionali, & volendo per tal notitia ritrouare la seconda. Moltiplica il quadrato del quadrato della prima fin la vltima (cioè fia la sesta) & la radice relata di tal prodotto fia il secondo termine, o vuoi dir la seconda quantità, della detta sei continue proportionali. Essempio gratia ponimo che la prima di sei quantità continue proportionali fia 4. & che la sesta fia 1 ℣ 3. hor se volendo noi per tal notitia ritrouar la seconda di dette sei quantità, noterai il quadrato del quadrato della prima (cioè di quel 4) che fia 1 ℣ 6. & questo moltiplicato fia il sesto termine, o vuoi dir fia la detta quantità (cioè fia quel 1 ℣ 3) fia 3 ℣ 6. & la radice relata di detto 3 ℣ 6 (lequal fia 1 ℣ 3) fia lo ricercato secondo termine. Et quantunque trouato che si habbia il detto 2 termine, facilmente per la notitia di quello, & del primo per varie vie si può trouar tutti gli altri, & massime per quell'ordine della regola detta, detto in fine della 15 questione del primo capo, nondimeno anchora per questa nostra regola li puoi ritrouare, trouando primo il quinto per la medesima nostra regola, cioè trouar il quadrato del quadrato del detto termine, quale fia 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6. & questo moltiplicato fia il primo (cioè fia 4) fia 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6. & la radice relata di questo fia 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6 ℣ 1 ℣ 6. (quale fia 64.) fia la quinta quantità, o vuoi dir il quinto termine, gli altri due termini, che resta di trouar, volendoli trouar per questa nostra regola, tu vedi, che il detti due termini incognitti, sono tra termini continui proportionali fra il secondo, & quinto termine, cioè fra 1. & 64. però per trouarli procedi, come fu detto nella quinta questione di detto capo, cioè per la notitia del primo, & quarto termine di quattro quantità continue proportionali a lor trouar il secondo, & anchora il terzo termine, cioè quella quel 2. fia 64. & questo moltiplicarai fin a quello, che fia quel altro 64. fia 4096. & la radice del detto 4096. che è 16. fia il detto secondo termine, & con il detto modo trouarai anchor il quarto effer 1 ℣ questo medesimo ordine ottenuto di quanto che il secondo termine ci venisse irrationale. Essempi gratia ponimo che la prima di sei quantità continue proportionali fusse 6. & la sesta 4. & se per tal notitia volessi trouar il secondo termine, o vuoi dir la seconda quantità, trouar il quadrato della prima, cioè di quel 6. che fia 1 ℣ 36. & questo moltiplicato per la sesta quantità, cioè per quel 4. fia 1 ℣ 1 ℣ 36. & la radice relata di questo 1 ℣ 1 ℣ 36. fia il secondo termine, cioè la seconda quantità, & perche tal numero non è relato, la sua radice fia irrationale, laquale si dovera notar in questo modo la relata 1 ℣ 1 ℣ 36. Non che per se relata s'intenda, se ben si arricorda, la radice del primo relato, fia con tal ordine (volendo) poterai trouar anchora la quinta, cioè trouando il quadrato del quadrato della sesta, cioè di quel 4. che fia 1 ℣ 36. & questo moltiplicarlo per quel 6. fia 1 ℣ 1 ℣ 36. & la radice relata di 1 ℣ 1 ℣ 36 fia la quinta quantità, o vuoi dire il quinto termine, & perche tal numero non è relato, non ha la detta radice vera ratione, e però bisognera notarla in questa forma ℣ rel. 1 ℣ 36. & così haverai trouata la seconda, & la quinta quantità. Ma la terza, & la quarta verrà a relar anchora ignota. Et fu al proposito di volerle ritrouare, tu le puoi trouar per più vie, la prima è quadrando la seconda (cioè ℣ rel. 1 ℣ 36)

& trouarai

Essempio secondo
prima positione

primo	1	1	1	1
	12.	6.	3.	1.

prima inventione

primo	1	1	1	1
	12.	℣ 72.	6.	3.

prima inventione

primo	1	1	1	1
	12.	℣ 72.	6.	3.

seconda inventione

primo	1	1	1	1
	12.	℣ 72.	6.	3.

seconda inventione

primo	1	1	1	1
	12.	℣ 72.	6.	℣ 18.

terza inventione

primo	1	1	1	1
	12.	℣ 72.	6.	℣ 18.

Essempio primo
prima positione

primo	1	1	1	1	1
	4.	2.	1.	1/2.	1/4.

prima inventione

primo	1	1	1	1	1
	4.	2.	1.	1/2.	1/4.

seconda inventione

primo	1	1	1	1	1
	4.	2.	1.	1/2.	℣ 1/8.

terza, & quarta inventione

primo	1	1	1	1	1
	4.	2.	1.	1/2.	℣ 1/8.

& trouarai, che fara 9 rel. 26 : 7 : 256. & questo partendolo per il relato di 6. il qual relato fara 7 rel. 6. & se ne verra 1 rel. 5 : 4 : 6. & cosi fara la terza quantita, questo medesimo trouarai per la regola del 5. dicendo. Se 6 mi da 1 rel. 5 : 24. che mi dara 4 rel. 5 : 24. che operando si dara quel medesimo, & con tal ordine potrai trouar la quarta dicendo, Se 6 mi da 4 rel. 5 : 24. che mi dara 16 rel. 5 : 45 : 6. onde multiplicando, & partendo, come vuol la regola trouarai, che se ne venira 5 rel. 3 : 30 : 4. & cosi fara la quarta quantita, & con tal modo se potra trouar piu, se piu ve ne fusse da ritrouare, anchora si potra trouar la detta quarta per via della 3. & della quinta dicendo, Se 4. mi da 1 rel. 1 : 5 : 6. che mi dara 4 rel. 1 : 5 : 6. onde multiplicando, & partendo si venira il medesimo (cioe 5 rel. 3 : 30 : 4.)

Nota che questa dichiaratione nella ho fatta, non solamente per questa, ma per tutte quelle, che si ha da dire, perche in questo luogo mi bastaua a dirti ad intendere (per il partire delle proportioni) per la seconda della prima, & della vltima di piu quantita continue proportionali a fuor ritrouar la seconda, ouero la penultima, & per tanto nelle altre, che si ha da dire, mostraremo solamente quella per se, che ne fa dibisogno, ma se per ti occorresse di voler trouar anchora tutte le altre, procederai per li modi datiti di sopra, & facilmente le trouarai, douente che tu non ti habbi a fondare il multiplicar, & partire di 5 in 5 loro, & cosi seguendo.

Seconda inuentione.

2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6
6.	2 rel. 5 : 24.	0.	0.	2 rel. 1 : 3 : 6.	4

Terza, & quarta inuentione.

2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6
6.	2 rel. 5 : 24.	2 rel. 5 : 45 : 6.	2 rel. 1 : 3 : 0 : 4.	2 rel. 1 : 5 : 3 : 6.	4

prima positione

2	2	2	2	2	2
p.	2	3	4	5	6
6.	0.	0.	0.	0.	4

prima inuentione

2	2	2	2	2	2
p.	2	3	4	5	6
6.	2 rel. 5 : 24.	0.	0.	0.	4

Quando adunque sara nota la prima, & la vltima di sette quantita continue proportionali, & volendo per tal nostra inuentione trouare la seconda, sempre troua il rel. della prima, & quel multiplicarai fia la vltima di dette sette quantita, & la radice cuba quella di tal prodotto fara la ricercata seconda quantita. Et per piu chiarezza poniamo che la prima di sette quantita continue proportionali fia 6. & la settima, o vuoi dir vltima, fia 4374. hor volendo per tal nostra inuentione trouare il secondo termine di dette sette quantita, trouo il primo rel. di quel 6. che fara 7776. & questo multiplicato fia la detta settima quantita, o vuoi dir settimo termine (cioe fia quel 4374) fara 34012224. & la radice cuba di questo 34012224 (qual fara 12) fara il ricercato secondo termine, & quante uolte uorremo, che si habbia il detto secondo termine, facilmente per la nostra di questo, & del primo si puo trouare tutti gli altri, & massime per quel ordine della regola del 3. detto in fine della 15 questione del primo capo (ueduto anchora nella precedente) & per molte altre uie, nondimeno anchora con questa nuoua regola li potrai trouare, procedendo prima il detto termine per questo medesimo ordine, supponendo il settimo per il primo, & il primo per il settimo, come nelle passate detto fatto, & procedendo, come si è fatto nel trouar l'altro secondo, il che facendo trouarai il detto detto termine esser 1458. anchora dapoi che hauerai trouato il secondo termine (cioe quel 12.) ben potrai trouar quello, che gli segue dietro, per la regola delle passate, perche ne uieni bauer noto il primo, & il detto di 6 termini continui proportionali, cioe il primo fara quel 12. & il detto fara quel 4374. per tanto procedendo il secondo per detta regola, trouarai quel esser 54. & cosi ne bauerai poi noto il primo, & il quinto di 5 termini continui proportionali, il primo sera 12 esser quel 54. & il quinto quel medesimo 4374. onde procedendo per l'ordine detto nella quinta si trouara il termine, che segue dietro il detto 54 esser 243. & cosi con gli ordini dati nelle passate di mano in mano si potra trouar tutti, & non solamente in questa, ma in tutte le passate, & in quelle che hanno da venire, cioe erogradando, il che facendo si trouarai tutti fatti esser quelli 6. 12. 54. 243. 1093. 4374.

prima positione

2	2	2	2	2	2	2
p.	2	3	4	5	6	7
6.	0.	0.	0.	0.	0.	4374

prima inuentione

2	2	2	2	2	2	2
p.	2	3	4	5	6	7
6.	12.	0.	0.	0.	0.	4374

seconda inuentione

2	2	2	2	2	2	2
p.	2	3	4	5	6	7
6.	54.	0.	0.	0.	1458.	4374

terza inuentione

2	2	2	2	2	2	2
p.	2	3	4	5	6	7
6.	243.	0.	0.	0.	1458.	4374

Questo medesimo ordine osseruerai quando, che il secondo termine di venti fia proposto. Et imperoche poniamo, che la prima di sette quantita continue proportionali fia 2. & la settima 5. & se per tal nostra uorrai trouar il secondo termine, o vuoi dir seconda quantita, trouo pur il relato

della prima, cioè di quel 3 che fara 243. & moltiplicato fia la ſeſtima (cioè fia quel 9) fara 2187. & la radice quadra cuba, o vuoi dir cen.ra. del detto 2187. fara il ſecondo termine, cioè la ſeconda quantità, ma perche tal numero non è cento cubo, tal ſua radice cenſa cuba fara irrationale, e pero volendo ſperimentare, & notar perfettamente tal ſecondo termine, ne lo noterai in queſto modo 2cen.ra.2187. & con tal ordine troverai il ſecondo termine eſſer 2cen.ra. 2187 147. ſi taliri 3 termini di tal quantità irrationale da te medeſimo le ſapra trouare, & con ſolamente per gli auiſi dati nella precedente, & ſopra la 11. 12. & 13. del primo capo, ma anchora per quelle regole da noi ritrouate. Egli è ben vero, che in queſta ſeſta quantità, per eſſer di numero diſpari, occorrerà ben il biſogno (per gli auiſi della 17. & 22) ne quoi ritrouare la quarta quantità per eſſer quella media proporzionale fra la prima, & la ſeſtima, & per trouarla moltiplica la detta prima fia la ſeſtima (cioè 3 fia 9) & fara 27. & coſi la radice quadra di 27. fara la detta quarta quantità, come di ſopra in figura appare, ſi ti parera di trouar anchora le altre 2 ne laſcio la impreſa, operando per qual modo ti pare di ſopra detto.

1	2	3	4	5	6	7
3	9	27	81	243	729	2187
3.	2cen. ra. 27	9.	2cen.ra.81	9.	2cen.ra.729	3.

4

Nchora hauendo note la prima, & la vltima di 3 quantità continue proportionali, & volendo per tal notitia trouar la ſeconda, ſempre troua il quadro cubo, o vuoi dir il cento cubo della prima, & quello moltiplica fia la vltima quantità, & la ſua ſeconda rad. di tal prodotto ſara la ricercata ſeconda quantità, hor perche penſo che quì ſemi altro eſſempio ne mi debbi hormai incendere, ſi in queſto, come in quello, che ſi ha da dire, ti darò ſolamente vn eſſempio per abbreuiar la fatica, vero è che tal eſſempio ne lo poſero ſempre in quantità irrationale a tua maggior ſatisfattione. Poniamo adonque che la prima di otto quantità continue proportionali ſia 2. & la ottaua, cioè vltima ſia 6. hor volendo per tal notitia trouar la ſeconda, troua il cento cubo di quel 2 (prima quantità) che ſara 64. & queſto moltiplica per quel 6. (vltima quantità) fara 384. & coſi la radice ſeconda relata di queſto 384. ſara la detta ſeconda quantità, & perche tal numero non è ſecondo relato, tal ſua radice ſara irrationale, & volendo notar tal ſeconda quantità, tu dirai quella eſſer radice ſeconda relata 384. & ſe con tal ordine vorrai anchora trouar la ſeſtima quantità, ſupponi quel 6. per prima, & quel 2 per ottaua (ſecondo il modo di Arabich) dapoi procedendo per il medeſimo modo trouarai tal ſeſtima quantità eſſer la ſeconda relata 9333. & perche queſto ne baſta per quel che conſequentemente ſi hauerà dire (come ſu detto ſopra la fatta di queſto capo) non voglio far a narrare il modo da trouar gli altri reſtanti termini, over quantità, perche facilmente da te medeſimo ſapra trouar il tutto, hauendo in memoria quello, che fu detto nella detta fatta, poſto nella 11. 12 & 13. del primo capo, inſieme con quello, che in queſta ſi è detto.

Eſſempio

prima, & ſeconda inuentione.

1	2	3	4	5	6	7	8
2	4	8	16	32	64	128	256
2	384	9	144	54	216	81	324

5

Hauendo anchora note la prima, & la vltima di noue quantità, ouer termini continui proportionali, e volendo per tal notitia trouar la ſeconda, ſempre troua il ſecondo rel. della prima, & quel moltiplicato per la vltima (cioè per la nona quantità) & la 2cen. ra. di quel tal prodotto, fara la detta ſeconda quantità. Eſſempi gratia poniamo che la prima di 9 quantità continue proportionali ſia 3. & la nona ſia 6. hor volendo trouar la ſeconda di dette noue quantità, troua il ſecondo relato di quel 3 (prima quantità) che fara 2187. & queſto moltiplica per quel 6 (vltima quantità) fara 13122. & coſi la radice cen.ra.cen.ra. di queſto 13122. fara la ricercata ſeconda quantità, & perche tal numero non è cen.ra. cen. ra. tal ſua radice ſara irrationale, onde volendo notar perfettamente tal ſeconda quantità, tu la noterai in queſto modo 2cen.ra.cen.ra.13122. Et ſe con tal ordine vorrai trouar la ottaua quantità, o vuoi dir l'ottauo termine, ſupponerai quel 6. per il primo termine, & quel 3 per l'vltimo, ouer nono, & dapoi procedendo per il medeſimo ordine, trouarai tal ottaua quantità eſſer 2cen.ra.cen.ra.729. & per eſſer la detta quantità di numero diſpari, cioè per eſſer 7. occorrendo il biſogno, facilmente (per le cose

Eſſempio

ſin hora

sia hora dette) potrai trouar la quinta quantità, per esser la detta quinta media proportionale fra la prima, & la nona quantità, onde moltiplicando la prima fia la nona (cioe quad 3 fia quad 6) fara 18. cioe la radice quadra di quel 18 (per le cose dette sopra la 22. & 23 del primo capo) fara la detta quinta quantità, come di sotto poi vedere in figura, le altre, che nella da se medesimo le saprai trouare, & non solamente per le regole date nella sesta, ouer nella 21. & 22. & 25. del primo capo, ma anchora per quelle nostre regole nouate, anzi con quelle sole potrai eleguir il tutto, se ben auertirai.

Prima, seconda, & terza inuentione.

a		2		2	2	2	2	2	2	2
p		2		3	4	5	6	7	8	9
3.	2 ce. ce. ce.	1	2	c.	c.	2 4.	c.	c.	4 ce. ce. ce.	6

10 ANchora hauendo cognita la prima, & la vltima di 10 quantità continue proportionali, & volendo per tal cognitione trouar la seconda di quelle, (sempre trouar il cen. ce. ce. della prima, & quel moltiplica fia la vltima (cioe fia la decima) & la 2 ce. ce. di quel tal prodotto fara la ricercata seconda quantità. Essempi grazia poniamo che la prima di 10. quantità continue proportionali fia 5. & la decima (cioe la vltima) fia 2. Hor volendo trouar la seconda quantità, ouer termine, trouo il cen. ce. ce. di quel 5 (prima quantità) che fara 5 p. 6 2. & questo moltiplica per quel 2 (vltima quantità) fara 78 1 = 50. & tal 2 ce. ce. di 78 1 = 50 fara la detta seconda quantità, & perche tal numero non è cubo di cubo, ne fia 2 ce. ce. fara irrationale, onde volendola proferire giustamente in voce, ouero in scritto, diremo tal seconda quantità esser 2 ce. ce. 78 1 = 50. Et in tal ordine vorrai trouar la nona quantità, supponerai la detta decima per prima, & la prima per decima, & dapoi procedendo per il medesimo modo trouarai la detta nona esser 2 ce. ce. 1 = 5. come di sotto vedi. Essempio

Prima, & seconda inuentione.

2		2		2	2	2	2	2	2	2
p		2		3	4	5	6	7	8	9
5.	2 ce. ce. 78 1 = 50.	c.	c.	c.	c.	c.	2.	2 ce. ce. 1 = 2 c.	2	

11 ANchora hauendo cognita la prima, & la vltima di 11 termini, ouer quantità continue proportionali, & volendo per tal cognitione trouar il secondo termine, ouer quantità, sempre trouo il cubo del cubo della prima, & quel moltiplica fia la vltima (cioe la vndecima) & la radice cubica relata di quel tal prodotto, fara la ricercata seconda quantità. Essempi grazia poniamo che la prima di undici quantità continue proportionali fia 2. & la vndecima, ouer vltima fia 2. Hor volendo trouar la seconda, trouo il cubo del cubo di quel 2 (prima quantità) che fara 1 p. 6 2. & questo moltiplica per quel 2 (vltima quantità) fara 3 p. 66. & tal radice cubica relata di questo 3 p. 66 fara la detta seconda quantità, & perche tal numero non è cubo ne di cubo, ne fia radice cubica relata fara irrationale, onde vo' andar proferir in voce, ouero in scritto, diremo tal seconda quantità esser 2 cen. rel. 3 p. 66. & se con tal modo vorrai trouar la decima, supponendo la vltima per prima, & la prima per vltima, troueremo tal decima esser 2 cen. relata 2 p. 6. & per esser le dette undici quantità, ouer termini di numero dispari, occorrendoci il bisogno per le cose (se ben dette) potrai trouar la sesta quantità, per esser la detta sesta media proportionale fra la prima, & la vndecima. Onde moltiplicando la prima fia la vndecima (cioe 2 fia 2) fara 6. & per tanto la radice quadra di quel 6. fara la detta sesta quantità, come di sotto potrai vedere. Essempio

prima vltima

2. c. c. c. 2 c. c. c. c. c. 2

Prima, & terza inuentione.

2		2	2	2	2	2	2	2	2	2
p		2	3	4	5	6	7	8	10	11
3.	2 cen. rel. 3 p. 66.	c.	c.	c.	2 6.	c.	c.	c.	2 cen. rel. 1 p. 6.	2

Le altre poi che ti restano ignote (come nel calcolar pallini è stato detto) sel si potrano da se medesimo la prima le potrai trouare, per le regole date nella sesta, ouer nella 21. & 22. & 25. del primo ca-

po, & volendo le possi anchor trouare per queste nostre regole.

Nchora hauendo noi la prima, & l'vltima di .2. quantità continue proportionali. Et volendo con tal mezzo trouar la seconda, sempre trouia il medesimo della prima, & quel moltiplicato per l'vltima (cioe per la duodecima) & la radice terza relata di quel prodotto fara la detta seconda quantità. Et essempi gratia ponimo caso, che la prima di .2. quantità continue proportionali sia .1. & l'vltima sia .2. Hor volendo trouar la seconda, prenderò medesimo relato della prima, cioe di quel .1. qual fara pur .1. & quello moltiplica per quel .2. (vltima quantità) fara pur .2. & così la radice terza relata di quel .2. fara la detta seconda quantità, & perche al numero non è certo relato, nel sua radice terza relata non fara mai certa, perche volendola proferire in fatto, ouero in voce, diremo nel secondo quantità esser radice terza relata .2. Et se con tal modo vorremo trouar l'vndecima supponeremo la duodecima per prima, & la prima per duodecima, & come in tutte le passate è stato fatto, & operando poi per il medesimo ordine, trouaremo nel vndecima quantità esser radice terza relata .1024. come che di sotto nel essempio si vede.

Essempio

prima vltima
2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.2048.

Prima, & seconda inuentione.

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
p	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	2	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.

Et così fatto che poi ogni uno intenda son certo, che da se medesimo saperà trouar la detta seconda quantità, ouero il secondo termine di quante si voglia quantità continue proportionali mediante la notitia della prima, & della vltima per mezzo di quel nostro ordine di saper cauare multe altre infinite specie di radici, che vanno seguendo di mano in mano alla detta radice terza relata, il qual ordine fu dato in fine del secondo libro.

Di certe specie di casi, over questioni, che sopra il mercato, & fondi a capo d'anno nelle negotiationi, over mercantie possono occorrere, i quali senza la notitia delle sopra notate regole fora impossibile a darli perfetta risolutione. Cap. VIII.

Molti, & diuersi casi, over questioni possono occorrere, ouero esser proposti sopra il mercato, & fondi a capo d'anno, ouero altro termine, alliquali senza la notitia delle sopra notate regole, & massime di quelle da noi trouate, fora impossibile a darli perfetta risolutione. Et per procedere regolatamente principiaremo alle più basse, & commune questioni.

Vno rende impresto ducati 750. & vuole precisamente cauarli fuori, & in capo di certi anni gli ritorna fra merito, & capitale ducati 1030. Si dimanda quanto gli pagano di merito per cento l'anno a fin capo d'anno. Per risolvere questa, & altre simili questioni, bisogna notare, che vi sono tre termini continui proportionali, il primo di detti termini è quello che è 750. che pigliamo imprestito, il secondo termine è incognito, & questo è quello che fara sommati detti 750. fra merito, & capitale in capo del primo anno. Il terzo termine è quello che è 1030. che fra merito, & capitale gli ritorna in capo del secondo anno. Hor si vede, che di questi tre termini continui proportionali hauemo cognito il primo, & il terzo, & per risolvere sì questione bisogna trouar il secondo. Et per trouarlo procederemo secondo l'ordine, over regola data nella terza del precedente capo, cioe moltiplicaremo il primo termine fra il terzo, cioe 750. fra 1030. fara 772000. & la radice quadra di questo prodotto, fara il detto secondo termine, la quale radice quadra fara 900. & così il detto secondo termine fara ducati 900. & tutti e tre detti termini staranno in questo modo 750. 900. 1030. Hor per saper noi quanto pagò di merito per cento, cioè per ogni ducato il mese di capitale di quelli ducati 900. capitale, & guadagno del primo anno restara 150. per il detto guadagno del primo anno, con la detta regola per trouar quanto guadagna per cento, dirai per la regola. Se ducati 750. mi guadagna l'anno ducati 150. che mi guadagnara ducati 100. opera che trouarai, che ci guadagnara 20. & così diremo, che colui pagò di merito ducati 20 per cento l'anno a fin capo d'anno, cioè a pagar merito del merito. Et se di tal conclusione ne farai la prova naturale procedendo secondo l'ordine di sopra nei mezzi delle regole negotiatiue la trouerai buona.

Nota che se ponessi ancora trouar quanto guadagna per cento l'anno secondo, se 750. mi ritornano 900.

400. che mi ritorna 100. opera che di ritorna 100. fra capitale, & merito, cauate li 100. di capitale, & di refta medefimamente qual 10. per il merito di 100. all'anno, & questa regola fara molto piu commoda della prima nelle feguenti, ma per fini d'infegnar il moltiplicare, & partir di radici vfaremo la prima regola.

A quando che il detto fecondo termine non venifle rationale (come molte volte occorre in fimili quefioni intervenire) a voler dare vna conclufione ponitiua, & fenza rifpofta bifognara rifpondere per radice forda (come fopra la detta ragion del precedente capo fu detto) effempi gratia fe mi fuffe detto vno mi impreftò ducati 54. & tendi prefentemente anni dieci, & in capo di detti anni dieci, colui gli rede fra merito, & capitale 406. Si adimanda quanto vien a pagar di merito per 100. all'anno a fin capo d'anno.

Procedi per come nella paffata, cioe moltiplica qual 54. fia qual 406. fara 14756. & la radice di 14756. fara il fecondo termine fra merito, & capitale, ma perche tal numero non è quadrato, tal fua radice è irrationale, & a volerla rifpondere ponitiuamente, fi dira il detto fecondo termine fra merito, & capitale effer 14756. & tutti li detti termini ftarano in queflo modo 54. radice 14756. 406.

Hor per voler fapere quanto pago di merito per 100. procedi come fu fatto nella precedente (di tutti rationali) cioe caua ducati 54. di 14756. reftara quello reftante 14756. meno 54. poi dimi per la regola del 3. & ducati 54. mi guadagno ducati 14756. meno 54. che mi guadagna ducati 100. opera come vuol la regola trouarai, che ti guadagnara 14563 1/3 1/9 1/27 1/81 meno 100. & tanto guadagnara per 100. all'anno. Et fe ne vorrai far la proua pratticale, o vuoi dir la proua numerale, vedi fe qual fecondo termine trouato, cioe qual 14756. qual vien a dire fra merito, & capitale del primo anno, mettendolo alla medefima ragione per l'altro fecondo anno, fi trouara parimente fra merito, & capitale quelli ducati 406. che gli auanno, & trouarafli qual fi propofe, non fi potra negare, che tal conclufione non fia buona. Et per trouar tal fecondo termine, vedi, fe ducati 54. mi ritornano ducati 14756. che mi reftara li medefimi ducati 14756. moltiplica 14756. fia 14756. fara 14756. qual partendolo per 54. trouarai ducati 14756. che tutti infieme fanno 406. & pero tal conclufione è buona. Anchora fe potra procedere (& piu facilmente) quanto pago di merito per 100. all'anno per qual fecondo modo dato nella precedente detto, fe ducati 54. di capitale mi ritornano fra capitale, & guadagno ducati 14756. che mi ritornano 100. di capitale, opera trouarai che ti reftara 14563 1/3 1/9 1/27 1/81 defqual cauandone li ducati 100. di capitale, trouarai che ti reftara per ducati 14563 1/3 1/9 1/27 1/81 meno 100. ma per fuggir difficulta a moltiplicar, & partire di reftituire la ditta ragion per il primo modo, il medefimo fara della maggior parte di quelle che feguira, e pero non ce ne ftimare, che'l meno facile fara vna maggior inftruttione.

Ma non che fia vna fimil cofa difficultofa refoluere nell'arte negotiatiua, ouer mercantile fempre fe potra concludere ragionevolmente fenza errore fenfibile, & quello fara pigliando la propinqua radice quadra di qual 14756. onde procedendo fecondo la detta regola (poiche fopra la dimoftrazione di tal radice trouarai quella effer 54 1/2, & tanto fara il detto fecondo termine, & cauando fra merito & capitale gli reftera in capo del primo anno, hor per fapere quanto gli pago di merito per 100. all'anno, procederai fecondo che fu fatto nella precedente (per eller regola piu commune) cioe caua quelli ducati 54. di capitale, di quelli ducati 54 1/2, & ti reftara ducati 1/2 per il primo guadagno, dipoi dimi per la regola del re, fe ducati 54. mi danno di guadagno ducati 1/2 1/4, che mi fara ducati 100. opera che trouarai, che ti fara ducati 100 1/2 1/4 1/8, & tanto pago di merito per 100. all'anno a fin capo d'anno (fe non ti diletta il rotto, aiuta ti vedi la conclufione prima) & fe per fuggire piu chiaramente il negotiante di tal queftione, di qual modo fe potra cauare groffi, & piccoli, ouer monete g, ß, ß, fecondo il coftume del paefe, ouer prouincia, che ti ritrouarai, & quali nel negotiare refiera perfettamente fatisfatto, perche in effetto in tal conclufione non vi è errore fenfibile, & li negotianti, & altri mercanti (come in molti altri luoghi habbiamo detto) gli errori infenfibili li reputano per nulla, e pero tal conclufione (cofa fecondo la confiderazione commune) fara ponitiuamente rifolta, vero è che pigliandola fecondo la confiderazione mercantile, tal conclufione fara giudicata per falfa, e pero quando fi vuol dar rifpofta a quella che propofta queftione, bifogna confiderare la perfona, che ci la propone, perche fe tal propofitione fara qualche perfona dotta in quella facolta, bifogna dargli tal rifpofta da perfona intelligente, cioe di precifione con radice forde, ouero con binomij, ouero con refidui fecondo che ci occorrera nella riffolutione di tal queftione, perche facendo altramente (cioe rifpondendoli per via di radici propinque) potra facilmente ci reprobarla in tal rifolutione per falfa, & fara vn cafo da

ignorante da quel tale. Et per il contrario quando che il vuol dar risposta a qualche questione proposta da qualche negotiante, over mercante, a lui realmente accadesse in qualche contratto mercantile (occorrendoli nella conclusione quantità irrationale) risponderà a quel tale mercante, che con le proprie, perche se gli risponderà con le sorde, over con bisanti, & reali, da lui a lui sarà stimato di poca dottrina, & non buona ragione, perche colui che non sa la sua accidente dalla persona, con chi parla li debbe giudicare di poca intelligentia. Essempio gratia se un mercante li fusse proposta la sopradetta questione, realmente a lui accaduta, & che gli rispondesse, che lui vien a guadagnar ducati 2465 $\frac{12}{19}$ cum ducati 100 per cento a l'anno, stimarà lo che quel tale non sapera conto a fondamento di te, perche per tal sua risposta mostra ne stimerà dotta, che prima, e poco ne terrà nelle sue, & altre.

Questo poco ditorno ti ho voluto dire a ciò maggiore informatione, il quale accadi assolutamente per questa, & per quelle, che con l'aiuto di Dio in la mia materia di fare di sopra mostrate per tutta la presente nostra opera, perche secondo la qualità del proponente bisogna dar la risposta, & per questo effetto habbiamo cercato di trovare quelle regole di sopra con la propria sua radice in ogni qualità di radice irrationale, come cosa non solamente vale, ma eccellente nella general pratica di numeri, & misure, come che in altri luoghi più ampiamente si sia mostrato.

Un altro tale impresto ducati 1200 & in capo di tre anni gli ricevè in mano, & capitale ducati 640. Si domanda quanto pagò di merso per cento a l'anno? & suo capo d'anno.

Anchora in questa bisogna auertire, che vi concorre quattro termini continuati proportionali, delli quali solamente il primo, & l'ultimo ne è cognito, & gli altri duoi ne lo no cognito, il primo è quelli ducati 1200 (primo capitale) & il quarto è quelli ducati 640 con merso, & capitale, & per risolvere tal questione ne è stata dimostrata il secondo termine, perche trovato il detto secondo termine con facilità si trova tutte le altre particularità. Hor per trovare il secondo termine procederemo per la regola data sopra la quarta del precedente capo, cioè quello quel 1200 fatto 720 & questo moltiplica fia quel 640 fatto 460800. & la radice cuba del detto 460800. quale è 77 fia il detto secondo termine, & tanto fia il merso, & capitale del primo anno, & per questo fia il primo merso di tal primo anno, con quel 77 di capitale di sopra restarà 563. che tanto pagò di merso di quelli ducati 1200 in un'anno. Hor per sapere quanto verrà a pagar per cento a l'anno, dirai per la regola, se ducati 1200 paga ducati 563 che pagarà 100 che trovarai, che pagarà 46 $\frac{11}{12}$. & se ne farai prova secondo le regole date sopra li merci (nella prima parte) la troverai buona. Se ti parerà di voler trovare il terzo termine, cioè il merso, & capitale del secondo anno, procedendo per la medesima regola, & per molte altre vie trovarai quello essere 483. ma in questi tal casi il nostro consiglio è sapere trovar il secondo termine, perche per regola di quello per essere le altre potrai restare molti gli altri.

Ma quando che il detto secondo termine non venisse rationale in tal caso altro procederai finalmente, come fu fatto della radice cuba fatta sopra la seconda di questo capo. Essempio gratia se ti fusse detto uno ha tolto impresto ducati 30. & in capo di un'anno gli rimase fra merso, & capitale ducati 20. Si domanda quanto verrà pagar di merso per cento a l'anno a far capo d'anno.

In questa procederai, come nella precedente, che quadra 20. fa 400. moltiplica questo 400. per 20. fa 8000. & la radice cuba di questo 8000. fia il secondo termine, cioè il merso, e capitale del primo anno, ma perche questo 8000 non è numero cubo, la sua radice cuba fia irrationale, & volendo rispondere precisamente, ne sarebbe che il merso, & capitale del primo anno fu radice cuba di 8000. il che li detti ducati 30. in capo del detto primo anno tornariano fra merso, & capitale ducati 20. cioè 8000 (come è detto di sopra) ma volendo sapere il puro merso del detto primo anno di detti ducati 30. ne fia necessario approssimato, overo a ragionarne in questo modo radice cuba 8000. meno 20. Hor per sapere quanto verrà a pagar di merso per cento a l'anno, procederai secondo l'ordine dato sopra li merci, & secondo capo d'anno nella prima parte del nostro general trattato, cioè come nella precedente con le quattro ragioni (& così fano) dicendo, se 30 mi guadagna ducati 8000 meno 20. che mi guadagnarà 20 [illegible] che trovarai, che diminuta ducati 5555 $\frac{5}{6}$ meno 20. cioè resta vera a pagar di merso per cento a l'anno. Il medesimo (& più facilmente) trovarai procedendo per quella seconda regola data nella seconda di questo capo. Et di questa conclusione, over solutione ne vorrai far la prova naturale, bisogna vedere se pel merso di detti ducati 30 tornariano in capo di tre anni ducati 40. come dice la questione, & non quadrando precisamente di detti ducati 40. non si potrà negare, che tal solutione non sia buona, & per vedere tal cosa secondo l'ordine della pratica non è altro, che ne mostrar gli altri duoi termini, che

seguitano

seguitano con la regola del re, dicendo, se ducati 50 mi tornano in cap. 6000 fra merito, & capitale, che mi tornara la detta in cap. 46000. opera che trouarai, che si ritornarano in cap. 43000. & tanto durano tornati li detti ducati 50 fra merito, & capitale in capo del secondo anno. hor per vedere quanto durano tornati in capo del terzo anno dirai pur, se ducati 50 mi tornano radice cap. 46000 che mi tornara in cap. 43000. opera che trouarai, che mi ritornarano in cap. 6000. sicuri e certi del detto 6 4000. fia precisamente 40 e però la detta conditione è buona.

Si vede adunque che la maggior difficulta, che occorra in queste specie di questioni è il saper trouar il secondo termine di tali quantita continue proportionali, & trouato quello (hauendo però in memoria il multiplicare, & partir di radici, & binomij) tutto il restante è facile, e però per abbreuiar la fatica, nelle altre simili questioni, che seguitano ne rimetteremo la isperta della proua.

Ma quando che tal questione ti fusse fatta proposta da qualche mercante, ouero altro naturale, per el che gli accadesse realmente, in tal caso tu douerebbi procedere, come fu detto di sopra la seconda, cioe cauare la propinqua radice cubica di quel 46000. & con quella poterai poi trouare senza error sensibile tutto quello, che nella detta questione si adimanda, cioe quanto venira a pagar di merito per cento l'anno, & ragion finita.

5 Vno impresta a vn Signore cento ducati, & in capo di anni quatro essendo tornato dal Signore in tutto gli ritornō 600 ducati, & adimanda quanto gli venne a pagar di merito per cento l'anno a far capo d'anno.

Anchora in questa bisogna considerare, che vi concorre cinque termini continui proportionali, delliquali habbiamo notitia solamente del primo, & dell'ultimo, & per risolvere tal questione ne fa dibisogno trouare il secondo. Onde procedendo per la nostra regola data nella quinta del precedente capo, cioe cauando quelli 5 fiano 2 & multiplicar poi il detto 2 in se stesso, cioe in quel 5 fiano 25, & la 25 cauata del detto 25 fiano 25, & la radice del detto 25 fia il detto secondo termine, cioe ducati 5, & capitale del primo anno. E per tanto le di ducati 5 in vn'anno ne fa 5, di che si vede, che hauera ad hauer pagato di merito a ragion di 100 per cento l'anno a far capo d'anno.

6 Vn'altro Signore essendo lontano fuora del suo stato piglia imprestito da vno cento ducati, & dopo anni quatro, essendo ritornato nel suo stato, ritrouo' ducati 112 a quel tale, li adimanda quanto venne ad hauer hauuto di merito tutti per cento l'anno a far capo d'anno.

Onde procedendo per il modo detto di sopra trouarai, che il secondo termine fara 80. cioe 64 per dar al numero quadrato, piglieremo la sua prima 8 quadra, che fara 16. & la simplice 8 quadra del detto 16. fara il detto secondo termine, & tanto fia merito, & capitale venne ad hauer tutta in capo del primo anno. Hor volendo trouar quanto venne ad hauer hauuto per cento l'anno a far capo d'anno. Procedi secondo l'ordinario, cioe caua li ducati 100 di capitale di quella 8 16 resta 8 12 meno 100, & tanto fia il puro guadagno di detti ducati 100 in vn'anno, poi per trouar quanto vien per cento, dirai se ducati 100 guadagna 8 12 meno 100 che guadagnara 100 moltiplica, & parti, come vuol la regola, & trouerai, che ne vien 8 10000 meno 100. di tanto guadagno, ouero che tanto venne ad hauer di merito per cento l'anno. Il medesimo trouerai per quella seconda regola data nella seconda del precedente capo, & più facilmente, perche non si occorre nel multiplicar, ne partir di quel residuo. Et se ne farai proua secondo l'ordine delle palme, trouerai che li detti ducati 100 in capo di detti anni quatro faranno ritornati fra merito, & capitale 8 144 laqual radice li è precisamente 112 e però la buona.

Non che per abbreuiar la fatica in quelle, che si ha da dire sopra di questa materia, poniamo vna sola questione per esempio in quinta irrationale, & sono breuissimamente dando il modo operarai precisamente alle regole date nel precedente capo, & in quelli medesimi esempij.

7 Che vn'huomo genil'huomo, il quale piglia a interesse ducati 400 da vn mercante, & ten nelli suoi cinque, & in capo di detti cinque gli ritornō ducati 600 fra merito, & capitale, si adimanda quanto gli venne a pagar d'interesse per cento l'anno a far capo d'anno.

Sebene in questa questione vi occorre 3 termini continui proportionali, delliquali habbiamo notitia solamente del primo, & dell'ultimo, cioe il primo è quelli ducati 400 & l'vltimo è quelli ducati 600 & a voler ritrouare tal questione ne bisogna a saper trouare quanto fia il secondo, & per tanto procederemo secondo la nostra regola data sopra la fine del precedente capo, cioe cauando quel 400 fia con quel che fara 8 576. & quel moltiplicarem fia quel 600 fara 8 576. & la radice quadra del detto 8 576 fara il detto secondo termine, & perche la detta radice è irrationale, non la metterai per 8 576 8 576. & quello fara il capitale, & guadagno del primo anno, & per tal cosa volendo trouar

ne quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno, procedi come nelle passate, che cauo quel 5. di 3. resta 2. & medesma 3. resta 3. & cauo la 3. puro merito di detti ducati 300. ne vo' sauer, & per trouar quanto fia per 100. dirai se ducati 3. mi danno di merito 3. resta 2. & 3. che saldra 100. opera che si dira 3. resta 49. 3. 0000000 100. & cauo gli venne a dar di merito per cento a l'anno, & se cosi prouerai la nostra buona.

8 NOstro vuol impresto (per ne suo bisogno) ducati 3. & li venne anni 6. & in capo di detti anni 6. vuol sia gli cauino 3. fra merito, & capitale. Si domanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a fin capo d'anno.

Se ben considerai nostra questa questione ne trouarai, che vi concorre 3 termini continui proportionali, delli quali habbiamo noto solamente il primo, & l'vltimo, il primo è quelli 3. & l'vltimo è quelli ducati 9. & volendo risoluere tal questo, egli necessario a trouare il secondo termine. Et per trouarlo procederemo per quella nostra regola posta nella seconda del precedente capo, cioe recauamo quel 3. al suo primo relato, che fara 243. & quello moltiplicaremo per quel 9. fara 2187. & colla radice cauda cuba di questo 2187. fara il secondo termine, & perche tal radice è irrationale tu la notarai in questo modo 3 cu. 2187. & cauo fara il capitale, & guadagno del primo anno. Hor per trouar quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno, voglio che lo ritrouiamo per quella seconda regola data nella seconda questione di questo capo, dicendo se ducati 3. di capitale mi rendono fra merito, & capitale ducati 2187. cu. 2187. che mi rendera ducati 100. di capitale, opera che trouarai, che si rendera 3 cu. 3000000000000. fra merito, & capitale, della qual cauatione li ducati 100. di capitale restara 3 cu. 3000000000000. meno 100. & cauo gli venne a pagar di merito per cento a l'anno, & questa tal regola è molto più spedicue in queste specie di ragioni irrationali dell'altra, che nelle precedenti habbiamo vsata, per che in questa non se intrauiene, ne si moltiplica, ne si parte di quel residuo, pur se per esercitarti la vorrai solvere per la detta regola trouarai il medesimo. Et se ti parerà ancora di volerla operare rationalmente, cauarai la propinqua radice cuba del detto secondo termine, & con quella procederai secondo, che nelle regole negotiate sopra tal merito t'insegnai, anchora tu potrai far il medesimo cauando la propinqua 3 cu. cu. di quel 3000000000000. & di tal radice propinqua cauandone 100. & il restante fara quello che gli venne a pagar di merito per 100. a l'anno.

9 NOstro piglia a impresto ducati 1. & li venne fece anni, & in capo di detti fece anni gli cauano' ducati 6 fra merito, & capitale. Si domanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno per far capo d'anno.

Tu vedi che in questa questione gli concorre 3 termini continui proportionali, delli quali ne è noto solamente il primo, & l'vltimo, il primo è quelli ducati 1. & l'vltimo è quelli ducati 6 ma per solvere tal questione ne fa dibisogno di saper il secondo termine, & per trouarlo procederai per la nostra regola data sopra la terza del precedente capo, cioe trouarai il cubo cubo di quelli ducati 1. che fara 6. & quello moltiplicalo per quelli ducati 6 fara 36. & la radice seconda relata del detto 36. fara il detto secondo termine, & perche tal radice è sorda, o vuoi dire irrationale tu la proverai in questo modo radice seconda rel. 36. & cauo fara il capitale, & guadagno del anno. Hor per trouar quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno procedendo per quella seconda regola, dirai se ducati 1. di capitale mi rendono fra merito, & capitale ducati radice seconda relata 36. che mi tornara 100 di capitale, opera & trouarai, che si rendera radice seconda relata 3600000000000. della qual cauatione li ducati 100. di capitale restara radice seconda relata 3600000000000. meno 100. & cauo gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno, & se ne farai prouà la nostra buona. Et se per ciascuna ti solvera per quella altra prima regola trouarai il medesimo.

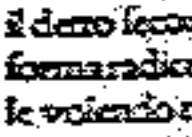
10 NOstro suol impresto ducati 2. & li venne anni cento, & in capo di detti anni cento gli rimorno' il doppio, cioe ducati 6 fra merito, & capitale. Si domanda quanto gli venne a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Tu vedi che in questa dimanda gli concorre 3 termini continui proportionali, delli quali habbiamo cognito solamente il primo, & l'vltimo, il primo è quelli 2. & l'vltimo è quelli 6. & per risolverai tal dimanda è necessario a trouar il secondo termine, & per trouarlo procederemo per quella nostra regola data nella 5 del precedente capo, cioe pigliaremo il 2. rel. di quel 3. che fara 18. & lo moltiplicaremo per quel 6 fara 432. & la radice cuba del detto 432. fara il detto secondo termine, & per esser tal radice sorda, o vuoi dire irrationale, tu la notarai in questa forma 3 cu. cu. 432. & cauo fara il merito, & capitale del primo anno, hor per trouar quanto venne a pagar di merito per 100 a l'anno a far capo d'anno, procedendo per quel la seconda

la ſeconda regola diremo, ſe ducati 5 di capitale mi torna fra merito, & capitale ducati 8 per cen. cen. 5 : 8 che mi tornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che ritornara 8 cen. cen. 2000000000000000000. delliquali cauandone li ducati 100 di capitale, & ti reſtara radice cen. cen. 2000000000000000000. men 100. & cauo venera a pagar di merito per cento a l'anno, & ſe ne farà la proua la trouarai buona. Ma ſe per eſſer auſi nel multiplicare, & partir di radici, la ſolutione per la prima regola trouarai, che ti venira il medeſimo.

11 ANchora vn'altro piglia impreſto ducati 1. & li tenne anni noue, & in capo di detti anni noue gli ritornò ducati 5 fra merito, & capitale. Si adimanda quanto gli venira a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Anchora in queſta ſi vede, che gli occorre 10 termini continui proportionali, delliquali ſolamente il primo, & l'vltimo habbiamo noto, il primo è quella 1 & l'vltimo è quella 5. & per ridurci al queſito, egli ne occorſero a ritrouare il ſecondo termine, & per tanto procederemo per quella noſtra regola data nella decima del precedente capo, cioe piglieremo il cen. cen. di quelli ducati 1. che ſara 1. & lo multiplicaremo per quel 5. fara 1 50. & colla 8 cen. cen. del detto 1 30. fara il detto ſecondo termine, & perche la radice è ſorda, cioe irrationale la laſciaremo in queſto modo 8 cen. cen. 1 50. & tanto fara il merito, & capitale del primo anno, delli detti ducati 1. per trouar mo quanto venira a pagar di merito per cento a l'anno, ne diremo ſecondo il ſolito, ſe ducati 1 di capitale mi torna fra capitale, & guadagno 8 cen. cen. 1 30. che mi tornara ducati 100. opera che trouarai che ti ritornara ducati 8 cen. cen. 2000000000000000000. delliquali cauandone li ducati 100. di capitale, reſtara 8 cen. cen. 2000000000000000000 men 100. & tanto venira a pagar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno, & ſe ne farà proua la trouarai buona.

12  NAltro vol impreſto per ducati 1. & in capo di anni 12. gli ne ritornò fra merito, & capitale ducati 3. Si adimanda quanto gli venira ad hauer pagato di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

Similmente in queſta ſi vede, che gli intercorſe 10 termini continui proportionali, delliquali ſolamente del primo, & dell'vltimo habbiamo noticia, & a voler concludere il propoſito egli ne conuiene a trouare il ſecondo, & per tanto procederemo per quella noſtra regola data ſopra la nouenna del precedente capo, cioe piglieremo il cubo cubo di quel 1. che ſara 5 12. & lo multiplicaremo per quel 3. fara 1 536. & colla 8 cen. cen. del detto 1 536. fara il detto ſecondo termine, & perche ci radice è ſorda, o vogli dire irrationale, la trouaremo in queſta forma radice cen. 1 536. & tanto fara il capitale, & merito del primo anno, con la quale volendo trouare quanto gli venira ad hauer pagato di merito per cento a l'anno, dirai ſe ducati 3 di capitale mi torna fra merito, & capitale ducati 8 cen. rd. 1 536. che mi tornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che ti tornara 8 cen. rd. 1 60 12 59427574592093 $\frac{8}{40}$ delliquali cauandone li ducati 100 di capitale, & trouarai che ti reſtara 8 cen. rd. 1 60 12 59427574592093 $\frac{8}{40}$ men ducati 100. & tanto venira ad hauer pagato di merito per 100 a l'anno, laonde proua, che la trouarai buona.

13 NAltro piglia impreſto da vn ſuo amico ducati 1. & per vſura inſieme anni 12. che mi laſciò il modo di poterlo reſtituire, ma in capo di detti 12. anni ben eſſo ma non prima finita, & per non ſtar ſenza del ſuo diſcreto ritorno a quello amico gli 1. Si adimanda quanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno.

In queſta ſi vede, che vi occorre 12 termini continui proportionali, delliquali habbiamo ſolamente noticia del primo, & dell'vltimo, il primo è quel ducato 1. & l'vltimo è quelli ducati 2. ma a dover concludere il propoſito egli ne conuiene a trouare il ſecondo termine, & per tanto procederemo per quella noſtra regola data ſopra la duodecima del precedente capo, cioe piglieremo il cubo di quel 1. quel fara per 1. & lo multiplicaremo per quel 2. fara per 2. & colla radice cen. rdna di quel 2. fara il detto ſecondo termine, & perche ci radice ſorda la trouaremo in queſta forma radice cen. rdna 2. & tanto fara il merito, & capitale del primo anno, con il quale volendo trouare quanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno, procederai ſecondo il ſolito, dicendo ſe 1. di capitale mi ritorna fra merito, & capitale ducati radice ſeconda rdna 2. che mi tornara ducati 100 di capitale, opera che trouarai, che ti tornara radice cen. rdna 2 000000000000000000. delliquali cauandone li ducati 100 di capitale, trouarai che ti reſtara ducati radice cen. rdna 2 000000000000000000 men ducati 100. & tanto gli venne a dar di merito per cento a l'anno a far capo d'anno, & ſe ti piacera di volerla prouare, procederai ſecondo le regole date, & trouarai che in capo di detti anni vndici venira a ricuperar fra merito, & capitale li detti ducati 2. Et coſi ſeguita che più oltra non accade, non dubito che con el noſtro ordine da te

medesimo fopra in infinito piu oltra procedere, coſi non piu auãti, ne dichiarãdo anco, ne modemo ragiona.

Li caſi, over queſtioni, che ſopra ſi fanno a capo d'anno portano realmente ocorrere nell'arte negotiatiua ſono predilettamente al contrario delli ſopra nominati termini, e pero ſi reſolueno quaſi al contrario delli precedenti, ma per per le dette medeſime regole poſte nel precedente capo, & per procedere regolatamente, conſideremo alcune balle, & comune queſtioni, come ſi fano nelli ſopra nominati, ponendo anchora per magiore intelligentia li concetti di quelli medeſimi termini.

4 No die hauer da uno mercante ducati 1030. in termine di duoi anni, & trouandoſi il detto creditore in un certo bisogno, va dal detto mercante, & gli dice, ſe tu mi vuoi dare al preſente ducati 750. ui voglio chiamar ſatisfatto di tutto il contenuto, & gli fonde li detti ducati 750. adimandi tu a quanto per cento all'anno (a far capo d'anno) ſarano ſcontati li detti ducati 1030.

In queſta (ſe ben ſi conſiderano le regole del ſcontar a capo d'anno) ui concorreno termini contrarij proportionali, delli quali habbiamo ſolamente notitia del primo, & dell'ultimo, il primo è quelli ducati 1030. & l'ultimo è quelli ducati 750. Ma per riſoluere tal queſtione a noi neceſſario a ritrouare il ſecondo termine, & per trouarlo procederemo ſecondo la regola poſta ſopra la 11. nella del precedente capo, cioe multiplicaremo 750. in quel 1030 fara 772500. & la radice quadra di tal prodotto fara il detto ſecondo termine, laqual radice di 772500 fara 900. & tanto fara il detto ſecondo termine, & anchora tanti ducati ſaranno ſcontati li detti ducati 1030. ſcontati per un'anno ſolo, cioe per il primo anno, hor per ſapere a quanto per cento all'anno ſia tal ſconto, ne potemo procedere per piu uie (come ſopra ui fidemo fatto nella prima parte di queſto) ma procedendo per la piu commune diremo, ſe 900. ducati ſono 1030. che mi ſaranno 100. ducati capitale, & guadagno, delli quali mandai li ducati 900 di capitale reſtano ducati 130. per il merito (mercato) over per il ſconto ſcontando per anno all'anno, e pero ſi dirà per 900. 130. uengono a dar 100 per cento all'anno a far capo d'anno.

Tu potreſti anchora trouare il medeſimo 900. con l'ultimo termine, cioe con quelli ducati 750. dicendo ſe ducati 750. di capitale mi danno ducati 900 in un'anno, che mi danno 100 di capitale, ſopra che mi danno quelli medeſimi 100. fin merito, & capitale (mercato) multiplicando 100. in 100. fara 10000. ſe da tal conditione ne farai la proua, trouarai coſi effere, e pero ui vedi che la conditione di queſto ſcontro è finale alla prima di queſto capo ſopra ſi mette.

15 Ma quando che il detto ſecondo termine non ueniſſe razionale (come la maggior parte delle volte interuiene) bisognara a uolerlo ridotare preſtamente, e ſenza ripenſare da gli huomini intelligenti rispondere nel ſecondo termine per 8. fiate, come ſopra la ſeconda di queſto capo ſi anchora detto. Essempio gratia (per ponere il contenuto della ſeconda di queſto capo) ponemo che uno debba hauer da un'altro ducati 406. in capo di duoi anni, & coſui che debbe hauere tali ducati 406. nel detto termine, ne ha bisogno al preſente per ſaneui certo ſuo effetto, & per tanto ua dal detto ſuo debitore, & dicegli ſe mi uuoi dare al preſente ducati 354. ti uoglio ſtidar la mia parte, & ſi ſtarno di tutto il mio credito, & coſi coſui li contenta. Si adimanda a quanto per cento all'anno a far capo d'anno ſiano ſcontati li detti

In queſta (ſe ben ſi conſiderà) ui intendeno tre termini continui proportionali, delli quali habbiamo notitia ſolamente del primo, & dell'ultimo, il primo in queſto caſo ſara quelli ducati 406. (capeto al ſcontare) & l'ultimo ſara quelli ducati 354. Ma per riſoluere tal queſtione, egli neceſſario di ritrouare il ſecondo termine, & per trouarlo procederemo ſecondo la regola data nella detta terza del precedente capo, cioe multiplicaremo quel 354 fia quel 406. & fara 143724. & tal ſomma di quel 143724. fara il detto ſecondo termine, quale per non hauere tal radice razionale, & a voler proferir puntualmente, tal ſecondo termine ſi notara in queſto modo 143724. & tanto ſaranno ritornati li detti ducati 406 ſconti per un'anno, ouero che tanti ſaranno reconuerſi fra merito, & capitale, li detti ducati 354. meritati per un'anno, & per tanto volendo ne ritrouare a quanto per cento all'anno, fanno ſcontati tali danari, a far capo d'anno ui poſſi procedere per piu uie, come ſi detto nelle regole negotiatiue ſopra tali ſconti, ma la piu commune è queſta, dirai, ſe 143724. di capitale mi ritornano ducati 406 fra merito, & capitale, che mi ritornara 100. opera che ritrouarai, che ritornara 282 $\frac{\cdot\cdot\cdot\cdot}{\cdot\cdot\cdot\cdot}$, dalliquali cauane quelli ducati 100 di capitale, & ti reſtara 182 $\frac{\cdot\cdot\cdot\cdot}{\cdot\cdot\cdot\cdot}$ fara 100. & a tanto per 100 all'anno ſiano ſcontati li detti a far capo d'anno. In queſto ti conuiene ui vedi, ch'egli preciſamente eguale a quello, che ſi mette nella ſeconda di merito di queſto capo, tal che queſta uien a dire la proua di queſta, & queſta di questa, ueramente che ui potreſti prouare ſcontando alla medeſima proportione quella 143724. ritrouando ua-

ua

mar quelli ducati 354. & montando quelli ducati 354. nel conclusione non li poria negare, che non fusse buona. Et per far quello secondo sconto ne dirai, se ducati 406 mi ritornano sconti per vn'anno ducati $\frac{406}{1437}$ 354. che mi ritornano li medesimi ducati $\frac{406}{1437}$ 354. opera che ritornera precisamente ducati 354. e però sta bene.

Ma se quella tal questione ne fusse stata proposta da vn qualche negotiante per disegli realmente a lui accaduta (come che anchora fu supposto sopra la seconda di questo capo) se tal caso volendo finire realmente el negotiante in tal materia questione, cauerano la propinqua radice quadra del denno 1437 14. laquale (come fu detto sopra la seconda di questo capo) fara $37\frac{37}{74}$, & cosi ducati $37\frac{37}{74}$ finano ritornati li detti 406 ducati per vn'anno solo. Poi per voler usare a quanto per cento a l'anno a far capo d'anno fumo sconti li sopradetti ducati 406. su lo puoi ritrouare per due vie, cioe potiamo dire, se ducati $37\frac{37}{74}$ mi ritornano in ducati 406. che mi ritornara ducati 100. Et potemo anchora dire, se ducati 14. mi ritornano in ducati $37\frac{37}{74}$, che mi ritornara ducati 100. perche el detto ducati $37\frac{37}{74}$ fusse il perfetto medio proportionale fra 406. & 1437. anno venuta per l'uno modo quanto per l'altro, ma perche el detto $37\frac{37}{74}$ non è perfetto medio, per non eller la perfetta radice del sopradetto 1437 14. ma solamente propinqua al vero, e però variara alquanto piu per vn verso, che per l'altro. Ma perche ogni picolo errore, che si faccia nel partitore molto piu maggior errore si trouara seguire nell'auanzo di tal partire, & per il contrario se nella quarta, che si ha da partire fara qualche errore (partendola poi per vn giusto partitore) nel auanzo di tal partire, molto si diminuira tal errore, & tanto piu diminuira tal errore quanto, che piu maggior fara il detto partitore, e però el bisogna a procedere per il secondo modo, cioe dire, se ducati 1437 mi ritornano ducati $37\frac{37}{74}$ che mi ritornara 100. che operando si trouara, che ritorna ducati $107\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$, delli quali ragionevil ducati 100 di capitale restara ducati $7\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$, & cosi a ducati $\frac{7\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}}{100}$ per 100 a l'anno a far capo d'anno fanno finiti sconti li detti ducati 406. si potra anchora procedere precisamente (come fu fatto nella seconda di questi di questo capo) cioe cauar quelli ducati 354. di quelli ducati $37\frac{37}{74}$, & si restara ducati $3\frac{37}{74}$, & dopoi dire se ducati 354 mi danno di merito ducati $3\frac{37}{74}$ che mi daria ducati 100. onde operando si trouara, che daria quelli medesimi ducati $7\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$ di merito per cento a l'anno a far capo d'anno (dico di merito mentando) ma sconto mi da quel medesimo sconto per cento a l'anno a far capo d'anno. Ma procedendo per quella prima via dicendo, se ducati $37\frac{37}{74}$ mi ritornano ducati 406. che mi ritornara ducati 100. procedendo si trouara, che ritornara ducati $107\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$, delquale ragionevil ducati 100 restara ducati $7\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}$, che è alquanto differente dal sopradetto per la ragione di sopra narrata. Et se di tal conclusione ne fusse la prova naturale, & in fine di tal prova si trouasi quel resto di $\frac{1}{64}$ (che si venia) in groffo, & picolo, ouero in $\frac{1}{8}$, & $\frac{1}{16}$, ouer $\frac{1}{32}$, si trouara, che la non si discosta d'vn picolo, ouer di vn danaro dal la vera, il qual errore (appresso di mercanti, & altri negotianti) fara riputato per niente, & perche auuno quello che si è visto seguire in questo sconto, fano per tutti anni, quel medesimo seguira in tutti gli altri di piu numero di anni, cioe che quella medesima regola, che habbiamo vsata in tutte le precedenti questioni di merito, quella medesima si debbe vsare nelli sconti, nel che fara assai di semplificar questione da se medesimo douendo sopr'eseguire il proposito in ogni altra simile questione di sconto in piu numero di anni, nondimeno a tua maggiore informatione ne poremo alcune altre, ma poco breuia, seguendo le medesime questioni delli precedenti merito.

Non debbe hauere da vn'altro danari 64. in capo di sei anni, & per vn suo bisogno si contenta di hauer al presente ducati 27. Si domanda a quanto per cento a l'anno fia so sconto a far capo d'anno.

In questa tal vedi che gli occorre quattro termini continui proportionali, delliquali sobandate il primo, & l'ultimo ne è cognito, il primo è quello $\frac{1}{64}$ & l'ultimo è quello $\frac{1}{27}$ ma per ritrouare tal questione, accadera di trouare il secondo, ouer il terzo, perche tanto si potemo seruir del terzo, come del secondo, ma per maneggiar menori termini, il terzo, & quello operemo secondo l'ordine, che fu fatto nella terza di merito di questo capo, cioe quadraremo quel $\frac{1}{27}$ fara $\frac{1}{729}$. & questo moltiplicaremo fia quel $\frac{1}{64}$ fara $\frac{1}{46656}$. & cosi la radice cuba del detto $\frac{1}{46656}$ (la qual fara $\frac{1}{36}$) fara il detto terzo termine, & perche l'ultimo è $\frac{1}{27}$. quel mercatolo per vn'anno torna in merito, & capitale li detti ducati 36. & per saper quanto vien per cento, procedi come fu fatto nella terza di merito dicendo, se 27 torna 36. che tornara 100. opera che tornara $133\frac{1}{3}$. delqual cauane 100. capitale, restara di merito $33\frac{1}{3}$ per cento a l'anno a far capo d'anno, & operando, ma sconto danno medesimamente di sconto ducati $33\frac{1}{3}$ a l'anno a far capo d'anno, & cosi li detti $\frac{1}{64}$ fanno sconto alla detta ragione di $33\frac{1}{3}$ per 100 a l'anno a far capo d'anno.

17 MA quando che il detto secondo, over terzo termine venisse immediate procedendo per secondo il medesimo modo, ma immediatamente. Essempio grossolano sia che alcuno debbe hauere da vn'altro ducati 40. in termine di tre anni, & che li conuenga dare ogni fine d'anno ducati 30. Hor volendo sapere a quanto per cento l'anno a far capo d'anno, bisogna ridurre li detti ducati 40. in quella proceden do secondo l'ordine detto nella quarta di questa (qual è la sesta) regola, che si fa così, o vero che sarà semplicissima, dirai, se 30. di capitale (mettendo da banda) come nulla, 60. che fia mezzo, di capitale, che ui torna ducati 100. di capitale, opera che monta, che ritornerà a ducati 133 1/3. fia mezzo, di capitale (mettendo da banda) come li detti 100. di capitale, restano a ducati 133 1/3. & per 100. di tutto per cento all'anno bisogna li detti ducati 40. far capo d'anno, & per li restanti ducati 93 1/3 bisogna far conto per se stessi, & rimandone poi ducati 40. ritornano a esser messi alla medesima ragione per cento all'anno a far capo d'anno, & se ne farà la prouà la seguente forma.

18 CHe uno, il quale debbe hauere da vn'altro ducati 30. in capo di quattro anni, & essendo al bisogno li conuenga hauer di presente ducati 10. adimandi a quanto per cento all'anno a far capo d'anno, hanno tornati ui ducati.

In questa ui vedi che la è simile alla precedente, & che medesimamente sono cinque termini continui proporzionali, onde mouendo il secondo, over il quarto, perche tanto uale l'uno quanto l'altro, & mouendo il quarto ella si conuerte (come è detto) & così in tal caso mettendo di ducati 10. se ne fa 40. che ritorna a montar 100. per 100. a l'anno. Ma essendo li ducati 30. ritornano a esser 133 1/3 secondo la seguente medesima, cioè a conto per cento a l'anno mouendo pero sempre a far capo d'anno.

19 ANchora voglio fare uno essempio della sesta di mezo. Dicendo uno debbe hauere da vn'altro ducati 100. a termine di mezo quanto, & per un suo gran bisogno li conuiene da torre al prefato ducati 5. Si dimanda a quanto per cento l'anno vengono a far loro li sopradetti ducati 5. intendendo sempre a far capo d'anno.

In questa ui vedi medesimamente occorrere cinque termini continui proporzionali, de' quali il primo ad hauer notitia del primo, & del quinto, onde mouendo il secondo, ouer il quarto secondo che detto nella sesta di mezo, ma per maggior notitia di nouelli studenti, ridurrò quello che sopra li detti ducati 5. che ritornano a esser 10. (come in essempio anchora nella detta sesta di mezo) si troua per esser tal 10. a cento quadrato, pigliarò la sua prima radice quadra, che sarà 3 1/2 il detto secondo termine, onde procedendo, come che nella detta sesta di mezo, troueremo medesimamente che venirà ad hauer fruttato li detti ducati 10. a ragion di 3 1/2 per cento all'anno a far capo d'anno, onde si come che nella detta sesta di mezo ritornò a esser montato la detta 10. a 100. così in questa ritornano a esser montati li detti 5. a 100. & così per esser medesima, e però sarà che più oltra non starò con esempio non dubito, che da se medesimo sapra, come governarsi quando, che una delle predette, over altre simili ne occorrerà di mezo di uenir a voglia, & meno più essendo assai facile adesso a dare essempio di sopra, però di sotto, sono quelle medesime regole, con le quali sono risolte le precedenti sesta di mezo, solamente vi è questa differenza, che quella sempre, che è primo nelle questioni di mezo, viene a esser vltimo nelle questioni di sotto, & quello, che è vltimo nelle questioni di mezo, viene a esser primo nelle questioni di sotto, ma questo non importa, perche (come ho detto nella precedente regola) essendo per termini continui proporzionali, indifferentemente che del nostro seruire quello che sarà per vltimo la nostra diuisa sarà detto primo, & quello che sarà per primo sarà detto l'vltimo. Ma volendo produrre il detto secondo il modo degli Arabi, qui occorre che ci primo diuisa vltimo, & vltimo diuisa primo, laqual cosa in questi casi (come è detto) non importa, per che con quella medesima regola, che si troua il secondo termine, di quanti si vogliano continui proporzionali, con quella medesima si troua il penultimo, come di sopra hora assai chiaramente del tutto appare a ogni capo d'intendere per tornare al nostro proposito. Dico si concede con quelle regole, & modi di quelle 6 prime questioni di mezo, hauendo notitia delle sopra scritte 4 quantità di sopra, similmente con quelle medesime regole vsate nelle precedenti di quelle, quando, che alcuno non nelli detti mezi potrà risolvere le altre 7 a quelle relative, secondo il comune, & quelle di detti mezi si può procedere in altro maggior numero di termini, il medesimo seguirà in quelle questioni di sotto, e però sarebbe bene a quelle capo

Diuisa

Di una prima regola circa al proprio partire delle proportioni.

Cap. IX.

Prima regola di saper partire una proportione in due parti eguali, ouero di saper assignare la metà di quella.

1 VOlendo dividere una data proportione in due parti eguali, ouer pigliar la metà di quella, sempre fra li duoi termini di tal specie di proportione, trouarai vn termine medio proportionale (per il modo dato nella terza del terzo capo) & la proportione che fra il primo termine a tal termine medio fara la metà della prima data proportione (per la ragion adutta nella prima del secondo capo) Essempi gratia volendo pigliar la metà della proportione, che è fra 9. & 4. trouo ch'è solo medio proportionale fra 'l detto 9. & 4. onde procedendo per il modo dato nella terza del terzo capo trouarai quello esser 6. & fariano poi in questo modo 9. 6. 4. & così dico (per le ragioni adutte nella data prima del secondo capo) la proportione del primo al secondo termine (cioè da 9. a 6.) esser la metà di quella, che è dal primo al terzo (cioè da 9. a 4.) che è il proposito, il medesimo seguirà in ogni altra specie di proportione sì della maggior inequalità, & sì nelle proportioni irrationali, come razionali. Ma bisogna notare, che ogni proportione non è divisibile (razionalmente) in due parti eguali, ma solamente quelle proportioni sono divisibili razionalmente in due parti eguali, che li duoi termini di tai proportioni sono numeri quadrati, ouer numeri superficiali, & simili, & tutto questo dimostra Euclide nella 1. 8. & 9. del suo ottauo libro, e però concluderemo che solamente quelle proportioni sono divisibili razionalmente in due parti eguali, delle quali li lor duoi termini moltiplicati l'uno in l'altro producano numero quadrato, & tutte quelle, delle quali li lor duoi termini moltiplicati non producano numero quadrato non sono divisibili razionalmente in due parti eguali.

Acciòche di ciò vi sia accidentemente dimostra Euclide nella 25. del 8. da poter conoscer li numeri, che sono superficiali, & simili, dicendo, che la proportion di numeri superficiali simili esser li, come da numero quadrato a numero quadrato. Essempi gratia la proportione quadrupla, cioè come da 4. a 1. è come da numero quadrato a numero quadrato, poi che il 4 è numero quadrato, & la vnità è come numero fra li numeri quadrati, e però sono li numeri nella proportione quadrupla sempre numeri superficiali, & simili, e però moltiplicati, ouer partiti l'uno per l'altro sempre danno numero quadrato, & acciò meglio m'intendi li pongo quelli per essempio in margine, cioè 4. 1. 16. 2. 64. 4. 256. 8. 1024. 16. & 4096. 64. sopra quali trouarai, che moltiplicando l'antecedente fra il suo consequente di qual si voglia di tai proportioni fan numero quadrato, e però diremo la proportione quadrupla esser divisibile (razionalmente) in due parti eguali, il medesimo trouarai seguir in tutte le quadruple numeri posti nella proportione di 9. a 4. per esser l'uno, & l'altro quadrato, delli quali la sua diminutione pongo quelli in tal proportione 9. 4. 36. 16. 144. 64. 576. 256. & così si potria procedere in infinito, delli quali ne farai la esperienza, trouarai che moltiplicando l'antecedente per il suo consequente (di qual proportione di loro ti voglia) fan numero quadrato, & perche la data proportione di 9. a 4. (è doppia sesquiquinta) diremo la data proportione doppia sesquiquinta esser divisibile in due parti eguali, dico in due parti razionali. Et così per abbreuiar parole dico, che ogni proportione, che sia come da 4. a 1. ouer come da 16. a 4. ouer come da 64. a 16. ouer come da 256. a 64. ouer come da 1024. a 256. ouer come da 4096. a 1024. ouer come da qual si voglia numero quadrato a un'altro numero quadrato, sempre fia divisibile in due parti eguali, & razionali, perche sempre moltiplicando l'antecedente di qual si voglia di dette proportioni, fin il suo consequente, & finalmente partendo l'uno per l'altro darà numero quadrato.

Esempio primo
Proportione da dividere in due parti eguali.
9. 4.
proportione divisa
9. 6. 4.
numeri in quadrupla proportione
4. 1. 1.
8. 2. 2.
32. 2. 4.
16. 2. 4.
32. 2. 8.
64. 2. 16.
Et così procedendo in infinito.
numeri nella proportione di
9. 4. 4.
18. 2. 8.
27. 3. 12.
Et così discorrendo in infinito.

Ma per il contrario sono quelle proportioni, che li lor termini non fanno numeri superficiali simili, moltiplicando il lor antecedente fin il suo consequente non producano numero quadrato, ne finalmente partendo l'uno per l'altro non ne pervenga numero quadrato, ne mai tai proportioni possono esser divise in due parti eguali, che siano razionali, e però (come dimostra Euclide nella ottaua propositione del ottauo) niuna superparticolare può esser divisa in due parti eguali, che siano razionali perche li lor termini non sono, ne possono esser numeri superficiali simili, e per questa causa il nono in ordine (che è una sesquiottaua proportione, cioè come da 9. a 8.) non può esser diuiso in due razionali. Ma necessariamente da noi sarà detto in loco più proprio, & in loco maggiore, & la qual cosa dirò fin d'hora nel nostro procedere al suo luogo si farà manifesta, & questo circa la data proportione, ne alcuna altra superparticolare può esser divisibile in due parti eguali, che siano razionali, ne alcuno di loro è divisibile in due parti eguali, ma tali due

pari saranno irrationali, cioe che in tutte vi si trouera il suo terminе medio proportionale, che diuidera tal specie di proportioni in due parti eguali, vero è che tal terminе medio sempre sara vna radice sorda, e pero ciascuna di queste due proportioni (che l'una e l'altra vien a esser la metà della prima proportione diuisa) venira a esser irrationale per causa di quella radice sorda, laquale vien a esser coniugente di l'una, & antecedente dell'altra di tal due proportioni, & acio meglio mi intendiate di sotto ui ho posto tutte le sopraparticolari dalla sequialtera per fino alla sequidecima (che è il vero studio) irrationalmente diuise in due parti eguali, secondo fiorisce dentro nel secondo esempio della terza del sesto capo, & tal sopraparticolari le habbiamo diuise sotto a diuersi terminі (come di sotto puoi vedere) a tua maggior satisfattione.

Questa proportione che la sequialtera irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto diuersi terminі 3. & 6. 2. / 6. & 24. 4. / 9. & 54. 6. / 12. & 96. 8. / 15. & 150. 10.

Questa proportione è la sequiterza irrationalmente diuisa in due parti eguali, & in diuersi terminі. 4 & 12. 3. / 8. & 48. 6. / 12. & 108. 9. / 16. & 192. 12. / 20. & 300. 15.

Questa proportione che la sequiquarta irrationalmente diuisa in due parti eguali, et sotto a diuersi terminі 5. & 20. 4. / 10. & 80. 8. / 15. & 180. 12. / 20. & 320. 16. / 25. & 500. 20.

Questa sotto proportione che la sequiquinta irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi terminі 6. & 30. 5. / 12. & 120. 10. / 18. & 270. 15. / 24. & 480. 20. / 30. & 750. 25.

Questa sotto proportione è la sequisetta irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi terminі 7. & 42. 6. / 14. & 168. 12. / 21. & 378. 18. / 28. & 672. 24. / 35. & 1050. 30.

Questa sotto proportione è la sequiottaua irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi terminі 8. & 56. 7. / 16. & 224. 14. / 24. & 504. 21. / 32. & 896. 28. / 40. & 1400. 35.

Questa sotto proportione è la sequinona (cioe il nono) irrationalmente diuisa in due parti eguali, & sotto a diuersi terminі 9. & 72. 8. / 18. & 288. 16. / 27. & 648. 24. / 36. & 1152. 32. / 45. & 1800. 40.

Et per tanto bisogna notar, che quel che dimostra Euclide nella ottaua propositione del nono libro, & nel corollario della medesima propositione, cioe che ogni proportione superparticolare pur che sia diuisa in due parti eguali si deue intendere nelli numeri semplici (cioe secondo la considerazione del mathematico, nelli quali le cose sono indiuisibili, poi che di tal sorte di numeri parte, che sono 2, 3, & 5. Ma non nelli numeri di misure, & altre materie numerate, che considera la geometria, cioe secondo la considerazione del naturale, & in questa specie di numeri, di misure, & altre materie numerate si comprende li numeri, che sia pensier si dicono numeri rotti, & quelli che si chiamano numeri irrationali, & sia tal sua irrationalita sorda o quale si voglia specie di sorde, & questo si puo conoscer, & prouare per il medesimo Euclide delli numeri irrationali si propongono per caso si dicano, dove sopra delle quantita irrationali, ne quantita irrationali non sono loro, & superbi denominare da diuersi nomi, come si loro luogo parlaremo. Ma che li numeri rotti non siano compresi nelli numeri semplici, ma solamente per numeri pari di quantita continua (laquale è diuisibile in infinito) per molte proposizioni del detto Euclide si puo prouare, ma per non abondar in parole per vna sola si vogli far conoscere, cioe per la 25 del settimo libro, nella quale dice, che qualunque dui numeri, che siano causa le prime, sono li numeri secondo la sua proportione, & perche quelli dui numeri 9. & 25 sono causa le prime, e pero sarano li numeri nella sua proportione, laquale proportione è sequialtera. Et nondimeno nella generali pratica di numeri, & misure non potremo sin li numeri rotti trouar alcuni in tal proportione, che siano menori di loro, & questo si fara con la regola del tre dicendo, se 9 mi dan 25 che mi dara 1/2, opera che si dara 2/3 per la proportione di 2/3 a 1/2 sara sequialtera, & nondimeno questi dui numeri non sono numeri di dui minimi, cioe di 9. & 25. E pero egli conuiene a considerare, che li numeri non sono come in semplici, secondo la considerazione del mathematico, ma che sono numeri secondo la considerazione naturale, cioe denominati da vn certo materiale, anchor che sia proferita in ogni cosa sensibile, come che anchora sopra la diffinizione di numeri nella prima parte fu anchor detto. Et per tanto concludemo, che nella generali pratica di numeri, & misure vi si abbracciano, & comprende li numeri secondo l'una, & l'altra di queste due sorte di considerazione, cioe alhora secondo la considerazione mathematica, et alhora secondo la considerazione naturale, anchor che siano molte volte pronontiati alcuni da ogni materia sensibile, e pero non bisogna marauigliarsi se nelle nostre operationi, et conclusioni la maggior parte delle volte non faremo. Onde per ritornar al nostro primo proposito replicamo, che tutte le proportioni superparticolari, & intendete, che nelli numeri semplici non possono esser diuisi in due parti eguali nelli numeri di quanta continua sono diuisibili, come di sopra nelle superparticolari si è visto, et questa specie di diuisione di una

anchora

anchora geometricamente dal nostro Euclide nella 10 ma propositione del 6 to, nella quale m'insegna fra due linee proposte saper ritrouare una media proportionale, ouer del'una di quelle linee fatte ere misurate, & l'altra due trouando la detta media per l'ordine da lui dato nel detto media proportionale venirà esser la radice di 4. come di sopra nella diuisione della seguisettima fu determinato, & perche quel 2 è numero di misure lineali, & similmente quel 2. e pero anchora quella 32. verrà esser di misure lineali, cioe di piedi, ouer di qualche misura formata con il compasso a nostro piacere, il che nel fare di numeri sono numeri denominati da quella sol spetie di misura (anchor che ogni misura, ouer misure, la maggior parte delle volte non si nominano, ma si nomina solamente il numero di quelle) & la regola di tal numero vien a esser quella ogni misura, laqual regola per esser una linea vien a esser diuisibile in infinito, si come che della regola comune (come fu detto sopra la diffinitione della regola, nel principio della prima parte principale) & così da tal fonte di regole, & dalli numeri composti da quelle vien ancora li numeri rotti, & le quantità irrationali, come sopra la diffinitione di rotti fu anchor detto. Ma mi parso di replicarlo anchora in questo luogo per farti conoscere, che nella pratica generale di numeri, & misure (come di sopra è stato detto) vi si abbraccia, & comprende li numeri nel loro semplicemente (cioe absoluti) secondo la consideratione del mathematico, & nel loro congionti con qualche materiale sugetto di quantità continua, cioe, o lineale, o superficiale, o corporea, o di tempo, o di moto, o di peso, ouer di voce, suono, e canto, & questa ammonitione voglio mi sia bastante per hauer quello, che per lo auenire si ha da dire.

Prima regola di saper partire una proportione in tre parti eguali, ouer di saper trouar la terza parte di quella.

2 VOlendo diuidere una data proportione in tre parti eguali, ouer trouar la terza parte di quella, sempre fra li duoi termini di tal proportione trouarai il secondo termine delli duoi termini medij in continua proportionalità, per l'ordine dato nella quarta del sesto capo, della proportione del primo termine al detto secondo sarà la terza parte di quella prima data proportione. Essempi gratia volendo trouar la terza parte ponemo della proportione, che è da 64. a 2 7. per le cose più volte dette, tu sai chiaro, che fra 64. & 27. vi sono due termini in continua proportionalità, che la proportione del primo al quarto, cioe da 64. a 27. sarà triplicata a quella, che sarà dal primo termine al secondo, e pero troua il secondo termine, operando per il modo, ouer per la regola data nella quarta del sesto capo, trouarai il secondo termine esser 48. & così considerata la proportione di 64. a 48. (che sarà una sesquiterza) ella è la terza parte della proportione, che è da 64. a 27. che è il proposito. Se ti parerà non di voler anchora trouare il terzo termine proportionale, procedendo per il medesimo modo, cioe come fai 2 = sono il primo, & 3 64. il quarto, & trouarai il detto terzo esser 36. vero è che in tal questione basta a dar la terza parte di tal proposta proportione, & se ti parerà di volerne far prouà, replicarai il detto secondario (cioe la detta proportione, che è da 64. a 48.) per li modi detti, & trouarai che si produrà la proportione prima, cioe di 64. a 27. egli è vero, che se non retinerai la detta proportione di 64. a 48. nelli minimi numeri (quali sarano da 4. a 3.) nel produrre si verrà in numeri molto maggiori delli primi, cioe delli detti 64. & 27. vero è che finalmente tai numeri si ritornarano li due primi detti, cioe 64. & 27. & così sarà prouata tal tua operatione, ma replicando il detto secondario nelli minimi numeri, che sono 4. & 3. al primo colpo si produrrano 64. & 27. come prima.

Ma bisogna auertire, che nel partire una data proportione in tre parti, non sempre tal terza parte è razionale (come fu detto anchora sopra la diuisione fatta in due parti eguali) anzi la maggior parte fia irrationale, perche a douer venire tal terza parte razionale, egli è necessario che li duoi termini della data proportione, o che ambidoi sono numeri cubi, ouer che sono duoi numeri solidi simili, perche solamente li numeri cubi, & li numeri solidi simili (oltra quella condition detta nella sua diffinitione (cioe che partendo l'uno per l'altro, il quotiente sia numero cubo, o sia tal numero sino, ouer rotto, ouer sino, & rotto) hanno anchora questa condizione, che moltiplicando il quotiente di l'uno fia l'altro numero, produrano numero cubo, come fu detto a voler che il secondo termine venghi razionale, & perche molto più rari sono li detti numeri solidi simili, di quelli che non sono simili, e pero la maggior parte delle volte tal secondo termine fia irrationale, e pero il terzo di tal data proportione fia irrationale. Essempi gratia volendo partire in tre parti la proportione, che è da 3. a 2. (cioe pigliarne la terza parte) procedi secondo l'ordine dato di sopra, cioe troua il secondo termine di quattro termini continui proportionali, cioe moltipli-

Essempio
La proportione da diuidere in tre parti eguali
prima quarta
64. 2 27

prima inuentione
2 2 2 2
? 2 3 4
64 48. 0. 27.
seconda inuentione
2 2 2 2
? 2 3 4
64 48. 36. 27.

Essempio secondo
La proportione da diuidere in tre parti.
primo 8
3. 2 2 2.
prima inuentione
primo 8 12 18
3. 8 12. 18. 27.
seconda inuentione
primo 8 12 18
3. 8 12. 18. 27.

cal primo in se medesimo (cioè 3.) fan 9. & questo multiplica il vltimo (cioè fa 2.) fan 18. & la radice cuba di 18. fan il secondo termine, & perche la radice cuba di 18. è sorda, o vuoi dire irrationale bisogna dir che tal terza parte è come da 3. a 18. e pero tal proportione vien a esser irrationale, & se ti paresse di voler trouar anchora il terzo termine (anchor che in tal caso non sia necessario per hauer trouato lo irrationale di tal partimento fatto per 3.) procederai per il medesimo modo, cioè quadra quel 2. fa 4. & quel multiplicalo per quel 3. fan 12. & colla radice cuba di 12. fara il terzo termine, & saranno poi tutti quattro li termini in questa forma 2. 6. 18. & 12. come che anchora in margine vedi.

Prima regola di saper partire una proportione in quattro parti eguali, ouero di saper assignare la quarta parte di quella.

3 VOlendo dividere una data proportione per 4. ouero assignar la quarta parte di quella. Questo non vuol dir altro, che supponer li suoi dati estremi, ouer termini, il primo & quarto di 3. termini continui proportionali, & per tal mezzo trouar il secondo, per il modo che detto nella quinta regola del settimo capo, & così la proportione del primo al detto secondo fara la quarta parte della prima data proportione. Essempio sia volendo dividere per quarto la proportione che è da 2. a 32. della nostra inequalità, cioè il primo termine (cioè quel 2.) fia 8. & quello multiplicato fa 32. fara 256. & così la radice della radice di 256. (quali fara 4.) fara il secondo termine delli 3. medij continui proportionali fra 2. & 32. & così la proportione del 2. al detto 4. (che fara vna subdupla) fara la quarta parte della propolta proportione da 2. a 32. per le ragioni assunte sopra la prima del secondo capo, & se ne verra far la prova particolar multiplicando la subdupla per 3. che trouarai, che fara la medesima, cioè da 2. a 32. cioè vna sedecupla, ma fara in altre specie di numeri, ma fottilmandoli da l'vna, & l'altra banda, & trouarai che in tutte saranno come da 2. a 16. e pero fara bene. Et si paresse di voler trouare gli altri dui termini intermedij, cioè il quarto, & il terzo, procederai come fatto nella regola quinta del settimo capo, & trouarai nelli cinque li detti termini esser questi 2. 4. 8. 16. 32.

Essempio primo

Essempio secondo

Ma quando che 'l predetto cubo del primo termine multiplicato fin l'vltimo non haueße la sua radice cuba radice, la detta quarta parte di tal proportione fara irrationale. Essempi gratia volendo assignar la quarta parte della proportione, che è da 4. a 5. cuba 4. fa 64. multiplica questo 64. fa quel 5. fara 320. & la radice cuba di questo 320. fara il secondo termine delli 3. continui proportionali fra 4. & 5. (che fra tutti faranno poi 5. termini continui proportionali) & perche questa radice non hala sua radice di radice diforca, anzi è irrationale, e pero diremo che la quarta parte della data proportione, cioè è da 4. a 5. eßer quella che è da 4. alla radice di 320. & con tal regola procederai nelle altre.

Prima regola di saper partire una proportione in cinque parti eguali, ouer di saper trouare la quinta parte di quella.

4 VOlendo dividere vna data proportione per 5. cioè saper trouare la quinta parte di quella, si dui termini della data proportione supponerai per il primo, & vltimo de 3. continui proportionali, & per tal mezzo trouarai il secondo termine (per il modo, ouer regola data nella 5ª del settimo capo) & così la proportione, che fara dal primo al detto secondo (o sia al secondo termine razionale, ouero irrationale) fara la quinta parte della data proportione, & circa a tal operazione mi par cosa superflua a dimostrarla, perche (con gli essempi dati nelle precedenze, & per la regola data nella detta 5ª del settimo capo) subito potrai esser certo nella operatione.

Prima regola di saper dividere una proportione per 6. cioè trouar la sesta parte di quella.

5 Similmente volendo dividere vna data proportione per 6. cioè trouar la sesta parte di quella, supponerai li dui termini di tal data proportione esser il primo, & il settimo di sette termini continui proportionali, & per loro mezzo trouarai il secondo termine (per il modo, ouero regola data nella 5ª del settimo capo) & così la proportione del primo termine al detto secondo (o sia al secondo razionale, ouero irrationale) fara la sesta parte della data proportione.

Prima

Prima regola di saper dividere una data proportione per sette, cioè saper assignar la settima parte di quella.

•
Similmente volendo partire una data proportione per 7. cioè saper trouar la settima parte di quella. Supponerai li dati termini di tal proportione uno esser il primo, & l'altro l'ottauo di otto termini continui proportionali, & per loro notitia trouerai il secondo termine (per il modo, ouer regola data nella ottaua del settimo capo) & cosi la proportione, che sarà dal primo al detto secondo termine (o sia tal secondo termine razionale, ouero irrationale) sarà la settima parte della data proportione.

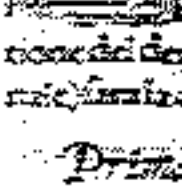
Prima regola di saper partire una data proportione per otto, cioè saper assignare la ottaua parte di quella.

7
Volendo partire una data proportione per otto, cioè assignare la ottaua parte di quella, supponerai li dui termini di tal data proportione l'uno esser il primo, & l'altro il nono di noue termini continui proportionali, & per loro notitia trouerai il secondo termine (per la regola data nella nona del settimo capo) & cosi la proportione, che sarà dal primo al detto secondo termine, o sia tal secondo termine razionale, ouero irrationale, sarà la ottaua parte della data proportione.

Prima regola di saper partire una data proportione per noue, cioè saper assignare la nona parte di quella.

8
Volendo partire una data proportione per 9. cioè saper assignare la nona parte di quella, supponerai li dui termini di tal proportione, l'uno esser il primo, & l'altro il decimo di x0 termini continui proportionali, & per la loro notitia trouerai il secondo termine (per la regola data nella decima del settimo capo) & cosi la proportione dal primo termine al detto secondo (o sia tal secondo termine razionale, ouero irrationale) sarà la nona parte della data proportione.

Prima regola di saper partire una data proportione per dieci, cioè saper assignare la decima parte di quella.

9 
Volendo anchora partire una data proportione per 10. cioè saper trouare la decima parte di quella, supponerai li dui termini di tal proportione esser il primo, & l'altro undecimo di undici termini continui proportionali, & per la loro cognitione trouerai il secondo termine (per la regola data nella undecima del settimo capo) & cosi la proportione del detto primo termine al detto secondo (o sia tal secondo termine razionale, ouero irrationale) sarà la decima parte della data proportione.

Prima regola di saper partire, over dividere una data proportione per undici, cioè saper trouare la undecima parte di quella.

10
Volendo anchora dividere una data proportione per 11. cioè saper trouare la undecima parte di quella, supponerai li dui termini di tal proportione esser il primo, & l'altro l'ultimo di 12. termini continui proportionali, & per la loro notitia trouerai il secondo termine (per la regola data nella vndecima del settimo capo) & cosi la proportione del primo termine al detto secondo (o sia tal secondo termine razionale, ouero irrationale) sarà la undecima parte della data data proportione, & cosi seguendo che più oltra mistieria non dubito, che da se medesimo saperai accommodarti a dividere una data proportione per 12. per 13. per 14. & cosi distendendo in infinito, douendo che ne non si fosse di quella regola posta in fine del secondo libro, di saper cauar le radici di proportione, accommodata a tutte le sue specie, che vanno seguendo di sopra in fino alla radice cosa relata.

Et sono chiamate sopra nominate operationi, over diuisioni vengono a dire specialmente approbate per la vndecima, & duodecima diffinitione del quinto di Euclide, & dalle sue dependenti, secondo che volendole anchora approuare practicalmente le puoi fare con l'aiuto loro comune, cioè con il moltiplicare, & quante uolte per quel li vorgia dimostrati dati nelli moltiplicanti potranno esser per farsi prouare, & essendo la nominata proportione irrationale, come accade. Non di meno gli sopranominati moltiplicanti accommodati a tal prouare per quel vltimo modo detto nella quinta, & vltima del detto capo, vero è che dopoi che hauerai moltiplicato l'antecedente

per il partire se vorrai, che ti riesca la proportione partita in quelli medesimi numeri, che era la detta proportione partita: ne fia necessario a schiffare li duoi termini della producta proportione, cioè circa nelli minimi numeri, & haverai quella nelli detti medesimi numeri. Essempi grazia di sopra nella terza di questo capo fu ordinato la quarta parte della proportione di 4.a 3. ellet quella, che è da 4.a 81. hor per far la prova pratica, tu fai che moltiplicando el numero per il partitore dovevi recare la proportione parta, onde per moltiplicar per 4. ladetta proportione, che è da 4.a 81. bisogna a recare li suoi denari a cento di cento (come fu detto nella detta vltima del detto capo) & perche il cenonde 4. è 256. & il cenonde 81. è 6561. & per che la proportione di 256.a 6561. è simile a quella nostra, ch'è da 4.a 3. per esser l'una, & l'altra via di quinta) dicemo il nostro partire esser buono. Et se ti parresse di voler far ricercare nel producto nelli medesimi primi numeri, trovarai li duoi minimi numeri, che hanno la medesima proportione, ch'è dal detto 256.a 6561. onde procedendo secondo la regola data nella 23. del primo capo, & trovarai esser quelli medesimi 4. & 3. & con tal ordine provarai tutti li partiri delle proportioni.

Dimostra seconda regola circa al proprio partire delle proportioni. Cap. X.

VNa seconda regola, circa al proprio partire delle proportioni, si fondamenta sopra la quinta decima del primo corollario della decima nona del libro di Euclide, & della undecima de l'ottavo, & della trigesima sesta del undecimo libro, nelle quali dice, che le figure simile, cioè che hanno numeri quadrati, che la proportione dal lato al lato è fatta doppia a quella, che è dal lato al lato. Et quella che fia da un numero cubo a un'altro cubo, sarà da doppi folidi simili di tal proportione fatti, come la proportione eroppiata a quella, che è dal lato di l'uno al suo relativo lato dell'altro. Et per tanto volendo pigliar la mita di una data proportione supponeremo li duoi termini di tal proportione esser duoi quadrati, & perche supponemo, che la proportione di lati di tai quadrati sia mita della proportione di detti quadrati, operando secondo li lati di tai quadrati, la proportione di quelli verrà a esser la mita della data proportione, & li lati di detti quadrati saranno la radice quadrata di detti duoi termini della data proportione. Et con tal volendo pigliar, over trovar il terzo di una data proportione sopra detta, over che supponeremo li duoi termini di tal proportione esser duoi cubi, onde secondo li lati di tai duoi cubi, liquali saranno la radice cuba di uno, & dell'altro di detti duoi termini, onde la proportione di detti duoi lati verrà a esser il terzo della data proportione (per le ragioni di sopra dette) Et quantunque Euclide non habbia posto altra proportione di cubi, & li suoi lati nelle altre quattro vengono a esser da lui manifestate, cioè che la proportione di duoi cubi, o vuoi dir di duoi quadrati di quadrati, esser quadrupla a quella, che è dal lato di l'uno al lato dell'altro, & quella che è da un relato primo a un'altro sia quintupla a quella, che sia dal lato al lato, & con tal ordine va procedendo nelle altre digrado, over specie di quelli numeri detti nella terza del primo capo del secondo libro, cioè quadrati cubi, secondi relati, cubi di cubi, cubi di cubi, primi relati, primi relati, & così discorrendo in infinito, secondo che in fine del secondo libro più abondantemente fono stati declarati.

Questa seconda regola, circa al proprio partire delle proportioni è proprio il contrario di quello altro modo di moltiplicare una data proportione posta nella quarta, & vltima del detto capo, imperò con quella forte di moltiplicare facilmente proverai questa forte di partire, & per il contrario quella forte di moltiplicare facilmente proverai con questa forte di partire.

Come si trova la mita di una data proportione per questa seconda regola.

DOnque volendo per questa seconda regola trovare la mita di una data proportione, prima trova li minimi numeri, che sia nella data proportione (secondo la regola data nella 23. del primo capo) & fanne quello cum la radice quadra dell'uno, & l'altro di detti duoi termini di tal data proportione, & così la proportione delle dette due radici fia la mita della detta data proportione. Essempi grazia volendo trovar la mita della proportione, che è da 16.a 81. prima trova li duoi minimi numeri di tal proportione, che (per la regola data nella detta 23. del primo capo) trovarai quelli esser 2. & 3. hor cum la radice quadra dell'uno, & dell'altro di detti duoi numeri, & trovarai l'una di dette radici esser 1. & l'altra 1. & così considerando la proportione di 1.a 1. esser la mita di quella, che è da 4.a 9. essendo 1. la 2. & così nelle altre procederai in tutte le altre simili. Avertendoci che ogni volta, che haverai trovati li detti minimi numeri di quella proportione, che vorrai dividere per mita, & che l'uno, & l'altro di quelli non

fia numero quadrato, fara impoſſibile di poter dividere tal proportione razionalmente in due parti eguali, anzi ſempre tai due parti, o vuoi dir tal fua meta fara irrazionale. Eſſempi grazia volendo dividere per meta la proportione, che è da 18.a 12. trouo li minimi numeri di tal proportione (per la regola data nella 15. del primo capo di queſto libro) & trouo ſi quelli eſſer 3. & 2. onde cauando la radice di l'uno, & l'altro di quelli, trouo ſi quella del 3 eſſer forda, & ſi notara per R 3. & quella del 2. (per eſſer numero quadrato) fara 2. & coſi la proportione di R 3. a 2. fara la meta della data proportione di 18. a 12. ouer da 3. a 2. & perche il 3. non è ſtato numero quadrato, ma meta di detta proportione è ſtata irrationale, come hai viſto, & tanto piu irrationale ſara quando che l'uno, & l'altro di detti dui termini non fuſſe numero quadrato. Eſſempi grazia volendo dividere per meta la proportione, di 12. a 10. trouo li minimi numeri di tal proportione, che ſaranno 6. & 5. delliquali cauando la radice di ciaſcuno di quelli, ni radici (per non eſſer nell'uno, ne l'altro numero quadrato) ſaranno irrationali, cioe l'una ſi dira R 6. & l'altra R 5. & coſi la proportione di queſte due radici ſara la meta della data proportione da 12. a 10. ouer da 6. a 5. Il medeſimo ordine tenerai nelle proportioni della minor inequalita.

Eſſempio ſecondo
la meta della proportione che è da —— —— 5. a 4.
ſara quella che è da R 5. a 2.

Eſſempio terzo
la meta della proportione che è da —— —— 6. a 4.
ſara quella da R 6. a R 4.

Seconda regola di ſaper trouar il terzo di una proportione.

3 QVando poi dividere per ne vna data proportione, cioe trouare la terza parte di quella, trouo prima li dui minimi numeri di tal proportione, & de l'uno, & l'altro di quelli trouo la radice cuba, & coſi la proportione di tai due radici ſara la terza parte della data proportione, per le ragioni di ſopra adutte. Eſſempi grazia volendo trouar la terza parte della proportione, che è da 24. a 3. trouo prima li dui minimi numeri di tal proportione, che trouo ſi quelli eſſer 8. & 1. hor cauo la radice cuba di l'uno, & l'altro di quelli, & trouo ſi l'una radice cuba eſſer 2. & l'altra 1. & coſi la proportione da 2. a 1. (che è vna dupla) diremo eſſer il terzo di quella data proportione da 24. a 3. ouer da 8. a 1. che è vna ottupla.

Eſſempio primo
la terza parte della proportione che è da —— 8. a 1.
ſara quella da —— 2. a 1.

Ma quando che l'uno, & l'altro delli dui detti dui minimi numeri non fuſſe cubo, la terza parte di tal data proportione ſara irrationale, come eſſempi grazia volendo la terza parte della proportione, che è da 18. a 6. li minimi dui numeri, delliquale ſara 9. & 3. & perche la radice cuba di 9. è forda (per non eſſer numero cubo) & quel del 3. & 1. & coſi la proportione della radice cuba di 9. a 1. ſara la terza parte della data proportione da 9. a 3. ouer da 18. a 6. & tal terza parte ſi rapreſenta in queſto modo R cu. 9. a 1. Il medeſimo ſeguira quando, che nell'uno, ne l'altro di detti dui minimi numeri non fuſſe numero cubo.

Eſſempio ſecondo
la terza parte della proportione che è da —— 9. a 3.
ſara come da R cu. 9. a 1.

Seconda regola di ſaper trouar il quarto di una proportione.

4 NO cedo anchora per quella ſeconda regola trouar il quarto di vna data proportione, trouo prima li 2 minimi numeri di tal proportione, & la proportione delle 2 che ſi dimandano numeri ſara la quarta parte di tal data proportione. Eſſempi grazia volendo trouar la quarta parte della proportione, che è da 16. a 3. trouo li dui minimi numeri di tal proportione, che trouo ſi eſſer 8. & 1. & cauata la 2. di l'uno, di l'altro, & trouo ſi l'una eſſer 2. & l'altra 1. & coſi diremo la proportione di 2. a 1. eſſer la quarta parte della data proportione da 16. a 8. ouer da 8. a 3. Ma quando che l'uno, & l'altro di detti dui minimi numeri non fuſſe cubo di cubo, o vuoi dir quadrato di quadrato, tal ſua quarta parte ſara irrationale. Eſſempi grazia volendo trouar la quarta parte della proportione, che è da 10. a 3. trouo li minimi numeri di tal proportione, quali trouo ſi eſſer 5. & 1. & per abbreuiar parole diremo, che la proportione della R 5. a 1. ſara la quarta parte della data proportione da 5. a 1. ouer da 10. a 3. ma perche quel 5. è numero quadrato ſimplice, tal proportione ſi poteria notar in queſta forma R 5. a 1. Et con tal ordine la quarta parte della proportione da 3 a 1. ſaria quella che è dalla R 3. alla radice 1.

Eſſempio primo
la quarta parte della proportione da 81. a 16.
ſara quella da 3. a 2.

Eſſempio ſecondo
la quarta parte della proportione da —— 5. a 4.
ſara quella da R 5. a R 4.

Eſſempio primo
la quarta parte della proportione da 5. a 3.
ſara quella da 5. a 1.

Seconda regola di ſaper trouar il quinto di una proportione.

5 OR per abbreuiar la formatura de parole, volendo trouar la quinta parte di vna proportione data nelli minimi numeri poſſano di quella che è da 3. & 1. cauata la radice cuba di l'uno, & l'altro di detti dui termini, che trouo ſi quella eſſer 1. & 1. Et coſi la proportione da 1. a 1. ſara la quinta parte della data proportione da 3. a 1. & con tal regola la quinta parte della proportione da 32. a 1. ſara la proportione della radice quinta di 32. alla radice quinta di 1.

Eſſempio ſecondo
la quinta parte della proportione da —— —— 32. a 1.
ſara quella chi è da R 32. a R 1.
cioe 2.

Seconda regola di ſaper aſſignare la ſeſta parte di una proportione.

6 VOlendo anchora noi la sesta parte di una proportione data nelli suoi minimi numeri di quella che è da 6.p.2 cioè la radice cuba quadra di uno, & l'altro di sotto di dui numeri, che trouarai l'una esser 2. & l'altra 1. & cosi la proportione di 2.a 1. sarà la sesta parte di quella, che è da 6.p.2 1. Ma la sesta parte di quella, che è da 10.a 13. sarà quella che è dalla radice cuba quadra di 10. alla radice cuba quadra di 13.

Essempio primo
La sesta parte della proportione che è da 6.p.2 1. sarà quella che è da 2. a 1.

Seconda regola di saper trouare la settima parte di una data proportione.

7 NOra volendo trouar la settima parte di una proportione data nelli minimi numeri di quella, che è da 2.p.5.p.2 1. & 5. cioè la radice seconda relata di uno, & l'altro di detti dui termini, l'una delle quali trouarai esser 3. & l'altra 2. & cosi la proportione di 3.a 2. sarà la settima parte di quella, che è da 2.p.5.p.2 1. & 5. Ma la settima parte di quella, che è da 4.a 5. sarà quella, che è dalla radice seconda relata di 4. alla radice seconda relata di 5.

Seconda regola di saper estrarre la ottaua parte di una data proportione.

8 HAuendo volendo partire una data proportione per 8. cioè trouar la ottaua parte di quella, troua prima li dui minimi numeri di tal proportione, & la proportione delli 2. numeri di detti dui numeri sarà la ottaua parte di tal data proportione. Essempio primo volendo trouare la ottaua parte della proportione, che è da 3.p.2 a 3.p.2 1. trouo li minimi, che trouarai esser 6.p.3.p.2. & 6.p.3 1. cauate le 2. co. co. co. dell'uno, & dell'altro, & trouarai l'una esser 4. & l'altra 3. & cosi dirai la proportione da 4.a 3. esser la ottaua parte della data proportione da 6.p.3.p.2 a 6.p.3 1. ouer da 1.p.3.p.2 a 1.p.3 1. ouer quando che l'uno, & l'altro di detti dui numeri non habbi co. co. cui la sua ottaua parte sarà irrationale. Essempio secondo volendo trouare la ottaua parte della proportione, che è da 3.a 2. trouo li minimi di tal proportione, quali trouarai esser 3. & 2. & per abbreuiar parole dirò, che la proportione della 2. co. co. 3. & 2. co. co. 2. esser la ottaua parte della data proportione, che è da 3.a 2. ouer da 1.a 2. Bisogna notare che quel numero la proportione, che li ha da diuidere nelli minimi numeri, si ha d'hauer a por vedere se li suoi dui numeri saranno co. co. perche li sua a co. co. cui irrationale, come che nel primo essempio hai visto, che per hauer trouato li minimi nella data proportione da 3.p.2 1. & 2.p.2 1. cioè quelli 6.p.3.p.2. & 6.p.4 1. ne hai trouato li detti minimi esser co. co. & hai trouato la detta 2. co. co. cui l'uno, & l'altro esser radicale, cioè esser l'uno 4. & l'altro 3. laqual cosa nelli primi numeri non si farà mentione. Egli ben vero che anchora la 2. co. co. cui di quel 1.p.2 1. alla 2. co. co. cui di quel 1.p.2 1. anchor che tal 2. siano irrationali, sarà pur la ottaua parte della data prima proportione, ma egli è più bello procedo, che tal risposta sia razionale, & quello si debbe intendere in tutte le pratiche, come in quelle che hanno da venire, e però nel secondo essempio dato sarà data la risposta sopra li suoi primi numeri, sopra li minimi, perche l'una, & l'altra sarà la ottaua parte della prima proportione, ma se la fusse trouata li minimi per la sudetta, ancor di quella ne ne ho voluto auertire.

Seconda regola di saper trouare la nona parte di una data proportione.

9 VOlendo anchora partire una data proportione per 9. cioè trouar la nona parte di quella, sempre pigliarai le 3. co. cui dell'uno, & l'altro termine di detta proportione, & la proportione di quelle che nasci sarà la nona parte della prima. Essempio volendo trouare la nona parte della proportione, che è da 5.p.2 1.p.6 3. trouo la 3. cui dell'uno, & dell'altro di detti suoi numeri, & trouarai la prima (cioè il primo numero) esser 1. & la seconda esser 7. & cosi dirai la proportione di quel 1.a quel 7. esser la nona parte di quella data proportione, che è da 5.p.2 1.p.6 3. ma quando che l'uno, & l'altro di detti numeri non habbi co. cui di cubo, la detta sua nona parte sarà irrationale. Essempio primo volendo trouare la nona parte della proportione, che è da 2.a 5. potremo dir tal nona parte esser la proportione, che è dalla 3. co. cu. 2. alla 3. co. cu. 5. ma pigliando li minimi numeri, diremo tal nona parte esser quella, che è dalla 3. co. cu. 4. alla 3. co. cu. 5. dell'una, & l'altra sarà buona risposta, ma più elegante sarà quella di minimi numeri, cioè dalla 3. co. cu. 4. alla 3. cu. 5.

Seconda regola di saper partire una data proportione per 10. cioè per trouar la decima parte di quella.

10 Anchora

10 NOta, volendo partire una data proportione per 10. cioè assegnar la decima parte di quella, trova prima li dui minimi numeri di tal proportione (per veder se la si potrà dividere con termini razionali) & la proportione delle radici rotte di detti dui numeri sarà la decima parte di quella data proportione. Essempi gratia volendo trovare la decima parte della proportione, che è da 1024 a 512 3564 5904 3249. trova prima li minimi numeri di tal proportione (per veder, come è detto, se la si potrà trovar con termini razionali) & troverai quella esser 625656256. & 312847249. fatto questo piglia la radice cossa relativa di l'uno, & dell'altro di detti termini, & troverai l'una esser 6 & l'altra 7. & così dirremo la proportione da 6 a 7. esser la decima parte di quella, che è da 625656256. a 312847249. over di quella che è 1024 512 3564 5904 3249 (per esser quella medesima) egli è vero, che tal questione si può risolvere in quell'altro modo dicendo, che la proportione della 8 cen. rel. 120 32 51. alla 8 cen. relata 54 49 2401. esser la detta decima parte della detta proportione delli primi numeri proposti, & tal risposta sarà giusta, & buona, perche li detti dui primi numeri proposti non sono cossi relati, e però le sue radici non sono razionali, & non essendo razionali debbono risolversi in tal forma. Ma si vede che trovando li minimi di tal proportione li suoi termini sono pur cossi relati, & le sue radici sono pur razionali, come di sopra si è visto, e però la detta decima parte viene in numeri razionali, che farà molto più leggiadra risolutione, anchor che l'una, & l'altra sia buona, ma quando l'uno, & l'altro di detti dui termini della data proportione (& li minimi, come li suoi minimi) non fussero cossi relati per non fallire si può dar la risolutione, pur sopra detti dui numeri proposti. Essempi gratia volendo trovare la decima parte della proportione, che è da 9 a 64 per non fallire si può dire tal decima parte esser quella, che è da 9 cen. rel. 9 alla 9 cen. rel. 64. & sarà benissima risolutione, egli è vero che più bello sarà dire tal decima parte esser quella, che è dalla 8 cen. rel. 1 alla 8 cen. rel. 8 e però avertirai. Essempio

Seconda regola di saper partire una data proportione per nodi, cioè saper trovare la undecima parte di quella.

11 VOlendo adesso partire una data proportione per undici, cioè saper assegnare la undecima parte di quella, trova prima li dui minimi numeri di tal proportione, per veder se si potrà dividere con termini razionali, & la proportione delle radici rotte delli detti dui numeri sarà la undecima parte di quella data proportione. Essempi gratia volendo assegnare la undecima parte della proportione, che è da 1048576 a 177147. & perche questi sono li minimi numeri di tal proportione, & per quanto dice la proportione delle radici rotte di detti dui numeri, sarà la undecima parte di tal data proportione, & perche li detti dui numeri l'uno, & l'altro è numero relato, onde cavando le debite 8 cen. rel. si trova l'una esser 4 & l'altra 3. e però in tal caso diremo la proportione di 4 a 3. esser la undecima parte di quella data proportione, che è da 1048576 a 177147. Ma quando che l'uno, & l'altro delli termini di tal data proportione non fussero cossi relati, nelli minimi numeri di tal proportione la detta undecima parte di tal proportione non ordinariamente sarà irrazionale, laonde in tal caso si assegnarà solamente per relata sorde. Essempi gratia volendo trovar la undecima parte della proportione, che è da 32 a 1 diremo che la sarà quella, che è dalla radice cossa relata di 32 alla radice cossa relata di 1. & così continuando modo, over regola potrai procedere da se medesimo ad infinito secondo le infinite specie di radici, che seguono dopo alla cossa relata, delequali in fine del terzo libro ne sarà maggiormente mentione abondantemente come io parlo, e però qui non accade altrimente replicarlo. Essempio primo Essempio secondo

Nota che tutte queste cose si pareranno facilmente agli approcciati praticamente con quel modo di multiplicare detto nella quarta, & ultima dichiaratione del sesto capo (come si dice anchora sopra la prima di questo capo) per esser tal modo di multiplicare il proprio contrario di questo modo di partire. Essempi gratia di sopra fu concluso, che la undecima parte della proportione, che è da 32 a 1 esser quella, che è dalla 8 cen. rel. 2 alla 8 cen. rel. 1. hor per voler praticalmente provar tal conclusione, sarà che multiplicando questo numero per il partire si dovrà trovar la proportione partita, & perche a voler multiplicare una proportione per 11. (come fu detto nella detta quarta, & ultima del sesto capo) bisogna a recare li termini di tal proportione all'suo numero relato, & perche il suo relato di 8 cen. rel. 2 è 8, & il suo relato di 8 cen. rel. 1 è 1. e però la proportione di 8 a 1 sarà undecupla a quella, che si viene nella partitione, & perche si vede che la è eguale alla proportione partita, non si può negare, che la nostra conclusione non sia buona, & così ordine apparecchiarai le altre simili partitioni.

Regola di saper multiplicar, & partir una proportione per un numero rotto. Cap. XI.

VOlendo multiplicare una proportione per un numero rotto procederai, come si conuiene a multiplicar un numero sano per un altro, cioe multiplicarai tal proportione per il numeratore di tal rotto, secondo l'ordine, ouer regola data nel multiplicar delle proportioni, & il produtto partirlo per il denominatore di tal rotto, procedendo secondo le regole date nelli sopradetti partimenti. Esempi gratia volendo multiplicare la proportione, che è da 3. a 4. poniamo per $\frac{2}{3}$, multiplica la detta proportione per 2. (numeratore di quelli $\frac{2}{3}$) & sarà, che fara come da 3. a 12. & quello produtto partirai per 3. (denominatore del detto $\frac{2}{3}$) & ne uerrà di tal partimento la proportione che è da 3. alla 8. cioe 12. a 8. & questo produtto detta proportione multiplicata per $\frac{2}{3}$, sarà quello, come ti debbi procedere a multiplicar la detta proportione da 3. a 4. per quel, ancho penso che ti debbi ricordare della regola data nel multiplicare delle proportioni, ne manco in questo, come ti debbi procedere a partire per 3. quella proportione di 3. a 12. perche penso che ti debbi ricordare, che bisogna quadrare quel 3. che fara 9. & tal quadrato multiplicarlo per quel 12. fara 108. & questa indice cioè del detto 108. fara 3. secondo ritrouai di sopra, & poi la detta proportione di 3. alla 8. cioè 12. a 8. fara la terza parte della indice di 3. a 12. cioè del sopradetto denno, & con tal ordine procederai a multiplicare ogni altra proportione si per $\frac{2}{3}$, come per $\frac{3}{4}$, & similmente per $\frac{4}{5}$, ouero per $\frac{5}{6}$, ouero per $\frac{6}{7}$, & altri simili, cioè sempre multiplicando tal proportione per il detto numeratore, & il produtto partirlo per il denominatore, & lo ascendente fara il produtto di tal multiplicatione. Ma non che volendo multiplicar la detta proportione per $\frac{2}{3}$ basta a partirla semplicemente per 3. (cioe per il denominatore di quel $\frac{2}{3}$) perche multiplicarla per quel 2. che dapoi alla regola, fara quella medesima proportione, & così volendo multiplicar per $\frac{3}{4}$ basta a partirla semplicemente per 4. & così per $\frac{4}{5}$, ouero per $\frac{5}{6}$, ouero per $\frac{6}{7}$, &c. Basta a partirla per 5. ouero per 6. ouero per 7. & così discorrendo, dalle quali multiplicationi alle volte si produrà proportione equale, & alle volte inequale, come per le cose dette nelle precedenti regole potrai considerare.

Regola di saper partire una proportione per un numero rotto.

VOlendo partire una proportione per un numero rotto, procederai come si conuiene a partire un numero sano per un numero rotto, cioe multiplica la detta proportione per il denominatore di quel tal rotto, & quel tal produtto partirai per il numeratore, & tal partimento fara lo ascendente, che verra a partire la detta proportione per quel tal rotto. Esempi gratia volendo partire la proportione, che è da 2. a 1. (che era dupla) per $\frac{2}{3}$, multiplica la detta dupla per 4. (denominatore di quel $\frac{2}{3}$) & produrrà quella da 16. a 8. che fara ancor ella dupla, & quella partirai per 3. numeratore del detto $\frac{2}{3}$, procedendo per li modi dati sopra verrà quella da 16. a 8. cioe 16. & 8. & questo verrà a partire la detta dupla per $\frac{2}{3}$, & così ne gli altri procederai nelle altre simili forti ditrouati. Et nota che per partire per 3. la detta proportione, che è da 16. a 8. secondo ditrouai trouai il secondo termine di quattro numeri continuamente proporzionali (quali è quella da 64. a 16.) per maggior minori numeri, cioè pensando che 8. sia il secondo termine per li modi dati, il quale sarà termine fra la 32. & la 16. quali pono per antecedente a quel 8. fara poi in questo modo 32. a 16. & questa medesima proportione fara fra quelli altri, che è da 16. a 8. cioè 32. a 16. ma quella che è da 32. a 16. è la medesima, che da quelli 64. a 32. cioè dupla, & è da huomo più intendente.

Come si prouano questi multiplicari, & partiri di proportioni per numeri rotti, & con lati, & rotti.

CRedo che hormai sarà a ben mio auiso, che ti debbi esser chiaro il modo di saper praticalmente operare quelle specie di multiplicari, & partiri di proportioni, & massime sapendo, che generalmente il multiplicare apporta il partire, & il partire appo il multiplicare, & perche di sopra habbiamo concluso, che a partire la proportione, che è da 2. a 1. per $\frac{2}{3}$, che ne viene la proportione, che è da 16. a 8. hor dico che al partire eguale, egli ne uiene, che multiplicando la detta proportione da 16. a 8. per la proportione (cioe per $\frac{2}{3}$) douera ritornar la proportione partita (cioe ua doppia, o uogli dir dupla) & questo non si potra negare, che al considerare non sia buona, & vedendo almanco la ragione, hor

per far

per far tal multiplicatione moltiplica la detta proportione di 16 in 12 cu. 56 per quel numero del rotto (come di sopra è stato detto) & quante volte potrà far tal multiplicare per quel modo di sopra il multiplicar delle proportioni, nondimeno è pur impedito in quelli casi è quello dato nella quinta, & vltima del sesto capo, che vuol l'antecedente, & conseguente di tal proportione, & per tanto il cubo di quel 16 fara 4096. & il cubo di 12 cu. 56 fara 1976. & così tal regola fara la proportione di 4096 a 1976 & quella tal proportione partirai per quel denominatore del rotto, onde procedendo in tal partire per quella seconda regola data nel decimo capo, cioè pigliarà 3 con un di tanbedue gli detti, il che facendo trouarai la 32 di 4096 esser 4. & quella di 1976 trouarai esser 4, & così tu vedi, che la proportione di 8 a 4. è vna dupla, come che era la proportion partita, e però la nostra cõclusion fu buona, & la vorrai incontrar nelli medesimi numeri, che furno 1. & 1. Chiamai quel 8. & 4. & ne verrà quelli medesimi 1. & 1. & cõ tal ordine procederai nelle altre simili. Questa mia però di difendela per auertirti in quello multiplicare, & partir per numeri rotti vna proportione si irrationale, come razionale, & come che nelle irrationali bisogna hauer in memoria le regole date sopra il multiplicare, & partire delle varie specie di radici fra loro, & con il numero, nel resimere poi bisogna seguir le regole date sopra le razionali.

Lasso il modo di multiplicar, & partir vna data proportion per vn numero rotto, sichemen il medesimo e equivalente per vn numero basso, & rotto subito il numero basso a quella specie di rotto, & dapoi multiplica, & parti la data proportione secondo che nelle due precedenti fatto hauo, & per il medesimo modo ne farai la prova, che potrai, come credo hauer ne passato assai esempio.

Regola di sapere quante volte una proportione minore numeri, ouer misuri vn'altra maggiore, ouero quante volte una proportione maggiore contegni in se vn'altra minore, con il qual modo si conosce la proportione, che hanno due proportioni fra loro, & alcuna volta si mostra necessa-

re, & adatta. Cap. XII.

Sapere quante volte una proportione minore numeri, ouero misuri vn'altra maggiore, ouero sotto quella tal proportione da quell'altra, seguendo l'ordine dato sopra il formare delle proportioni, & fatto il primo formare della proportione, che resta cercar vn'altra volta la detta proportione, & fatta quell'altra seconda formatione, della proportione che fatta resta, ne cercarai per la detta proportione, & così andarai procedendo per fin che ti resterà la equalità, ouerumente che la proportione, che resta minore genere, cioè sia la proportione della che si fara la formatione fatta della maggior inequalità, & che la resterà si annumerà nel genere della minor inequalità, & conoscerlo, & così tante volte quante formationi fatte hauerai fatte fare per fin a tal accidente, tante volte la detta proportione minore, ouer numerata, ouer misurata quell'altra proportione, & se in tal cercare formationi numerata (come è detto la equalità) quella tal proportione minore, ouer numerata precisamente (cioè senza alcun sopra auanzo) quell'altra proportione, onde in tal caso quell'altra proportione venirà a esser multiplice di quella tal proportion sotto tante volte quante fatte hauerai la detta formatione, ma se in tal cercar formationi non si trouara la equalità, ma si condurrai per fino a tanto, che facendo vn'altra formatione la resterà minore genere in tal caso, tal proportione non numera precisamente quell'altra, ma la numera solamente tante volte quante fatte hauerai le formationi fatte, & vi sopra auanzerà vna certa proportione minore di lei (come occorre anchora nelli numeri simplici, cioè che vn numero si dice numerar vn'altro, quando che quello lo numera precisamente senza alcun sopra auanzo, come in tutte le proportioni multiplice, ma quando non lo numera precisamente, o che tal proportione si detta numerar superparticolare, o superpartiente, o multiplice superparticolare, ouer multiplice superpartiente, il medesimo seguirà nelle proportioni comparate fra loro, cioè che fra quelle vi occorre quelle medesime specie di proportioni, che occorreno fra li numeri. Essempio quante volte vogli sapere quante volte vna sequialtera (cioè come da 3 a 2) numeri, ouero misuri vn'altra proportione sequialtera (cioè in quella par, come da 9 a 6) allhora le dette due proportioni l'una sotto l'altra (come in margine vedi) & fatto di quelle due vna seconda secondo che nelle formationi di numeri fu detto, & fatto questo formarai quella proportione da 27 a 18 di sotto da quella par da 9 a 6 di sopra, onde procedendo secondo l'ordine, ouer regola data sopra il formare delle proportioni, & mostrato per quel secondo modo dato nella terza del quinto capo, & vedrai che ti resterà la equalità (cioè come da 3 a 2) come in margine vedi, & perche la prima formatione ne ti resterà la detta equalità, concluderemo che tal proportione minor, ouer numerata vna volta sola quell'altra proportione, & questo medesimo seguirà sempre quali si voglia

Essempio primo

3	2
9	6

resta 6 6
equalità

27	18
9	6

resta 18 12
equalità

Essempio secondo
prima formatione
36 ~ 16
3 ^ 2

primo resto 72 48

seconda formatione
72 ~ 48
3 ^ 2

secondo resto 144 144
equalita

Essempio terzo
prima formatione
4 ~ 216
4 ^ 3

primo resto 1536 864

seconda formatione
1536 ~ 864
4 ^ 3

secondo resto 4608 3456

terza formatione
4608 ~ 3456
4 ^ 3

terzo resto 13824 13824
equalita

prima formatione
256 ~ 16
4 ^ 2

primo resto 64 16

seconda formatione
64 ~ 16
4 ^ 2

secondo resto 256 64

terza formatione
256 ~ 64
4 ^ 2

terzo resto 1024 256
Questa quarta formatione nõ
è da esser fatta, perche la reste
te proportione terza genere,
cioe di maggiore inequalita ſi
fa della maggiore.

256 ~ 256
4 ^ 1

quarto resto 1024 1024
maior inequalita

Essempio di proportione da vn'altra tale eguale, e però ogni ſpecie di proportione, over ragione vna volta ſola ogni altra tale eguale, anchor che fuſſero compoſte ſotto a diuerſi numeri, cioe ſe con il medeſimo ordine vorrai ſapere la detta proportione da 3. a 2. quante volte in ſe, over come nella proportione che è da 9. a 16. formando la detta da 3. a 2. da quella che è da 9. a 16. ne trouerai che ti reſtera la equalita (cioe da 3. a 3.) come in margine vedi, e però è manifeſto, che la vn'altra ſolamente vna volta, & anchora ſi manifeſta la proportione della equalita eſſer fra le proportioni della inequalita, come nulla, cioe ſi come che è la nulla fra le figure ſignificate nel ordine del numerare.

Similmente volendo ſapere quante volte la proportione, che è da 3. a 2. in se, over come la proportione, che è da 16. a 81. trouerai quella da 3. a 2. ſotto a quella da 16. a 81. & tira ſotto la ſolita linea, come in margine vedi, & ſopra quella di ſotto da quella di ſopra ſecondo l'ordine detto, & ti reſtera la proportione, che è da 7. a 48. come in margine vedi, della quale formarai vn'altra volta la detta proportione da 3. a 2. il che facendo trouerai che ti reſtera la equalita, cioe da 144. a 144. & perche habbiamo fatto due formationi tanti che ſiamo peruenuti alla equalita, diremo che la detta proportione, ch'è da 3. a 2. ſia preciſamente due volte nella detta proportione da 16. a 81. e però diremo la proportione da 16. a 81. eſſer doppia alla proportione, che è da 3. a 2. perche la contiene due volte, ma ſe vorremo comparare la detta proportione, che è da 3. a 2. a quella che è dal detto 16. a 81. diremo che la ſia ſeſquiottaua, per eſſer la mita di quella.

Similmente volendo ſapere quante volte la proportione, ch'è da 4. a 3. in se, over nella proportione, ch'è da 81. a 16. trouerai ſecondo il ſolito l'una ſotto l'altra, & ſopra quella da 4. a 3. da quella ch'è da 81. a 16. & trouerai che ti reſta la proportione, ch'è da 1536. a 864. & da queſta, che reſta operando come la medeſima, ch'è da 4. a 3. trouerai che ti reſta quella, che è da 4608. a 3456. dalla quale ſottrahendone anchora quella, ch'è da 4. a 3. trouerai che ti reſtera la equalita, cioe da 13824. a 13824. come in margine vedi, & perche habbiamo fatto ne ſottrattioni tanti, che ſiamo peruenuti alla equalita, diremo la detta proportione, che è da 4. a 3. eſſer, over numerar preciſamente volte la detta proportione, che è da 81. a 16. & così comparando le dette proportioni fra loro, diremo la detta proportione da 81. a 16. eſſer tripla alla detta proportione, che è da 4. a 3. over che diremo la detta proportione da 81. a 16. eſſer ſubtripla alla detta proportione, che è da 4. a 3. (per eſſer il terzo di quella) & ſenza che più oltra mi diſenda con mia regola poſſi ritrouare quelle, che ſarano in ogni altra multiplicia, over ſubmultiplicia, perche a volerci dar particolar eſſempio nelle quadruple, quintuple, ſeſtuple, & così diſcorrendo, mi par coſa ſuperflua, per che per la regola data ſopra coſa che da se medeſimo ſe ſapra operare, & ſapra, e però voglio che paſſiamo di quelle, che formando ſecondo l'ordine dato di ſopra non ſi peruiene alla equalita.

Ma volendo ſapere quante volte la quadrupla (cioe la proportione che è da 4. a 1.) ſesquialtera, over multipla proportione, che è da 256. a 144. eſſempio nabbiamo facendo il ſolito, cioe facendo che in margine vedi, & formarai quella di ſotto da quella di ſopra, & trouerai che ti reſtera la proportione, che è da 256. a 81. & così da quella reſtante formandone par la medeſima, che è da 4. a 1. & trouerai che ti reſtera la proportione, che è da 256. a 225. & da quella ſeconda reſtante ne formarai par la medeſima da 4. a 1. & trouerai che ti reſtera la proportione, che è da 256. a 225. & perche a formare da quella terza reſtante par la medeſima, che è da 4. a 1. reſtera la proportione, che è da 256. a 241. laquale come vedi è del genere della maggiore inequalita, & quella dallaquale ſi diſcende quella quarta formatione era della maggiore inequalita (cioe era da 256. a 225.) e però quella quarta formatione non debbe eſſer fatta, perche quello al ſegno ne diſcese quella ne proportione da 256. a 225. che reſtò nella terza formatione eſſer maggiore di quella, che è da 4. a 1. per laqual coſa in queſta operatione diremo, che la detta quadrupla (cioe da 4. a 1.) intera, over che la numera ne volte integre quella proportione, che è da 256. a 144. & che oltra di quello vi manca anchora la proportione, che è da 256. a 225. (manco di lei) laqual proportione è da 256. a 225. trouandola nell'ordinati numeri ſecondo l'ordine dato nella 25. del primo capo) ſi trouarà eſſer vna doppia, cioe come da 2. a 1. & per tanto diremo, che la detta proportione da 4. a 1. intera ne volte nella detta proportione, che è da 256. a 144. & manca anchora vna doppia, cioe da 2. a 1. Et perche la detta doppia con queſta medeſima regola ſi trouara, che la intera precisamente due volte nella detta quadrupla, e però diremo quella ſi doppia eſſer la mita di quella quadrupla, per laqual coſa concluderemo che la detta quadrupla intera, over che la multiplica ne volte, e mezza quella proportione, che è da 256. a 144. Onde volendo comparare queſte due proportioni inſieme diremo la detta proportione da 256. a 144. eſſer tripla ſeſquialtera alla proportione, che è da 4. a 1. over che diremo che la proportione

portione, che è da 9 a 8 alle sopradette sequalteron alla detta proportione, che è da 256 a 243.

Come che per le regole di sopra date si può trouare tutte le proportioni delle rotte para, & pari, di para del Diapason, cioè della dupla, che da prattici detta comma. Cap. XIII.

Regole di saper conoscere, & trouare di quanti toni sia composto il Diapason, cioè la dupla, che da prattici detta comma.

Alle regole sopra notate si può conoscere, & sapere di quanti toni sia composto il Diapason, cioè la dupla, che da prattici detta comma, & per trouare tal particolarità, bisogna trouare quante volte il detto tono (che è una sequalteron) intra, ouer sommata la detta dupla, cioè vedere quante volte la proportione, che è da 9 a 8 intra, ouero, sottrahendo la proportione, che è da 2 a 1. onde procedendo secondo l'ordine di sopra detto, cioè formare la detta proportione da 9 a 8. dalla detta proportione da 2 a 1. & si trouara, che resta la proportione, che è da 16 a 9. dalla quale formandone anchora la medesima proportione, che è da 9 a 8 si trouara restare la proportione, che è da 128 a 81. & di questo secondo resto formandone pur la detta proportione, che è da 9 a 8 si trouara restar la proportione, che è da 1024 a 729. & di questo terzo resto formandone per la medesima proportione da 9 a 8. si trouara restare la proportione, che è da 8192 a 6561. & di questo quarto resto formandone per la detta proportione da 9 a 8 si trouara restar la proportione, che è da 65536 a 59049. Perche si di detto quinto resto ne fusse formata la medesima proportione da 9 a 8. resteria la proportione, che è da 524288 a 472441. laqual sarìa del genere della minor inequalità, e però (come più volte è stato detto) tal sorte formatione non è da esser fatta, anzi bisogna considerare, che la detta proportione da 9 a 8 intra, ouer sommata cinque volte integrale detta proportione, che è da 2 a 1. & oltra le dette cinque volte gli intra anchora la proportione, che è da 65536 a 59049. e però si manifesta, che il detto Diapason, o vuoi dir dupla, o vuoi dir comma, esser composto di cinque toni, & più di detti cinque toni, tanto quanto è la detta proportione, che è da 65536 a 59049. laqual proportione (come affirma Boetio Severino, Giorgio Valla, Michel Stifelio, & altri) vien a esser duoi semitoni minori, & perche il tono (come dimostra Boetio, & Giorgio valla) è composto di duoi semitoni minori, & di una comma, e però formando li detti duoi semitoni minori, & di una comma, ouero sottrahendo li detti duoi semitoni minori da un tono resterà una comma, & per far tal formatione assumerai la proportione, che è da 9 a 8 (che è il detto tono) & sono di quella assumerai la sopradetta proportione, che è da 65536 a 59049. (che sono li duoi semitoni minori) & dapoi formando quella di sopra (giusto l'ordine dato nel secondo modo di formar di proportioni) trouarai che resterà la proportione, che è da 43046721 a 43046568. & questa sia la proportione, che resta vien a esser una comma, & consistera ne li duoi minimi numeri di tal proportione (come di sopra medesimo poemo verificammo) & con tal regola di ponersi certificare di quante comme sia composto il tono, & similmente il semitono minore, & anchora del maggiore (di quali di sopra si dirà) cioè vedendo quante volte intri, numeri, ouer sottrahendo detta comma il detto tono, ouero il detto semitono minore, ouero il maggiore, il che facendo si verificarà di tutto quello, che Boetio conclude, & similmente Giorgio valla, & tutti quelli, che di musica hanno scritto, cioè il semitono minore esser maggiore di una comma, & meno di quattro, & il semitono maggiore esser maggiore di quattro comme, & meno di cinque, e però seguita il tono esser maggiore di 8 comme, & meno di 9.

Corollario.

Dalla sopra scritta operatione si manifesta, come che il Diapason (cioè la dupla, ouer comma) esser concluso dalli toni per una comma, cioè che formando insieme 6 proportioni, come da 9 a 8. tal summa fia maggiore di una dupla per una comma, cioè per la detta proportione, che è da 531441 a 524288. laqual summa, & formatione se con diligentia la farà secondo l'ordini datili ne li suoi luoghi trouarai così essere.

Regola di trouar la proportione del semiton minore, detto Diesis.

Per le cose di sopra conclusa, volendo trouare la proportione del semiton minore, detto diesis, già fu che quella proportione da 65536 a 59049. che resta nella quinta formatione (della sesquiottaua, della dupla) era duoi semitoni minori, ouero duoi diesis. Onde pigliando la detta proportione per l'uno di modi datili al suo luogo) trouarai ch'ella altro la proportione, che è da

prima formatione
9 × 8
9 . 8

primo resto 16 9

seconda formatione
16 × 9
9 . 8

secondo resto 128 81

terza formatione
128 × 81
9 . 8

terzo resto 1024 729

quarta formatione
1024 × 729
9 . 8

quarto resto 8192 6561

quinta formatione
8192 × 6561
9 . 8

quinto resto 65536 59049
duoi semitoni minori

Questa sesta formatione non è da esser fatta, perche la resultante proportione ha numero genere, cioè si conuertisce della minor inequalità, come vedi.

65536 × 59049
9 . 8

sesto resto 524288 472441
minor inequalità

2 formate da vn tono duoi semitoni minori resta vna comma

9 × 8
65536 . 59049

resta 531441 524288
Comma

Duoi semitoni minori da 65536 a 59049.

Semiton menore nelli minimi numeri. da 256.243.

256.243. & cosi sara la proportione del detto semitono menore. Et cosa che per pigliare la mitade della sopradetta proportione, che è da 65536. 59049. piu facilmente effequir si debia, per quella seconda regola data nella prima del sesto capo, cioe pigliar la radice quadra di l'uno, & del l'altro di duoi termini di quella, lequal radici l'una trouarai esser 256. & l'altra 243. come di sopra è stato detto.

Regola di trouare la proportione del semitono maggiore.

4 Volendo poi trouare la proportione del semitono maggiore per piu vie lo puoi fare, l'una è formare il semitono menore dello integro tono, & il restante sara la proportione del detto semitono maggiore, cioe cosi la detta proportione da 256.243. della proportione da 9.8. che facendo questa, ti restara la proportione da 2187.2048. & cosi sara la detta proportione del semitono maggiore.

9 — 8
256 — 243

resta 2187 — 2048
Semitono maggiore.

Come si puo verificare che'l Diesis, cioe semitono menore, sia quel spatio, nel quale la proportione sesquitertia, detta diatessaron, cioe la quarta è maggior di duoi toni.

5 Volendo certificarci di quello che afferma Boetio, Giorgio valla, & altri che'l Diesis (cioe il semitono menore) sia equale a quella proportione, nellaquale la sesquitertia è maggiore di duoi toni, fatti coll duplica il ton, cioe la proportione, che è da 9.8. & procedendo secondo le regole date, troueraj che al duplicamento fatto la proportione, che è da 8.1. hor questi duoi toni fatti della sesquitertia, che è da 4.3. & trouarai che ti resta la proportione, che è da 256.243. lequal proportione (per le regole date nella terza) è il semitono menore, la nostri antichi chiamato Diesis, pero è manifesto il Diatessaron (cioe la detta sesquitertia) esser composta di duoi toni, & di vn semitono menore, quale sesquitertia volgarmente da primi è detta la quarta.

sesquitertia da 4 — 3
duoi toni da 81 — 64

resta 256 — 243
Semitono menore

Come si puo trouare di quante comme, sia composto il tono.

6 Volendo trouare di quante comme, sia composto il tono, tu sai che la proportione del tono è, come da 9.8. & similmente di sopra fu trouata, che la proportione della comma, era come da 531441.524288. & per tanto bisogna vedere quante volte la detta proportione di 531441.524288. sia nella detta proportione di 9.8. onde procedendo secondo la regola data si trouara, che la vi stara otto volte, & vi auanzara vna proportione minore della proportione della comma, e pero sara detto il detto tono esser piu di 8 comme, & manco di 9. come afferma Boetio, & Giorgio valla per ragioni di assai gran sutilità, & periti Matematici.

Diesseron 4 — 3
Tono 9 — 8

Dispeon 36 — 24

7 Tocca hora che piu in sul mercio particolarmente mi diende con le euidentie delle regole date nelli precedenti capi da me medesimo di poterti certificare, & ritrouare con nuoue, & piu particolari conclusioni, alcune da molti antichi nascose, & occulte, cioe che il Dispeon sia composto dal Diesseron, & da vn tono, il che trouarai formando il Diesseron con vn tono, come in margine vedi, & trouarai che nel fine ti darà il detto Dispeon.

tono 9 — 8
tono 9 — 8
tono 9 — 8
Semiton me. 256 — 243

8 Volendo ti puoi valere con numeri il detto Dispeon esser composto di tre toni, & di vn semiton menore, il che trouarai formando insieme li detti tre toni con vn semiton menore, come in margine vedi.

Dispeon 1866 24 — 1024 16

9 Volendo poi trouare la mita della comma, lequal mitade detta schisma, il che trouarai dividendo la detta Comma per mita, come in margine vedi, lequal schisma venira a esser, come da 531441.524288. cioe da 256.243. a 65536.59049. cioe da 256.243. a 256.243.

Comma

531441 524288 262144 259243 129140 118098 64570 59049

schisma schisma

10 Volendo poi trouare il semiton menore con vna schisma, lequal cosa vien a esser predetta mitade del tono, & per tanto ti basta a dimostrare il detto tono per mita secondo l'ordine dato nel nostro capo, & trouarai quello esser, come da 9.8. cioe da 256.243. a

11 Similmente

tono
9 — 3 — 8
Semiton menore

11 Similmente poi trouar la mita del Dispatan, il che farai diuidendo la Dupla in due parti eguali secondo l'ordine dato nel ottauo capo, il che facendo trouarai la mita del detto Dispatan essere, come da 2.48 & 2.20. ouer come da 8 22. come in margine appare, laqual mita vuol essere la mita del Dispetare insieme con vn Schalino.

Dispatan

2 · 3 2 · 1

La mita La mita

12 Nchora puoi trouar la mita del Semitono maggiore, laqual mita da nostri antichi è detta Diatessaron, & per trouar tal Diatessaron, bisogna diuidere il detto Semitono maggiore in due parti eguali, il che facendo per le regole date nel ottauo capo, trouarai quella essere, come da 256 & 32768. ouer come che è dalla detta 8 64 & 4096. come in margine vedi.

Semitono maggiore

256 · 32768 · 4096

Diatessaron Diatessaron

13 Similmente puoi trouar la mita del Diatessaron, laqual mita vien a essere vn tuono con vn Diatessaron, & tal mita (procedendo per le regole date nel ottauo capo) trouarai essere, come da 4 a 32. ouer come dalla detta 8 a 64. come in margine vedi.

Diatessaron

4 · 32 · 8

tuono con Diatessaron tuono con Diatessaron

14 Similmente puoi trouar la mita del Semitono maggiore, laqual mita vien a essere vna Limma, & vna Diatessaron, & tal mita (procedendo per le regole date nel ottauo capo) trouarai essere, come da 2187. a 36 447 & 2916. ouer come dalla detta 8 a 4478 & 5976. & 4096. come in margine vedi.

Semitono maggiore

2187 · 3 4478 5976 · 4096

Limma con Diatessaron Limma con Diatessaron

15 Nchora puoi trouare la mita del Dispentare, laqual mita da nostri antichi è chiamato Semitono con Limma, & Diatessaron, & tal mita (procedendo per le regole date nel ottauo capo) trouarai essere, come da 3 a 6. ouer come dalla detta 8 a 16. come vedi in margine.

Dispentare

3 3 6 12

Semitono con Limma & Diatessaron Semitono con Limma & Diatessaron

Volendo dare varie misure si potria addurre, ma per al presente voglio che questi bastino, perche penso che da se medesimo (in ogni altra forma questione, ouer caso che ti occorrerà) sapra ben governarti. Non che nanzi che facci fine, voglio ti sappi dire, che ogni di questi tre modi, narrati sopra del rappresentare le specie delle proportioni in forma (cioe nella decima del primo capo del presente libro) cioe, secondo l'ordine degli Arabi, ouer secondo l'ordine del nostro scrivere, ouero in forma di nomi, anchor che io le rappresenti secondo l'ordine del nostro scrivere, & con questo voglio, che facciamo fine a questo capo.

Da notare.

15 Bisogna notare qui inanzi in questo luogo vi fe gli occorreria di dichiarare la qualità, & manifesti effetti di una Schisma, & Semidiapente specie di proportione irrationale non meno remota dalle altre specie di proportioni, laquale da Euclide nella terza distinzione del libro è detta proportione linearmente il mezzo, & duoi estremi, & in questo volendo io dichiarare & difendere dalle altre specie di proportioni, prima come le altre specie di proportioni si può scoprire, & rappresentare in duoi termini, ma questa non si può rappresentare fuor, che in quattro termini, tal che in questo vien a portar con se una similitudine di proportionalità, secondo riuenire in questa tal specie di proportione Euclide (nel suo decimoquarto libro) vi allegha varij, & diuersi manifesti effetti, laquali in nessun altra specie di proportione si ritrouano. Ma perche di questi singulari effetti sono in materie geometrice, e però ritrouandomi a parlar di tal proportione, & di detti suoi manifesti effetti nel nostro trattato di geometria, & massime doue che in pratica dichiaremo il decimoquarto del detto Euclide.

Da notare.

17 Nchora bisogna notar che la proportione razionale si può trouar fra due quantità irrationali, ma fra due quantità razionali non vi può cadere proportione irrationale. Ma quando che una quantità è razionale, & l'altra irrationale, sempre la loro proportione fia irrationale. Essempi gratia la proportione, che è da 8 a 12 è doppia (cioe come da 2 a 1.) però tal proportione è razionale, perche la proportione razionale è questa, che è

come da numero a numero, & finalmente la proportione di R.q.24 a R.q.6 è incognita, e però è
razionale, & sendimeno i termini di tal proportioni sono irrationali.

Che la R.q. fia doppia alla R. & finalmente, che la R.q. 24 fia treppia alla R.q. 6 come ho di-
chiarato, perche posto che ne si debbi ricordare, che quella R. numero due volte quella R. q.
perche parendo R. 4 per R.q. ne vien R.q. 16 che è 4. e però è doppia a quella, & finalmente par-
endo R.q. 24 per R.q. 6 ne vien R.q. 144 che fara 12. e però la R.q. 24 viene ad esser treppia alla R.q.
& così infinite altre simili se ne potriano ricercare, ma ben dee quanta razionale necessario
la proportione ad ese razionale. Ma fra una quanta razionale, & una irrazionale, egli è necessario
la proportione ad ese sempre irrazionale.

Da notare.

NOnon bisogna notare che non solamente fra due qual si voglia specie di radice ir-
razionale vi si può ricercare la data proportione razionale, & multiplice in quelle, che so-
pradette sono di una medesima specie, ma anchora nelle quanta composte di due no-
mi, cioe nelli binomij, & residui, & finalmente nelli apotomij, quadrinomij, & multi-
nomij, & in ogni specie, cioe o sono composti di 2 cose, over cose di cose, over prime relate, &
così discorrendo in tutte altre specie, che vanno seguendo, come in quelli composti semplice-
mente di R.q. si dice, che a volere in ciascuna specie dare particular essempio vi andria da fastidio
assai, ma accade che da se medesimo potrà ciascuno quello effettuare, & finalmente da una pos-
sibile qual si voglia specie di binomio, over trinomio, over quadrinomio, over multinomio per
via numero razionale dato, over rotto, over dato, & rotto insieme dato l'ordine dato nel terzo capo del
quinto libro, & il modo di tal multiplicatione sia in proportione razionale con quello, che ha-
vera multiplicato, & la denominatione di tal proportione sia quel numero multiplicante. Essem-
pigratia sia questo trinomio cubo R.c.c. più R.c. più R.c.c.c. hor multiplicandolo per 2. secon-
do la regola data nel detto capo del quinto libro, & trovarà che fara R.c.c.c.c.c.c. più R.c.c.
più R.c.c.c.c. hor dico che la proportione di R.c.c.c.c.c.c. più R.c.c. più R.c.c.c.c. alle dette 2 R.c.c.
più R.c.c. più R.c.c.c.c. laquale proportione è razionale data proportione doppia, il medesimo
si seguira multiplicandolo per 3. over per 4. over per 5. & così discorrendo il medesimo seguira
parendo il detto trinomio, & altri simili per qual si voglia numero, over che lo trinomio sia bre-
ve, o pur proportione razionale, con la quanta parte, ma procedendo per via de partire si vien in
rotti, & però cosa facile, e però meglio da procedere con il multiplicare.

Il fine del settimo libro.

LIBRO OTTAVO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO Tartaglia, nel qual si dichiara alcune corrispondentie, che ha la proportione, & proportionalita Arithmetica con la proportione, & proportionalita Geometrica, & dapoi si narra alcuni accidenti effetti, che si trouano occorrere nelle quantita proportionali nella geometrica proportionalita. Cap. 1.

AVENDO nella decimaquinta del primo capo notificato le principali specie della proportionalita esser 3. cioe proportionalita arithmetica, geometrica, & armonica, & che per varie ragioni da quelle ne mi pareua, che la geometrica meritasse esser la prima, ouero per dignita, quando che nelle cose, che seguita nominerremo proportione, ouer proportionalita (senza altro soggionger) si debbe sempre intendere per la proportione, ouer proportionalita geometrica. Et quantunque nella detta decimaquinta del primo capo fu da me dimostrato loco breuita, come che si intenda la proportione, & ancora la proportionalita arithmetica, nondimeno mi è parso in questo luogo di volerle diffinire, & dimostrare questa proportione arithmetica, & ancora la sua proportionalita, & notificare li proprij accidenti delle quantita proportionalmente nella detta proportionalita arithmetica, & la conuenientia, & correspondentia, che hanno li detti accidenti con li accidenti delle quantita proportionali nella proportionalita geometrica.

LA proportione arithmetica (la proportione si puo dimandare) diremo esser per la conuenientia di due quantita di uno medesimo genere (come fu detto anchora della proportion geometrica, nella terza del primo capo del precedente libro) & la conuenientia di dette due quantita è questa, che l'una di quelle necessariamente è maggior, ouer minore, ouero eguale a l'altra, & questo è il proprio delle quantita.

Della proportione di equalita.

LA conuenientia delle quantita eguali (come fu detto nella quarta del primo capo del precedente libro) è come fariano a dire da 2. a 2. ouer da 3. a 3. ouer da 4. a 4. & cosi discorrendo, & questa tal proportione indiuisibile, & è principio della proportione della inequalita, & arithmetica, come geometrica, & non è parte di quella, & come che il punto geometrico, che è principio della linea, & non è parte di tal linea, & similmente lo istante ne tempo, ouer nel moto, & quale è principio del tempo, ouer del moto, & non è parte del tempo, ne manco del moto.

Della proportione di inequalita.

LA proportione delle quantita inequali è detta proportione di inequalita (come che sopra la quinta del primo capo del precedente libro) si diuide in dui generi, l'uno è detto maggior inequalita, & l'altro minor inequalita. La maggior inequalita è quando che si fa la comparatione del maggior termine al minore, come fariano da 2. a 1. ouero 3. a 2. ouer 10. a 7. & cosi discorrendo. La minor inequalita è quando, che la comparatione si fa dal minor termine al maggior, come fariano a dire, comparando 1. a 2. ouer 2. a 3. ouer 7. a 10. & cosi discorrendo.

Et poiche questa proportione arithmetica E della maggiore, come della minore inequalita si comprende, & pigliа per la simplice differentia, che è da un termine a l'altro, e però l'uno, & l'altro di questi dui generi si diuide solamente in infinite specie di proportioni arithmetice secondo, che in infinito le loro differentie possono variare, le quali sono le denominationi di dette proportioni.

Che cosa sia proportionalita arithmetica.

LA proportionalita arithmetica nō è altro, che una similitudine di proportioni arithmetice, cioe una equalita di differentie di piu termini in uno medesimo genere continui, ouer compresi di sopra, come per esempio, ch'è da 3. a 2. eguale alla differentia, ch'è da 5. a 4. & l'una, & l'altra proportione è della maggior inequalita, diremo tal equalita di proportioni esser detta proportionalita arithmetica, & medesimo seguira quando che ambedue le dette proportioni fussero della

maior inequalità. Ma quando che l'una fusse della maggiore inequalità, & l'altra della minore (auenga che le differenze fussero eguali) non fiano proportionali, ma bene proportionate discretamente, auenga che la differenza, che è da 12. a 9. sia eguale alla differenza, che è da 7. a 4. (che in l'una, & l'altra è 3.) nondimeno perche quella che è da 12. a 9. è della maggiore inequalità, & quella che è da 7. a 4. è della minore, e però ui è equalità di differenze non si mostra che proporzionin arithmetica, ma ben bene discretamente, perche bisogna che siano tutte di uno medesimo genere.

Come che la proportionalità arithmetica non pos-
sa esistere in manco di quattro termini.

6 Perche à formar la proportionalità arithmetica vi bisogna almeno due proportioni (come fu detto anchora nella proportionalità geometrica) & 2 eguali proportioni vi bisognano sempre hauer termini, cioè uno antecedente, & uno consequente, talche in due proportionali diffinite vi andarà quattro termini, cioè uno antecedente, & uno consequente a ciascuna di quelle, come sono in quelle due da 12. a 9. & da 7. a 4. onde nella proportionalità arithmetica sono richiesti in quattro termini, de i termini di tutti quattro termini proportionali nella proportionalità arithmetica, ma perche due proportioni eguali possono esser contenute in tre termini solamente, come sono in questi tre 12. 9. 6. come ognuno può vedere, che la differentia di 12. a 9. è 3. & la differentia da 9. a 6. è similmente 3. & l'una, & l'altra di queste due proportioni sono del genere della maggior inequalità, per esser adunque tre quelli de i termini due proportioni eguali arithmeticamente, vi è anchora la proportionalità arithmetica, & quel 9. (termine di mezzo) fa l'officio di consequente nella prima proportione, & nella seconda fa l'officio di antecedente, & il primo termine, cioè quel 12. è solamente antecedente, & il terzo termine, cioè quel 6. è solamente consequente, ma il termine di mezzo, cioè quel 9. è quello che congiunge insieme le due proportioni.

Che cosa sia proportionalità continua Arithmetica,
& termini continui proportionali.

7 LA continua proportionalità arithmetica è proximamente quella, che nel primo libro diffinimmo progressione arithmetica, & similmente termini continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica sono proximamente quelli termini, che seruano il continuo proportionalità arithmetica, della quale sono solamente antecedente, & uno è solamente consequente, & ciascuno di quelli, eccetto il primo, & l'ultimo hanno per antecedente, & per consequente, come sono quelli 12. 9. 6. 3. ouer quelli 20. 16. 12. 8. ouer quelli 7. 5. 3. 1. equali ciascuno per se stesso si vede essere in ciascuno di quelli termini, che il primo termine è solamente antecedente, & l'ultimo è solamente consequente, & tutti quelli di mezzo sono per antecedente, & consequente, pochon si ben considera detti termini, & le proportioni fra quelle collocate, che il numero di termini è uno di più del numero delle dette proportioni tra quelli collocate.

8 Hanno quattro termini, cioè numeri proportionali nella proportionalità arithmetica, la somma del primo, & del quarto fa equale alla somma del secondo, & del terzo: come fanno quelli quattro termini proportionali nella arithmetica proportionalità 12. 9. 6. 3. il primo è 12. & il quarto è 3. quali gionti insieme fanno 15. & il secondo, che è 9. & il terzo, che è 6. quali medesimamente fanno 15. & questo si troua seguir in tutti gli altri simili di della maggiore, come della maggior inequalità.

Corollario.

Al moltiplicar nelle geometrici corrisponde il sommar nelle arithmetice proportionalità

9 Per il medesimo quello che nelle geometrice proportionalità, ne corrisponde il moltiplicare, nelle arithmetice noi ci accostumiamo il sommare, talche a moltiplicare nelle geometrice corrisponde il sommare nelle arithmetice.

Il doppiare nelle arithmetice, corrisponde al quadrare nelle geometrie.

10 Se tre numeri fussero continui proportionali nella proportionalità arithmetica, la somma del primo con il terzo fia equale al doppio del secondo. Essempi gratia siano questi tre numeri continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica 9. 7. 5. la somma del 9. con il 5. fa 14. & il doppio del 7. fa medesimamente 14. & il medesimo seguirà in tutti gli altri simili, & nella minore, come nella maggiore inequalità.

Corollario.

Onde si manifesta, che il doppiare nelle arithmetice corrisponde al quadrare nelle geometrie proportionalità continue.

Del modo

Del modo, over regola di saper trouare con numero dato un'altro numero che quel proportionale facendo la proporcione aritmetica di doi altri numeri proposti.

10 Hauendo proposto volendoli trouare un'altro numero che li proportionale secondo la proportione di doi altri nella proportion aritmetica, sempre fanno quel tal numero con quel di doi che li è dissimile (rispetto al luogo) & da quello tal numero sempre se caua l'altro numero (posto) & il restante fara il ricercato numero. Essempi gratia volendo trouare quello numero 12. ch'altro numero a lui proportionale (aritmeticamente) secondo la proportione aritmetica, che è da 6. a 9. dico che fanno il detto 12. con quello di doi altri dissimile rispetto al luogo, cioe se vuol che il detto 12. sia antecedente vno fanno con quel 9. che è consequente, ma volendo che el sia consequente vno fanno con quel 6. antecedente, & di tal summa sottrarne l'altro numero (posto) & il restante fara il ricercato numero. Hor ponemo che si voglia, che il detto 12. sia consequente, fanno adonque il detto 12. con 6. fa 18. & di questo 18. caueremo l'altro numero, cioe 9. & ne restara vn'altro 9. per il ricercato antecedente, & cosi quanto numeri fussero in questa forma 6. 9. 12. & con tal modo si douera procedere nelle altre simili, ma nota che sopra fonte della detta summa vi non se potesti trouare quell'altro numero, tal cosa fara impossibile. Essempi gratia se in luogo di tal numero 12. hauessimo detto 13. quel 13. summando lo con il detto 6. fara 19. dalquale non si ne potra trouare il 9. e però in tal caso fara impossibile a trouar tal ricercato numero, & il medesimo seguira con il 15. perche summando il detto 15. con 6. fara 21. cauandone poi l'altro 9. restara 12. & così fara il ricercato numero. Aduertisca nota che questa questione nelle proportioni aritmetiche, è simile alla regola del tre nelle proportioni geometrice.

Corollario.

Onde si manifesta, che il sottrare nelle aritmetice corrisponde al partire nelle geometrice proportionate, perche nelle geometrice bisogna moltiplicar quel tal proposto numero fra quello (di doi) a lui non simile (rispetto al luogo) & quel tal produtto sempre bisogna partir per l'altro numero (di doi) & la operatione è sempre il numero cercato.

Il sottrare nelle aritmetice, corrisponde al partire nelle geometrice proportionate.

Regola di saper trouar quanti numeri si vogliano in continua proportionalita aritmetica da doi numeri proposti.

11 Hauendo doi numeri proposti, & volendo di quelli trouare quanti altri si vogliano in continua proportionalita aritmetica, duplica il maggior di doi, & di tal duplato cauane l'altro numero, & il restante numero fara il primo continuo in tal proportionalita, & per trouare il quarto procedi per il medesimo modo, cioe duplica il detto numero trouato, & di tal duplato cauane il secondo numero, & il restante fara il quarto numero ricercato, & con tal ordine potrai procedere in infinito. Essempi gratia volendo di quelli doi numeri 7. & 25. continuare altri nella aritmetica proportionalita duplica il maggiore, cioe 25. fa 50. cauane 7. resta 43. per il terzo numero, & per trouare il quarto duplica 43. fa 86. cauane 25. resta 61. per il quarto numero, & cosi puoi procedere in infinito.

continua. 7. 25. 43. 61.

Corollario.

Da questo si manifesta, che il duplare nelle aritmetice proportionalita corrisponde al quadrare nelle geometrice, & similmente che il sottrar corrisponde al partire.

Regola di sapere da un numero proposto continuar quanti altri termini di numeri si vogliano, & secondo qual diuerse specie di proportioni aritmetice si vogliano di vno medesimo genere.

12 Volendo da vn numero proposto continuar, over trouarni vn'altro numero, in che proportione aritmetica si vogli. Pigla la differentia denominante quella proportione, che vuoi formare, over continuare, & aggiongela con il proposto numero, & al summato fara il ricercato secondo numero, & se vorrai trouar vn'altro terzo termine il medesimo, cioe pigla la differentia denominante al secondo proportione, che vuoi formare, & aggiongela con quel secondo numero già trouato, & al summato fara il terzo ricercato numero, & con tal ordine potrai procedere in infinito. Essempi gratia sia il proposto numero 4. hor volendo formare, over trouare vn'altro numero, che la differentia di quello al detto 4. sia 3. ag-

geometrica 2.con 7. fara 10. & questo 10 fara il detto secondo termine numero, quale 10. volendo continuare secondo l'ordine della minor inequalità si alterara in questo modo 7.10.13 ma volendo continuare secondo l'ordine della maggior inequalità si alterara in questa forma 7.10.17. Hor per continuare un altro terzo numero, che la differentia di questo al seguente 10. sia sempre il detto 3. cioè detto 10. fara 13. & questo 13. di nuovo continuando numero, qual alterando secondo l'ordine della minor inequalità fara nascere in questo modo 7.10.13.16. Ma volendolo alterar secondo l'ordine della maggiore inequalità, fara nascer questa forma 7.10.17. Et così con tal regola potrai andar continuando quanti altri termini ti parera, & in che ragione di proportione ti parera.

7 Essempio tre termini continui proportionali nella proportionalità arithmetica, la proportione del primo all'ultimo fara doppia a quella, che fara del primo al secondo, cioè che la differentia del primo termine all'ultimo fara doppia a quella, che fara del primo al secondo. Essempi gratia siano questi tre numeri continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica 6.10.14 la differentia, che è da 6. a 14. cioè 8. la differentia, che è da 6. a 10. cioè 4. & perche 8. si vede esser il doppio di 4. segue il proposito.

8 Vniuersalmente siano quanti numeri continui proportionali nella proportionalità arithmetica, la proportione del primo all'vltimo fara tanto piu a quella, che è dal primo al secondo. Siano questi quattro numeri nella detta proportionalità arithmetica continui 2.5.8.11. la differentia del primo al secondo, si vede che è 3. & la differentia del primo al quarto si vede che è 9. il quale 9 è triplo al detto 3. come habbiamo detto, & così per ogni altro essempio, se faremo cinque termini continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica, la proportione del primo al quinto fara quadrupla a quella, che fara dal primo al secondo, & se faremo 7. termini, la proportione del primo al sesto la fara quintupla alla medesima, che fara dal primo al secondo, & con tal ordine andiamo procedendo in infinito, come per essempio con la speculatione potrai vedere, & tutte queste proposizioni specialmente si possono dimostrare, ma per non interrompere questo ordine preciso preterimo l'ordine specialmente, massime per fastidire altri con speculatione in questa conclusione. Dico che se faremo 20. termini continui proportionali nella proportionalità arithmetica, che la proportione del primo all'vltimo fara 19 volte tanto quanto fara quella, che fara dal primo al secondo, & per dimostrar specialmente questa proposizione. Egli supponiamo che fra questi 20 termini vi fara solamente 2 differentie, & perche le dette 19 differentie sono equali fra loro dal predetto, & perche quella, che è dal primo al secondo è una sola di quelle 19 differentie, e però egli manifesto, che tutte quelle 19. in summa sono 19 volte tanto di una di quelle, e però segue il proposito.

9 Se faremo continue eguali, over diverse specie di proportioni arithmetice in un medesimo genere, la proportione del primo termine all'vltimo, fara composta di tutte quelle. Questa propositione non vuol inferir altro, che se fara continue eguali, over diverse specie di proportioni arithmetiche in un medesimo genere, cioè o tutte nella non equalità, over tutte nella maggior, che la differentia del primo termine all'vltimo fara equale alla summa di tutte quelle differentie, o vuoi dir tutte quelle proportioni insieme. Essempi gratia siano quelle tutte diverse proportioni arithmetice continue nella minor inequalità 7. 10. 15. 21. 28. 36. 45. Dico che la differentia del primo termine all'vltimo, cioè da 7 a 45. che è 38 fara equale alla summa di tutte le dette 7 proportioni, cioè alla summa di quelle sue differentie, delle quali la prima è quella, che è da 7 a 10. che fara 3. la seconda è quella, che è da 10 a 15. che fara 5. la terza è quella che è da 15 a 21. che fara 6. la quarta è quella che è da 21 a 28. che fara 7. la quinta è quella, che è da 28 a 36. che fara 8. la sesta è quella, che è da 36 a 45. che fara 9. la settima, & vltima è quella, che è da 45 a 45. che fara 1. & tutte queste differentie insieme fanno 38. & tutte queste proportioni insieme fanno 38. come fara che la differentia del primo termine all'vltimo, cioè da 7 a 45. come si propose il medesimo figura

gnia quando che le dette sue proportioni fussero continue secondo l'ordine della maggiore equalità, cioè in questo tenore 4.12.36.108.324.972.2916.8748.26244.78732.236196.709588. Ma quando una parte di dette continue proportioni fussero secondo la maggiore inequalità, & parte secondo la minore di proportione non seguita secondo che detto sono.

HAvendo auuto il primo, & il terzo di tre numeri continui proportionali nella proportionalità arithmetica, & volendo per tal notitia ritrouare il secondo di detti tre numeri, fa summa di detto primo numero con il detto terzo, & di quella fa summa piglia la mità, & tal mità fa il detto secondo numero. Esempio gratia sia il primo di tre numeri continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica 5. & il terzo sia 17. & volendo per tal notitia ritrouar il secondo, summa 5. con 17. fanno 22. piglio la mità, che è 11. & così 11. fia il secondo ricercato numero.

Esempio primo.

primo	2°	3°
5.	0.	17.

Esempio secondo

primo	2°	3°
7.	11.	15.

Corollario.

Da questa operatione si manifesta per che il summare nelle arithmetice proportionalità corrisponde al multiplicare nelle geometrie. Et cosa di questo si manifesta che il dimezzare nelle dette arithmetice, corrisponde al pigliar la radice quadra nelle dette geometrie, come che nella terza del secondo libro appare.

Il pigliar la mità nelle arithmetice proportionalità corrisponde al pigliar la radice quadra nelle geometrie.

Manifesto sia quando che per forza la summa del primo, & del terzo numero non si possi dividere per mità (come per la vista) al secondo numero fia cosi irrationale nelle arithmetice proportionalità, (come che la radice quadra sorda nelle geometrie, cioè qualunque numero, che non si possi dividere in due parti equali fia specificare la vista, nelle dette arithmetice proportionalità corrisponde alli numeri non quadrati nelle geometrie. Esempi gratia di primo di dieci tre numeri continui proportionali nella arithmetica proportionalità sia 1. & il terzo sia 21. la summa de essi primo, & terzo fanno 22. delquale volendone pigliar la mità, si vede che pigliare non si possa (come la vista) e però tal mità (qual è 11.) corrisponde alla radice sorda, che fia nelle dette geometrie proportionalità.

Li numeri dispari nelle arithmetice proportionalità corrispondeno alli numeri non quadrati nelle geometrie.

HAvendo auuto il primo, & il quarto di quattro numeri continui proportionali, nella arithmetica proportionalità, & volendo per tal notitia ritrouar il secondo, duplica il primo numero, & tal duplicatione summata con il quarto numero, & di tal summa pigliarà il terzo (che partirà per 3.) & la quotiente fia il ricercato secondo numero. Esempio sia il primo di quattro numeri continui proportionali nella arithmetica sia 4. & il quarto sia 16. & volendo per tal notitia ritrouar il secondo, duplica il primo 4. fanno 8. & 8. con 16. fanno 24. di quello pigliarò il terzo, che fia 8. & così questo 8. fia il secondo detto numero, & così li altri quattro numeri ricercati, cioè fanno 4. 8. 12. 16. & con tal regola procederai in tutte le altre simili.

Esempio primo posticipe

primo	2°	3°	4°
5.	0.	0.	17.

primo inuentione

primo	2°	?	4°
5.	11.	0.	17.

Secondo inuentione

primo	2°	3°	4°
5.	11.	16.	17.

Corollario.

Hor componendo queste operationi (per regole a quelle fatte, over date nella quarta del primo libro) si manifesta, quando il doppiare nelle proportionalità arithmetice corrisponde al quadrare nelle geometrie, & che il partir per 2. corrisponde al cauar la radice quadra. E però quando che per caso detta summa del doppio del primo insieme con il quarto non si possi partir per 2. senza rompere la vista, seguita nel secondo numero esser cosi irrationale nelle arithmetice considerationi, come che la radice sorda irrationale nelle geometrie. Esempi gratia di primo di quattro numeri continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica sia 1. & il quarto sia 31. si volendo per tal notitia ritrouar il secondo, duplica 1. fa 2. summa il detto con 31. fa 33. partendo il summato per 2. ne vien 16½, & questo fia il detto secondo numero, & perche vi occorre quel ½, (il 16½) intende esser cosi irrationale nelle specificate arithmetice, come che fanno le radici sorde nelle geometrie, e però si manifesta nate le specie di rotte nelle dette specificate arithmetice proportionalità in comparatione di numeri semplici, cioè secondo la considerazione del mathematico, hor pertornar al proposito, volendo anchora trouar il secondo numero doppia il quarto, cioè 32. & 2. fanno 64. con 1. di 1. pari 2. per 2. ne vien 32½, & questo fia il terzo numero, & così tutti quattro saranno in questo modo 1. 16½, 32½, 32.

Esempio primo posticipe

primo	2°	3°	4°
1.	16½.	0.	32.

Secondo inuentione

primo	2°	3°	4°
1.	16½.	32½.	32.

prima positione

primo	1	2	3	4
6.	9.	13.	18.	24.

prima inventione

primo	1	2	3	5
6.	9.	13.	18.	24.

seconda inventione.

primo	1	2	3	4
6.	9.	12.	16.	21.

terza inventione

primo	1	2	3	4
6.	9.	12.	15.	18.

Si espone nelle arithmetice corrisponde al cubare nelle geometrie, & il partir per 4 alla estrattion della 8.

prima positione.

primo	1	2	3	4
7.	14.	21.	28.	35.

prima, seconda, & terza inventione

primo	1	2	3	4
7.	$10\frac{1}{2}$.	$15\frac{3}{4}$.	$23\frac{5}{8}$.	30.

prima positione.

primo	1	2	3	4	5
6.	9.	13.	18.	24.	31.

prima, seconda, terza, & quarta inventione

primo	1	2	3	4	5
6.	$11\frac{1}{4}$.	$16\frac{7}{8}$.	$25\frac{5}{16}$.	$37\frac{31}{32}$.	56.

12 HAvendo ancora noto il primo, & il quinto di 5 numeri continui proportionali nella proportionalità arithmetica, & volendo per tal regola ritrouar il secondo, triplica il primo, & quel triplicato fommarai con il quinto termine, & tal fomma partirai per 4. & lo auenimento fara il detto secondo numero cercato. Esempi grazia del primo di 5 numeri continui proportionali nella detta arithmetica proportionalità fiano 6. & il quinto fiano 31. & volendo per tal regola ritrouar il secondo. Triplica il 6. fa 18. & quello 18. fommarai con il quinto termine 31. fa 49. quale diuiso per 4. & ne vien 12. & quello 12. fara il detto secondo numero, & quantunque per la necessità detto secondo numero, e del primo si potesse per la regola data nella 11. prouar tutti gli altri consequenti numeri, nondimeno volendo per questa regola ritrouar il quarto, triplica 18. fa 54. fommarlo con 24. fa 60. partito per 4. ne vien 15. & 15. fia il quarto numero, volendo anchora per la decimaterza ritrouar il terzo numero, quale vien a effer il quadro fra 6. & 15. fommarai 6. con 15. fa 21. piglierai la metà, che fara 10. & cotal il detto 10. fia il terzo numero, & tutti cinque fommati in questo modo 6. 9. 10. 15. 24.

Corollario.

Hor componendo tutte queste nostre regole, & tutte quelle fatte nella quinta del settimo capo del precedente libro, si manifesta per che il triplicare nelle arithmetice proportionalità, corrisponderà al cubare nelle geometrie. Et che il partire per 4. corrisponde al cauar la 8. ouero vuol dir al cauar la 8. E però quando che la fomma del triplo del primo termine con il quinto, non si poteua partire necessariamente per 4. che faceua rompere la vnità seguiua tal secondo termine esser cotal irrationale nelle considerationi arithmetice, si come che è la 8. sorda, o vuol dire irrationale nelle geometrie. Esempi grazia del primo di cinque numeri continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica fiano 7. & il quinto fiano 20. & volendo per tal regola ritrouar il secondo, procedi come di sopra, cioè triplica 7. fa 21. fommarlo con 20. fara 41. partito per 4. ne vien $10\frac{1}{4}$. & cotal $10\frac{1}{4}$ fara il secondo termine, ma tal secondo termine per causa di quel rotto nelle considerationi arithmetice s'intendera esser cotal irrationale, si come che è la 8. sorda nelle geometrie, come di sopra è stato detto. Et cosi se dubitarai di voler trouar gli altri termini, procedendo secondo le regole di sopra date, trouarai il quarto esser $15\frac{3}{4}$. & il terzo esser $23\frac{5}{8}$. & tutti cinque fiano in questo modo 7. $10\frac{1}{4}$. 15. $15\frac{3}{4}$. $23\frac{5}{8}$.

13 ANchora hauendo noto il primo, & l'vltimo termine di 6 numeri continui proportionali nella proportionalità arithmetica, & volendo per tal regola ritrouar il secondo, quadruplica il primo, & quel quadruplo fommarai con l'vltimo, & tal fomma partirai per 5. & lo auenimento fara il secondo termine. Hor per ritrouar le parole, & la forma ponero folamente vno esempio solo, & in numeri irrationali secondo la detta speculatione arithmetica. Sia il primo termine adonque di detti 6 numeri fatti 5. & il fetto 24. & che per tal regola si volesse trouar il secondo, quadruplica 5. fa 20. fommarlo con 24. fa 44. partito per 5. & ne vien $8\frac{4}{5}$. & tanto fara il detto secondo termine, & perche tal secondo termine è non rotto, tal secondo termine vien a esser cotal irrationale nelle proportionalità arithmetice, si come che sono le sorde nelle geometrie, & perche accade che si habbia il detto secondo termine, fatta cotal operatione per le regole date a trouar gli altri consequenti termini, e però per schiuare la fatica, & fastidio la imporità, basta che per le già insegnate si trouarai esser in questo modo 5. $8\frac{4}{5}$. $12\frac{4}{5}$. $17\frac{4}{5}$. $22\frac{4}{5}$. 24.

Corollario.

Componendo tutte le sopra notate regole, & ancora tutte quelle vltimamente fatte dal settimo capo del precedente libro, si trouan esser manifesto, che il quadruplicare nelle proportionalità arithmetice corrisponde al recare a cento di cubo, cioè a quadrato di quadrato nelle geometrie, & ottima di questo si manifesta anchora, che il partir per 5. nelle dette arithmetice corrisponderà esser cosa della radice relata nelle geometrie, & anchora si manifesta quelli numeri, che non fiano diuisibili per 5. (fiano rompere la vnità) esser irrationali, & corrispondenti alli numeri non rotti, delli quali la sua radice relata è irrationale.

Il quadruplicare nelle arithmetice corrisponde al recare a cento cubo nelle geometrie, & il partir per 5. alla estrattion della radice relata.

14 HAvendo ancora noto il primo, & l'vltimo di sette numeri continui proportionali nella proportionalità arithmetica, & volendo per tal regola ritrouar il secondo, piglia il quintuplo del primo, & aggiongilo con l'vltimo, & tal fomma parti per 6. & lo auenimento fara il detto secondo numero. Et se tal auenimento venira fatto rotto, tal secondo numero s'intenderà esser irrationale, ma venendo con rotto s'intenderà esser irrationale nelle progressioni arithmetice, alla simile

ratione

cedine, che sono le ragioni, ou' delle numeri non cadi cabi nelle progressioni geometriche. Essempi gratia il primo di sette numeri continui proporcionali, nella detta proporcionalità arithmetica sia 5. & l'ultimo sia 11. & volendo per tal norma ritrouare il secondo, multiplica il primo (cioè 5) per 2. fiant 10. & questo aggiongi con l'ultimo, cioè con 11. fiant 21. & questo parti per 8. & ne vien $2\frac{5}{8}$, & questo $2\frac{5}{8}$ fia il detto ricercato secondo numero, & per esser tal secondo numero venuto con quel rotto s'intende esser irracionale nelle proporcionalità arithmetice, si come sono le ragioni delli numeri non cadi cabi nelle proporcionalità geometrice, & le per le regole da ritrouarsi gli altri cadi cabili numeri, procurasi tutti fare si deue remota ogni cosa, come di sopra vedi.

primi positioni.

primo	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$
5.	0.	0.	1.	0.	1.	18.

primo, seconda, terza, quarta, & quinta inuentione.

primo	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$
5.	$7\frac{1}{2}$.	$9\frac{1}{2}$.	$11\frac{1}{2}$.	$13\frac{1}{2}$.	$15\frac{1}{2}$.	17.

Corollario.

Comprendesi nelle sopra scritte inuentioni, & nelle loro positioni, che il secondo caso del primo capo del precedente libro, si manifesta il quinquplare, cioè il multiplicar per 5. nelle proporcionalità arithmetice corrisponde al ritrouare nelle geometrice, & anchora il manifesta il parti per 6. nelle dette proporcionalità arithmetice corrispondere alla diuisione della 3. cosa, nelle geometrice proporcionalità, & oltra di questo si manifesta anchora, che quelli numeri, che non sono diuisibili per 6. fiano rotti (nelle dette proporcionalità arithmetice) corrispondere a quelli tali cadi cabili numeri, cioè delli numeri non cadi cabili per il che si manifesta li numeri rotti esser irracionali, cioè delli numeri non cadi cabili per il che si manifesta li numeri rotti esser irracionali nelli specolationi arithmetice, come che nella decimasettima si anchor dirà.

Il multiplicar per 5. nelle arithmetice corrisponde al ritrouar nelle geometrice, & il parti per 6. al ritrouar della 3. cosa.

Vendo hauendo sotto il primo, & l'ultimo di 3. cotali numeri continui proporcionali nelle proporcionalità arithmetica, & volendo per tal norma ritrouare il secondo. Multiplica il primo per 6. & al produtto fiammai con l'ultimo, & tal fiamma parti per 7. & lo auenimento fia il detto secondo numero. Essempi gratia del primo numero sia 5. & l'ultimo sia 9. & volendo con tal norma ritrouare il secondo, multiplica quel 5. per 6. fiant 30. & questo 30 aggiongi con quel 9. fiant 39. & questo parti per 7. & ne vien $5\frac{4}{7}$, & questo $5\frac{4}{7}$ fia il detto secondo numero, & per esser tal secondo numero venuto con quel rotto s'intende esser irracionale nelle arithmetice proporcionalità, si come sono le ragioni delli numeri non cadi cabili nelle geometrice proporcionalità, & le per le regole da ritrouarsi gli altri cadi cabili numeri, procurasi tutti fare si deue remota ogni cosa, come di sopra vedi.

Corollario.

Comprendesi nelle sopra scritte operationi a tutte quelle fare nella ottaua del secondo capo del precedente libro, si manifestamente il multiplicar per 6. nelle arithmetice proporcionalità corrispondere al ritrarre il quadro cubo nelle geometrice, & oltra di questo si manifesta anchora il partir per 7. nelle dette arithmetice proporcionalità corrispondere alla diuisione della radice seconda relata nelle geometrice. Et oltra di questo si manifesta anchora quelli numeri, che non sono diuisibili per 7. nelle dette proporcionalità arithmetice esser corrispondenti a quelli numeri, che non sono cadi cabili relati cioè che la lor radice seconda relata irrazionale, nelle geometrice proporcionalità.

Il multiplicar per 6. nelle arithmetice corrisponde al ritrarre il quadro cubo nelle geometrice. Et il partir per 7. nella diuisione della radice seconda re-

Hauendo anchora sotto il primo, & l'ultimo di 3. numeri continui proporcionali nelle arithmetice proporcionalità, & volendo per tal norma ritrouare il secondo numero, multiplica il primo numero per 7. & al produtto aggiongi l'ultimo, & tal fiamma parti per 8. & lo auenimento fia il detto secondo numero. Essempi gratia del primo numero sia 5. & l'ultimo sia 7. & volendo per tal norma ritrouare il secondo, multiplica il primo (cioè 5) per 7. fiant 35. & a questo aggiongi l'ultimo (cioè 7) fiant 42. & questo parti per 8. & ne vien $5\frac{2}{8}$, & questo sia il secondo, & se con tal norma cercarai gli altri consequenti termini, trouarai tutti detti 3. numeri esser cadi cabili, cioè $5\frac{2}{8}=5\frac{1}{4}$. $5\frac{1}{4}=\frac{21}{4}$. $\frac{21}{4}=5\frac{1}{4}$. $5\frac{1}{4}=\frac{42}{8}$. $\frac{42}{8}=5\frac{2}{8}$. $5\frac{2}{8}=5\frac{1}{4}$.

Corollario.

Comprendesi nelle sopra scritte operationi a tutte quelle fare nella ottaua del secondo capo del precedente libro, si manifestamente il multiplicar per 6. nelle arithmetice proporcionalità corrispondere al ritrarre il quadro cubo nelle geometrice, & oltra di questo si manifesta anchora il partir per 7. nelle dette arithmetice proporcionalità corrispondere alla diuisione della radice seconda relata nelle geometrice. Et oltra di questo si manifesta anchora quelli numeri, che non sono diuisibili per 7. nelle dette proporcionalità arithmetice esser corrispondenti a quelli numeri, che non sono cadi cabili relati cioè che la lor radice seconda relata irrazionale, nelle geometrice proporcionalità.

Il multiplicar per 6. nelle arithmetice corrisponde al ritrarre il quadro cubo nelle geometrice. Et il partir per 7. nella diuisione della radice seconda re-

Corollario.

Che ben considerate anche le sopranotate regole, & quelle comparandole alle regole date nel sesto capo del precedente libro, troua manifestamente il multiplicar per .2. nelle proportionalità arithmetice corrispondere al numerar il secondo relato nelle geometrice. Et oltra di questo si manifesta anchora il partir per .2. nelle dette arithmetice proportionalità corrispondere al cauar la metà, cioè alla estrattione della radice quadrata nelle geometrice. Et anchora si manifesta quelli numeri, che non sono duplicati per .2. nelle dette arithmetice proportionalità esser corrispondenti a quelli numeri non quadrati, cioè a quelli che hanno la sua radice quadrata irrationale, & come che nelle precedenti specie di loro detto, & esperto ben certo, che per le regole in loro date, date medesimo saperai come governarti a trouar il secondo numero di quanti numeri si voglia continui proportionali, nelle arithmetica proportionalità, per la notitia del primo, & del vltimo, & poi a quella maniera seguendo di per loro. Auertendo che in quanti numeri continui proportionali nella detta proportionalità arithmetica per la data notitia del primo, & vltimo, volendo trouar il secondo bisogna multiplicar il primo per .2. & quel prodotto ritenendo con l'vltimo, & tal somma partirla per .3. & lo auenimento fia il detto secondo numero. Et in quatro numeri bisogna multiplicar il primo per .3. & quel prodotto ritenendo con l'vltimo, & tal somma partirla per .4. & lo auenimento fia il detto secondo numero. Et in cinque numeri bisogna multiplicar il primo per .4. & quel prodotto ritenendo con l'vltimo, & tal somma partirla per .5. & lo auenimento fia il secondo numero. Et in dodici numeri bisogna multiplicar il primo per .11. & lo auenimento ritenendo con l'vltimo, & quella somma partirla per .12. & lo auenimento fia il secondo numero, & con tal ordine si può procedere in infinito. Se vorrai intendere la composition di tai attioni nelle arithmetice proportionalità con le geometrice, considerate medesimamente nella decima, undecima, & duodecima del sesto capo del precedente libro, & lassarlo al presente con mediante gli auisi dati nelle predette.

Di diuersi notabili effetti, che occorrono nelle quattro proportionalità. Cap. II.

Sequitasi 5 - 2

Si due quantità (in che proportione geometrica si voglia) fiano tra esse disuguali, & parendo la somma per cadauna di esse due quantità, li duoi auenimenti fiano nella medesima proportione delle due prime quantità, & cioè di quelle lineali duoi auenimenti hanno sempre quella conditione, che sono fatti per aggionger, cioè multiplicar l'uno in l'altro. Essempi gratia siano quelli duoi numeri in proportione sequialtera .3. & .2. quali gionti insieme fanno .5. hor parendo .5. per .2. uien $2\frac{1}{2}$, & parendo anchora .3. detto .5. per .3. uien $3\frac{1}{3}$, hor dico che questi duoi auenimenti $2\frac{1}{2}$, & $3\frac{1}{3}$ sono nella medesima proportione delle due prime, cioè come .3. a .2. (che se ben le dette somme insieme si dentro $2\frac{1}{2}$, & $3\frac{1}{3}$ fanno $4\frac{5}{6}$, & multiplicando $2\frac{1}{2}$ in $3\frac{1}{3}$, ueramente che fanno medesimamente $4\frac{5}{6}$, come si propose.

Ma per fermarsi anchora insieme questi duoi auenimenti, cioè $2\frac{1}{2}$, & $3\frac{1}{3}$, che fanno pur $4\frac{5}{6}$, & parendo tal somma per cadauno di detti duoi auenimenti, questi secondi auenimenti fiano eguali alli primi, cioè parendo $4\frac{5}{6}$ per $2\frac{1}{2}$, ne uerrà pur $2\frac{1}{2}$, & parendo anchora il detto $4\frac{5}{6}$ per $3\frac{1}{3}$ ne uerrà pur $3\frac{1}{3}$, come che habbiamo detto, cosa degna da esser nella memoria notata.

La causa di questa seconda conditione è questa, che ogni duoi numeri li grandi, come piccioli in que sta sopra posta proportione sequialtera summati insieme, & tal somma partendo per cadauno di detti duoi numeri, li duoi auenimenti necessariamente saranno li medesimi $2\frac{1}{2}$, & $3\frac{1}{3}$, & perche li detti duoi auenimenti sono pur in detta proportione sequialtera, & pero per tanto bisogna fare per cadauno di quelli, egli è necessario (per le ragion dette) che ne uengano quelli medesimi $2\frac{1}{2}$, & $3\frac{1}{3}$. Et quello che habbiamo detto in questa specie di proportion sequialtera, si verifica in tutte le altre specie di proportioni, cioè che ogni specie di proportione in un simil caso hanno li duoi auenimenti specie, & acciò meglio m'intendi, li primi numeri fanno in proportion dupla li duoi auenimenti in un simil caso l'uno fia .3. & l'altro $1\frac{1}{2}$, & questi danno medesimamente in proportion dupla, dico in un simil caso, & se fanno in proportion tripla, cioè delli detti duoi auenimenti l'uno fia .4. & l'altro $1\frac{1}{3}$, & se fanno in sequiquarta l'uno fia $2\frac{1}{2}$, & l'altro $1\frac{1}{4}$, come di sopra è stato detto, & pero si uerifica che ogni specie di proportione ha li suoi medesimi duoi auenimenti in un simil caso.

Non quando che si dicesse quantità esser nella medesima proportione di due altre quantità, tal proportione si debbe intendere geometricamente, come nel precedente libro è stato detto. Et se-

similmente

mente quando ſi dirà, ouer più quantità continue proportionali (non ſpecificando altro) ſempre ſi debbe intendere nella proportionalità geometrica.

3 SE tre quantità continue proportionali faranno ſommate inſieme, & partendo poi ogni ſomma per ciaſcuna di dette tre quantità, tre numeri ſeruiranno la medeſima continua proportionalità delle tre prime quantità. Et oltra di questo la ſomma di detti tre numeri ſempre ſarà eguale al quadrato del ſecondo numero (cioè di quel di mezzo) ouero al dutto del primo numero nel terzo, che è quel medeſimo (per eſſer continui proportionali.) Et essempi gratia ſiano queſte tre quantità continue proportionali nella ſeſquialtera proportionalità 4. 6. 9. queſti inſieme faranno 19. hor partendo il detto 19. per 4. per 6. & per 9. ne verranno queſti tre numeri $4\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{6}$, $2\frac{1}{9}$, i quali tre numeri ſe ben ſi conſiderano, troueranſi eſſer continui proportionali nella medeſima proportione ſeſquialtera delle tre prime quantità. Et oltra di questo ſe ſommerai inſieme detti tre numeri trouati, che faranno $10\frac{7}{36}$, hor dico che il quadrato di $3\frac{1}{6}$ (ſecondo numero) fia medeſimamente $10\frac{7}{36}$, che ſe tu farai la ſperientia trouarai così eſſere, il medeſimo fia anchora il dutto del primo numero ſia il terzo, cioè $4\frac{3}{4}$ fia $2\frac{1}{9}$, come di ſopra fu detto.

Ma perche ogni tre quantità ſi maggiore, come minore delle ſopradette 4. 6. 9. nella medeſima proportione ſeſquialtera, in ogni tal caſo daranno li medeſimi tre numeri, cioè $4\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{6}$, $2\frac{1}{9}$, perche (come ſi disse nella precedente) ogni ſpecie di proportione continua in tre termini in ogni tal caſo ha li ſuoi ſpeciali, & limitati tre numeri, e però ſommando inſieme li ſopradetti tre numeri, cioè $4\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{6}$, & $2\frac{1}{9}$, & tal ſomma partendola per ciaſcuno di detti tre numeri, ne ſeguirà che queſti tre ſecondi numeri ſaranno eguali alli tre primi, per eſſer nella medeſima proportionalità ſeſquialtera. E però il medeſimo ſeguirà in ogni altra ſpecie di proportione continua in tre quantità, o ſiano tali quantità grande, over piccole. Et questo merita da eſſer notato nella memoria, perciochè per vigor di quello ſuccederà poi molte fiate queſtione, come di ſe medeſimo poi conſiderarai.

Nota che ſe per tre quantità continue proportionali ſarà posta un'altra quantità maggiore, over minore della lor ſomma, li tre numeri ritrouati ſeruiranno la medeſima proportione delle date tre prime quantità, ma li detti tre numeri non ſeruiranno la ſopra nona ſeconda conditione.

4 SE quattro quantità continue proportionali faranno ſommate inſieme, & dapoi partendo la detta ſomma per ciaſcuna di dette quattro quantità, li quattro numeri ritrouati ſeruiranno la medeſima continua proportionalità delle quattro prime quantità. Et oltra di questo la ſomma delli detti quattro numeri ſarà eguale alla moltiplicatione del ſecondo numero nel terzo, cioè 2 nella del primo nel quarto, che ſarà quel medeſimo per eſſer proportionali. Eſſempi gratia ſiano queſte quattro quantità in continua proportionalità ſeſquialtera 24. 16. 12. 8. Hor ſommate inſieme faranno 60. partendo hor il detto 60. per ciaſcuna delle dette quattro quantità, ne verrà queſti quattro numeri $2\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{16}$, $7\frac{1}{2}$, i quali ſe ben già ſommarai, li troverai eſſer continui proportionali nella medeſima proportione ſeſquialtera delle prime quattro quantità, & oltra di questo ſe ſommerai inſieme li detti quattro numeri trouati, che faranno in ſomma $19\frac{7}{16}$. Hor dico che 2 moltiplicar il primo numero fia il quarto, cioè $2\frac{1}{2}$ fia $7\frac{1}{2}$, ouero il ſecondo fia il terzo, cioè $3\frac{3}{4}$ fia $5\frac{1}{16}$, fia medeſimamente $19\frac{7}{16}$, come habbiamo detto.

Ma che ſommati li detti quattro numeri, & quella poi ſomma partendola per ciaſcuno di detti numeri, queſti ſecondi numeri ſaranno eguali alli primi per le ragioni date nelle due precedenti, perche ogni ſpecie di proportionalità ſi in grande, come in piccole quantità, in tali ſimili hanno li ſuoi ſpeciali numeri.

4 OLi anchora ſe cinque quantità continue proportionali, in che proportion ſi voglia, ſi ranno ſommate inſieme, & partendo poi la detta ſomma per ciaſcuna di dette cinque quantità, li cinque numeri ritrouati ſeruiranno la medeſima proportione delle date cinque prime quantità, & oltra di questo la ſomma di detti cinque numeri ſarà eguale al dutto del primo numero nell'vltimo, ouero al dutto del ſecondo nel quarto, ouero del terzo in ſe medeſimo, & ſe li detti cinque numeri ſaranno ſommati inſieme, & partendoli detta ſomma per ciaſcuno di detti cinque numeri, queſti ſecondi numeri ſaranno eguali alli primi, & ſe di questo ne farai la proua naturale, troverai così eſſere. Et così per abbreuiar le parole il medeſimo ſeguirà in quante ſi voglia quantità continue proportionali, cioè partendo la ſomma di tutte quelle per ciaſcuna di quelle, li numeri ritrouati ſeruiranno la medeſima proportione delle prime, & oltra di questo la ſomma anchora di detti numeri ſarà eguale al dutto delle ſomme di essi numeri.

Di alcuni altri notabili effetti, che si trouano occorrere in tre quantità continue proportionali. Cap. III.

1 OGni tre quantità continue proportionali, sempre la multiplicatione della prima fia la seconda, & del produtto fia la terza quantità, nel vltimo produtto fara eguale al cubo della seconda quantità. Essempi gratia siano le tre quantità continue proportionali 9. 6. 4. hor multiplicando la prima fia la seconda fara 54. quale 54. multiplicandolo fia la terza, fara 216. & questo vltimo produtto, dico che fara eguale al cubo della seconda (cioe al cubo di 6) quale è per 216. Il medesimo seguira in ogni altre tre quantità continue proportionali. La ragion di questo è perche quel medesimo fara il duno della detta prima nella terza, & quel produtto nella seconda. Et perche il duno della prima nella terza è eguale al quadrato della seconda, però la seconda duna nel suo quadrato fa il suo cubo.

2 OGni tre quantità continue proportionali, partendo il quadrato della seconda per ciascuna delle dette tre quantità, li tre auenimenti saranno eguali alle dette tre quantità. Essempi gratia siano queste tre quantità continue proportionali 4. 6. 9. il quadrato della seconda (cioe di 6) è 36. dico che partendo il detto 36. per ciascuna di dette tre quantità ne uenira questi tre auenimenti 4. 6. 9. che sono eguali alle predette tre quantità, & questo seguira in ogni altre tre quantità continue proportionali.

3 SE 3 quantità saranno continue proportionali, nella proportione di 2 alla equalità. Tanto fara a multiplicar la minor delle due nella summa delle maggiore, & ancora di quelle tre proportionali, quanto che a multiplicar la maggior delle due quantità nella summa della minore, & ancora delle tre continue proportionali. Essempi gratia siano le dette quantità 3. 2. & le tre continue proportionali nella detta proportione seguirano 4. 6. 9. dico che a multiplicar la summa di 9. & 6. che fara 15. per la minore delle due, cioe per 6. che fara 90. quanto che a multiplicar la summa di 6. & 4. che fara 10. per la maggiore delle due, cioe per 9. che fara pur 90. & il medesimo seguira in tutte le altre simili.

4 SE saranno tre quantità continue proportionali, multiplicando ciascuna di quelle nelle altre due, & quelle 6 multiplicationi sommandole insieme, & al summa partendola per il doppio della summa di dette tre quantità la uenirano fara la seconda quantità. Essempi gratia siano queste tre quantità continue proportionali 9. 6. 4. multiplicando la prima, cioe quel 9. fia le altre due fara 54. & 36. cosi fatta, multiplicando poi la seconda, cioe quel 6. fia le altre due fara 54. & 24. poi multiplicando la terza, cioe quel 4. fia le altre due fara 36. & 24. Et questi 6 prodotti sommandoli tutti insieme fanno 228. di questa summa di 228. partendola per il doppio della summa delle dette tre quantità 9. 6. 4. la qual summa fara 38. il doppio fara 76. Dico che partendo 228. per 76. ne uenira la seconda di dette tre quantità, cioe 6. & perche 2 partir 228. per 38. ne uien precisamente 6. seguira il proposito, il medesimo seguira in tutte le altre simili.

Di alcune conclusioni cauate della decimaterza, & decimaquarta del quinto di Euclide. Cap. IIII.

1 OGni quattro quantità continue, & non continue proportionali (per la decimaterza, & decimaquarta del quinto di Euclide) si può dimostrare, che tal proportione fara della summa di tutte le dette 4 quantità alla summa della seconda, & terza, laqual fara della summa della prima, & terza alla seconda sola. Essempi gratia siano le quattro quantità continue proportionali 27. 18. 12. 8. la summa di quelle quattro quantità fara 65. & la summa della seconda, & terza fara 30. cioe dico che la proportione di 65 a 30. fara il medesimo, che quella della summa della prima, & terza (cioe di 27. & 12. cioe fara 39.) alla seconda sola, cioe a 18. che se ne farà la prova naturale troueremo così essere, la detta prova naturale può far per più uie, la più spedita è a vedere il duno della prima nella quarta è eguale a quello della seconda nella terza, come dimostra Euclide nella seconda parte della decimaquarta del detto, & medesimo nella 20. del detto libro. Et perche il duno di 27 prima fia 12. quarta fa 270. il medesimo fa 30 (terza) fia 30. (seconda) e però seguita il proposito, il medesimo seguira in quelli, che fussero semplicemente proportionali, cioe che non fussero continue per la detta 8. & 16. del quinto di Euclide.

prima, seconda, terza, quarta,	
27. 18. 12. 8.	
65	30
39	18
1170	1170

prima, seconda, terza, quarta,	
27. 18. 12. 8.	
45	20
27	12
540	540

2 IN ogni quattro quantità continue, & non continue proportionali per la decimaterza, & decimaquarta del quinto di Euclide, tal proportione fara della summa della prima, & seconda alla summa della terza, & quarta, quale fara della prima alla terza. Essempi gratia siano le medesime quattro

quatro quantità continue proportionali 27. 18. 12. 8. la summa della prima, & seconda fa 45. & la summa della terza, & quarta fa 20. hor dico che tal proportione fara da 45. a 20. quale fara della prima alla terza (cioe da 27. a 12) che se ne farà la prova naturale, multiplicandole in croce, trouarai così essere, il medesimo seguira in tutte le altre simili. La causa di questa conclusione si caua, & apprende, & dimostra dalla decimaottaua, & dalla decimaseiesta del quinto di Euclide, cioe per la congionta, & permutata proportionalita, auertendoci, che il medesimo seguira in quatro quantita proportionali non continue per la detta decimaottaua, & decimaseiesta del quinto di Euclide. Essempi grazia siano queste quatro quantita proportionali, non continue prima 12. seconda 8. terza 9. quarta 6. la summa della prima, & seconda fa 20. & la summa della terza, & quarta fa 15. la proportione di 20. a 15. è come quella, che è dalla prima alla terza, cioe da 12. a 9. che fia, & l'altra è quadrupla, che è il proposito.

12	8		
9	6		
20	14	8	
12	8		
60	60		

3 Similmente (per la sopra detta decimaottaua, & decimaseiesta del quinto di Euclide, cioe per la congionta, & permutata proportionalita) si può facilmente dimostrare, che in ogni quatro quantita proportionali, si continue, come non continue, tal proportione fara della summa della prima, & terza, alla summa della seconda, & quarta, qual fara della prima alla seconda. Essempi grazia siano queste quatro quantita proportionali non continue 12. 8. & 9. 6. la summa della prima, & terza fa 15. & la summa della seconda, & quarta fa 10. hor dico che la proportione di 15. a 10. (cioe di 12. a 8. che se ne farà prova multiplicandole in croce trouarai così essere, il medesimo seguira quando che le dette quatro quantita fussero anchora continue proportionali, come da se può facilmente considerare.

prima	12	8	seconda
terza	9	6	quarta
15	10		
12	8		
180	120		

4 Il quadrato della summa di quante quantita si voglia, o siano proportionali, o non proportionali (per la prima, & seconda del secondo di Euclide) fara eguale alla summa delle multiplicationi fatte di ciascuna di quelle in se medesima, & in tutte le altre. Essempi grazia siano queste quatro quantita 5. 4. 6. 5. che summate fanno 18. il cui quadrato è 324. Dico che questo 324. fara eguale alla summa delle multiplicationi fatte di ciascuna di dette quatro quantita in se medesima, & nelle altre, le quali multiplicationi fanno in tutto 126. & per fare la prova prendi multiplicando la prima (cioe quel 5.) in se medesima, & dapoi nelle altre fara quelli quatro prodotti 25. 20. 30. 25. Poi multiplicando la seconda (cioe quel 4.) in se medesima, & dapoi nelle altre ne fara quelli quatro prodotti 20. 16. 24. 20. quali poserai sotto a gli altri, poi multiplicando la terza (cioe quel 6.) in se medesima, & dapoi nelle altre ne fara quelli quatro prodotti 30. 24. 36. 30. quali poserai sotto a gli altri, poi multiplicando la quarta (cioe quel 5.) in se medesima, & dapoi nelle altre fara quelli quatro prodotti 25. 20. 30. 25. quali poserai sotto a gli altri, & summandoli tutti insieme, trouarai che fanno medesimamente quel 324. il medesimo si trouara seguir in maggior numero di quantita, così proportionale, come non proportionale.

5	
5	
6	
5	
20	
16	
24	
20	
30	
24	
36	
30	
25	
20	
30	
25	
summa	324

5 Trouarai se quante quantita continue proportionali, sempre il prodotto della prima nella terza, giunto con li dui prodotti fatti della seconda nelle altre due, quella summa fara la metà della summa delli prodotti fatti di ciascuna nelle altre due. Essempi grazia siano queste tre quantita continue proportionali 9. 6. 4. Hor multiplicando la prima nella terza fara 36. poi multiplicando la seconda nella prima fara 54. poi multiplicando anchora la detta seconda fia la terza fara 24. & queste tre prodotti giunti insieme faranno 114. & questa summa dico dire la metà della summa delle 6 multiplicationi, che si cauarano di ciascuna delle dette tre quantita nelle altre due, & che sia il vero, multiplicado la prima fia le altre due fara questi dui prodotti 54. & 36. & multiplicando la seconda fia l'altre due, fara questi altri 2 prodotti 54. & 24. poi multiplicando anchora la terza fia le altre due, fara questi altri dui prodotti 24. & 36. & se tutti questi 6 prodotti faranno giunti insieme si trouara, che faranno 228. il quale 228 vien a esser il doppio di quel 114. cioe il detto 114 vien a esser la metà del detto 228. come fu proposto. Et acciò che il medesimo seguisse, anchor che le dette tre quantita non fussero proportionali, come con la esperienza se ne potrai chiarire. Ma perche da queste nelle quantita proportionali, se ne haueremo da seruire, nel conclusione habbiamo fatta sopra le continue proportionali.

9	
6	
4	
36	
54	
24	
54	
36	
24	
114	
228	

6 Vedrai se fussero quatro quantita continue proportionali, sempre fara a multiplicar la prima nella seconda, & il prodotto nella terza, & quello secondo prodotto nella quarta, quello che a multiplicare il prodotto della prima nella quarta fara il prodotto della seconda nella terza. Essempi grazia siano le quatro quantita continue proportionali 16. 8. 4. 2. multiplicando la prima fia la seconda (cioe 16 fia 8) fara 128. & questo prodotto fia la terza (cioe fia 4) fara 512. & questo fia la quarta (cioe fia 2) fara 1024. hor dico che esso fara

a moltiplicar il prodotto della prima fia la quarta (cioe di 16 fia 2) che fara 32. fia il prodotto della seconda fia la terza (cioe di 8 fia 4) che fara pur 32. & perche fi vede, che 32 fia 32. fi pruoua la seguita il proposito. Fia hauto quello fi può facilmente dimostrare fi in quanto quantita non proporzionali, come nelle proporzionali continue, & anchora discontinue, ma vela proporro nelle continue, perche in quelle fe ne habbiamo da seruire in altri luoghi.

Regola da risoluere tutte, & diuerse questioni sopra le quantita si continue, come non continue proporzionali, & altre. Cap. V.

1 SI ritrouano quantita continue proporzionali, che moltiplicata la prima in se medesima, & poi anchora nelle altre due. Fia fatto il quadrato della seconda, & anchora della terza, & che tali 3. prodotti giunti insieme facciano 100.

Questa & ogni altra simile poni risoluere con le medesime date nella penata del precedente capo, nella quale si mostra, che la summa di quelli tre prodotti, altro non è, che il cubo della summa delle dette tre quantita, e però la radice de 100. (qual è 10.) fara la summa di dette tre quantita, & per tanto facendo di 10 tre parti continue proporzionali, in che proportione si pare hauersi risolta tal questione, ma a tal questione si potria in simil caso dar infinite risposte, per esser infinite le specie delle proportioni. Ma quando che il proponente ci specificasse la specie della sua proporzionalita, tal questione non potria hauer altro, che vna sola risposta. Essempi gratia se hauessimo trouare quattro quantita continue proporzionali in tal qualunque proportione con le medesime condition di sopra, ne faremo del seguente 10 tre parti continue proporzionali nella detta proportione ricercata, & per far tal tre parti pigliaremo vn tal proportione, grande, over piccola, che noi vorremo, sia hora quella 9. a 4. fiammile infieme fiano 13. come ne vedi, che faccino 100. però per la regola del medesimo 13 vien da 9. da 6. & da 4. da che venira 30. opera che moltiplicata, che venira da 9 $\frac{2}{13}$, da 6 $\frac{12}{13}$, & da 4 $\frac{8}{13}$, & queste fiamo le addimandate tre parti, che fare fiano proue la trouata secondo la proposta, e però quando si sa la specie della proportionalita, si che molte volte si fa a caso per essaminar la questione all'incontrario, risolendo in che proportione si pare, & non potrai esser ingano.

2 SI ritrouano quantita continue proporzionali, pensano in proportione doppia, che moltiplicano la prima fia la seconda, & quel prodotto fia la terza fiamo 200.

Questa, & ogni altra simile potrai risolure per la medesima data nella prima del sesto capo, perche la radice cuba della 25. quale è 5. fara la seconda di dette tre quantita, per laqual notitia facilmente poi trouar le altre due, & per dauerle vie, ma la piu facile è a pigliar la mita di 5. che è 2 $\frac{1}{2}$, & tanto fara la terza, o vuoi dir la prima, & essa fara il doppio de detto 5. che fara 6. & dette tre fiamo in questa forma 6. 5. 2 $\frac{1}{2}$, ouero in quest'altra 2 $\frac{1}{2}$. 5. 6. fiamo prona, che ne la trouai buona.

3 SI quando che'l detto prodotto non fusse numero cubo, cioe potessimo che hauesse detto, che il prodotto della prima fia la seconda di dette tre quantita continue doppie, moltiplicano anchora fia la terza, fiamo 30. in questo procederai per il medesimo modo, dicendo che la seconda di dette tre quantita fara 5 co. 30. & per trouar le altre due, doppia 5 co. 30. cioe moltiplicala per 8. fara 5 ce. 240. & finalmente parti 5 ce. 240. per 5 ce. cioe per il cubo 5. & ne venira 8 ce. 48. & mezze haremo in questa forma 5 co. 30. 8 ce. 48. & con tal ordine procederai in ogni altra specie di proportione, che dal mezzano si fusse proposta. Ma quando che il proponente non si specificasse in che specie di proportione, allhora ni si può dargare che specie di proportion ni piace.

4 SI ritrouano quantita continue proportionali in proportion eguale, che moltiplicata ciascuna nelle altre due, & quelli 6 prodotti giunti insieme, & tal summa partendola per la summa delle dette

le dette

le dette tre quantità me ne vengo ℞ 30. Se non ti hai scordato quello che fu conchiuso nella quarta del terzo capo del precedente libro fia chiaro, che la mità di quella ℞ 30 fia la seconda di dette tre quantità, e però piglia la mità di ℞ 30 che troverai ch'è mità ellire ℞ 20. & questo fia la seconda di dette tre quantità, hor per trouar le altre due, & prima per trouar la maggiore, moltiplica ℞ 20. per 3 fia ℞ 180. & per trouar la minore parti ℞ 20 per 3. & ne vien ℞ 2⅔, & tutte tre le dette quantità staranno in questa forma ℞ 180. ℞ 20. ℞ 2⅔, fiamo proua, che la trouata bona.

Per il medesimo modo operarai in ogni altra specie di radice, cioè in luogo di quella ℞ 30 haurò fatto ℞ ce. 30. cioè ℞ cen. con 30. ouer radice relata 30. & così procedendo in ogni altra specie di radici, mentendo però sempre in memoria le regole date sopra il moltiplicare, & partire di numero per radice, ouero di radice per numero.

6 Siano di 12 tre parti continue proporzionali, che moltiplicata la prima nelle altre due, similmente la seconda nelle altre due, & così la terza nelle altre due, & quelle 6 moltiplicazioni giontte insieme facciano 288. Questa risolverai per le regole date sopra la quarta del terzo capo, nella quale ti ben ti ricordi trouarai, che a partir quel 288 per il doppio di 24 cioè per 48 ne veniva la seconda di dette tre quantità continue proporzionale, partendo adunque 288 per 48 ne veniva 6. & così 6. fia la seconda delle dette tre quantità, quali 6. moltiplicate in 24 restano 144 per la summa delle altre due, cioè della prima, & della terza, onde per trouarle separate, bisogna far di 12 due tal parti, che moltiplicate l'una fia l'altra facia 144. cioè il quadrato della seconda quantità. Et per far queste tal due parti a chi non intende le regole d'Algebra bisogna procedere per la quinta del secondo di Euclide, da noi dimostrata nationalmente nella quinta del nostro detto libro, laquale superfluo fatia a replicarla in questo altro luogo. Et per tanto quivi noi remettemo solamente la regola di saper far le dette due parti del detto 12. laquale regola ti bastarà considerarai trouarai quella esser tratta dalla detta quinta del secondo di Euclide.

Per far adunque di 12 due tal parti, che moltiplicate l'una fia l'altra facia 36. piglia la mità del detto 12. cioè 6. quadrato fia 36. & di questo 36 cauane quel 36 che vuoi, che facci, restara 45. & la radice di questo 45 gionta alla mità del detto 12 (cioè a quel 6) fia la parte maggiore, laquale varrà 6 più ℞ 45. Dipoi cauando la medesima ℞ 45 dalla detta mità di 12. che è per 6. resta la parte minore, laquale varrà 6 meno ℞ 45. & similmente le dette parti faranno in questa forma 6 più ℞ 45. & 6 meno ℞ 45. ouero in quest'altra 6 più ℞ 45. & 6 più ℞ 45. perche la comparatione si può far secondo l'ordine della maggior ineguale, ouer della minore. Et di questa operatione ne vorrai far proua, prima per approuar che tutte tre siano continue proporzionali, moltiplica la prima fia la terza, cioè 6 più ℞ 45. fia 6 più ℞ 45. & troverai, che farà 9 più ℞ 180. & per che il quadrato della seconda fu medesimamente 36. segue che siano continue proporzionali. Poi bisogna anchor vedere, che la summa di tutte le dette quantità fia 12. come ti proposi. Et perche a sommar la prima con la terza, cioè 6 più ℞ 45. con 6 meno ℞ 45. fanno pretissimo 12. alcuni giocosi anchor la seconda, cioè quel 6. fia pretissimo quel 12. che ti resta, e però fia buona.

6	più	℞ 45
6	meno	℞ 45
fia		12

Da notare circa la sopradetta regola.

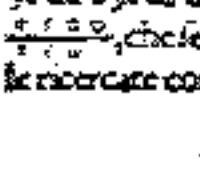
Non quando che ti occorresse, ouero che ti fusse proposto di fare di una quantità due tal parti, che moltiplicata l'una fia l'altra douesse fare un'altra determinata quantità, & che per sorte del quadrato della mità della detta prima quantità non si potesse cauare quella determinata quantità, che ti vuoi che facci, seguita esser impossibile di poter disporre al effetto. Essempi grazia fu ti fusse proposto di douer far di 12 due tal parti, che moltiplicata l'una fia l'altra facesse 40. dico esser impossibile di ciò quare al problema, perche pigliando la mità di 12. che è 6. & quadrandola fara 36. & di questo 36. volendone cauare quel 40. che ti vuol che facciano (come vuol la regola) ti vede che non si può cauare per esser maggiore, & così ogni volta che non si può cauar, seguita lo impossibile. Ma se per caso tu dicessi, che 12 moltiplicati l'una in l'altra facesse 36. ouero meno di 36. allhora il caso fatia possibile, perche di 36. se ne può cauar 36. & resta 0. e però in tal caso l'una delle dette due parti fara 6 più ℞ 0. che vuol dir 6. & l'altra fara 6 più ℞ 0. che vuol per dir 6. e però le dette due parti del detto 12 l'una, & l'altra fara 6. che moltiplicate l'una fia l'altra fara quel 36. che ti proposi, ma volendo, che le dette due parti di 12 moltiplicate fra fra loro 35. ne cauarai 1. del sopradetto 36. & ti restara 4. & così la radice di 4. che è 2. gionta alla mità di 12. fara 7 (per la parte maggiore) & cauandola dell'altra mità di 12. restara 5. per la parte minore, laquale due parti, cioè 7. & 5. moltiplicandole fanno 35. come ti proposi. Et questa è la regola fia, che ti non si habbi a memoria, perche a chi non intende le regole di Algebra, a

molte questioni fara impossibile senza la sua notitia diuersi relatiui, come nel nostro processo si fara manifesto.

7

Habbi di 15 tre parti continue proportionali, che il prodotto della prima nella seconda giunto con il doppio del prodotto, fatto della seconda nella terza sia 325 pesa.

Per risolvere questa questione egli manifesto (per la quinta del quarto capo) che il doppio di 325 sara la somma delli 6 prodotti fatti di ciascuna delle dette tre quantita, nelle altre due. Et perche il doppio di 325 è 650 sara adonque che li 6 prodotti fatti della moltiplicatione di ciascuna delle dette tre quantita, nelle altre due siano 650. Et anchor manifesto (per la quarta del sesto capo) che sia partito detto 650 per il doppio di 15 che fara 325 ne venira la somma delle quantita delle dette tre continue proportionali. Et perche a partir il detto 650 per il detto 325 ne vien 2. dicemo adonque, che la seconda quantita delle dette tre fara 2. il qual 2 moltiplicato di 15 refara 30 per la somma della prima, & della terza di dette tre quantita, hor per trouar separatamente la detta prima, & terza, bisogna far due tal parti del detto 30 che moltiplicate fina in altra facci 40 (cioe il quadrato della seconda) & per far le dette parti bisogna procedere per la regola data nella precedente, cioe pigliar la mita di 30 che è 15 quadrato fara 225 come quel 225 che vuol che li sia, & refara 225 & cosi la 225 giunta con 25 fara 250 per la parte maggiore, poi cauata detta 225 di 250 refara 25 meno 225 per la parte minor quantita, & tutte le dette tre quantita staranno in questa forma 25 & 225. 2. 225 meno 225. Et bene fara prona trouarli, che siano continue proportionali, perche il detto della prima nella terza (cioe 25 piu 225 fa 225 meno 225) fara 400 cioe il quadrato della seconda, & summando insieme le dette tre quantita, trouarai che fanno appunto 15. come si propose, perche 25 piu 225 giunto con 225 meno 225 fa 15. sicche il giusto della seconda (cioe 2) trouarai, che fara 15 come è detto.

8 

Trouami quattro quantita continue proportionali, che la somma della prima, & della quarta faccia 76. & moltiplicata la prima fia la seconda, & quel prodotto fia la terza, & quello secondo produtto fia la quarta faccia 1215.

Per risolvere questa egli manifesto, per quello fu detto nella fine del quarto capo, che fara a moltiplicare la prima nella seconda, & quel prodotto nella terza, & quel prodotto nella quarta, quanto che a moltiplicare il produtto della prima nella quarta nel produtto della seconda nella terza. Et perche il produtto della prima nella quarta, per effer ella quinta proportionale) è pare seguita, che il produtto della prima nella quarta fia produtto 1215 che fara 243. Et per trouar hor la detta prima, & quarta dimane, egli ne conuiene a far di 76. due tal parti, che moltiplicate fina fia l'altra facciano 243. & per far tal effetto bisogna procedere per quella regola tanto data nella quinta del secondo di Euclide nella fine di questo capo, cioe pigliar la mita di 76 che è 38 & quadrato fara 1444 da cui poi quel 243 che noi che facciano refara 1401 & cosi 1401 giunta & tanta (secondo il solito) della mita di 76 fara per la parte maggiore 81 piu 1401 & per la minor 81 meno 1401 quel binomio, & residuo moltiplicati l'uno dall'altro fanno 243 come di sopra, e pero la prima di dette quattro quantita fara 81 piu 1401 & la quarta fara 81 meno 1401. volendo poi per tal uia trouar la seconda, & anchor la terza, procederai per la sopra regola data nella quinta del sesto capo del sesto libro, cioe quadra la prima, cioe quel 81 piu 1401 & quel tal quadrato moltiplicarai fia la quarta, cioe fia quel 81 meno 1401 & la 3 cubi di quel tal prodotto fara la seconda quantita, & con il medesimo modo potrai trouar la terza, si come, che nella detta quarta del sesto capo del precedente libro si mostra, vero è che in questa vi concorre maggior artificio, perche bisogna hauer ben in memoria il quadrare, & moltiplicare di binomij, & residij, pero che di questo a pieno si tratta la impresa.

9 Trouami di 12 quattro parti continue proportionali, che il detto della prima nella quarta faccia cinque tanto, che il detto della detta prima nella terza, hor perche le due quantita siano moltiplicate per una quantita il produtti haueranno quella medesima proportione delle moltiplicate (per la decimaquinta del quinto di Euclide) e pero li due produtti sono in tal quantita proportione, egli necessario, che la quarta quantita sia quintupla alla terza. Adonque tal proportionalita sara tal quintupla, & per tanto poni quattro quantita (come ti pare) continue proportionali in tal proportione, che siano quelli 1. 5. 25. 125. fra di loro infieme, & fanno 156. & tu vorresti, che facciano 12. & per tanto procederai per la regola del tre detta, se 156 vien da 1 da 5. da 25. & da 125 da che venira 12 opera che trouarai, che venira da quelli $\frac{1}{13}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{25}{13}$, $\frac{125}{13}$, che le nostre prone trouarai, che la somma di tai quattro numeri fanno 12. & adempiranno le nostre condition.

10 TRouarai quatro quantità proportionali, che la ſomma delle prime, & terza faccia 24. & la ſomma della ſeconda, & quarta faccia 36.

Per la terza del quarto capo cauata dalla decimaottaua, & decimanona del quinto di Euclide. Egli è manifeſto che la proportione, che è dal ſopradetto 24. a 36. quella medeſima ſara dalla prima alla ſeconda, come della terza alla quarta, e pero biſogna far di 24. due tali parti, che oſſeruino quella medeſima, che è da 24. a 36. & il medeſimo far anchora di 36. & per far tali parti trouo douermi imaginare tal proportione ſubdoppiata, come ci pare, hor ſiano 2. & 3. ſommati inſieme, & ſiano 5. Dapoi dirò, ſe 5 mi dà 2. & 3. che mi dara 24. opera che trouarai 9 $\frac{3}{5}$, & 14 $\frac{2}{5}$, & queſte ſaranno la prima, & ſeconda quantità. Similmente farai con il 36. dicendo, ſe 5 mi dà 2. & 3. che mi dara 36. opera che ci darà 14 $\frac{2}{5}$, & 21 $\frac{3}{5}$, & queſte ſaranno la terza, e quarta quantità, & tutte quattro le dette quantità ſaranno in queſta forma 9 $\frac{3}{5}$, 14 $\frac{2}{5}$, 14 $\frac{2}{5}$, 21 $\frac{3}{5}$, & quantunque la ſeconda, & terza ſiano eguali, quello è accaduto per bene, & poniamo anchora le dette quattro quantità eſſer, & non eſſer continue proportionali, ſecondo le due ſomme propoſte, & queſto non importaria, perche nella propoſta non ſi ſtringe, che ſiano continue, ma eſſer ſimplicemente proportionali, e pero ſtanno bene, perche oſſeruano la conditione propoſta.

11 TRouarai tre quantità continue proportionali di tal qualità, che partendo 100. per ciaſcuna di quelle, le tre auenimenti ſiano eguali alle dette tre quantità, & che anchora la ſomma delli tre auenimenti ſia eguale alla ſomma delli prodotti di ciaſcuna di dette 3 quantità nelle altre due. Tu ſai (per la ſeconda del terzo capo) che partendo il quadrato della ſeconda di tre quantità continue proportionali per ciaſcuna di quelle, che li tre auenimenti ſaranno eguali alle dette tre quantità, e pero egli è neceſſario, che il ſopradetto 100. ſia il quadrato della ſeconda di dette tre quantità, & perche la radice di 100. è 10. diremo che la ſeconda di dette tre quantità ſara 10. & perche (per la prima del medeſimo capo) il detto della prima nella ſeconda, & quel prodotto nella terza, ci vuol ſimo prodotto ſara eguale al cubo della detta ſeconda quantità. Segnita adonque che il cubo della detta ſeconda ſara eguale alla ſomma di dette tre quantità, & perche il cubo della detta ſeconda (cioè di 10.) in queſto caſo ſara 1000. eſſendo adonque 1000. la ſomma delle dette tre quantità, quando la ſeconda (cioè 10.) reſtara 500. per la ſomma della prima, & terza, per trouar la prima, & terza ſeparatamente, ſu fai che il detto della prima nella terza, ſara eguale al quadrato della ſeconda, e pero biſogna fare di 500. due tali parti, che moltiplicate l'una ſia l'altra faccia 100. (cioè il quadrato della ſeconda.) Et per far le dette parti, procederai per la regola data ſopra la fine di queſto capo, cioè pigliarai la metà di 500. che ſara 250. quadrarlo ſara 62500. cauane poi 100. che reſta 62400. & la ſua 62400. giontoli & tratto alla metà di 500. cioè di 250. ſara per la parte maggiore 250 più la 62400. & per la minore 250 meno la 62400. & tutte le dette quantità ſaranno in queſta forma 250 più la 62400. 10. 250. meno la 62400. le quali ſe ben le eſaminarai, troueraj hauere tutte le ſudmandate conditioni, cioè prima ſono continue proportionali, perche il detto della prima nella terza è quanto il quadrato della ſeconda, ſeconda mente la ſomma di tutte tre, troueraj eſſer 1000. (cioè il cubo della ſeconda) & anchora partendo 100. per ciaſcuna di quelle ſi troua venire medeſimamente le dette tre quantità, vero è che ne non ſapeui partire il detto 100. per quel binomio, & per quel reſiduo per non ci hauer conſiderato fin hora il modo di ſaper partire per tali quantità binomiali, & reſiduali, ſi che ſi legga nel ſeguente libro, ma dapoi che haremo inteſo tal regola ci ſapremo certificare, che partendo il detto 100. per ciaſcuna di quelle ne venira le medeſime tre quantità, come ſi propoſe, & coſi ſara ſuccieſſo, & approuato ſi trouo.

Il fine del ottauo libro.

LIBRO NONO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nel quale tratta della creatione di tutti i numeri figurabili in generale, & in particolare, insieme con molte speculatione circa quelli, sopra i numeri quadrati. Cap. 1.

IL Generale, & vniuersale origine, over creatione di tutti i numeri figurabili sono quadri, cubi, relati di quelli, primi relati, condotti, & condotti relati, & di tutti questi, che vanno seguendo continuamente, che si chiamano digoni. Et di tutti questi ne ho posto nono libro in gran parte nella mia aritmetica, nella quale propositione dice in questo modo.

Se saranno più numeri della vnità continuamente proportionali, il secondo della vnità sarà quadrato, & da lui indietro sempre sarà medio vno, & il quarto della vnità sarà cubo, & da lui indietro sempre saranno due medij proportionali. Dico, che non sarà mai che il quinto della vnità sarà quadrato di quadrato, o vogliam dir sarà relato, & da lui indietro sempre saranno tre medij. Ne manco dico che il sesto della vnità sarà primo relato, & da lui indietro sempre saranno quattro medij proportionali. Et il settimo della vnità sarà quadrato cubico, & da lui indietro sempre saranno cinque medij proportionali continuamente quadrato cubici, & così seguendo per ordine con tal proportione, perche per quella parte si può comprendere, & dimostrare, che il suo numero della vnità sarà secondo relato, & da lui indietro sempre saranno cubi. & che il nono della vnità sarà quadrato digoni, cioè quadrato di quadrato cubico, & da lui indietro sempre saranno sette medij. & che il decimo della vnità sarà cubo di cubo, cioè cubo relato, & da lui indietro sempre saranno otto medij. & così con tal ordine si può considerare, & dimostrare di tutti gli altri numeri, over digoni, che continuamente vanno seguendo sopra il numero della vnità, in infinito. Et acciò che questa proposition ci sia più chiara, & da ogni altro più facile, la voglio esemplificare, & dimostrare di sopra di numeri della vnità continuamente proportionali, cominciando dalla proportion doppia, o vogliam dir sopraparticolare, & dopo seguirò nelle altre, cioè sopraterze, come di sopra vedi, quali è ordine che seguirano il primo numero della vnità, & il secondo numero della vnità, & il quarto numero della vnità, & così procedendo di numero in numero, come di sopra vedi, & così

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.
2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.
3.	6.	12.	24.	48.	96.	192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.
4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.
5.	10.	20.	40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.	10240.
6.	12.	24.	48.	96.	192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.	12288.
7.	14.	28.	56.	112.	224.	448.	896.	1792.	3584.	7168.	14336.
8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.	16384.
9.	18.	36.	72.	144.	288.	576.	1152.	2304.	4608.	9216.	18432.
10.	20.	40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.	10240.	20480.
11.	22.	44.	88.	176.	352.	704.	1408.	2816.	5632.	11264.	22528.
12.	24.	48.	96.	192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.	12288.	24576.
13.	26.	52.	104.	208.	416.	832.	1664.	3328.	6656.	13312.	26624.
14.	28.	56.	112.	224.	448.	896.	1792.	3584.	7168.	14336.	28672.
15.	30.	60.	120.	240.	480.	960.	1920.	3840.	7680.	15360.	30720.
16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.	16384.	32768.
17.	34.	68.	136.	272.	544.	1088.	2176.	4352.	8704.	17408.	34816.
18.	36.	72.	144.	288.	576.	1152.	2304.	4608.	9216.	18432.	36864.
19.	38.	76.	152.	304.	608.	1216.	2432.	4864.	9728.	19456.	38912.
20.	40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.	10240.	20480.	40960.
21.	42.	84.	168.	336.	672.	1344.	2688.	5376.	10752.	21504.	43008.
22.	44.	88.	176.	352.	704.	1408.	2816.	5632.	11264.	22528.	45056.
23.	46.	92.	184.	368.	736.	1472.	2944.	5888.	11776.	23552.	47104.
24.	48.	96.	192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.	12288.	24576.	49152.
25.	50.	100.	200.	400.	800.	1600.	3200.	6400.	12800.	25600.	51200.
26.	52.	104.	208.	416.	832.	1664.	3328.	6656.	13312.	26624.	53248.
27.	54.	108.	216.	432.	864.	1728.	3456.	6912.	13824.	27648.	55296.
28.	56.	112.	224.	448.	896.	1792.	3584.	7168.	14336.	28672.	57344.
29.	58.	116.	232.	464.	928.	1856.	3712.	7424.	14848.	29696.	59392.
30.	60.	120.	240.	480.	960.	1920.	3840.	7680.	15360.	30720.	61440.
31.	62.	124.	248.	496.	992.	1984.	3968.	7936.	15872.	31744.	63488.
32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.	16384.	32768.	65536.
33.	66.	132.	264.	528.	1056.	2112.	4224.	8448.	16896.	33792.	67584.
34.	68.	136.	272.	544.	1088.	2176.	4352.	8704.	17408.	34816.	69632.
35.	70.	140.	280.	560.	1120.	2240.	4480.	8960.	17920.	35840.	71680.
36.	72.	144.	288.	576.	1152.	2304.	4608.	9216.	18432.	36864.	73728.
37.	74.	148.	296.	592.	1184.	2368.	4736.	9472.	18944.	37888.	75776.
38.	76.	152.	304.	608.	1216.	2432.	4864.	9728.	19456.	38912.	77824.
39.	78.	156.	312.	624.	1248.	2496.	4992.	9984.	19968.	39936.	79872.
40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.	10240.	20480.	40960.	81920.
41.	82.	164.	328.	656.	1312.	2624.	5248.	10496.	20992.	41984.	83968.
42.	84.	168.	336.	672.	1344.	2688.	5376.	10752.	21504.	43008.	86016.
43.	86.	172.	344.	688.	1376.	2752.	5504.	11008.	22016.	44032.	88064.
44.	88.	176.	352.	704.	1408.	2816.	5632.	11264.	22528.	45056.	90112.
45.	90.	180.	360.	720.	1440.	2880.	5760.	11520.	23040.	46080.	92160.
46.	92.	184.	368.	736.	1472.	2944.	5888.	11776.	23552.	47104.	94208.
47.	94.	188.	376.	752.	1504.	3008.	6016.	12032.	24064.	48128.	96256.
48.	96.	192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.	12288.	24576.	49152.	98304.
49.	98.	196.	392.	784.	1568.	3136.	6272.	12544.	25088.	50176.	100352.
50.	100.	200.	400.	800.	1600.	3200.	6400.	12800.	25600.	51200.	102400.
51.	102.	204.	408.	816.	1632.	3264.	6528.	13056.	26112.	52224.	104448.
52.	104.	208.	416.	832.	1664.	3328.	6656.	13312.	26624.	53248.	106496.
53.	106.	212.	424.	848.	1696.	3392.	6784.	13568.	27136.	54272.	108544.
54.	108.	216.	432.	864.	1728.	3456.	6912.	13824.	27648.	55296.	110592.
55.	110.	220.	440.	880.	1760.	3520.	7040.	14080.	28160.	56320.	112640.
56.	112.	224.	448.	896.	1792.	3584.	7168.	14336.	28672.	57344.	114688.
57.	114.	228.	456.	912.	1824.	3648.	7296.	14592.	29184.	58368.	116736.
58.	116.	232.	464.	928.	1856.	3712.	7424.	14848.	29696.	59392.	118784.
59.	118.	236.	472.	944.	1888.	3776.	7552.	15104.	30208.	60416.	120832.
60.	120.	240.	480.	960.	1920.	3840.	7680.	15360.	30720.	61440.	122880.
61.	122.	244.	488.	976.	1952.	3904.	7808.	15616.	31232.	62464.	124928.
62.	124.	248.	496.	992.	1984.	3968.	7936.	15872.	31744.	63488.	126976.
63.	126.	252.	504.	1008.	2016.	4032.	8064.	16128.	32256.	64512.	129024.
64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.	16384.	32768.	65536.	131072.
65.	130.	260.	520.	1040.	2080.	4160.	8320.	16640.	33280.	66560.	133120.
66.	132.	264.	528.	1056.	2112.	4224.	8448.	16896.	33792.	67584.	135168.
67.	134.	268.	536.	1072.	2144.	4288.	8576.	17152.	34304.	68608.	137216.
68.	136.	272.	544.	1088.	2176.	4352.	8704.	17408.	34816.	69632.	139264.
69.	138.	276.	552.	1104.	2208.	4416.	8832.	17664.	35328.	70656.	141312.
70.	140.	280.	560.	1120.	2240.	4480.	8960.	17920.	35840.	71680.	143360.
71.	142.	284.	568.	1136.	2272.	4544.	9088.	18176.	36352.	72704.	145408.
72.	144.	288.	576.	1152.	2304.	4608.	9216.	18432.	36864.	73728.	147456.
73.	146.	292.	584.	1168.	2336.	4672.	9344.	18688.	37376.	74752.	149504.
74.	148.	296.	592.	1184.	2368.	4736.	9472.	18944.	37888.	75776.	151552.
75.	150.	300.	600.	1200.	2400.	4800.	9600.	19200.	38400.	76800.	153600.
76.	152.	304.	608.	1216.	2432.	4864.	9728.	19456.	38912.	77824.	155648.
77.	154.	308.	616.	1232.	2464.	4928.	9856.	19712.	39424.	78848.	157696.
78.	156.	312.	624.	1248.	2496.	4992.	9984.	19968.	39936.	79872.	159744.
79.	158.	316.	632.	1264.	2528.	5056.	10112.	20224.	40448.	80896.	161792.
80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.	10240.	20480.	40960.	81920.	163840.
81.	162.	324.	648.	1296.	2592.	5184.	10368.	20736.	41472.	82944.	165888.
82.	164.	328.	656.	1312.	2624.	5248.	10496.	20992.	41984.	83968.	167936.
83.	166.	332.	664.	1328.	2656.	5312.	10624.	21248.	42496.	84992.	169984.
84.	168.	336.	672.	1344.	2688.	5376.	10752.	21504.	43008.	86016.	172032.
85.	170.	340.	680.	1360.	2720.	5440.	10880.	21760.	43520.	87040.	174080.
86.	172.	344.	688.	1376.	2752.	5504.	11008.	22016.	44032.	88064.	176128.
87.	174.	348.	696.	1392.	2784.	5568.	11136.	22272.	44544.	89088.	178176.
88.	176.	352.	704.	1408.	2816.	5632.	11264.	22528.	45056.	90112.	180224.
89.	178.	356.	712.	1424.	2848.	5696.	11392.	22784.	45568.	91136.	182272.
90.	180.	360.	720.	1440.	2880.	5760.	11520.	23040.	46080.	92160.	184320.
91.	182.	364.	728.	1456.	2912.	5824.	11648.	23296.	46592.	93184.	186368.
92.	184.	368.	736.	1472.	2944.	5888.	11776.	23552.	47104.	94208.	188416.
93.	186.	372.	744.	1488.	2976.	5952.	11904.	23808.	47616.	95232.	190464.
94.	188.	376.	752.	1504.	3008.	6016.	12032.	24064.	48128.	96256.	192512.
95.	190.	380.	760.	1520.	3040.	6080.	12160.	24320.	48640.	97280.	194560.
96.	192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.	12288.	24576.	49152.	98304.	196608.
97.	194.	388.	776.	1552.	3104.	6208.	12416.	24832.	49664.	99328.	198656.
98.	196.	392.	784.	1568.	3136.	6272.	12544.	25088.	50176.	100352.	200704.
99.	198.	396.	792.	1584.	3168.	6336.	12672.	25344.	50688.	101376.	202752.
100.	200.	400.	800.	1600.	3200.	6400.	12800.	25600.	51200.	102400.	204800.
101.	202.	404.	808.	1616.	3232.	6464.	12928.	25856.	51712.	103424.	206848.
102.	204.	408.	816.	1632.	3264.	6528.	13056.	26112.	52224.	104448.	208896.
103.	206.	412.	824.	1648.	3296.	6592.	13184.	26368.	52736.	105472.	210944.
104.	208.	416.	832.	1664.	3328.	6656.	13312.	26624.	53248.	106496.	212992.
105.	210.	420.	840.	1680.	3360.	6720.	13440.	26880.	53760.	107520.	215040.
106.	212.	424.	848.	1696.	3392.	6784.	13568.	27136.	54272.	108544.	217088.
107.	214.	428.	856.	1712.	3424.	6848.	13696.	27392.	54784.	109568.	219136.
108.	216.	432.	864.	1728.	3456.	6912.	13824.	27648.	55296.	110592.	221184.
109.	218.	436.	872.	1744.	3488.	6976.	13952.	27904.	55808.	111616.	223232.
110.	220.	440.	880.	1760.	3520.	7040.	14080.	28160.	56320.	112640.	225280.
111.	222.	444.	888.	1776.	3552.	7104.	14208.	28416.	56832.	113664.	227328.
112.	224.	448.	896.	1792.	3584.	7168.	14336.	28672.	57344.	114688.	229376.
113.	226.	452.	904.	1808.	3616.	7232.	14464.	28928.	57856.	115712.	231424.
114.	228.	456.	912.	1824.	3648.	7296.	14592.	29184.	58368.	116736.	233472.
115.	230.	460.	920.	1840.	3680.	7360.	14720.	29440.	58880.	117760.	235520.
116.	232.	464.	928.	1856.	3712.	7424.	14848.	29696.	59392.	118784.	237568.
117.	234.	468.	936.	1872.	3744.	7488.	14976.	29952.	59904.	119808.	239616.
118.	236.	472.	944.	1888.	3776.	7552.	15104.	30208.	60416.	120832.	241664.
119.	238.	476.	952.	1904.	3808.	7616.	15232.	30464.	60928.	121856.	243712.
120.	240.	480.	960.	1920.	3840.	7680.	15360.	30720.	61440.	122880.	245760.
121.	242.	484.	968.	1936.	3872.	7744.	15488.	30976.	61952.	123904.	247808.
122.	244.	488.	976.	1952.	3904.	7808.	15616.	31232.	62464.	124928.	249856.
123.	246.	492.	984.	1968.	3936.	7872.	15744.	31488.	62976.	125952.	251904.
124.	248.	496.	992.	1984.	3968.	7936.	15872.	31744.	63488.	126976.	254952.
125.	250.	500.	1000.	2000.	4000.	8000.	16000.	32000.	64000.	128000.	256000.
126.	252.	504.	1008.	2016.	4032.	8064.	16128.	32256.	64512.	129024.	258048.
127.	254.	508.	1016.	2032.	4064.	8128.	16256.	32512.	65024.	130048.	260096.
128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.	16384.	32768.	65536.	131072.	262144.
129.	258.	516.	1032.	2064.	4128.	8256.	16512.	33024.	66048.	132096.	264192.
130.	260.	520.	1040.	2080.	4160.	8320.	16640.	33280.	66560.	133120.	266240.
131.	262.	524.	1048.	2096.	4192.	8384.	16768.	33536.	67072.	134144.	268288.
132.	264.	528.	1056.	2112.	4224.	8448.	16896.	33792.	67584.	135168.	270336.
133.	266.	532.	1064.	2128.	4256.	8512.	17024.	34048.	68096.	136192.	272384.
134.	268.	536.	1072.	2144.	4288.	8576.	17152.	34304.	68608.	137216.	274432.
135.	270.	540.	1080.	2160.	4320.	8640.	17280.	34560.	69120.	138240.	276480.
136.	272.	544.	1088.	2176.	4352.	8704.	17408.	34816.	69632.	139264.	278528.
137.	274.	548.	1096.	2192.	4384.	8768.	17536.	35072.	70144.	140288.	280576.
138.	276.	552.	1104.	2208.	4416.	8832.	17664.	35328.	70656.	141312.	282624.
139.	278.	556.	1112.	2224.	4448.	8896.	17792.	35584.	71168.	142336.	284672.
140.	280.	560.	1120.	2240.	4480.	8960.	17920.	35840.	71680.	143360.	286720.
141.	282.	564.	1128.	2256.	4512.	9024.	18048.	36096.	72192.	144384.	288768.
142.	284.	568.	1136.	2272.	4544.	9088.	18176.	36352.	72704.	145408.	290816.
143.	286.	572.	1144.	2288.	4576.	9152.	18304.	36608.	73216.	146432.	292864.
144.	288.	576.	1152.	2304.	4608.	9216.	18432.	36864.	73728.	147456.	294912.
145.	290.	580.	1160.	2320.	4640.	9280.	18560.	37120.	74240.	148480.	296960.
146.	292.	584.	1168.	2336.	4672.	9344.	18688.	37376.	74752.	149504.	299008.
147.	294.	588.	1176.	2352.	4704.	9408.	18816.	37632.	75264.	150528.	301056.
148.	296.	592.	1184.	2368.	4736.	9472.	18944.	37888.	75776.	151552.	303104.
149.	298.	596.	1192.	2384.	4768.	9536.	19072.	38144.	76288.	152576.	305152.
150.	300.	600.	1200.	2400.	4800.	9600.	19200.	38400.	76800.	153600.	307200.
151.	302.	604.	1208.	2416.	4832.	9664.	19328.	38656.	77312.	154624.	309248.
152.	304.	608.	1216.	2432.	4864.	9728.	19456.	38912.	77824.	155648.	311296.
153.	306.	612.	1224.	2448.	4896.	9792.	19584.	39168.	78336.	156672.	313344.
154.	308.	616.	1232.	2464.	4928.	9856.	19712.	39424.	78848.	157696.	315392.
155.	310.	620.	1240.	2480.	4960.	9920.	19840.	39680.	79360.	158720.	317440.
156.	312.	624.	1248.	2496.	4992.	9984.	19968.	39936.	79872.	159744.	319488.
157.	314.	628.	1256.	2512.	5024.	10048.	20096.	40192.	80384.	160768.	321536.
158.	316.	632.	1264.	2528.	5056.	10112.	20224.	40448.	80896.	161792.	323584.
159.	318.	636.	1272.	2544.	5088.	10176.	20352.	40704.	81408.	162816.	325632.
160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.	10240.	20480.	40960.	81920.	163840.	327680.
161.	322.	644.	1288.	2576.	5152.	10304.	20608.	41216.	82432.	164864.	329728.
162.	324.	648.	1296.	2592.	5184.	10368.	20736.	41472.	82944.	165888.	331776.
163.	326.	652.	1304.	2608.	5216.	10432.	20864.	41728.	83456.	166912.	333824.
164.	328.	656.	1312.	2624.	5248.	10496.	20992.	41984.	83968.	167936.	335872.
165.	330.	660.	1320.	2640.	5280.	10560.	21120.	42240.	84480.	168960.	337920.
166.	332.	664.	1328.	2656.	5312.	10624.	21248.	42496.	84992.	169984.	339968.
167.	334.	668.	1336.	2672.	5344.	10688.	21376.	42752.	85504.	171008.	342016.
168.	336.	672.	1344.	2688.	5376.	10752.	21504.	43008.	86016.	172032.	344064.
169.	338.	676.	1352.	2704.	5408.	10816.	21632.	43264.	86528.	173056.	346112.
170.	340.	680.	1360.	2720.	5440.	10880.	21760.	43520.	87040.	174080.	348160.
171.	342.	684.	1368.	2736.	5472.	10944.	21888.	43776.	87552.	175104.	350208.
172.	344.	688.	1376.	2752.	5504.	11008.	22016.	44032.	88064.	176128.	352256.
173.	346.	692.	1384.	2768.	5536.	11072.	22144.	44288.	88576.	177152.	354304.
174.	348.	696.	1392.	2784.	5568.	11136.	22272.	44544.	89088.	178176.	356352.
175.	350.	700.	1400.	2800.	5600.	11200.	22400.	44800.	89600.	179200.	358400.
176.	352.	704.	1408.	2816.	5632.	11264.	22528.	45056.	90112.	180224.	360448.
177.	354.	708.	1416.	2832.	5664.	11328.	22656.	45312.	90624.	181248.	362496.
178.	356.	712.	1424.	2848.	5696.	11392.	22784.	45568.	91136.	182272.	364544.
179.	358.	716.	1432.	2864.	5728.	11456.	22912.	45824.	91648.	183296.	366592.
180.	360.	720.	1440.	2880.	5760.	11520.	23040.	46080.	92160.	184320.	368640.
181.	362.	724.	1448.	2896.	5792.	11584.	23168.	46336.	92672.	185344.	370688.
182.	364.	728.	1456.	2912.	5824.	11648.	23296.	46592.	93184.	186368.	372736.
183.	366.	732.	1464.	2928.	5856.	11712.	23424.	46848.	93696.	187392.	374784.
184.	368.	736.	1472.	2944.	5888.	11776.	23552.	47104.	94208.	188416.	376832.
185.	370.	740.	1480.	2960.	5920.	11840.	23680.	47360.	94720.	189440.	378880.
186.	372.	744.	1488.	2976.	5952.	11904.	23808.	47616.	95232.	190464.	380928.
187.	374.	748.	1496.	2992.	5984.	11968.	23936.	47872.	95744.	191488.	382976.
188.	376.	752.	1504.	3008.	6016.	12032.	24064.	48128.	96256.	192512.	385024.
189.	378.	756.	1512.	3024.	6048.	12096.	24192.	48384.	96768.	193536.	387072.
190.	380.	760.	1520.	3040.	6080.	12160.	24320.	48640.	97280.	194560.	389120.
191.	382.	764.	1528.	3056.	6112.	12224.	24448.	48896.	97792.	195584.	391168.
192.	384.	768.	1536.	3072.	6144.	12288.	24576.	49152.	98304.	196608.	393216.
193.	386.	772.	1544.	3088.	6176.	12352.	24704.	49408.	98816.	197632.	395264.
194.	388.	776.	1552.	3104.	6208.	12416.	24832.	49664.	99328.	198656.	397312.
195.	390.	780.	1560.	3120.	6240.	12480.	24960.	49920.	99840.	199680.	399360.
196.	392.	784.	1568.	3136.	6272.	12544.	25088.	50176.	100352.	200704.	401408.
197.	394.	788.	1576.	3152.	6304.	12608.	25216.	50432.	100864.	201728.	403456.
198.	396.	792.	1584.	3168.	6336.	12672.	25344.	50688.	101376.	202752.	405504.
199.	398.	796.	1592.	3184.	6368.	12736.	25472.	50944.	101888.	203776.	407552.
200.	400.	800.	1600.	3200.	6400.	12800.	25600.	51200.	102400.	204800.	409600.
201.	402.	804.	1608.	3216.	6432.	12864.	25728.	51456.	102912.	205824.	411648.
202.	404.	808.	1616.	3232.	6464.	12928.	25856.	51712.	103424.	206848.	413696.
203.	406.	812.	1624.	3248.	6496.	12992.	25984.	51968.	103936.	207872.	415744.
204.	408.	816.	1632.	3264.	6528.	13056.	26112.	52224.	104448.	208896.	417792.
205.	410.	820.	1640.	3280.	6560.	13120.	26240.	52480.	104960.	209920.	419840.
206.	412.	824.	1648.	3296.	6592.	13184.	26368.	52736.	105472.	210944.	421888.
207.	414.	828.	1656.	3312.	6624.	13248.	26496.	52992.	105984.	211968.	423936.
208.	416.	832.	1664.	3328.	6656.	13312.	26624.	53248.	106496.	212992.	425984.
209.	418.	836.	1672.	3344.	6688.	13376.	26752.	53504.	107008.	214016.	428032.
210.	420.	840.	1680.	3360.	6720.	13440.	26880.	53760.	107520.	215040.	430080.
211.	422.	844.	1688.	3376.	6752.	13504.	27008.	54016.	108032.	216064.	432128.
212.	424.	848.	1696.	3392.	6784.	13568.	27136.	54272.	108544.	217088.	434176.
213.	426.	852.	1704.	3408.	6816.	13632.	27264.	54528.	109056.	218112.	436224.
214.	428.	856.	1712.	3424.	6848.	13696.	27392.	54784.	109568.	219136.	438272.
215.	430.	860.	1720.	3440.	6880.	13760.	27520.	55040.	110080.	220160.	440320.
216.	432.	864.	1728.	3456.	6912.	13824.	27648.	55296.	110592.	221184.	442368.
217.	434.	868.	1736.	3472.	6944.	13888.	27776.	55552.	111104.	222208.	444416.
218.	436.	872.	1744.	3488.	6976.	13952.	27904.	55808.	111616.	223232.	446464.
219.	438.	876.	1752.	3504.	7008.	14016.	28032.	56064.	112128.	224256.	448512.
220.	440.	880.	1760.	3520.	7040.	14080.	28160.	56320.	112640.	225280.	450560.
221.	442.	884.	1768.	3536.	7072.	14144.	28288.	56576.	113152.	226304.	452608.
222.	444.	888.	1776.	3552.	7104.	14208.	28416.	56832.	113664.	227328.	454656.
223.	446.	892.	1784.	3568.	7136.	14272.	28544.	57088.	114176.	228352.	456704.
224.	448.	896.	1792.	3584.	7168.	14336.	28672.	57344.	114688.	229376.	458752.
225.	450.	900.	1800.	3600.	7200.	14400.	28800.	57600.	115200.	230400.	460800.
226.	452.	904.	1808.	3616.	7232.	14464.	28928.	57856.	115712.	231424.	462848.
227.	454.	908.	1816.	3632.	7264.	14528.	29056.	58112.	116224.	232448.	464896.
228.	456.	912.	1824.	3648.	7296.	14592.	29184.	58368.	116736.	233472.	466944.
229.	458.	916.	1832.	3664.	7328.	14656.	29312.	58624.	117248.	234496.	468992.
230.	460.	920.	1840.	3680.	7360.	14720.	29440.	58880.	117760.	235520.	471040.
231.	462.	924.	1848.	3696.	7392.	14784.	29568.	59136.	118272.	236544.	473088.
232.	464.	928.	1856.	3712.	7424.	14848.	29696.	59392.	118784.	237568.	475136.
233.	466.	932.	1864.	3728.	7456.	14912.	29824.	59648.	119296.	238592.	477184.
234.	468.	936.	1872.	3744.	7488.	14976.	29952.	59904.	119808.	239616.	479232.
235.	470.	940.	1880.	3760.	7520.	15040.	30080.	60160.	120320.	240640.	481280.
236.	472.	944.	1888.	3776.	7552.	15104.	30208.	60416.	120832.	241664.	483328.
237.	474.	948.	1896.	3792.	7584.	15168.	30336.	60672.	121344.	242688.	485376.
238.	476.	952.	1904.	3808.	7616.	15232.	30464.	60928.	121856.	243712.	487424.
239.	478.	956.	1912.	3824.	7648.	15296.	30592.	61184.	122368.	244736.	489472.
240.	480.	960.	1920.	3840.	7680.	15360.	30720.	61440.	122880.	245760.	491520.
241.	482.	964.	1928.	3856.	7712.	15424.	30848.	61696.	123392.	246784.	493568.
242.	484.	968.	1936.	3872.	7744.	15488.	30976.	61952.	123904.	247808.	495616.
243.	486.	972.	1944.	3888.	7776.	15552.	31104.	62208.	124416.	248832.	497664.
244.	488.	976.	1952.	3904.	7808.	15616.	31232.	62464.	124928.	249856.	499712.
245.	490.	980.	1960.	3920.	7840.	15680.	31360.	62720.	125440.	250880.	501760.
246.	492.	984.	1968.	3936.	7872.	15744.	31488.	62976.	125952.	251904.	503808.
247.	494.	988.	1976.	3952.	7904.	15808.	31616.	63232.	126464.	252928.	505856.
248.	496.	992.	1984.	3968.	7936.	15872.	31744.	63488.	126976.	253952.	507904.
249.	498.	996.	1992.	3984.	7968.	15936.	31872.	63744.	127488.	254976.	509952.
250.	500.	1000.	2000.	4000.	8000.	16000.	32000.	64000.	128000.	256000.	512000.
251.	502.	1004.	2008.	4016.	8032.	16064.	32128.	64256.	128512.	257024.	514048.
252.	504.	1008.	2016.	4032.	8064.	16128.	32256.	64512.	129024.	258048.	516096.
253.	506.	1012.	2024.	4048.	8096.	16192.	32384.	64768.	129536.	259072.	518144.
254.	508.	1016.	2032.	4064.	8128.	16256.	32512.	65024.	130048.	260096.	520192.
255.	510.	1020.	2040.	4080.	8160.	16320.	32640.	65280.	130560.	261120.	522240.
256.	512.	1024.	2048.	4096.	8192.	16384.	32768.	65536.	131072.	262144.	524288.

vnita		cen.		cn.	cen.cen.	primi rel.	cen.cn.	secondi rel.	cen.cen.cen.	cn. cn.	cen.cn.rel.

Per ben intendere questi soprascritti dodici ordini di numeri, bisogna leggerli voltando questa riga verso di se cominciando dalla vnita.

Di un'altra seconda natural creatione di numeri quadrati, cubi, cossi di cossi, primi relati, & gli altri che conseguentemente vanno seguendo.

1
Vedora l'origine, over creatione naturale di sopra detti numeri figurati, over digurati, cioe numeri quadrati, cubi, cossi di cossi, primi relati, cossi cubi, & tutti gli altri, che vanno seguendo, si può dire, che Euclide nella nona propositione del suo nono libro ne la facia manifesta, nella qual propositione dice in questa forma.

Se della vnità saranno disposti quanti numeri si voglia di continua proportionalità, & quello, che segue la vnità sia quadrato, tutti gli altri anchora saranno quadrati, & quello, che segue la vnità sia cubo, tutti gli altri anchora saranno cubi. Alla qual propositione (anchora che Euclide non la dica per breuità) si può aggiongere, & dimostrare, che se quello che segue la vnità sia cossico cossico, tutti gli altri anchora saranno cossi di cossi, & se quello che segue la vnità sia primo relato, tutti gli altri saranno primi relati, il medesimo seguirà in tutti gli altri, che vanno seguendo, & senocche questo sono breuemente di sua manifesto. Essempi grazia sono questi cinque numeri della vnità continua proportionali 1. 4. 16. 64. 256. & perche quello che segue la vnità è numero quadrato (per esser 4.) tutti gli altri sono quadrati. Et per non fare in vn tutto essempio anchora questi altri cinque 1. 8. 32. 128. 512. & perche quello, che segue la vnità è numero quadrato (per esser 8.) tutti gli altri sono numeri quadrati, il medesimo seguirà quando che il detto secondo numero sarà qual si voglia altro maggior numero quadrato. Horper venire gli altri sono quelli altri cinque numeri della vnità continua 1. 8. 64. 512. 4096. & perche il secondo è cubo (per esser 8.) tutti gli altri sono cubi, & così quelli altri quanto 1. 64. 512. 4096. perche quello, che segue la vnità è numero cubo, si vede tutti gli altri esser cubi, il medesimo seguirà seguire in tutte le altre dignità le ne lascio speculatione.

Della propria, & natural origine, over creatione di numeri quadrati.

3
La propria, & naturale creatione di numeri quadrati, non vi è dubbio alcuno, che la non sia quella seconda specie di progressione arithmetica, come si anchora detto nella fine del secondo capo del primo libro, cioe che sommando quanti numeri si voglia continui, dalla vnità nella seconda specie di progressione arithmetica, cioe in quella continua proportionalità arithmetica, che dalla vnità va sempre crescendo per 2. tal somma sempre produrrà numero quadrato, & perche nel progredire così va creando ordinatamente, cominciando dal primo, & poi dal secondo, & dopoi terzo, & dopoi quarto, & così nel ordine va formando tutti gli altri, e però conseguentemente il può dire nel specie di progressione arithmetica, che la vnità sia madre di numeri quadrati. Essempi grazia sono questi 1. numeri della vnità continua proportionalità arithmetica 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. cioe che sommando la semplice vnità di tal progressione, se dara per 1. qual è ordine vno, & primo, & capo di tutti i numeri quadrati. Poi sommando anchora la detta vnità con quel 3. che gli segue apresso sara 4. il qual è in ordine sara il secondo numero quadrato. Similmente sommando anchora tutti i termini di tal progressione, cioe 1. 3. 5. trouarai che faranno 9. che sara il terzo di numeri quadrati, & così sommando li primi quattro numeri di tal progressione, cioe 1. 3. 5. 7. trouarai che faranno 16. per il quarto di numeri quadrati, & così sommando quelli cinque 1. 3. 5. 7. 9. trouarai che faranno 25. per il quinto di numeri quadrati. Similmente sommando quelli sei 1. 3. 5. 7. 9. 11. trouarai che faranno 36. per il sesto di numeri quadrati. Similmente sommando quelli sette termini 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. trouarai che ne faranno 49. per il settimo di detti numeri quadrati. Similmente sommando quelli altri otto termini 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. trouarai che ne faranno 64. per l'ottavo di numeri quadrati. Similmente sommando quelli noue termini 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. trouarai che ne faranno 81. per il noue di numeri quadrati, & così sommando quelli 10. termini 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. trouarai che ne faranno 100. per il decimo di numeri quadrati, & perche nel progressione si può proseguir a infinito, e però non si può negare che quella non sia la generatrice, & madre di tutti i numeri quadrati.

Corollario primo.

Dalla sopra detta creatione di numeri quadrati è manifesto, che nel luogo hauera vn numero quadrato nell'ordine di numeri quadrati quanto sia il numero di termini, che in lor somma concorrono alla sua creatione. Essempi grazia perche alla creatione del 4. vi concorre due di detti numeri

mini della progreſſione, ſi dara il dato quanto che ſi ſuccede di numeri quadrati, il medeſimo ſuccedera de gli altri.

Correlario ſecondo.

Anchora ſi manifeſta, dalle coſe dette, che il numero del lato di qual ſi voglia numero quadrato, ne dinota il numero di termini, che in ſummadarano concorſi alla ſua creatione. Essempi gratia perche il lato del 9. è 3. (cioe la radice di quello) e però dirano alla creatione del detto 9. eſſerſi concorſi 3. di detti termini della progreſſione.

Correlario terzo.

Anchora ſi manifeſta, che nella ſopradetta progreſſione vi concorre tutti li numeri diſpari, & che niun numero pare vi ſi gli interpone, e però ſi può dire, tutti li numeri quadrati eſſer proceduti dalle ſomme di numeri diſpari, ordinatamente diſpoſti dalla vnità, di mano in mano progreſſiuamente aſcendendo, & ſommando.

Di alcune queſtioni, leguali per mezzo della precedente declaratione, & di tutti correlarij facilmente ſi riſolueno.

4 VOlendo con ſomma breuità ſapere di quanti numeri diſpari ſia compoſto qual ſi voglia numero quadrato propoſto, & il nome ordinario di tal numero quadrato. Cauſi la radice di quello (per hauer il ſuo lato) & tanto quanto ſara tal radice, tanti ſaranno li numeri diſpari componenti quello, & anchora tanto ſara il numero ordinario di tal numero quadrato. Essempi gratia volendo ſapere di quanti numeri diſpari ſia fatto ſummare 49. cauſi la radice di 49. che è 7. & coſi da 7 numeri diſpari è ſtato compoſto il detto 49. (intendendo ſempre dalla vnità progreſſiuamente aſcendendo) i quali ſaranno quelli 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. Anchora ſi ſopradetto mi dimanda il detto 49. eſſer il ſettimo numero quadrato. Volendo anchora con ſomma breuità trouar l'vltimo di numeri diſpari concorſi alla formatione di qual ſi voglia numero quadrato propoſto. Troui la radice di quel tal numero quadrato, & quella duplica, & di quel duplicato cauane 1. per regola ferma, & il rimanente ſara il detto numero cercato, cioe l'vltimo di numeri diſpari concorſi alla formatione di tal numero quadrato. Essempi gratia volendo ſapere l'vltimo di numeri diſpari concorſi alla formatione di 169. troua la radice di 169. che ſara 13. duplicala fa 26. cauane 1. per regola reſta 25. & coſi 25 fu l'vltimo di numeri diſpari concorſi alla creation del detto 169. che ſe ne ſtato la proua ordinaria, prouarai coſi eſſere.

La cauſa di queſta regola è queſta, ma fia per la precedente, che la radice del detto 169. cioe quel 13. eſſere il numero di termini diſpari, che concorſero alla formatione del detto 169. & per la ſeconda del ſudetto capo del primo libro. Tu ſai che a voler trouar la ſumma di detti 13. numeri di tal progreſſione, la quale ſumma in queſto caſo ſara quel 169. la regola vuole, che ſi moltiplichi il numero di termini, cioe quel 13. fia la meta della ſumma del primo, & dell'vltimo, & la ſumma del primo, & dell'vltimo, in queſto caſo è neceſſario, che ſia il doppio del detto 13. cioe 26. Se adunque la ſumma del primo, & dell'vltimo è 26. già ſai che il primo è la vnità, cauando adunque la vnità del detto 26. reſtara 25. per l'vltimo di detti numeri diſpari, che è il propoſito.

5 OVa che non ſolamente ſopra li numeri quadrati può occorrere ſimili queſtioni, ma anchora in altri verſi, che ſono la notitia delle regole dette di ſopra, & delle progreſſioni ſi rendera aſſai facile alli ſtudioſi, & maſſime nelli numeri grandi. Essempi gratia ſi ſtima ſapere, ouer che ſi ricerchi di ſapere quanti numeri diſpari concorreno alla formatione ponimo di 6400. caua la radice del detto 6400. che ſara 80. & coſi con ſomma breuità potrai riſpondere alli numeri diſpari eſſer 80. Iquali coſa volendola riſolvere manualmente, cioe a tallone (come ſono li ricchi di regione) vi andaria aſſai, & quando che in tal queſtione ti occorreſſe di voler ſapere l'vltimo di detti 80. numeri diſpari, duplica quel 80. fa 160. cauane 1. (per le ragioni di ſopra addotte) reſtara 159. cotanto ſia l'vltimo di detti 80. numeri diſpari

6 A Quando che per ſorte il numero propoſto non fuſſe numero quadrato, ma poteſſi riſpondere al numero che eſſer compoſto di numeri diſpari dalla vnità ordinatamente diſpoſti, e però al queſtione poteſſi hauer più riſpoſte. Essempi gratia volendo ſapere di quanti numeri diſpari ſia compoſto 40. perche il detto 40. non è numero quadrato, dico che non è compoſto di numeri diſpari dalla vnità progreſſiuamente diſpoſti, e però per ragione non ſi può dare determinata riſpoſta, ma procedendo a tallone, come ſanno li ricchi di regione, ſi poteria riſpondere eſſer compoſto di quelli dui numeri diſpari 19. & 21. cioe

Varie questioni sopra li numeri quadrati.

7 TRouami dui numeri quadrati, che giunti insieme facciano numero quadrato, cosa che qui fin, & anche altre, che seguano (& altro non ti dico) ti debbe intendere di numeri quadrati semplici, & non fendi (dove lanza vorrà) per risolvere al questione per le regole, & maniere date, sui dette sopra, che nella progressione di numeri dispari v'incontrano anco li numeri quadrati dispari, epero non vorrei qui ti pare di quelli, & così ale non ti pare seguire, che giunto ciò quel numero quadrato, che li fornisca con la summa de gl'altri antichi numeri dispari vedrà la vera fra quelli essere numero quadrato, & impegnata per trouare li detti dui numeri quadrati, che giunti insieme facciano anchora numero quadrato, trouo un numero quadrato dispari, qual ti pare (accennando la mano) hor pigliamo = 1. & perche quello = 1. naturalmente nella progressione de tutti li numeri dispari, dalli quali li gliamo = 1. & perche quello = 1. naturalmente nella progressione de tutti li numeri dispari, dalli quali li cresciuti li numeri quadrati, epero la summa di tutti gl'altri numeri dispari di sopra dal detto = 1. (vedrà la vista) fara numero quadrato, alliquali summa giunti anchora quel = 1. fara anchora numero quadrato, & perche l'ultimo di quelli numeri dispari di sopra dal detto = 1. viene ad esser = 3. & la summa di quelli con gl'altri fino alla vista (per la regola data in nel precedente) fara = 1. numero quadrato, alliquali giunto il detto numero dispari (cioe quel = 3.) fara = 16. che pur

di quali sono 5. 12. & 13. & quelli saranno le tre addimandati numeri, ouer è che altri simili da quelli si ne possa trouare, & per altre regole, come per quella.

Di alcune regole sopra a quelli materie di numeri quadrati, addutte da Fra Luca, quali dice hauer cauate da vno particolar trattato di Leonardo Pisano, la qual è questa.

Vna regola da saper trouare dui numeri diuersi, che li loro quadrati gionti insieme facciano numero quadrato, addutta da Fra Luca, qual dice hauer cauata da vn particolar trattato di Leonardo Pisano, la qual è questa. Dice che per ritrouare le dette per regola seruata, & generale, che si debba trouare dui numeri quadrati, come ne pare, ma che siano cauati dui pari, ouer cauati dui di pari, perche la regola non serue, altramente, ouer trouare dui numeri, i quali vuol che fra loro sia proportione, come fra dui numeri quadrati a modo detto, cioè che detti numeri quadrati siano tutti dui pari, o tutti dui dispari, & troua, che hauendo tali numeri la detta proportione, bisogna che moltiplicato l'uno di detti contra l'altro fanno numero quadrato, & che altrer non basterebbe hauere la medesima proportione, che li numeri quadrati, bensì che il prodotto di vno in l'altro non hauesse radice diuersa.

Questa seconda conditione non vi accade a dire, anzi è tutta superflua, perche nel condizione seguita di necessità, cioè che hauendo la detta proportione, che è di numero quadrato, a numero quadrato, seguita di necessità, che li loro produtto sia numero quadrato, hor nella prima ponendo a vncinare di dui numeri quadrati, & siano pari, prouerai, & fia 4. & 16. quali tornati moltiplicati vno in l'altro di necessità fanno anche quadrato, come di sopra allegammo, & di 4. fia 16. fa 64. di quali prendi la radice, che è 8. & questo fara l'uno di detti numeri, poi per trouar l'altro fammi li detti dui numeri insieme, cioè 4. & 16. di necessità la somma loro fara pari, o siano tutti dui li numeri quadrati pari, ouer dispari, fara 20. della quale summa sempre pigliarai la metà, che è 10. & di questa metà ne cauarai il minor numero quadrato, che haurai, cioè 4. & resterà 6. per l'altro numero, che cercammo, & che detti che l'uno fia 8. l'altro 6. & li loro quadrati fanno 64. & 36. che aggionti insieme fanno 100. di cui radice è 10. Si che vedi, che a l'uno modo, & a l'altro si truoua il numero, hauendo che la loro summa non sofferisce, ma nell'operare la forma loro si dimostra, auenga che piu larga & piu stretta comparatione si conuenga la proportione nella quantità continua.

Quelli simili cose scriue anco, che si debbano quando noi non pigliamo prima numeri quadrati, ma solo dui che habbiano fra loro la proportione di dui quali vuoi numeri quadrati, cioè che ambo siano pari, ouer dispari a modo detto, il come pigliasse 10. & 40. fra quali è la proportione, che è fra 4. & 1. cioè quadrupla, & moltiplicato vno in l'altro fanno 400. che è numero quadrato, & se non sapessi certamente dui numeri, cioè che hauessero la proportione di dui numeri quadrati moltiplicando l'uno in l'altro facesse quadrato, & per la cosa ponendo per l'uno numero cose quanto il numero quadro che hauesse, cioè 4 cose per vno, & 16 cose per l'altro, ouer 9 cose per vno, & 25 cose per l'altro, ouer vna cosa per vno, & quattro cose per l'altro, poi moltiplicarai quelle cose vno in l'altro fra loro, & poserai che siano eguali a vn numero quadrato, qual vuoi, & ritrouerai la valore della cosa, & per quella trouerai detti numeri, o siano noti, o non noti, come di sopra, & ritrouerai come di 10. & 40. si ritrouano 400. del qual prendi la sua radice, cioè 20. che è quello che vno di numeri per la cosa addimandammo, poi per l'altro si come di sopra, cioè fammi 10. & 40. fa 50. della quale dirai, che prendi la metà, che è 25. & di quello cauarai minor numero, che habbia 10. per l'altro numero quadro, cioè li loro quadrati, che è 25. & 400. giunti insieme fanno 625. di cui radice è 25. fatta via qual modo vuoi, che l'uno, e l'altro è vero. & benche in questo luogo anche la somma delli dui numeri, che possono fra quali fussi (come è detto) la proportione, come ella è la proportione a ciascun di loro numeri, come la somma delli numeri

quadrati, a diffalco delli numeri quadrati, come per esperimento potrai facilmente, & quello basta a simili.

L'autore.

QVesta sopra scritta regola ho voluta registrare qui di parola in parola, come si trova nell'opera di fra Luca dal borgo, a carte 160 per due cause, l'una acciochè di tal regola ne habbi notitia, l'altra per verificar quello, che nel principio della prima parte, con delle regole negotiande da me fu detto, cioè nel numero hauer scoperto le cose di Leonardo Pisano senza ordine alcuno, & che questo fu il vero si può conoscere nella sopra scritta regola da lui posta quasi in principio della opera sua, & la vuol dare ad intendere al studente con progressioni, & proportioni, & con le regole di algebra, cioè per la positione della cosa secondo che habbia declinato li termini delle progressioni, & proportioni, & similmente quelli di l'algebra, & il medesimo conforma in molte altre.

La causa della sopra scritta regola.

LA causa della sopra scritta regola si assegna per la settima di quelle 13 conclusioni scritte dal Regiomontano sopra la decima libro del nono di Euclide, laqual dice in questa forma, di ogni numero diuiso in due parti eguali, & in due non eguali, lo produtto, che vien fatto della maggiore delle ineguali nella minore, con il quadrato della mezzana è eguale al quadrato della metà del tutto, il medesimo propone la quinta del secondo di Euclide. Et perche la sopra detta conclusione è di troppo alto studio, & ogni uno non è atto a quella intendere, senza noi bisogna, che la somma di dieci dati numeri quadrati, o non quadrati sotto a nostro piacer sia numero pare, accioche la detta somma (cioè il tutto) si possa dividere per mezzo senza rotto, & per questo bisogna che siano ambedoi pari, over dispari per la ragion detta, & bisogna anchora che il produtto di uno in l'altro sia numero quadrato, e pero li detti numeri, oltre necessario esser ambedoi quadrati, ouero nella proportione di duo numeri quadrati, accioche nel numero quadrato giunto con il quadrato della mezzana si regola il quadrato della mezza del tutto, il qual sara pur numero quadrato senza rotto, per esser detto numero pare (per le ragioni dette) & acciò meglio ne intendi nella regola di sopra per quelli dati numeri 10. & 40. i quali non sono quadrati, ma moltiplicati fanno numero quadrato. Et per tanto sopponemo la somma di quei 10. & 40. che fanno 50. esser tutto il numero diuiso nelle due parti 10. & 40. ineguali, & in due eguali, lequali fanno 25. & 25. & perche il produtto delle due ineguali è numero quadrato, che fara 400. & la ineguale alla detta diuisione si vien a esser la differentia, da 10. a 25. cioè da 40. a 25. che fanno 15. & il suo quadrato fara 225. il qual quadrato giunto con quel 400 (che è pur quadrato) tal somma fara eguale (per la detta proportione) al quadrato della mezza del tutto, cioè al quadrato di 25. che fanno 625. come di sopra fu concluso. Ma quando che la questione ne allegasse, che tai numeri fussero semplici (cioè senza rotti) si potriano eleggere li primi duoi numeri quadrati, cioè 1. & 4. perche, benche che la loro somma fusse numero dispari non importara, & la soluzione sara pur buona che non bisogna seruigiarsi della somma delli 5. poste dopo la decimaterza del nono, over la quinta del secondo di Euclide, come da se può considerare.

Anchora questa medesima regola di sopra adutta ne la allegna particolarmente Euclide nella seconda dopo la 30 propositione del detto decimo libro di noi tradutto, dico di noi tradutto, perche nelli testi vera di numero tal propositione, e pero ogni volta che farà allegato alcuna propositione del detto Euclide sempre si debbe intendere del nostro tradutto in volgare per le ragioni dette.

Di alcune altre regole generali del presente autore di nuouo ritrouate, per risolver con somma brevità varie questioni, che occorrer possino sopra di numeri quadrati.

13 SIando sul componere di numeri quadrati, ne si ricerche varie conditioni in degnerà esser notate sopra a tal materia, delle quali le prime siano quelle, che ogni dato numero diuiso nella proportione sesquiterza, over sesquialtera, cioè come da 4. a 3. ouero 3. a 4. la summa di loro quadrati sempre fara (largo modo) numero quadrato, & non solamente nelli numeri semplici, ma anchora nelli rotti, & fatti, & rotti.

14 LA medesima regola in ogni duoi, che siano collocati in quelle altre specie di proportioni (cioè come da 9. a 5. ouero da 3. a 2. ouero da 1. a 2. & altre. Et questo s'intenderà nelli numeri, come nelli maggiori ineguali, & di numero quadro (per abbreuiar scrittura) con ditempi ne possi particolarmente ragionare.

15 Le seconde conclusioni sono queste, che ogni duoi numeri quadrati (largo modo parlando) proportionali nella proportione, come da 16. a 9. giouti insieme sempre fanno numero quadrato, & non solamente nelli numeri simplici, ma anchora nelli rotti, & misti, & rotti.

16 Il medesimo seguita in ogni duoi numeri quadrati, che sono collocati in qualunque specie di proportione, che come da 144. a 81. ouer da 256. a 169. ouer da 225. a 64. & questo s'intende si nelli maggiore inequalita. Et non solamente nelli numeri simplici, ma (largo modo) anchora nelli rotti, & misti, & rotti. Et di tutto questo (per abbreuiar le parole) da te medesimo con esempij te ne potrai facilmente verificare.

Questioni che per la notitia delle sopra date conclusioni con facilita breuita si possono risolvere.

17 Dicesti duoi numeri che liloro quadrati giouti insieme faccino numero quadrato. Anchora che questa in varij modi per le regole per auanti date, si possa risolvere, nondimeno per la prima delle sopra date conclusioni, voglio che la risolviamo. Et per tanto tu puoi pigliar per l'uno di detti duoi numeri, che numero ti piace, ma per fabricar rotti, tu puoi pigliar vn numero, che sia diuisibile per 3. & per 4. ma per venire alle cose più chiare, voglio che pigliamo 12. il quale non è diuisibile, ne per 3. ne per 4. & per trouar l'altro numero trouaremo conseguentemente detto 12. come di 3. a 4. & questo trouaremo con la regola del tre, dicendo, se 4. mi dà 3. che mi darà 12. operando che mostrai, che ti darà 9. & questo fia l'altro numero, li quadrati di quali 12. e 9. (per esser di questa proportione) fanno numero quadrato, & se ne vorrai far la prova naturale, trouarai liloro quadrati esser 144. & l'altro 81. & quelli giouti insieme fanno 225. che è numero quadrato, la cui radice è 15. & cosi modo ne potrai trouare infiniti.

Tu potrai anchora far che 12. resulti conseguente, cioe trouar il suo antecedente dicendo, se 3. mi dà 4. che mi darà 12. operando che trouarai, che ti darà 16. & così li quadrati di detti duoi numeri 9. & 16. (per esser nella detta proportione di 3. a 4. ouer di 4. a 3.) fanno numero quadrato, & se ne vorrai far la prova, quadrati li detti duoi numeri 9. & 16. & trouarai l'uno di detti quadrati esser 81. & l'altro 256. quali giouti insieme fanno 337. che è numero quadrato, la cui radice è 25. & cosi ordine ne potrai trouar infiniti altri.

Corolario primo.

Onde si manifesta, che a ogni proposto numero si può sempre trouar duoi altri numeri, che il quadrato di qual si voglia di quelli, giouato con il quadrato del detto proposto numero fia numero quadrato.

Corolario secondo.

Anchora si manifesta, che il detto proposto numero vien a esser medio in continua proportione, come da 49. a 25. fra li detti duoi numeri trouati.

Da notare.

Ora che il medesimo ordine seguita dando, over trouando vn conseguente, ouer vn antecedente al detto 12. in quelle altre specie di proportioni auanzate nella decimaquinta, trouarai altri numeri, che il quadrato di ciascuno di quelli, giouato con il quadrato del detto 12. faranno pur numero quadrato.

Corolario.

Onde si manifesta, che a ogni proposto numero si può trouar molti numeri, & in diuerse proportioni, che il quadrato di qual si voglia di quelli, giouato con il quadrato di quel proposto numero (largo modo) quadrato.

Questioni che per vigore delle seconde conclusioni si risolueno.

18 Qualunque proposto numero quadrato si può trouar vn'altro numero quadrato, che giouato con quello fatta anchora numero quadrato. Siempi grazia fia 25. il proposto numero quadrato, hor per voler trouar vn'altro numero quadrato, che giouato con quello fatta anchora numero quadrato, trouo vn conseguente, ouero vno antecedente al detto 25. nella proportione, che è da 16. a 9. ouer da 9. a 16. dicendo, se 16. mi dà 9. che

mi dara 2. sopra, che ridara 4 1/3, & questo è lo minimo numero quadrato, che giunto con 2 5 fara 9 1/3, che è pur numero quadrato, la cui radice è 3 1/2, che è il proposito.

Ta poi un'altro che, & 9 mi da 1. che mi dara 5. sopra che ti dara 4 4/5, & questo anchora fia il minimo numero quadrato, che giunto con il detto 1. fara 6 4/5, che è manifestamente numero quadrato, la cui radice è 2 1/5, che fara pur il proposito.

Corolario primo.

Onde è manifesto, che ogni proposto numero quadrato si può sempre (largo modo) provare dover si trovi numeri quadrati, che quali si voglia di quelli giunto con il proposto numero quadrato, fara sempre numero quadrato.

Corolario secondo.

Anchora è manifesto, che il detto proposto numero quadrato sempre ester può proportionale fra li detti dui numeri quadrati.

Da notare.

Anchora bisogna notare, che il medesimo essere seguirà mancando un conseguente, overo mancando il detto 5. in quali si voglia di quelle altre doi proportioni assonte nella dechiaratione del predetto capo.

Corolario.

E per è manifesto, che ogni proposto numero quadrato si può trovare molti altri numeri quadrati, & in diverse specie di proportioni, che quali si voglia di quelli giunto con il detto proposto numero quadrato fara pur numero quadrato.

Notara per le sopra dette regole, & corolarii è manifesto esser possibile, a qualunque proposto numero quadrato si voglia trovare quanti numeri quadrati si vorria, & in diverse modi, che la summa di tutti quelli fara numero quadrato. Et oltra di questo la quale la summa del primo, & secondo fara pur numero quadrato, & similmente la summa del primo, secondo, & terzo fara pur numero quadrato, & così la summa del primo, secondo, terzo, & quarto fara numero quadrato, & così procedendo in infinito, perche la alla summa del primo, & secondo numero quadrato (quale fara quadrato) gli daremo un conveniente secondo, ordine de gli doi habbiamo un'altro numero quadrato, che giunto con la summa de gli altri doi fara pur numero quadrato. Et così la quarta summa gli accresceremo un'altro conveniente secondo l'ordine principiato, quale fara quadrato, & quel giunto con la detta summa, cioè terza summa fara anchora quadrata, & con tal ordine si può procedere in infinito. Et esempigratia sia il proposto numero quadrato 100. & si l'huomo volesse trovare quanti numeri quadrati (largo modo parlando) che giunti tutti con 100. tal summa fia quadrata, & giunto anchora il detto 100. con il secondo solo, tal summa fia anchora quadrata, & similmente giunto anchora il detto 100. con il secondo, & terzo la detta summa fia anchora quadrata.

Prima proveremo un numero quadrato (secondo l'ordine della precedente) che giunto con 100. che è numero quadrato detto, & 6 mi da 3. che mi dara 136. onde operando si trovara che 36 1/4, & questo fara il secondo di detti 4 ricercati numeri, hor per trovar il terzo summa il detto 36 1/4 con 100. fara 136 1/4, qual è quadrato (per le ragioni dette) fatto questo dirai poi, & 6 mi da 4. che mi dara 24 1/4, operache ti dara 36 1/4, per il terzo di detti numeri quadrati, quali giunto con la summa del primo, & del secondo (cioè con il detto 136 1/4) fara 460 1/4, che fara pur numero quadrato, la cui radice è 21 1/2, & così fin hora habbiamo trovato quelli 3 numeri quadrati 100. 136 1/4. 460 1/4, quali hanno le ricercate conditioni, cioè che giunti tutti 3. insieme fanno numero quadrato, come di sopra si è vedo, & finalmente la summa del primo con il secondo solo, fa pur numero quadrato, hor con il medesimo modo, con regola trovarai il quarto secondo, & 6 mi da 4. che mi dara 24 4/9, opera che ti dara 37 1/9, & questo fara il quinto di detti ricercati numeri quadrati, & così quanto tu vorrai quelli 100. 136 1/4. 37 1/9. 3 1/9 1/9, quali fanno pur tutti insieme hanno le ricercate conditioni, cioè prima ciascun di loro è quadrato, secondariamente la summa di tutti (quale fara 373 1/9) fara quadrata, la cui radice fara 19 1/3, & finalmente di sopra si è vedo, che la summa del primo, & secondo, & finalmente quella del primo, secondo, & terzo è quadrata, come si propose, & con tal regola le ne può trovar infinite.

Da notare

Da notare.

ANchora si potrà procedere al contrario dicendo, se 9. mi dà 16. che mi darà 100. & così andar seguitando con tal ordine per fin che li numeri trouati non passino quattro, ma per questo modo veniranno assai differenti dalli sopradetti cercando il primo, cioè 100. qual non si trouerà. Il medesimo si potrà dire per qual si voglia di quelle altre spetie di proportioni narrate nella decimasetta di questo capo.

=9 DAlla precedente è manifesto potersi trouar quanti numeri si voglia, che li loro quadrati giunti insieme facciano numero quadrato, perche trouando primamente numeri quadrati, che giunti insieme facciano numero quadrato (secondo l'ordine dato nella precedente) le radici di detti numeri quadrati saranno li ricercati numeri, & per esser da le dubbio non si addduce altro esempio.

=1 VOlendo trouare vn numero quadrato, che mancone vna certa quantità rimanghi quadrato, & giocondo la medesima quantità al numero fia anchor quadrato. Questa proposizione, ouer questione fu Luca dal Borgo detta (come di sopra fu anchor detto) sopra detta diuina insieme con le seguenti da vn particolar amico di Leonardo Pisano intitolato De quadratis numeris. Et che in questo li sforza, & ingegna à dar regole generali, & buoni, & che pur finalmente generalmente non siamo a tutte, che pur si conuien ridurli ad andare a tentoni a cercarle. Et per venire al nostro proposito bisogna assignare vn'altra specie di numeri, i quali si chiamano numeri congrui, senza la cui notitia fusse impossibile di poter risolvere infinite, ouer quasi infinite proposte del quali numeri congrui hanno certamente vn certo ordine naturale tra loro, dal quale regolatamente si creano, & di loro si assegna il primo, secondo, terzo, quarto, quinto, come che nel nostro procedere intenderai, & a ciascun numero congruo, corrisponde vn suo proprio congruente, il quale è detto esser di quel numero congruo. Et così qual si voglia numero congruo è detto esser il congruo di quel al congruente, come nel nostro procedere intenderai, & chiamasi congruo, cioè atto, ouer commodo à dare, & ricevere vn'altro numero, qual è detto congruente, quale giunto al congruo la somma fia quadrata, & tratto del congruo il rimanente anchor fia quadrato. Et però bisogna notare, che ogni numero congruo gli risponde vn congruente, & quella alle congruenze la maggior parte delle volte non sono quadrati, ma li congrui la maggior parte delle volte sono quadrati, & hanno il loro procedere in infinito, si come hanno gli altri ordini naturali di numeri, di quali il primo numero congruente dicemo, che sia 24. & il numero quadrato congruo a quel corrispondente è 25. il secondo numero è 120. & il suo proprio numero quadrato congruo è 121. il terzo numero congruente è 336. & il suo numero quadrato congruo è 337. il quarto numero congruente è 720. & il suo numero quadrato congruo è 721. il quinto numero congruente è 1320. & il suo corrispondente quadrato congruo è 1321. & così discorrendo.

Dell'origine, ouer creation di numeri congruenti secondo l'intention di Leonardo Pisano (come scritto fu Luca) & similmente di loro numeri quadrati congrui.

=1 I sopradetti numeri congruenti si creano, ouer che si formano da questo regolato ordine, cioè il primo vien formato da 1. & da 2. il secondo da 2. & da 5. il terzo da 5. & da 12. il quarto da 12. & da 29. il quinto da 29. & da 70. il sesto da 70. & da 169. il settimo da 169. & da 408. il ottauo da 408. & da 985. il nono da 985. & da 2378. il decimo da 2378. & da 5741. Similmente li loro quadrati nascono dalli medesimi numeri. Et empi gratia per trouar il primo seguente quadrato fia 2. & 2. fia 4. & questa somma sempre il raddoppia, & fa 6. qual sia uno, & poi si moltiplica li detti numeri uno fia l'altro, cioè 2. fia 2. fa 2. & questa moltiplicatione il moltiplica fia quel duplicato, che fu detto, cioè fia 6. & fanno 12. & questa vltima moltiplicatione per sempre il raddoppia, & fanno 24. & questo fanno il nostro primo congruente, poi per trouar il suo quadrato congruo si procede in questo modo, prima si quadrano li detti duoi numeri, cioè hanno detto il detto congruente, cioè uno per sè, & poi quelli duoi quadrati si sommano insieme, & questa somma, che ne uscirà si quadra, & quello che resterà di questa vltima quadratura fia il numero quadrato congruo di quel al numero congruente. Et empi gratia per il primo, cioè 2. & 2. dico che primo quadrato 4. & in per 2. & quadra 4. quali dico che sommati insieme fanno 5. & questo fia anco quadrato, dicendo 5. fia 5. fa 25. qual dico essere lo numero quadrato congruo primo de sopra detto primo congruente, poi per il secondo quale (come di sopra è detto) si forma dal 2. & dal 5. secondo il medesimo modo, cioè sommati insieme 2. & 5. fanno 5. quali (come detto) sempre doppia fa 10. quali fanno. Poi moltiplica 2. fia 5. fa 10. & questo 10. moltiplica fia quel doppiero, che fu detto, cioè detti 10. fia 10. fa 20. qual dico che sempre raddoppi fanno 12. & questo fanno il secondo

numero congruente. Poi per trouare il suo quadrato congruo a lui corrispondente, quale sogni che di essi numeri, cioè 2. & 3. dicendo 2. fia 4. & 3. fia 9. quali summati pur insieme fanno 13. & questa summa sempre quadra, dicendo 13. fia 169. & questo fia il numero quadrato congruo del secondo numero congruente, cioè di 12. onde gionto 12. con 169. fa 289. quale è quadrato, & la sua radice è 17. ancora essendo 12. di 169. restano 49. che similmente è quadrato, la cui radice è 7. Et se vorrai trouare il terzo prendi 5. & 4. & procedi per il medesimo modo, cioè fanno 9. & 25. quali doppia fia 18. poi multipla 25. fia 450. & questo multiplicalo ancho quel doppio, cioè fia 18. fia 8100. quale anchora raddoppia fia 16200. & questo sono due volte il terzo numero congruente. Poi per trouare il suo quadrato congruo, quadra 9. & 25. summati insieme fanno 34. & questo multiplicato fia 34. fia 1156. & questo fia il suo quadrato congruo. Onde 26. & 1156. giontoli 1. fia 1157. che è numero quadrato, la cui radice è 34. Et se di 34. sarai restare 33. che è numero quadrato, la cui radice è 17. & così volendo trouare il quarto numero congruente, pigliarai 4. & 9. & summati insieme fanno 13. quali doppi fia 26. quali fiano poi multipla 25. fia 650. quali multiplicato ancho quel doppio, cioè fia 1300. quali anchora doppia fia 2600. & questo fia il quarto numero congruente. Poi per trouare il suo quadrato congruo, quadra 4. & 9. summati insieme fanno 13. & questo multiplicato insieme, fanno 41. & questo quadrato fia 1681. & questo fia il suo numero quadrato congruo, onde se di 1681. ne caverai 1. resterà 1680. che è numero quadrato, la cui radice è 41. Et se volendo aggiongere 1. a 1680. che è per ancora numero quadrato, la cui radice è 41. Et se volendo trouare il quinto numero congruente, pigliarai 4. & 9. quali summati insieme (secondo il solito) fanno 13. doppiato fa 26. quali fiano. Poi multiplica li due numeri fatti l'uno, cioè 9. fia 4. fia 36. poi questo multiplica fia quel doppio di 26. cioè fiano 36. fia 936. quali anchora raddoppia fia 1872. & questo fia il quinto numero congruente, poi per trouare il suo quadrato congruo, quadra li detti numeri, cioè 9. & 25. summati fanno 34. & questo multiplicato fia 34. fia 1156. & questo anchora quadra, dicendo 1. fia 1. fia 1156. & questo fia il suo numero quadrato congruo. Onde se di 1156. ne caverai 1. resterà 1155. che è numero quadrato, la cui radice è 33. Et se a 1155. vorrai aggiongere 1. fia 1156. che è per ancora numero quadrato, la cui radice è 34. Et se così vorrai seguire il proposito, & con tal ordine potrai trouare il sesto, settimo, ottauo, nono, decimo, & così procedendo in infinito. Auertendo che sempre quando si dice, quello è numero congruo sempre si debbe intendere, che egli ve ne sia vno quadrato di tal natura, che è una radice, & a ritrouare vno medesimo numero, che fia, & resti anchora numero quadrato. Ma quando si dirà, quello numero non è congruo, si debbe intendere, che tal numero è quadrato, ma di tal natura, che non fia a dire, & a ritrouare vn medesimo numero, che fia, & resti quadrato, però è che fia al giudicio. Dice il detto fra Luca per auentura del detto Leonardo Pisano, che debbe hauer fatto in questa parte differentia. Perche douendo andare volendo trouare proposito vn numero, & fargli almanco che si possa trouare vn quadrato, che mancando di detto numero resti quadrato, & giouerebbe il detto numero facia maggior quadrato, la qual cosa potria esser difficultosa, & come che la esperienza pratticando mostrare. Delche essi quadrati seguono consequentemente se ne darà alcuni, acciò per quelli almeno ne gli sia il habbia a reggere, & che anche meglio si habbia a prendere le regole date, perciò non sono state date solamente per quelli, che per se si trouano con le dette regole date, ma per saperne a quelli, che a noi fussino dubbiosi. Et però dice che bisogna vsare in solvere le domande, che ne fussero proposte, che giouna, & stima vna medesima quantità reale, & fatto quadrato. Et volendo anchora che ne resti il numero che fia quadrato. Dice che si conuerrà far in questo modo, cioè andar cercando a trouare per li numeri congruenti, & vedere se ne trouassimo, che partito per la quantità, che ne vuoi aggiongere, & cauare, ne venga numero quadrato. Et per questo dice, che egli è necessario a sapere di detti congruenti, & anche sperimentando a vno a vno partendoli per detta quantità che se ne troui vno, dipoi partendo se ne trouerà numero quadrato, cioè che habbia radice di fatto, & che quando si hauerà trouato, che si deuerà prendere il numero quadrato congruo di quel tal numero congruente, che partito per la quantità ne fece venire numero quadrato, & quel partito per quello susseguente quadrato, & quel che venirà fia il numero quadrato addimandato, che giouerà, & trouerà la detta quantità fatta, & restarà quadrato. Et circa di questo ellempio.

Trouami vn numero quadrato, che giouato 6. faccia quadrato, & mancato 6. resti quadrato.

Et per hauer questo, & altri simili modi che fanno disporsi più numeri congruenti, & quanto più sono tanto è meglio, & che si vada sperimentando (cominciando dal primo) se ne trouerà alcuno, che partendolo per il detto 6. ne venghi numero quadrato, onde hauendo che il 24. di questo congruente

grueme, che partito per 8 dano 8 me vien 4. che è numero quadrato, & così vedi che 8 è regola quadrato congruo di quel tal congrueme (che per le regole denesi 8 eller 25) & partito per quel 4. che me venne 6½, & quadro 6½ fanno lo ricercato numero, qual è quadrato, & la sua radice fanno 2½, poi quel 6½ giouteni 6, fanno 12½, che fanno pur quadrato, & la sua radice fanno 3½, & cauando 6, del detto 6½, reſtano ½, che fanno pur quadrato, & la sua radice fanno ½, & così vedi, che in questo modo si hauerà a reggere nelle simili, & qualunque altre regole da andar cercando a ca-ſo, non fuori modo, ne appartenente alli puri mathematici, ma solamente alli puri naturali, nondimeno per esser materia assai ingeniosa, & proueuole da un li studio buono, come manifesta le cose sue, anchor che di sopra diamente siano state notate dal detto Fra Luca nell'opera sua, ne ponendo conseguentemente altre regole, secondo, che dal detto Fra Luca sono state in vari luoghi, fuori di proposito distintamente registrate.

24 TRouami vn numero quadrato, che giouteui 30. la somma sia similmente vn quadrato, & cauatone 30. anchor il rimanente sia numero quadrato.

Questa sarà, come è detto nelle precedente, cioè cerca fra li numeri congrueni, hauendo che ne troui vno, che partito per 30. me venga numero quadrato, & trouarai che sarà il secondo numero congrueme, cioè 120. che partito per 30. me vien 4. che è numero quadrato, fatto questo trouerai vn numero quadrato congruo di questo numero congrueme, che sarà 16. hor poni questo 169. per quel 4. (che prima ti vien) me venne 42½, di questo sarà lo adimandato numero quadrato, che la sua radice sarà 6½, quel 42½ giouteni 30. sarà 72½, che sarà anchora quadrato, che la sua radice sarà 8½, cauandone anchora 30. reſtarà 42½, che anchora sarà quadrato, & la sua radice sarà 6½, & così per le dette precedente nelle simili si cercando nelli numeri congrueni non potendo mai vn numero congrueme, che partito (come è detto) per la quarta, che si debbe aggiongere, & cauare, non ne venghi numero quadrato, la detta domanda si conuerrebbe solere per altre, che per le dette regole precedente, dette regole, che sono fondate immediate sopra questo proposito mio, come appare a chi con diligenza le considera.

Vn'altra più larga regola del sopradetto Lunardo Pisano per trouar li ſo-pradetti numeri congrui, & congrueni è stata posta, over registrata dal detto Fra Luca, per dar ordine che meglio si possi trouar le radici quadre, & cade per via geometrica a carte 46. luogo molto lontano dalla sopradetta regola, & molto differente, ouero differente assai da quella,

la quale regola dice precisamente in questo modo.

25 SE vuoi trouar numeri congrui, fa così, prendi dui numeri a caso inuisi, come tu vuoi, che non sia vna somma, hor diciamo che 'l primo numero sia 3. & il secondo 8. quadrino l'uno, & l'altro, il primo fia 9. il secondo 64. aggiongali insieme fanno 73. qual quadrino fanno 5329. & questo sia il numero congruo, hor per trouar lo congrueme di detto numero, piglia il primo, & secondo numero, cioè 3. & 8. fanno 16. hor moltiplica 16. fia 96. & questo serba, hor aggiongi insieme il detto primo, & secondo numero, cioè 3. & 8. fanno 11. & questo moltiplicalo in se quel 96. che serbasti fanno 5329. & questo è il suo congrueme, & è fatto, cioè che 'l numero congruo sia 5329. & il suo congrueme sia 5329. Et se tu vuoi prouare, fa così aggiongi insieme il numero congruo con il suo congrueme, cioè 5329. & 5329. fanno 10658. qual è numero quadrato, hor per l'operatione sia 5329. & 5329. refanno 49. che similmente è numero quadrato, & che vuoi tanto, o vuoi aggiongeni, sempre fanno numero quadrato, come di sopra è mostrato, & di questi numeri congrui ne puoi trouar quanti tu vuoi.

Tauola di più numeri congrui, cioè numeri quadrati disposti a ricercare, & che sieno numeri communi de i numeri congrueni, hauendone trouato qua-drati, & giouatili loro congrueni, sempre fanno numero quadra-to, come vedi qui di sotto nella figura ordinatamente dispo-sti, per li quali potrai in infinito procedere. &c

Il primo numero congruo è 5. che riusce, e		Quarto 225. che riesce, e dona.	256
dona.	24	Quinto 305. che riesce, e dona. —	240
Secondo 169. che riesce, e dona.	96	Sesto 400. che riesce, e dona —	384
Terzo 289. che riesce, e dona.	120	Settimo 625. che riesce, e dà. 336. e così 600	

Ottauo 6-4.che nicue, e dona. —— 480
Nono 24.che nicue, e dona. —— 840
Decimo 900.che nicue, e dona. —— 864
11.1156.che nicue, e dona. —— 960
12.1225.che nicue, e dona. —— 1176
13.1296.che nicue, e dona. —— 1080
14.1600.che nicue, e dona. —— 1536
15.1681.che nicue, e dona. —— 720
16.1849.che nicue, e dona. —— 1944
17.2500.che nicue, e dona. —— 1344
& cosi nicue, e dona. —— 2401
18.1681.che nicue, e dona. —— 2160
19.1764.che nicue, e dona. —— 2520
20.1849.che nicue, e dona. —— 2112
21.2916.che nicue, e dona. —— 2304
22.3136.che nicue, e dona. —— 3150
23.3600.che nicue, e dona. —— 3456
24.3721.che nicue, e dona. —— 1320
25.4225.che nicue, e dona pari numeri 2016.
& 3000.& 3600.

26.4624.che nicue, e dona. —— —— 3840
27.4900.che nicue, e dona. —— —— 4704
28.5329.che nicue, e dona. —— —— 5280
29.5476.che nicue, e dona. —— —— 3360
30.5625.che nicue, e dona. —— —— 3024
& cosi —— —— —— —— —— 5400
31.6241.che nicue, e dona. —— —— 4320
32.6400.che nicue, e dona. —— —— 5424
33.6724.che nicue, e dona. —— —— 2880
34.7225.che nicue, e dona pari numeri 2184.
& 5184.& 6900.& 6976.
35.7569.che nicue, e dona. —— —— 7560
36.7921.che nicue, e dona. —— —— 6240
37.8281.che nicue, e dona. —— —— 7776
38.8836.che nicue, e dona. —— —— 5850
39.9025.che nicue, e dona. —— —— 5544
40.9409.che nicue, e dona. —— —— 9360
41.10000.che nicue, e dona. 5776. 6576.
42.10816.che nicue, e dona. —— 10584
43.11236.che nicue, e dona. —— 11616

Dun'altra regola data dal detto fra Luca infrascritta

con alcune questioni ricolte in su questa.

Nouami un numero quadrato, che moltiplicato, & giontoli, sopra la somma fa quadrato. Dico il detto fra Luca, che si debbe cercare per infinite vie, che il detto numero, & quello che li è giontoli sopra, & la somma, che ne risulta, sia ogni uno di loro numero quadrato. Essempi gratia. Sia il detto numero 1. & giontoli sopra 1. fa 2. & la somma 4. che è quadrato. Sia il detto numero 2. & giontoli sopra 2. fa 4. & la somma 8. Sia il detto numero 4. & giontoli sopra 4. fa 8. & la somma 16. Sia il detto numero 9. & giontoli sopra 9. fa 18. & la somma 36. Sia il detto numero 16. & giontoli sopra 16. fa 32. & la somma 64. Sia il detto numero 25. & giontoli sopra 25. fa 50. & la somma 100. Sia il detto numero 36. & giontoli sopra 36. fa 72. & la somma 144. Sia il detto numero 49. & giontoli sopra 49. fa 98. & la somma 196. Sia il detto numero 64. & giontoli sopra 64. fa 128. & la somma 256. Sia il detto numero 81. & giontoli sopra 81. fa 162. & la somma 324. Sia il detto numero 100. & giontoli sopra 100. fa 200. & la somma 400. Sia il detto numero 121. & giontoli sopra 121. fa 242. & la somma 484. Sia il detto numero 144. & giontoli sopra 144. fa 288. & la somma 576. Sia il detto numero 169. & giontoli sopra 169. fa 338. & la somma 676. Sia il detto numero 196. & giontoli sopra 196. fa 392. & la somma 784. Sia il detto numero 225. & giontoli sopra 225. fa 450. & la somma 900. Sia il detto numero 256. & giontoli sopra 256. fa 512. & la somma 1024. Sia il detto numero 289. & giontoli sopra 289. fa 578. & la somma 1156. Sia il detto numero 324. & giontoli sopra 324. fa 648. & la somma 1296. Sia il detto numero 361. & giontoli sopra 361. fa 722. & la somma 1444. Sia il detto numero 400. & giontoli sopra 400. fa 800. & la somma 1600. Sia il detto numero 441. & giontoli sopra 441. fa 882. & la somma 1764. Sia il detto numero 484. & giontoli sopra 484. fa 968. & la somma 1936. Sia il detto numero 529. & giontoli sopra 529. fa 1058. & la somma 2116. Sia il detto numero 576. & giontoli sopra 576. fa 1152. & la somma 2304. Sia il detto numero 625. & giontoli sopra 625. fa 1250. & la somma 2500. Sia il detto numero 676. & giontoli sopra 676. fa 1352. & la somma 2704. Sia il detto numero 729. & giontoli sopra 729. fa 1458. & la somma 2916. Sia il detto numero 784. & giontoli sopra 784. fa 1568. & la somma 3136. Sia il detto numero 841. & giontoli sopra 841. fa 1682. & la somma 3364. Sia il detto numero 900. & giontoli sopra 900. fa 1800. & la somma 3600. Sia il detto numero 961. & giontoli sopra 961. fa 1922. & la somma 3844. Sia il detto numero 1024. & giontoli sopra 1024. fa 2048. & la somma 4096. Sia il detto numero 1089. & giontoli sopra 1089. fa 2178. & la somma 4356. Sia il detto numero 1156. & giontoli sopra 1156. fa 2312. & la somma 4624. Sia il detto numero 1225. & giontoli sopra 1225. fa 2450. & la somma 4900. Sia il detto numero 1296. & giontoli sopra 1296. fa 2592. & la somma 5184. Sia il detto numero 1369. & giontoli sopra 1369. fa 2738. & la somma 5476. Sia il detto numero 1444. & giontoli sopra 1444. fa 2888. & la somma 5776. Sia il detto numero 1521. & giontoli sopra 1521. fa 3042. & la somma 6084. Sia il detto numero 1600. & giontoli sopra 1600. fa 3200. & la somma 6400. Sia il detto numero 1681. & giontoli sopra 1681. fa 3362. & la somma 6724. Sia il detto numero 1764. & giontoli sopra 1764. fa 3528. & la somma 7056. Sia il detto numero 1849. & giontoli sopra 1849. fa 3698. & la somma 7396. Sia il detto numero 1936. & giontoli sopra 1936. fa 3872. & la somma 7744. Sia il detto numero 2025. & giontoli sopra 2025. fa 4050. & la somma 8100. Sia il detto numero 2116. & giontoli sopra 2116. fa 4232. & la somma 8464. Sia il detto numero 2209. & giontoli sopra 2209. fa 4418. & la somma 8836. Sia il detto numero 2304. & giontoli sopra 2304. fa 4608. & la somma 9216. Sia il detto numero 2401. & giontoli sopra 2401. fa 4802. & la somma 9604. Sia il detto numero 2500. & giontoli sopra 2500. fa 5000. & la somma 10000. Sia il detto numero 2601. & giontoli sopra 2601. fa 5202. & la somma 10404. Sia il detto numero 2704. & giontoli sopra 2704. fa 5408. & la somma 10816. Sia il detto numero 2809. & giontoli sopra 2809. fa 5618. & la somma 11236. Sia il detto numero 2916. & giontoli sopra 2916. fa 5832. & la somma 11664. Sia il detto numero 3025. & giontoli sopra 3025. fa 6050. & la somma 12100. Sia il detto numero 3136. & giontoli sopra 3136. fa 6272. & la somma 12544. Sia il detto numero 3249. & giontoli sopra 3249. fa 6498. & la somma 12996. Sia il detto numero 3364. & giontoli sopra 3364. fa 6728. & la somma 13456. Sia il detto numero 3481. & giontoli sopra 3481. fa 6962. & la somma 13924. Sia il detto numero 3600. & giontoli sopra 3600. fa 7200. & la somma 14400. Sia il detto numero 3721. & giontoli sopra 3721. fa 7442. & la somma 14884. Sia il detto numero 3844. & giontoli sopra 3844. fa 7688. & la somma 15376. Sia il detto numero 3969. & giontoli sopra 3969. fa 7938. & la somma 15876. Sia il detto numero 4096. & giontoli sopra 4096. fa 8192. & la somma 16384. Sia il detto numero 4225. & giontoli sopra 4225. fa 8450. & la somma 16900. Sia il detto numero 4356. & giontoli sopra 4356. fa 8712. & la somma 17424. Sia il detto numero 4489. & giontoli sopra 4489. fa 8978. & la somma 17956. Sia il detto numero 4624. & giontoli sopra 4624. fa 9248. & la somma 18496. Sia il detto numero 4761. & giontoli sopra 4761. fa 9522. & la somma 19044. Sia il detto numero 4900. & giontoli sopra 4900. fa 9800. & la somma 19600. Sia il detto numero 5041. & giontoli sopra 5041. fa 10082. & la somma 20164. Sia il detto numero 5184. & giontoli sopra 5184. fa 10368. & la somma 20736. Sia il detto numero 5329. & giontoli sopra 5329. fa 10658. & la somma 21316. Sia il detto numero 5476. & giontoli sopra 5476. fa 10952. & la somma 21904. Sia il detto numero 5625. & giontoli sopra 5625. fa 11250. & la somma 22500. Sia il detto numero 5776. & giontoli sopra 5776. fa 11552. & la somma 23104. Sia il detto numero 5929. & giontoli sopra 5929. fa 11858. & la somma 23716. Sia il detto numero 6084. & giontoli sopra 6084. fa 12168. & la somma 24336. Sia il detto numero 6241. & giontoli sopra 6241. fa 12482. & la somma 24964. Sia il detto numero 6400. & giontoli sopra 6400. fa 12800. & la somma 25600. Sia il detto numero 6561. & giontoli sopra 6561. fa 13122. & la somma 26244. Sia il detto numero 6724. & giontoli sopra 6724. fa 13448. & la somma 26896. Sia il detto numero 6889. & giontoli sopra 6889. fa 13778. & la somma 27556. Sia il detto numero 7056. & giontoli sopra 7056. fa 14112. & la somma 28224. Sia il detto numero 7225. & giontoli sopra 7225. fa 14450. & la somma 28900. Sia il detto numero 7396. & giontoli sopra 7396. fa 14792. & la somma 29584. Sia il detto numero 7569. & giontoli sopra 7569. fa 15138. & la somma 30276. Sia il detto numero 7744. & giontoli sopra 7744. fa 15488. & la somma 30976. Sia il detto numero 7921. & giontoli sopra 7921. fa 15842. & la somma 31684. Sia il detto numero 8100. & giontoli sopra 8100. fa 16200. & la somma 32400. Sia il detto numero 8281. & giontoli sopra 8281. fa 16562. & la somma 33124. Sia il detto numero 8464. & giontoli sopra 8464. fa 16928. & la somma 33856. Sia il detto numero 8649. & giontoli sopra 8649. fa 17298. & la somma 34596. Sia il detto numero 8836. & giontoli sopra 8836. fa 17672. & la somma 35344. Sia il detto numero 9025. & giontoli sopra 9025. fa 18050. & la somma 36100. Sia il detto numero 9216. & giontoli sopra 9216. fa 18432. & la somma 36864. Sia il detto numero 9409. & giontoli sopra 9409. fa 18818. & la somma 37636. Sia il detto numero 9604. & giontoli sopra 9604. fa 19208. & la somma 38416. Sia il detto numero 9801. & giontoli sopra 9801. fa 19602. & la somma 39204. Sia il detto numero 10000. & giontoli sopra 10000. fa 20000. & la somma 40000. Sia il detto numero 10201. & giontoli sopra 10201. fa 20402. & la somma 40804. Sia il detto numero 10404. & giontoli sopra 10404. fa 20808. & la somma 41616. Sia il detto numero 10609. & giontoli sopra 10609. fa 21218. & la somma 42436. Sia il detto numero 10816. & giontoli sopra 10816. fa 21632. & la somma 43264. Sia il detto numero 11025. & giontoli sopra 11025. fa 22050. & la somma 44100. Sia il detto numero 11236. & giontoli sopra 11236. fa 22472. & la somma 44944. Sia il detto numero 11449. & giontoli sopra 11449. fa 22898. & la somma 45796. Sia il detto numero 11664. & giontoli sopra 11664. fa 23328. & la somma 46656. Sia il detto numero 11881. & giontoli sopra 11881. fa 23762. & la somma 47524. Sia il detto numero 12100. & giontoli sopra 12100. fa 24200. & la somma 48400. Sia il detto numero 12321. & giontoli sopra 12321. fa 24642. & la somma 49284. Sia il detto numero 12544. & giontoli sopra 12544. fa 25088. & la somma 50176. Sia il detto numero 12769. & giontoli sopra 12769. fa 25538. & la somma 51076. Sia il detto numero 12996. & giontoli sopra 12996. fa 25992. & la somma 51984. Sia il detto numero 13225. & giontoli sopra 13225. fa 26450. & la somma 52900. Sia il detto numero 13456. & giontoli sopra 13456. fa 26912. & la somma 53824. Sia il detto numero 13689. & giontoli sopra 13689. fa 27378. & la somma 54756. Sia il detto numero 13924. & giontoli sopra 13924. fa 27848. & la somma 55696. Sia il detto numero 14161. & giontoli sopra 14161. fa 28322. & la somma 56644. Sia il detto numero 14400. & giontoli sopra 14400. fa 28800. & la somma 57600. Sia il detto numero 14641. & giontoli sopra 14641. fa 29282. & la somma 58564. Sia il detto numero 14884. & giontoli sopra 14884. fa 29768. & la somma 59536. Sia il detto numero 15129. & giontoli sopra 15129. fa 30258. & la somma 60516. Sia il detto numero 15376. & giontoli sopra 15376. fa 30752. & la somma 61504. Sia il detto numero 15625. & giontoli sopra 15625. fa 31250. & la somma 62500. Sia il detto numero 15876. & giontoli sopra 15876. fa 31752. & la somma 63504. Sia il detto numero 16129. & giontoli sopra 16129. fa 32258. & la somma 64516. Sia il detto numero 16384. & giontoli sopra 16384. fa 32768. & la somma 65536. Sia il detto numero 16641. & giontoli sopra 16641. fa 33282. & la somma 66564. Sia il detto numero 16900. & giontoli sopra 16900. fa 33800. & la somma 67600. Sia il detto numero 17161. & giontoli sopra 17161. fa 34322. & la somma 68644. Sia il detto numero 17424. & giontoli sopra 17424. fa 34848. & la somma 69696. Sia il detto numero 17689. & giontoli sopra 17689. fa 35378. & la somma 70756. Sia il detto numero 17956. & giontoli sopra 17956. fa 35912. & la somma 71824. Sia il detto numero 18225. & giontoli sopra 18225. fa 36450. & la somma 72900. Sia il detto numero 18496. & giontoli sopra 18496. fa 36992. & la somma 73984. Sia il detto numero 18769. & giontoli sopra 18769. fa 37538. & la somma 75076. Sia il detto numero 19044. & giontoli sopra 19044. fa 38088. & la somma 76176. Sia il detto numero 19321. & giontoli sopra 19321. fa 38642. & la somma 77284. Sia il detto numero 19600. & giontoli sopra 19600. fa 39200. & la somma 78400. Sia il detto numero 19881. & giontoli sopra 19881. fa 39762. & la somma 79524. Sia il detto numero 20164. & giontoli sopra 20164. fa 40328. & la somma 80656. Sia il detto numero 20449. & giontoli sopra 20449. fa 40898. & la somma 81796. Sia il detto numero 20736. & giontoli sopra 20736. fa 41472. & la somma 82944. Sia il detto numero 21025. & giontoli sopra 21025. fa 42050. & la somma 84100. Sia il detto numero 21316. & giontoli sopra 21316. fa 42632. & la somma 85264. Sia il detto numero 21609. & giontoli sopra 21609. fa 43218. & la somma 86436. Sia il detto numero 21904. & giontoli sopra 21904. fa 43808. & la somma 87616. Sia il detto numero 22201. & giontoli sopra 22201. fa 44402. & la somma 88804. Sia il detto numero 22500. & giontoli sopra 22500. fa 45000. & la somma 90000. Sia il detto numero 22801. & giontoli sopra 22801. fa 45602. & la somma 91204. Sia il detto numero 23104. & giontoli sopra 23104. fa 46208. & la somma 92416. Sia il detto numero 23409. & giontoli sopra 23409. fa 46818. & la somma 93636. Sia il detto numero 23716. & giontoli sopra 23716. fa 47432. & la somma 94864. Sia il detto numero 24025. & giontoli sopra 24025. fa 48050. & la somma 96100. Sia il detto numero 24336. & giontoli sopra 24336. fa 48672. & la somma 97344. Sia il detto numero 24649. & giontoli sopra 24649. fa 49298. & la somma 98596. Sia il detto numero 24964. & giontoli sopra 24964. fa 49928. & la somma 99856. Sia il detto numero 25281. & giontoli sopra 25281. fa 50562. & la somma 101124. Sia il detto numero 25600. & giontoli sopra 25600. fa 51200. & la somma 102400. Sia il detto numero 25921. & giontoli sopra 25921. fa 51842. & la somma 103684. Sia il detto numero 26244. & giontoli sopra 26244. fa 52488. & la somma 104976. Sia il detto numero 26569. & giontoli sopra 26569. fa 53138. & la somma 106276. Sia il detto numero 26896. & giontoli sopra 26896. fa 53792. & la somma 107584. Sia il detto numero 27225. & giontoli sopra 27225. fa 54450. & la somma 108900. Sia il detto numero 27556. & giontoli sopra 27556. fa 55112. & la somma 110224. Sia il detto numero 27889. & giontoli sopra 27889. fa 55778. & la somma 111556. Sia il detto numero 28224. & giontoli sopra 28224. fa 56448. & la somma 112896. Sia il detto numero 28561. & giontoli sopra 28561. fa 57122. & la somma 114244. Sia il detto numero 28900. & giontoli sopra 28900. fa 57800. & la somma 115600. Sia il detto numero 29241. & giontoli sopra 29241. fa 58482. & la somma 116964. Sia il detto numero 29584. & giontoli sopra 29584. fa 59168. & la somma 118336. Sia il detto numero 29929. & giontoli sopra 29929. fa 59858. & la somma 119716. Sia il detto numero 30276. & giontoli sopra 30276. fa 60552. & la somma 121104. Sia il detto numero 30625. & giontoli sopra 30625. fa 61250. & la somma 122500. Sia il detto numero 30976. & giontoli sopra 30976. fa 61952. & la somma 123904. Sia il detto numero 31329. & giontoli sopra 31329. fa 62658. & la somma 125316. Sia il detto numero 31684. & giontoli sopra 31684. fa 63368. & la somma 126736. Sia il detto numero 32041. & giontoli sopra 32041. fa 64082. & la somma 128164. Sia il detto numero 32400. & giontoli sopra 32400. fa 64800. & la somma 129600. Sia il detto numero 32761. & giontoli sopra 32761. fa 65522. & la somma 131044. Sia il detto numero 33124. & giontoli sopra 33124. fa 66248. & la somma 132496. Sia il detto numero 33489. & giontoli sopra 33489. fa 66978. & la somma 133956. Sia il detto numero 33856. & giontoli sopra 33856. fa 67712. & la somma 135424. Sia il detto numero 34225. & giontoli sopra 34225. fa 68450. & la somma 136900. Sia il detto numero 34596. & giontoli sopra 34596. fa 69192. & la somma 138384. Sia il detto numero 34969. & giontoli sopra 34969. fa 69938. & la somma 139876. Sia il detto numero 35344. & giontoli sopra 35344. fa 70688. & la somma 141376. Sia il detto numero 35721. & giontoli sopra 35721. fa 71442. & la somma 142884. Sia il detto numero 36100. & giontoli sopra 36100. fa 72200. & la somma 144400. Sia il detto numero 36481. & giontoli sopra 36481. fa 72962. & la somma 145924. Sia il detto numero 36864. & giontoli sopra 36864. fa 73728. & la somma 147456. Sia il detto numero 37249. & giontoli sopra 37249. fa 74498. & la somma 148996. Sia il detto numero 37636. & giontoli sopra 37636. fa 75272. & la somma 150544. Sia il detto numero 38025. & giontoli sopra 38025. fa 76050. & la somma 152100. Sia il detto numero 38416. & giontoli sopra 38416. fa 76832. & la somma 153664. Sia il detto numero 38809. & giontoli sopra 38809. fa 77618. & la somma 155236. Sia il detto numero 39204. & giontoli sopra 39204. fa 78408. & la somma 156816. Sia il detto numero 39601. & giontoli sopra 39601. fa 79202. & la somma 158404. Sia il detto numero 40000. & giontoli sopra 40000. fa 80000. & la somma 160000. Sia il detto numero 40401. & giontoli sopra 40401. fa 80802. & la somma 161604. Sia il detto numero 40804. & giontoli sopra 40804. fa 81608. & la somma 163216. Sia il detto numero 41209. & giontoli sopra 41209. fa 82418. & la somma 164836. Sia il detto numero 41616. & giontoli sopra 41616. fa 83232. & la somma 166464. Sia il detto numero 42025. & giontoli sopra 42025. fa 84050. & la somma 168100. Sia il detto numero 42436. & giontoli sopra 42436. fa 84872. & la somma 169744. Sia il detto numero 42849. & giontoli sopra 42849. fa 85698. & la somma 171396. Sia il detto numero 43264. & giontoli sopra 43264. fa 86528. & la somma 173056. Sia il detto numero 43681. & giontoli sopra 43681. fa 87362. & la somma 174724. Sia il detto numero 44100. & giontoli sopra 44100. fa 88200. & la somma 176400. Sia il detto numero 44521. & giontoli sopra 44521. fa 89042. & la somma 178084. Sia il detto numero 44944. & giontoli sopra 44944. fa 89888. & la somma 179776. Sia il detto numero 45369. & giontoli sopra 45369. fa 90738. & la somma 181476. Sia il detto numero 45796. & giontoli sopra 45796. fa 91592. & la somma 183184. Sia il detto numero 46225. & giontoli sopra 46225. fa 92450. & la somma 184900. Sia il detto numero 46656. & giontoli sopra 46656. fa 93312. & la somma 186624. Sia il detto numero 47089. & giontoli sopra 47089. fa 94178. & la somma 188356. Sia il detto numero 47524. & giontoli sopra 47524. fa 95048. & la somma 190096. Sia il detto numero 47961. & giontoli sopra 47961. fa 95922. & la somma 191844. Sia il detto numero 48400. & giontoli sopra 48400. fa 96800. & la somma 193600. Sia il detto numero 48841. & giontoli sopra 48841. fa 97682. & la somma 195364. Sia il detto numero 49284. & giontoli sopra 49284. fa 98568. & la somma 197136. Sia il detto numero 49729. & giontoli sopra 49729. fa 99458. & la somma 198916. Sia il detto numero 50176. & giontoli sopra 50176. fa 100352. & la somma 200704. Sia il detto numero 50625. & giontoli sopra 50625. fa 101250. & la somma 202500. Sia il detto numero 51076. & giontoli sopra 51076. fa 102152. & la somma 204304. Sia il detto numero 51529. & giontoli sopra 51529. fa 103058. & la somma 206116. Sia il detto numero 51984. & giontoli sopra 51984. fa 103968. & la somma 207936. Sia il detto numero 52441. & giontoli sopra 52441. fa 104882. & la somma 209764. Sia il detto numero 52900. & giontoli sopra 52900. fa 105800. & la somma 211600. Sia il detto numero 53361. & giontoli sopra 53361. fa 106722. & la somma 213444. Sia il detto numero 53824. & giontoli sopra 53824. fa 107648. & la somma 215296. Sia il detto numero 54289. & giontoli sopra 54289. fa 108578. & la somma 217156. Sia il detto numero 54756. & giontoli sopra 54756. fa 109512. & la somma 219024. Sia il detto numero 55225. & giontoli sopra 55225. fa 110450. & la somma 220900. Sia il detto numero 55696. & giontoli sopra 55696. fa 111392. & la somma 222784. Sia il detto numero 56169. & giontoli sopra 56169. fa 112338. & la somma 224676. Sia il detto numero 56644. & giontoli sopra 56644. fa 113288. & la somma 226576. Sia il detto numero 57121. & giontoli sopra 57121. fa 114242. & la somma 228484. Sia il detto numero 57600. & giontoli sopra 57600. fa 115200. & la somma 230400. Sia il detto numero 58081. & giontoli sopra 58081. fa 116162. & la somma 232324. Sia il detto numero 58564. & giontoli sopra 58564. fa 117128. & la somma 234256. Sia il detto numero 59049. & giontoli sopra 59049. fa 118098. & la somma 236196. Sia il detto numero 59536. & giontoli sopra 59536. fa 119072. & la somma 238144. Sia il detto numero 60025. & giontoli sopra 60025. fa 120050. & la somma 240100. Sia il detto numero 60516. & giontoli sopra 60516. fa 121032. & la somma 242064. Sia il detto numero 61009. & giontoli sopra 61009. fa 122018. & la somma 244036. Sia il detto numero 61504. & giontoli sopra 61504. fa 123008. & la somma 246016. Sia il detto numero 62001. & giontoli sopra 62001. fa 124002. & la somma 248004. Sia il detto numero 62500. & giontoli sopra 62500. fa 125000. & la somma 250000. Sia il detto numero 63001. & giontoli sopra 63001. fa 126002. & la somma 252004. Sia il detto numero 63504. & giontoli sopra 63504. fa 127008. & la somma 254016. Sia il detto numero 64009. & giontoli sopra 64009. fa 128018. & la somma 256036. Sia il detto numero 64516. & giontoli sopra 64516. fa 129032. & la somma 258064. Sia il detto numero 65025. & giontoli sopra 65025. fa 130050. & la somma 260100. Sia il detto numero 65536. & giontoli sopra 65536. fa 131072. & la somma 262144. Sia il detto numero 66049. & giontoli sopra 66049. fa 132098. & la somma 264196. Sia il detto numero 66564. & giontoli sopra 66564. fa 133128. & la somma 266256. Sia il detto numero 67081. & giontoli sopra 67081. fa 134162. & la somma 268324. Sia il detto numero 67600. & giontoli sopra 67600. fa 135200. & la somma 270400. Sia il detto numero 68121. & giontoli sopra 68121. fa 136242. & la somma 272484. Sia il detto numero 68644. & giontoli sopra 68644. fa 137288. & la somma 274576. Sia il detto numero 69169. & giontoli sopra 69169. fa 138338. & la somma 276676. Sia il detto numero 69696. & giontoli sopra 69696. fa 139392. & la somma 278784. Sia il detto numero 70225. & giontoli sopra 70225. fa 140450. & la somma 280900. Sia il detto numero 70756. & giontoli sopra 70756. fa 141512. & la somma 283024. Sia il detto numero 71289. & giontoli sopra 71289. fa 142578. & la somma 285156. Sia il detto numero 71824. & giontoli sopra 71824. fa 143648. & la somma 287296. Sia il detto numero 72361. & giontoli sopra 72361. fa 144722. & la somma 289444. Sia il detto numero 72900. & giontoli sopra 72900. fa 145800. & la somma 291600. Sia il detto numero 73441. & giontoli sopra 73441. fa 146882. & la somma 293764. Sia il detto numero 73984. & giontoli sopra 73984. fa 147968. & la somma 295936. Sia il detto numero 74529. & giontoli sopra 74529. fa 149058. & la somma 298116. Sia il detto numero 75076. & giontoli sopra 75076. fa 150152. & la somma 300304. Sia il detto numero 75625. & giontoli sopra 75625. fa 151250. & la somma 302500. Sia il detto numero 76176. & giontoli sopra 76176. fa 152352. & la somma 304704. Sia il detto numero 76729. & giontoli sopra 76729. fa 153458. & la somma 306916. Sia il detto numero 77284. & giontoli sopra 77284. fa 154568. & la somma 309136. Sia il detto numero 77841. & giontoli sopra 77841. fa 155682. & la somma 311364. Sia il detto numero 78400. & giontoli sopra 78400. fa 156800. & la somma 313600. Sia il detto numero 78961. & giontoli sopra 78961. fa 157922. & la somma 315844. Sia il detto numero 79524. & giontoli sopra 79524. fa 159048. & la somma 318096. Sia il detto numero 80089. & giontoli sopra 80089. fa 160178. & la somma 320356. Sia il detto numero 80656. & giontoli sopra 80656. fa 161312. & la somma 322624. Sia il detto numero 81225. & giontoli sopra 81225. fa 162450. & la somma 324900. Sia il detto numero 81796. & giontoli sopra 81796. fa 163592. & la somma 327184. Sia il detto numero 82369. & giontoli sopra 82369. fa 164738. & la somma 329476. Sia il detto numero 82944. & giontoli sopra 82944. fa 165888. & la somma 331776. Sia il detto numero 83521. & giontoli sopra 83521. fa 167042. & la somma 334084. Sia il detto numero 84100. & giontoli sopra 84100. fa 168200. & la somma 336400. Sia il detto numero 84681. & giontoli sopra 84681. fa 169362. & la somma 338724. Sia il detto numero 85264. & giontoli sopra 85264. fa 170528. & la somma 341056. Sia il detto numero 85849. & giontoli sopra 85849. fa 171698. & la somma 343396. Sia il detto numero 86436. & giontoli sopra 86436. fa 172872. & la somma 345744. Sia il detto numero 87025. & giontoli sopra 87025. fa 174050. & la somma 348100. Sia il detto numero 87616. & giontoli sopra 87616. fa 175232. & la somma 350464. Sia il detto numero 88209. & giontoli sopra 88209. fa 176418. & la somma 352836. Sia il detto numero 88804. & giontoli sopra 88804. fa 177608. & la somma 355216. Sia il detto numero 89401. & giontoli sopra 89401. fa 178802. & la somma 357604. Sia il detto numero 90000. & giontoli sopra 90000. fa 180000. & la somma 360000. Sia il detto numero 90601. & giontoli sopra 90601. fa 181202. & la somma 362404. Sia il detto numero 91204. & giontoli sopra 91204. fa 182408. & la somma 364816. Sia il detto numero 91809. & giontoli sopra 91809. fa 183618. & la somma 367236. Sia il detto numero 92416. & giontoli sopra 92416. fa 184832. & la somma 369664. Sia il detto numero 93025. & giontoli sopra 93025. fa 186050. & la somma 372100. Sia il detto numero 93636. & giontoli sopra 93636. fa 187272. & la somma 374544. Sia il detto numero 94249. & giontoli sopra 94249. fa 188498. & la somma 376996. Sia il detto numero 94864. & giontoli sopra 94864. fa 189728. & la somma 379456. Sia il detto numero 95481. & giontoli sopra 95481. fa 190962. & la somma 381924. Sia il detto numero 96100. & giontoli sopra 96100. fa 192200. & la somma 384400. Sia il detto numero 96721. & giontoli sopra 96721. fa 193442. & la somma 386884. Sia il detto numero 97344. & giontoli sopra 97344. fa 194688. & la somma 389376. Sia il detto numero 97969. & giontoli sopra 97969. fa 195938. & la somma 391876. Sia il detto numero 98596. & giontoli sopra 98596. fa 197192. & la somma 394384. Sia il detto numero 99225. & giontoli sopra 99225. fa 198450. & la somma 396900. Sia il detto numero 99856. & giontoli sopra 99856. fa 199712. & la somma 399424. Sia il detto numero 100489. & giontoli sopra 100489. fa 200978. & la somma 401956. Sia il detto numero 101124. & giontoli sopra 101124. fa 202248. & la somma 404496. Sia il detto numero 101761. & giontoli sopra 101761. fa 203522. & la somma 407044. Sia il detto numero 102400. & giontoli sopra 102400. fa 204800. & la somma 409600. Sia il detto numero 103041. & giontoli sopra 103041. fa 206082. & la somma 412164. Sia il detto numero 103684. & giontoli sopra 103684. fa 207368. & la somma 414736. Sia il detto numero 104329. & giontoli sopra 104329. fa 208658. & la somma 417316. Sia il detto numero 104976. & giontoli sopra 104976. fa 209952. & la somma 419904. Sia il detto numero 105625. & giontoli sopra 105625. fa 211250. & la somma 422500. Sia il detto numero 106276. & giontoli sopra 106276. fa 212552. & la somma 425104. Sia il detto numero 106929. & giontoli sopra 106929. fa 213858. & la somma 427716. Sia il detto numero 107584. & giontoli sopra 107584. fa 215168. & la somma 430336. Sia il detto numero 108241. & giontoli sopra 108241. fa 216482. & la somma 432964. Sia il detto numero 108900. & giontoli sopra 108900. fa 217800. & la somma 435600. Sia il detto numero 109561. & giontoli sopra 109561. fa 219122. & la somma 438244. Sia il detto numero 110224. & giontoli sopra 110224. fa 220448. & la somma 440896. Sia il detto numero 110889. & giontoli sopra 110889. fa 221778. & la somma 443556. Sia il detto numero 111556. & giontoli sopra 111556. fa 223112. & la somma 446224. Sia il detto numero 112225. & giontoli sopra 112225. fa 224450. & la somma 448900. Sia il detto numero 112896. & giontoli sopra 112896. fa 225792. & la somma 451584. Sia il detto numero 113569. & giontoli sopra 113569. fa 227138. & la somma 454276. Sia il detto numero 114244. & giontoli sopra 114244. fa 228488. & la somma 456976. Sia il detto numero 114921. & giontoli sopra 114921. fa 229842. & la somma 459684. Sia il detto numero 115600. & giontoli sopra 115600. fa 231200. & la somma 462400. Sia il detto numero 116281. & giontoli sopra 116281. fa 232562. & la somma 465124. Sia il detto numero 116964. & giontoli sopra 116964. fa 233928. & la somma 467856. Sia il detto numero 117649. & giontoli sopra 117649. fa 235298. & la somma 470596. Sia il detto numero 118336. & giontoli sopra 118336. fa 236672. & la somma 473344. Sia il detto numero 119025. & giontoli sopra 119025. fa 238050. & la somma 476100. Sia il detto numero 119716. & giontoli sopra 119716. fa 239432. & la somma 478864. Sia il detto numero 120409. & giontoli sopra 120409. fa 240818. & la somma 481636. Sia il detto numero 121104. & giontoli sopra 121104. fa 242208. & la somma 484416. Sia il detto numero 121801. & giontoli sopra 121801. fa 243602. & la somma 487204. Sia il detto numero 122500. & giontoli sopra 122500. fa 245000. & la somma 490000. Sia il detto numero 123201. & giontoli sopra 123201. fa 246402. & la somma 492804. Sia il detto numero 123904. & giontoli sopra 123904. fa 247808. & la somma 495616. Sia il detto numero 124609. & giontoli sopra 124609. fa 249218. & la somma 498436. Sia il detto numero 125316. & giontoli sopra 125316. fa 250632. & la somma 501264. Sia il detto numero 126025. & giontoli sopra 126025. fa 252050. & la somma 504100. Sia il detto numero 126736. & giontoli sopra 126736. fa 253472. & la somma 506944. Sia il detto numero 127449. & giontoli sopra 127449. fa 254898. & la somma 509796. Sia il detto numero 128164. & giontoli sopra 128164. fa 256328. & la somma 512656. Sia il detto numero 128881. & giontoli sopra 128881. fa 257762. & la somma 515524. Sia il detto numero 129600. & giontoli sopra 129600. fa 259200. & la somma 518400. Sia il detto numero 130321. & giontoli sopra 130321. fa 260642. & la somma 521284. Sia il detto numero 131044. & giontoli sopra 131044. fa 262088. & la somma 524176. Sia il detto numero 131769. & giontoli sopra 131769. fa 263538. & la somma 527076. Sia il detto numero 132496. & giontoli sopra 132496. fa 264992. & la somma 529984. Sia il detto numero 133225. & giontoli sopra 133225. fa 266450. & la somma 532900. Sia il detto numero 133956. & giontoli sopra 133956. fa 267912. & la somma 535824. Sia il detto numero 134689. & giontoli sopra 134689. fa 269378. & la somma 538756. Sia il detto numero 135424. & giontoli sopra 135424. fa 270848. & la somma 541696. Sia il detto numero 136161. & giontoli sopra 136161. fa 272322. & la somma 544644. Sia il detto numero 136900. & giontoli sopra 136900. fa 273800. & la somma 547600. Sia il detto numero 137641. & giontoli sopra 137641. fa 275282. & la somma 550564. Sia il detto numero 138384. & giontoli sopra 138384. fa 276768. & la somma 553536. Sia il detto numero 139129. & giontoli sopra 139129. fa 278258. & la somma 556516. Sia il detto numero 139876. & giontoli sopra 139876. fa 279752. & la somma 559504. Sia il detto numero 140625. & giontoli sopra 140625. fa 281250. & la somma 562500. Sia il detto numero 141376. & giontoli sopra 141376. fa 282752. & la somma 565504. Sia il detto numero 142129. & giontoli sopra 142129. fa 284258. & la somma 568516. Sia il detto numero 142884. & giontoli sopra 142884. fa 285768. & la somma 571536. Sia il detto numero 143641. & giontoli sopra 143641. fa 287282. & la somma 574564. Sia il detto numero 144400. & giontoli sopra 144400. fa 288800. & la somma 577600. Sia il detto numero 145161. & giontoli sopra 145161. fa 290322. & la somma 580644. Sia il detto numero 145924. & giontoli sopra 145924. fa 291848. & la somma 583696. Sia il detto numero 146689. & giontoli sopra 146689. fa 293378. & la somma 586756. Sia il detto numero 147456. & giontoli sopra 147456. fa 294912. & la somma 589824. Sia il detto numero 148225. & giontoli sopra 148225. fa 296450. & la somma 592900. Sia il detto numero 148996. & giontoli sopra 148996. fa 297992. & la somma 595984. Sia il detto numero 149769. & giontoli sopra 149769. fa 299538. & la somma 599076. Sia il detto numero 150544. & giontoli sopra 150544. fa 301088. & la somma 602176. Sia il detto numero 151321. & giontoli sopra 151321. fa 302642. & la somma 605284. Sia il detto numero 152100. & giontoli sopra 152100. fa 304200. & la somma 608400. Sia il detto numero 152881. & giontoli sopra 152881. fa 305762. & la somma 611524. Sia il detto numero 153664. & giontoli sopra 153664. fa 307328. & la somma 614656. Sia il detto numero 154449. & giontoli sopra 154449. fa 308898. & la somma 617796. Sia il detto numero 155236. & giontoli sopra 155236. fa 310472. & la somma 620944. Sia il detto numero 156025. & giontoli sopra 156025. fa 312050. & la somma 624100. Sia il detto numero 156816. & giontoli sopra 156816. fa 313

10, & giongendogli le sue quatro radici similmente fan quadrato, però che la somma fara 24 $\frac{1}{16}$, qual è quadrato, & anchora le quatro sue proxime $\frac{3}{4}$, anchor quadrato, la cui radice fara $\frac{4}{4}$, & così fara le simili, & del medesimo ti bauera fatto se bauerai solo, over tanto a mente il secondo numero congruente con il suo quadrato congruo, cioe 100 e 169. che per tal effetto porrò da canto congruente, cioe 100 per la quantita delle radici, cioe al primo caso di sopra per 5. che vien 40. per il quale poi parti 169. che vien $4\frac{9}{40}$, qual dico che quadri, multiplicando lo in se fa $17\frac{1}{4}\frac{1}{0}\frac{9}{0}$, che anchora fara il tutto, benche non sia quel medesimo numero, che si trouo per il primo congruente, cioe per 24. che poco ti caso, perche non bisognamo il tutto. Si che infiniti se ne potrebbono dare, che bastaria alla medesima domanda, & come che infiniti possono esser congruenti per le date regole, & lor quadrati congrui formati, & ogni seguente quando diceste, o le 5. o le 6. o le 7. o le quante si volesse, ben radici sempre venira benissimo. Et simili casi sono molto varij da quelli di prima, perche in quelli si nominava la quantita specificatamente, che si bauea da aggiongere, & cauare, e però erano assai piu facili. Queste parimente fondamente non secondo membro piu di una quantita, che dell'altra, ma solamente delle radici del medesimo numero, che si bauea da mouere, come si è visto. E però è piu facile, perche possono seco la natura, & proportion delli numeri congruenti di loro quadrati congrui se ben si riguardara la operatione, & sue radici, & quadrati. Hor quelle voglio che siano bastanti a simili casi, per se stessamente quante vedi.

Decimo.

Per intendere le due seguenti regole, che per risolvere alcune questioni, che fanno li numeri quadrati di loro si dara. Bisogna notare oltra quello, che di numeri quadrati babbiamo detto, che essi hanno questo ordine naturale, che essendo ordinatamente al cominciando in questo modo 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. & così discorrendo in infinito si trouano, che ogni numero quadrato maggiore numero di loro immediatamente mancare nella somma delle sue radici, & il semplice di esse radici ha vna in 3. & qual 4. dico esser la somma delle 2. radici di 4. & del 9. 4. equale a quella di 5. & 1. & quella di 4. & 1. che giunte insieme fanno 5. come è detto. Et similmente il 16. manca il 8. in 8. & qual 6. dico esser le 2. di 4. & di 9. insieme giunte, & perche la 2. di 4. & la 3. di 9. è 5. & la 3. di 9. & la 4. di 16. insieme giunte fanno quel 7. come habbiamo detto. Similmente pigliando 6. & 9. che vedi che 15. manca 5. di 7. & la radice di 6. è 2. & quella di 9. è 3. che giunte insieme fanno 5. per 7. come è detto. Et perche possi meglio intendere la regola, che si dara, ti voglio dare vn'altra, che il 100 sopra la somma la 81. in 19. & la radice di 81. è 9. & la radice di 100. è 10. che giunte insieme fanno il detto 19. come è detto, & medesimo trouarai seguir in tutti gli altri, per cio fanno ordinatamente tutti li numeri quadrati l'ordine sopra narrato.

Anchora nota, che la somma delle dette due radici di detti dati quadrati è necessario esser numero difparo, come da te medesimo ne esperienza potrai bauere. Però seguita che la differentia di due numeri quadrati ordinatamente tolti sia sempre vn numero difparo.

Trouami vn numero, che giontoli il suo numero quadrato, & tratone 2. resti vn numero quadrato in quatro modi, che la somma di quel 2. che ti vuol aggiongere con quel 7. che ti vuol cauare di 2. resti numero difparo, e però la differentia delli detti numeri quadrati, che ti vuol formar con lo aggiongere di quel 2. & cauar di quel 7. venga esser 5. & quella sia differentia (per le regole date nella precedente) vien a esser la somma delle radici de detti duoi numeri quadrati, & le dette due radici quella del maggiore di detti duoi numeri quadrati sempre 1. piu di quella del menore, adonque quando 1. sia detto 5. resta 4. & la meta di 4. che fara 2. sara la radice del menor numero quadrato, adonque il detto menor quadrato fara 4. & se vorrai il maggiore aggiongi 1. al 4. fara 16. & la meta di 16. che è 8. fara la radice del detto maggior quadrato, e però il maggior quadrato fara 64. & cosi potrai trouare il ricercato numero, perche se del maggiore, cioe di 64. ne cauerai quel 2. che ti propose di aggiongere, restara 62. per lo ricercato numero, cosi anchora al menor quadrato, cioe a quel 4. gli aggiongerai quel 7. che ti propose di cauare, fara medesimamente quel medesimo 62. e però risponderai il detto ricercato numero esser 62.

Anchora nota che la sopradetta operatione non vuol dir altro, che vn dir del sopradetto 15. che partirai rompere la via, & pigliarai la maggior parte fara 8. & l'altra 7. & così 8. fia la radice del maggior numero quadrato, & quel 7. fara la radice del menore, come per l'altro modo ti ne dice detto, e però accorti nelle simili.

Trouami vn numero, che giontoli 8. facia numero quadrato, & tratone 2. resti anchora vn altro quadrato.

In questo vedi, che la somma di quel 8. che ti vuol aggiongere con quel zero 8. che ti vuol cauare fa 16. il qual 16 vien a esser la differentia di quelli duoi numeri quadrati, che fia da formare con lo aggiongere, & con lo leuar di quel 8. & perche il detto 16 è numero pare, siamo certi detti duoi numeri quadrati non esser della ordinatamente dispositi, e pero in questa, & nelle altre simili, che quello che ti vuol aggiongere, & cauare è anchora numero pare, come che è in questa, che è 8. pigliarai la metà del detto 8. che è 4. & quadrala fa 16. al qual 16. aggiongi sempre 1. per regola fara 17. & questo 17. fara il maggior numero, che giontoui 8. fara 25. che è numero quadrato, & trattone 8. resta 9. che è per numero quadrato, come ti proposi. Et così fa la propetta questione hauendo detto, che giontoui 8. facia numero quadrato, & trattone 8. resti numero quadrato, ai intendi che pur pigli la metà di 8. che è 4. & lo ducrai in quadro, fara 16. al qual giontoui 1. per regola hauera fatto 17. & così 17. fara fatto lo adimandato numero, che giontoui 8. fara 25. & trattone 8. resta 9. che è numero quadrato, & l'altro numero quadrato, & con tal regola procederai in tutte le altre simili, che il numero, che ti vuol aggiongere, & cauare fia numero pare. Et nota che le sopra date dette questioni s'intende per li numeri quadrati semplici, che fanno interpretatione di rotti, ma conciosia cosa di poter dar la conclusion in numeri rotti, per altre vie ti potria conchiudere il nostro proposito.

13 Ricerchi vn numero, che giontoui 7. facia quadrato, & trattone 4. resti anchora quadrato.

Se ben conosci questa questione medesima, che la non vuol dir altro, che trouar duoi numeri quadrati, che la loro differentia fia 11. (cioe la somma di quel 7. che ti vuol aggiongere con quel 4. che ti vuol cauare) & perche il detto 11. è numero dispari, (per esser 11.) pero ai 11. resta a esser la somma delle radici de detti duoi numeri quadrati, onde secondo del detto 11. due parti fanno sempre la mità (come ti dissi sopra al 5.) l'una fia 6. & l'altra 5. & così il maggior numero quadrato fara 36. & il minore 25. che la loro differentia fara 11. (come è detto) Onde per trouar lo adimandato numero, cauo di 36. quel 7. che ti vuol aggiongere, & resta 29. per lo adimandato numero, ouero aggiongo a 25. quel 4. che ti propone di cauare fara medesimamente 29. per lo detto ricercato numero come prouai, che la mostra, come è detto.

14 Ricerchi vn numero, che giontoui 7. facia numero quadrato, & trattone 7. resti anchora quadrato.

In questa ancora vedi, che ti ricerca di trouar 2 numeri quadrati, che la loro differentia fia 14. (cioe la somma di quel 7. che ti propone di aggiongere con quel altro, che ti vuol cauare) & perche il detto 14 è numero pare, & la metà di quello è dispare, laqual ne pruoua, che di così duoi quadrati non esser della ordinatamente dispositi, l'altra seconda questa, che che la metà del detto 14. (cioe 7.) è numero dispari se accorda un'altro dubbio simile, cioe se egli è possibile, ouer non, di poter esequire al questione in numeri semplici, che bona resta, ma perche a voler far conoscere questo con demostratione, cioe s'egli è possibile, ouer non possibile, ci andaria da ragionar assai, ai rimetti pero pratico gli venira fatta in breue, & ancho a dar al ricercato nelli detti numeri semplici, a ritrouarli fara cosa facile. Onde per ritrouare questa, & ogni altra simile pigli la metà di quel 7. che ti propone di voler aggiongere, & cauare, cioe pigli 3½ quanto fa 10. (cioe della lor somma) che per l'uno, & l'altro modo se ne vorra 3½, quadra questo 3½ fara 12¼, & a questo 12½ sempre aggiongi 1. per regola fara 13½, & tanto fara il ricercato numero, al qual 13¼ giontoui 7. fara 20¼, che è numero quadrato, la cui radice è 4½, & trattone il detto 7. 3½ per 7. resta 6¼, che è pur numero quadrato, la cui radice è 2½, come ti proponi.

15 Ricerchi vn numero, che giontoui 4. facia (largo modo) numero quadrato, & trattone 10. resti anchor quadrato.

In questa procederai per il secondo modo della precedente, cioe ai vedi, che in questa medesimamente non ti ricerca altro, che di voler trouar (largo modo) duoi numeri quadrati, che la loro differentia fia 14. (cioe la somma di quel 4. & 10.) e pero per trouarli pigli il quarto di 14. che è 3½, quadrato fara per 12¼, (come nelle passate) aggiongigli 1. per regola fara 13½, & tanto fara il detto numero, quando che ti fusse proposto di voler aggiongerui 7. & di cauarne 7. come nelle passate, & li detti duoi numeri quadrati faranno quelli medesimi, come nella precedente, cioe il maggiore fara 20½, & il minore fara 6½, ma perche la questione non dice di voler aggiongere 7. ne di cauar 7. anzi dice di aggiongere 4. & di cauar 10. pero bisogna cauar quel 4. che ti vuol aggiongere da quel 20½ (maggior numero quadrato) & restara 16½ per lo ricercato numero, ouero aggiongere quel 10. che ti vuol cauare a quel 6½ (minore numero quadrato) & fara medesimamente il detto 16½ per il detto ricercato numero, laqual giontoui quel 4. che ti propone, fara

quel

quel ∴ $\frac{1}{2}$, & numero quel ∴ che si proponerà $6\frac{1}{2}$, che fiano, & l'uno è numero quadrato (largo modo) come si propone, & con tal ordine procederai nelle simili.

36 TRouami (largo modo) duoi numeri, che la summa di loro quadrati faccino ∴ 100. ma che non siano 6. & 8. & per esser meglio inteso tal dì, che il quadrato di 6. è 36. & il quadrato di 8 è 64. & quelli duoi quadrati giunti insieme fanno ∴ ponno 100. hor dimando che mi sia trouato duoi simi numeri, cioè di tutti doi 6. & 8. che lì loro quadrati giunti insieme facciano pur precisamente ∴ 100.

Per risolvere questa questione, & altre simili, trouo duoi simi numeri (per quali si voglia delle regole date) o siano simi, o resti, pur simi, & resti, che la summa delli loro quadrati faccia (largo modo) numero quadrato. Hor poniamo che li duoi trouati siano 5. & ∴ che li loro quadrati sono ∴ 25. & ∴ 144. che giunti insieme fanno ∴ 169. che è pur numero quadrato, ma ne vorrebbi, che tal numero quadrato fusse ∴ 100. Et però per la regola del 3. dirai, se ∴ 169 viene da ∴ 25. & da ∴ 144. di chi venirà ∴ 100. cioè trouerai, che venirà da ∴ $14\frac{1}{169}$, & da ∴ $59\frac{1}{169}$, & questi sono li quadrati di detti duoi numeri, che li addimandi, liquali duoi quadrati tu vedi, che summandoli insieme fanno precisamente ∴ 100. come si vuole, & ancora l'uno, & l'altro di detti duoi numeri (cioè $14\frac{1}{169}$, & $59\frac{1}{169}$) è numero quadrato (largamente parlando) perche se ben gli essaminerai, trouerai la ∴ di $14\frac{1}{169}$ essere $\frac{1}{13}$, & quella di $59\frac{1}{169}$ essere $\frac{7}{13}$, però la fia secondo il proposito.

Dimostrare circa alle simili questioni.

37 A bisogna sapere, che alle simili questioni mai può dar infinite solute, in caso che si possa trouar ∴ numeri in simile specie di proportioni, cioè la summa di loro quadrati (largo modo) numero quadrato, però secondo la varietà delle proportioni di quali si trouerà variar la conditione. Diremo gratia se in luogo di quelli duoi 5. & ∴ noi pigliassimo 5. & ∴ 5. il quadrato di 5 è 25. & il quadrato di ∴ 5 è ∴ 25. li quali duoi quadrati giunti insieme fariano ∴ 50. che è pur numero quadrato, & così procedendo per il medesimo ordine, che fu detto di sopra dicendo, se ∴ 50 viene da 25. & da ∴ 5. di chi verrà 100. opera che trouerai, che verrà da ∴ $\frac{1}{2}$, & da ∴ $7\frac{1}{2}$, cioè le radici di quelli duoi quadrati (le quali l'una fia $\frac{1}{2}$, & l'altra fia $7\frac{1}{2}$) fanno gli addimandati numeri, cioè che la summa delli loro quadrati faccino 100. & medesimo loro modo differenti, non solamente dal 6. & 8. ma ancora da quelli $\frac{1}{13}$, & $9\frac{7}{13}$ trouati per quell'altra specie di proportione, & così ancora molt'altri differenti da quelli, & da quelli se ne potria trouare, & di ciò ne ho voluto accenare.

Come si trouano quei formino li numeri perfetti.

38 VEdesi nella vltima propositione del suo nono libro per dimostrarne specialmente, come si formino, ouer come si trouino li numeri perfetti due cose parole.

Quando hanno alcuni numeri della vnità continuamente doppij, che cogiunti facciano numero primo, moltiplicato l'vltimo di quelli nel detto aggregato, produce vn numero perfetto. Et quantunque il detto Euclide dimostri specialmente ciò proposito, nondimeno per brevità, che della specialità non hanno cognitione, quasi intendo di dichiarare, & esemplificare con numeri ciò proposito. Per trouar adunque ordinatamente quanti numeri perfetti si vogli per la detta regola data da Euclide, bisogna trouare quelli numeri doppij continuamente doppij, & il primo che di numero in numero gli andiamo formando, così di numero in numero si debbiamo andar formando, & vedere se cui summa fia numero primo, & essendo numero primo, allhora debbiamo moltiplicare cui summa sodetto di quelli numeri fatti, & quel che produce fara il primo numero perfetto. Ma se la detta summa non sarà numero primo, ma composto, allhora debbiamo procedere per altra, cioè summar l'altro seguente numero doppio, & fatto questo di nuouo consideriamo se cui summa fia numero primo, come non, & essendo primo, faremo, come s'è detto, cioè lo moltiplicaremo in quel vltimo numero summato, & cui produrà fara il secondo numero perfetto, & con tal ordine andar procedendo, & seguendo si trouerà il terzo numero perfetto, & dopoi quarto, & il quinto, & il sesto, & così si potria procedere in infinito. Et acciò meglio m'intendi per trouar il primo numero perfetto alzeremo la vnità, & conseguente a quella il ∴ & li summeremo insieme, & fanno ∴ & perche il detto 3 è numero primo (per la diffinitione) lo moltiplicaremo per quel ∴ fara 6. per il primo di numeri perfetti, poi per trouar il secondo anderemo continuando l'ordine della nostra duplatio ne ponendoci consequentemente ∴ & questi summandoli insieme fanno 7. il qual ∴ per esser

Per dilatare il numero dalla vnità continuamente doppio

1				numeri perfetti
2	primo	3	6	
4	primo	7	28	
8	copolato	15.		
16	primo	31.	496	
32	copolato	63.		
64	primo	127.	8128	

numero primo (per la 28. nona) lo multiplicaremo per quel 4 (vltimo doppio) fia 32. poi il secondo numero perfetto, poi per trouar il terzo consequentemente 2 quel 4. poco fa l'vltimo doppio, cioè 8. & il tutto summaremo per tutti insieme, & fiano 120. & perche questo 15 non è numero primo, anzi è numero composto, & per passaremo più oltra procedendo l'vltimo doppio, qual è 16. & fiamo in questo modo 1. 2. 4. 8. 16. & questi tutti insieme fiano 31. & qual 31. per esser numero primo lo multiplicaremo per quel 16 (vltimo doppio) fia 496. per il terzo numero perfetto, poi per trouar il quarto numero perfetto, poneremo l'vltimo consequente doppio, cioè 32. & fiamo poi in questo modo 1. 2. 4. 8. 16. 32. & questi fiammo insieme, & trouaremo, che fiamo in summa 63. & qual 63. non è numero primo, anzi è composto, & suoi compositori sono 21. & 3. & per passaremo più oltra procedendo l'vltimo doppio, qual è 64. & fiamo poi in questo modo 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. & questi tutti insieme, & trouaremo, che in summa fiamo 127. & qual 127. (che non lo essendo trouarai esser numero primo, e perciò lo multiplicaremo per quel 64 (vltimo doppio) & trouaremo, che fia 8128. per il quinto numero perfetto, & in con tal ordine andarai procedendo, & con diligenza essaminando trouarai quinto numero perfetto esser 33550336. & il sesto esser 8589869056. & il settimo esser 137438691328. & l'ottauo esser 2305843008139952128. & il nono esser 35184372056801886208. & il decimo esser 562949936644669071928832. & il decimoquarto esser 9007199187632133895487. & il decimoquinto esser 144115187807420909879754240. & il decimosesto esser 2305843008676153951180528472128. & il decimosettimo esser 36893488141825316618892008068736. & il decimottauo esser 590295808358993435136769681635840. & il decimonono esser 9444732954135068810215390674186240. & il vigesimo esser 151115727451828646838272510789979832. & il vigesimoprimo esser 2417851639229258349412352172158804480. & il vigesimosecondo esser 38685626227668133590597632338994440192. & il vigesimoterzo esser 618970019642690137449562087022259105792. & il vigesimoquarto esser 9903520314283042199192993379560305594368. & il vigesimoquinto esser 158456325028528675187087900672804949094128. & il vigesimosesto esser 2535301200456458802993406410833779766272. & il vigesimosettimo esser 40564819207303340847894502572032402056192. & il vigesimottauo esser 649037107316853453566312041152512335394304. & il vigesimonono esser 10384593717069655257060992658440192. & il trigesimo esser 166150207468314442545609461734243077242880. & il trigesimoprimo esser 2658402519570311320729751477478892351995904. & il trigesimosecondo esser 42534438313124981131676023639662277631934464. & il trigesimoterzo esser 680710613009999698106816378234596442110951424. & il trigesimoquarto esser 10891369808159994769708261251753543073775222784. & il trigesimoquinto esser 174261916930559916315332180028056689180035564544. & il trigesimosesto esser 2788190670888958661045314880448906226880569032704. & il trigesimosettimo esser 44611050734223338576724638087182499630089104523264. & il trigesimottauo esser 713776811747573417227594209394919993681425672372224. & il trigesimonono esser 11420428987961174675641507350318879898902810757955584. & il quadragesimo esser 182726863807378794810264117605102078382444972127289344. & il quadragesimoprimo esser 2923629820918060716964225881681633253191919553963829504. & il quadragesimosecondo esser 46778077134688971471427614106905332051070712863421272064. & il quadragesimoterzo esser 748449234154223543542841825710485312817131405814740353024. & il quadragesimoquarto esser 11975187746467576696685469211367765005074102493035845648384. & il quadragesimoquinto esser 191602996743481227146967507381884240081185639888573529573376. & il quadragesimosesto esser 3065647947895699634351480118110147841298970238217176473173504. & il quadragesimosettimo esser 49050367166331194149623682889762365460783523811474823570776064. & il quadragesimottauo esser 784805874661299106393978926236197847372536380983597177132161024. & il quadragesimonono esser 12556894794580785702303662819779165557960582095737554834114576384. & il cinquagesimo esser 200910316713292571236858605116466648927369313531800877345833222144. & il cinquagesimoprimo esser 3214565067412681979789737681863466382837909016508814037533331554304. & il cinquagesimosecondo esser 51433041078602911676635802909815462125406544264141024600533304868864. & il cinquagesimoterzo esser 822928657257646586826172846557047393990504708226256393608532877901824. & il cinquagesimoquarto esser 13166858516122345389218765544912758303848075331620102297736526046429184. & il cinquagesimoquinto esser 210669736258757526227500248718604132861569205306161636763784416742867344. & il cinquagesimosesto esser 3370715780140120419640003979497666125065107284898618028220550667885877504. & il cinquagesimosettimo esser 53931452482241926714240063671962657999442915678377888451528810685741600064. & il cinquagesimottauo esser 862903439715870827427841018751402527990286650853246215224460970971865601024. & il cinquagesimonono esser 13806455035453293238845456300022440447844586413651939443591375535549850416384. & il sesagesimo esser 220903280567252691820727300800359046845513862618430311097461688568797606621184. & il sesagesimoprimo esser 3534452489076043069131636812805744749528221802294884977559387016301161706098944. & il sesagesimosecondo esser 56551239825216688906106188204891915992451548836718159640950192260818587297583104. & il sesagesimoterzo esser 904819837203466222497699011278270655879224781387490554255203076173097476761329664. & il sesagesimoquarto esser 14476917395255459559961584180452330494067596502199848868083249218769559628181274624. & il sesagesimoquinto esser 231630678324087352959385346887237287905081544035197581889319987500313273650036394496. & il sesagesimosesto esser 3706090853185397647349685550195796606481304704563161310228479800005012378400582311424. & il sesagesimosettimo esser 59297453330966362357594168803132745703700875273010580963655676800080198054409316982784. & il sesagesimottauo esser 948759253295461797721506700850123931259214004368169295418491308801283168870549071724544. & il sesagesimonono esser 15180148052727388763544107213601982900147424069890708726695860940820530701928785147592704. & il settagesimo esser 242882368843638220216705715417631726402358785118251339626973775053128491230860562361483264. & il settagesimoprimo esser 3886117901498211523467291446682107622437740561892021434031580400850055699693769957783732224. & il settagesimosecondo esser 62177886423971384375476663146913721959004649150752342944505286413600891194300319324539715584. & il settagesimoterzo esser 994846822783542149207626610350619551344074386412037487112084582617614259108805109192635449344. & il settagesimoquarto esser 15917572844536674387322025765609912821505190182592599794593353321881827345740881747082167189504. & il settagesimoquinto esser 254681165512586790197152412249758605144083042921481596713493652510109237531854107953314754232320. & il settagesimosesto esser 4074578648201388643154438595996137682305328686743705547415898440161747800509665727253035875717120. & il settagesimosettimo esser 65193258371222218290470216735938202116885258987899288758654375042587964808154651636048574011473920. & il settagesimottauo esser 1043092133939555492647523467774707233870964143806388620138469400681276956930474426176777184183582720. & il settagesimonono esser 16689473343032887882360375484395315741935426300902218322215510410900431310887590818828435938936832512. & il ottagesimo esser 267031573488526206117766007750324251870966820814435493155448166574406900974201453101255774302189320192. & il ottagesimoprimo esser 4272504375816419297884256124005187229935469133030967890487170665190510415587223249620092388835029123072. & il ottagesimosecondo esser 68360070013062707166147297984082995678967506128495486254994730642448166649395571993921478141360465969152. & il ottagesimoterzo esser 1093761120209003314658356767745327930063480098055927780079915690279170666390329151902743650261767455862272. & il ottagesimoquarto esser 17500178723344053034533708428725246881015681568894844481278650244466730622445266430443898404188359293796352. & il ottagesimoquinto esser 280002859573504848552539334859604150096250905102317511700458403911467689959244262887102374467013748700741632. & il ottagesimosesto esser 4480045753656077576408629577753466401540014481636920187207334462583482239347908206193637991472219979211866112. & il ottagesimosettimo esser 71680732058497212422538072444055462424640231706190723339317351401335715829566531298298207863555519667389857792. & il ottagesimottauo esser 1146891712935955878760609159104887398794243707298251733108077622421371453273064500772771325816888314781582843392. & il ottagesimonono esser 18350267406975294060169746545678198380707899316771227729729241958741943252368720012364341213070132076505325494272. & il nonagesimo esser 293604278511604704962715944730050773291326389068339643675667871339871092037899520197829459408321312824085207908352. & il nonagesimoprimo esser 4697668456185675279403455115680812372660222225093434298809070741437937472606392323165271350533140205185363326534912. & il nonagesimosecondo esser 75162695298970804470455281850892998282563555601494868780945131862926999561702277170644341608530243282965813224558592. & il nonagesimoterzo esser 1202603124783532871527284509614287972521017689623917900495122989806831992987236434730309465736483892527453011928137472. & il nonagesimoquarto esser 19241649996536526744436552153828607560336282633982686407921967837309311887795782955684951451783742808439248190850199552. & il nonagesimoquinto esser 307866399944584427910988834461257721365380522143722982526751485396948990204731727291758423228539884934227970253603192832. & il nonagesimosesto esser 4925862399113510846575821351380123541846088354299567720428023766351183843275707636668134771656637518947647524057651085312. & il nonagesimosettimo esser 78813798385816173545213141622081976669537413668792283527648380261618941492411322186690156346506200303162360384922417360850432. & il nonagesimottauo esser 1261020774173058776723410265953151626712598618700516536442373764185903063878581155466242501544099204850597526158677773606912. & il nonagesimonono esser 20176332386769404427574564255250426027401577899208264583078780227774448621736498487459880024705587277609560418538844377710592. & il centesimo esser 322821318188310470841192228084006816438425246387332233249260483644391177947783975798557184395289459641752966696621509931368448. & il centesimoprimo esser 5165141090932967533459555649344109062150803942197315731988167738310258847164543612776915750324631353627247466345944158901895168. & il centesimosecondo esser 82642257454927480535352890389505449954412863075157051711810683812963741554632697804430652005194101657963959461535106542430322688. & il centesimoterzo esser 1322276119278839688565646246232087199270605809202512827389770941007419864874123164870890432083105626527423351384561704678884302848. & il centesimoquarto esser 21156417907661435016250339939713394788329692947240205238236335056118717837986530637934246913329690024438773622153147274862148845568. & il centesimoquinto esser 338502686522983200260005439035414316613274127155843283811781600897899485407784490206947950613274240390620377954450356397794381291008. & il centesimosesto esser 5416042984367731204160087024566629065812385874493492540988505614366391766524551843311167209812387846249925247272805702364710900656128. & il centesimosettimo esser 86656687749883699266561392393066065453798173991895880655816089829862268264392829492978675357198045539998803956364891237835374410498048. & il centesimottauo esser 1386506844798139188265382278289057047260770783870334090493057437277796292230285271887658805714368728639980863301838259805365510567688192. & il centesimonono esser 22184109516770227012246116452624912756172332542725345447889183795644740675684564350202540891429899658239693812829412156885848169082912768. & il centesimoprimo esser 354945752268323632195937863242798604098757320683605527166226940730315850810952698403240654862878394531835901005270594510173571105327644288. & il centesimosecondo esser 5679132036293178115134973811884777665580117130937688434659631051684253612975243174451850477806054312509374416084329512162777137684922308608. & il centesimoterzo esser 90866112580690849842159580990156442649282738094602134954553681226947257807603890791229607644896869000149990657349272194604433882958756937728. & il centesimoquarto esser 1453857801051053597474553295842503082388523809513634159272858899631156124921662252659673722318349904002399850517588355113670942127340309243648. & il centesimoquinto esser 23261724816816857559592852733480049318216380952218146547565742394098497998746596042554779557093598464038397608281413681818731073396485947899648. & il centesimosesto esser 372187596908269720953485843735680789091462095235490344760251878305575967979945536680876472913497543424614361325062618908299697174343775166394368. & il centesimosettimo esser 5955001550532315535255773499770892625463393523767845516164030052889215487679128586893223662616760694793829781200401902532795154789500402622308608. & il centesimottauo esser 95280024808517048564092375996334802007414296380285528258624480846227447802866057389491578601868171116701276499206430440524722476631206441956937728. & il centesimonono esser 1524480396936272777025478015941356832118628742084568452137991693539639164845856918231865257629890737867220423987428887248395559626099303071510988288. & il centesimo esser 24391686350980364432407648255061709313898059873352295234207866296634226637533710691709844121278251805875526783798862195973528953617588849144175812608. & il centesimoprimo esser 390346981615685830918522372080987349022368957973636723747325860746147625400539370747357505940452028894008428540781795135576463257881421986306813008128. & il centesimosecondo esser 6245551705851773294696357953295797584357903327578187579957213771938361206408629931957720095046432462304134856652508162169223324606102751780908992130048. & il centesimoterzo esser 99928827293628372715141727252732761349726453240450999679315420351013779302538078911323521520742918596866157706440130594707573193697643228494543538081792. & il centesimoquarto esser 1598861236698053963442747636043724181595623251847215994869046725616220468840609262581176344331886777389858523303042089515321171099162291655912568609308672. & il centesimoquinto esser 25581779786368863415083962176699586905529971229555455917904747609859527501449748201298821509310188438237736372848673432245138737585860663450574809748949512192. & il centesimosesto esser 409308476581901814641343394826793902488479539672887294686475961757752440023195971220781144148963015011803781965578774915922201801373770455308956958391512307712. & il centesimosettimo esser 6548935625310428954261494317228702439815672634766196715783615388124039040371135539532498306383408240188860511449260398654755228821980327285134511333464196923392. & il centesimottauo esser 104782969204966863268183908275659239037050826156258347452537846210784624645938168632519972902134531843021768183188166378476083660511687636562152181335427070774272. & il centesimonono esser 1676527507279469812290942532410547824592813218500133559240605539372554394335010698920319646434152509488348290930690662055617338568186202184579234901366833132388352. & il centesimo esser 26824440116471516996655080518568765193485011496002136947849688629960870309360171182725114343746440151813572654891050592889877705890979234953267758421869330118144512. & il centesimoprimo esser 429191041863544271946481287497100242295760183936034191165594202079373924949762739083601829499943042428937162478256809486238043294255667956276124029909288961890304192. & il centesimosecondo esser 6867056669816708351143700599953603877532162942976547058649507233269982799196204625337629271999088678862995959652108951779808692707880906687300418064478548623390724352. & il centesimoterzo esser 109872906717067333618299209599257662040514607087624753386392115732319644787139274005401876351985418861807935354433743228476939323326494507796806689031656778134531588608. & il centesimoquarto esser 1758366507473077337892787353588122592648233713402795254182273851717114316594228384086430021631766701788927125670939891655510709173223912124748907024506028450312704768. & il centesimoquinto esser 28133864119569237406284597657410761482371739414444724066916381227473829065507653441382880346106827228622833010734558265688171346771582593995982512392096451205004603392. & il centesimosesto esser 450141825913107798500553562518572183717947830631115585070662099639581264872122455062126085537709235657965328171752932250990741548345321503935720198273543219280073654272. & il centesimosettimo esser 7202269214609724776008857000297155739487165290097849361130593594233300237953959280994017368603747770527445250747246916015851864773524824062971523172056915084801179648. & il centesimottauo esser 115236307433755596416141712004754491831794644641565589778089497507732803807263348495904277897659964328439124011955950656253629836376396985007544370752910641356818874368. & il centesimonono esser 1843780918940089542658267392076071869308714314265049436449431960123724860916213575934468462362559429255026304191295210500058077381862342160120709931246570261708990791872. & il centesimo esser 29500494702241432682532278273217149908939429028241590982390911361979597774659417214951495397800951268080420067060723368000929414909797473921931358899945124187342652430336. & il centesimoprimo esser 472007915235862922920516452371474398542310864451865455718254581791673564394550675439223926364815220289286721073155738880014870638556759582910901982399121986997482438852608. & il centesimosecondo esser 7552126643773806766728263237943590376677374311229847291492073308666777030312810807027582821836963524628587537170491822080238090216908153326574431718385919791959814221641728. & il centesimoterzo esser 120833866300380908267652211807097446026837989779677556663873172938668432484500972912441325149391416394057400594727869153283809443470530613225190907494174716671356707546275328. & il centesimoquarto esser 1933341860806094532282435388913559616429407836474840906621971686986694919752015566599061202390262662304918409515645906452550551095528484905203054519867963466741707320740404480. & il centesimoquinto esser 30933469772897512516358965422616953862870525383597454506111547791786910716032249065584979238244202596878694552250334503240808817528455758483249207197887415467867317131846471168. & il centesimosesto esser 494935516366360200261743446761871261805928406137559272097784764668590571456515985049359667811907241500459112036005352051852940280455321357319873915166198647485877138949543538688. & il centesimosettimo esser 7918968261861763204187895148189940188894854498200948353564556234697448583304255760789755485390515864007345792576085632829647044487285141717117982642657578359774033822392696619008. & il centesimottauo esser 126703492189788211266990322370238403022317671971215173657032899754359177332868092172636087765448253824117532681217370125274352711797714267473887722282521253756384541158283145904128. & il centesimonono esser 2027255874860611380311845157923814448357082591539442778512526396069746837325889474821377404247172061185880522899477922004389643388763428278782203564040420060102150594532530334466048. & il duecentesimo esser 32436093997769821284989522526780231173713321464631084456200422497115949173214231716502198467954753298942408366391646752070234140620548452460515256864646721601634409512520485351456768. & il duecentesimoprimo esser 518977503964317140559832360428483698779413143434097511299206759953855186771427707464035175487276052783078533862266348033123746249928775239368244109834315545625830552200327767223449088. & il duecentesimosecondo esser 8303640063429074248957317766855738780470610294945560180787308159261683148342843319424562807796416844929256541796042368529979939998860403829476385757349048729373288803525244277351185408. & il duecentesimoterzo esser 132858241014865187983317084269691820487529764719128962892596930548186930373485493110793004924742669518868104668736678168479678399981766461271622172117584779669972620856403908437618966528. & il duecentesimoquarto esser 2125731856237842847732673348314269127800476235506063406281550889282990885975767889772688078795882712302089674699786850695674854399709863380345954753881276474719561293702462749402591248. & il duecentesimoquinto esser 34011709699805485563722773572628305644807619768097014500504814228527854175612286236363009260734123396833434795196589610330797670395157413527327276062100423595512980699239403990441984768. & il duecentesimosesto esser 544187355196887769819564377162052890316921916289552232008077027656445666809796579781808148171746134349335756723145433765292764326326522614965236417697606777528207691187830463847071748608. & il duecentesimosettimo esser 8706997683150044317112229939393246245070750660632835712129232442503130668956745276509330370747938197589371307570327740244684229221224418638644582682841708440451331059005287421552747976704. & il duecentesimottauo esser 139311962930400709073795678310291939921131210570125371393467719080050090703307924024149285931967011961429940921125243843874947539539590698218313322925467335046421296944845958744844127627264. & il duecentesimonono esser 2229791406886411345180730852964670718738099369122005942295483505281601451252926784386388574911472191383039054738003901501598808632633451171493012526807477520742740751117534539917506041803264. & il duecentesimo esser 35676662510182581522891693647434731499809589906752095077527736084505623220046828550182216398583555061328624875808062424024780938122135218743888201228919639531883852017876552638680096669252224. & il duecentesimoprimo esser 570826600162921304366267098359755703996953438508033521240443777352089971520749656802915462377368880981258798012929798784396494098754163499902211219662714232510141632286024842218881546788356864. & il duecentesimosecondo esser 9133225602606740869860273573756091263951254936128536339847100437633439544331994508846647398037902095700140768206876780550303905580066615998435379514603427720162266116576397475502104748613709824. & il duecentesimoterzo esser 146131609641707853917764377180097460223220078978056581437553606522135352709311912141546358368606433531202252931310028808804862489281065855974965752233654843522596258665222359608033675977819357184. & il duecentesimoquarto esser 2338505754267325422684229954881559363571521263648905302520857704354165643348990594264741373897702936499236046900960460940877799828497053695599452035738477496361540138643557753728538815645109713664. & il duecentesimoquinto esser 37416092068277206762947679278104949818744340218382484840333723269666650293583849507435862382361646983987776750415367374574044797255952859129591232571815959941784642218296924059656620250321755818624. & il duecentesimosesto esser 598657473092435308207162868449679197099909443493255757445339572314666404697373592118973981157386351743803627206645981993024716756095245746345459609149055358668554275492750785274505923204027293098624. & il duecentesimosettimo esser 9578519569478964931314605894394867153598551095892092118965432357034662475157977473903583698517381628380860035306335711888395467609523931940741673745464885738969668407884012564072094771264436689579264. & il duecentesimottauo esser 153256313111663438900953694310317874457576817534273473903447717712554599602527639582457317576277706053773760564901371390214327481752382911051866779927438171823514694526144201025153516500231498553268224. & il duecentesimonono esser 2452100985786615022415259108965085991321228280548375582455163483401673593640442233319317081220443296860380169038421942243429239708038126576829867676790701949176235112418307216402456264002383976852291584. & il trecentesimo esser 39233615772585840358644145743441375861139652488773209319282615734426777498247075732708673299527092749766082704614751075894867835648610025229277882828651231218819761798692915462439300224038143629476663296. & il trecentesimoprimo esser 627737852361373445738306331895062014578234439820371348708522516550828439971953211722538772792337484796257323273836017214317885370377760403668446125258419699501116188779086647398228803584610298071626612736. & il trecentesimosecondo esser 10043805637781975131812901310320992233251751037125941579336360264813255039551251387560620364677399756740116371580976275428685661925404166458695138004134713592017858204465386358371660857353764769146025803776. & il trecentesimoterzo esser 160700890204511602109006420965135875732028016593215065269381764237012080632820022201769925834838396107841861945295620406858570590806466631339122208066155417472285731271446181373946573717660235826336412860416. & il trecentesimoquarto esser 2571214243272185633744102735442173971712448265491441044309308227792193290125120355228318813357414337725469791124729926509737129452903465301426275329058846679556571700663298198303451579482763810618259405766656. & il trecentesimoquinto esser 41139427892354970139905643767074783547399172247863056709748931644671892641201925683653100813718629403607516658035678824155794071246455445622820405264941546872904507210612771172855225273244220969892150492266496. & il trecentesimosesto esser 658230846277679522238490300273196536758387555965808907355982906314750282259230810938449613019497670457720266528570861186492705139943287130045126484239065549966472115369804338285683604371907535518274407876263936. & il trecentesimosettimo esser 10531693540442872355815844804371144587733400895453342517695726501035204516147692975015193808311962727323524264456573779783883282239092593920722023747825048799463553845916869412570937669950520568292390526020222976. & il trecentesimottauo esser 168506966447085957693053516869938313403734414327253480282331624016563272258363087600243100933119403637176387431305180476542132515825481502731552379965200780791416861534669910601134970719208329093446408416323551616. & il trecentesimonono esser 2696111463153375322088856269918853014459750629163255684517322624264212356133809401603889494929910458194182838900882887624674120253207703643704838078643212660662749528554558569618159531507733265495142534661176825856. & il quatrocentesimo esser 43137783410454005153421700318701648231355210066612091112277202788227397698140950425662231918878567331106925422414126201994786004051323258299277249258291402570603991656872913114546552504123722647922280746578829693696.

La prima di dette nouabili qualità è questa, che il primo di detti numeri perfetti termina in 6. & il secondo termina in 8. & il terzo di nouo torna per in 6. & il quarto per in 8. & cosi in ordine procedendo in infinito, come nelli sopra nostri scritti assai bene potrai vedere.

La seconda nouabile qualità è nella regola data per trouar detti numeri perfetti, laquale è questa cioè, che solamente le due prime summe di numeri duplati si trouano essere numero primo, cioè la summa di 3. che fa 3. & quella di 7. che fa 7. & quella di 15. che fa 15. & quella di 31. che fa 31. & quella di 63. che fa 63. & quella di 127. che fa 127. & quella di 255. che fa 255. & quella di 511. che fa 511. & quella di 1023. che fa 1023. & quella di 2047. che fa 2047. & quella di 4095. che fa 4095. & quella di 8191. che fa 8191. & quella di 16383. che fa 16383. & quella di 32767. che fa 32767. & quella di 65535. che fa 65535. & quella di 131071. che fa 131071. & quella di 262143. che fa 262143. & quella di 524287. che fa 524287. & quella di 1048575. che fa 1048575. & quella di 2097151. che fa 2097151. & quella di 4194303. che fa 4194303. & quella di 8388607. che fa 8388607. & quella di 16777215. che fa 16777215. & quella di 33554431. che fa 33554431. & quella di 67108863. che fa 67108863. & quella di 134217727. che fa 134217727. & quella di 268435455. che fa 268435455. & quella di 536870911. che fa 536870911. & quella di 1073741823. che fa 1073741823. & quella di 2147483647. che fa 2147483647. & quella di 4294967295. che fa 4294967295. & quella di 8589934591. che fa 8589934591. & quella di 17179869183. che fa 17179869183. & quella di 34359738367. che fa 34359738367. & quella di 68719476735. che fa 68719476735. & quella di 137438953471. che fa 137438953471. & quella di 274877906943. che fa 274877906943. & quella di 549755813887. che fa 549755813887. & quella di 1099511627775. che fa 1099511627775. & quella di 2199023255551. che fa 2199023255551. & quella di 4398046511103. che fa 4398046511103. & quella di 8796093022207. che fa 8796093022207. & quella di 17592186044415. che fa 17592186044415. & quella di 35184372088831. che fa 35184372088831. & quella di 70368744177663. che fa 70368744177663. & quella di 140737488355327. che fa 140737488355327. & quella di 281474976710655. che fa 281474976710655. & quella di 562949953421311. che fa 562949953421311. & quella di 1125899906842623. che fa 1125899906842623. & quella di 2251799813685247. che fa 2251799813685247. & quella di 4503599627370495. che fa 4503599627370495. & quella di 9007199254740991. che fa 9007199254740991. & quella di 18014398509481983. che fa 18014398509481983. & quella di 36028797018963967. che fa 36028797018963967. & quella di 72057594037927935. che fa 72057594037927935. & quella di 144115188075855871. che fa 144115188075855871. & quella di 288230376151711743. che fa 288230376151711743. & quella di 576460752303423487. che fa 576460752303423487. & quella di 1152921504606846975. che fa 1152921504606846975. & quella di 2305843009213693951. che fa 2305843009213693951. & quella di 4611686018427387903. che fa 4611686018427387903. & quella di 9223372036854775807. che fa 9223372036854775807. & quella di 18446744073709551615. che fa 18446744073709551615. & quella di 36893488147419103231. che fa 36893488147419103231. & quella di 73786976294838206463. che fa 73786976294838206463. & quella di 147573952589676412927. che fa 147573952589676412927. & quella di 295147905179352825855. che fa 295147905179352825855. & quella di 590295810358705651711. che fa 590295810358705651711. & quella di 1180591620717411303423. che fa 1180591620717411303423. & quella di 2361183241434822606847. che fa 2361183241434822606847. & quella di 4722366482869645213695. che fa 4722366482869645213695. & quella di 9444732965739290427391. che fa 9444732965739290427391. & quella di 18889465931478580854783. che fa 18889465931478580854783. & quella di 37778931862957161709567. che fa 37778931862957161709567. & quella di 75557863725914323419135. che fa 75557863725914323419135. & quella di 151115727451828646838271. che fa 151115727451828646838271. & quella di 302231454903657293676543. che fa 302231454903657293676543. & quella di 604462909807314587353087. che fa 604462909807314587353087. & quella di 1208925819614629174706175. che fa 1208925819614629174706175. & quella di 2417851639229258349412351. che fa 2417851639229258349412351. & quella di 4835703278458516698824703. che fa 4835703278458516698824703. & quella di 9671406556917033397649407. che fa 9671406556917033397649407. & quella di 19342813113834066795298815. che fa 19342813113834066795298815. & quella di 38685626227668133590597631. che fa 38685626227668133590597631. & quella di 77371252455336267181195263. che fa 77371252455336267181195263. & quella di 154742504910672534362390527. che fa 154742504910672534362390527. & quella di 309485009821345068724781055. che fa 309485009821345068724781055. & quella di 618970019642690137449562111. che fa 618970019642690137449562111. & quella di 1237940039285380274899124223. che fa 1237940039285380274899124223. & quella di 2475880078570760549798248447. che fa 2475880078570760549798248447. & quella di 4951760157141521099596496895. che fa 4951760157141521099596496895. & quella di 9903520314283042199192993791. che fa 9903520314283042199192993791. & quella di 19807040628566084398385987583. che fa 19807040628566084398385987583. & quella di 39614081257132168796771975167. che fa 39614081257132168796771975167. & quella di 79228162514264337593543950335. che fa 79228162514264337593543950335. & quella di 158456325028528675187087900671. che fa 158456325028528675187087900671. & quella di 316912650057057350374175801343. che fa 316912650057057350374175801343. & quella di 633825300114114700748351602687. che fa 633825300114114700748351602687. & quella di 1267650600228229401496703205375. che fa 1267650600228229401496703205375. & quella di 2535301200456458802993406410751. che fa 2535301200456458802993406410751. & quella di 5070602400912917605986812821503. che fa 5070602400912917605986812821503. & quella di 10141204801825835211973625643007. che fa 10141204801825835211973625643007. & quella di 20282409603651670423947251286015. che fa 20282409603651670423947251286015. & quella di 40564819207303340847894502572031. che fa 40564819207303340847894502572031. & quella di 81129638414606681695789005144063. che fa 81129638414606681695789005144063. & quella di 162259276829213363391578010288127. che fa 162259276829213363391578010288127. & quella di 324518553658426726783156020576255. che fa 324518553658426726783156020576255. & quella di 649037107316853453566312041152511. che fa 649037107316853453566312041152511. & quella di 1298074214633706907132624082305023. che fa 1298074214633706907132624082305023. & quella di 2596148429267413814265248164610047. che fa 2596148429267413814265248164610047. & quella di 5192296858534827628530496329220095. che fa 5192296858534827628530496329220095. & quella di 10384593717069655257060992658440191. che fa 10384593717069655257060992658440191. & quella di 20769187434139310514121985316880383. che fa 20769187434139310514121985316880383. & quella di 41538374868278621028243970633760767. che fa 41538374868278621028243970633760767. & quella di 83076749736557242056487941267521535. che fa 83076749736557242056487941267521535. & quella di 166153499473114484112975882535043071. che fa 166153499473114484112975882535043071. & quella di 332306998946228968225951765070086143. che fa 332306998946228968225951765070086143. & quella di 664613997892457936451903530140172287. che fa 664613997892457936451903530140172287. & quella di 1329227995784915872903807060280344575. che fa 1329227995784915872903807060280344575. & quella di 2658455991569831745807614120560689151. che fa 2658455991569831745807614120560689151. & quella di 5316911983139663491615228241121378303. che fa 5316911983139663491615228241121378303. & quella di 10633823966279326983230456482242756607. che fa 10633823966279326983230456482242756607. & quella di 21267647932558653966460912964485513215. che fa 21267647932558653966460912964485513215. & quella di 42535295865117307932921825928971026431. che fa 42535295865117307932921825928971026431. & quella di 85070591730234615865843651857942052863. che fa 85070591730234615865843651857942052863. & quella di 170141183460469231731687303715884105727. che fa 170141183460469231731687303715884105727. & quella di 340282366920938463463374607431768211455. che fa 340282366920938463463374607431768211455. & quella di 680564733841876926926749214863536422911. che fa 680564733841876926926749214863536422911. & quella di 1361129467683753853853498429727072845823. che fa 1361129467683753853853498429727072845823. & quella di 2722258935367507707706996859454145691647. che fa 2722258935367507707706996859454145691647. & quella di 5444517870735015415413993718908291383295. che fa 5444517870735015415413993718908291383295. & quella di 10889035741470030830827987437816582766591. che fa 10889035741470030830827987437816582766591. & quella di 21778071482940061661655974875633165533183. che fa 21778071482940061661655974875633165533183. & quella di 43556142965880123323311949751266331066367. che fa 43556142965880123323311949751266331066367. & quella di 87112285931760246646623899502532662132735. che fa 87112285931760246646623899502532662132735. & quella di 174224571863520493293247799005065324265471. che fa 174224571863520493293247799005065324265471. & quella di 348449143727040986586495598010130648530943. che fa 348449143727040986586495598010130648530943. & quella di 696898287454081973172991196020261297061887. che fa 696898287454081973172991196020261297061887. & quella di 1393796574908163946345982392040522594123775. che fa 1393796574908163946345982392040522594123775. & quella di 2787593149816327892691964784081045188247551. che fa 2787593149816327892691964784081045188247551. & quella di 5575186299632655785383929568162090376495103. che fa 5575186299632655785383929568162090376495103. & quella di 11150372599265311570767859136324180752990207. che fa 11150372599265311570767859136324180752990207. & quella di 22300745198530623141535718272648361505980415. che fa 22300745198530623141535718272648361505980415. & quella di 44601490397061246283071436545296723011960831. che fa 44601490397061246283071436545296723011960831. & quella di 89202980794122492566142873090593446023921663. che fa 89202980794122492566142873090593446023921663. & quella di 178405961588244985132285746181186892047843327. che fa 178405961588244985132285746181186892047843327. & quella di 356811923176489970264571492362373784095686655. che fa 356811923176489970264571492362373784095686655. & quella di 713623846352979940529142984724747568191373311. che fa 713623846352979940529142984724747568191373311. & quella di 1427247692705959881058285969449495136382746623. che fa 1427247692705959881058285969449495136382746623. & quella di 2854495385411919762116571938898990272765493247. che fa 2854495385411919762116571938898990272765493247. & quella di 5708990770823839524233143877797980545530986495. che fa 5708990770823839524233143877797980545530986495. & quella di 11417981541647679048466287755595961091061972991. che fa 11417981541647679048466287755595961091061972991. & quella di 22835963083295358096932575511191922182123945983. che fa 22835963083295358096932575511191922182123945983. & quella di 45671926166590716193865151022383844364247891967. che fa 45671926166590716193865151022383844364247891967. & quella di 91343852333181432387730302044767688728495783935. che fa 91343852333181432387730302044767688728495783935. & quella di 182687704666362864775460604089535377456991567871. che fa 182687704666362864775460604089535377456991567871. & quella di 365375409332725729550921208179070754913983135743. che fa 365375409332725729550921208179070754913983135743. & quella di 730750818665451459101842416358141509827966271487. che fa 730750818665451459101842416358141509827966271487. & quella di 1461501637330902918203684832716283019655932542975. che fa 1461501637330902918203684832716283019655932542975. & quella di 2923003274661805836407369665432566039311865085951. che fa 2923003274661805836407369665432566039311865085951. & quella di 5846006549323611672814739330865132078623730171903. che fa 5846006549323611672814739330865132078623730171903. & quella di 11692013098647223345629478661730264157247460343807. che fa 11692013098647223345629478661730264157247460343807. & quella di 23384026197294446691258957323460528314494920687615. che fa 23384026197294446691258957323460528314494920687615. & quella di 46768052394588893382517914646921056628989841375231. che fa 46768052394588893382517914646921056628989841375231. & quella di 93536104789177786765035829293842113257979682750463. che fa 93536104789177786765035829293842113257979682750463. & quella di 187072209578355573530071658587684226515959365500927. che fa 187072209578355573530071658587684226515959365500927. & quella di 374144419156711147060143317175368453031918731001855. che fa 374144419156711147060143317175368453031918731001855. & quella di 748288838313422294120286634350736906063837462003711. che fa 748288838313422294120286634350736906063837462003711. & quella di 1496577676626844588240573268701473812127674924007423. che fa 1496577676626844588240573268701473812127674924007423. & quella di 2993155353253689176481146537402947624255349848014847. che fa 2993155353253689176481146537402947624255349848014847. & quella di 5986310706507378352962293074805895248510699696029695. che fa 5986310706507378352962293074805895248510699696029695. & quella di 11972621413014756705924586149611790497021399392059391. che fa 11972621413014756705924586149611790497021399392059391. & quella di 23945242826029513411849172299223580994042798784118783. che fa 23945242826029513411849172299223580994042798784118783. & quella di 47890485652059026823698344598447161988085597568237567. che fa 47890485652059026823698344598447161988085597568237567. & quella di 95780971304118053647396689196894323976171195136475135. che fa 95780971304118053647396689196894323976171195136475135. & quella di 191561942608236107294793378393788647952342390272950271. che fa 191561942608236107294793378393788647952342390272950271. & quella di 383123885216472214589586756787577295904684780545900543. che fa 383123885216472214589586756787577295904684780545900543. & quella di 766247770432944429179173513575154591809369561091801087. che fa 766247770432944429179173513575154591809369561091801087. & quella di 1532495540865888858358347027150309183618739122183602175. che fa 1532495540865888858358347027150309183618739122183602175. & quella di 3064991081731777716716694054300618367237478244367204351. che fa 3064991081731777716716694054300618367237478244367204351. & quella di 6129982163463555433433388108601236734474956488734408703. che fa 6129982163463555433433388108601236734474956488734408703. & quella di 12259964326927110866866776217202473468949912977468817407. che fa 12259964326927110866866776217202473468949912977468817407. & quella di 24519928653854221733733552434404946937899825954937634815. che fa 24519928653854221733733552434404946937899825954937634815. & quella di 49039857307708443467467104868809893875799651909875269631. che fa 49039857307708443467467104868809893875799651909875269631. & quella di 98079714615416886934934209737619787751599303819750539263. che fa 98079714615416886934934209737619787751599303819750539263. & quella di 196159429230833773869868419475239575503198607639501078527. che fa 196159429230833773869868419475239575503198607639501078527. & quella di 392318858461667547739736838950479151006397215279002157055. che fa 392318858461667547739736838950479151006397215279002157055. & quella di 784637716923335095479473677900958302012794430558004314111. che fa 784637716923335095479473677900958302012794430558004314111. & quella di 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628223. che fa 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628223. & quella di 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256447. che fa 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256447. & quella di 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512895. che fa 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512895. & quella di 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025791. che fa 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025791. & quella di 25108406941546723055343157692830665664409421777856

mi proſeguendo per fin che arriui vna mia, che ſia dispari (cioe che dal mio ſia vn numero diſpa-
ro) & quando ſarai peruenuto a queſto, cioe che tu mea polli pigliar per la mia volta il mano, &
partirai il detto numero perfetto per coſtoro di quelle parti già mosse, & per procedere per or-
dine, comincierai a partire il detto numero perfetto per quella vltima parte dispari, & lo acci-
derato ſara l'altra parte da quella nominata, quale allhora ſarà ſotto alle altre parti già mosse, & ſo-
pra quello partirai per il detto numero perfetto per quella penultima parte, che ti venira auanti la
dispari, & dal accidente ſara l'altra parte da quella denominata, quale ponerai anche lo
ro all'altra, & ſempre quello partirai anchora il detto numero per quella parte, che ſara ſopra alla
penultima, & lo accidente ſara l'altra parte di quella denominata, quale ponerai ſotto alle altre,
cosi coſi de ordine ordinatamente andarai partendo il detto numero perfetto per quelle altre par
ti prima mosse di mano in mano per fino alla prima mia, che prima pigliaſti, della qual partito-
ne ne venira vna per l'altra parte denominata da ciaſcuna mia, & partito che haurai il detto nu-
mero perfetto per coſtoro delle dette prime parti per fino alla prima mia, biſognera finalmente
partirlo anchora per lui medeſimo, dalqual partimento ne ne venira la vnita, laqual 1. è parte di
ogni numero denominata da quello (come dice Euclide nella quarta concettione del ſettimo) &
da tal vnita ponerai ſotto alle altre parti già mosse, laqual ſommandole poi tutte inſieme, trouerai
tal ſomma eſſer eguale al detto numero perfetto, come uoli il dotto.

Primo eſſempio della ſopra data regola, per trouare le parti di detti numeri perfetti.

4 Ma, perche che ſo ſi ſuole, che l'huomo meglio intenda con gli eſempi, che con le parole,
io per mio per eſſer meglio inteſo pongo, che uogliamo trouare tutte le parti del det-
to numero perfetto, qual è 496. & allhora il detto 496. ſono di quello tutte vna
parte, come che in margine vedi, & detto queſto pigliarai la mia del detto 496. che ſa-
rà eſſer 248. & quella trouarai ſotto a quella linea, & detto queſto pigliarai la mia del detto 248.
che ſara 124. & queſto, verra a eſſer il $\frac{1}{2}$ del detto numero perfetto, poi pigliarai la mia di quel 124.
che ſara 62. & queſto 62. verra a eſſer la ottaua parte del detto numero perfetto, poi pigliarai anche
la mia di quel 62. che ſara 31. & qual 31. verra a eſſer il $\frac{1}{16}$ del detto numero perfetto, hor per
che queſto 31. è numero diſpari, del quale non ſi può più pigliar la mia, voltarai mano, & par-
tirai il detto 496 per il detto 31. & ne verra 16. & queſto 16 verra a eſſer parte del detto nu-
mero perfetto denominata dal detto 31. cioe per la $\frac{1}{31}$ poi partirai anchora il detto 496. per l'altra ancora
per, cioe per quel 16. & ne ne verra 4. & qual 4 ſara pur parte del detto 496. denominata dal
detto 124. cioe ſara la $\frac{1}{124}$ poi partirai il detto 496 per la prima mia volta in principio, cioe per
248. & ne ne verra 2. qual 2 ſara parte del detto 496. denominata dal detto 248. cioe ſara la
$\frac{1}{248}$, poi partirai finalmente il detto 496 per le medeſimo, cioe per 496. & ne ne verra
1. & qual 1. vien a eſſer parte del detto 496. denominata dal medeſimo 496. cioe ſara il $\frac{1}{496}$, &
tutte queſte parti ordinatamente ſommate l'una ſotto l'altra di mano in mano, come in margine
vedi, & dopoi ſommate inſieme il trouarai, che faranno preciſamente il medeſimo 496. come il
comune detto numero perfetto.

Il detto numero perfetto
496

$\frac{1}{2}$	—	248
$\frac{1}{4}$	—	124
$\frac{1}{8}$	—	62
$\frac{1}{16}$	—	31 diſpari
$\frac{1}{31}$	—	16
$\frac{1}{124}$	—	4
$\frac{1}{248}$	—	2
$\frac{1}{496}$	—	1
Somma		496

Secondo eſſempio circa alla ſopra data regola per trouare le parti di detti numeri perfetti.

5 Il ſecondo meglio ſi apprenderà la ſopra narrata regola di ho notato in margine ſeguen-
temente il modo operatiuo vſato per trouare tutte le parti del duodecimo numero per-
fetto, il quale (come nella formatione di quelli fu detto) è 33550336. il qual
modo operatiuo non dubito, che ſenza alcun mio aiuto da te medeſimo lo intenderai
per mezzo della regola narrata nella precedente per trouar tutte le parti del 496. cioe notarai il det-
to 33550336. & tirarai ſotto la ſeſta linea, & dopoi pigliarne la mia, & quella ſeconda
ſotto alla detta linea, & dopoi pigliar la mia di quella mia, & dopoi pigliar la mia di quella ſeco
da mia, & di quella terza mia pigliarne anchora la mia, & coſi di mano in mano andar pigliando
ogni mia della ancora per fino a tanto, che ſi trouerà mia diſpari (come di ſopra fu anchor det
to) che in queſto caſo trouarai 81 diſpari eſſer 33550336. come in margine vedi, & trouata
tal diſpari (dalla quale non ſi può cauar la mia) biſogna voltar mano, cioe partir il detto numero

Secondo essempio
del duodecimo numero perfetto
35184367894528

17592183947264
8796091973632
4398045986816
2199022993408
1099511496704
549755748352
274877874176
137438937088
68719468544
34359734272
17179867136
8589933568
4294966784
2147483392
1073741696
536870848
268435424
134217712
67108856
33554428
16777214
8388607 dispara
4194304
2097152
1048576
524288
262144
131072
65536
32768
16384
8192
4096
2048
1024
512
256
128
64
32
16
8
4
2
1

35184367894528
summa

perfetto per ciascuna di queste parti sin hora trovate, come fu fatto nella precedente (cominciando prima da quella ultimamente trovata, cioe per quel 8388607. & troverai che te ne verra 4194304. & questo sara per parte del detto numero perfetto denominata dal detto 8388607. & cosi partire anchora il detto numero perfetto per l'altra penultima parte, cioe per quella che e avanti alla dispara (qual sara 16777214) & troverai che te ne venira 2097152. & questo medesimo sara parte del detto numero perfetto denominata da quell'altra partitrice, & cosi procedendo, & partendo di mano in mano il detto numero perfetto per ciascuna di quelle anteciane parti trovati, che te ne venira tutte quelle altre, che si vede in margine, discendere di sotto dalla parte dispara per fino al numero binario, cioe per fino al 2. onde pervenuto al 2 bisogna finalmente partire il detto numero perfetto per lui medesimo, & te ne venira la unita (cioe 1) laqual unita venira pur a esser parte del detto numero perfetto denominata da lui medesimo, & cosi haverai ordinatamente trovate tutte le parti del detto numero perfetto, lequal parti se le summerai trovarai, che faranno il detto numero perfetto, cioe il detto 35184367894528. come nel essempio appare, & se per caso non facessero precisamente questo, over che haverai errato in trovare le dette parti, overo in summar quelle, overo che il proposito numero non sara perfetto, anzi sara numero abondante, over diminuto secondo che la detta summa di dette parti sara piu, over meno di tal numero proposito. Et non bisogna dubitar, che il detto numero perfetto possa haver altre parti di quelle trovate per questo modo, over per questa regola, perche il detto Euclide nella detta vigesima del nono specolativamente dimostra questo esser impossibile.

Da notare circa il trovar le seconde parti d'un numero perfetto.

Ota che quando si havera trovata quella sua dispara, cioe quel 8388607. & che con quella si havera partito il detto numero perfetto, & trovata quell'altra prima parte, che subsequentemente seguita, cioe quel 4194304. tutte le altre parti, che subsequentemente vanno seguitando si potranno trovar con somma brevita secondo l'ordine, che fu usato in trovare le prime parti, cioe pigliar la mita di quel 4194304. che sara 2097152. & di questa mita pigliarne pur la mita, che sara 1048576. & di questa mita pigliarne pur la mita, che sara 524288. & cosi andar procedendo di mano in mano per fin che giongirai alla unita, & trovata la unita haverai ordinatamente trovate tutte le dette parti del detto numero perfetto, lequal parti summate poi secondo il solito, troverai che formaranno precisamente il detto numero perfetto, & questo modo, over regola e assai piu facile, & espediente della precedente.

Il fine del decimo Libro.

LIBRO DECIMO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO TARTAGLIA, nel quale si dimostra alcune regole generali del detto autore necessarie di sapere trouare a qual si voglia specie di Binomio, ouer Residuo vna quantità, che duta, ouero multiplicata in quel Binomio, ouer residuo, produca quantità razionale, insieme con la regola di sapere parimente trouare vna quantità per qual si voglia specie di binomio, ouer residuo, materia di non poca speculatione. Cap. 1.

Essendo stato da molti desiderato di sapere la causa del 3. capo del 7. libro di questa opera, & massimamente quello, che specialmente dimostra Euclide nella 112. & 114. propositione del suo decimo libro, cioè che a moltiplicare vn binomio in il suo residuo sempre produce quantità razionale, anchor che sono stato parlando in prima il detto autore, & che i medesimi nomi a moltiplicare vn binomio in vn residuo, che i nomi di quello binomio siano commensurabili a i nomi del residuo, & in vna medesima proportione.

Anchor si dice nella vltima parte del detto terzo capo del quinto libro, che ne particolare non seguitava nelle altre specie di binomij, & residui, cioè cubi, cenzi di cenzi, primi relati, & altri, & che circa alle altre specie di binomij, & residui niente haueua parlato il detto Euclide. E per tanto hauendo io trouato la regola generale da effettuare nel effetto in ogni specie di binomio, ouer residuo, a comune intelligentia se li voglio manifestar in questo luogo, ma anco il modo, & ordine, che hanno le dette varie specie di binomij, & residui, insieme vogio recitar vn'altra volta quello, che del binomio quadro, & residuo quadro, come primo di tutti gli altri è stato detto.

1 Volendo trouare vna quantità, che duta, ouer multiplicata in vn proposto binomio produca quantità razionale.

Trouarai semplicemente il residuo formato di medesimi nomi del detto binomio, & hauerai il tutto. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, che duta (ponimo) in $\mathcal{R}.v.5\ p\bar{u}.v.$ faccia quantità razionale, trouarai il suo residuo, qual sarà $\mathcal{R}.v.5\ m\bar{e}.v.$ i quali multiplicandoli in il detto $\mathcal{R}.v.5\ p\bar{u}.v.$ monta che sarà 2 ponto cubo è razionale, & se ne piglierai il doppio del detto $\mathcal{R}.v.5\ m\bar{e}.v.$ che sarà $\mathcal{R}.20\ m\bar{e}.20$ & multiplicando in il detto binomio, cioè in $\mathcal{R}.v.5\ p\bar{u}.v.$ monta che si darà 10. cioè il doppio di quel 5. & così seguirà in ogni altra multiplicatione del detto residuo in il detto binomio, cioè che sempre produrà quantità razionale, ma variando seguendo la medesima proportione della commensuratione, che haueua il nomi del detto residuo con il nomi del detto binomio.

a moltiplicar	$\mathcal{R}.v.5\ \mathcal{R}.v.5$
per	$\mathcal{R}.v.5\ m\bar{e}.v.5$
fa	6

2 Volendo trouare vna quantità, che multiplicata in vn proposto residuo produca quantità razionale.

Procederai il contrario della precedente, cioè trouarai semplicemente il suo binomio, cioè il binomio formato di quelli medesimi nomi del detto residuo, & sarà lo effetto ricercato. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, che duta (ponimo) in $\mathcal{R}.v.20\ m\bar{e}.\mathcal{R}.v.$ produca quantità razionale.

a moltiplicar	$\mathcal{R}.v.5\ \mathcal{R}.v.5$
per	$\mathcal{R}.v.6\ p\bar{u}.v.5$
fa	1

Trouo semplicemente il suo binomio, cioè formato di quelli medesimi nomi di tal residuo, qual sarà $\mathcal{R}.v.20\ p\bar{u}.\mathcal{R}.v.$ & questo multiplicarlo in il detto residuo, cioè in $\mathcal{R}.v.20\ m\bar{e}.\mathcal{R}.v.$ monta che sarà precisamente 2 che è quantità razionale, il medesimo seguirà multiplicando il detto residuo per qualunque altro binomio, per che i nomi di tal binomio siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in vna medesima proportione, cioè che produrà quantità razionale, vero è che sarà di manco di quel 2. secondo la qualità di tal sua proportione, come di sopra si potrà considerare.

a moltiplicar	$\mathcal{R}.v.20\ \mathcal{R}.v.7$
per	$\mathcal{R}.v.20\ \mathcal{R}.v.7$
fa	13

4 Volendo trouare vna quantità, che duta in vn proposto binomio cubo produca quantità razionale.

Trouarai tre termini continui proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio cubo, & il termine di mezzo di detti tre termini ligarai con il termine del mezo, & nel binomio cubo farai la ricerca quantità. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, cubica (ponimo) in $\mathcal{R}.v.6\ p\bar{u}.\mathcal{R}.4.$ produca quantità razionale.

Trouai tre termini continui proporionali secondo la proportione, che è da ℞ ce. 6. a ℞ ce. 4. Onde procedendo secondo la regola data nella 2. del primo capo del terzo libro, trouarai quelli esser ℞ ce. 36. ℞ ce. 24. ℞ ce. 16. ma perche il termine di mezo con il termine del mezo, & gli altri duoi con il termine del piu, il che fa necessarii denominare detti termini fra loro in quello foram ℞ ce. 36 ma ℞ ce. 24. più ℞ ce. 16. di quello ne prenderai cubo fara la ricerca quantita, laqual moltiplicandola in il detto binomio cubo trouarai, che fara 2 ponto 0. che è manifesto, & con tal regola procederai nelle altre simili.

2 multiplicar ℞ ce. 36. con ℞ ce. 24. più ℞ ce. 16
fa ℞ ce. 64. più ℞ ce. 48
fa 10. 2 ponto

5 Volendo trouar una quantita, che data in un proposito relativo cubo produca quantita razionale.

Trouo 3 come nella precedente tre termini continui proporionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto relativo, & tali termini nominati con il termine del piu, & tal binomio cubo fara la ricerca quantita. Essempi gratia volendo trouar una quantita, che data (ponimo) fia ℞ ce. 6 ma ℞ ce. 4. facci quantita razionale.

2 multiplicar ℞ ce. 36. & ℞ ce. 24. più ℞ ce. 16
fa ℞ ce. 64. più ℞ ce. 48
fa 2. 2 ponto

Trouo pur tre termini continui proporionali, secondo la proportione, che è da ℞ ce. 6. a ℞ ce. 4. si come nella precedente. Onde operando secondo la regola data nella 2. del primo capo del terzo libro, trouarai quelli esser ℞ ce. 36. ℞ ce. 24. ℞ ce. 16. & tali termini nominati con il termine del piu in questo modo ℞ ce. 36. più ℞ ce. 24. più ℞ ce. 16. & cosi tal binomio cubo fara la ricerca quantita, laqual moltiplicandola fia il detto relativo cubo trouarai, che fara 2 ponto 2. che è razionale.

6 Volendo trouar una quantita, che data in un proposito binomio cubo di quello (cioe di ℞ 3) facci quantita razionale.

Trouo quatro quantita continue proporionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio con. con. & la prima di dette 4 quantita nominai con il termine del piu, & la seconda con il termine del meno, & la terza con il termine del piu, & la quarta, & ultima con il termine del meno, & tali quantita cosi nominate fara la ricerca quantita. Essempi gratia volendo trouar una quantita, che data (ponimo) fia ℞ 4 & ℞ 3. produca quantita razionale.

Trouo quatro termini, o vero tali quantita continue proporionali nella proportione, che è da ℞ 4. a ℞ 3. onde procedendo per la regola data nella 2. del primo capo del terzo libro, trouarai quelli esser ℞ 64. ℞ 48. ℞ 36. ℞ 27. delli quali la seconda quantita prenderai il termine del meno, & la terza con il termine del piu, & la quarta, & vltima con il termine del meno, & tali quantita cosi nominate fara la ricerca quantita, laqual moltiplicandola in il detto binomio cubo trouarai che fara 2 ponto 2. altra quantita razionale, come il proposto, & cosi tal regola procederai nelle altre simili, & nota quando che li nomi del proposito binomio fussero ℞ 3, & 1. altro ℞ semplice, overo numero, sempre ridurai la ℞ semplice, overo il numero a conto, per che li detti duoi nomi a una natura, poi seguirai secondo la regola data. Auertendo che il proposito binomio ℞ 4 più ℞ 3. non vuol dire altro, che ℞ 3 più ℞ 3. ma per ridurla una natura habbiamo quadrato quella ℞ semplice, che fa poi ℞ 4 più ℞ 3. & questo accioche non sia altre specie di binomij, & residui.

2 multiplicar ℞ 64. con ℞ 48. più ℞ 36. con ℞ 27.
fa —— —— —— —— —— —— ℞ 4. più ℞ 3.

fa precisamente 2.

7 Volendo anchora trouare una quantita, che moltiplicata in un relativo cubo di quello, produca quantita razionale.

Trouo pur (si come nella precedente) quatro quantita continue proporionali, secondo la proportione delli duoi nomi del detto relativo, & chiamo di tal quatro quantita una nominata con il termine del piu, & tal quadrinomio con. con. fara la ricerca quantita. Essempi gratia

grata volendo trouare vna quantità, che multiplicata, over data in quello residuo cen. 4 men 2 ze 3, produca quantità razionale.

Trouo per quarto quantità, over termini continui proportionali secondo la proportione, che è da ze 4 a ze 3. Onde operando secondo la regola data nella vigesimaquinta del primo capo del sesto libro trouo essi quali esser, secondo la predetta, cioè ze 64 ze 48 ze 36 ze 27. ma ridotta di quelle quarto quantità vuol esser nostra con il termine del pie in questa forma ze 64 pie 2 ze 48 pie 2 ze 36 pie 2 ze 27. Et così quello sol quadrinomio cen. con la ricerca quantità, laqual moltiplicandola in il detto residuo cen. cioè in 2 ze 4 men 2 ze 3. fara per produtto 1. Et come facendo la prouatione.

2 Volendo trouare vna quantità, che data, over moltiplicata in vno proposto binomio primo relato, faccia quantità razionale.

Trouo cinque termini, over quantità continue proportionali secondo la proportione delli duoi nomi del detto binomio relato, & la prima di esse cinque quantità incominciarà per pie, & la seconda nostra con il termine del mono, & la terza nostrà con il termine del pie, & la quarta con il termine del meno, & la quinta, & vltima nostrà con il termine del pie, & al cinquenomio relato fara la ricerca quantità. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, che multiplicata, over data in questo binomio relato, radice rel. 4 più radice rel. 3. produca quantità razionale.

Trouo cinque termini continui proportionali secondo la proportione, che è da ze rel. 4 a ze rel. 3. Onde operando per la regola data nella vigesimaquinta del primo capo del sesto libro, trouarai quelli esser ze rel. 256. ze rel. 192. ze rel. 144. ze rel. 108 ze rel. 81. Fatto questo segnarai la seconda di esse cinque quantità con il termine del men, & la terza con il termine del pie, & la quarta con il termine del men, & la quinta, & vltima con il termine del pie, il che facendo harrano in questo modo ze rel. 256 men ze rel. 192. pie ze rel. 144 men ze rel. 108. pie ze rel. 81. Et così questo cinque nomio relato fara la ricerca quantità, laqual moltiplicandola in il detto binomio relato, cioè in ze rel. 4 più ze rel. 3. trouarai, cioè fara per produtto 1. che è razionale.

2 multiplicar ze rel. 256 men ze rel. 192. pie ze rel. 144 men ze rel. 108. pie ze rel. 81.
per —— —— —— —— —— ze rel. 4 più ze rel. 3.

fara precisamente 1.

3 Volendo anchora trouare vna quantità, che data in vn binomio cubo cubo, produchi quantità razionale.

Trouo 6 quantità continue proportionali secondo la proportione di quelli duoi nomi del detto binomio cubo cubo, & la prima di esse 6 quantità incominciarà per pie, & la seconda nostrà con il termine del men, & la terza con il termine del pie, & la quarta con il

termine del mezo, & la quinta con il termine del piè, & la sesta, & vltima con il termine del mezo, & cosi seguendo ordine ordine fara la ricercata quantità. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, che dimandi in questo binomio cubo cubo ☉ cu. ȝ piè ☉ cu. cu. prodotta quantità nascerà.

Trouo 6 quantità continue proportionali nella proportione, che è da ☉ cu. cu. ȝ piè ☉ cu. cu. onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del sesto libro, trouarai quelle esser ☉ cu. cu. ȝ 25 ☉ cu. cu. 250. ☉ cu. cu. 1250. ☉ cu. cu. 6250. ☉ cu. cu. 31250. Hauuto questo trouarai la seconda quantità con il termine del mezo, & la terza con il termine del piè, & la quarta con il termine del mezo, & la quinta con il termine del piè, & la sesta, & vltima con il termine del mezo, si che facendo secondo lo questo modo ☉ cu. cu. 25 ȝ mezo ☉ cu. cu. 250. piè ☉ cu. cu. ȝ 1250. mezo ☉ cu. cu. 6250. piè ☉ cu. cu. 31250. & così questo binomio cubo cubo fia la ricercata quantità, la qual moltiplicata, cioè detta fia il detto binomio cubo cubo, cioè fia ☉ cu. cu. ȝ. piè ☉ cu. cu. fiano precisamente ȝ.

a multa ☉ cu. cu. 25 ȝ piè ☉ cu. cu. 250. ☉ ☉ cu. cu. 1250. ☉ ☉ cu. cu. 6250. ☉ ☉ cu. cu. 31250. ☉
per — — — — — — ☉ cu. cu. ȝ. ☉ ☉ cu. cu.

fiano precisamente — — — — ȝ.

Volendo anchora trouare vna quantità, che detta in vn cubo cubo cubo, produca quantità razionale.

Trouo pur li numeri nella precedente 6 quantità continue proportionali nella proportione delli dui numeri del detto cubo, & quella di dette 6 quantità nascerà con il termine del piè, & cosi seguendo ordine cubo fara la ricercata quantità. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, che detta in questo cubo cubo cubo ☉ cu. cu. ȝ mezo ☉ cu. cu. produchi quantità razionale.

Trouo pur 6 quantità continue proportionali nella proportione, che è da ☉ cu. cu. ȝ a ☉ cu. cu. 2. onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del sesto libro, trouarai quelle esser le medesime della precedente, cioè ☉ cu. cu. 1 ȝ ☉ cu. cu. 2 ☉ cu. cu. 4 ☉ cu. cu. 8 ☉ cu. cu. 16 ☉ cu. cu. 32. ma essendo di quelle 6 quantità vuol esser ligata con il termine del piè in questo modo ☉ cu. cu. 1 ȝ piè ☉ cu. cu. 2 piè ☉ cu. cu. 4 piè ☉ cu. cu. 8 piè ☉ cu. cu. 16 piè ☉ cu. cu. 32. & così questo binomio cubo cubo fia la ricercata quantità, la qual moltiplicata, cioè detta fia il detto reddito cubo (cioè fia ☉ cu. cu. ȝ mezo ☉ cu. cu. 2.) fiano precisamente ȝ. Il medesimo anchora nella precedente. La causa nasce di questa equal proportione in fine di questo capo il numero sono brevia.

a multa ☉ cu. cu. 1 ȝ ☉ cu. cu. 2. ☉ ☉ cu. cu. 4. ☉ ☉ cu. cu. 8. ☉ ☉ cu. cu. 16. ☉ ☉ cu. cu. 32. ☉
per — — — — — — ☉ cu. cu. ȝ. ☉ ☉ cu. cu.

fiano precisamente — — — — — ȝ.

Volendo trouare vna quantità, che detta, over moltiplicata fia vn binomio secondo relato produca quantità razionale.

Trouo sette quantità continue proportionali, facendo la proportione delli dui numeri del detto binomio secondo relato, & la prima di dette sette quantità sia cubo piè, & la seconda nascerà con il termine del mezo, & la terza con il termine del piè, & la quarta con il termine del mezo, & la quinta con il termine del piè, & la sesta con il termine del mezo, & la settima, & vltima con il termine del piè, & così seguendo ordine fara la ricercata quantità. Essempi gratia volendo trouare vna quantità, che detta in questo binomio secondo relato ȝ secondo rel. 10 piè ȝ secondo rel. 4 produca quantità razionale.

Trouo sette quantità continue proportionali nella proportione, che è da ȝ secondo rel. 10. alla ȝ secondo rel. 4. Onde operando secondo la regola data nella 25 del primo capo del sesto libro, trouarai quelle esser ȝ secondo rel. 10000. ȝ secondo rel. 4000. ȝ secondo rel. 1600. ȝ secondo rel. 640. ȝ secondo rel. 256. ȝ secondo rel. 102. 40. ȝ secondo rel. 40,96. Hauute di queste sette quantità, la prima s'intende piè, la seconda si debbe notare con il termine del mezo, la terza con il piè, la quarta con il mezo, la quinta con il piè, la sesta con il mezo, la settima, & vltima con il piè, si che secondo fiamo in questo fiamo ȝ secondo rel. 10000. mezo ȝ secondo rel. 4000. piè ȝ secondo rel. 1600. mezo ȝ secondo rel. 640. piè ȝ secondo rel. 256. mezo ȝ secondo rel. 102. 40. piè ȝ secondo rel. 40,96. & così questo binomio fia la ricercata quantità, la qual moltiplicata

ſi moltiplicando la 1 detto binomio ſecondo relato (cioe la ℞ ſecondo rel. 1 piu ℞ ſecondo rel. 4) fara precisamente 1.

2 moltiplicar ℞ ſecondo rel. 1 000000 meno ℞ ſecondo rel. 400000 piu ℞ ſecondo rel. 160000. meno ℞ ſecondo rel. 64000. piu ℞ ſecondo rel. 2 560. meno ℞ ſecondo rel. 10 240. piu ℞ ſecondo rel. 4096.
per — — — — — ℞ ſecondo rel. 1 piu ℞ ſecondo rel. 4
fa precisamente — — — — — 1.

2 E volendo anchora trouar vna quantita, che duita in vn reſiduo ſecondo relato produca vna quantita razionale.

Trouo per ſette quantita continue proportionali, E cosi fu fatto nella precedente nella proportione delli duoi nomi del detto reſiduo, & ciaſcuna di dette ſette quantita accompagnerai con il termine del pie. Et cosi ſeconda relato ſara la ricercata quantita. Essempi gratia volendo trouar vna quantita, che duita in quello reſiduo ſecondo relato ℞ ſecondo rel. 1 meno ℞ ſecondo rel. 4 produca quantita razionale.

Trouo per ſette quantita continue proportionali nella proportione, che è da radice ſecondo rel. 1 a ℞ ſecondo rel. 4. Onde operando ſecondo l'ordine dato nella 2 del primo capo del ſettimo libro trouarai quelle eſſer le medeſime della precedente, cioe ℞ ſecondo rel. 1 000000. ℞ ſecondo rel. 400000. ℞ ſecondo rel. 160000. ℞ ſecondo rel. 64000. ℞ ſecondo rel. 2 560. ℞ ſecondo rel. 1 024. ℞ ſecondo 4096. ma ciaſcuna di dette ſette quantita vuol eſſer accompagnata con il termine del pie in que ſta forma ℞ ſecondo rel. 1 000000. pie ℞ ſecondo rel. 400000. pie ℞ ſecondo rel. 160000. pie ℞ ſecondo rel. 64000. pie ℞ ſecondo rel. 2 560. pie ℞ ſecondo rel. 1 024. pie ℞ ſecondo rel. 4096. & coſi quello ſecondo relato ſara la ricercata quantita, la qual moltiplicandola in il detto reſiduo ſecondo relato (cioe in ℞ ſecondo rel. 1 meno ℞ ſecondo rel. 4) fara precisamente 6.

2 moltiplicar ℞ ſecondo rel. 1 000000. pie ℞ ſecondo rel. 400000. pie ℞ ſecondo rel. 160000. pie ℞ ſecondo rel. 64000. pie ℞ ſecondo rel. 2 560. ℞ ſecondo rel. 1 024. ℞ ſecondo rel. 4096.
per — — — — ℞ ſecondo rel. 1. meno ℞ ſecondo rel. 4.
fa precisamente — — — — — 6.

2 E coſi con tal ſopra nocato ordine, over regola andarai procedendo nelle altre ſpecie di binomii, & reſidui, che di mano in mano vanno ſeguendo (che troppo longo ſaria a voler di eſſi particolarmente dir tutti). Essempi gratia volendo trouar la detta quantita, che duita, over moltiplicata in vn binomio, over reſiduo con. con. con. produca quantita razionale, quella ſi formara con otto quantita continue proportionali nella proportione delli duoi nomi di quel tal binomio, over reſiduo, le quali otto quantita per il binomio ne nocarai (ſecondo il ſolito) la ſeconda con il termine del men, & la terza con il pie, & la quarta con il men, & la quinta con il pie, & la ſeſta con il men, & la ſettima con il pie, & la ottaua con il men. Ma per il reſiduo ne nocarai ciaſcuna di dette otto quantita con il termine del pie.

2 E coſi per il binomio, over reſiduo cinque ſi formara la detta quantita con nove quantita continue proportionali, nella detta proportione di duoi nomi di tal binomio, over reſiduo nocando coſi con li detti termini del pie, & men ſecondo l'ordine piu volte detto, & finalmente ciaſcuna con li duoi termini pie, & men.

2 E coſi per il binomio, over reſiduo ſeſto relato, la detta quantita ſi formara con dieci termini, over quantita continue proportionali nella proportione piu volte detta.

2 E per il binomio, over reſiduo ſettimo relato, tal quantita ſi formara con vndici termini, ouero quantita continue proportionali ſecondo la proportione piu volte detta.

2 E per il binomio, over reſiduo octo, ouero di ordine, tal quantita ſi formara con dodici termini, over quantita continue proportionali nella detta proportione delli lor detti nomi, & coſi con tal ordine puoi procedere in infinito, auertendo di accopiar le dette quantita con li termini del pie, & del meno ſecondo l'ordine oſſeruato nelle paſſate. E per il reſiduo, come per il binomio.

Da notare circa le ſopraſcritte regole.

19 Bisogna notare, che il cauare che per cauare uno binomio, ouero residuo del binomio, ouero residuo, basta a trouare il quadrato del maggiore nome del quadrato del maggiore, & quel residuo fara il prodotto del detto binomio, ouero residuo, ouero che la detta, & esemplificata sopra la decimaterza del terzo capo del quinto libro. Quadro maggiore occorrera in tutte quelle specie di binomij, ouero residui, che harranno l'esponente quarto di numero pari, come interuiene nel binomio, ouero residuo con.con. che ha che la sua conuenienze proportionata quarta, vuol dire di quarto termine continuo proportionale (come fu esemplificato sopra la detta, & simile del predetto capo) & perche bisogna quarto termine pari. Dico che a volere moltiplicare il detto binomio, ouero residuo, con.con. per la detta quadrinomia quarta, basta a cauare il con.con. del maggior nome di tal binomio, ouero residuo del con.con. del maggiore, & quello che resta fara il prodotto della detta quadrinomia quarta, che tal binomio, ouero tal residuo, ho esemplo di quello hauemo nella detta parte, & simile di quello capo, cioe per moltiplicare R. 4. più R. 3. più R. 2. per la detta quarta quadrinomia, basta a cauare il con.con. di R. 3. (che è 9) dal con.con. di R. 4. (che è 8) & resta 1. & questo dico che fara il prodotto della detta quarta quadrinomia, & tal binomio con.con. come nella detta parte sopra ne fu esemplo. Il medesimo seguira con il residuo con.con. ouero nell'esemplo della detta parte sopra, cioe che a moltiplicare il detto residuo R. 4. meno R. 3. basta a cauare il con.con. di R. 3. del con.con. di R. 4. che resta pur medesimamente 1. Et tutto questo procede perche moltiplicando secondo l'ordinato la detta quarta quadrinomia della il detto binomio, ouero residuo, ouero le mancano due moltiplicationi il residuo in nullo, perche restiamo una con il termine del primo, & l'altra con il termine del secondo, & l'una eguale all'altra relatiuamente, e però gionte insieme, & restano in effetto solamente il con.con. del primo nome del binomio, ouero residuo, & il con.con. del secondo, & quello del maggior nome resta con il termine del primo, e però cauato del cubo del cubo del maggiore.

20 Il medesimo seguira nel binomio, ouero residuo cubo, che ha che la sua conuenienze quarta vuol dire 4. termini continui proportionali, & perche sono 4. numero pari ha la detta bisogna di trouare il suo prodotto, cioe cauando il cubo del maggior nome di tal binomio, ouero residuo cubo del cubo del maggiore, & il residuo fara il detto prodotto, ho esemplo di quello hauemo nella detta parte, & quello capo, perche volendo moltiplicare la detta quarta quadrinomia di 6. termini continui proportionali fra il detto binomio a cubo, cioe con.con. cauato il cubo del con.con. (che fara 9) resta 1. & tanto fara il prodotto di detta quarta quadrinomia, & il detto binomio cubo cubo, & medesimo seguira se il residuo cubo cubo, come appare nella detta parte sopra, & vedendo nel detto capo. Et questo procede perche moltiplicando la detta quarta quadrinomia per il detto binomio, ouero residuo, ouero le mancano sei moltiplicationi il residuo in nullo, perche restiamo una con il termine del primo, & l'altra con il termine del secondo, & l'una eguale all'altra relatiuamente, e però gionte insieme, & restano in effetto solamente il con.con. del primo nome del binomio, ouero residuo, & il con.con. del secondo, & quello del maggior nome resta con il termine del primo, e però cauato del cubo del cubo del maggiore.

21 A in quelle altre specie di binomij, ouero residui, doue entrano la detta misura quarta con termini in numero dispari. Il prodotto del binomio non fi eguaglia a quello del residuo, come fu nelle precedenti. Et questo procede perche a volere con bisogna trouare nel prodotto nelli binomij, bisogna trouare la dignita del suo maggior nome, insieme con la dignita del suo maggior nome, & dell'vnum fara il prodotto di tal binomio quarta fia quel tal binomio. Et nel residuo per trouare il prodotto il procedere è contrario, cioe bisogna trouare la dignita del minor nome di tal residuo della dignita del maggior nome (come nelle precedenti) & il vnum fara il prodotto della detta misura quarta di tal detto residuo. L'esempio di queste due contrarie conditioni è huuto poco dalla quarta. & cauato di questo. Nella quarta volendo moltiplicare la misura quarta fia quello binomio cubo R. 12. più R. 4. bisogna a trouare il cubo di R. 12. (quale è 4) con il cubo di R. 6 (quale è 6) fara 10. & di questi conduchemo, che a moltiplicare la detta misura quarta fia quel tal binomio cubo (cioe fia R. 12. più R. 4.) fara precisamente 10. che fa nel detto il primo moltiplicando della seconda di sopra (come nel quinto libro si mostra) trouata a questo segue, perche nelle seconde moltiplicationi restiamo una con il più, & l'altra con il meno, & eguale, e però fanno nulla, & restano solamente la prima, & l'vltima delle moltiplicationi, & l'una, & l'altra sono più, & fanno eguale al cubo del primo nome del binomio, & l'altra fara eguale al cubo del secondo nome del detto binomio, e però si fanno insieme il cubi di detti nomi.

32 MA nella quinta volendo multiplicar quella ditroua quantità fia quello residuo cubo
ce.6.men ce.4. bisogna procedere al contrario, cioè bisogna cauar il cubo di 2 ce.
4. cioè 8 dal cubo di 5 ce.6. che è 6. restara 1. & così concluderemo, che a multiplicar
la ditroua quantità fia quel tal residuo cubo, cioè fia 2 ce.6.men 2 ce.4. fia precisa-
mente 1. & questo procede, perche procedendo al multiplicare per la via longa (come di sopra fu
detto) tutte le intermedie multiplicationi per vigor del più, & del men si riducono in nulla, & resta
solamente il cubo del primo, & del secondo nome del detto residuo, & il cubo del numero vien
sempre a esser con il men, e però si fanno dal cubo del maggior nome, & il restante vien a esser il
prodotto di tal multiplicatione. Et tutto questo intenderai, perche la ditroua quantità è di
tre termini continui proportionali (come al suo luogo fu detto) il quale è numero di pari.

33 EL medesimo si douera procedere nella ce.men 2. dove occorre la detta ditrou-
ata quantità di cinque termini continui proportionali, che è numero di pari, dico volen-
do con somma brevità trouar il produtto di quella ditrouata quantità fia quel binomio
primo relato, cioè fia 2 rel.4. più 2 rel.3. fiammi il relato di 2 rel.2. (che è 3) con il rela-
to di 2 rel.4. (che è 4) & fiano 7. & così concluderemo, che a multiplicar la detta ditrouata quantità
fia quel 2 rel.4. più 2 rel.3. fiano a punto 7. per le medesime ragioni adotte nelle due precedenti.

34 MA volendo noi trouare con somma brevità il produtto della detta ditrouata quantità fia
quel residuo relato, che nella nona si propose, cioè fia radice rel.4. men 2 rel.3. cauo il
relato della 2 rel.2. (che è 3) dal relato della 2 rel.2. (che è 4) restara 1. & così concluderemo,
che a multiplicar la ditrouata quantità fia 2 rel.4. men 2 rel.3. fiano a punto 1. & tutto
questo procede per le ragioni adotte nella 33.

35 EL medesimo ordine osseruarai nella duodecima, & decimaterza di questo, dove oc-
corre la detta ditrouata quantità di sette termini continui proportionali, i quali termini
sono, come vedi, di numero dispare. Et però volendo con somma brevità trouar il pro-
dotto della multiplicatione di quella ditrouata quantità fia quel binomio secondo relato,
che nella detta duodecima si propose, cioè fia 2 rel.10. più 2 rel.4. fiammi il relato di 2 rel.4.
(che è 2) insieme con il relato di 2 rel.10. che fiano 10. & fiano 12. & così diremo, che a multiplicare
la detta ditrouata quantità fia 2 rel.10. più 2 rel.4. fiano precisamente 12.

36 VOlendo trouare il medesimo produtto di detta ditrouata quantità fia il residuo di
2 rel.10. men 2 rel.4. come si propose nella decimaterza, procederai per il contrario,
cioè cauarai il relato di 2 rel.4. (che fiano 4) dal relato di 2 rel.10 (che fiano per 10) resta-
ra 6. & così dirai, che a multiplicar la detta ditrouata quantità fia 2 rel.10. men 2 rel.4.
fiano precisamente 6. come che nella detta decimaterza fia anche concluso. Et tanto che per ciò
si fonda il medesimo osseruarai nel binomio, & nel residuo cubo. Et similmente con il binomio,
& residuo secondo relato, & così in tutti gli altri, dove che trouerai la detta ditrouata quantità di ter-
mini dispari, & con questa voglio por fine a questo capo.

Regola generale del professor astratto di saper partire qualsi-
voglia quantità per qualsi voglia specie di binomio, o residuo. Cap. II.

Da notare.

1 OLtre che nel precedente si intende la causa pratica di quello, che in quello secondo capo si in-
tese dire, bisogna notare ogni volta che si hauera da partire una quantità per un'altra
quantità, lo auuenimento, che douera uenire di tal partitore, quel medesimo uenira
multiplicando il partitore, & medesima la cosa da partire per una medesima quantità,
& parte per la sua multiplicatione per l'esempio. Essempi gratia volendo partire, poniamo 12. per 3.
sia chiaro che ne uenirà 4. hor dico che multiplicando li detti duoi numeri, cioè 12. & 3. per una medes-
ima quantità, poniamo per 2. dicendo 2 fia 12. fia 24. & 3 fia 6. fia 24. & partendo quel 24. per
quel 24. che uenne quel medesimo, che fù uenuto a partir 12. per 3. cioè quel 4. & questo segui-
ra multiplicando l'uno, & l'altro delli detti duoi numeri 12. & 3. per qualsi voglia altra simile
quantità fi multiplicande, come notorio.

2 VEdete che Euclide non hebbe parlato, ne trattato, fuor che del binomio, & resi-
duo quadro, & douete sapere la regola di saper partire qualsi voglia quantità
per qualsi voglia di quelli, non ostante il non si può negare, che nelli generali possa
diuenire, & nulla meno fino adesso non è stata ritrouata la regola di saper partire per qualsi

vogliamo sopra di binomio, over residuo, andar che sia hora vno over habbia di mez-
zo, per modo tenuto di sopra. Onde hauendo destinato di dichiarire al presente
in questo secondo capo, voglio principiare dal binomio, & residuo quadro, come capo, & pri-
ma di mostrare altre specie di binomij, & residui, & per ellere ancora molto più accademico di qual
si voglia altro.

3 Volendo adunque hauere a partire vna quantità per vn binomio (cioè quadro) egli è
accidente a trouar prima vna quantità, che moltiplicandola in il detto binomio pro-
duca numero razionale, & trouata che sia tal quantità, si dè moltiplicare per quella
il detto binomio, & anchora quella quantità, che si ha da partire per quel tal binomio,
& dapoi partire il produtto di detta quantità per quel produtto razionale del detto binomio, &
quello tal numero (per la prima di questo capo) sarà eguale all'altro numero, che venga a par-
tire la detta quantità per il detto binomio. Essempi gratia volendo partire 20 per 8 $\frac{1}{5}$
per 2 prima trouo vna quantità, che detta in 8 $\frac{1}{5}$ produca numero razionale, & questo si
fa ne potrà trouar infinite (come dissopra fu detto) tra le quali 2 $\frac{1}{5}$ & 2 $\frac{1}{5}$ del secondo accidente la
più commoda è il suo residuo, cioè 8 $\frac{1}{5}$ meno 2, & per tanto moltiplico il detto binomio per il suo
residuo, trouando che ne vscirà 61 $\frac{4}{5}$, & questo fatto per vso particolare, dapoi moltiplico anchora
la cosa da partire, cioè quel 20 per il medesimo residuo, cioè per 8 $\frac{1}{5}$ meno 2, & trouarò che sarà
163 $\frac{1}{5}$ meno 40, & questo hauer partito per quello 61 $\frac{4}{5}$ meno 20 per quel 2 moltiplicato, & trouarò che ne vs-
cirà 2 $\frac{1}{2}$ meno 5, & questo vscirà (per la prima di questo capo) a partire 20 per 8 $\frac{1}{5}$ meno 2.
Et si ne vorrà far prova moltiplicando il detto accidente, cioè quel 2 $\frac{1}{2}$ meno 5 in il partitore,
cioè in quel 8 $\frac{1}{5}$ meno 2, & trouarà che ben si verrà la cosa partita, cioè quel 20 appunto, che fu bene,
& con tal ordine procederà volendo partire per vn residuo.

4 Il medesimo modo procederà volendo partire vna quantità per vn residuo, vero è
che si moltiplicarà il partitore, & la cosa da partire per il binomio di quel tal residuo,
nel resto seguirà l'ordine della precedente. Essempi gratia volendo partire 200
per quel medesimo 8 $\frac{1}{5}$ meno 2, & perche già hà, che moltiplicar 8 $\frac{1}{5}$ resi-
duo per il suo binomio produce quantità razionale, e per tanto moltiplicarà il detto residuo per il
suo binomio, cioè per 8 $\frac{1}{5}$ più 2, & trouarà che ne vscirà per 61 $\frac{4}{5}$, secondo il suo
per suo partitore, poi moltiplica anchora la cosa da partire, cioè quel 200 per quel medesimo 8 $\frac{1}{5}$
più 2, & trouarà che sarà 1630 più 400, & questo partirà per quel 61 $\frac{4}{5}$ che fu detto, & trouarà che
ne vscirà 26 $\frac{2}{3}$ più 5, & questo vscirà (per la prima di questo capo) a partire 200 per 8 $\frac{1}{5}$ meno 2.
Et si ne vorrà far prova moltiplicando il detto accidente, cioè quel 26 $\frac{2}{3}$ più 5 in il partitore,
cioè in quel 8 $\frac{1}{5}$ meno 2, & trouarà che ben si verrà la cosa partita, cioè quel 200 appunto, che fu bene,
& con tal ordine procederà volendo partire per vn residuo.

5 Similmente volendo anchora partire vna quantità per vn binomio cubo, egli è accide-
ntalmente necessario a trouare vna quantità, che detta in il quel tal binomio cubo, pro-
duca numero razionale, & trouata che sia (per la quarta del primo capo) moltiplicar
per quella il detto binomio cubo, & anchora quella quantità, che si ha da partire per
quel tal binomio, & dapoi partire il produtto di detta quantità per quel produtto razionale del
detto binomio cubo, & tal accidente sarà eguale (per la prima di questo capo) all'accidente,
che venirà a partire la detta quantità per il detto binomio cubo. Essempi gratia volendo partire 200
accidente 20 per 8 $\frac{1}{5}$ più 2 trouo prima vna quantità, che detta in 8 $\frac{1}{5}$ più 2 produca
un numero razionale, onde procedendo secondo la regola data nella 4 del primo capo, trouarà
quella esser 8 $\frac{1}{5}$ meno 2 più 16. Et per tanto moltiplicarà per quella medesima
quantità il detto binomio cubo, & trouarà che produrà 1638 per tanto parendo, poi
moltiplicarà la quantità, che si vuol partire, cioè quel 200 (ad principio proposto) per la detta ra-
zionale quantità, cioè per 8 $\frac{1}{5}$ meno 2 più 16, & trouarà che sarà 1630 meno 400 più 3200. Et questo produtto partirà per quel 1638 che fu detto, & trouarà, che
ne vscirà medesimamente 8 $\frac{1}{5}$ meno 2 più 16, & tanto venirà per la prima di que-
sto capo) a partire 20 per 8 $\frac{1}{5}$ più 2. Et se ne vorrà far prova moltiplicando accidente, cioè
quel 8 $\frac{1}{5}$ meno 2 più 16 in il partitore, cioè in quel 8 $\frac{1}{5}$ più 2, trouarà che
fia precisamente 20 che fu la cosa partita, e però fia bene. Nè si marauigli, perche la accide-
ntale è venuto eguale a quella quantità razionale, che nel principio fu trouata, cioè a 8 $\frac{1}{5}$
meno 2 più 16, la qual cosa è proceduta per esser venuto per fattore il produtto della quan-
tità

sia minore de cubo fia il binomio cubo 2 ponto 10. si come ch'è anchora la quantità, che si propone da voler partire per il detto binomio cubo, che fia pur 10. ma quando che la detta quantità da partire fuffe in quello cubo fiata più, over meno di 10. al detto numero non fia vguale più, over meno di detta minorial quantità trouata.

6 Ma volendo partire tal quantità, cioe quel 10. per vn residuo cubo, ponemo per 2 ce. 6. men 2 ce. 4. ma procederai pur per il medesimo modo, che fatto hemo nella precedente, cioe ne trouarai vna quantità, che darà pel detto residuo cubo fecondo numero razionale. Onde procedendo per la regola data nella quinta del primo capo, trouarai tal quantità esser 2 ce. 256. più 2 ce. 4. più 2 ce. 16. Et per tanto multiplicando il detto residuo, cioe 2 ce. 6. men 2 ce. 4. per la detta quantità minorial cuba, trouarai che fia 2 ponto 1. qual fiata per partitore, poi multiplicarai anchora la quantità, che fi ha da partire, cioe quel 10. per la detta minorial quantità, & trouarai, che fara 2 ce. 3600. più 2 ce. 1600. più 2 ce. 400. di quella partirai per quel 1. che fiasi, & trouarai, che ne venira (recando il 1. al fuo cubo) 2 ce. 4900. più 2 ce. 3000. più 2 ce. 1000. Et tanto venira a partire 10. per 2 ce. 6. men 2 ce. 4. Et fe ne farà prova multiplicando 2 ce. 4900. più 2 ce. 3000. più 2 ce. 1000. per il partitore, cioe per 2 ce. 6. men 2 ce. 4. trouarai, che fara precisamente 10. come debbe fare di ragione, e però fia bene.

7 Similmente volendo partir vna quantità per vn binomio cubo di cenſo, ogni per accidente à trouar vna quantità, che darà nel detto binomio produca numero razionale, & trouarai tal quantità (per la regola del primo capo) procedere, come fi è detto nelle paſſate, cioe multiplicar per la detta trouata quantità fia la cofa da partire, come è fatto, & dapoi partire (per la prima del primo capo) à ponto la cofa da partire per il prodotto del partitore, & lo auenimento fara la medesima cosa. Effempi gratia volendo partire ponemo per 10. per quello binomio cen. men 4. cioe per 2 4. più 2 3. trouo prima vna quantità, che darà nel detto binomio cen. men 4. produca numero razionale. Onde procedendo per la regola data nella detta fetta del primo capo, trouarai quella esser 2 2 64. men 2 4. più 2 36. men 2 2 27. Et per tanto multiplicando il detto binomio di 2 4 più 2 3. per la detta quadrinomial quantità, trouarai che fara 2 ponto 1. qual fiata per tal partitore, poi multiplicarai anchora la quantità, che fi ha da partire, cioe quel 10. per la detta quadrinomial quantità, & trouarai, che fara 2 6 40000 men 2 2 48000 più 2 2 3600 men 2 2 270000. & quella partirai per quel 1. che fiasi, & trouarai, che ne venira quella medesima quantità, cioe 2 6 40000 men 2 2 48000. più 2 3 3600 men 2 2 270000. & tanto conchiudera, che venira a partire 10. per 2 4 più 2 3. che fia precisamente 10. come vuol la douere.

8 Similmente procederai volendo medesima partire vna quantità per vno residuo cubo di cenſo, cioe trouarai per vna quantità, che multiplicata fia nel residuo cubo di cenſo produca quantità razionale, & trouarai tal quantità (per la regola data nella seconda del primo capo) procedere per il modo fatto nelle paſſate. Effempi gratia volendo partire ponemo per 10. per quello residuo cen. cen. men 4. cioe per 2 4. men 2 3. trouo prima vna quantità, che darà nel detto 2 4. men 2 3. produca numero razionale. Onde operando secondo la regola data nella seconda del primo capo, trouarai quella esser 2 2 64. più 2 2 48. più 2 3. Et per tanto multiplicando il detto residuo 2 2 men 2 3. per la detta quadrinomial quantità trouata, cioe fara per precisamente 1. (si come anchora medesimamente douera) qual fiata per tal partitore, poi multiplicarai anchora la quantità, che ha da partire (cioe quel 10.) per la medesima quadrinomial quantità, & trouarai, che fara 2 2 64000. più 2 2 48000. più 2 2 3600. più 2 2 270000. & quella partirai per quel 1. che fiasi, & trouarai che ne venira quella medesima quantità, cioe 2 2 64000. più 2 2 48000. più 2 2 3600. più 2 2 270000. & come conchiudera, che venira a partire 10. per 2 4 men 2 3. che è precisamente trouata la cosa.

9 Volendo adesso partire vna quantità per vn binomio primo relativo, ogni medesimamente ricordo à trouar prima vna quantità, che darà nel detto binomio numero razionale, & trouarai tal quantità procedere per il modo fatto nelle paſſate. Effempi gratia volendo partire ponemo per 10. per quello binomio relativo 2 2 rel. 4 più 2 rel. 3. trouo per vna quantità, che darà nel detto binomio relativo prodotto quantità razionale, & trouarai che fia procedere per il modo data nelle paſſate. Effempi gratia volendo partire ponemo per 10. per quello binomio relativo, cioe per 2 2 rel. 4 più 2 rel. 3. trouo prima vna quantità, che darà nel detto 2 2 rel. 4 più 2 rel. 3. detto numero razionale, onde

operando per la regola data nella nona del primo capo, troverai quella essere 3 rel. 256 meno 3 rel. 192 più 3 rel. 48 meno 1 rel. 8 più 96 rel. 32. e per tanto moltiplicando il detto binomio 4 rel. 4 più 8 per 3 rel. 4 più 1 per la detta quantità quarta relata, troverai che fanno 12 quadrati. quali divisi per suo partitore. Poi moltiplicando anchora la quantità, che fu la 2 parte, cioè quel 12. per la sua detta quantità cinquantesimale, & troverai che fanno 3 rel. 256 meno 3 rel. 192 più 3 rel. 48 meno 1 rel. 8 più 96 rel. 32. & questa partirai per quel 12. che fu divisa (secondo il detto 7 di suo ordine) troverai che viene 21 rel. 5 $\frac{1}{3}$ meno 16 rel. 4 $\frac{1}{3}$ più 4 rel. 1 $\frac{1}{3}$ meno 1 rel. $\frac{2}{3}$ più 8 rel. 2 $\frac{2}{3}$. & tanto conchiudemi, che venga la 2 parte 12. per la 1 rel. 4 più 8 per la 1 rel. 1. che fu la seconda parte da trovarsi di sopra.

Non ti smarire, perche io pongo sempre la quantità da partire eller 12. & che faccio per eller numero accommodato.

Similmente (per abbreviar parole) volendo partir 8 detto 10. per questo medesimo 1 rel. 1 trovo per la quinta, che detta 8 detto 1 relato fatto numero rotondo, che procedendo secondo la regola data nella nona del primo capo, ne viene quella eller 1 relato 1 più 8 rel. 1 meno 8 più 8 rel. 4 più 8 per 1 rel. 1 più 8. per ridurre rel. 5. e per tanto moltiplicando il detto relato per la detta cinquantesimale quarta relata, troverai che 1 verrà precisamente 4 quali divisi per suo partitore, poi moltiplicando anchora la quinta, che fu la parte (cioè quel 10) per la detta cinquantesimale quinta, & troverai che fanno 80 rel. 1 più 80 rel. 1 più 8 rel. 1 più 8 rel. 4 più 8 per 1 rel. 1 più 8. & questo partirai per quel 4 che divisi, & troverai che ne viene 20 rel. 1 più 20 rel. 1 più 2 rel. 1 più 2 rel. 4 più 2 per 1 rel. 1 più 2. & tanto conchiudemi, che ne venga 2 parte 10 per 1 rel. 1 più 8 per 1 rel. 1. che fu la seconda parte da trovarsi di sopra.

Che per abbreviar parole volendo partir 10 per un binomio cubo, ove 1 cubo più 6 rel. 1 più 12 per 1 rel. 1 più 8 per 1 cubo, produca numero rotondo. Onde procedendo per la regola data nella decima del primo capo, troverai la quantità eller 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 1 per 1 cubo 1 più 1. e per tanto moltiplicando il detto 1 detto binomio cubo per esso, che fu precisamente 1 quale divisi per suo partitore, & poi moltiplicando anchora la quantità che fu la 2 parte, cioè quel 10. per la medesima seconda quantità, & troverai, che fanno 10 cubo 1 più 30 cubo 1 più 30 per 1 cubo 1 più 10 per 1 cubo 1 più 1. quali partirai per quel 1 che divisi, & troverai che ne viene 10 cubo 1 più 30 per 1 cubo 1 più 30 per 1 cubo 1 più 10 per 1 cubo 1 più 1. & tanto conchiudemi, che venga la 2 parte 10 per 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 1 per 1 cubo 1 più 1. che fu la seconda parte da trovarsi di sopra.

Similmente volendo anchor partir 10 per un binomio cubo, ove 1 cubo più 6 rel. 1 più 12 per 1 rel. 1 più 8 per 1 cubo, produca numero rotondo. Onde procedendo per la regola data nella nona del primo capo, troverai la quantità eller 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 1 per 1 cubo 1 più 1. e per tanto moltiplicando il detto binomio cubo per esso, che fu precisamente 1 quale divisi per suo partitore, & poi moltiplicando anchora la quantità che fu la 2 parte, cioè quel 10. per la medesima seconda quantità, & troverai, che fanno 10 cubo 1 più 30 cubo 1 più 30 per 1 cubo 1 più 10 per 1 cubo 1 più 1. quali partirai per quel 1 che divisi, & troverai che ne viene 10 cubo 1 più 30 per 1 cubo 1 più 30 per 1 cubo 1 più 10 per 1 cubo 1 più 1. & tanto conchiudemi, che venga la 2 parte 10 per 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 3 per 1 cubo 1 più 1 per 1 cubo 1 più 1. che fu la seconda parte da trovarsi di sopra.

Ma quando che 'l numero, overo binomio, con il quale hai da partir detta quantità, sarà

partire

partire potiamo per 10 per 2 rel. 1. più 3. quadra 3. in questo caso bisogna ridurre questi dui nomi a una natura, cioè quadrar quella radice rel. 3. & fia 9 con rel. 3. & dapoi ridurre quella radice quadra 3. & fia poi radice con rel. 12. tal che il denno binomio fia poi radice con rel. 3. più 2 con rel. 12. ma perche fia meglio a notar il maggior nome prima (anchor che tanto fignifichi a un modo, come l'altro) lo accettamo in questo modo 2 con rel. 12. più 2 con rel. 3. Hora questa bisogna ne insegni l'ordine delle altre, cioè trouar una quantità, che fatta in denno binomio resti fatta quantità razionale, & per trouare tal quantità, fe ben eſaminarai la nostra regola nattata nella decimaſetta del primo capo, trouarai che tal quantità fi forma con 10 termini continui proportionali nella proportione di 2 con rel. 12. a 2 con rel. 3. i quali 10 termini procedendo secondo l'ordine, ouer regola data nella 15 del primo capo del ſettimo libro. & nominandoli con li dui termini più, & meni, come nel secondo capo l'insegnai, trouarai quelli effer questi, cioè 2 con rel. 12 + 2 con rel. 3 + 2 con rel. 6 + 2 con rel. 3 meno 2 con rel. 2 + 2 con rel. 3 più 2 con rel. 2 + 2 con rel. 6 + 2 con rel. 3 più 2 con rel. 2 + 2 con rel. 3 meno 2 con rel. 2

per 8 co. & perche accidentalmente 3 co. 5 ha radice relata, laquale è 5 dal produtto è equidistante 2 3 co. 5 partita per 8 co. & questo è il medesimo con 3 più 8 partita per 8 co. il resto d'esquale è 3 non radice: 5 partita per 8 co. & questo adimando il secondo resto, il quale è quello, che multiplicato nel suo binomio, cioè in 3 più 8 co. 5 partita per 3 più 8 co. produce il dissolente numero, il quale fia 8. & dessi vinculeremo, già s'è proposto perochè non accade a far altro, circa multiplicare poi 5 per gli medesimi suoi resti, cioè prima per uno, & poi quello ne vien per l'altro, & l'ultimo aggiungerlo il fia da dividere per 8. & suoi vinculi fatta, e quello che da tal divisione ne perviene è la quantità cercata.

Questo non è però nuovo da Hieronimo Cardano medico milanese, ne da Lodovico ferrare suo creato, come si può nella nostra pratica dispota.

Quando che voglia da andar in alcun luogo (anchor che la via medesima sia totalmente ignorata da quello) sapendo in che verso da quel tal luogo, non vi è dubbio, che col fare il longo andar vi andaremo finalmente, cioè girando folli, valli, monti, boschi, & altri simili passi. Questo voglio solamente dir circa mio Cardano medico milanese, e di Ludovico ferrare suo creato, i quali per ignorar totalmente la via mediante la risolutione sopradetta mostrano 3 e quadro, & sapendo in che verso bisogna dal cubo, ne termine di certo mobile vedendo vi bisognar andare a multiplicare, & dovendo già adimando una tal quantità (chiamandola per reddito) che dietro fin qui al binomio di radice rel. più 8 5 produca quantità razionale, sono mi allegano due reditti, cioè uno primo, & l'altro secondo, & già ne tolgono, & non li vendono, che non hanno risolutione alcuna, dico che non mi hanno detto, ne mostrato il detto reditto proportionale da me adimandato, cioè quella tal quantità, che detta nel detto binomio fa una numero razionale, come ragionevolmente può considerare, laquale tal quantità non può esser minore di dieci gionti, & io voleva trovar per mal suo andare a trovarmi bisogna dilettarsi alli per la grandissima condizione di resti di queste nature, che vi occorrevano, & così quello procede per ignorare la via mediante da noi trovata, & esplicata nel precedente capo.

Quando adunque parere 3 e per radice rel. 6 più 8 co. 5 bisogna prima cavare quelli tre nomi di numero divisi a voi secondo nostra, & che di sopra cubando quella radice rel. 6. & ritornando quello radice cubo 3 3 che facendo dire per radice cubo rel. 6 3 più radice cubo rel. 24 5 & per trovare prima la maggior quantità nominata in detti nomi, dicendo radice cubo rel. 24 5 più 8 co. rel. 6. Dove quello bisogna seguire l'ordine detto nelle pratiche, cioè trovar una quantità, che dietro ad esso binomio cubo ritorni detta quantità razionale, & per trovare tal quantità, le ben ottimamente l'ordine da noi trovato, & mostrato nel primo capo, trovarai tal quantità formarsi con quello ordine, cioè proportionale nella proportione, che è da radice cubo rel. 24 5 per radice cubo rel. 6 2 5. & li detti quattro termini più, e meno, secondo l'ordine più volte detto ad esso primo capo, nel ritrovare poi 5 procederà secondo la regola delle pratiche, che luogo fia a volerla esemplificare il nostro.

Questa medesima sopradetta questione hà da me proposta Hieronimo Cardano medico milanese, & a Lodovico ferrare suo creato nella nostra prima dispota, & ha il numero 19 quello detto 3 a lor proposito, qui dirò precisamente in questa forma.

Adunque partire 10 per radice rel. 108 più radice cu. 3 cioè trovato per prima il suo reddito, il quale suo reddito si ritrovato per quella quantità, che detta in sul binomio produca quantità razionale, per esser quella la soluzione di sul quesito, alliqual questione anco ecco sotti dopo il semplicissimo modello in soddisfazione sua risposta.

La risposta data da Hieronimo Cardano medico milanese, & da Lodovico ferrare suo creato di sopra sotto nello 19 quesito.

Risolutione non secondo il proposito di Hieronimo Cardano, & di Lodovico ferrare suo creato, sopra il suo 19 questo detto 3 a loro proposito nella nostra pratica dispota.

Perochè cu. 3 maggiore di radice rel. 108 primo 3 lo dimando 3 a cu. 3. & 3 rel. 3 minore quantità contiene proportionata, laquale sarà 3 rel. 3 partita per 8 cu. 3. & 3 rel. 3 partita per 8 cu. 3. & 3 rel. 3 partita per radice cu. 27. Posto dispongo queste quantità l'una per via del meno, & l'altra per via del più, di modo che sarà 3 cu. 3 meno 3 rel. 3 partita per 8 cu. 3 più 3 rel. 3 partita per 8 cu. 3 più radice rel. 3 partita per 8 cu. 27. & tutto questo composto lo chiamando primo reddito, il quale per multiplicarlo in 8 cu. 3 più 8 rel. 3 non accade a far altro, che a multiplicar 8 cu. 3 in 8 cu. 3. & 8 rel. 3 in 8 rel. 3 partita per 8 cu. 27. & questo perochè tutte le altre multiplicationi per cagion della proportionalità, & del più, & meno si abbassano l'una l'altra, & produce adunque di detta multiplicatione 8 cu. 3 più 8 rel. 3 partita per 8 cu. 27. & perche 3 è 3. medesimamente ho 8 rel. primo, laquale è 3. & 8 cu. 27 ha 8 cu. laquale è 3 seguita, che 8 cu. 3 più 8 rel. 3 partita per 8 cu. 27. è equivalente a 8 cu. 3 più tanto numero per trovar il secondo reddito lo piglio la metà di 3. laquale è 3. & così pongo, che il primo numero di sul secondo reddito fusia 8 cu. 3.

Questo

dicono alla quale io ritrouo due quantità in continua proportione, come 9 ce. 2 vno, & due rerum, quali sono 9 ce. 2 5 ouuero cubo, & 25 censi, & così dico il resolso secondo essere 9 ce. 2 uno 9 ce. 2 5 ouuero cubo più 25 censi, il quale a volerlo multiplicare per 9 ce. 2 più vno, & due rerum, non accade a far altro, che a multiplicar 9 ce. 2 via 9 ce. 2 vno, & due rerum via 25 censi, perochè tutte le altre multiplicationi per cadi della proportionalità, & del più, & del meno, si annullano l'una l'altra, & che di tutta multiplicatione si produce 81 più 225 ouuero cubo, cioè 406 & 44 ouuero cubo, & questo è il diuidendo. Di maniera, che hauendo a compire l'operatione non ha da far altro, che da multiplicare 10 per il primo di sopradetti resti, & lo aggiungerà per il secondo poi in ha da partir l'ultimo aggiunto per 406 & quarantaquattro ouuero cubo, & quello che ne nascerà sarà la quantità cercata.

Nella qual sua conclusione, come che ognuno può vedere, quelli cubi non ci hanno luogo, nè sapendo assignar quel proportionali residuo addimandato, cioè quella sola quantità, che diuisa per quel proposto binomio produchi quantità rationale (che è il nostro principal di tal questione) (qual quantità procedendo per qual siasi via si voglia) è necessario esser composta di 25 numeri continui proportionali, & a trouarli per tal sua via a ciascheduno di huomini dottissimi grandissima, come fu detto anchora dalla natura per la grandissima confusione di radi di numeri diuersi, come che diuisori siano inciampo può considerare, e però bisogna dar tali considerationi senza resti, il che non hanno saputo fare per non saper la retta via maestra, ma sono andati a trouar conclusione considerando la questione in due modi, cioè primo, & secondo, & io ne addimando vna sola, & non due.

25 Diendo anchora parere 10 per 9 ce. 2 più 9 ce. 2 più 9 ce. 2 prima naturali di detti nomi a una medesima summa, il che dimostrando quella 9 ce. 2 censo di censo, & ridurre quella 9 ce. 2 al che facendo hauerai poi 9 ce. censo ce. 2 più 9 ce. censo ce. 2 più 9 ce. 2 più 9 ce. 2 quale bisogna poi seguir l'ordine detto nelle passate, cioè trouar una quantità, che diuisa, ouer moltiplicata per il detto binomio censo censo ce. faccia numero rationale, & per trouare tal quantità se ben accidentalmente l'ordine detto, & notato nel primo capo, trouerai tal quantità formarsi di 20 termini continui proportionali nella proportione, che è da 9 censo ce. 2 a 9 censo ce. 2 più 9 ce. 2 più 9 ce. 2 più 9

mio produca quantità razionale, cioè la sottrazione di tal mio quesito, ma se le vogliono concludere, massimamente con tre diuersi residui, cioè primo, secondo, & terzo residuo. Et questo proude per ignorare la sua via singulare.

Dauzare.

Volendo sapere quantunque in numeri la sopra nostri esempij se habbia potere a partire per quantità da partire, per esser vn numero facile da maneggiare, nondimeno tal quantità può esser non solamente apotomo semplice, ma può esser ancora vna seconda, cioè binomio, over residuo, & vn binomio, over quadrinomio, &c. Che a volere dar esempio in ogni qualità di tutte sorte di partire, sarà cosa longa in tal materia, ma ne basta solamente mostrare dell'ordine, nel resto con il suo ingegno sapersi ha. Ma quelli ne accade che di partire vna quantità per vn binomio, over quadrinomio, & altri simili, delliquali non sapeno ciò che vuol dire il partire, che produce alle volte numero razionale, ma ritornando al partire in forma di rotto. Essempi gratia volendo partire posciato 12. per quello binomio 5. più R. 3. più R. 12. che non sapendo con che quantità moltiplicare tal binomio, che produca numero, over quantità razionale tutto ridotto in forma di rotto, cioè ponendo quel 12. sopra di vna virgola, & sotto di quella ponendo quel tal binomio, come in margine vedi. Et così volendo partire R. 12. per R. 4. più R. 3. non sapendo quel R. 4. sopra vna linea, & sotto di quella ponendo quel tal binomio, come in margine vedi. Et questo modo di partire il potria anchora vsare a partire per vn semplice binomio, over residuo senza alcuno partitore, ma egli è più da persona intelligente a ridur il detto partitore a quantità razionale potendo, ma quando che non si può, si debbe procedere, come di sopra habbiamo detto, & fatto.

a partire 12. per 5 più R. 3. più R. 12. è uguale a quanto

$$\frac{12}{5 \text{ più R. } 3 \text{ più R. } 12}$$

a partire R. 12. per R. 4. più R. 3. è uguale a quanto

$$\frac{\text{R. } 12.}{\text{R. } 4 \text{ più R. } 3.}$$

Vero è che volendo partire per vn binomio quadro, si può in due colpi ridurlo a quantità razionale. Essempi gratia volendo partire 12. per quello binomio R. 6. più R. 3. prima per ridur tal partitore a quantità razionale, voltarai vna di quelle quantità più in mente, per voltarnela in questo modo R. 6. più R. 3. meno R. 3. & con questo moltiplicarai il detto binomio di R. 6. più R. 3. più R. 3. che facendo tutte le operationi, che si producono 12. più 9. cioè 21. che è vn nome, onde moltiplicando anchora la cosa da partire, cioè quel 12. per quel medesimo, troverai che si produrrà quello binomio R. 400. più R. 300. meno R. 300. da partire per quel binomio di R. 7. più 7. & per far tal partire procederai secondo l'ordine detto, cioè moltiplicarai il partitore per il suo residuo, cioè per R. 7. meno 7. il che facendo ne verrà 7. per il suo razionale partitore, onde moltiplicando anchora la cosa da partire, cioè quel R. 400. più R. 300. meno R. 300. per il detto residuo, cioè per R. 7. meno 7. troverai che si produrrà quello binomio medesimo R. 4900. più R. 2100. meno 2100. meno R. 1470. più R. 900. partendolo per il suo razionale partitore, cioè per quel 7. lo ritrouerai esser quello, che venia a partire il detto 12. per il detto binomio di R. 6 più R. 3 più R. 3. & perchè a partire il detto binomio per il detto 7. non vi occorre alcuna arte, ma solamente fatica, a me basta la impresa di essequire tal essempio, & quando che saremo essequito, tal operatione ne per essempio ne verrà per la prova, moltiplicando il detto valore ritrouato fin il primo partitore, cioè per R. 6 più R. 3 più R. 3. & tal prodotto ne douerà venir la cosa partita, cioè quel 12. & che venendo fatta l'operatione, la sia operatione essere stata buona, ma venendo altramente fatta ne sarà di bisogno di hauer errato in qualche parte, e però ricordarsi nel far operatione dell'principio al fine, & questo facendo, ogni che troverai lo errore di venire a far della pratica eccellente.

Il fine del decimo libro.

LIBRO VNDECIMO DELLA SECONDA PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NICOLO

Tartaglia, nel qual si dichiara, & si dimostra particularmente con numeri, & radici, & altre quantità irrationali, tutte le diffinitioni, & propositioni del decimo di Euclide, & massime quelle, che sono più alla general pratica di numeri, & misure necessarie, & non più oltra, giudicato in fine un capo da loro stesso stimato degno alle genti, non poco grato.

Auendo nella traduttione di Euclide da me fatta in lingua volgare alla compositione del suo decimo speculatiuo il fine del decimo libro. Dico tanto quanto, che in tal luogo generalmente ne dissi. Ma perche una cosa è il saper speculatiuamente dimostrare una propositione geometrica, & un'altra è il saper quella esequire, over dimostrare, & prouare praticamente con numeri, & radici, over con altre quantità irrationali, perche la prima parte appartiene solamente al Theorico, cioè al speculatiuo, & la seconda al pratico. Et per tanto sopra gli ditti pratici non ebbi detto cosa alcuna, anzi per lo contrario luogo di voler dimostrare, & similmente prouare con numeri, & radici, & altre quantità irrationali alcune delle propositioni del detto decimo di Euclide, che a me parue esser più alla general pratica di numeri, & misure necessarie, & non più oltra. Ma che dapoi mi sono posto a dimostrare per demonstratione geometrica tutte le dette di Euclide da me tradotte, & prouate con dimostrationi, & esempi numerali, che gli fanno al caso di loro medesime.

Adesso mi pare importare, & dire non esser conueniente il dichiarare con esempi in quello luogo alle propositioni del detto decimo di Euclide per esser quelle geometrice, & che per quelle cose per li consueti modi, & dichiarationi, & esempi numerali pel mezzo de geometria, che in quello luogo

Rispondo che le cose irrationali alcune volte sono, & nascono, & egli impossibile potere [illegible] che dapoi quella [illegible] & che [illegible] geometrica, [illegible] & [illegible] [illegible] [illegible]

hauer hauuto anchora notitia delli principij, & termini della Geometria, quando che harà con il suo studio nel mezzo di detta Geometria, & inuolo li principali termini di quella le cose con-fusamente intese ci saranno chiare, & lucide, si come intenderai al suo luogo insieme con il suo studio nella logica.

Vna dichiaratione del presente autore sopra le diffinitioni del decimo di Euclide, più alla pratica conuenienti di quelle già fatta da lui sopra di esso Euclide. Cap. 1.

Diffinitione prima del decimo di Euclide.

Vole quanità farsi dette commensurabili, ouero commensurabile, alle quali sia vna quantità numerante communemente quelle. Et quelle alle quali non sia vna quantità numerante communemente quelle saranno dette incommensurabile.

Nanti che veniamo alla esemplificatione della presente diffinitione, bisogna sapere, che vna quantità s'intende numerare, ouero misurare vn'altra, quando che quella la numera, ouero misura precisamente per volte integre, cioè per numero integro, senza rotto, come s'intende nel settimo di Euclide nelli numeri. Essempigratia di-remo, che 9 numera, ouero misura radice 81. perche partendo 81 per 9. ne vien 9 & 9. che sia 6. il quale 6 è numero fisso, e però la detta radice 9 vien a numerare, ouero misurare precisamente & volendo la detta 9 volta la detta quando che la radice del detto medesimo sudetto numero rotto, ouero fisso, & rotto, ouero altra quantità irrationale, non s'intenderà di quantità numerare, ouero misurare quell'altra.

Ma bisogna notare, che quella quantità numerare, ouero misurare poco fa diceua, non solamente della vnità, ouero da vn numero fisso, ma anchora da vn rotto, & da vn fisso, & rotto, & similmente da quale si voglia specie di radice sorda, & fisa dal radice denominata da vn numero fisso, ouero rotto, ouero fisso, & rotto.

E però si manifesta, che quello che communicante, ouero non communicante, o vogliam dire commensurabile, & non commensurabile, altramente s'intende, & pigliasi nelle quantità continue, di quello s'intende, & pigliasi nelli numeri semplici, perche li numeri communicanti s'intendono quelli (come fu detto nel settimo di Euclide) che qualche numero (oltra la vnità) li numera communemente, & non communicanti s'intendono quelli, che solamente dalla vnità sono communemente numerati. Ma nelle quantità continue, dove quantità non solamente s'intendono esser communicanti quando che sono communemente numerate da vna quantità denominata da numero fisso, ma anchora quando sono communemente numerate da vna quantità denominata dalla vnità, ouero da vn rotto, ouero da vn numero fisso, & rotto, ouero da qualche specie di sorda, o fisa, & di numero fisso, ouero rotto, ouero fisso, & rotto, come di sopra è stato detto. Et similmente s'intendono dette quantità quando che non vi fia alcuna specie di quantità, che numeri communemente quelle, cioè che solamente ouero misuri precisamente per volte integre, cioè senza rotto, come di sopra è stato detto. Essempigratia siano quelle due quantità $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ dette communicante, perche $\sqrt{6}$ numera communemente ambedue quelle, cioè la detta, cioè il numero 6 quella, che partendo $\sqrt{24}$ per la detta $\sqrt{6}$ ne vien $\sqrt{4}$ che sia 2 fisso. Et però la detta $\sqrt{6}$ numera la detta $\sqrt{24}$ precisamente 4 volte senza rotto, similmente partendo $\sqrt{6}$ per la medesima $\sqrt{6}$ ne vien $\sqrt{1}$ che sia 1 fisso. Et però la detta $\sqrt{6}$ numera la detta $\sqrt{6}$ precisamente 1 volta senza rotto. Et per tanto le sopradette due quantità, cioè $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ (per la sopradetta diffinitione) diremo esser communicanti, ouero commensurabili, & la sua numerante misura sarà la detta $\sqrt{6}$, vero è che due quantità non hauer alcuna quantità numerante communemente quelle.

Ma quando non vi fusse vna quantità numerante communemente due proposte quantità, all'hora quantità si direbbono esser incommensurabili per la detta diffinitione, come saranno quelle due $\sqrt{6}$ & $\sqrt{3}$ adequate per le ragioni, che nella prima del sopradetto capo s'intenderà, e impossibile di trouar alcuna quantità numerante communemente quelle, e però sono dette incommensurabili per la detta diffinitione. Ben è vero, che per le seguenti regole pratiche admaestrerai numerare, & trouar di radice si può conoscere le dette due, & due quantità se sono communemente, ma alle regole si prefatte mancano, perche mancano essemplificare tal diffinitione però da Euclide, però non douemmo restare di alcuna volta replicar molte regole diuerse di alcune altre in altri luoghi di me dette, perche (come dice il prouerbio) per piu vie si va a Roma.

Diffinitione

Diffinitione seconda del decimo di Euclide.

2 LE linee rette sono dette in potentia commensurate quando vna commune superficie misura le superficie di quelle.

Per ben intendere quella diffinitione bisogna sapere, che la potentia di vna linea è la prodotta quadrato di quella. Essempi grazia la potentia di vna linea longa, poniamo 5 piedi fatta in 5, cioè in superficie quadrata di vno piede per faccia, & così la potentia di 2 fatta in 2 cioè il quadrato di 2 cioè è 4. & così la potentia di 3 fatta in 3 fatta 9. Similmente la potentia di 6 & 7 fatta in 7 cioè fatta il quadrato di 6 & 7 che fatta 97. & così discorrendo.

Essendo adonque due linee, la prima delle quali poniamo che sia longa piedi 5. & l'altra 2. i quali dicon esser in potentia commensurate, perche vi sono molte superficie, che numerano le superficie quadrate di quelle, poi che il quadrato della prima fatta 64. & quello della seconda fatta 4. & così il quadrato di vna linea longa piedi 5. che fatta di superficie piedi 4. numera precisamente 16 volte 64. & precisamente 5 volte 4. similmente il quadrato di 2. che fatta 4. numera precisamente 16 volte 64. & precisamente 6 volte 4. ancora il quadrato di vna linea longa vn sol piede, che fatta per vn piede superficiale numera precisamente 64 volte 64. & 16 volte 4. Se adonque quando non vi susse altro, che vna superficie, che numerasse le dette superficie quadrate di quelle, ne due linee, cioè 8. & 2. fussino (per la sopradetta diffinitione) in potentia commensurate, anco più fussino in potentia commensurate effendoui più communi superficie numerate le dette superficie quadrate di quelle.

piedi 5	2
25	4

8	2
8	2

8 & 7
8 & 7

Sia anchora quelle due linee, cioè 8 & 5. & 8 & 7. & perche le superficie quadrate di ambedue li numeri commensurabile numerate dalla superficie quadrata di 8 & 8. s'intendono esser in potentia commensurate, la cui pratica, che le fanno di quelle numerate è questa, che il quadrato di 8 & 5. fatta 89. & il quadrato di 8 & 7. fatta 97. & il quadrato di 8 & 8 fatta 64. onde partendo 89. per 64. che vienne 1 & qual 1 fatta 1. per numero, e però li detti 64. numera precisamente due volte la detta 89. Similmente partendo 97. per la detta 64. che vienne 1 & qual 1 fatta 1. per numero, e però la detta 64 numera precisamente 1 volta la detta 97. e però le dette due linee 8 & 5. & 8 & 7. sono in potentia commensurate, perche la superficie quadrata di 8 & 8 numera commensurabile le superficie quadrate di quelle.

Diffinitione terza del decimo di Euclide.

3 LE linee sono dette incommensurabili in potentia quando che non gli fanno alcuna commune superficie, che numeri le superficie quadrate di quelle. Essempi grazia quelle due quantità 8 & 2. (dando linee) diremo esser incommensurabili in potentia, perche non vi sarà mai commune superficie, che numeri le superficie quadrate di quelle, doue la superficie quadrata di vna fatta 8. & l'altra fatta 2. sia tale che non vi sia alcuna commune superficie, che numeri le dette due superficie quadrate, ancorche assai numeri la prima del secondo capo. Egli è ben vero, che per la regola da noi sopra formata, & forse di natura possiamo conoscere, & sapere le dette 8. & 2. esser incommensurabili, perche moltiplicando l'una per l'altra non produm numero quadrato, over per modo qual si voglia di quelle per l'altro ne venga numero non fatto quadrato, cioè di che numero non si ne possa cauar numero radicale, e però sono incommensurabili, dette due superficie quadrate, cioè 8. & 2. e per conseguente le dette due linee, cioè 8 & 8. & 8 & 2. esser incommensurabili in potentia.

Diffinitione quarta del decimo di Euclide.

4 MA ogni proposta retta linea, con la quale noi diciamo, sia detta razionale.

In questa diffinitione l'autore ne accenna, come che quella misura razionale, la quale comunemente nelle nostre commensurationi o sia perca, o palo, o piede, o braccio, o palmo, o dito, o grano, ouero altra misura formata con il compasso a nostro piacere, come razionale, per esser ella quantità a noi cognita, & famigliare in tali commensurationi.

Diffinitione quinta del decimo di Euclide.

5 TAl linee a quella commensurate sono dette razionali.

Quantunque questa diffinitione sia poco differente dalla precedente, è debbe intendersi congionta con quella successivamente, perche in questa scopertamente si dice, che sono quelle linee, che fanno commensurabile quella proposta linea, cioè

a quella misura, con laquale misuriamo, ò prima, ò passo, ò piede, ò braccio, ò palmo, ò dito, ò grano, ouero altra misura formata a nostro piacere con il compasso nelle piccole commensurationi, ouero cofrontationi) sono dette razionali, essempi gratia potiamo, che la nostra proposta linea (con laquale misuriamo, ouero intendiamo di misurare le sopradette cose) sia quella misura razionale, che si chiama passo, diuisa in piedi cinque, & ciascun piede secondo il costume nostro, in once dodici. Hor dico che non solamente il detto passo sarà lunga razionale (per la precedente diffinitione) ma ancora tutte le linee misurate con il detto passo, & che siano pari lunghezze di esse razionali (per la presente diffinitione) perche tutte le dette linee venendo a effer commensurabili con la nostra proposta razionale, cioè con il nostro passo. Et anchora che meglio si intenda, ponendo che la via sia, ouero lunghezza lunga passa quindici, dico adunque, ouero lo essempio è che questa è razionale (per la precedente diffinitione) per esser commensurabile con il nostro passo (per la prima diffinitione) & laltro commune misura venirà a effer la decima parte, cioè che una linea lunga essa once misurata la propria lunghezza precisamente xv. volte, & misurata anchora il nostro passo precisamente x. volte, onde per la detta prima diffinitione si hanno commensurabili, & per la precedente, & presente diffinitione, l'una, & l'altra sarà razionale, che è il proposto.

Ma bisogna sapere, che questa medesima diffinitione nella seconda editione (cioè nella traduttione del Zamberto) posta in quest'altra forma.

SI quelle linee, che a quella hanno commensurabile la longhezza, & la potentia, & anchora solamente in potentia sono dette razionali.

Laqual diffinitione è alquanto lunga, & generale dell'altra, perche questa vuol, che anchora quelle linee, che sono commensurabili solamente in potentia con la nostra proposta razionale (cioè con la nostra misura di passo, ouer potentia, ouero altra sorte di misura) siano chiamate razionali, per il che segue, che quelle quantità, che communemente da predetti sono dette surdi sorde, & irrationali, come sarìa se [illegible] & colla radice di cento numero non quadrato. Essendo adunque linee, & dette razionali, per esser alcuna quantità razionale, & se poi non fusse seguirìa gran disordine nelle diffinitioni di piacenti, & residui, come che al suo luogo si vedrà, vero è, che le tali radici sorde sono superficie razionali, & hanno dette superficie medesimi, come al suo luogo si vedrà. Ma seguendo quelle sorde, o sia tal radice di superficie, over diffetto, è detta communemente irrationale, come che da me per altro sia stimata.

Diffinitione sesta del decimo di Euclide.

6 SI quelle linee, che hanno alla medesima commensurabile sono dette razionali, ouer sorde.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congiontamente alla precedente della traduttione del Campano per che in questa si diffinisce, che sono quelle linee, che non hanno commensurabile alla medesima nostra proposta linea (cioè alla nostra proposta misura razionale) sono dette irrationali, ouero sorde, conforme questa medesima diffinitione nella traduttione del Zamberto posta in quest'altro modo.

SI quelle linee, che hanno a quella incommensurabile per l'uno, & l'altro modo, cioè in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationali.

Laqual diffinitione intendendola congiontamente similmente con la precedente (per la traduttione del Zamberto) viene a conformarsi con il concetto di quella, cioè che una linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non si debbe chiamare, ne intendere irrationale (come sopra la precedente si detto) anzi la vuole, che la si intenda razionale, per esser ella quadrata razionale, e però bisogna notare, che il volgo di predetti al presente (seguendo la traduttione del Campano) le radici di numeri non quadrati, & altre linee, come ancho superficie (come di sopra è stato detto) le chiamano irrationali, & sorde, nondimeno le si debbono intendere razionali, essendo linee, come parla la traduttione del Zamberto, almanco seguirà (come di sopra detto) grande disordine nelle cose, che seguiranno nel decimo.

Diffinitione settima del decimo di Euclide.

7 AGni quadrata superficie, ch'è quale p. sia predetta razionale, e

Per meglior intelligentia di questa diffinitione bisogna, che quando noi diciamo di voler la quarta superficie meglio intendiamo in che proportione la detta superficie di qualche nostra misura, come sarìa a dire quanti piedi

palli quadrati, ouero piedi, percioche o altra misura formata a nostro piacere (il che si troua moltiplicando le misure della larghezza di detta superficie, fra le misure della sua longhezza (come si detto nel principio del secondo libro di Euclide) & lo produtto di tal moltiplicatione fara la quantita di quante superficie quadrate (della misura già operata) fara la detta superficie, & per superficie quadrata si debbe intendere uno quadretto di una misura per banda, cioe di quella, che già habbiamo operata a misurare, o sia pallo, o piede, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'autore dimostra, che ogni superficie quadrata, con la quale per il presupposito ragionamo (o sia d'un pallo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura grande, ouer piccola) detta razionale per esser una superficie a noi cognita, e famigliar.

Diffinitione ottaua del decimo di Euclide.

8 Le superficie a quella commensurabili sono dette razionale. Cioe che tutte quelle superficie, che saranno commensurabili, ouero commensurabili a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) sono dette razionali, ma bisogna notare, che se la nostra quadrata superficie sara d'un pallo non solamente un'altra superficie di piu palli integri superficiali (come sara di palli 400) sara detta razionale, ma anchora di palli, piedi, & oncie, & medesimamente sara per detta razionale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata di un pallo, & la lor commune misura, sempre sara la minima parte del pallo, che si trouara esser denominata in detta superficie, & acio meglio si intendi ponemo, che una misura superficie sia palli vintidoue, & un oncia superficiale, dico la detta superficie esser commensurabile con la nostra superficie di un pallo, & la lor commune misura sara una oncia di pallo superficiale, finalmente se la detta misura superficie fusse palli ventisei, piedi cinque, oncie sette, e mezza di oncia superficiale, la lor commune misura sarebbe una quarta di tal superficiale, e pero l'una, & l'altra sara razionale, il medesimo si trouara in ogni altra specie di sorte, fra non che un pallo superficiale e piedi 144 superficiali, & un piede superficiale e oncie 144 superficiali, & con questa medesima potrai sperimentare in ogni altra sorte di misura (data come si voglia) quante superficie di una delle sue parti minima a formar si possa, perche molti si credono, che si come un pallo lineale e cinque piedi lineali, che un pallo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali, anzi e il quadrato di cinque, cioe uinticinque, come e detto di sopra, & similmente perche un piede lineale e diuiso in oncie 12 credono, che similmente oncie 12 superficiali facciano un piede superficiale, per il che non poco errano nelle sue nitolazioni, perche (come di sopra e detto) un piede superficiale e oncie 144 superficiali, & cosi ancho (per le ragioni addotte sopra la prima diffinitione, ouero supposizione del secondo del detto Euclide stesso medesimo, & non solamente nelle parti del pallo, & del piede, ma anchora nelle parti della pertica, & della cana, & del canetto, ouer di una misura formata a nostro piacere, perche quello, che e detto del pallo, e piede, con la medesima facilita si procedera nelle parti di qual si voglia misura data, perche ogni misura ha sua forma, & diuide, & dal il nome alle sue minime misure secondo il loro parere, e pero auertite.

Diffinitione nona del decimo di Euclide.

9 Le superficie a quella medesima incommensurabili sono dette irrazionali, ouer sorde. Ritornando l'autore nella precedente diffinitione, qual fano le superficie dette razionali, non in quella semplicemente ne dimostre il concetto, cioe che tutte quelle superficie, che non saranno commensurabili a quella medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) saranno dette irrazionali, ouero sorde.

Diffinitione decima del decimo di Euclide.

10 ET quelle, che ad alcune di quelle (razionale) saranno commensurabili saranno dette razionali. Questa diffinitione ne dimostre tutte quelle superficie, che sono, ouero saranno commensurabili ad alcuna superficie irrazionale, saranno medesimamente dette irrazionali, perche una quantita razionale non puo esser commensurabile con un'altra, che sia irrazionale.

Diffinitione undecima del decimo di Euclide.

11 ET li suoi poteri le quali superficie quadrate sono dette irrazionali. Cioe che li suoi poteri in quali due superficie irrazionali quadrate, finalmente sono dette irrazionali, li suo potere in una fi-

perfice (eſſendo quella ad ſuperficie quadrata) ſi intende lo proprio lato di quella ad ſuperficie ma ſi la non fuſſe quadrata ſi intende per per el lato de una ſuperficie quadrata equale a quella, overo di quella ſtella reduta in quadro. Diſegni grandi ſi l'area de una ſuperficie ſia pentagona s. e o tal s. e o per eſſer ſuperficie dena irrationale ſi ſecondo Euclide, come ſaranno le cantonate forcate de preda, & per tanto ſi lato ponere in ad ſuperficie vegnera a eſſer s. e. e. cioe lato di tal ſuperficie eſſendo quadrata ſaria s. e. e. e pero ſi vede el lato eſſer irrationale. Cap. 13.

Hauendo nel precedente capo ordinatamente diſſenate, & con numeri, & nudi eſempli, come ſe cognoſce le diuiſioni del decimo di Euclide, al preſente principiaremo a dechiarire di al cune ſue propoſitioni, cioe di quelle, che ne parſe eſſer alla general pratica di numeri, & mathematici vtile, ouer neceſſarie, & non piu oltra, perche molte propoſitioni ſono poſte dal detto autore ſolamente neceſſarie per dimoſtrar altre propoſitioni, le quali nella pratica poi non è di molto profitto la loro eſemplificatione, come che ſi può comprendere della prima propoſitione del decimo libro, laqual in quanto alla pratica non è di alcun profitto, ma ſolamente alla ſcientia è neceſſaria per dimoſtrare la ſeconda del 12 libro del detto Euclide, & la decimaterza del 13. & altre.

EVclide nella ſeconda propoſitione del ſuo decimo libro volendo ſpecialmente aſſignar un proprio accidente delle quantità incommenſurabili, dice queſte parole. Se ſaranno due quantità ineguali, & della maggiore ſia detratto una quantità equale alla minore per fino a tanto, che reſti una quantità minore di eſſa minore, & dapoi della minore ſia detratto una quantità equale di eſſo rimanente per fin a tanto, che reſti una quantità minore di quello rimanente, & anchor di nuouo del rimanente primo ſia detratto una quantità equale al rimanente ſecondo per fin a tanto, che reſti una quantità minor di quello, & che della continua detrattione ſiano in queſto modo, non ſi trouerà alcun numero, che numeri preciſamente reſtino per numeri, e pero ſi due quantità, per la detta propoſitione ſono incommenſurabili. Adeſſo pongaſi per eſſempio una tal regola data dal detto Euclide per cognoſcer le dette quantità incommenſurabili, che molto ſi ſeruono in la pratica, & ſi in quella, & lunga ſuppoſitione a quella di ſopra allegata, ſi vſata nel 10 libro nel numero, & termine di 8, & che per tal mezo quella data dal detto Euclide non ſolo ſia vtile nella pratica di numeri, & non eſſendo di vtile alcuna, ſi non neceſſaria.

Circa di queſto io riſpondo, che detto Euclide hauer potia tal propoſitione, & le due ſeguenti più per ſeruitio nella pratica del puro operar geometrico, che per ſeruitio delle quantità commenſurabili, & incommenſurabili, anchor che tal propoſitioni, in qualche parte poſſino ſeruire, & anco quelle nel numero del puro operar geometrico ſi fanno mistione di quanta volta, & come

maggior quantità —— 8
minor quantità —— —— 5

primo rimanente 3 mon 5
2 mon 3
1 mon 2

ſecondo rimanente 1 mon 2

vltimo rimanente 1 mon 1

ſi ſuole
ſuperficie
pentagona

modo alle proposizioni fatte, accioche pero di esemplificare anchora in questo luogo non manchi, & acciò quanto s'estende il mio poco sapere.

Nchora fondato nella terza propositione del suo decimo libro conclude, che di due proposte quantità ineguali continuamente possiamo ritrouare la misura quando misurare continuamente quelle. Et circa al proposito non vi adduce dimostratione alcuna, ma in fatto, & nell'altra traduttione latina ritrouo la dimostratione a quella fatta sopra la seconda propositione del settimo nelli numeri, circa di questo affermo il procedo della dimostratione di questa esser fondata al procedo della dimostratione di quella. Ma la conclusione di questa è molto più generale di quella, perche quella conclude solamente di numeri primi, & componibili di quali detta secondo la considerazione del mathematico, delliquali le loro unità sono indivisibili, & questa conclude della quantità continua, della qual quantità continua ancher delli numeri, & le unità di quella, nella pratica di mathematici si prendono alcuna di ogni materia sensibile, nondimeno naturalmente sono numeri denominati da qualche specie di misura materiale ancher che'l nome di tal misura si taccia, & tal specie di misura si suppone naturalmente in luogo della unità, ma perche tal misura è divisibile in infinito, segata tal specie di unità materiale esser divisibile in infinito, come che nel principio della prima parte, & ancher sopra li rotti, & in molti altri luoghi da me è stato detto. E per tanto tutti quelli numeri, che nella quantità discreta sono detti fra loro primi, & incomponibili, ouero incommunicanti, per non esser commensurati numeri, accade, che della unità, alli numeri nella quantità continua, non solamente siano commensurabili fra lor, ma ancora li numeri rotti, & li fatti, & rotti, che questo sia il vero per la prefatta sua diffinitione proportionale fra lor communi misura, & trouata quella fatta conclude il proposito, per la prima del precedente capo. Siano adunque quelle due quantità $3\frac{1}{2}$, & $9\frac{1}{2}$, i quali dico per le regole già per me date, che sono commensurabili, hor volendo noi ritrouare la sua mathematica communi misura, prima (per facilitar la operatione) reduco l'uno, & l'altro rotto a una mathematica denominatione, che trouarai l'uno, & l'altro esser $\frac{7}{2}$, & l'altro $\frac{19}{2}$, reduco l'uno, & l'altro a quinti decimi, & trouarai la maggiore esser $\frac{105}{15}$, & la minore esser $\frac{285}{15}$, fatto questo trouo il mathematico numero, ouer quantità numerante continuamente li detti numeri, cioè 105. & 285. & questo col comun numerante trouarai secondo la prima, ouer seconda del 7. di Euclide (che secondo la regola data per me trouarai l'altezza da fabbricar un rotto) & quel tale sarà quindecimi, cioè che tutti quindecimi sarà la communa misura misurante le dette due quantità, cioè quel $3\frac{1}{2}$, & $9\frac{1}{2}$, ma perche trouamo li detti 105. & 285. esser communi se prima, però che trouamo che solamente la unità sarà la communa misura, la qual unità in questo caso vedrai esser $\frac{1}{15}$ quel numerato quel $3\frac{1}{2}$ precisamente 52. volte, & quel $9\frac{1}{2}$ precisamente 142. volte. E per tanto concludemo le dette due quantità (cioè $3\frac{1}{2}$, & $9\frac{1}{2}$) esser communicante, & la mathematica quantità numerante quelle esser $\frac{1}{15}$, & questo $\frac{1}{15}$ s'intende esser $\frac{1}{15}$ di quella principal misura, o sia grandezza, o sia picciola supposta in tal questione, dalla qual è denominato quel $3\frac{1}{2}$, & $9\frac{1}{2}$.

Di quelle due quantità communicanti $3\frac{1}{2}$, & $9\frac{1}{2}$ la mathematica quantità numerante comune quelle è $\frac{1}{15}$

Alcuno potria dir la regola predetta, che è conforme per trouar il mathematico sfabbricare per sfabbricare va sempre, non corrisponde, non parole, nella fondata nella prima, & seconda propositione del settimo di Euclide, ne manco a quelle due sopra notate del suo decimo libro, perche il detto mathematico sfabbricare li numeri non si parte. Et la prima, & seconda del settimo, & le due sopra notate vogliono, che si troui la ricercata mathematica misura con il sfottrare, come in esse propositioni si legge, circa di questo si risponde, che in quelli casi, & molti altri simili si può trouar tal mathematica quantità con il sfottrare, & anchora con il partire, & perche più facilmente si trouerà con il partire, che con il sfottrare il procedo con il partire, & non con il sfottrare, & acciò meglio m'intendi, pongo che si voglia trouar la mathematica quantità numerante ottimamente quelle due 12. & 27. hor per trouar tal mathematica quantità con il sfottrare, come si legge nelle dette proportioni di Euclide, andaremo sfottrando, over detraendo quel 12. da quel 27. per fino a tanto, che resti, ouero sopravanzi una quantità minore di 12. ottimamente. Onde si vede, che a voler far questo, egli è necessario a sfottrare 27. volte il detto 12. del detto 27. & finalmente si trouerà avanzar 3. qual è manco del detto 12. ma perche fatta una tal operatione a fine a far quelli 27. sfottrati la pratica ha trouato da effequir ad ogni modo il partire, perche si vede, che a partire 27. per il detto 12. trouiamo, che tal 12. v'intra a punto medesimo 2. volte, & sopravanza quel medesimo 3. manco del detto 12. al qual ritrouato volendolo sfottrare dal detto 12. sfottrando 2. volte resta finalmente 6. finalmente quando il detto 12. per il detto 3. ottimamente, cioè per 3. trouiamo, che v'intra per quattro volte, & non avanza 0. E però diremo il secondo la regola data da Euclide nelle sopradette proportioni, come sopradetto quelli dati nella pratica de fabbricar di rotti, il detto 3. esser la mathematica quantità numerante comune

minimamente lodarte dee quanta ℞ 12 & ℞ 27 una più corta via à procedere con ℞ parte, che con tutto lo resto. Questo passo ò giudicato mi è parso di fare in questo luogo per accordar tali propositioni di Euclide con quello, che nella pratica per breuità si costuma.

Ma tornando al nostro proposito se le dette due quantità communicanti fussero irrationali, come la prima detta ℞ 12 & ℞ 27. & che di queste ne fussi data la differentia di volere trouare la sua massima quantità misurante, cioè communemente quelle. Egli è vero, che ne la passata non per la detta regola data da Euclide nelle sopra poste due propositioni, cioè sottratto ℞ 12 di ℞ 27 il che fatto ne trouarai che ne resta ℞ 15. & perche ℞ 27 è maggiore della detta ℞ 12. ne seguirà, che ne trouerai una volta tolta la detta ℞ 12 & ne resta ℞ 3. & questo sarà il primo rimanente, il quale primo rimanente per esser minore di ℞ 12 lo torrai da quella, cioè da ℞ 12 & troverai, che ne resta ℞ 3. & questo secondo rimanente lo torrai dal primo, cioè da ℞ 3. & resta nulla, & per tanto concluderai ℞ 3 esser la massima quantità misurante communemente ℞ 12. & ℞ 27. come che in fine si proua.

Di quelle due quantità commensurabili ℞ 12 & ℞ 27 la massima quantità misurante communemente quelle sarà ℞ 3.

Ma volendo trouar la detta massima quantità, per via d'un'altra via più spedita, prima troua il quadrato di ven, & di Palma di dette due quantità, che troverai esser 12. & Palme 27. fatto questo trouerai la massima quantità numerale communemente à detti due quadrati, cioè 12. & 3. onde procedendo secondo l'ordine detto per trouar il dichiarore da Achille ne trouerai tal quantità esser 3. la quale 3 fia della natura di dette quantità 12. & 3. laquale sono superflue quadrate perche la misura bisogna sia della natura della cosa misurata, e però il detto 3 fia la parte che quadrata, il cubico sarà 27. & così concluderemo ℞ 3 esser la massima quantità numerale communemente ℞ 12 & ℞ 27. (& come per l'altra regola fu trouato) di questo con la speranza ne poteua chiarire perche le parti ℞ 12 per ℞ 3. sono venute ℞ 4. laquale è per numero, e però la detta ℞ 3 numero preallegato due volte ℞ 12 finalmente partendo ℞ 15 per la medesima ℞ 3. ne vsciva ℞ 5. laquale è per numero, & per tanto la detta ℞ 3 numero preallegato cinque volte ℞ 15. onde fa chiaro la detta ℞ 3. numero communemente ℞ 12 & ℞ 27. che è il proposito. Ma quando che le dette due quantità communicanti fussero per irrationali, & in numeri rotti, come sarà dire ℞ $\frac{1}{2}$, & ℞ $\frac{1}{4}$, & che si fusse desiderasse di trouare la massima quantità numerale communemente misurante quelle, volendo procedere per la nostra regola, per più breuità, quadra prima l'una, & l'altra, & troverai l'un quadrato esser $\frac{1}{4}$, & l'altro $\frac{1}{16}$, reduci le dette due rotti a una medesima denominatione, & troverai l'uno esser $\frac{4}{16}$, & l'altro $\frac{1}{16}$, fatto questo trouerai la massima quantità numerale communemente li detti numeratori, cioè 4. & 1. onde procedendo secondo il solito trouerai quello esser 1. & questo 1 si debbe intendere $\frac{1}{16}$, & così per le regole come di sopra, la ℞ $\frac{1}{16}$ sarà la massima quantità misurante communemente ℞ $\frac{1}{4}$, & ℞ $\frac{1}{16}$, & di questo non si potrà dubitare, perche quarta ℞ per ℞ $\frac{1}{16}$ trouerai, che ne ne vsciva ℞ 4. che è numero quadrato, la cui radice è 4. e però la detta quantità ℞ $\frac{1}{16}$ misura ne volte ℞ $\frac{1}{4}$. Similmente partendo radice $\frac{1}{16}$ per la detta quantità ℞ $\frac{1}{16}$ trouerai, che ne ne vsciva ℞ 4. che è per numero quadrato, la cui ℞ è 4. e però la detta ℞ $\frac{1}{16}$ misura ne volte ℞ $\frac{1}{4}$, e però si conclude la detta ℞ $\frac{1}{16}$ misurare communemente ℞ $\frac{1}{4}$, & ℞ $\frac{1}{16}$.

Di quelle due quantità commensurabili ℞ $\frac{1}{4}$, & ℞ $\frac{1}{16}$ la massima quantità misurante quelle sarà ℞ $\frac{1}{16}$.

Ma quando che le dette due quantità communicanti, & irrationali fussero in numeri rotti, & non, come fatta à dire ℞ $3\frac{1}{2}$, & ℞ $9\frac{1}{4}$, & che si desiderassi di voler trouar la massima quantità misurante communemente quelle, volendo procedere per la nostra regola (per abbreuiar la operatione) quadrale, & reduci a non di una medesima denominatione, il che fatto trouerai l'una esser $\frac{14}{16}$, & l'altra $\frac{74}{16}$, fatta questa cosa (secondo il solito) la massima quantità misurante communemente li detti numeratori (cioè 14. & 74.) che troverai quella esser 2. il quale 2. volendo esser $\frac{1}{16}$ la radice del quale sarà ℞ $\frac{1}{16}$ di questo (per le ragioni per adietro dette) sarà la massima quantità misurante communemente le dette due quantità, cioè ℞ $3\frac{1}{2}$ & ℞ $9\frac{1}{4}$, che se ne farà prouatione partendo ℞ $3\frac{1}{2}$ per ℞ $\frac{1}{16}$ troverai che ne vsciva ℞ 4. che è numero quadrato, la cui ℞ è 2. & così dicemo la detta ℞ $\frac{1}{16}$ misurare 2 volte la detta ℞ $3\frac{1}{2}$, finalmente partendo ℞ $9\frac{1}{4}$ per la detta ℞ $\frac{1}{16}$ troverai, che ne ne vsciva ℞ 49. che è numero quadrato, la cui radice è 7. & così diremo la detta ℞ $\frac{1}{16}$ misurare 7. volte la detta ℞ $9\frac{1}{4}$, & così sarà come la detta ℞ $\frac{1}{16}$ misurare communemente ℞ $3\frac{1}{2}$, & ℞ $9\frac{1}{4}$, che è il proposito.

Di quelle due quantità commensurabili ℞ $\frac{1}{4}$, & ℞ $\frac{1}{16}$ la massima quantità misurante communemente quelle sarà ℞ $\frac{1}{16}$.

Che le sopra trouate quantità siano le massime, si dimostra in Euclide grandemente, & al dimostratione di esse solamente al Theorico, perche à pratico non basta per vigore della pratica poter ben operar di quello, bisogna sapere, che tutte quelle cose proposte in radici quadre, si in queste due propositioni, come in molte di quelle, che seguono da dette si possono applicare ad ogni

di

de di ragion communicante, come dice esso medesimo cosa che per niuna via si può verificare, perche nelle dimostrationi, che di sue fatte sopra il decimo libro, non voglio supporre in alcuna specie di quantità di quelle poste da lui come

5 Volendo Euclide nella quinta proposition del suo decimo libro, concludere che proposte ne quantità commensurabili, ponendo sempre la maggiore quantità numerante quelle, & il numero la operante, & la dimostratione di tal proposition a quella simile sopra la terza del settimo (come nella precedente) & quantunque il processo della dimostratione dell'istessa del libro settimo fusse per dimostrar questa, nondimeno la conclusione di quella non è simile alla conclusione di questa, perche quella conclude solamente di numeri, che siano composti, & questa conclude della quantità continua, la qual conclusione è più generale di quella (come si è detto anchora sopra la precedente) & la dimostratione è di maggior auttorità, perche le cose ne quantità ponno variar, come nella precedente è stato detto, cioè in quantità discontinue di numeri, over rotti, over surdi, & non così in radici sorde, ma perche a voler dar esempio particolare in ciascuna specie, come si fece nella precedente, fusse cosa superflua, poiche è tutto in quello, che nella precedente è stato detto, e però voglio, che questo solo esempio mi basti. Siano quelle tre quantità commensurabili

Nota per tale la detta [illegible] non bisogna mutar nomi alla detta [illegible] perche a par della detta [illegible] per la detta [illegible] ne viene [illegible] uguale alla detta [illegible] per la detta [illegible] la maggiore quantità numerante [illegible] & questa

uo che per trouar il denominator della proportione, che è fra quelle due quantità irrationali, come si costuma nelle proportioni, che si ben si intendi volendo trouar il denominatore di qualche data proportione, quel si troua partendo l'antecedente per il suo conseguente, & lo auenimento fia il detto denominatore, & cosi meglio s'intendi, pongo che vogliamo sapere se .a. sia commensurabile con .e. si pongo ancora che vogliamo sapere, ouero trouar il denominator della proportione, che è da .a. alla .e. dico, che in l'una, & l'altra di queste due questioni bisogna partir .a. per .e. & dico facendo se venira .a. che fia .3. & perche quello .3. è il denominatore di tal proportione, & perche anchora il detto .3. è il denominatore della proportione tripla nelli numeri. Seguita adunque la proportione di .a. a .e. esser si come quella, ch'è da .3. a .1. perche l'una, & l'altra è denominata da .3. Et per questo per la sopradetta diffinitione proportionale concludemo .a. esser commensurabile con .e. perche la loro proportione è, come da numero a numero, cioè come da .3. a .1. che è da .6. a .2. Et per questo si può comprendere, che quasi tutte le regole, che nella pratica communemente si osseruano derivano da qualche proposition di Euclide, ancho che il pratico non sia molte volte dotto tal regola sia sua causa.

6 Nchora Euclide nella settima propositione del decimo specialmente dimostra, quali mente che quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione, come da numero a numero.

Questa è il consueto della sua prima, dalla qual propositione pigliamo il costrutto, che detto è causa per dimostrare altre proportioni, ne insegna anchora la regola di saper trouare a qualunque proposta quantità vn conseguente, ouero vna quantità incommensurabile, & per far questo, poniamo che la proposta quantità sia .a. anchor volendo trouare vn conseguente a quella sia .e. che sia vna incommensurabile, pigliamo due quantità, che siano proportione non sia, come da numero a numero, & queste tal due quantità possono esser denominate da due radici sorde, ouer vna da radice, & l'altra da numero, ma perche molte volte due radici sorde hanno proportione (per la precedente) come da numero a numero, onde per euitare questa confusione, pigliamo vn numero, & vna sorda, perche fra vn numero, & vna radice sorda mai vi può esser proportione, come da numero a numero, come in altri luoghi più volte habbiamo detto) pigliamo adunque per il predetto .c. & per la regola del ternario dicemo. Se .c. mi dà .a. che mi dara .e. moltiplicando, & partendo troueremo, che mi dara .e. & cosi .e. sarà la ricerca quantità incommensurabile con .a. il medesimo modo osseruaremo quando che la data proposta quantità fusse qualche altra specie di radice, ouero altra quantità irrationale, & anchora quando fusse razionale, cioè denominata da vn numero.

7 Nchora Euclide nella ottaua propositione del suddetto libro specialmente dimostra, che le due quantità non hauendo fra loro proportione, come da numero a numero quelle tal quantità furano incommensurabili.

Questa è consequente della sua sesta, & però anchora se ne caua il costrutto di quella, perche se due proposte quantità pensando l'una per l'altra non se potessero trouar numeri, che le due quantità fussero incommensurabili, & questo male, perche il denominator della lor proportione (che fia il detto auenimento) non essendo denominato da numero, tal proportione non può esser, come da numero a numero, perche ogni proportione, che fia da numero a numero è sempre denominata da numero. Et questa è la causa prossima, che pensando qual si voglia specie di radice sorda per l'altra, se di tal suo auenimento non se potesse trouar numero, tal due quantità furanno incommensurabili.

8 Similmente Euclide nella nona propositione del suddetto libro geometricamente dimostra, che di ogni due superficie quadrate, delle quali i lati commensurabili in longhezza la proportione dell'una all'altra è, come da numero quadrato a numero quadrato, & (è conuerso) se la proportione di vna superficie quadrata a vna superficie quadrata, sarà come la proportione di vn numero quadrato a vn numero quadrato, i lati delle quali furanno commensurabili in longhezza. Et se i lati di due superficie quadrate furanno incommensurabili in longhezza, le dette superficie fra loro non haueranno proportione, come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportione di vna superficie quadrata a vna superficie quadrata non sarà, come di numero quadrato a numero quadrato, i lati di quelle furanno incommensurabili in longhezza.

La qual propositione in questo luogo furano dette solamente con esempij di numeri, & radici, che dedicarono poi dimostrare tal propositione con speculatione dimostrationi geometrice ricorra dal detto Euclide, perche mi saria a dichiarire in questo luogo quello, che alla pratica di numeri, & radici si

dicõsi appartiene. Sia adunque data vna lõga a b. & l'altra g c. 12 segnili (per la regola data nella precedente) sono commensurabili in longhezza, hoc dico per la presente propositione) che la proportione delle superficie quadrate di quelle sara, come di numero quadrato a numero quadrato, & quello con la esperienza (come coloriamo li numeri, & anchora li piani prossimi) lo approueremo. Egli è chiaro che il quadrato di a b. sara 8. & il quadrato di g c. 12. sara 144. dunque non è altra la proportione di 12. a 8. come da numero quadrato a numero quadrato. Egli è necessario, che la denominatione di tal proportione sia vn numero quadrato, & trouerassi la denominatione di tal proportione, in fin che bisogni partire lo antecedente per il conseguente, partendo adunque 12 per 8. ne venira 1 6. che ben è numero quadrato, e però tal proportione si vede esser, come di numero quadrato a numero quadrato, come si conclude nella detta propositione, il medesimo seguira ponendo per antecedente 8. & per conseguente 12. perche partendo 8 per 12. ne vira $\frac{8}{12}$, che ridotta sara $\frac{2}{3}$, che è quadrato, la cui radice sara $\frac{1}{2}$, il che per qual modo si voglia si vede, che la proportione di ogni due superficie quadrate, delle quali la lunghezza sia commensurabile in longhezza, è come di numero quadrato a numero quadrato. Il contrario di questo parue si dimostrabile al contrario. Essempi grazia siano due superficie, poniamo le medesime 12. & 8. & perche a parte per parte l'una per l'altra ne vien numero quadrato, però da questa seguita, che la proportione dell'una all'altra sia, come di numero quadrato a numero quadrato, onde per la seconda parte della seguente propositione si hauera, che queste due superficie saranno commensurabili in longhezza, i quali lati sara 12. & l'altro 8. La terza, & quarta parte (la quinta alla penultima) vien a esser da se medesima, cioe che essendo date linee, come lati di due superficie quadrate saranno incommensurabili in longhezza, le date superficie non haueranno proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, cioe che il denominatore della sua proportione, non sara numero quadrato, il quale denominatore (come è detto) si trova partendo l'una superficie per l'altra. Essempi grazia siano date linee vna longa 8. & l'altra 10. & perche queste due radici sono incommensurabili, per la seguente delle quinte dico che la proportione delle sue superficie quadrate non sara, come di numero quadrato a numero quadrato, delle quali superficie l'una sara 64. & l'altra 100. onde per trouare il denominatore di tal proportione partiremo 64 per 100. & ne vira $\frac{64}{100}$. il quale per non esser numero quadrato, ne la proportione non è come da numero quadrato a numero quadrato, che è il proposito. La quarta parte vien a manifestarci il contrario, cioe che essendo due superficie poniamo le medesime 10. & 8. della quale la proportione di vna all'altra (per la detta data) non è come da numero quadrato a numero quadrato. Il però per la detta propositione, i lati di tal due superficie saranno incommensurabili in longhezza, i quali lati sono 8. & l'altro 10. ch'è il proposito.

Alcuni potria dire, che questo modo, over regola data da Euclide in questa propositione, per essere le quattro commensurationi, & incommensurationi esser in infinito finite a quelli modi dati nelle quattro precedenti propositioni, anchor che in parole fia differente da quelle. Rispondo che nelle sole regole, nell'opra sia si trova alcune fue propositioni, che per dimostrarle si può seguitare per vn di detti modi, & non per gli altri, & è cosa certa, e però ne bisogna memoria di questo.

Con l'esperientia a questa nona propositione del detto decimo di Euclide vi seguita la decima, undecima, duodecima, & decimaterza, della decima geometricamente dimostra, che se saranno due quantità commensurabili a vna medesima quantità, che anchora quelle due quantità saranno scambieuolmente commensurabili fra loro. & per tanto seguita anchora, che se sia l'una di dette due quantità commensurabile, & l'altra incommensurabile a vna medesima quantità, che le dette due quantità, over magnitudini saranno fra loro incommensurabili, & nella undecima dimostra il contrario della detta decima, nella duodecima per dimostra, che se saranno due quantità commensurabili, anchora sarà il composto di ambedue l'une, & l'altra di quelle sara commensurabile, & è contrario, & nella decimaterza dimostra il contrario della detta duodecima, & perche di queste propositioni (le non si haueranno sempre a mente, & sotto alle radici commensurate) da se medesimo facilmente si saperà con essempij praticalmente conferire, & per questa causa (per abbreuiar scrittura) le habbiamo tralasciate.

Nona. Euclide nella decimaquarta propositione del suo decimo libro, generalmente conclude, & dimostra, che se la prima di ogni quattro quantità proporzionale sia commensurabile alla seconda, che anchor la terza sara commensurabile alla quarta, & è contrario, cioe se la prima sara incommensurabile alla seconda, che anchor la terza sara incommensurabile alla quarta.

Della quale propositione, ora si ragionerà, che di lei si usa per dimostrar altre propositioni, ciò è

dice Potremo a qual si voglia proposta quanta incognita trouare vna linea a quella commensurabile, ouero incommensurabile secondo, che ne piacera. Essempi gratia la proposta quantita ☞ ☞ ☞ & la inuentione nostra di voler trouare vna conseguente a quella ☞ ☞ ☞ a lei commensurabile.

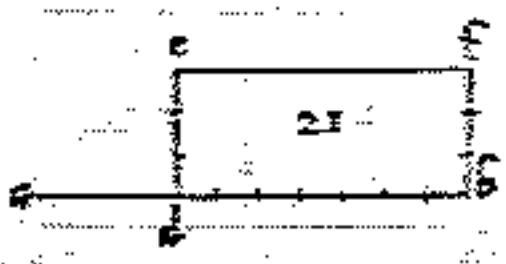
Per far questo trouo prima vno numero che sia quanta commensurabile, o fussi di quanta sua radice commensurabile, & di che specie si voglia le sua radici, ouer doi numeri che pigliamo prima che radici seguitino 9. & 90. poi per la regola del ☞ ☞ ☞ ☞ di 9. che multiplicato ☞ ☞ ☞ opera (recando la somma a radice di radice) & trouerai, che ☞ ☞ ☞ ☞ di cotal quantita ☞ ☞ ☞ sara commensurabile alla data ☞ ☞ ☞ che e la sua prima proua, trouerai cosi di fare, & medesimo si seguira in ogni altra specie di radice, & medesimo maniera pigliando doi numeri, come che nella quarta si fussi mancheta. Ma volendo trouare vna conseguente incommensurabile alla data ☞ ☞ ☞ la inuentione pigliato le dette doi quanta incommensurabili, come fussi a dire vn numero, & vna radice sorda, ouer due radicali sorde incommensurabili, & procedere poi per il medesimo modo.

Vedesi nella decimaquinta propositione del decimo geometricamente insegnato, & specialmente dimostra il modo di trouare a qualunque proposta retta linea a quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in larghezza, & in potenza, la qual propositione mentouata quasi in modo algebraicho particolarmente con numeri, & radici.

Hor ponendo che la proposta retta linea sia ☞ piedi, ouer qualche altra misura a nostro piacer con la conseglio, & che pensiamo che sia nostro fin di voler trouare due altre linee, delle quali l'una sia incommensurabile con la data in longhezza, & l'altra sia incommensurabile non solamente in longhezza, ma anchora in potenza. Quadrero il detto ☞ & ☞ poi aggiungerolli (come la regola del me) vn conseguente, con il quale non habbi proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, & questo sempre intendo che si pone vno, & medesimo che di proportione pari per non hauer modo a predare gli di sopra vna proportione disparata volere, cerco il proposto, che sara la proportione di 2. come di numero quadrato a numero quadrato, cioe 1. & 2. & 4. & 8. & 16. & 32. & 64. & 128. & 256. & 512. & 1024. & 2048. & 4096. & 8192. & 16384. & 32768. & 65536. & 131072. & 262144. & 524288. & 1048576. & 2097152. & 4194304. & 8388608. & 16777216. & 33554432. & 67108864. & 134217728. & 268435456. & 536870912. & 1073741824. & 2147483648. & 4294967296. & 8589934592. & 17179869184. & 34359738368. & 68719476736. & 137438953472. & 274877906944. & 549755813888. & 1099511627776. & 2199023255552. & 4398046511104. & 8796093022208. & 17592186044416. & 35184372088832. & 70368744177664. & 140737488355328. & 281474976710656. & 562949953421312. & 1125899906842624. & 2251799813685248. & 4503599627370496. & 9007199254740992. & 18014398509481984. & 36028797018963968. & 72057594037927936. & 144115188075855872. & 288230376151711744. & 576460752303423488. & 1152921504606846976. & 2305843009213693952. & 4611686018427387904. & 9223372036854775808. & 18446744073709551616. & 36893488147419103232. & 73786976294838206464. & 147573952589676412928. & 295147905179352825856. & 590295810358705651712. & 1180591620717411303424. & 2361183241434822606848. & 4722366482869645213696. & 9444732965739290427392. & 18889465931478580854784. & 37778931862957161709568. & 75557863725914323419136. & 151115727451828646838272. & 302231454903657293676544. & 604462909807314587353088. & 1208925819614629174706176. & 2417851639229258349412352. & 4835703278458516698824704. & 9671406556917033397649408. & 19342813113834066795298816. & 38685626227668133590597632. & 77371252455336267181195264. & 154742504910672534362390528. & 309485009821345068724781056. & 618970019642690137449562112. & 1237940039285380274899124224. & 2475880078570760549798248448. & 4951760157141521099596496896. & 9903520314283042199192993792. & 19807040628566084398385987584. & 39614081257132168796771975168. & 79228162514264337593543950336. & 158456325028528675187087900672. & 316912650057057350374175801344. & 633825300114114700748351602688. & 1267650600228229401496703205376. & 2535301200456458802993406410752. & 5070602400912917605986812821504. & 10141204801825835211973625643008. & 20282409603651670423947251286016. & 40564819207303340847894502572032. & 81129638414606681695789005144064. & 162259276829213363391578010288128. & 324518553658426726783156020576256. & 649037107316853453566312041152512. & 1298074214633706907132624082305024. & 2596148429267413814265248164610048. & 5192296858534827628530496329220096. & 10384593717069655257060992658440192. & 20769187434139310514121985316880384. & 41538374868278621028243970633760768. & 83076749736557242056487941267521536. & 166153499473114484112975882535043072. & 332306998946228968225951765070086144. & 664613997892457936451903530140172288. & 1329227995784915872903807060280344576. & 2658455991569831745807614120560689152. & 5316911983139663491615228241121378304. & 10633823966279326983230456482242756608. & 21267647932558653966460912964485513216. & 42535295865117307932921825928971026432. & 85070591730234615865843651857942052864. & 170141183460469231731687303715884105728. & 340282366920938463463374607431768211456. & 680564733841876926926749214863536422912. & 1361129467683753853853498429727072845824. & 2722258935367507707706996859454145691648. & 5444517870735015415413993718908291383296. & 10889035741470030830827987437816582766592. & 21778071482940061661655974875633165533184. & 43556142965880123323311949751266331066368. & 87112285931760246646623899502532662132736. & 174224571863520493293247799005065324265472. & 348449143727040986586495598010130648530944. & 696898287454081973172991196020261297061888. & 1393796574908163946345982392040522594123776. & 2787593149816327892691964784081045188247552. & 5575186299632655785383929568162090376495104. & 11150372599265311570767859136324180752990208. & 22300745198530623141535718272648361505980416. & 44601490397061246283071436545296723011960832. & 89202980794122492566142873090593446023921664. & 178405961588244985132285746181186892047843328. & 356811923176489970264571492362373784095686656. & 713623846352979940529142984724747568191373312. & 1427247692705959881058285969449495136382746624. & 2854495385411919762116571938898990272765493248. & 5708990770823839524233143877797980545530986496. & 11417981541647679048466287755595961091061972992. & 22835963083295358096932575511191922182123945984. & 45671926166590716193865151022383844364247891968. & 91343852333181432387730302044767688728495783936. & 182687704666362864775460604089535377456991567872. & 365375409332725729550921208179070754913983135744. & 730750818665451459101842416358141509827966271488. & 1461501637330902918203684832716283019655932542976. & 2923003274661805836407369665432566039311865085952. & 5846006549323611672814739330865132078623730171904. & 11692013098647223345629478661730264157247460343808. & 23384026197294446691258957323460528314494920687616. & 46768052394588893382517914646921056628989841375232. & 93536104789177786765035829293842113257979682750464. & 187072209578355573530071658587684226515959365500928. & 374144419156711147060143317175368453031918731001856. & 748288838313422294120286634350736906063837462003712. & 1496577676626844588240573268701473812127674924007424. & 2993155353253689176481146537402947624255349848014848. & 5986310706507378352962293074805895248510699696029696. & 11972621413014756705924586149611790497021399392059392. & 23945242826029513411849172299223580994042798784118784. & 47890485652059026823698344598447161988085597568237568. & 95780971304118053647396689196894323976171195136475136. & 191561942608236107294793378393788647952342390272950272. & 383123885216472214589586756787577295904684780545900544. & 766247770432944429179173513575154591809369561091801088. & 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176. & 3064991081731777716716694054300618367237478244367204352. & 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704. & 12259964326927110866866776217202473468949912977468817408. & 24519928653854221733733552434404946937899825954937634816. & 49039857307708443467467104868809893875799651909875269632. & 98079714615416886934934209737619787751599303819750539264. & 196159429230833773869868419475239575503198607639501078528. & 392318858461667547739736838950479151006397215279002157056. & 784637716923335095479473677900958302012794430558004314112. & 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224. & 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448. & 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896. & 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792. & 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584. & 50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168. & 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336. & 200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672. & 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344. & 803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688. & 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376. & 3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752. & 6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504. & 12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008. & 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016. & 51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032. & 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064. & 205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128. & 411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256. & 822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512. & 1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024. & 3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048. & 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096. & 13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192. & 26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384. & 52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768. & 105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536. & 210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072. & 421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144. & 842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288. & 1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576. & 3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152. & 6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304. & 13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608. & 26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216. & 53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432. & 107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864. & 215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728. & 431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456. & 862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912. & 1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824. & 3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648. & 6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296. & 13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592. & 27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184. & 55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368. & 110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736. & 220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472. & 441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944. & 883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888. & 1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776. & 3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552. & 7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104. & 14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208. & 28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416. & 56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832. & 113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664. & 226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328. & 452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656. & 904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312. & 1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624. & 3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248. & 7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496. & 14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992. & 28948022309329048855892746252171976963317496166410141009864396001978282409984. & 57896044618658097711785492504343953926634992332820282019728792003956564819968. & 115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936. & 231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279872. & 463168356949264781694283940034751631413079938662562256157830336031652518559744. & 926336713898529563388567880069503262826159877325124512315660672063305037119488. & 1852673427797059126777135760139006525652319754650249024631321344126610074238976. & 3705346855594118253554271520278013051304639509300498049262642688253220148477952. & 7410693711188236507108543040556026102609279018600996098525285376506440296955904. & 14821387422376473014217086081112052205218558037201992197050570753012880593911808. & 29642774844752946028434172162224104410437116074403984394101141506025761187823616. & 59285549689505892056868344324448208820874232148807968788202283012051522375647232. & 118571099379011784113736688648896417641748464297615937576404566024103044751294464. & 237142198758023568227473377297792835283496928595231875152809132048206089502588928. & 474284397516047136454946754595585670566993857190463750305618264096412179005177856. & 948568795032094272909893509191171341133987714380927500611236528192824358010355712. & 1897137590064188545819787018382342682267975428761855001222473056385648716020711424. & 3794275180128377091639574036764685364535950857523710002444946112771297432041422848. & 7588550360256754183279148073529370729071901715047420004889892225542594864082845696. & 15177100720513508366558296147058741458143803430094840009779784451085189728165691392. & 30354201441027016733116592294117482916287606860189680019559568902170379456331382784. & 60708402882054033466233184588234965832575213720379360039119137804340758912662765568. & 121416805764108066932466369176469931665150427440758720078238275608681517825325531136. & 242833611528216133864932738352939863330300854881517440156476551217363035650651062272. & 485667223056432267729865476705879726660601709763034880312953102434726071301302124544. & 971334446112864535459730953411759453321203419526069760625906204869452142602604249088. & 1942668892225729070919461906823518906642406839052139521251812409738904285205208498176. & 3885337784451458141838923813647037813284813678104279042503624819477808570410416996352. & 7770675568902916283677847627294075626569627356208558085007249638955617140820833992704. & 15541351137805832567355695254588151253139254712417116170014499277911234281641667985408. & 31082702275611665134711390509176302506278509424834232340028998555822468563283335970816. & 62165404551223330269422781018352605012557018849668464680057997111644937126566671941632. & 124330809102446660538845562036705210025114037699336929360115994223289874253133343883264. & 248661618204893321077691124073410420050228075398673858720231988446579748506266687766528. & 497323236409786642155382248146820840100456150797347717440463976893159497012533375533056. & 994646472819573284310764496293641680200912301594695434880927953786318994025066751066112. & 1989292945639146568621528992587283360401824603189390869761855907572637988050133502132224. & 3978585891278293137243057985174566720803649206378781739523711815145275976100267004264448. & 7957171782556586274486115970349133441607298412757563479047423630290551952200534008528896. & 15914343565113172548972231940698266883214596825515126958094847260581103904401068017057792. & 31828687130226345097944463881396533766429193651030253916189694521162207808802136034115584. & 63657374260452690195888927762793067532858387302060507832379389042324415617604272068231168. & 127314748520905380391777855525586135065716774604121015664758778084648831235208544136462336. & 254629497041810760783555711051172270131433549208242031329517556169297662470417088272924672. & 509258994083621521567111422102344540262867098416484062659035112338595324940834176545849344. & 1018517988167243043134222844204689080525734196832968125318070224677190649881668353091698688. & 2037035976334486086268445688409378161051468393665936250636140449354381299763336706183397376. & 4074071952668972172536891376818756322102936787331872501272280898708762599526673412366794752. & 8148143905337944345073782753637512644205873574663745002544561797417525199053346824733589504. & 16296287810675888690147565507275025288411747149327490005089123594835050398106693649467179008. & 32592575621351777380295131014550050576823494298654980010178247189670100796213387298934358016. & 65185151242703554760590262029100101153646988597309960020356494379340201592426774597868716032. & 130370302485407109521180524058200202307293977194619920040712988758680403184853549195737432064. & 260740604970814219042361048116400404614587954389239840081425977517360806369707098391474864128. & 521481209941628438084722096232800809229175908778479680162851955034721612739414196782949728256. & 1042962419883256876169444192465601618458351817556959360325703910069443225478828393565899456512. & 2085924839766513752338888384931203236916703635113918720651407820138886450957656787131798913024. & 4171849679533027504677776769862406473833407270227837441302815640277772901915313574263597826048. & 8343699359066055009355553539724812947666814540455674882605631280555545803830627148527195652096. & 16687398718132110018711107079449625895333629080911349765211262561111091607661254297054391304192. & 33374797436264220037422214158899251790667258161822699530422525122222183215322508594108782608384. & 66749594872528440074844428317798503581334516323645399060845050244444366430645017188217565216768. & 133499189745056880149688856635597007162669032647290798121690100488888732861290034376435130433536. & 266998379490113760299377713271194014325338065294581596243380200977777465722580068752870260867072. & 533996758980227520598755426542388028650676130589163192486760401955554931445160137505740521734144. & 1067993517960455041197510853084776057301352261178326384973520803911109862890320275011481043468288. & 2135987035920910082395021706169552114602704522356652769947041607822219725780640550022962086936576. & 4271974071841820164790043412339104229205409044713305539894083215644439451561281100045924173873152. & 8543948143683640329580086824678208458410818089426611079788166431288878903122562200091848347746304. & 17087896287367280659160173649356416916821636178853222159576332862577757806245124400183696695492608. & 34175792574734561318320347298712833833643272357706444319152665725155515612490248800367393390985216. & 68351585149469122636640694597425667667286544715412888638305331450311031224980497600734786781970432. & 136703170298938245273281389194851335334573089430825777276610662900622062449960995201469573563940864. & 273406340597876490546562778389702670669146178861651554553221325801244124899921990402939147127881728. & 546812681195752981093125556779405341338292357723303109106442651602488249799843980805878294255763456. & 1093625362391505962186251113558810682676584715446606218212885303204976499599687961611756588511526912. & 2187250724783011924372502227117621365353169430893212436425770606409952999199375923223513177023053824. & 4374501449566023848745004454235242730706338861786424872851541212819905998398751846447026354046107648. & 8749002899132047697490008908470485461412677723572849745703082425639811996797503692894052708092215296. & 17498005798264095394980017816940970922825355447145699491406164851279623993595007385788105416184430592. & 34996011596528190789960035633881941845650710894291398982812329702559247987190014771576210832368861184. & 69992023193056381579920071267763883691301421788582797965624659405118495974380029543152421664737722368. & 139984046386112763159840142535527767382602843577165595931249318810236991948760059086304843329475444736. & 279968092772225526319680285071055534765205687154331191862498637620473983897520118172609686658950889472. & 559936185544451052639360570142111069530411374308662383724997275240947967795040236345219373317901778944. & 1119872371088902105278721140284222139060822748617324767449994550481895935590080472690438746635803557888. & 2239744742177804210557442280568444278121645497234649534899989100963791871180160945380877493271607115776. & 4479489484355608421114884561136888556243290994469299069799978201927583742360321890761754986543214231552. & 8958978968711216842229769122273777112486581988938598139599956403855167484720643781523509973086428463104. & 17917957937422433684459538244547554224973163977877196279199912807710334969441287563047019946172856926208. & 35835915874844867368919076489095108449946327955754392558399825615420669938882575126094039892345713852416. & 71671831749689734737838152978190216899892655911508785116799651230841339877765150252188079784691427704832. & 143343663499379469475676305956380433799785311823017570233599302461682679755530300504376159569382855409664. & 286687326998758938951352611912760867599570623646035140467198604923365359511060601008752319138765710819328. & 573374653997517877902705223825521735199141247292070280934397209846730719022121202017504638277531421638656. & 1146749307995035755805410447651043470398282494584140561868794419693461438044242404035009276555062843277312. & 2293498615990071511610820895302086940796564989168281123737588839386922876088484808070018553110125686554624. & 4586997231980143023221641790604173881593129978336562247475177678773845752176969616140037106220251373109248. & 9173994463960286046443283581208347763186259956673124494950355357547691504353939232280074212440502746218496. & 18347988927920572092886567162416695526372519913346248989900710715095383008707878464560148424881005492436992. & 36695977855841144185773134324833391052745039826692497979801421430190766017415756929120296849762010984873984. & 73391955711682288371546268649666782105490079653384995959602842860381532034831513858240593699524021969747968. & 146783911423364576743092537299333564210980159306769991919205685720763064069663027716481187399048043939495936. & 293567822846729153486185074598667128421960318613539983838411371441526128139326055432962374798096087878991872. & 587135645693458306972370149197334256843920637227079967676822742883052256278652110865924749596192175757983744. & 1174271291386916613944740298394668513687841274454159935353645485766104512557304221731849499192384351515967488. & 2348542582773833227889480596789337027375682548908319870707290971532209025114608443463698998384768703031934976. & 4697085165547666455778961193578674054751365097816639741414581943064418050229216886927397996769537406063869952. & 9394170331095332911557922387157348109502730195633279482829163886128836100458433773854795993539074812127739904. & 18788340662190665823115844774314696219005460391266558965658327772257672200916867547709591987078149624255479808. & 37576681324381331646231689548629392438010920782533117931316655544515344401833735095419183974156299248510959616. & 75153362648762663292463379097258784876021841565066235862633311089030688803667470190838367948312598497021919232. & 150306725297525326584926758194517569752043683130132471725266622178061377607334940381676735896625196994043838464. & 300613450595050653169853516389035139504087366260264943450533244356122755214669880763353471793250393988087676928. & 601226901190101306339707032778070279008174732520529886901066488712245510429339761526706943586500787976175353856. & 1202453802380202612679414065556140558016349465041059773802132977424491020858679523053413887173001575952350707712. & 2404907604760405225358828131112281116032698930082119547604265954848982041717359046106827774346003151904701415424. & 4809815209520810450717656262224562232065397860164239095208531909697964083434718092213655548692006303809402830848. & 9619630419041620901435312524449124464130795720328478190417063819395928166869436184427311097384012607618805661696. & 19239260838083241802870625048898248928261591440656956380834127638791856333738872368854622194768025215237611323392. & 38478521676166483605741250097796497856523182881313912761668255277583712667477744737709244389536050430475222646784. & 76957043352332967211482500195592995713046365762627825523336510555167425334955489475418488779072100860950445293568. & 153914086704665934422965000391185991426092731525255651046673021110334850669910978950836977558144201721900890587136. & 307828173409331868845930000782371982852185463050511302093346042220669701339821957901673955116288403443801781174272. & 615656346818663737691860001564743965704370926101022604186692084441339402679643915803347910232576806887603562348544. & 1231312693637327475383720003129487931408741852202045208373384168882678805359287831606695820465153613775207124697088. & 2462625387274654950767440006258975862817483704404090416746768337765357610718575663213391640930307227550414249394176. & 4925250774549309901534880012517951725634967408808180833493536675530715221437151326426783281860614455100828498788352. & 9850501549098619803069760025035903451269934817616361666987073351061430442874302652853566563721228910201656997576704. & 19701003098197239606139520050071806902539869635232723333974146702122860885748605305707133127442457820403313995153408. & 39402006196394479212279040100143613805079739270465446667948293404245721771497210611414266254884915640806627990306816. & 78804012392788958424558080200287227610159478540930893335896586808491443542994421222828532509769831281613255980613632. & 157608024785577916849116160400574455220318957081861786671793173616982887085988842445657065019539662563226511961227264. & 315216049571155833698232320801148910440637914163723573343586347233965774171977684891314130039079325126453023922454528. & 630432099142311667396464641602297820881275828327447146687172694467931548343955369782628260078158650252906047844909056. & 1260864198284623334792929283204595641762551656654894293374345388935863096687910739565256520156317300505812095689818112. & 2521728396569246669585858566409191283525103313309788586748690777871726193375821479130513040312634601011624191379636224. & 5043456793138493339171717132818382567050206626619577173497381555743452386751642958261026080625269202023248382759272448. & 10086913586276986678343434265636765134100413253239154346994763111486904773503285916522052161250538404046496765518544896. & 20173827172553973356686868531273530268200826506478308693989526222973809547006571833044104322501076808092993531037089792. & 40347654345107946713373737062547060536401653012956617387979052445947619094013143666088208645002153616185987062074179584. & 80695308690215893426747474125094121072803306025913234775958104891895238188026287332176417290004307232371974124148359168. & 161390617380431786853494948250188242145606612051826469551916209783790476376052574664352834580008614464743948248296718336. & 322781234760863573706989896500376484291213224103652939103832419567580952752105149328705669160017228929487896496593436672. & 645562469521727147413979793000752968582426448207305878207664839135161905504210298657411338320034457858975792993186873344. & 1291124939043454294827959586001505937164852896414611756415329678270323811008420597314822676640068915717951585986373746688. & 2582249878086908589655919172003011874329705792829223512830659356540647622016841194629645353280137831435903171972747493376. & 5164499756173817179311838344006023748659411585658447025661318713081295244033682389259290706560275662871806343945494986752. & 10328999512347634358623676688012047497318823171316894051322637426162590488067364778518581413120551325743612687890989973504. & 20657999024695268717247353376024094994637646342633788102645274852325180976134729557037162826241102651487225375781979947008. & 41315998049390537434494706752048189989275292685267576205290549704650361952269459114074325652482205302974450751563959894016. & 82631996098781074868989413504096379978550585370535152410581099409300723904538918228148651304964410605948901503127919788032. & 165263992197562149737978827008192759957101170741070304821162198818601447809077836456297302609928821211897803006255839576064. & 330527984395124299475957654016385519914202341482140609642324397637202895618155672912594605219857642423795606012511679152128. & 661055968790248598951915308032771039828404682964281219284648795274405791236311345825189210439715284847591212025023358304256. & 1322111937580497197903830616065542079656809365928562438569297590548811582472622691650378420879430569695182424050046716608512. & 2644223875160994395807661232131084159313618731857124877138595181097623164945245383300756841758861139390364848100093433217024. & 5288447750321988791615322464262168318627237463714249754277190362195246329890490766601513683517722278780729696200186866434048. & 10576895500643977583230644928524336637254474927428499508554380724390492659780981533203027367035444557561459392400373732868096. & 21153791001287955166461289857048673274508949854856999017108761448780985319561963066406054734070889115122918784800747465736192. & 42307582002575910332922579714097346549017899709713998034217522897561970639123926132812109468141778230245837569601494931472384. & 84615164005151820665845159428194693098035799419427996068435045795123941278247852265624218936283556460491675139202989862944768. & 169230328010303641331690318856389386196071598838855992136870091590247882556495704531248437872567112920983350278405979725889536. & 338460656020607282663380637712778772392143197677711984273740183180495765112991409062496875745134225841966700556811959451779072. & 676921312041214565326761275425557544784286395355423968547480366360991530225982818124993751490268451683933401113623918903558144. & 1353842624082429130653522550851115089568572790710847937094960732721983060451965636249987502980536903367866802227247837807116288. & 2707685248164858261307045101702230179137145581421695874189921465443966120903931272499975005961073806735733604454495675614232576. & 5415370496329716522614090203404460358274291162843391748379842930887932241807862544999950011922147613471467208908991351228465152. & 10830740992659433045228180406808920716548582325686783496759685861775864483615725089999900023844295226942934417817982702456930304. & 21661481985318866090456360813617841433097164651373566993519371723551728967231450179999800047688590453885868835635965404913860608. & 43322963970637732180912721627235682866194329302747133987038743447103457934462900359999600095377180907771737671271930809827721216. & 86645927941275464361825443254471365732388658605494267974077486894206915868925800719999200190754361815543475342543861619655442432. & 173291855882550928723650886508942731464777317210988535948154973788413831737851601439998400381508723631086950685087723239310884864. & 346583711765101857447301773017885462929554634421977071896309947576827663475703202879996800763017447262173901370175446478621769728. & 693167423530203714894603546035770925859109268843954143792619895153655326951406405759993601526034894524347802740350892957243539456. & 1386334847060407429789207092071541851718218537687908287585239790307310653902812811519987203052069789048695605480701785914487078912. & 2772669694120814859578414184143083703436437075375816575170479580614621307805625623039974406104139578097391210961403571828974157824. & 5545339388241629719156828368286167406872874150751633150340959161229242615611251246079948812208279156194782421922807143657948315648. & 11090678776483259438313656736572334813745748301503266300681918322458485231222502492159897624416558312389564843845614287315896631296. & 22181357552966518876627313473144669627491496603006532601363836644916970462445004984319795248833116624779129687691228574631793262592. & 44362715105933037753254626946289339254982993206013065202727673289833940924890009968639590497666233249558259375382457149263586525184. & 88725430211866075506509253892578678509965986412026130405455346579667881849780019937279180995332466499116518750764914298527173050368. & 177450860423732151013018507785157357019931972824052260810910693159335763699560039874558361990664932998233037501529828597054346100736. & 354901720847464302026037015570314714039863945648104521621821386318671527399120079749116723981329865996466075003059657194108692201472. & 709803441694928604052074031140629428079727891296209043243642772637343054798240159498233447962659731992932150006119314388217384402944. & 1419606883389857208104148062281258856159455782592418086487285545274686109596480318996466895925319463985864300012238628776434804887888. & 2839213766779714416208296124562517712318911565184836172974571090549372219192960637992933791850638927971728600024477257552869609775776. & 5678427533559428832416592249125035424637823130369672345949142181098744438385921275985867583701277855943457200048954515105739219551552. & 11356855067118857664833184498250070849275646260739344691898284362197488876771842551971735167402555711886914400097909030211478439103104. & 22713710134237715329666368996500141698551292521478689383796568724394977753543685103943470334805111423773828800195818060422956878206208. & 45427420268475430659332737993000283397102585042957378767593137448789955507087370207886940669610222847547657600391636120845913756412416. & 90854840536950861318665475986000566794205170085914757535186274897579911014174740415773881339220445695095315200783272241691827512824832. & 181709681073901722637330951972001133588410340171829515070372549795159822028349480831547762678440891390190630401566544483383655025649664. & 363419362147803445274661903944002267176820680343659030140745099590319644056698961663095525356881782780381260803133088966767310051299328. & 726838724295606890549323807888004534353641360687318060281490199180639288113397923326191050713763565560762521606266177933534620102598656. & 1453677448591213781098647615776009068707282721374636120562980398361278576226795846652382101427527131121525043212532355867069240205197312. & 2907354897182427562197295231552018137414565442749272241125960796722557152453591693304764202855054262243050086425064711734138480410394624. & 5814709794364855124394590463104036274829130885498544482251921593445114304907183386609528405710108524486100172850129423468276960820789248. & 11629419588729710248789180926208072549658261770997088964503843186890228609814366773219056811420217048972200345700258846936553921641578496. & 23258839177459420497578361852416145099316523541994177929007686373780457219628733546438113622840434097944400691400517693873107843283156992. & 46517678354918840995156723704832290198633047083988355858015372747560914439257467092876227245680868195888801382801035387746215686566313984. & 93035356709837681990313447409664580397266094167976711716030745495121828878514934185752454491361736391777602765602070775492431373132627968. & 186070713419675363980626894819329160794532188335953423432061490990243657757029868371504908982723472783555205531204141550984862746265255936. & 372141426839350727961253789638658321589064376671906846864122981980487315514059736743009817965446945567110411062408283101969725492530511872. & 744282853678701455922507579277316643178128753343813693728245963960974631028119473486019635930893891134220822124816566203939450985061023744. & 1488565707357402911845015158554633286356257506687627387456491927921949262056238946972039271861787782268441644249633132407878901970122047488. & 2977131414714805823690030317109266572712515013375254774912983855843898524112477893944078543723575564536883288499266264815757803940244094976. & 5954262829429611647380060634218533145425030026750509549825967711687797048224955787888157087447151129073766576998532529631515607880488189952. & 11908525658859223294760121268437066290850060053501019099651935423375594096449911575776314174894302258147533153997065059263031215760976379904. & 23817051317718446589520242536874132581700120107002038199303870846751188192899823151552628349788604516295066307994130118526062431521952759808. & 47634102635436893179040485073748265163400240214004076398607741693502376385799646303105256699577209032590132615988260237052124863043905519616. & 95268205270873786358080970147496530326800480428008152797215483387004752771599292606210513399154418065180265231976520474104249726087811039232. & 190536410541747572716161940294993060653600960856016305594430966774009505543198585212421026798308836130360530463953040948208499452175622078464. & 381072821083495145432323880589986121307201921712032611188861933548019011086397170424842053596617672260721060927906081896416998904351244156928. & 762145642166990290864647761179972242614403843424065222377723867096038022172794340849684107193235344521442121855812163792833997808702488313856. & 1524291284333980581729295522359944485228807686848130444755447734192076044345588681699368214386470689042884243711624327585667995617404976627712. & 3048582568667961163458591044719888970457615373696260889510895468384152088691177363398736428772941378085768487423248655171335991234809953255424. & 6097165137335922326917182089439777940915230747392521779021790936768304177382354726797472857545882756171536974846497310342671982469619906510848. & 12194330274671844653834364178879555881830461494785043558043581873536608354764709453594945715091765512343073949692994620685343964939239813021696. & 24388660549343689307668728357759111763660922989570087116087163747073216709529418907189891430183531024686147899385989241370687929878479626043392. & 48777321098687378615337456715518223527321845979140174232174327494146433419058837814379782860367062049372295798771978482741375859756959252086784. & 97554642197374757230674913431036447054643691958280348464348654988292866838117675628759565720734124098744591597543956965482751719513918504173568. & 195109284394749514461349826862072894109287383916560696928697309976585733676235351257519131441468248197489183195087913930965503439027837008347136. & 390218568789499028922699653724145788218574767833121393857394619953171467352470702515038262882936496394978366390175827861931006878055674016694272. & 780437137578998057845399307448291576437149535666242787714789239906342934704941405030076525765872992789956732780351655723862013756111348033388544. & 1560874275157996115690798614896583152874299071332485575429578479812685869409882810060153051531745985579913465560703311447724027512222696066777088. & 3121748550315992231381597229793166305748598142664971150859156959625371738819765620120306103063491971159826931121406622895448055024445392133554176. & 6243497100631984462763194459586332611497196285329942301718313919250743477639531240240612206126983942319653862242813245790896110048890784267108352. & 12486994201263968925526388919172665222994392570659884603436627838501486955279062480481224412253967884639307724485626491581792220097781568534216704. & 24973988402527937851052777838345330445988785141319769206873255677002973910558124960962448824507935769278615448971252983163584440195563137068433408. & 49947976805055875702105555676690660891977570282639538413746511354005947821116249921924897649015871538557230897942505966327168880391126274136866816. & 99895953610111751404211111353381321783955140565279076827493022708011895642232499843849795298031743077114461795885011932654337760782252548273733632. & 199791907220223502808422222706762643567910281130558153654986045416023791284464999687699590596063486154228923591770023865308675521564505096547467264. & 399583814440447005616844445413525287135820562261116307309972090832047582568929999375399181192126972308457847183540047730617351043129010193094934528. & 799167628880894011233688890827050574271641124522232614619944181664095165137859998750798362384253944616915694367080095461234702086258020386189869056. & 1598335257761788022467377781654101148543282249044465229239888363328190330275719997501596724768507889233831388734160190922469404172516040772379738112. & 3196670515523576044934755563308202297086564498088930458479776726656380660551439995003193449537015778467662777468320381844938808345032081544759476224. & 6393341031047152089869511126616404594173128996177860916959553453312761321102879990006386899074031556935325554936640763689877616690064163089518952448. & 12786682062094304179739022253232809188346257992355721833919106906625522642205759980012773798148063113870651109873281527379755233380128326179037904896. & 25573364124188608359478044506465618376692515984711443667838213813251045284411519960025547596296126227741302219746563054759510466760256652358075809792. & 51146728248377216718956089012931236753385031969422887335676427626502090568823039920051095192592252455482604439493126109519020933520513304716151619584. & 102293456496754433437912178025862473506770063938845774671352855253004181137646079840102190385184504910965208878986252219038041867041026609432303239168. & 204586912993508866875824356051724947013540127877691549342705710506008362275292159680204380770369009821930417757972504438076083734082053218864606478336. & 409173825987017733751648712103449894027080255755383098685411421012016724550584319360408761540738019643860835515945008876152167468164106437729212956672. & 818347651974035467503297424206899788054160511510766197370822842024033449101168638720817523081476039287721671031890017752304334936328212875458425913344. & 1636695303948070935006594848413799576108321023021532394741645684048066898202337277441635046162952078575443342063780035504608669872656425750916851826688. & 3273390607896141870013189696827599152216642046043064789483291368096133796404674554883270092325904157150886684127560071009217339745312851501833653653376. & 6546781215792283740026379393655198304433284092086129578966582736192267592809349109766540184651808314301773368255120142018434679490625703003667307306752. & 13093562431584567480052758787310396608866568184172259157933165472384535185618698219533080369303616628603546736510240284036869358981251406007334614613504. & 26187124863169134960105517574620793217733136368344518315866330944769070371237396439066160738607233257207093473020480568073738717962502812014669229227008. & 52374249726338269920211035149241586435466272736689036631732661889538140742474792878132321477214466514414186946040961136147477435925005624029338458454016. & 104748499452676539840422070298483172870932545473378073263465323779076281484949585756264642954428933028828373892081922272294954871850011248058676916908032. & 209496998905353079680844140596966345741865090946756146526930647558152562969899171512529285908857866057656747784163844544589909743700022496117353833816064. & 418993997810706159361688281193932691483730181893512293053861295116305125939798343025058571817715732115313495568327689089179819487400044992234707667632128. & 837987995621412318723376562387865382967460363787024586107722590232610251879596686050117143635431464230626991136655378178359638974800089984469415335264256. & 1675975991242824637446753124775730765934920727574049172215445180465220503759193372100234287270862928461253982273310756356719277949600179968938830670528512. & 3351951982485649274893506249551461531869841455148098344430890360930441007518386744200468574541725856922507964546621512713438555899200359937877661341057024. & 6703903964971298549787012499102923063739682910296196688861780721860882015036773488400937149083451713845015929093243025426877111798400719875755322682114048. & 13407807929942597099574024998205846127479365820592393377723561443721764030073546976801874298166903427690031858186486050853754223596801439751510645364228096. &

quadrato d'alcuna linea x sia incommensurabile in longhezza. Della qual propositione, oltra li molti coßrutti, che di lei si fanno per dimostrar altre propositioni in ciò Euclide, ponendo particolarmente a qual si voglia proposta linea retta una altra linea minore, over maggiore di tal quella, che la maggior di quelle sia più potente della minor nel quadrato di una linea x lei cõmensurabile, over incommensurabile in longhezza secõdo, che ne pareva. Et empi grazia sia la proposta quãtità x ∞ 14. hor volendo trouar un'altra linea minor di lei, talmente che la detta x ∞ 14. sia più potente di quella nel quadrato di una linea x le cõmensurabile in longhezza. Trouo due linee, che la maggior poßi più della minore nel quadrato per di una linea x le commensurabile in longhezza, come sarà x ∞ 8. & 4. over x ∞ 12. & 4. over x ∞ 10. & x ∞ 5. perche ben quadri numeri quelle hanno la detta conditione, perche 4 può più di x ∞ 7 (come nella precedente fu detto) il quadrato di 3. il qual 3 è commensurabile in longhezza con 12 & così x ∞ 13 è più potente di 4 nel quadrato di x ∞ 12 qual x ∞ 12 è commensurabile in longhezza con x ∞ 5. & così il quadrato di x ∞ 10 è più potente della x ∞ 14 per il quadrato di x ∞ 6 qual x ∞ 8 è commensurabile con la detta x ∞ 10. in longhezza, il modo general di trouar quelle tai linee nella decimasetta è hauuto, ma per ellemplificar quella propositione, le sopranotate le habbiamo sommariamente poste, hor per tornar al nostro primo proposito volendo trouare la seguente ricercata linea, diremo per la regola del 2. de 4 ma da x ∞ 7. che mi dara x ∞ 4 opera che troueremo, che ci dara x ∞ $4\frac{1}{4}$, & questa sara la ricercata linea, che se ne farà la prona trouata, che la detta x ∞ 14 hauera con quella la ricercata conditione, & così seguendo sempre in luogo di 4 & x ∞ 7 metti sotto x ∞ 12 & 4 over x ∞ 10 & x ∞ 5 over altre simili. Et così quando che ne voglia trouar la detta, con l'altra seconda conditione in tal ordine hauerai sotto le due prime linee, che per dar breue non ci pongo altro essempio circa cio.

13 Vsasi della decimaterza del detto decimo di Euclide circa quella propositione, & sopra ad alcuna retta linea sia sopra posto, over deßcritto uno parallelogrammo, sopra mancante d'una figura quadrata, il detto parallelogrammo deßcritto, sia eguale a quello, che vien fatto sopra alla portion di segmento di detta linea, & nasce questo il detto sia generalmente come altre.



La qual propositione, oltra il resto, che di lei si può nelle due seguenti propositioni, & altre, la pratica accennata di questo, che segue volta, che ne sia proposto di dover deßcriuer sopra una data linea una superficie di lince, over linee equidistanti equale a una data superficie, che non sia maggiore del quadrato della metà della data linea (perche sarà impoßibile per la 27 del detto del detto Euclide) & non al contrario, che il contenuto della data linea già mancho un quadrato, che resto non vuol dir altro, che far di quella data linea due tal parti, che il detto di una in l'altra faccia la detta data superficie. Essempio sia proposto, che la data linea sia la a b. longa piedi 10. & la data superficie sia la c. di piedi 21. superficie. Et che ne sia proposto di dover deßcriuer sopra la detta linea a b una superficie di lince equidistanti equale alla superficie c (cioè 21.) con tal condizione, che al compir la detta linea a b gli manchi un quadrato, & che finalmente siamo obligati in che parte la detta superficie mancha sopra la detta linea a b. Dico che questo non vuol dir altro, che far della detta linea a b. (cioè di 10.) due tal parti, che il detto di una in l'altra faccia 21. cioè far di 10. due tal parti, che in quelle vi cadi la 21. media proportionale, che farà il medesimo.

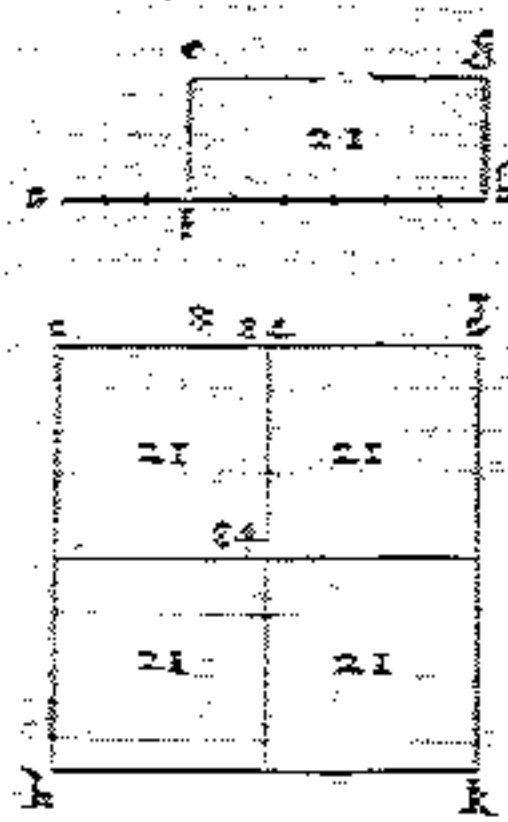
Resolo, poi la regola da dette quattro precedenti con numeri, & radici al fine di quelli nel proposito sia manifesto in varie specie di quantità, & razionali, come razionali, con le sopra regole si trouerà, che le parti di quella linea a b sarà una (cioè la maggiore) sarà 7 piedi, & la minore 3 piedi, come nella figura poßa in margine puoi vedere, che la superficie di essa via a esser 21. per esser longa 7. & larga 3. & al compir la detta linea a b. per fin in 2. gli manca un quadrato di piedi 3 per fetta, come sensibilmente puoi vedere in detta figura.

14 Vede nella decimaterza proposition del suo decimo libro, specialmente dimostra, che le hanno determinate linee incognite, delle quali la superficie eguale alla quarta parte del quadrato della minor poßa sopra alla maggior, talmente che mancha compir la figura, una superficie quadrata, divida la più longa in due parti commensurabili

Egli è necessario dessa linea più longa poco manco più della linea più corta, quanto è il quadrato di detta linea commune in longhezza a detta linea più longa, & (è conuerso) se la più longa linea più potente della più corta per accrescimento del quadrato di una linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggionta una superficie eguale alla quarta parte del quadrato della più corta linea, la quale manchi una superficie quadrata. La superficie sopra a quella più longa, ouero aggionta, è necessario diuidere la medesima linea più longa in due parti commensurabili.

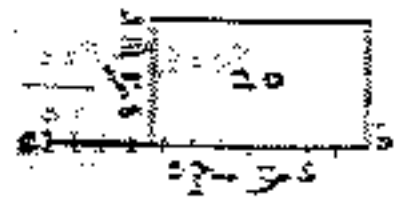
La qual propositione in questo luogo essemplificaremo figuralmente con numeri, & medesimamente le due linee a b. & c. diseguali, & la a b. sia la maggiore, & sia longa piedi 10. & la minore sia b. c. & sia longa piedi 8. & perche il quadrato della minore (cioè di piedi 8. cioè 64.) sarà piedi 64. superficiali, la quarta parte di quali sarà 16. superficiali, la qual superficie di piedi 16. posta sopra alla linea a b. habbiamo che a compir con la detta linea a b. gli manchi un quadrato, il che (come nella precedente fu detto) non vuol dir altro, che sarà 16. diuersi parti, che il doppio di una intiera linea 8. Ma perche le dette due parti alle volte vengono communicanti fra loro, & alle volte vengono incommunicanti. Euclide dimostra in tal propositione, che quando le dette parti vengono communicanti fra loro. Egli è necessario la linea più longa poco manco più della più breue, quanto è il quadrato di una linea a lei communicante in longhezza. Et perche il debbe nella propositione passata, che a far di 16. le dette diuerse parti, che il doppio di una intiera linea 8. che l'una parte (cioè la maggiore) sia piedi 10. & l'altra (cioè la minore) sia piedi 6. come che in questa seconda figuratione in margine puoi vedere, la superficie b e. (cioè dal b al f.) sia longa piedi 10. (cioè dal b al f.) & larga piedi 6. (cioè dal f al e.) & a capo sarà la linea a b. gli manca un quadrato di piedi 36. per fredda, & perche le dette due parti, cioè b f. & f a. sono communicanti in longhezza, seguita quello, che dice la propositione, cioè la linea a b. esser più potente della b. c. del quadrato di una linea a lei communicante in longhezza, & per voler le così fatte ragioni trouare il quadrato della a b. (cioè di 16.) che sarà 256. & di nuouo ne caueremo il quadrato della c. (cioè di 8. cioè) che sarà 64. & resterà 16. & perche di vede, che la radice di 16. quale è 4. è communicante in longhezza, con la linea a b. quale è piedi 16. segue il proposito.

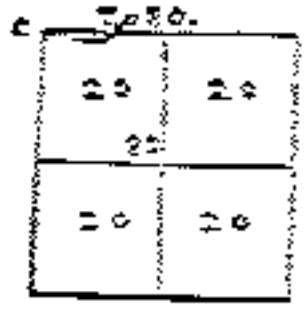
Circa al concetto di se medesimo si può dissimile in questo medesimo esempio, cioè supponendo la questione al contrario, cioè la a b. esser più potente della c. come che è, & trouare, che al fornire la detta superficie di 16. sopra la a b. con le dette condizioni, che si diuida quella nelle medesime due parti commensurabili. Il modo di far generalmente le due soprascritte parti della detta linea a b. è stato aggiunto in fine della sopradetta determinatione del decimo di Euclide. Ma noi habbiamo posto il modo di far ciò effetto con numeri, & nel quarto capo di questo libro, & in varie qualità di linee, come che nella pratica poco importi.

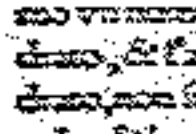


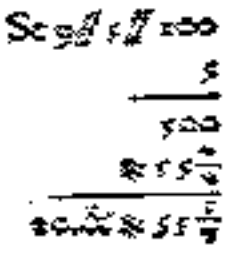
Vedesi Euclide nella 18. propositione del suo decimo libro generalmente dimostrare il concetto della sopraposta due parti, cioè dimostra, che se saranno due linee ineguali, della quale la superficie eguale alla quarta parte del quadrato della più corta posta sopra alla più longa, mancherà di quella una superficie quadrata, diuida quella in due parti incommensurabili, la più longa sarà più potente della più corta nello augumento del quadrato di una linea incommensurabile in longhezza a ella linea più longa. Et (al contrario) se la più longa sarà più potente della più corta nel quadrato di una linea incommensurabile in longhezza a ella linea più longa. Et la posta, ouero aggionta sopra a ella una superficie eguale alla quarta parte del quadrato della più corta, & mancherà quella più longa una superficie quadrata, egli è necessario, che ella superficie posta, ouero aggionta sopra a ella linea, diuida ella linea più longa in due parti incommensurabili.

Per essemplificar questa ponendo per che sia le due linee ineguali a b. maggiore, sia per piedi 10. & b. c. minor longa solamente 8. & perche la quarta parte del quadrato di a b. sia 25. onde dilegando la propositione, cioè ponendo 25. di superficie sopra la a b. con le dimandate condizioni si ricerca (procedendo per la regola data nel detto quarto capo) che la minor parte della linea a b. sia 5. non 15. & la maggiore sia 5 parte 5. sopra due parti incommensurabili. Sia la linea









fiano a porre 10. come fi dice, & perche le dette due parti fono incommenſurabili fra loro, ſeguita quello, che dice la propoſitione, cioe che la linea a b fara pia potente della c b nel quadrato di quella, che ſara incommenſurabile con la detta linea a b (cioe con a c) come dice la propoſitione, che ci propoſta, & perche la eſemplificatione della ſeconda parte di ei propoſitione, ſi chiarira la parte ſeguendo la detta queſtione al contrario, ouero facendo la inuerſa.

Conſequentemente a queſta dimoſtratione del decimo del detto Euclide, vi ſeguita la decimanona, & la ventiſima nella decimanona geometricamente dimoſtra, che ogni ſuperficie rettangola, che contenga due linee rationali in longhezza ſia rationale, ma nella antecedente del Zambertо, ſi dimoſtra il medeſimo ſeguir di due linee rationali anchora ſolamente in potentia ſolamente, che ſiano commenſurabili in longhezza, & nella vintiſima poi dimoſtra il contrario, cioe che ſopra una linea rationale vi ſia poſta una ſuperficie rationale, che ſara la ſua longhezza rationale commenſurabile in longhezza, le quali due propoſitioni per eſſer da ſe facile da eſemplificar laſcio di ſcriuere, perche credo che ſopra (per le cole dette ſopra il multiplicar di 2) ſiera multiplicar due radici commenſurabili, che producano numero rationale, & ſemplicemente a multiplicar numero ſia numero ſi numero rationale, & è contrario, che a partir un numero per una radice ſorda, che ne venga una radice ſorda commenſurabile con la prima.

Vedeſi nella 11 propoſitione del ſuo decimo libro geometricamente inſegna, & ſpeculatiuamente dimoſtra la regola da ſuperaccreſcere due linee rationali, ſolamente in potentia commenſurabili, delle quali la piu longa poſſa piu della piu corta nel quadrato di una linea a ſe commenſurabile in longhezza, per la qual propoſitione ne manifeſta, quello ſi debbi dire nella noſtra ottaua diffinitione del precedente capo, cioe che ogni linea denominata da una radice ſorda quadra ſi intende eſſer rationale, perche ſi intendeſſe per linee rationali ſolamente quelle, che ſono denominate da numeri, ſaria impoſſibile di poter trouare due linee rationali, che ſolamente in potentia commenſurabili, perche mai le linee denominate da numeri, o ſiano di numeri ſoli, ouer rotti, ouer ſordi, & rotti, ſono commenſurabili in longhezza (come ſi detto ſopra in una diffinitione del precedente capo) ſupponendo adonque che mai le linee ſi denominino da una radice ſorda quadra, come quelle che ſono denominate da numero di ſuo ſi debbino intender eſſer rationali, anchor che ſiano di potentia ſola rationale ſolamente in potentia, & l'altra rationale in potentia, & in longhezza.

Per trouar adunque praticalmente con numeri, & radici due linee rationali ſolamente in potentia commenſurabili, delle quali la piu longa poſſa piu della piu corta il quadrato di una linea a ſe commenſurabile in longhezza. Queſte cotali linee ſi potranno trouare, che l'una ſia denominata da un numero, & l'altra da una radice ſorda, ouero che ambedue ſiano denominate da radici ſorde, volendole tutte due, che l'una ſia denominata da numero, potremo far che quella ſia la prima, cioe la piu longa, ouer la ſeconda, cioe la piu corta, per procedere ſempre ordinatamente, voglio che pigliamo le dette due linee, & che la piu longa ſia denominata da numero. Et per trouar le potremo la detta piu longa a noſtro piacere, & per ponamo che la ſia longa 10 piedi, ouero 10 altre ſimili miſure con il compaſſo a noſtro piacere, dopo queſta poſitione, per trouar l'altra ſeconda linea ſi puo procedere per piu vie, ma volendo ſeguir l'ordine di Euclide praticalmente pigliaremo un numero quadrato, & lo diuideremo in due altri, che l'uno ſia quello che dara, & l'altro ſia numero quadrato, & perche cotal diuiſione ſi puo far in ogni numero quadrato, non curo a mettere a che modo ſi troui tal numero, ma ſi pigliamo per il detto 25, & lo diuideremo in 2 numero quadrato, & in 5 numero non quadrato, fatto quello quadrato la radice, cioe 10. & fatto 10. & a quello quadrato (come accennai) gli trouaremo un altro conſimile con la regola del 3, alquale habbia tal proportione, come che ha quel 5 numero non quadrato, dicendo ſe 5 mi da 5. che mi dara 100. opera che ci dara 25, & cotali ſi dei quadrati (delliquali l'uno ſia 10. & l'altro ſia 25) faremo le due linee, perche ſi vede che l'una, & l'altra ſara rationale (facendo la diuiſione di Euclide) ouero di quelli ſi vede, che il quadrato della piu longa, il qual è 100 è maggior del quadrato della meno, qual è 25 per 75, il qual è 4 per 75 è quadrato, & la ſua radice è 6½, il qual 6½ è commenſurabile in longhezza con la noſtra piu longa linea, qual ſi poſſa 10. & per tanto habbiamo trouate le due linee rationali, delle quali la piu longa puo piu della piu corta ad quadrato di una linea, alqual linea ſia qual 6½ è commenſurabile in longhezza, che è il propoſito.

Ma ſe l'numero noſtro fuſſe, che la data linea piu longa fuſſe denominata da una radice ſorda il procederia pur per il medeſimo modo. Come ſi fara volendo che la data linea piu longa fuſſe poſta 10. & vogliamo trouare una linea 10 che piu poſſi della piu corta nel quadrato di una linea,

Se 25 : 5 :: 100
5
500
5 5/5
10 √ 5 5/5

della precedente ci torrema 8 r. & lo diuideremo in 4 numero quadrato, & in 7 numero non quadrato, & per la regola del 3 diremo, & 1 mi da 7, che mi dara 1 3. opera che diuidera 5/4, & colla 8 r. 5/4 fara la minore linea piu corta, & la piu longa fara nella 8 r. 3. & quelle due linee, cioe 8 r. 3. & 8 r. 5/4. lequali (per la diffinitione) sono razionali, ancor che secondo la commune opinione di pratici loro irrazionali, & il quadrato della piu longa, quale è 73. è maggiore del quadrato della minore, quale è 5 1/16. in 5 1/4. la cui radice fara 8 r. 2 1/4. & questa 8 r. 2 1/4. è communicante in longhezza con la piu longa, cioe 8 r. 3. perche partendo 8 r. 3. per 8 r. 2 1/4. ne vien 1 1/3. che è quadrato, la cui radice è 1 1/2. per numero, e pero per le regole piu volte dette quando che si parte una radice sorda per un altra radice sorda, & che di tal partimento ne venga numero razionale, o fia tal numero fatto, over rotto, over fatto, & rotto (essendo tai radici linee) sono communicante in longhezza, e pero segue il proposito. Ma se tal radici fussero superficie di tai di cui superficie ridotte in quadro ci fanno intendere in potentia communicanti.

Ma se fussemo nostro fine di voler, che la piu corta linea fusse denominata da numero, & non da sorda, ne volemo la regola nelli dessi primi numeri secondo detto antecedente conseguente, & del contrario antecedente. Essempi gratia volendo trouar principalmente con numeri, & radici le dette due linee razionali (secondo la inuentione di Euclide) cioe con la condizione detta nella precedente, ma non quell'altra condizione, che la piu corta di dette due linee fia denominata da numero, & non da radice sorda, ponemo la piu corta linea denominata da che numero ne piace, hor poniamo che quella fia 6. per trouar poi la piu longa quadremo il detto 6 fara 36. fino quello diuidemo per un numero quadrato secondo il nostro, hor pigliamo per 9. & lo diuidemo in 4 numero quadrato, & in 9 non quadrato, & dapoi trouemo un antecedente a quel 36 in tal proportione con lui, & come, chi è 4 a 9. & per contrario diremo, se 9 mi da 4. che mi dara 36. sopra che 9 fara 81. & cosi la 8 r. 81 fara la piu longa linea delle due ricerche, & la piu corta linea quella 6 (per esser a nostro piacer) equali due linee fanno le 3 ricerche condizioni, prima fono communicante razionale (secondo Euclide) secondariamente il quadrato della piu longa, quale è 81. superficiale al quadrato della piu corta, quale è 36 in 117. la cui radice è 8 r. 117. & questa 8 r. 117. è communicante in longhezza con la piu longa, cioe con 8 r. 81. perche partendo 8 r. 81 per 8 r. 117. ne vien 9/13. che fara 13 per numero, intero, & vinto la detta linea piu corta è denominata da numero, & non da radice sorda, qual numero 13 come fu proposto. Similmente dessiderando di trouare piu di due linee razionali communicanti in potentia solamente, delle quali una di quelle fia piu picciola di quel fi voglia dessiderare sul quadrato di una linea a fe communicabile in longhezza. Sia dato un numero quadrato, che fia communicabile in molti numeri quadrati, & non quadrati, di quali sono quadrati la proportione non fia, come da numero quadrato a numero quadrato, come fara 9. a quale e diuisibile sara 4. & 1. & anchor in 9. & 1. similmente in 9. & 2. & anchor in 4. & 36. di quelli non quadrati, quali sono 13. 117. 72. fra loro sono in proportione, come da numero quadrato a numero quadrato. E per tanto pigliando a nostro piacer la linea piu longa denominata da numero, over da sorda, come ne pare, & volendo trouar 4 altre linee piu corte di lei con la detta condizione, che la fia proportione di quella sul quadrato di una linea a fe communicabile in longhezza. Quadrarai sul linea piu longa secondo il solito, dapoi dirai, se 9 mi da 13. mi da 36. mi da 117. mi da 72. che mi dara il detto quadrato di detta linea piu longa, onde la radice di ciascun di detti quattro numeri faranno le quattro linee ricerche, che la nostra prima, nouara colli fine fatto di quelle di voler, che la piu corta fia denominata da numero, over da radice, & nonne quattro piu longhe di lei con la detta condizione volendo la proportione, & dirai, se 13 a 9. se 36. mi da 81. che mi dara il quadrato di quella minore (sopra a nostro piacere) & cosi la radice di detto quadrato di detti quattro numeri faranno le quattro ricercate linee piu longhe di quella a nostro piacere, lequali ciascuna di loro haueranno con quella la dimandata condizione, che se ne fussi pesto trouarai colli fine.

Per un'altra breue regola si puo trouare infinite due linee in numeri rationali, cioe fenza rotto, & sordo quando si vuol, che la piu longa fia denominata da numero, & non da radice sorda, la quale regola è questa, prima pigliaremo la detta linea piu longa a nostro piacere, cioe denominata da che numero ne piace, hor pigliamo la denominata da 10. cioe poniamo che la fia longa 10 misure conforme con il compasso a nostro piacere, cioe 10 piedi, o palmi, o dita, o grani, &c. Fatto questo quadraremo questo 10 fara 100. & di questo 100 ne caueremo 36 di quelli numeri quadrati, cioe fono communi del detto 100. quali ne pare debbano, che quelli, che siano non fia numero quadrato, & la radice sorda di quel tal resto fara la nostra piu corta linea ricercata. Se perche li detti quadrati communi del detto 100. fono molti, che fariano al effetto, e pero segue, che molte linee piu

linee più corte della nostra 10. potremo trouar da accompagnare con la detta 10. che haremo la desiderata conditione. Essempi grazia se del detto 100. ne caueremo il primo numero quadrato da lui conueniente, quale è 81. restano 19. quali non è quadrato, epero la più corta linea sarà 19. della più longa sarà la nostra 10. hor per volere che habbia le desiderate conditioni prima l'una, & l'altra (cioè 10. & 19.) è necessario (secondo Euclide) ch'una di quelle il quadrato della più longa, cioè di 10. quale è 100. è più del quadrato della più corta, cioè del quadrato di 19. quale è 99. per 1. la quale 1. è pur 1. di quelle 2 vien a esser commensurabile in longhezza alla detta nostra linea più longa, che è la nostra 10. che è il proposito.

Essempio 2 10. & 19. 10. & 9. 10. & 91. 10. & 84. 10. & 51. 10. & 19.

Il medesimo seguirà se del sopradetto 100. ne caueremo il secondo numero quadrato da lui conueniente, quale è 64. restano 36. il quale 36 non è numero quadrato, epero potremo anchora dire, che la detta più corta linea sarà 36. & che sia il vero prima l'una, & l'altra, cioè 10. & 36. sono razionali (secondo Euclide) oltra di questo la potenza di 10. quale è 100. è maggiore della potenza di 36. quale è 36 in 4. la 36. della quale 4 è 2. per numero, il quale 2 vien a esser commensurabile in longhezza con la detta 10. che è pur il proposito.

Essempio 2 cauato

Il medesimo seguirà se del sopradetto 100. ne caueremo il terzo numero quadrato da lui conueniente, quale è 36. restano 64. il quale 64 non è numero quadrato, epero potremo anchor dire la detta più corta linea esser 36. per le medesime ragioni dette nelle due precedenti, cioè sono ambedue razionali, cioè 10. & 36. & la più longa è più potente della più corta in 4. la radice della quale 4. è 2. il quale 2 è commensurabile in longhezza con la nostra 10. che è pur il proposito.

Essempio 3 zo

Il medesimo seguirà se del sopradetto 100 ne caueremo il quarto numero quadrato, & saranno il quale 25. perche cauando 75 restano 25. il quale 25 non è numero quadrato, & pero potremo anchora dire la detta linea più corta esser 25. per la medesima conditione, cioè 10. & 25. sono razionali, & la più longa è più potente della più corta in 4. la radice della quale 4 è 2. il quale 2 è commensurabile in longhezza con la nostra 10. che è pur il proposito.

Il medesimo seguirà se del sopradetto 100 ne caueremo il quinto numero quadrato, & saranno il quale 81. perche cauando 19 restano 81. il quale 81 è numero quadrato, & pero non potremo dire la detta linea più corta esser 81. per la medesima conditione, cioè 10. & 81. sono razionali, & la più longa è più potente della più corta in 9. la radice della quale 9 è 3. il quale 3 è commensurabile in longhezza con la nostra 10. che è pur il proposito.

Il medesimo seguirà se del sopradetto 100 ne caueremo il sesto numero quadrato, & saranno il quale 36. perche cauando 64 restano 36. il quale 36 è numero quadrato, & pero non potremo dire la detta linea più corta esser 36. per la medesima conditione, cioè 10. & 36. sono razionali, & la più longa è più potente della più corta in 64. la radice della quale 64 è 8. la quale 8 è incommensurabile in longhezza con la nostra 10. che è pur il proposito.

Essempio 3 10. & 25.

Essempio 3 10. & 81.

Essempio 3 10. & 36.

Vero è che il medesimo non seguirà se caueremo del sopradetto 100. il sesto numero quadrato da lui conueniente, quale è il 36. perche restano 64. il quale 64 è numero quadrato, & già se dissi in principio, che bisogna, che il resto non sia numero quadrato, acciò la linea di tal resto superficie venga a esser incommensurabile, & questo medesimo seguirà se caueremo il quinto quadrato, cioè 64. perche restano 36. che sarà pur numero quadrato, ma se caueremo l'ottauo, cioè il nostro numero quadrato, cioè 49. ouer 81. saranno, che da 100 restano 51. & dall'altro 19. il quale ne vno, ne l'altro è numero quadrato, e pero parimente anchora dire la detta più corta linea esser 51. ouer 19. per le quali si vegga di quelle, vide gli numeri la ricerca conditione.

Vedesi il detto Euclide nella 22. propositione del suo decimo libro ne da la regola di poter trouare geometricamente due linee razionali solamente in potenza commensurabili, dell'equali la più longa sia più potente della più corta quanto è il quadrato di vna linea a se incommensurabile in longhezza.

Essempio 4 12. & 90 12. & 54

Hauendo proposto volendo effequire per numeri, & radici, procederemo quasi al modo detto precedente, cioè pigliaremo vn numero quadrato (come vuol Euclide) anchor che con altro numero proposto far si medesimo, & quel quadrato lo diuideremo in due parti con ogni debita conditione che nessuna delle parti non sia numero quadrato. Essempi grazia pigliaremo per il predetto 16. numero quadrato, & lo diuideremo posciamo in 10. & in 6. le quali parti siano tali, che nessuna, ne l'altra è numero quadrato, fatto questo volendo, che la più longa delle due ricercate linee sia data minima di numero, poneremo quella a nostro piacere, cioè longa quanto ne piace, per supposito sia longa 12 palmi, over piedi, volendo noi trouar la per certa quadrarema 12. fiata 144. Hor bisogna a questo 144 dar vn conseguente con l'ordine della regola del secondo proportionale, qual sia il nostro 16. a quale ne pare di quelle due parti, cioè quel 10. ouero a quel 6. & la radice di quel conseguente sia la nostra minima linea più corta. Adunque per trouar tal conseguente secondo la proportione di 16 a 10. diremo, se 16 mi dà 10. che mi darà 144. opera, che mi darà 90. il quale 90 per esser superficie (cioè del genere di 144) se pigliaremo la 9. laquale fia 9. 90. & sia la linea più corta, & la più longa sarà 12. di quel 144. quale è la nostra 12. laquale due linee, cioè 12. & 9 0. sono razionali, & il quadrato della più longa, qual è 144. è più del quadrato della più corta (qual quadrato fatta 90) 54. il qual 54 vien a esser superficie, & la linea potente in tal superficie fatta 54. laquale 54 fatta incommensurabile in longhezza con la nostra linea più longa, qual è 12. perche il numero è sempre incommensurabile con ogni superficie, che fatta il proposito.

Essempio 4 12. & 54

Il medesimo seguirà, che pigliando l'altra parte del nostro 16. dicendo, se 16 mi dà 6. che mi darà 144.

onde operando ne veniria 54. & così poressimo andar dire la nostra ricercata linea più corta di sorte che 54. sia quadrato della quale (qual è 54) venia a esser numero di 144. 50. la radice della qual 50 venia a esser pur incommensurabile in longhezza con la radice di 144. cioè con la nostra 12. e però seguiria medesimamente il proposito, & così infinite altre linee più corte si potria trouare che accompagnate con la nostra 12. che haueriano la ricercata condizione.

Ma volendo che la detta linea più longa fusse denominata da vna radice sorda, procederessimo per il medesimo modo. Essempi gratia supponendo, che la detta linea più longa fusse posta 8 12. quadrar essendo per quella 8 12. che faria 24. & pigliando il medesimo numero quadrato, & diuidendolo in 12. 8 6 (come di sopra fu detto, anchor che altramente lo potessimo diuidere) hauendo quello trouaressimo vn consequente alla detta superficie 24. si come che è da 16 a 6. 8 la radice di tal consequente farà la detta ricercata più corta linea, & per trouar tal consequente, si come da 16 a 6. così dirremo, 8 16 mi da 36. che mi dara 24. onde che mi dara 9. di modo che il detto consequente superficiale, 8 così la radice di tal superficie, qual fara 8 9. fara la detta più corta ricercata linea, & la più longa fara la 8 12. delle qual due linee 8 cauara il quadrato della più corta, qual fara 9. dal quadrato della 8 12. (più longa) restara 99. la radice della qual 9. fara 9. per numero, & qual 9. fara incommensurabile in longhezza con la detta più longa, cioè con 8 12. per che ogni radice sorda, come più volte è stato detto, la causa, che partendo qual si voglia per l'altra non resta per veruno numero misurale, e però seguita il proposito.

Il medesimo seguirà pigliando l'altra parte del detto 36. cioè quel 6. come da se medesimo facendo trouarà seguire, & con il medesimo infinite altre se potrebbe trouare.

Ma volendo che la più corta linea fusse denominata da numero, & non da radice, si procederà, come fu detto nella precedente, volendo solamente la regola nelli duoi primi numeri fra quelli che habbiano conseguente, & del conseguente antecedente, & ponendo anchor la detta linea più corta 12 a nostro piacere, che denominata da che numero ne piace, hor ponemo la detta più corta linea esser otto palmi, pigliando (per maggior intelligenza) anchora il medesimo numero quadrato 36. & diuidendo anchora 8 12. & 8 6. non quadrati (anchor che in altre parti lo potessimo diuidere, come fatto in 18. & in 9. ouero in 27. & in 3. &c.) Dapoi diremo, 8 12 mi da 36. che mi dara 64. (cioè il quadrato della nostra 8) onde operando troueremo, che ne dara 192/3. & così la 8 12 fara la più longa linea, & la più corta fara la radice di 64. cioè la nostra 8. & perche il quadrato della più longa (qual vien a esser 192/3) superara il quadrato della più corta, qual è 64. per 85/3. la radice della detta superficiale vien a esser 85/3. & quella 85/3 vien a esser incommensurabile con la detta linea più longa, cioè con 8 12/3. perche partendo 8 12/3 per 8 ne vien 1 1/3, qual numero non è quadrato, & non essendo quadrato non hanno commensurabili, & non essendo commensurabili segue il proposito.

Et così si pareria di trouar più di due linee razionali, solamente in potenza commensurabili, delle quali vnaria quella più potente di qual si voglia delle altre, & quadrato di vna linea non commensurabile con loro in longhezza. Sia solo il numero, il qual potia esser così diuiso in più parti, che la proportione di quello a nessuna delle dette sue parti, nè di alcuna parte ad alcuna delle altre, come di numero quadrato a numero quadrato, & quantunque infinite se ne potria trouare, nondimeno per trouarne una più breue, pigliaremo vn numero quadrato, come sia 36. il qual si può dividere in 18. & 18. anchora in 9. & in 20. & finalmente in 27. & in 12. & dapoi procedere, come fu fatto nella precedente.

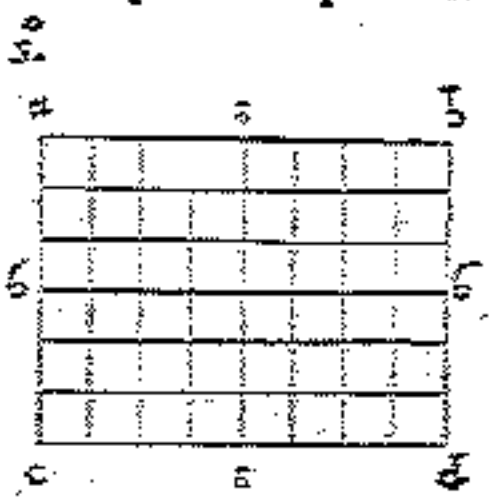
Di alcune particolarità da notare per ben intendere alcune proposition del decimo di Euclide, che si ha da declarire.

Nchor che le linee irrationali siano infinite (come fu detto in principio di questo libro) nondimeno quando che Euclide hebbe deliberato di voler componer la sua opera, di quella infinità di linee, delle quale, che conobbe esser più commune accidenti, o vogliamo dir più necessarie alli principij di tal scientia, cioè di quella geometrica, & circa di quelle deliberò con ogni studio, & diligentia specialmente trattare, & quelle tal linee deue ingenerare fusse 13. delle quali dice di hauerne dette razionali, & 13 irrationali, la prima di quelle due razionali è commune linea, che da denominata da numero, o da tal numero fatto, cioè numero, cioè linea, & sono, l'una delle dette due linee razionali, è qualunque linea denominata da radice sorda quadra, che comunemente fra poeti è detta irrationale per la sua sordidezza, ma Euclide la chiama razionale per esser la sua potentia, cioè il suo quadrato razionale. Delle 13 irrationali la prima dal detto Euclide è detta linea mediale, & questa è simplice delle altre 12.

se sono

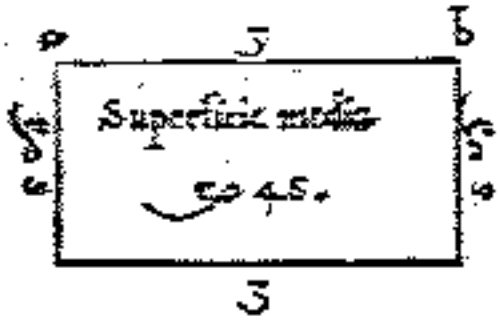
ſi ſono compoſte di due altre linee, & ſei ſono li reſidui delle dette 6 compoſte, cioè la ſeconda linea irrationale (come nel noſtro procedo s'intendera) è detta Binomio, la terza Bimedial primo, la quarta Bimedial ſecondo, la quinta Linea Maggiore, la ſeſta Linea Potente irrationale, & mediale, la ſettima Potente in due mediale, le altre ſei linee delle dette 13 irrationali ſono li reſidui delle dette ſei vltime delle ſopradette 7. Il primo di detti 6 reſidui è detto ſemplicemente Reſiduo, cioè la ottava delle ſopradette 13 linee irrationali è detta ſemplicemente Reſiduo, la nona è detta Reſiduo mediale primo, la decima Reſiduo mediale ſecondo, la vndecima è detta Linea minore, la duodecima è detta la potenza non razionale componente il tutto mediale, la decimaterza, & vltima delle dette 13 linee irrationali è chiamata la potenza non mediale, che fa il tutto mediale, la quale, & ſuoi modi di coſtruire di quelle 13 linee irrationali alli ſuoi conuenienti luoghi ſi ſono manifeſta.

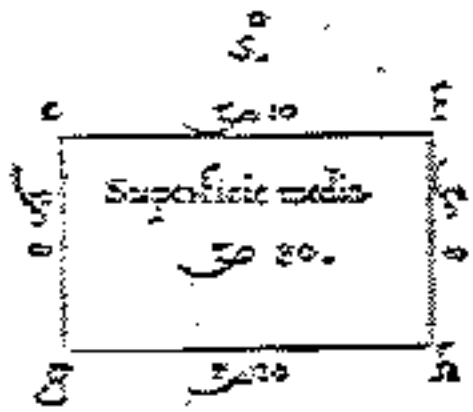
29 VEdesi nella 115 propoſitione del decimo libro concluſe, & gaglardamente dimoſtra che ogni ſuperficie, che ſia contenuta da due linee razionali ſolamente in potenza communicante è irrationale, & è detta ſuperficie mediale, e diffinilla conſequentemente, che ſi habbi a comporre, come quello lato, che posto in quella tal ſuperficie è irrationale, & che è detto linea mediale, & questa è la prima linea irrationale delle ſopradette 13. la qual ſi forma ſecondo che dice la propoſitione, vero è che per ben intender quella propoſitione, & molte altre, che ſopra il detto decimo di Euclide ſi ha da dire, bisogna ſapere, come che ogni ſuperficie rettangola s'intende eſſer contenuta ſotto delle due linee, che contiene qual ſi voglia di ſuoi 4 angoli retti, come ſopra il principio del ſecondo di Euclide ſu da noi eſemplificato. Ma perche molti non hanno viſta tal diffinitione la voglio eſemplificare vn'altra volta in queſto luogo, ma ſotto breuità.



Sia la ſuperficie a b c d rettangola (cioè che tutti e quattro di ſuoi 4 angoli ſia retto) & poniamo, che il lato, ouer linea a b ſia longa 8 palli, & lo lato a c ſia 6 palli, hor dico che la detta ſuperficie a b c d. s'intende eſſer contenuta ſotto delle due linee a b. & a c. perche tal ſuperficie ſi conoſce, & troua discendo, ouer moltiplicando il numero di palli della a b. ſia 8 palli della a c diendo 6 ſia 8 fia 48. & quello 48 viene a eſſere la detta ſuperficie a b c d. perche quel numero di 48. s'intende eſſer tanti palli ſuperficiali, cioè 48 quadretini di vn palmo per faccia, ouer per lato, & di quello ſe ne potiamo aſſai bene coſtruire, tirando di palmo in palmo vna linea perpendicolarmente, cioè a ſquadra al lato oppoſito, & che facendo ſi troueranno la detta ſuperficie a b c d. eſſer ſenſibilmente ſi detti 48 quadretini di vn palmo per faccia, ouer per lato, come nella detta figura appare, & medeſimo ſeguirà in ogni altra ſpecie di milure ſi irrationali, come razionali, cioè ogni volta, che vna linea ſia denominata da numero, ouer da qualche ſpecie di radice, o altra quantità irrationale, ſempre ſi debbe intender tal quantità materialmente relatiua a qualche ſpecie di milura volendo la volonta del operante, ouer del propoſente, il medeſimo ſi debbe intendere nelle ſuperficie, & nelli corpi anchor che non ſi dica in ſeguenza. Hor per tornar al noſtro primo propoſito dico, & dimoſtro il detto Euclide, che ogni ſuperficie, che ſia contenuta da due linee razionali ſolamente in potenza communicanti, ch'egli è eccellente, che tal ſuperficie ſia irrationale, e per tanto ſe diranno due linee razionali ſolamente in potenza communicante, egli è manifeſto, che amendue non poſſono eſſer denominate da numero, perche ſiano communicanti in longhezza, che ſia il contrario della propoſitione, anzi egli è eccellente, ouer l'vna ſia denominata da numero, & l'altra da ſeconda, ouer amendue da ſeconda, dimente che tali due ſeconde non ſiano communicanti in longhezza, che che la proportione di l'vna all'altra non ſia, come da numero quadrato a numero quadrato, cioè che partendo l'vna per l'altra, ouer moltiplicando l'vna per l'altra non da numero quadrato, come che ſopra ſi moltiplicar partiſi, ſumare, & ſottrar delle radici quadre nel ſeguente libro più volte è ſtato detto, e per tanto ſeguita, che il produtto, che naſce della moltiplicatione di vn numero ſia vna radice ſeconda ſempre irrationale, & è detta ſuperficie mediale, & finalmente quello che vien fatto della moltiplicatione di due radici ſeconde non communicanti, & perche tal produtti ſono per ſeconde (come nel detto nono libro particolarmente ſu fatto manifeſto) ſeguita, che tutte le radici ſeconde prodotte da tali moltiplicationi di Euclide ſono dette ſuperficie mediali, & ſono in ſeconda dimenſione di tali eſſer irrationali, e però non è da marauigliarſi ſe li predetti dicono a tutte radici ſeconde irrationali, perche non ſtimano loro a conſiderare ſe tali radici ſeconde ſono linee, ouero ſuperficie, ma per eſſer meglio intuſo, non tanto per quello, che è detto, quanto per quello, che ſi

sia da dire. Essempigratia pongo, che sia la superficie rettangola a b c d, che sia longa piedi 5 linee 5, & larga piedi 9. la quantità della superficie a b c d si conosce dal produtto della moltiplicatione della larghezza sia la longhezza, come di sopra habbiamo detto, cioè di 9 sia quel 5 numero, che sarà 45. però la detta superficie verrà a esser 45 piedi superficiali, & tal superficie (cioè quelli 45 piedi superficiali) dal detto Euclide è detta superficie mediale, & anchora è detta irrationale per le ragioni da lui adotte, cioè perche le dette due linee, cioè 5. & 9 sono rationali (secondo lui) ma non commensurabili in longhezza, e però la detta propositione la detta superficie a b c d è irrationale, & detta superficie mediale. Il medesimo seguirà nella superficie e f g h. quale è longa piedi 5 cioè 10. & larga 9 la qual superficie per esser il detto 9 sia 10. seguirà esser 90. & per esser le dette due linee e f, & e g essere 5 & 10 rationali (secondo Euclide) & non commensurabili in longhezza, tal superficie sarà per irrationale, & detta superficie mediale, ma li detti rettangoli di dette superficie, cioè le linee potente in esse, & l'altre dividente superficie, l'uno verrà a esser 45. & l'altro a 180. perche chi formarà un quadrato di una, & dell'altra di dette due superficie, quel quadrato sarà della superficie a b c d (qual sia pur il quadrato a b c d) verrà a esser la superficie mediocremente 45. & il lato di tal quadrato verrà pur a esser 45. come per esempio in margine appare, & tal lato verrà a esser irrationale, & verrà a esser la prima linea (in grado) delle seguente 13 linee irrationali, & detta linea mediale.



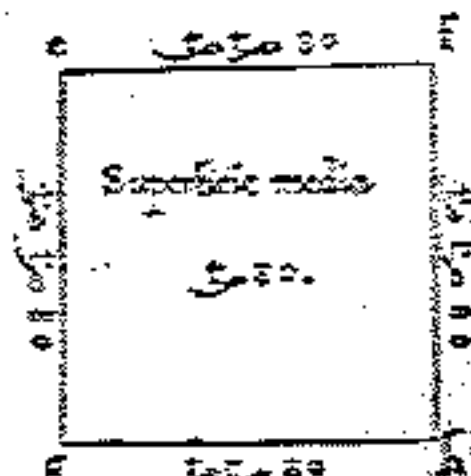


prima linea irrationale
45
c d

Quello medesimo s'intende della superficie e f g h. cioè formando il quadrato e f g h. di superficie eguale alla detta superficie e f g h. il quale quadrato verrà a esser di superficie mediocremente 90. detta superficie mediale. Ma il lato di tal quadrato verrà a esser 90. come nel esempio in margine appare, & tal lato verrà pure a esser irrationale, & verrà anchora a esser la prima linea irrationale delle seguente 13. & detta una linea mediale secondo la definitione di Euclide, e però diremo ogni 90. (secondo lui) esser linea mediale.

prima linea irrationale detta linea mediale
90
e f

Delle seguente linee mediale alcune sono fra loro commensurabili in longhezza, & alcune solamente in potentia, & alcune, che sono incommensurabili in longhezza, & in potentia, quelle che sono commensurabili in longhezza (come si detto nel terzo libro) sono quelle che partendo l'una per l'altra ne vien numero, cioè diremo 7 esser commensurabile in longhezza con 35. perche partendo 35 per 5 ne vien 7. che fia 7. per numero, il medesimo seguirà partendo 5. per 35. perche ne verrà $\frac{5}{35}$, che ridutta fia $\frac{1}{7}$, cioè $\frac{1}{7}$ che è per numero (largo modo) ma le commensurabili solamente in potentia sono quelle, che partendo solamente il quadrato di una per il quadrato dell'altra di tal partimento ne vien per numero. Diremo 7. esser commensurabile solamente in potentia con 63. perche pigliando il quadrato di 7. che fia 49. & partendolo per il quadrato di 63. che fia 9. di tal partimento ne verrà 5. che fia 5. per numero. Anchora si potria dire precisamente due linee mediale, o vuol dire due 90 esser solamente in potentia commensurabili quando, che partendo l'una per l'altra ne vien una superficie radice sorda, cioè 2 parte 90 per 5 ne vien 45. che fia 3.



Corollario.

Et però si manifesta quelle linee mediale, che sono commensurabili in longhezza mediatamente sono anchora

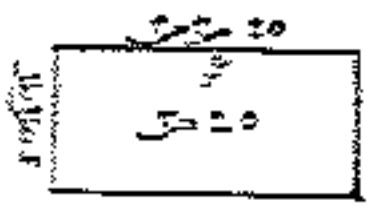
anchora commensurabile in potentia, ma non seguita il contrario, dove che quelle, che sono commensurabile in potentia sono necessario ellere commensurabile anchora in longhezza, ma pono ellere, & non ellere.

Ma quelle linee mediale, che non sono commensurabile in longhezza, ne in potentia sono quelle, che passando l'una per l'altra ne venira ꝛꝛ. di numero non quadrato, e però relterà ꝛꝛ. Essempi gratia ꝛꝛ. 4. dirremo ellere incommensurabile in longhezza, & anchora in potentia con ꝛꝛ 40. perche passando ꝛꝛ 40 per ꝛꝛ 5 che vienne ꝛꝛ 8. laqual ꝛꝛ 8 conuien relter in quel medesimo ellere, cioe dimensione de ꝛꝛ 4, & cosi per tal ragione in pratica ꝛꝛ 5. dirremo ellere incommensurabile in longhezza, & anchora in potentia con la ꝛꝛ 40. & di quelle linee mediali incommensurabile in longhezza, & in potentia, Euclide niente anchor parlano.

Consequentemente a questa 23. del decimo di Euclide vi segue la 24. & 25. nella 24 generalmente demostra, che posto il quadrato di una linea mediale sopra una linea razionale fara la larghezza razionale, & incommensurabile in longhezza a quella linea, alla qual fu sopra posta, & la 25 demostra, che ogni linea commensurabile a una mediale è mediale, nella 26 dimostra, che ogni differentia, nellaquale abbondi una mediale da una mediale ellere irrazionale, laqual se propolitione habbiamo intesa per eller di facile apprensione, & essemplificatione per abbreuiar fatica, perche per la 24 egli è cosi vera (per le cose dette nel algorithmo delle radici) che a partir per una quantita razionale, il quadrato di una ꝛꝛ lo auenimento fara una radice incommensurabile in longhezza a quella quantita razionale, anchora per la 25 egli è cosi vera, che ogni quantita commensurabile a una ꝛꝛ 5 eller pur ꝛꝛ 5, finalmente per la 26 egli è manifesto, che a sottrare una ꝛꝛ 5 da una ꝛꝛ 8 il residuo fara una quantita irrazionale, e però non ne passo fare altro essempio.

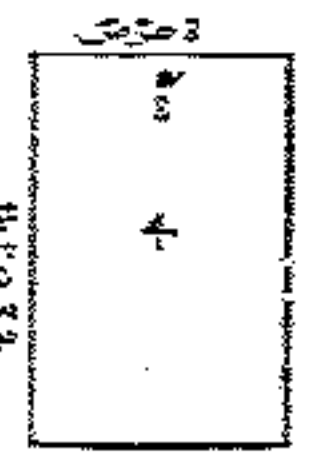
Vedete nella 27 propolitione del suo decimo libro di nostro autore generalmente dimostra, che il rettangolo compreso sotto di due linee mediale commensurabili in longhezza ellere mediale.

Laqual propolitione con essempij fatemo manifesta. Essempi gratia sono quelle due linee mediale ꝛꝛ 5 & ꝛꝛ 20. laquali per le ragioni adutte nella precedente sono commensurabile in longhezza. Il rettangolo compreso sotto di esse ꝛꝛ 5. & ꝛꝛ 20 sono vuol dir altro, che il duplo lato di una in l'altra qual fara ꝛꝛ 400. & perche del prodotto di numero quadrato cauando la radice verra a fare ꝛꝛ 20 laqual ꝛꝛ 20 superficie irrazionale, & detta superficie mediale, come che la propolitione chiaramente dice, il medesimo seguira sempre ellere due linee mediale commensurabile in longhezza.

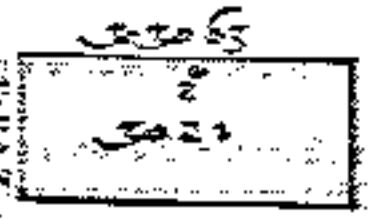


Similmente Euclide nella 28 propolitione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che ogni superficie, che sia contenuta da due linee mediale solamente in potentia commensurabile, pure che la sia razionale, over mediale.

Laqual sua propolitione praticalmente con essempij faremo chiara. Essempi gratia sia quelle due linee mediale ꝛꝛ 2. & ꝛꝛ 3 laquali (per le ragioni dette nella sua) sono commensurabile solamente in potentia, & la superficie contenuta sotto le dette due linee (cioe il prodotto di una in l'altra) fara ꝛꝛ ꝛ 56. che vienne a eller 4 che è razionale.



Se anchora quelle due linee mediale ꝛꝛ 7. & ꝛꝛ 63 laquali (se ben le considerij trouarai ellere mediale commensurabile solamente in potentia, & trouarai anchora la superficie contenuta da quelle, cioe il lor duplo (per prima ꝛꝛ 441. che è numero quadrato, la radice de laquale fara ꝛꝛ 21. & quella ꝛꝛ 21 per eller superficie vera a eller irrazionale detta superficie mediale, e però con questi dui essempij vero a eller praticalmente verificata la detta propolitione, cioe che tal superficie contenuta da dette linee sopra fara, over razionale, over mediale.



Vdite nella ventesimanona propolitione del suo decimo libro geometricamente assegna, & dimostra la regola da trouar due linee mediale solamente in potentia commensurabili, laqual contengano superficie razionale, dellaquali la piu longa sia piu potente della piu corta nel quadrato di una linea commensurabile in longhezza alla medesima linea piu longa, laqual propolitione in questo luogo noi volemo di far praticalmente.

Per effequire adunque praticalmente questo problema, per la regola data nella seconda di questo capo, trouarai due linee mediali solamente in potentia commensurabili, dellaquali la piu longa sia piu della piu corta nel quadrato di una linea a le commensurabile in longhezza, hor poniamo che queste due linee trouate (con tal regola) la piu longa sia ꝛꝛ. & la piu corta ꝛꝛ 9. hor sia queste due quantita trouati un termine medio proportionale, onde procedendo secondo la regola data nelle proportioni, trouarai quello ellere ꝛꝛ ꝛ 900. quella linea mediale sara la piu longa delle due intrate, & per essemplo la piu corta a quello ꝛꝛ ꝛ 900. trouarai un altra linea mediale in tal proportione,

ꝛꝛ ꝛ 900 ꝛꝛ 13.

prima linea mediale ℞ ℞ 900

seconda linea mediale ℞ ℞ 63 $\frac{1}{2}$

come che è di ℞ 10. ℞ 90. & questo solamente trouarai con la regola del 3. dicendo, se ℞ mi dà ℞ 9. che mi dara ℞ ℞ 900. cioè, che ne verra ℞ ℞ 81. & così questa sarà la più corta delle due linee mediale ricercate, che fa ne sarà prima prouata, trouarai che hauerano le due additionate conditioni, cioè che il duno di vna di loro sarà precisamente 9. che è quantità razionale. Resta di questo trouarti ancora, che la più longa, cioè ℞ ℞ 900. è più potente della più corta, cioè di ℞ ℞ 63 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ del quadrato di vna linea a lei commensurabile in longhezza, & quantunque questo si daisco per la decimasetta del decimo di Euclide, nella quale specialmente dimostra, che se la prima di quattro quantità proportionali, può più della seconda del quadrato di vna linea a lei commensurabile in longhezza, anchora la terza è medesimo potrà il medesimo più della quarta, & è conuerso, cioè se la prima potrà più della seconda nel quadrato di vna linea a lei incommensurabile in longhezza, il medesimo potrà la terza più della quarta, però se ℞ 10. più più di ℞ 9. il quadrato di vna linea a ella ℞ 10. commensurabile in longhezza, similmente ℞ ℞ 900 potrà il medesimo più di ℞ ℞ 63 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, nondimeno per quelli, che non hanno vsato, o inteso la dimostratione di tal decimasetta propositione, & volendo veder particolarmente se le due due additionate conditioni bisogna quadrar la minore, cioè ℞ ℞ 63 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, il cui quadrato fara ℞ 63 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, & dapoi quadrar anchora la maggiore, cioè ℞ ℞ 900. & fara ℞ 900. poi bisogna sottrar ℞ 63 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ di ℞ 900. il che fatto ne restara ℞ 836 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, & questo fara il quadrato di quella linea, che la più longa linea può più della più corta, cioè che la propria linea vnisce a ella ℞ ℞ 836 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, & questa dico esser commensurabile in longhezza con la detta linea più longa, cioè con ℞ ℞ 900. & per veder se questo fia il vero, già più volte ti ho detto, che per veder compitamente, & con ragion di scienza di che genere, cioè specie si voglia, siano fra loro commensurabili in longhezza, ouer incommensurabili, non si debbe partire l'vna di quelle per l'altra, & se di tal partimento ne verrà quantità, che si possi denominar per numero, ne dimostrerà, che tali linee fra loro commensurabili in longhezza, & se per tal partimento ne verrà quantità, che non si possi denominar per numero, ne dirà, che tali linee fra loro sono incommensurabili in longhezza, & perciò se partirai ℞ ℞ 900 per ℞ ℞ 836 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ trouarai, che ne verrà prima quello stesso ℞ ℞ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, & questo tal rotto douerà esser cosa di cosa, ma sperimentando in tal forma si trouarà, che il numeratore, ne il denominatore esser cosa di cosa, cioè quadrato di quadrato, ne che la loro condition pareria esser tale, & questo procede per non esser similmente il rotto alla vostra similitudine, & però nelle linee bisogna ricordarti di ridurre il medesimo similmente per la regola sua. Il che facendo trouarai questo esser ℞ 10. & però dividendo ℞ ℞ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ per ℞ 5. trouarai, che ne verrà $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, e per tanto direno il duno nostro quantunque esser ℞ ℞ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$, & così trouarai tal rotto, o vuoi dir tal fino, & sarà esser cosa di cosa, & la fia ℞ ℞ fiata $\frac{1}{2}$, cioè ℞ $\frac{1}{2}$, seguirà il proposito, cioè che la più longa delle due linee mediale può più della più corta, il quadrato di vna linea a lei commensurabile in longhezza.

Questa prova potrebbe ben volere distendere minutamente, & con rotti per ariondarti le cose passate, ma nelle altre, che seguiranno fino alquanto più breue.

Vdirai benissimo nella premessa propositione specialmente insegnar, & generalmente dimostrar la regola di saper trouar due linee mediale solamente in potentia commensurabili, lequali contenghino fra loro superficie mediale, della quale la più longa sia più potente della più breue nel quadrato di vna linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea più longa.

Volendo specialmente mandar a diffinitione questo tal problema, trouerai prima due linee mediale solamente in potentia commensurabili, delle quali la più longa possi più della più breue nel quadrato di vna linea non commensurabile con lei in longhezza, il modo di trouarle fu dato nella terza di questo capo, hor poniamo che siano ℞ 24. & ℞ 15. & con queste due procederai, come fu fatto nella precedente, cioè fra ℞ 24. & ℞ 15. trouerai vna media in continua proportionalità, onde per ordinando secondo le regole date nel trattato delle proportioni, & trouerai quella esser ℞ ℞ 360. & questa fia l'vna delle due linee mediale ricercate, & le vuoi, che sia la più longa, per volere operare in più corta, bisogna trouarla con la regola del terzo di tre proportionale la più longa, si come che è ℞ 24 ℞ 15. e per tanto direno, se ℞ 24 mi dà ℞ 15. che mi dara ℞ ℞ 360. opera che trouerai, che ridara ℞ ℞ 150. & tanto fara la più corta delle due ricercate linee mediale, che se ne farà la prova secondo trouerai, che hauerano le additionate conditioni. Ma ricordati nelle tue operationi di ridurre le quantità di diuerse specie a vna medesima, come fu detto sopra il moltiplicar, & partir di radici di diuerse nature, ouer specie, perche se non eseguirai nelle tue attioni, trouerai le dette due linee mediale esser commensurabili solamente in potentia, perche partendo il quadrato di ℞ ℞ 360.

quel fara

℞ 24. ℞ 15. 360. ℞ 15.

prima linea mediale ℞ ℞ 360.

seconda linea mediale ℞ ℞ 240 $\frac{1}{2}$

quali fara ℞ 360. per il quadrato di 40 ℞ 1440 ℏ, che fara ℞ 1440 ℏ, ma perche ne resta ℞ $\frac{1}{1440}$ ℏ, che fara ℞ $\frac{1}{1440}$ ℏ, cioe $\frac{1}{40}$ per numero, & trouarai ancora, che il diuiso di vna in l'altra fara precisamente 40. che è superficie razionale, & la più longa, cioe ℞ 360. poco più della più corta, cioe della ℞ 1440 ℏ del quadrato di vna linea 2 fe incommensurabile in longhezza, & tanto quello per la 26 del decimo debbiamo Euclide liquidamente apparire, ma tu con la speriensa ne potrai chiarire. al secondo modo
prima linea media ℞ 360.
seconda linea media ℞ 1440

Tu potrai anchora far che la detta ℞ 360 fusse la più corta, & per trouar poi la più longa dirai 40 mia da ℞ 40. che multiplicata ℞ 360. onde operando trouerai, che ella fara ℞ 1440 ℏ, & tanto fara la più longa.

NOtara Euclide nella trentesimaprima propositione del suo decimo libro grandemente a'bologna, & dimostra la regola da saper trouar due linee mediali solamente in potentia commensurali, che contenghino superficie mediale, della quale la più longa possa tanto più della più breue, quanto è il quadrato di alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea più longa.

Questa proposition non è differente dalla precedente, fuor in questo, che le due mediali della precedente vuol, che contenghino superficie razionale, & in questa vuol che contenghino superficie mediale, laqual cosa ne rende alquanto più artificiosa la operatione della precedente, perche per trouar le due linee mediali, bisogna prima trouar ne due razionali solamente in potentia commensurali (secondo la regola data in fine della tauola di questo capo) delle quali l'una di quelle possa più di quel che vogliamo delle altre due nel quadrato di vna linea 2 fe incommensurabile in longhezza, & quanto maggiore esser ne potrà trouar potremo per il presente, che sino questo, cioe la prima ℞ 4. la seconda ℞ 3. la terza ℞ 2. & trouare questi 3 lineo, ouer quantita, sin la prima, & la seconda, cioe ℞ 4. & ℞ 3. troueremo vna media proportionale, laquale trouerremo esser ℞ 12. & questa fara la prima delle cercate due lineee mediali, hor per trouar l'altra dirai vn quadrato 2 ℞ 12. in tal proportione, come della prima alla terza, cioe come da ℞ 4. a ℞ 2. & cosi fa ℞ 4. media ℞ 2. che tal fara ℞ 36. poco più (ritenendo le quantita 2 vna media nostra, cioe 2 ℞ 36.) trouarai che ne resta ℞ 9. & tanto fara la seconda delle due cercate linee mediali, delle quali seneffetti la prova pratica trouerai (non errando in con la penna) che haueranno tutte le ricercate conditioni. prima ℞ 4. seconda ℞ 3. terza ℞ 2.
prima linea media ℞ 12.
seconda linea media ℞ 9

Se fia parerà di voler anchora trouare due linee mediali solamente in potentia commensurali, che contenghino superficie mediali, della quale la più longa possa più della più corta col quadrato di vna linea a fe incommensurabile in longhezza.

Piglieremo per due linee razionali solamente in potentia commensurali, delle quali l'una di quelle sia più potente di vna, & dell'altra delle altre due nel quadrato di vna linea 2 fe incommensurabile in longhezza, il modo, & regola di saperle trouare fu detto in fine della seconda di questa, delle quali trouate quelle nel modo precedente, come di sopra, cioe sia la prima, & la seconda trouarai la media proportionale, & quella fara l'una delle due cercate linee mediali. La seconda poi si trouara con la regola data per secondo che fu detto nella precedente, della qual cosa per esser di facile apprensione a ciascuno lascio il cargo di trouarla ciascheduno per se.

Che cosa sieno Radici universali, & come si rappresentano, & maneggiano in pratica. Cap. III.

VOlendo effettuare con numeri, & radici varij, & diuersi problemi, non solamente di quelli dati da Euclide nel suo decimo libro, ma infiniti altri, che nella generale pratica di numeri, & misure naturalmente occorrono, fu necessario a ritrouare alcune specie di radici, che nella medesima materia molte volte occorrono, laquale fussero tutte radici vniuersali, & quelle alle quali si riducono quando che in qualche nostra operatione ne accade a pigliare, ouero a rappresentare la radice di vna qualche quantita di dooi, ouer di tre, ouer di più nomi composta, & mistione quando che l'arte stessa non habbia ancora regola da saper trouar realmente la radice di vna tal quantita. Dicemo pigliar, ouer a rappresentare la generale radice di questo numero 10 più ℞ 72. più ℞ 5. anchor che l'arte non habbia fin hora trouato regola generale di saper trouar realmente la radice di vna tal quantita, & infinite altre simili, nondimeno ha trouato modo di poterla rappresentare in forma di tal sorte, che l'intendemo nostro in mente, & la possiamo maneggiare secondo le nostre occorrentie per fin alla vltima nostra conclusione, laquale rappresentata come nel sopradetto numero si farà in questa forma ℞ v. 10 più ℞ 72. più ℞ 5. che questa ℞ v. ne dimostra la radice vniuersale di tutto quel numero, cioe la radice della

fumma di quelli tre primi, cioè di quelle tre quantità, & tutto meglio intenderete la regola di ridurre con minomi, over binomi tutti, cioè di quante maniere ella si può fare. Et p. 1. & p. 2. & p. 4. quella tal quantità non vuol dir altro, che è perche tra la radice di 9. & la radice di 4. & la radice di 1. vi è tutti quelli tre quantità vengono a esser quelli 1. & 2. & 3. che giontine insieme fanno in tutto 6. & la radice di detta summa, cioè del detto 6. venia ad esser 4. (come è detto) si che la R.v. di 1. più R.q. più R.4. venia a esser 4.

Dice anchora, che la R.v. di 40. più R.36. meno R.16. non vuol dir altro, che è perche tra R.40 è R.36 è la R.16. vi è questa giontione infieme fanno 1. & per ragione quelli R.16. per differentia bisogna R.16. & R.4. radice 2. perche la radice di 4. qual è 2. fara la radice universale di R.40. più R.36. meno R.16.

primo esempio.
La radice v. di 11. più R.9. più R.4. fara precisamente 4.

secondo esempio.
La R.v. di 40. più R.16. meno R.4. fara precisamente 3.

Anchora dice che R.v. di 60. più R.40. più R.3 è meno R. non vuol dir altro che è perche la R.60 è R.40 è la R.3 è tutti questi R.60 è R.40 & R.3 di quello 2. quando bene qual R. per differentia rebatta R. & così la radice di detta R. fara 4. come di sopra è fatto detto.

terzo esempio.
La R.v. di 64. più R.49. più R.1. fara precisamente 4.

Ora che queste radici universali non solamente vengono dalle specie di binomij, & trinomij, over poli nomi quadri, ma anchora sopra li cubi, & altri di quali, & così in tutte le specie, che sempre sarà volendo dilendere particolar esempio in ciascuna specie, per non tenir troppo in questo modo, & dirvi solamente questo, che quando vorrete operare sopra qualche binomio, trinomio, over polinomio quadri, &

primo diſſimo numerali, cioè ouero con l'vndecimo ſi apprendino. Il medeſimo fano delle altre, cioe che il cubo delle 3 v.u.fa il medeſimo, come di ſopra poſi vedere.

Il quadrato di ℞ v.u.più ℞ 5.più ℞ 4.fara proſſimamente u.più ℞ 5.più ℞ 4.

Il quadrato di ℞ v.u.45.più ℞ 56.meno ℞ 16.fara ℞ 45.più ℞ 56.meno ℞ 16.

Il quadrato di ℞ v.u.64.più ℞ 45.più ℞ 56.meno 5.fara ℞ 64.più ℞ 45.più ℞ 56.meno 5.

Il quadrato di ℞ v.u. cu.: 16.più ℞ cu.: 7.fara proſſimamente ℞ cu.: 16.più ℞ cu.: 7.

Il quadrato di ℞ v.u. : 16.meno ℞ cu.: 7.fara proſſimamente ℞ cu.: 16.meno ℞ cu.: 7.

Similmente il cubo della ℞ v.u.u.: 5.più ℞ 5.fara ℞ : 5.più ℞ 5.

Il cubo di ℞ v.u.u.: 5.meno ℞ 5.fara ℞ : 5.meno ℞ 5.

Il cubo di ℞ v.u.u.: cu.64.più ℞ cu.: 7.fara ℞ cu.64.più ℞ cu.: 7. & coſi ſeguendo in infinito le altre ſpecie di radici vniuerſali, cioe delle cen.com.delle relate, & altre.

Come ſi moltiplicano le radici vniuerſali per numero, over per radice.

5 VOlendo moltiplicar vna radice vniuerſale (cioe quadra) per vn numero, quadra quella radice vniuerſale, & quadra anchora il numero, dipoi moltiplica quelli duoi quadrati l'vno ſu l'altro, & la radice vniuerſale di quel prodotto ſara il prodotto di tal moltiplicatione. Eſempi gratia volendo moltiplicar ponimo ℞ v.7.più ℞ 3 per 2. quadra ℞ v.7.più ℞ 2. & fara 7 più ℞ 3 quadra anchora quel 2. fara 4. hor moltiplica 4 fia 7 più ℞ 3 (ouero lo regola del ſegondino di binomij, & reſidui) fara 28 più ℞ 48. & coſi la ℞ v.: 5 più ℞ 4 fara il prodotto di tal moltiplicatione, & coſi procederai moltiplicando per quel ſi voglia altro numero, la prouа di tal caſo ſi fara di ſopra con il ſuo comando, cioe con 3 parte.

Eſempio
2 moltiplicar ℞ v.7.più ℞ 3 per 2.

fara ℞ v.28 più ℞ 48

6 SI volendo moltiplicar la medeſima ℞ v.7.più ℞ 3 per ℞ 2. quadra per la detta radice v.7.più ℞ 3. & fara 7 più ℞ 3. quadra anchora quella ℞ 2. & fara 2. hor moltiplica 2 fia 7 più ℞ 3. & ne vscirà, che fara 14 più ℞ 12. & la radice vniuerſale di 14 più ℞ 12. fara la detta moltiplicatione. & con tal ordine procederai nelle altre ſpecie di radice vniuerſale hauendo ſempre riſpetto alla ſpecie, che medo di andare da ſotto a volerti in ciaſcuna ſpecie dar particolar eſempio. Similmente occorrendoti a moltiplicar vna radice vniuerſale per vn binomio, over reſiduo, ouero altra ſorte quantità, oſſeruarai la medeſima regola, cioe quadrarai la radice vniuerſale, & anchora quella altra quantità, & moltiplicarai li duoi duoi quadrati, & la radice vniuerſale di tal moltiplicatione ſara il detto prodotto, la prouа ſi fara di ſopra con 3 parte.

Eſempio
2 moltiplicar ℞ v.7.più ℞ 3 per ℞ 2.

ne vscirà ℞ v.28 più ℞ 48

Come ſi partono le radici vniuerſali per numero, over per radice.

7 IL partire per eſſer il contrario del moltiplicar, e però volendo partir vna radice vniuerſale per numero, quadrarai per la radice vniuerſal, & ſimilmente il numero (cioe il partitore) & dipoi partirai il quadrato della radice vniuerſale per il quadrato del partitore, & la radice vniuerſale di tal quantità ſara lo ricercato quoziente, & per dar d'eſſi eſempio vn colpo, poniamo per eſempio il contrario della quinta, che venia a eſſer la prouа di quella, & di quella per caſo volendo partire ℞ v.: 8.più ℞ 45. per 2. quadra ℞ v.: 8.più ℞ 48. fara 32.più ℞ 45. quadra anchora il partitore, cioe quel 2. fa 4. hor parti 32.più ℞ 48. per quel 4. onde procedendo secondo le regole date nel quinto libro trouarai, che ne vscira 7 più ℞ 3. & coſi la ℞ v.7.più ℞ 3 fara il noſtro ricercato quoziente, & con tal modo, & regola procederai nelle altre ſimili.

Eſempio
2 partir ℞ v.: 8 più ℞ 48 per 2.

ne vscira ℞ v.7 più ℞ 3

8 SImilmente volendo partire ℞ v.: 4.più ℞ : : per ℞ : quadra ℞ v.: 4. più ℞ : : . & fara 14. più ℞ : : quadra anchora il partitore, cioe quella ℞ : . & fara : hor parti 14.più ℞ : : per : & trouarai, che ne vscira 7.più ℞ : . & coſi vedi, che il partire ſi proua a moltiplicare, & per il contrario il moltiplicare ſi proua a partire.

Eſempio
2 partir ℞ v.: 7 più ℞ : : per 2.

ne vscira ℞ 7 più ℞ 3

Come ſi moltiplicano le radici vniuerſali diuerſe l'vna con l'altra.

9 OLte volte interuiene nella general pratica di numeri, & volere a moltiplicar vna radice vniuerſale da va'altra da lo diuerſa, e però quando che queſto ci accade, quadra vna, & l'altra di quelle, & dipoi moltiplica il quadrato di vna fia il quadrato dell'altra, & la ℞ di quel prodotto ſara la detta moltiplicatione. Eſempi gratia volendo moltiplicare ℞ v.4.più ℞ 10. fia ℞ v.4.meno ℞ 10. quadra l'vna, & l'altra di quelle, & trouarai il quadrato di vna eſſer 4 più ℞ 10. & l'altro ſara 4 meno ℞ 10. hor moltiplica 10 4 più ℞ 10. fia 4 meno ℞ 10.

Eſempio
2 moltiplicar ℞ v.4 ℗ ℞ 10 per ℞ v.4 meno ℞ 10

6 6.

trouarai, che fara 6. & cosi la radice di 6. diremo, che fara la multiplicatione di R.v.4 più R.2 fia R.v.4 men R.2. & coo tal ordine procederai nelle altre specie di radice vniuersale, cioe nelle cube, nelle cen.cen.nelle relate, & altre, cioe nelle cube multiplicarai il cubo di vna fia il cubo dell'altra, & la radice cuba di tal prodotto fara il ricercato prodotto, & cosi delle altre.

Come si parte una radice vniuersale per un'altra da lei diuersa.

10 OLte volte anchora auuiene nella general pratica di numeri, & maiormente parte vna radice vniuersale per vn'altra da lei diuersa, dico da lei diuersa, perche a partire vna radice vniuersale per vn'altra a lei eguale, egli e cosa chiara, che di tal partimento ne vien sempre vno, cioe. Essempi gratia volendo partir pontano R.v.12. più R.12 per R.v.12 più R.12. dico che egli ne uiene uno, che di tal partimento ne vien 1. perche ogni specie di quantita, numero, o ver radice vna volta sola vn'altra a lei eguale, ma per seruare al nostro primo proposito. Volendo partire vna radice vniuersale per vn'altra da lei diuersa, quadrarai vna, & l'altra di quelle, & dapoi partirai il quadrato di quella, che si ha da partire per il quadrato di quell'altra, & la radice di tal partimento fara lo ricercato partimento. Essempi gratia volendo partir pontano R.v.24 più R.12 per R.v.6 più R.3. quadra l'una, & l'altra di quelle, & trouarai il quadrato d'esse 24 più R.12 & l'altro d'esse 6 più R.3 hor parti 24 più R.12 per 6 più R.3 & per far tal partimento bisogna accordarsi delle regole date nel 6. libro, che multiplica il partitore (cioe 6 più R.3) per il suo residuo, cioe per 6 men R.3 & ne uiene 3 per il suo rationale partitore. Fatto questo multiplica ancora la cosa, che si ha da partire (cioe quel binomio di 24 più R.12) per il medesimo residuo, cioe per 6 men R.3 & trouarai, che fara 144 più R.432 men R.432 men 1296 & di questo partirai per quel 3 suo rationale partitore, & cosi facendo trouarai, che ne uerra 48 più R.144 men R.144 men R.2304, & tanto uerra a parte radice v.24 più R.12 per radice v.6 più R.3 non si ho ichiarir piu oltra, accioche uedi il primo auuertimento, & cosi con tal ordine procederai proportionalmente nelle altre specie di radice vniuersale, cioe cube, nelle cen.cen.nelle relate, & altre, cioe nelle cube partirai il cubo di vna per il cubo dell'altra, & la radice vniuersal cuba di tal auuertimento, & cosi procederai nelle altre specie.

Come si sommano le radici vniuersali con numero, ouer con vna radice, ouer con vn'altra radice vniuersale.

11 OLte volte occorre nella general pratica di numeri, & maiore, di sommar vna radice vniuersale con vn numero, ouer con vn'altra radice vniuersale, laqual cosa si fa con il termine del più. Essempi gratia volendo sommar pontano R.v.20. più R.4 dirremo, che fara R.v.(20 più R.4) ouero diremo, che fara R.v.(20 più R.4) più R.v. Et con tal ordine procederemo volendo sommar R.v.8 con R.v.(50 più 4) diremo, che fara R.v.(8 più R.v.(50 più 4) finalmente volendo sommar R.v.(8 men R.18) con R.v.(8 più R.2) diremo che tal somma fara R.v.(8 men R.18) più R.v.(8 più R.2) ouer diremo, che fara R.v.(8 più R.2) più R.v.(8 men R.18) & quantunque siano figliuoli il primo modo, quanto che al secondo, nondimeno per diuersi rispetti sempre si debbe mettar prima quella cosa, che è di maggior quantita.

Come si sottrae un numero, ouer radice da una radice vniuersale, & è contrario, & finalmente una radice vniuersale da vn'altra.

12 NAchora molte volte accade di sottrar vn numero, ouer vna radice da vna radice vniuersale, & al contrario, & finalmente vna radice vniuersale da vn'altra di lei maggiore (che cosi si debbe sempre intendere, perche altrimente la maggior quantita non si puo cauar della minore) laqual cosa si fa con il termine del meno, cioe al contrario del sommar, & per esso da le facile non fiero a portarne essempio.

Regola generale da saper diuidere una quantita in due tal parti, che l'una, & l'altra vi sia vn'altra data quantita in continua proportionalita, ouer che'l dato di una parte in l'altra faccia una data quantita. Cap. IIII.

QVesti modi mostrare insieme il modo da saper risolvere principalmente con numeri, & molte molti problemi del decimo di Euclide, & altri, a me è accaduto ancora, che bisogna sappi la regola da saper dividere principalmente con numeri, & radici, una quantita in due tal parti, che fra quelle vi sia vn'altra data quantita in continua proportionalita, ouer che'l dato di una di quelle partita l'altra faccia una data quantita (diuisa so-

stanza

fiamo è quel medesimo) Egli è ben vero, che quella particolaria è molto geometricamente fondata sopra la 20. del decimo di Euclide, & anchora quella medesima da noi adottata, ma anchora particolarmente con numeri nella fatta del quarto capo del quinto libro, nondimeno l'intento nostro è di mostrarla in questo luogo in generale, cioè non solamente in numeri, ma anchora nelle cose irrationali, per causa delle cose, che si ha da dire.

* Volendo adunque dividere una data quantità in due tali parti, che fra quelle due vere cadi un'altra seconda quantità in continua proportionalità, dividasi quella data quantità in due parti eguali, & quadrisi l'una di quelle metà, & di tal quadrato se ne cavi il quadrato di quella seconda quantità, & la radice del rimanente sarà uno di quelle due metà, & sarà la parte maggiore, & unito dall'altra si trova la parte minore, & così fia quelle due parti cadrà quella seconda quantità in continua proportionalità, cioè che il detto della parte minore nella parte maggiore fia eguale al quadrato di quella seconda quantità, come si ricerca a dar quantità continue proportionali. Sia per grazia volendo fir di 10. due tali parti, che fia quelle due tali parti vi cadi, pongasi 8 ☍ 10. in continua proportionalità (quello non vuol dir altro, che un volta fir di 10 due tali parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia 8. cioè il quadrato di 8) & 8 ☍ 10 bisogna per fir quello dando il detto 10 in due parti eguali, che ciascuna fia 5. quadrisi fia 25. & di questo quadrato cavisi il quadrato di 8 ☍ 10 che fia 24. & la 8 ☍ 10 eguale fia 24 aggiongasi a 25. & fia 1. per la parte maggiore del detto 10. & tratta anchora di 5 (cioè della metà di 10) & ci resta 4. per la parte minore del detto 10. & così fia le dette due parti del detto 10. che sono 9. & 1. ci cadirà quella 8 ☍ 10 in continua proportionalità, cioè che quella 8 ☍ 10 fia media proportionale fra 9. & 1. che sia il vero il detto della prima, che è 9. fia la terza, che è 1. & perchè il quadrato di 8 ☍ 10 fia 8. per 10. legitima il proposito.

prima	seconda	terza
9.	8 ☍ 10.	1.

Nota che del detto 10 fiasi impossibile a fir due tali parti, che fia quelle vi cadisse una quantità maggiore della metà del detto 10.

* Ma perchè questa sopradetta operazione occorre in molte questioni, ma forse non fia da dire, & la esplicazione d'quella volta intendere in brevità, & resolto, & sol basti in molti numeri fatti, e però acciochè del tutto le non habbia mistica, ne andaremo proponendo sopra a dover modi di parlare, & le porremo in forma di quesiti, ovvero investigazioni, come conseguentemente intenderai.

Sia data di sopra due tali parti, che multiplicata l'una fia l'altra faccia 10.

Pigliasi la metà di 10. che è 5. quadrisi fia 25. & cavisi quel 10. che vuol che faccia, resta 15. & cotesta 15. piglisi, & cerca della metà di 15. che è 7½. & questo fia per due volte proferir la summa di 5 con 7½. bisogna proferirla per binomio dicendo, che fia 5. più 7½. & questo fia la parte maggiore del detto 10. & perchè bisognerà dir del detto 10. & quella che resta sia la parte minore del detto 10. & perchè questo non si può proferire finito, che per relativo, dicendo che resta 5. meno 7½. & questo fia la parte minore del detto 10. & quelle due parti (cioè 5. meno 7½. & 5. più 7½.) fiano multiplicate l'una fia l'altra (secondo che nelle sopradette di binomij, & residui si mostra) faranno 25. meno 56¼. & questo fia il proposto. Et bisognando anchora le dette due parti (cioè 5. meno 7½. & 5. più 7½.) giongansi, che faranno proferite 10. come vuol il detto.

prima	seconda	terza
2.	8 ☍ 10.	7.

2 multiplicar	5 ☍ 7½
per	5 ☍ 7½
fiano	10.
2 fiano ancora	5 ☍ 7½
con	5 ☍ 7½
fiano	8

Nota che la predetta conclusione insegna, che dividere fiasi di 8 due tali parti, che fia l'una, & l'altra via cadisse 8 ☍ 10. media proportionale.

Anchora nota, che se non potrà fir del detto 8 due tali parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccia più del quadrato della metà di 8 (cioè più di 16) egli è ben vero, che se le potrà fir che faccino 16. perchè quadrando la metà del detto 8 (cioè 4) fiano 16. delquale ancora quel 16. che vuol che fia resta nulla, & la radice di nulla è nulla, quadagiona, & trata della metà di 8 (cioè di 4) fiano 4. & resta anchora 4. & così 4. & 4. saranno le due parti di 8. che multiplicate l'una fia l'altra fiano 16. ma volendo ne, che le dette due parti del detto 8. facciano più di 16. come fiano 8. dar 17. over 16½. poco sia quantità maggiore di 16. fiano impossibile, e però bisogna astenersi a tal richiesta proposta.

2 multiplicar	8 ☍ 8
per	8 ☍ 8
fiano	16.
2 fiano ancora	8 ☍ 8
con	8 ☍ 8
fiano	0

* Sia data di 8 due tali parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccia 4.

Pigliasi per la metà di 8 laquale sarà 4 (perchè le bisogna ridurla a parte via cadisse per 2. bisogna quadrarla 2.) & dapoi procedi secondo l'ordine della precedente, cioè quadra 4 fiano 8. cauane quel 4. che vuol che faccia, & resta 4. & la radice di 4 che fiano 2. giongila alla radice di 8 data la parte maggiore. Et tratta della medesima 4 resta la parte minore, & perchè la summa di 8 con 2 fiano 8 più adirenno che questo fiano le parte maggiori di 8 2. & similmente, perchè 2 fiano 8 resta 6. & questo direnno esser la

2 multiplicar	8 ☍ 2
per	8 ☍ 2
fiano	4
2 fiano ancora	8 ☍ 2
con	8 ☍ 2
fiano	8

parte maggior della detta ☍ 2. Et se ne vuol far prova moltiplica ☍ 3 più ☍ 2 via ☍ 3 men ☍ 2 fa ☍ 7 men ☍ 4. & troverai, che fara 1 ponto 4, come si propose, & anchor ☍ 3 men ☍ 2 giocata con ☍ 3 più ☍ 2 fa ☍ 5. come vuol il dovere. Nota che in non potendi fare di ☍ 2 due tali parti, che moltiplicate l'una fa l'altra facci più di 3. cioè per del quadrato della mità di ☍ 2. come nelle due precedenti è stato detto.

4 Nchora simili di ☍ 8 due tal parti, che il detto di una in l'altra faccia radice 6.

Per risolvere questa questione piglia per (secondo il solito) la mità di ☍ 8. che fara ☍ 2. quadrata, & fara 2. del qual 2. cauane questa ☍ 6. che vuol che faccia, & troverai, che resta 2 men ☍ 6. & la 6. di questo resto giocata, & cauata da ☍ 2. ne darà le dette ricercate parti, ma perche fin hora non ho dato regola da saper cauar la radice di un bi nomio, o ver recio, della qual cosa sequenta poi assai ne parleremo, egli necessario adunque a rispondere per radici universali dicendo, che la maggior parte fara ☍ 2 più ☍ v. 2 men ☍ 6. & la minore fara ☍ 2 men ☍ v. 2, men ☍ 6.

Volendo far la prova pratticale, dove che queste due parti moltiplicate l'una fa l'altra 6. come di sopra si propose, bisogna haver ben in memoria quello, che di sopra dichiarimo nel precedente capo, circa il quadrar, moltiplicar, & partir di radici universali, & oltra di questo bisogna haver anchora ben in mente il fumear, sfumar, moltiplicar, & partir delle pari, & dei men. Anchora bisogna notar, che l'una, & l'altra di dette due parti s'intende esser di due termini, alla similitudine delli binomij, & recisi. Il primo termine della parte maggiore è questa ☍ 2. & il secondo s'intende esser quella radice universale, cioè quel più ☍ v. 2. men ☍ 6 laqual radice universale, anchor che abbiamo detto quel residuo di 2 men ☍ 6. la si piglia per un termine solo, cioè per il termine minore di tutta quella parte maggiore (cioè di ☍ 2. più ☍ v. 2. men ☍ 6) alla similitudine di un binomio, & quel più s'intende generalmente esser tutta quella radice universale. Il medesimo dico della parte minore (cioè di ☍ 2. men ☍ v. 2. men ☍ 6) cioè che la s'intende esser di due termini (alla similitudine delli residui) il primo termine di detta parte minore è par quella ☍ 2. & il secondo s'intende esser quella radice universale, che esso sopra 2 quel residuo, ma notata con il termine del men, cioè men tutta quella ☍ v. 2 men ☍ 6. laqual radice universale, anchor che abbiamo detto quello residuo si si piglia per un termine solo, cioè per il termine minore di tutta la detta parte minore, cioè di tutta quella ☍ 2 men ☍ v. 2 men ☍ 6 alla similitudine di un residuo, cioè quel men, che segue quel la ☍ 2 s'intende generalmente di tutta la detta radice universale.

2 moltiplicar ☍ 2. più ☍ v. 2. men ☍ 6
fa ☍ 2. men ☍ v. 2. men ☍ 6
fa 2 ponto ☍ 6. come di sopra intendesi

5 Or messo quelle particolarità volendo noi (per far la detta prova pratticale) moltiplicar la parte maggiore per la minore, cioè ☍ 2. più ☍ v. 2. men ☍ 6. per ☍ 2. men ☍ v. 2. men ☍ 6. ascrivili l'una sotto l'altra, come di sopra apparisce figura, & per far tal moltiplicatione si può proceder per via di scachiero, & per via di crotella, come si dirà nel quinto libro, hor moltiplicando prima per modo di scachiero, moltiplicarò adunque quella radice universal di sotto fia quella medesima di sopra, cioè quella ☍ v. 2. di sotto fia quella medesima ☍ v. 2. men ☍ 6. di sopra fara 2 men ☍ 6. & perche quella di sotto è segnata con il men, & quella di sopra è segnata con il più, però il lor prodotto fara men, e però segnarlo in questo modo men (2 men ☍ 6. come di sotto vedi. Poi questo moltiplica quella medesima men (☍ v. 2 men ☍ 6. di sotto fia quella ☍ 2 di sopra, onde procedendo secondo la regola data nella fine del precedente capo trovarai, che fara ☍ v. 24 men ☍ 120. qual notarai come di sopra vedi, & la detta radice universale di sotto è men, & quella ☍ 2 di sopra è più, adunque il detto prodotto segnarai con il men, come di sotto vedi, fino questo moltiplicarai non quel ☍ 2 di sotto fia quella più (☍ v. 2 men ☍ 6. di sopra, & fara medesimamente ☍ v. 24 men ☍ 120. qual notarai sotto a quella medesima della prima moltiplicatione, & perche la detta radice universale di sopra è più, & similmente quella ☍ 2 di sotto è più, notarai il detto lor prodotto per più. Moltiplicarai ultimamente quella ☍ 2 di sotto fia quella ☍ 2 di sopra, fara 2. qual notarai conseguentemente allato all'altra seconda moltiplicatione, & perche l'una, & l'altra di quelle ☍ 2 sono più, non hanno segno, però il detto 2 s'intende esser più, hor per finire le dette moltiplicationi intiere, tu vedi, che quella men (☍ v. 24 men ☍ 120. di sopra non quella più (☍ v. 24 men ☍ 120. di sotto fanno nulla (per esser l'uno più, & l'altro men) restara adunque in esser solamente il primo, & l'ultimo prodotto, il primo fara quel men (2 men ☍ 6. & l'ultimo fara quel 2. ultimamente notato, & quelle quantità volendole finalmente intendere, bisogna notar, che quel men, che stanno di quel residuo 2 men ☍ 6. eguale a tutto quel resi-

duo, il

dico, il primo nome di tal residuo in quanto se medesimo è più, cioè egli è = meno a cui per causa di quel men generale, bisogna sommarlo di quel = (ultimo prodotto) se adunque di quel = ne caverai = meno a 6 troverai, che ti resta solamente = a quella sua più, se ben conforme alle regole date sopra di detti termini del più, & del meno, & così habbiamo provato pienamente il nostro proposito.

= moltiplicar = = più v. = meno 6	
per —— = = meno v. = meno 6	
meno v. 4 = meno = più v. 4 = meno 6	
= più v. 4 = meno = più 4	
primo fomma = . o . meno = meno 4	
= meno 6	
fecondo fomma . o . più 6.	

6 Circa il vero, che più leggiadramente si fina nel moltiplicare per via di prodotto, & è più magistrale, & da persona più intelligente, & per farla bisogna per ordine le dette due parti l'una sotto l'altra, come in margine vedi, & dapoi moltiplicar quella = v. = meno 6 di sotto con quella di sopra, & fina = meno 6, qual notarai sotto alla sotto linea, & perche quella di sotto è meno, & quella di sopra più, poi pronuncia notarai con il meno, & non quello bisognava moltiplicar in croce, cioè quella = = di sopra fia quella meno v. = meno 6 di sotto, & dapoi quella moltiplicata = = di sotto con quella più v. = meno 6 di sopra, ma perche quelle due mal = fia = meno 6 di sopra, & perche quelle due mal = fia = meno 6 di sotto, & perche quelle due mal = fia = meno 6 di sotto, & perche quelle due mal = fia = meno 6 di sotto

Regola generale da saper essequire praticalmente tre altri problemi del decimo di Euclide. Cap. V.

Vedendo io nella undecima seconda propositione del decimo (della nostra traduttione) come matematicamente se dimostra la regola da saper trouar due linee potentialmente incommensurabili, & che constituiscono superficie mediale, della quale li dui quadrati sono anchor loro mediali, & incommensurabili quanta razionale, & noi in questo luogo mostraremo la regola di essequire vn tal problema praticalmente con numeri, & radici per modo per trouar le dette due linee, prima seguendo la regola data nella terza del secondo capo) trouarono due linee radicali solamente in potentia commensurabili, delle quali la più longa fa più potente della più breue nel quadrato di vna linea a lei incommensurabile in longhezza, & qualunque di linee possino essere simile, l'una denomina da numero, cioè la maggiore, over la menore, & l'altra da radice, over ambedue da radice, come al suo luogo si dirà, perciò, che di tal due linee la più longa fa 12. & la più corta 8. bene questo divideremo la più corta (cioè 8) per meta, la qual meta fara 4. faccio questo della più longa (cioè di 12) ne faremo due tal parti, che la quelle due parti vi cadi quella 8 media proportionale, onde operando per le regole date nel precedente capo, & considerando la più corta di dette due parti esser 6 meno 2. & la più longa esser 6 più 2. bor quadrando l'una, & l'altra di queste due parti, & trouando il quadruplo della più corta (cioè di 6 meno 2) esser 32 meno 48. Similmente della più longa esser 48 più 96. Hor questo 2 luogo, & l'altro di questi dui quadrati aggiongendo il quadruplo che fara 24. & trouando che l'una fara 72 meno 96. & l'altra fara 72 più 96. & cosi la radice universale di l'una, & dell'altra di queste due linee fara 6 bene 2 più, & 6 meno 2. cioè la più corta fara 6 meno 2. & la più longa fara 6 più 2. che ad due linee, over quantita habbino la ragione, sopra specificata, come lo dimostra Euclide, & noi in questo luogo lo faremo bene potendo, cioè con la speditezza, quale la pratica del numero, o vuol dir del proprio pratico. Prima egli è manifesto, che le dette due linee sono in potentia incommensurabili, perche a parte la potentia di vna per la potentia dell'altra non se perueniria numero. Secondariamente il tutto di vna in l'altra, procedendo secondo la regola data nella nona del terzo capo, troueremo che fanno 12 più 8. che è superficie mediale, come di sopra. Terzo sapendo il quadrato di vna, & l'altra di quelle (che troueremo esser 72 meno 96. & l'altro esser 72 più 96) & facendo ambedue insieme, che fanno precisamente 144. che è quantita razionale, come di sopra nella proposizione, & per tanto la nostra conclusione è stata secondo la proposta.

Hauendo Euclide nella 93 del suo decimo libro ne insegnato, & dimostrato geometricamente la regola da saper trouar due linee potentialmente incommensurabili, & che constituiscono superficie rationale, della quale li dui quadrati sono bene mediali, & non in questo luogo mostraremo il modo, anzi regola da essequire vn tal problema praticalmente con numeri, & radici per modo per trouar le dette due linee, prima trouando due linee mediali (secondo la regola data nella decima del secondo capo) solamente in potentia commensurabili, le quali constituiscono superficie rationale, della quale la più longa potti più corta del quadrato di vna linea a lei incommensurabile in longhezza, & quelle due linee trouate con tal regola procedendo, che l'una fia 12. & l'altra 4. bor bisogna procedere, come fecimo nella precedente, cioe pigliar la detta delle più corte, laquale meta fara 2, & dapoi far della più longa, cioe di 12 due tal parti, che vi cadi fra l'una, & l'altra quella 8 media proportionale, laqual cosa non vuol dir altro, che far di 12 due tal parti, che il duno di vna in l'altra facia il quadrato di 16, che fara 256. onde procedendo secondo le regole date nel quinto capo, con pigliar la meta di 12 che fara 6, quadrata, & quel quadrato fara 36, come quella 256, che vuol che sia, & refara 220, & la 6 gionta, & meno di 256 ne dara le dette due parti, delle quali la maggior parte venira a esser 16 più 192, & la menore venira a esser 6 meno 192. & la media proportionale fra quelle douerà esser radice di 256. hor quadra la parte maggiore, cioe 16 più 192 fara 256 più 12288. & nominal quadrato esser 1024 più 12288. & a quello quadrato aggiongendo il quadrato di quella media proportionale, cioe di quadrato 256. il qual quadrato fara 65536. & nominal, che fara 1024 più 77824. & radice universale di tal binomio fara la più longa delle due ricercate linee, cioe fara 16 più 192 più 256. per trouar la più corta, trouo il quadrato della parte menore, cioe di 16 meno 192 nominal quadrato esser 256 meno 12288. aggiongendo quel medesimo quadrato della media proportionale, qual è 256. nominal che fara 256 meno 12032. & la radice universale di tal binomio fara la

la più corta delle due linee ricercate fara la seconda 16 v. 192 meno 16 v 128.

la più longa delle due linee ricercate fara la seconda 16 v. 192 più 16 v 128.

la superficie 16 v 2 v 3.
la somma di quadrati 144

16 più 8 & 16 meno 8

16 più 8.

prima parte 16 più 8 seconda 16 meno 8

fanno 16 più 16 meno 16 più 16

2 moltiplicar 16 più 8 per 16 meno 8
fia 16 più 8 meno 16 più 8

16 più 8

la più longa delle due linee ricercate fara la seconda 16 più 8 (16 più 8)

la più corta linea delle due ricercate fara la seconda 16 meno 8 (16 meno 8)

fara la più corta linea delle due ricercate, cioè fara $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno $\frac{1}{2}$, & questa due linee per le dimostrationi adure da Euclide specialmente li conviene haver nelle ricercate condizioni, ma per quelli, che non hanno la forma di tal scala, voledolo vedere praticalmente in suo primi le dette due linee, cioè $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più $\frac{1}{2}$, & $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno $\frac{1}{2}$ prima fano proximamente incommensurabili, perche a parte il quadrato della più longa, qual è $4\frac{1}{2}$ più $\frac{1}{4}$ per il quadrato della più corta, qual è $4\frac{1}{2}$ meno $\frac{1}{2}$ non ne vien quantità razionale. Secondariamente a multiplicar $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più $\frac{1}{2}$ per $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno $\frac{1}{2}$ (procedendo come nel terzo capo si mostrerà) trovasi, che fara proportionale, il qual è vero, e che superficie, & razionale (come si dimanda) Terzo pigliando seguenti di linea $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più $\frac{1}{2}$, & $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno $\frac{1}{2}$, che li trovara fano effere $4\frac{1}{2}$ più $\frac{1}{4}$, & l'altro $4\frac{1}{2}$ meno $\frac{1}{4}$, & finalmente poi intendere si trovara nel numero far radice 1. che è superficie mediale, come si ricerca, che è il proposito.

Vdite adhora nella 26 propositione del suo decimo libro, se dichiara il modo, nuovo regola da saper geometricamente trovar due linee proximamente incommensurabili, & che compongano superficie mediali, delle quali li dui quadrati tolti insieme fano razionali incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra. Ma noi mostraremo in questo luogo da ritrovar proximamente ad due quantità qui nominati, & indici.

Per trovar adunque ad due quantità, prima trovaremo due linee mediali (secondo la regola data nella undecima del secondo capo) talmente in potentia commensurabili, quali compongano superficie mediale, della quale la più longa potia esser più corta, quanto è il quadrato di alcuna linea incommensurabile in longhezza, & quelle fano quelle due, che con detta regola in quel luogo fano trovate, cioè 2 & 1. & 2 & 1. & con quelle procederai facendo l'ordine della precedente, cioè pigliarai la minor della più corta, cioè detta 2 & 1. che fara $\frac{1}{2}$ & 2 & $\frac{1}{2}$, fano quello tanto di 2 & 2 & $\frac{1}{2}$ (cioè della più longa) due nel primo, che la detta 2 & $\frac{1}{2}$ vi colochi media in continua proportionalità, e vedi che fara di 2 & 2 & 1 due nel primo, che multiplicata l'una di l'altra faccia il quadrato di 2 & $\frac{1}{2}$ il qual quadrato fara radice $\frac{1}{2}$, onde per far le dette due parti, procederai secondo la regola data nel quarto capo, cioè pigliar la metà detta 2 & 1. che fara 2 & $\frac{1}{2}$, quadrata, & fara $\frac{1}{4}$, aggiunta al quadrato $\frac{1}{2}$ (che vedi che fanno) fara 2 & $\frac{1}{2}$, & la radice di questa 2 & $\frac{1}{2}$ (che fara 2 & $\frac{1}{2}$) aggiunta, & tratta di 2 & $\frac{1}{2}$ fara le dette due parti, cioè la maggior parte fara 2 & $\frac{1}{2}$ più 2 & $\frac{1}{2}$, & la minor fara 2 & $\frac{1}{2}$ meno 2 & $\frac{1}{2}$, che fa la proposta, provarai poi così essere fano questo quadrato l'uno, & l'altro di queste dette parti, & troverai, che il quadrato della maggior parte fara 2 & $\frac{1}{2}$ più 2 & 1. & quello della minore fara 2 & $\frac{1}{2}$ meno 2 & 1. fano questo adunque l'uno, & l'altro di questi dui quadrati aggiunti insieme fano quello della 2 & $\frac{1}{2}$ (media proportionale) il qual quadrato fara 2 & $\frac{1}{2}$, & che fano questo provarai, che l'una fara 2 & $4\frac{1}{2}$ più 2 & 1. & l'altra fara 2 & $4\frac{1}{2}$ meno 2 & 1. & così la radice multiplicata di l'una, & l'altra di tal due fara una l'una, & l'altra delle due linee ricercate, cioè la più longa fara $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più 2 & 1. & la più corta fara $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno 2 & 1. che è ne li dati di sopra (quali che prova mi mandò) provarai, che hanno tutte le ricercate condizioni, come che in margine poi vedere, che compongano di superficie 2 & $\frac{1}{2}$, che è superficie mediale, come si ricerca, & la somma di loro quadrati fa 2 & 8. che è per superficie mediale, qual è incommensurabile al doppio della superficie di l'una in l'altra, la qual superficie, come vedi in margine è 2 & $\frac{1}{2}$, & il doppio è 2 & 6. & questa 2 & 6 è incommensurabile con 2 & 8. perche a parte l'una per l'altra non ne vien quantità denominata da numero, e però la già è proposta.

Tutte quelle linee, che fin hora sono state mostrate da formare, & da Euclide geometricamente, come da noi praticamente con numeri, & radici, non sono state mostrate senza causa, anzi sono state dichiarate, perche non sapendo alcuni ordinatamente sarà impossibile di poter formare con ragione quelle altre dodici specie di linee irrationali, che vanno seguendo dietro alla linea mediale, la qual linea mediale, come fu detto nella quarta del secondo capo è la prima di quelle 13 linee irrationali, & della quale fu detto parlar, & mostrar Euclide nel suo decimo libro. Il nome delle quali linee si nascono sono brevemente nella detta quarta del secondo capo, ma nel seguente capo di meglio in mano si andara replicando, & mostrando particolarmente li detti nomi, & le qualità, & formationi, & specie di ciascuna di quelle, & l'ordine mirabile, che hanno fra loro.

Della formatione, qualità, & denominatione delle 13 linee irrationali composte. Cap. VI.

EVdide nella 37 propositione del suo decimo libro da noi mostrato dice, che se fanno due linee irrationali, solamente in potentia commensurabili, & fano congiunte di tutta insieme, tutta la linea composta da quelle fara irrationale, & è detta Binomio.

2 multiplicar $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più $\frac{1}{2}$ per $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno $\frac{1}{2}$

fa 2 superficie razionale

quad. della prima 2 & $4\frac{1}{2}$ più 2 & 1
quad. della seconda 2 & $4\frac{1}{2}$ meno 2 & 1

la lor summa fa 2 & 8

2 & 2. & 2 & 2.

prima parte 2 & $\frac{1}{2}$ più 2 & $\frac{1}{2}$
seconda parte 2 & $\frac{1}{2}$ meno 2 & $\frac{1}{2}$

summa 2 & 1.

2 multiplicar 2 & $\frac{1}{2}$ più 2 & $\frac{1}{2}$ per 2 & $\frac{1}{2}$ meno 2 & $\frac{1}{2}$

fa 2 & $\frac{1}{2}$

la più longa delle due linee ricercate fara la seconda forma $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più 2.

la più corta delle due linee ricercate fara la seconda forma $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno 2.

2 multiplicar $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ più 2 per $\sqrt{.}\sqrt{4\frac{1}{2}}$ meno 2

fa 2 & $\frac{1}{2}$ superficie mediale

quadrato prima 2 & $4\frac{1}{2}$ più 2
quadrato seconda 2 & $4\frac{1}{2}$ di 2

la lor summa fa 2 & 1 mediale

la prima linea irrationale detta linea mediale, come fara 2 & 2. & altre simili.

la seconda linea irrationale detta binomio è, come fara 2 & 10 più 2 & 6. over 2 & 10 più 2. & altri simili.

Per laqual propositione ne da ad intendere il binomio composto da due radici quadre sorde incommensurabili in longhezza, ouero da vn numero, & da vna radice quadra sorda, esser la seconda linea irrationale, dapoi la linea media, o vuoi dir mediale, prima, & diffinita nella quinta del secondo capo. Ma quello tal genere di binomio si diuide poi in specie, come che al suo conueniente luogo s'intendera.

2 Vlchora Euclide nella 36 propositione del suo decimo libro (da noi andato) dice, che se due linee mediali solamente in potentia commensurabili, & contenenti superficie razionale, siano congiunte direttamente, tutta la linea da quelle composta sara irrationale, & sara detta bimediale primo.

Nella fine del secondo capo fu detto, che delle linee mediali alcune eßer fra loro commensurabili in longhezza (come furia $\sqrt{6}$ & $\sqrt{436}$) & alcune eßer commensurabili solamente in potentia (come furia $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$) & alcune, che non sono commensurabili, ne in longhezza, ne in potentia (come furia $\sqrt{6}$ & $\sqrt{8}$) & oltra che di questa misure ha parlato Euclide, come hauemo anchora sopra la detta fine del secondo capo) anchora in quelle, che sono commensurabili in longhezza, solamente ha dimostrato nella 27 del decimo quelle contener superficie mediale, & non altro, & tutto questo è proceduto, perche ne l'una, ne l'altra non vi faceua bisogno nelle cose, che hauea da dimostrare. Ma in quelle linee mediali, che sono commensurabili solamente in potentia per hauer molto da adoperare, & in diuersi modi (come in parte si è visto) prima diuise quelle in due specie, cioè alcune contener superficie razionale (come furia $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$) & alcune contener superficie mediale (come furia $\sqrt{6}$ & $\sqrt{8}$) & per tanto nella detta 36 propositione del suo decimo ne assonse, che le due di quelle linee mediali solamente in potentia commensurabili, che contengono superficie razionale fanno congiunte direttamente in longo (intendendo con il termine del più) tal linea da quelle due composta sia irrationale, & che per nome sia detta bimediale primo, & così quella tal linea venga a eßer la prima irrationale di quelle 13. di che fu parola nel detto suo decimo libro.

La prima linea irrationale detta bimediale primo è, come furia $\sqrt{6}$ più $\sqrt{24}$ & $\sqrt{6}$ più $\sqrt{54}$ & altre simili.

3 Vlchora il detto Euclide nella 37 del detto suo decimo libro dice, che le due linee mediali solamente in potentia commensurabili, & che contengano superficie mediale siano congiunte direttamente, tutta la linea così da quelle due composta sia irrationale, & che sia detta bimediale secondo.

La quarta linea irrationale detta bimediale secondo è, come furia $\sqrt{6}$ più $\sqrt{72}$ & $\sqrt{6}$ più $\sqrt{96}$ & altre simili.

Per quello che fu detto nella precedente dichiaratione si può comprendere assai quello, che il detto Euclide conclude nella detta propositione, nellaquale, come si dice, che le due di quelle linee specie di linee mediali solamente in potentia commensurabili, ma contenenti superficie mediale (come furia $\sqrt{6}$ & $\sqrt{8}$) fanno congiunte insieme (dicendo $\sqrt{6}$ più $\sqrt{8}$) tutta la linea così composta di quelle due sia irrationale, & che sia detta bimediale secondo, & questa in ordine viene a eßer la quarta linea irrationale di quelle 13. più volte dette.

4 Similmente il detto Euclide nella 38 del detto suo decimo libro dice, che quando fanno congiunte due linee potentialmente incommensurabili, & che contengano superficie mediale, delliquali ambidoi li quadrati tolti insieme siano razionali, tutta la linea da quelle due composta sia irrationale, & quella sia detta linea maggiore.

La sopradette due linee da comporre questa quinta linea irrationale detta linea maggiore se ben si accordano esser quelle, che mostrassimo da trouar nella prima del precedente capo, delliquali (hauute in quel luogo) la più longa fu $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}+3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ & la più corta fu $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}-3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ & così congiunte quelle due linee, & altre simili, con il termine del più, dicendo $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}+3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ più $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}-3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ tal composition è detta la linea maggiore, & è la quinta irrationale di quelle 13 più volte dette.

La quinta linea irrationale detta linea maggiore è, come furia $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}+3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ più $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}-3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ & altre simili.

5 Et detto Euclide nella 39 propositione del suo decimo libro dice queste parole. Quando hanno congiunte due linee potentialmente incommensurabili, & contenenti superficie razionale, delliquali ambidoi quadrati tolti insieme siano mediali, tutta la linea così composta sia irrationale, & sia detta linea potente irrationale, & mediale.

Anchora le soprascritte due linee, con lequali si compone questa sesta linea irrationale, detta linea potente in razionale, & mediale, se ben si accordano esser quelle, che mostrassimo di trouar nella seconda del precedente capo, delliquali la più longa delle due trouassimo quel luogo fu $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}+3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ & la più corta fu $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}-3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ equal due linee & altre simili) congiunte con il termine del più, dicendo $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}+3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ più $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}-3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ tal composition è detta linea potente in razionale, & mediale, & questa è la sesta linea irrationale di quelle 13 più volte dette.

La sesta linea irrationale detta linea potente in razionale, & mediale è, come furia $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}+3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ più $\sqrt{\frac{1}{2}v.(7+\sqrt{33}-3\sqrt{3}+\sqrt{65})}$ & altre simili.

6 Anchora

6 NOtano Euclide nella 42 propositione del decimo libro, dove in questa forma. Quando saranno congiunte due linee potentialmente incommensurabili, de' componenti superficie mediale, delle quali mobile quadrato sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie di l'una in l'altra, sarà la linea lor irrationale, & lor detta potente in due mediali.

Le sopradette due linee, con lequali si compone questa seconda linea irrationale (detta linea potente in due mediali) sono quelle (le cui si ascondi) che nostramente di nouo metta, & vltima del precedente capo, delle quali la più longa di quelle due nouate in quel luogo (cioè v. (R 4½ più R 3) & la più corta fra R v. (R 4½ men R 3) equal due linee congiunte con il termine del più in questa forma R v. (R 4½ più R 3) più R v. (R 4½ men R 3) dal congiungimento, over seconda detta linea potente in due mediali, & questa della seconda linea irrationale di quelle 13 poi volte dove.

La seconda linea irrationale detta Potente in due mediali è come sarà R v. (R 4½ più R 3) più R v. (R 4½ men R 3) & altre simili.

Conseguentemente a questa 42 del decimo di Euclide, seguita la 43. 44. 45. & 46 del detto suo decimo libro. Nella 43 dimostra, come di'egli impossibile esser dando un binomio in altre due linee sono il termine di quelle, dalle quali è congiunto, & nominato, & nelle altre cinque proposizioni, che seguitano, il medesimo dimostra delle altre cinque seguenti linee irrationali, cioè del binomiale primo, & del secondo, della linea maggiore, della potente in razionale, & mediale, & della linea potente in due mediali. Lequali 6 proposizioni habbiamo fuori di nostro ordine posto per esser più facile nel proporsi per dimostrare speculativamente altre proposizioni che per la pratica, l'altre è, che in proposizioni con difficultà si possono con esempij ben ordinate verificare, ma solamente con speculative dimostrationi.

Delle specie del binomio, & della regola di saper componere, over formare ciascuna di esse specie praticalmente con numeri, & nodi. Cap. VII.

DIcesse li duoi nomi del binomio (come si dice sopra la prima del precedente capo) l'uno, & l'altro può esser denominato da una radice sorda (come sarà 2 che quadro fa 4 più R 12. & altri simili) over che l'uno di detti duoi nomi può esser denominato da numero, & l'altro da una radice sorda, ma quella può intervenir in duoi modi, cioè che la volta può esser il maggior nome denominato da numero, & alle volte il menor (come sarà 2 che quadro fa 5 più R 12 over quadro fa 17 più R 5. & altri simili) & per che ambedue ciascuna di queste sorte di compositioni può esser di due specie (come di sopra s'è nominato) per il che il viene a esser 4 specie di binomij, delequali 4 specie, la prima è detta binomio primo, la seconda binomio secondo, la terza binomio terzo, la quarta binomio quarto, la quinta binomio quinto, & sesta, & vltima è detta binomio sesto. Lequali 6 specie Euclide con somma prudentia ne le dimostra in questa forma, dicendo.

Diffinitioni di Euclide del primo ordine di binomij.

1 QUella parte più longa del binomio, fia più potente della più breve per accrescimento del quadrato di una linea commensurabile in longhezza alla medesima parte più longa, & se dopoi la medesima parte più longa, fia commensurabile in longhezza a una cosa posta razionale, quello si dimanda binomio primo. Ma se fia la parte più corta, che commensurabile con la detta linea posta razionale si dirà binomio secondo. Ma se nè una, nè l'altra delle dette parti di quello commensurabile con la detta linea posta razionale in longhezza si chiamerà binomio terzo.

primo ordine
7 più R 45
R 12 più R 48
R 50 più R 48

secondo ordine
6 più R 5
R 20 più 5
R 8 più R 5

Perhò intendasi, non solamente queste tre diffinitioni, ma anchora quelle altre tre, che di sotto consequentemente seguita, bisogna ricordarsi qualmente nella prima di questo capo fu detto come che il binomio in genere era composto di due linee razionali solamente in potentia commensurabili, & nella seconda, & decimaterza del secondo capo fu detto medesimo, che di due linee razionali solamente in potentia commensurabili la maggiore, che la più longa, alle volte può esser più potente della più corta del quadrato di una linea a lei commensurabile in longhezza, & alle volte la incommensurabile in longhezza. E per tanto bisogna notar, che questo genere di binomio (cioè quadro) si divide prima in duoi ordini, il primo di qualsiseno numi quelli, che la parte più longa è più potente della più breve, nel quadrato di una linea commensurabile in longhezza alla detta parte più longa (come sarà quello 7 più R 45 over quello R 12 più R 48 over quello R 50 più R 48 & altri simili) & secondo ordine sono numi quelli, che la detta parte più longa è più potente della detta più breve nel quadrato di una linea incommensurabile in longhezza alla detta parte

più longa, come fia quello ꝛ più ꝛ. ouer questo ꝛ 10 più ꝛ, ouer questo ꝛ6 più ꝛ 2. & altri simili. Ma perche il detto nome del binomio si piano, & l'altro ordine può venir in tre diuersi modi, come nelli sopra detti esempij appare, cioè in alcuni la parte più longa è denominata da numero, & la più corta da radice, & in alcuna la parte più longa è denominata da radice, & la più corta da numero, & in alcuni l'una, & l'altra parte è denominata da radice (come che di sopra anchora è stato detto) e però seguita, che il detto, & l'altro di detti duoi ordini è diuiso in tre specie di binomij. Et perche ogni quantità continua, che sia denominata da qualche numero, ouer da qualche radice anchor che tal numero, ouer radice sia pronunciato ignoto, come costuma il mathematico, nondimeno tal numero, ouer radice, sempre s'intende di qualche simile misura commune, cioè di piedi, ouer piedi, ouer palmi, ouer dadi, ouer grani, ouer qualche altra piccola misura formata con una spetie di compasso a nostro piacer, come più volte è stato detto, & tal spetie di misura s'intende voce longhezza, o vuoi dir una linea retonda, per esser a noi cognita, & famigliar, & quella callina, ouer misura, nelli numeri assurdi di quinta continua è, come la vsata nelli numeri discreti detta. Et per tanto tutte le altre linee numerate, ouer misurate giustamente con tal nostra misura sono denominate da numero sono, cioè dal numero delle volte, che tal nostra misura, numera, ouer misura precisamente quella, ma se la non le misura così precisamente, ma sono però commensurabili in longhezza con quelle tal linee siano denominate da numero rotto, ouer da sono, & rotto, come fia detto nella seconda del secondo capo, & in altri luoghi, & se per sorte in tali operationi vi occorresse qualche altre parti denominate da altra specie di radice sorda, ouero di altra quantità irrationale, che si riferiscono a quella nostra prima supposta misura, cioè a quella nostra linea retonda, & rotta, che anchora simili numeri rotti detti, & rotti misti, ouer rotti sono a mathematico, & riferiscono alla prima detta la considerata mathematicamente, cioè indiuisibile, come nel principio della prima parte, & in molti altri luoghi in parte fu detto.

Adunque da tutte queste particolarità sopra numerate facilmente si può intendere la qualità di quelli residui (cioè primo, secondo, & terzo) compresi, & dichiarati da Euclide di sopra nel primo ordine. Perche ogni cosa manifesta, che la parte più longa del primo binomio composto, ouer denominata da numero (dicendo ouer commensurabile in longhezza a quella linea posta razionale) & la più corta da radice. Et perche la parte più longa di ogni specie di binomio si debbe sempre mettere, per il primo nome di tal binomio, per tanto dicemo, che il primo binomio composto, ouer composto di numero più radice, come fia a dire di questo 7 più ꝛ 40 il quale è realmente binomio primo, per hauer in se quelle conditioni, che si ricerca al binomio primo, perche se del quadrato del detto primo nome, che fia 49 ouer caueremo il quadrato del secondo nome, che fia 40 restera 9 la radice del quale 9 fia 3 il qual 3 fia commensurabile in longhezza con il detto primo nome (cioè con quel 7) & il detto 7 vien a dire anchora commensurato in longhezza con la nostra linea posta razionale (dove ch'è la nostra misura) per esser 7 di dette misure, & per tal ragioni anchora quello fia binomio primo 7 più ꝛ 40 & così anchora questo ꝛ2 più ꝛ 18 & altri simili.

primo binomio 7 ꝑ ꝛ 40
primo binomio 5 ꝑ ꝛ 10
primo binomio 12 ꝑ ꝛ 18

Similmente ogni volta che la detta differentia, che si piglia dal quadrato del secondo binomio composto, ouer denominata da numero (dicendo ouer commensurabile in longhezza con la nostra linea posta razionale) però diremo, che tal secondo binomio, ouer composto di radice più numero, come fia a dire questo ꝛ 13 più 4 qual similmente secondo binomio per hauer quelle qualità, che si ricerca al secondo binomio, perche se del quadrato di 13 qual fia 13 ne caueremo il quadrato di 4 che fia 16 restera 3 la radice del qual 3 che fia ꝛ 3 si troua ouer commensurabile in longhezza con ꝛ 13 & essa di questo 3 sia secondo nome è commensurato (per le sopra dette) in longhezza, con la detta nostra linea posta razionale, & per le sopra dette ragioni anchora questo fia secondo binomio ꝛ 12 più 3 & similmente questo altro ꝛ 11 più 7 & altri simili.

secondo binomio ꝛ 13 ꝑ 4
secondo binomio ꝛ 12 ꝑ 3
secondo binomio ꝛ 11 ꝑ 7

Anchora ogni volta, per la detta definitione, che l'una, & l'altra delle due parti dette sono binomio composto, ouer denominata da radice, & non da numero, vedendo che l'una, nell'altra debbe commensurare con la detta nostra linea posta razionale, e però diremo, questo binomio ouer composto di radice più radice, come fia a questo ꝛ 50 più ꝛ 45 quale similmente binomio, per hauer quelle qualità, che si ricerca al 3 binomio, perche se del quadrato del suo primo nome, che fia 50 ne caueremo il quadrato del secondo nome, che fia 45 resta 5 la radice di 5 che fia ꝛ 5 sarà commensurato in longhezza con la detta nostra linea posta razionale, & così anchora questo ꝛ 12 più ꝛ 8 & similmente questo altro ꝛ 20 più ꝛ 5 & altri simili.

terzo binomio ꝛ 50 ꝑ ꝛ 45
terzo binomio ꝛ 12 ꝑ ꝛ 8
terzo binomio ꝛ 20 ꝑ ꝛ 5

Diffinitioni

Diffinitioni di Euclide del secondo ordine di binomij.

Nobora le la prima più longa può mancho più della più breue, quanto è il quadrato di una linea incommensurabile in longhezza alla data prima più longa, & le la più longa delle date prime fia commensurabile in longhezza a una potta razionale, quella fi chiamara binomio quarto. Ma le fia la più breue, che commensurabile in longhezza con la data potta razionale, fi nominara binomio quinto. Et le fia, che ne l'una, ne l'altra delle date commensurabile con la data potta razionale fia detto binomio sesto.

Questo secondo ordine di diffinitioni, ouero fu posto diligentemente dal precedente, percioche fi fa la seconda congiunta con quella successivamente, con il quale secondo ordine di diffinitioni, Euclide ne manifesta qualmente il quarto binomio è composto di numero più radice alla similitudine del primo, ma è differente dal primo in questo, che il primo nome del primo binomio è più potente del secondo nel quadrato di una linea a le commensurabile in longhezza. Et il primo nome del quarto binomio è più potente del secondo nel quadrato di una linea a le incommensurabile in longhezza, come fia 2 dir questo 6 più 3 via 3, nel quale si vede, che egli è composto di numero più radice alla similitudine del primo binomio, ma le del quadrato del primo nome, qual fia 36. ne auanza il quadrato del secondo, che fia 27. cioè 9 via 3. & perche la radice di 9 quadrato è commensurabile in longhezza con il detto primo nome (che son quel 6) perche ambi fanno commensura con il numero, e però tal binomio fia binomio quarto, & non primo per la fua diffinitione, & per le medesime ragioni anchora quest'altro 5 più via 10. fia binomio quarto, & similmente quest'altro 3 più via 6. & altri simili.

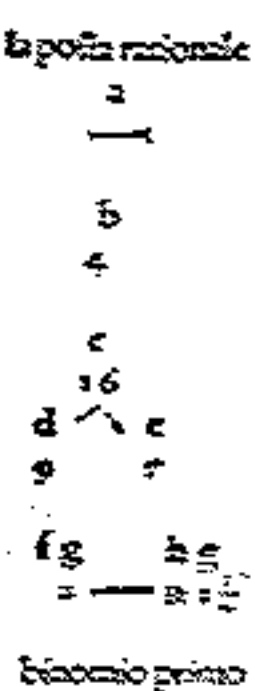
quarto binomio 6 più via 3
quarto binomio 4 più via 10
quarto binomio 3 più via 6

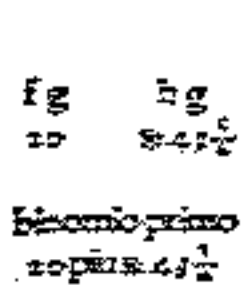
Ma nelle date del secondo ordine il detto Euclide ne mostra, come che il quinto binomio è composto di radice più numero alla similitudine del secondo, ma è differente dal secondo in questo, che il primo nome del secondo binomio è più potente del suo secondo nome nel quadrato di una linea a le commensurabile in longhezza, & quello del quinto tal contrario, cioè che il primo nome del quinto binomio è più potente del suo secondo nome nel quadrato di una linea a le non commensurabile in longhezza, come fia 2 dir questo 8 più via 2, nel quale si vede, che egli è composto di radice più numero alla similitudine del secondo, ma è differente dal secondo in questo, che il primo nome del secondo binomio è più potente del suo secondo nome nel quadrato di una linea a le commensurabile in longhezza, & quello del quinto tal contrario, cioè che il primo nome del quinto binomio è più potente del suo secondo nome nel quadrato di una linea a le non commensurabile in longhezza, come fia 2 dir questo 20 più via 8. nel quale si vede, che egli è composto di radice più numero alla similitudine del secondo, ma è differente dal secondo in questo, che il primo nome del secondo binomio è più potente del suo secondo nome nel quadrato di una linea a le commensurabile in longhezza, & quello del quinto tal contrario, cioè che il primo nome del quinto binomio è più potente del suo secondo nome nel quadrato di una linea a le non commensurabile in longhezza, come fia 2 dir questo 8 più via 2.

nomio, ma acciochè in pratica sia molto l'ordine bisognevole dato dal decimo Euclide nelle sue
per allegare le proposizioni del decimo suo decimo libro, in quello luogo voglio seguitare le sue
pedate, non geometricamente, ma praticamente con numeri, & radici. Per formare adunque il
primo binomio sia la linea a b nostra potenza razionale, cioè la nostra misura supposta a nostro
piacere in tal operazione, & sia tale due numeri quadrati, precisamente il numero c, qual sia 4. & il
numero d, qual sia decimosesto in un numero quadrato, & in un altro non quadrato, qual poniamo
che sia 16. diviso in d numero quadrato (qual sia 9) & in e numero non quadrato (qual sia 7) & il
tutto posto sia messo una quantità, come linea, che il quadrato della nostra misura a b al quadrato
di quella sia quanto habbia quella medesima proportione, che ha il numero b, cioè 4. al numero
e, cioè 16. Se perchè detta nostra misura è quasi, come vista naturale, come fusse a piede, o vero altra misura formata con il compasso a nostro piacere, laquale misura comunemente si divideno in più parti eguali, cioè il piede si divide comunemente in 12 pieghi, il
piede da nostri antichi si divideva in 4 palmi, & il palmo in 4 dita, il dito in 4 grani, come dice in al-
cuni luoghi da me altre volte detto, ma lo replico in questo luogo, acciochè sia facile il fare poi
Euclide per non esser molto libro, che da gli huomini facilmente. Essendo adunque la nostra potia
razionale, come la vista naturale il suo quadrato sia pari a 4 posto per la regola del 7. diviene, se 4
mi dà 16. che mi darà 4. la radice del quale 2 in questo caso sarà il primo nome
del nostro binomio primo, cioè sarà 2. il quale 2 lo chiamaremo f g (per accordarsi con Euclide)
per trovare poi il secondo nome di questo binomio, anchor che Euclide lo meni con due operatio-
ni, io per meno in una sola, dove trovando un corrispondente al quadrato del g, (il quale quadrato in
questo caso sarà 4) nella proporzione del numero c, qual è 4 al numero e, qual è 7. & per tornelo
detto, se 4 mi dà 7. che mi darà il quadrato del g, cioè 4. operarete mi darà 7/4 per il quadrato
del secondo nome, & così 7/4 sarà il numero secondo nome del nostro binomio primo, qual
secondo nome chiamaremo h g, qual congiunto con il comune del più, con il primo nome darà
più 7/4, che se me fusse preso proposito cercar binomio primo, perchè il quadrato di 2, quale è
4, e più del quadrato di 7/4 (qual è 1 3/4) = 5 3/4, & la g 2 con la h g 7/4 saranno 3 1/2, quale viene essere com-
mensurabile con il maggior nome, qual è 2 per numero, & il detto primo nome (qual è la quarta più
luogo) incommensurabile in longhezza alla nostra potia razionale, cioè alla nostra misura, laquale
supponiamo un piede. Ma quando la nostra potia razionale fusse di nove pieghi, & volendo ridurre la nostra operazione a pieghi, quadraremo li detti 9 pieghi, fanno 81, dopoi
procederemo, come prima dicendo, se 4 mi dà 16 che mi darà 9. opera che mi darà 36. la radice
della quale fia 6. & questo 6 chiameremo (come fa Euclide) f g, & sarà fia il primo nome del
nostro primo binomio, che intendiamo di formare, volendo noi trovar il secondo nome in una
sola operazione, come si fece nell'altro diremo, se 16 mi dà 9 che mi darà il quadrato di g, (cioè
7) opera che mi darà 4 1/2 per il quadrato del secondo nome, e però 2 + 4 1/2 farà il ricercato secon-
do nome del nostro ricercato binomio primo, qual secondo nome chiamaremo pur h g, (come fa
Euclide) qual congiunto con il comune del più al primo nome, darà poi 2 più 4 1/2, che se me
sarà preso proposito medesimamente altro binomio primo per le ragioni dette devo fare perchè
la nostra potia razionale, cioè la nostra misura, può esser varia in infiniti modi, & similmente il
numero b, e d, & e, laqual potrà formare infiniti binomi primi.

Ma che ben consideri questo modo quasi duro da Euclide per trovare il primo binomio non è diffe-
rente da quello usato nella dimostrazione del secondo capo, per trovar due linee incommensurabili
solamente in potenza commensurabili, delle quali la più longa posta più della più corta nel quadrato
di una linea a lei commensurabile in longhezza, ecco che quello è generale a tutti i binomi
del primo ordine, cioè al primo, secondo, & terzo, & questo è solamente per trovare il primo, espe-
rò in questo ci si gli aggiunge la nostra potia razionale, & il numero quadrato, & tutto il resto
per non è differente da quello in cosa alcuna, & quella potia razionale, & il numero quadrato
bisogna ben che gli aggiunga in questo per altro, che per ciò che il primo nome, cioè la più longa linea
del detto binomio vuole denominarsi da numero, & non da radice sorda, perchè pigliando la det-
ta più longa linea, vuole che la proporzione del quadrato della nostra a il quadrato di quella
sia, come da numero quadrato a numero quadrato, e però la sia pieghi 8, come dal detto si dice,
cioè, come da 4 a 16, per laqual cosa si segue poi di necessità, che la detta linea più longa venga ad
esser commensurabile in longhezza con la nostra razionale, e però sia linea più longa razionale, cioè
denominata da numero, come si ricerca al primo binomio.

Ma che ben consideri poi quelli sei modi, over regole per noi sopra dette sopra la detta decimaterza del
secondo capo, circa quella variazione, che può occorrere in quelle che sono trovate con altri
modi.





mo,che regole potrà con facilità breuissima formarsi non solamente il primo binomio, ma ancora il secondo, & terzo. Essempi gratia volendo per tal regola formar il detto primo binomio, piglieremo per denominatione del primo nome, cioè della parte longa del numero che pare, hor poniamo 20 per il primo nome, il quale diuideremo per quel numero quadrato che parte in due tal parti, che l'una sia numero quadrato, & l'altra non quadrato. Hor potemo, che tal numero quadrato sia 16. & lo diuideremo in 4 numero quadrato, & in 12 numero non quadrato, dipoi quadraremo il medesimo primo nome, cioè 20. fanno 400. dipoi diremo, se 16 ci dà 12. che ci darà 300. cioè, direti darà 300. per il quadrato del secondo nome, per esser la lunga, e per tanto li dee aggiongere la linea venerà a esser 400. il quale congionto con il numero del più il medesimo 20. darà poi 420 più 400. per il medesimo nascerà primo binomio, che se ne darà prova nouamente coll'altre. binomio primo 20 più 300

Anchora il può formar il detto primo binomio per quell'altra breue regola posta vltimamente per la detta decimasettima del secondo capo, con laquale (volendo) il medesimo detto primo binomio sempre composto di numeri fatti, cioè sarà nato in altro modo, & per tal regola piglia per il suo primo nome, che numero sarà pare, & quadrato, & di quel quadrato cauarne uno di quelli numeri quadrati contenuto da quello (quel che pare) dimmene, che quel che resterà non sia numero quadrato, & la radice lunga di quello resti il suo secondo nome. Essempi gratia volendo, che il primo nome sia determinato da 6. quadrato quel 6. fa 36. & da quello 25. numero uno di quelli numeri quadrati da lui contenuti, quali di pare, dimmene che il restante non sia numero quadrato, hor essendo il 25. che resta 11. quel non è numero quadrato, & cosi la radice 25. sarà il secondo nome di tal numerato binomio primo, il quale binomio sarà in questo modo 6 più & 11. che se ne darà prova nouamente colli altre. binomio primo 6 più & 11.

Anchora del detto 36 se ne potrà cauar 16. numero quadrato, & restaria 20. quel non è numero quadrato, e però la sia 20 sarà pur il secondo nome, quel giontato a quel 6 con il termine del pari darà 6 più & 20. quel è binomio primo, & così ne si potrà dar del detto 36. il 9. cauato il 4. ellendo ambedui il medesimo ordine con il 25 sarà restato 6 più & 27. & con il 4. ne sarà restato 6 più & 32. che l'uno, & l'altro sarà pur binomio primo, & sarà altra volta nouamente dichiarato. binomio primo 6 più & 27 binomio primo 6 più & 32

Anchora per quella regola (cauata della decimasettima del decimo di Euclide, mutata nella sopra detta decimaquinta del secondo capo) potrai formarne il detto primo binomio, & sarà questo. & per tal quello piglia il primo nome di tal binomio, che numero sij pare, & di quel tal numero sarà due tal pari, che la proportione di una all'altra non sia come di numero quadrato a numero quadrato, & troua il termine medio proportionale fra quelle due pari, quel dimandarai sarà radice sorda, & il doppio di tal radice sorda sarà il secondo nome del ricercato binomio primo, & la sarà di quelle due pari, che sarà quel tal numero nel principio pigliato, sarà il suo primo nome del detto binomio ponendo, che in ciò habbi detto 20. dunque che pari sarà, che l'una all'altra non habbia proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, ben ponendo, che l'una sia 4. & l'altra 5. trouerai il suo medio proportionale fra quelle pari, quale sarà 20. il doppio del quale sarà 40. & quello sarà il secondo nome del detto binomio primo, & il suo primo nome sarà la metà di quelle due pari 4. & 5. che sono 9. & però piglierai in principio, & tal binomio sarà in questa forma 9 più & 40. & con tal regola se potrà trouar infiniti, & certa altra volta tanto. binomio primo 20 più & 96

Anchora si potrà formar il detto primo binomio per quell'altra regola, pigliando per il suo secondo nome la radice sorda di che numero ti pare, ma perche assai pigliala che sia diuisibile per mità, & se quello sarà poi duoi numeri, che il doppio di uno in l'altro faccia il quadrato della mità di tal radice, & la somma di quelli tali duoi numeri, sarà il primo nome di tal primo binomio. Essempi gratia essendo detto 20. per il secondo nome di tal binomio, piglia la mità di 20. che sarà 10. quadra quella 10. fa 100. troua duoi numeri, che il doppio di uno in l'altro faccia quel 100. & quanto che molti siano, & non se ne potrà trouare, non dimeno per hauer il detti assai, piglierai 1. & 50. che multiplicati fanno il detto 50. & così la somma di 1. & 50. che sarà 51. sarà il primo nome di tal binomio primo, & il suo secondo nome sarà la mità 20. che congionta con il detto 51. darà poi 91 più & 20. & così con tal regola infiniti se potrai formare. binomio primo 51 più & 20

4 Volendo Euclide nella 43 propositione del suo decimo libro insegna una regola da superficialmente geometricamente il secondo binomio, laquale regola nella nostra traduttione, ouero del Campano è troppo longa, & oscura, e però la dichiaremo in questo luogo particolarmente con numeri, & caso secondo, che si troua nella traduttione del Zambeno per esser molto più chiara, & breue di operatione, laquale al tempo, che io tradussi Euclide in volgare la lassai fuori, & non curandomi perche nelli comuni ingegni sempre è binomio primo 4 più & 11.

Campano. Per farmi adunque il secondo binomio fino presi dieci numeri, che la somma di ma bisogni quelli, l'uno di loro habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & che gli altri non habbia tal proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come fia 15. & 5. i quali giontili insieme fanno 20. il qual 20. ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & il 15. non vi ha tal proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, fanno questo fin la somma la nostra posta razionale, cioè la nostra proposta sia fatta, & la sesta sua quantità commensurabile in longhezza con la nostra, la qual quantità sola grande, over picola, egli ne accade, cioè fia denominata da numero (per esser commensurabile in longhezza con la nostra razionale, e però potremo pigliare, che numero ne pare, hor pigliamo 15. & questo fara il secondo nome del nostro binomio secondo, fatto questo troveremo valsira quantità, che è quadrato di 15. cioè fara 225. qual quadrato ci ha di quantità habbia tal proportione, come che fia 5. a 20. & per quanto dicemo, & 5. ha di 20. che ci dara 45. opera che troviamo, che ci dara 9. & questo fara il quadrato del primo nome del nostro secondo binomio, adunque la 9. fara il primo nome, & il secondo binomio si proferira in questa forma razionale 9. più 15. che è ne fara prova mostrarci con effetto.

Secondo binomio 9. più 15.

Volendo anchora con somma brevità formar il detto secondo binomio, procederai per questo modo da noi adesso sopra la decimaterza del secondo capo, cioè piglia un numero quadrato a noi piacere, come sarà 16. & dividi questo in un numero quadrato, & in un altro non quadrato, come sarà in 9. & 7. poscia in 4. & 3. poscia in 1. & 6. hor dividendo per il proferito 25. & 7. fara questo quadrato piglia, che numero ci pare per il secondo nome del detto secondo binomio, hor pigliamo 5. quadra questo 5. fa 64. hor trova un accordante a questo 64. in tal proportione, come è da quel 7. a 16. dicendo, se 7. mi da 16. che mi dara 64. cioè, che ci dara 146 2/7. & questo fara il quadrato del primo nome del detto secondo binomio, onde la 146 2/7 trova a dar il primo nome, qual congionto con il nostro secondo (con è proferito dal principio) dara 12 146 2/7 più 5. che è ne fara prova mostrarci con effetto, & con tal regola ne puoi trovar infiniti.

Secondo binomio 5. più 146 2/7 più 5.

Anchora per quest'altro modo si potrà formare il detto secondo binomio, eleggete per il secondo nome di tal binomio, che numero ci pare, & di tal numero piglierai la metà, poi trova il quadrato di tal quadrato, che è detto di sopra la 12. l'altro fara il quadrato di quella tal metà, & dirai così che sopra due radici fordi di tal quadrato, che tal metà gli fia media proportionale, & la somma di tai due radici fordi fara il primo nome del tal secondo binomio. Essempio gratia poniamo, che tu ti habbi eletto 4. per il secondo nome di tal binomio, donde tal 4. per metà, & ne verrà 2. hor trova due radici fordi di tal quadrato, che il detto di sopra (cioè il quadrato di 2.) over che detto il quadrato di una sia il quadrato dell'altra, cioè il quadrato del quadrato di 6. che fara 36. & quantunque si ne potria trovar infiniti, che fariano tal effetto, ma per più chiarezza, & bellezza si debbe cercar di haverle intere, & che si trovino con qualunque dui numeri, che partendo scambievolmente il detto 36. come fariano 4. & 9. & molti altri, & la 4. & 9. fariano le dette due radici, che moltiplicate l'una da l'altra fariano 36. che fia 36. over che il quadrato di una, che fara 4. sia il quadrato dell'altra, che fara 9. & cosi 36. cioè il resto di sopra di 6. hor dico, che la somma di dette due radici (che fara 25.) fara il primo nome di tal secondo binomio, qual fara in questa forma 25. più 12.

Secondo binomio 25. più 12.

Anchora si potria formar il detto secondo binomio, eleggendo il suo primo nome la radice fordà di che numero non quadrato ne pare, & di quella tal radice fordà due tal parti communicanti, che il detto del quadrato di una nel quadrato dell'altra faccia tal numero, con cui il doppio di tal 2. fara il secondo nome di tal secondo binomio, & il primo suo nome fara la somma di quelle due parti, cioè fara quella radice fordà, ma per dar alquanto dilettatione si fa di quelle due parti con tal condizione, meglio è eleggere prima le dette due parti, & con la somma di quelle formare il detto primo nome, cioè trova due radici communicanti, ma di tal qualità, che il detto del quadrato di una fia il quadrato dell'altra fatto numero con cui di quantunque infinite si ne potria trovar tai paia, & fariano tai, ma per più bellezza cercar di trovarne di numeri fatti, come fatto 8. & 2. over 8. & 1. & 8. & 18. & così dicendo. Fatto questo trova il medio proportionale fra quelle due radici, che trovarai tal medio proportionale esser numero razionale, il doppio del qual numero dico, che fara il secondo nome del nostro binomio, che cercchiamo, & la somma di quelle due radici fara il primo nome di tal secondo binomio. Essempi gratia pigliando il medio proportionale fra 8. & 2. troverremo esser 4. il doppio, del quale fara 8. & questo fara il secondo nome del nostro secondo binomio, & la somma di 8. & 2. che fara 10. fara il primo nome del nostro secondo binomio, qual fara in questo modo 10. più 8. che è ne fara prova mostrarci con effetto.

Secondo binomio 8. più 2.

Secondo binomio 10. più 8.

dire il medesimo si venira con 8 + √48 & 8 − √48 delliquali il suo medio proportionale fara √16 doppio, doquale fara 6 per il secondo nome di tal nostro binomio, & la summa di 8 & 8. con 8 & 48. che fara 16 fara il primo nome di tal nostro secondo binomio, il qual binomio fara in questo modo 8 + √48 pari 6. Nota quando si dice radice senza altro cognome (come piu volte di sopra detto) si debbe sempre intendere per radice quadra per esser la prima di tutte le specie di radice.

1 Insegnare Euclide nella 40 propositione del suo decimo libro ne mostra una regola di saper formare geometricamente il terzo binomio. Et noi mostrarremo in questo luogo di saperel'equire va al problema con numeri, & radici, seguendo anchora in questo l'ordine dato in Euclide tradotto dal Zamberto del greco.

Per formare adunque con numeri, & radici il terzo binomio pigliaremo per duo numeri, si come nella precedente, che si componga di ambiduoi quelli 2 ve di loro habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, & all'altro non vi habbia tal proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come fara 2 & 3. & 4. la cui summa fara 7. la proportione adequal è tra 2 & 4, come da numero quadrato a numero quadrato, & al 3. non ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, ma anchor pensato vn'altro numero, qual non habbia nessi 7. ne al 4. proportion, come da numero quadrato a numero quadrato, hor sia el numero 10. qual, come vedi ne al 7. ne al 4. ha proportion, come da numero quadrato a numero quadrato. Et da anchor la nostra prima radice la linea a, hor si trouera vna quantita, che è quadrato della nostra a, al quadrato di quella habbia quella medesima proportione, che ha 10 a 7. laqual trouarai con la regola del 3. dicendo, se 10 mi da 7. che mi dara 1 quadrato di a. il qual quadrato di a, poi esser quadrato di che numero si sia, cioe sia detta nostra misura a, sia posto per vna volta il suo quadrato sia pur 1. & facendo come di sopra regola sara $\frac{7}{10}$ per il quadrato del primo nome del nostro secondo binomio, onde el primo nome sara $\sqrt{\frac{7}{10}}$. Il quadrato del secondo nome bisogna pigliarlo con la proportione, che il quadrato del primo nome, qual fara $\frac{7}{10}$ si come, che è 7 a 4. onde per la regola dicemo, se 7 mi da 4 che mi dara $\frac{4}{7}$, onde operando si trouera venir $\frac{2}{5}$, & questo fara il quadrato del nostro secondo nome, onde el detto secondo nome venira a esser $\sqrt{\frac{2}{5}}$, & tutto il detto terzo binomio fara in questo modo $\sqrt{\frac{7}{10}} + \sqrt{\frac{2}{5}}$ pari a $\frac{1}{2}$ che fara il primo trouato cioè essere.

1. 4
Summa 17
10

$2\frac{1}{2}$

terzo binomio
$\sqrt{\frac{7}{10}} + \sqrt{\frac{2}{5}}$ pari a $\frac{1}{2}$

Ma se la nostra prima radice fusse supposta, poniamo piedi 4. & volendo nella medesima operatione procedere a piedi, procedendo secondo la detta regola si trouera il nostro secondo terzo binomio esser $\sqrt{15\frac{3}{4}} + \sqrt{12}$ pari a 2. & così secondo il numero, che fara supposta la detta nostra radicale, fara radice il detto nostro terzo binomio.

terzo binomio
$\sqrt{15\frac{3}{4}} + \sqrt{12}$ pari a 2.

Anchora poi formare il detto terzo binomio, & con piu breuita, con quella seconda regola di sopra posta fuora la decimasesta del secondo capo, che pigli per vn numero quadrato, come fara 2 che è 4. & dandolo per a vn numero quadrato, & a vn'altro non quadrato, come nella prima, hor dandolo a 3. & 2 fara detto quello per il primo nome del detto terzo binomio, pigliarano che radice fara a pare, hor pigliamo 8 al quadrato, della qual 8 (che fara 2) bisogna trouarne vn conseguente, si come che è 2 a 3. dicendo, se 3 mi da 2 che mi dara 8 operando che sarai, che ne dara $5\frac{1}{3}$. & così $5\frac{1}{3}$ fara il quadrato del secondo nome, onde il detto secondo nome venira a esser $\sqrt{5\frac{1}{3}}$. qual congionto al primo con il termine del più, dira poi $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{5\frac{1}{3}}$ che fara la prima trouata esser binomio terzo, & con tal breue regola se potranno trouare infiniti.

terzo binomio
$\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{5\frac{1}{3}}$

Non che in potendi non anchora il secondo nome a nostro piacere, cioe ponere per il detto secondo nome, che radice sorda si pare, & al quadrato di quella dare vno antecedente, si come, che è 6 a 12. Essempi gratia hor ti pareße di voler, che il secondo nome del detto binomio fusse $\sqrt{6}$ quella $\sqrt{6}$ fara 6, poi dirai se 12 mi da 6 che mi dara 6 operando, che ne dara 3. & così $\sqrt{3}$ fara il primo nome del detto terzo binomio, & fara in questa forma $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ pari a 6.

terzo binomio
$\sqrt{3} + \sqrt{6}$ pari a 6.

Anchora per quest'altro modo si puo trouare il terzo binomio. Troua due radici sorde commensurabili, ma di tal qualita, che il detto del quadrato di vna nel quadrato dell'altra, non faccia numero quadrato di senso, ma faccino simplicemente numero quadrato, come che la maggior parte siano, & trouato questo trouarai il medio proportionale fra quelle due tali radici, il qual medio proportionale fara necessariamente vna radice sorda, il doppio della quale fara il secondo nome del nostro ricercato terzo binomio, & la summa delle dette due prime radici fara il primo nome di tal terzo binomio. Essempi gratia siano le due radici commensurabili $\sqrt{6}$ & $\sqrt{24}$ con la detta condizione, pigliarai il loro medio proportionale, qual trouarai esser $\sqrt{12}$ al doppio della quale 12 fara 24. & questo 24 fara il secondo nome del nostro ricercato terzo binomio, & la summa di 6 con 24 che fara 30 fara il primo nome del nostro terzo binomio, il qual terzo binomio fara in questa for-

ma ℞ 4 ℗ ℞ 42. che se ne darà per prova trouarai così essere, e cõ tal regola se potrai formar infinité.

Anchora puoi formar il detto terzo binomio per quell'altro modo, eleggiẽdo per il suo secondo nome, la ℞ sorda di cinque numero di parte non quadrato, ma per leggie non eleggerai, che sia diuisibile per nissa sesta numero, cioè che il suo quadrato sia diuisibile per 4. Et sumo quello trouarai due ℞ sorde di tal qualità, che'l dutto del quadrato di una sia il quadrato dell'altra. Ancora il quadrato del quadrato della quarta parte del quadrato del detto secondo nome già detto. Et così la summa di quelle tal due radici sarà il primo nome di tal binomio. Essempi gratia pongo, che su il secondo detto per il secondo nome di tal binomio ℞ 10. quadrato fa 10. pigliarne il quarto, che sarà 2½. quadrato fa 2½. trouo due ℞ sorde, che'l dutto del quadrato di una sia il quadrato dell'altra sia 2½. & quantunque infinite se ne potria trouare con tal via, ma per più leggiadria (se possibil è) trouarle in numeri fatti, ma perche in questo caso egli è impossibile, per esser qual 2½ numero fatto numero da 5. e per tanto trouar altrimente non sapria, & per trouarle pari qual 2½. perche numero si pare, fiue pendendolo per 2½ una volta 2½, fa 6¼, & così ℞ 2 sarano le dette due ℞ sorde, quali giunte, over summate insieme fanno ℞ 24½ per il primo nome del detto binomio terzo, seguita gionto con il termine del più il suo secondo nome (già detto in principio) cioè ℞ 24½ più ℞ 10. che se ne darà prova trouarai esser binomio terzo.

Binomio terzo ℞ 24½ più ℞ 10

6 Vedete nella 50 propositione del suo decimo libro, se insegna la regola di saper formare geometricamente il quarto binomio, & noi mostrarremo in questo luogo il modo di esequire un tal problema con numeri, & radici. Per formar adunque il detto quarto binomio, procederai prealligato, come si fece nella formation del primo (nella sua 1ª digressione capo) eccetto che il numero quadrato, qual in quel luogo si posse 16. voglì esser diuiso in dui numeri non quadrati, come sarà 2 cioè in 10. & in 6. & per accordarsi nel dire diremo 2 per 2. & 6 per 3. nel resto procederemo, come si procedemo in quello, cioè sia numero una quinta, over linea, che il quadrato della nostra 2 posta razionale, al quadrato di quella sia 2, come il numero quadrato 2. (cioè 4) al numero quadrato 3. (qual è 6) ma perche la sua definitione 2 non ci lassa esser supposta esser denominata dalla unità, over da qualche numero secondo supponer de l'operante, ma per il presente la supponeremo esser denominata da 5. (come sarà 2 cioè 5 quinti) & quadrato di quelli sarà 2. sino quello diremo per la regola de tre, se 4 mi dà 16. che mi darà 2 sopra, che mi darà 100. per il quadrato del primo nome del nostro binomio quarto, la radice del quale 100 sarà 10. per numero, & questo sarà il primo nome del detto quarto binomio, poi per trouar il secondo nome (anchor che in simile & assai consimile operation) lo possemo trouare in questo modo, dicendo, se 16 mi dà 6. che mi darà 2 quadrato del primo nome, qual è 100. quanto che mi darà, che mi darà 37½ per il quadrato del detto secondo nome, onde il detto secondo nome serà 2 over ℞ 37½, & tanto il detto quarto binomio sarà in questa forma 10 più ℞ 37½, che se ne darà prova, & così esser, & con tal regola se potrà trouar infiniti, & infiti binomi 2. & poi supponer esser denominati da altro maggior, over minor numero di 5. come di sopra è detto.

Quarto binomio 10 più ℞ 37½

Anchora si può formare (& più speditamente) il detto quarto binomio per quel primo modo da noi detto sopra la decima settima del secondo capo, pigliando un numero quadrato (come sarà 2 cioè 4) & diuidendo in dui numeri non quadrati (come sarà in 10. & in 6) fare quello possimo eleggere per il primo nome di tal quarto binomio, che numero si pare. Hor sia detto 2 quadrato quello 16 sarà 144. & 2 quello 144 gli trouarremo in consequente, come che è da 2 a 3. così come che è da 4 al detto 2 sia 36. hor pigliamolo, come da 2 a 3. così da 4 mi dà che mi darà 6. sia che mi darà 36 per il quadrato del primo nome del nostro binomio quarto, qual sarà in questa forma 10 più ℞ 36, che se ne darà prova mostrarai così essere. Ma pigliando il detto consequente, come da 10 a 2. così 5 che mi dà 30. che mi dà 10. 144. così operando si trouarà, che darà 11 ½ per il quadrato del secondo nome, onde il secondo nome sarà ℞ 11 ½, & tanto il binomio sarà in questa forma 10 più ℞ 11 ½, che se ne darà prova mostrarai esser binomio quarto.

Quarto binomio 10 più ℞ 36.

Quarto binomio 10 più ℞ 11½

Anchora il detto quarto binomio si può formare per quell'altro modo, pigliando quel numero, che a te parerà eleggere per il primo nome di quel quarto binomio, che vuoi formare, ben possiamo dire in questo caso in vece di 5. numero quello si di quel 10 dette di sopra, che il detto binomio sarà fatto che numero si piacerà minor di 5. ma con tal condizione, che sempre quelle parti siano irrationali, & non razionali, cioè incommensurabili fra loro. Hor facciamole, che sarano 3. come procedendo per quella regola data sopra la seconda del quarto capo, troverai la minor parte esser 3 più ℞ 1. & la maggiore 7 più ℞ 7. fatto questo trouarai medio proportionale fra quelle due

Quarto binomio 10 più ℞ 36

Quarto binomio 10 più ℞ 11½

due parti, qual trouarai esser ℞ 13 il doppio della qual (che sarà ℞ 7) sarà il secondo nome di quel binomio quarto, & la summa delle dette due parti (cioè di 5 meno ℞ 7 & 5 più ℞ 7. che sarà il detto nostro 10) sarà il primo nome del detto binomio, qual in forma sarà 10 più ℞ 52. che fatta prova, trouarai esser binomio quarto. Il medesimo si seguirà secondo del detto 10 due altre parti, che multiplicate l'una fia l'altra faccino 9. ouer 16. ouer 25. ma non già che faccino 21. perche le dette parti verriano irrationali, perche l'una sarà 3. & l'altra 7. & di questo bisogna auertire, perche molte altre vie si trouarai, come nell'essempio si può trouare il detto quarto binomio, & anchora gli altri, ma voglio che questi ti bastino.

Vedete anchor nella 5ª propositione del sopradetto libro come si può superficialmente operare circa il quarto binomio, & noi in questo luogo insegnaremo il modo di effequire tal problema precisamente con numeri, & radici, & per far ciò essere per l'ordine detto in esso Euclide, bisogna procedere precisamente, come fu detto nella operatione del secondo binomio nella quarta di questo capo, cominciando che bisogna pigliare quelli doi numeri di tal qualità, che la summa di quelli sia l'uno, & la differo di quelli non habbia proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, come sarà 2 & 8. & 3. che la summa di quelli, cioè sarà 14 al 6. & al 3. non ha proportione, come di numero quadrato a numero quadrato, & sia ancora detto, che quando ne pare commensurabile in longhezza con la nostra retta, la quale quando è necessario, che la sia denominata da numero (per la ragion più volte detta) hor poniamo sia quarta, over linea eller 10. & questo sarà il secondo nome del nostro quarto binomio, hor per trouar il primo nome quadrato del detto 10 sarà 100. al quale 100 gli douremo trouar un accidente, come che dal detto 14 al 6. douemo al 6. hor volendolo, come che 14 al 8. douemo per la regola 4 mi da 24. che mi dara 100. aggiontoli 49. per il quadrato del primo nome, al che il primo nome verria a eller ℞ 149. & tutto il binomio sarà in questa forma ℞ 149 più 10. che fatta prova, trouarai esser binomio quinto. Ma ponendo in luogo del 8 il 6. al binomio detto, che 6 mi da 24. che mi dara 100. anche operando ne verria ℞ 37½ per il quadrato del detto primo nome, al che il primo nome per questa positione sarà ℞ 37½, & tutto il binomio sarà ℞ 137½ più 10.

Binomio quinto ℞ 149 più 10

Binomio quinto ℞ 137½ più 10

Anchora il detto quinto binomio si può trouare per questa nostra regola da noi posta sopra la decima settima del secondo capo, dove pigliaremo un numero quadrato, qual ne pare, come sarà 2 & 9. & lo divideremo in doi numeri non quadrati, come sarà in 5. & in 6. & anchora pigliaremo per il secondo nome del nostro quinto binomio, che numero ne pare, hor pigliamo 4. & per trouar il primo nome quadrato il detto 4 più 16 sarà 36 gli mostrarano una mezza linea in doi proportionali, come che 9 al 6 vogliono una mezza linea per trouarlo, come che 9 a 6 dimmo 6 a 4. che mi dà 24 operando che 6 dara 4 per il quadrato del detto primo nome, onde il detto primo nome verrà 2 eller ℞ 24. & tutto il binomio sarà ℞ 24 più 4. che fatta prova trouarai esser binomio quinto, & così con tal regola ne potrai trouar infiniti, & tutti si partirà di volerlo trouar, come che 9 al 5 dimmo 6 a 4. che mi dara 16. operando che 5 dara 4. & così il primo nome per tal verso sarà ℞ 49. & il detto quinto binomio sarà ℞ 49 più 4.

Binomio quinto ℞ 24 più 4

Binomio quinto ℞ 49 più 4

Anchora il detto quinto binomio si può trouare per quest'altra regola. Bisogna che radice sorda si pare di voler, che sia il primo nome di quel tal binomio quinto, & di quella tal radice sorda fanne due tal parti, che il detto di una in l'altra faccia che numero quadrato ci pare, per che tal numero quadrato sia menore del quadrato della mità di detta radice sorda (dicendo almanco sarà impossibile per quello ne demo sopra la seconda del quarto capo) & fatte tal due parti trouarai il medio proportionale fra quelle, & il doppio di tal medio proportionale sarà il secondo nome di tal binomio, & la summa di quelle due parti, che verrà a eller la già detta radice, sarà il primo nome di tal binomio quinto. Essempio gratia volendo noi, che il primo nome del detto nostro binomio sia ℞ 90. & di detto ℞ 90 che tal parti siano commensurabili, che il detto di una in l'altra faccia 16. che è numero quadrato, ouer 5. ouer 4. ouer 1. & così discorrendo in qual numero quadrato ci pare, che sia menore del quadrato della mità di ℞ 90. che sarà 22. hor poniamo, che ne voglia che tal parti siano 16. onde operando per la regola data sopra la terza del quarto capo, trouarai la maggior parte esser ℞ 72 più ℞ 7. & la menore ℞ 72 men ℞ 7. fatto questo sopra fa quelle due parti la media proportionale, che trouarai eller la radice di quel nostro 16. che fia 4. doppio fia 8. per il secondo nome del nostro binomio quinto, & la summa di dette due parti (che è la nostra ℞ 90) fa nel primo nome del nostro secondo quinto binomio, il qual quinto binomio fia in questa forma radice 90 più 8.

Binomio quinto ℞ 90 più 8

2 NAscono à dunque binomii dalle 5 proportioni del suo decimo libro, mediante il trouato da Euclide generalmente il lato binomio, & nel medesimo in quello suo 50. secondo l'ordine dato in detto Euclide, da esso assai diuerso praticabile con numeri, & radici.

Per formar adunque il detto lato binomio, prenni due numeri di tal qualità, che la ferma di ambidue sia l'uno, & l'altro di quelli non habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come sono 9. & 5. la ferma di quali è 14. il quale è vno, & l'altro di quelli non ha proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, sia anchora numero ma' detto ma numero che non sia quadrato, & che ni è non habbia proportione, come da numero quadrato a numero quadrato, come sono 10. & 5. la ferma anchora la medesima proportione à che numero ne parerà, come detto di sopra, che il quadrato delle no ferma maggiore al quadrato di quelli, che si dirà, come che è 14. per il quadro que detto la medesima proportione, come che è 9. per il quadro del primo nome del detto medesimo binomio lo sia, onde il detto primo nome verrà a esser 9. poi per trouar il secondo nome che ni resta maggiore al quadrato della detta 9. per il proportione, come che è 9. al 5. cioè che è 5. che ni resta 5. che ni dirà 5. opera che si dirà 45. per il quadro del secondo nome detto binomio lo sia, onde il detto secondo nome verrà a esser 6 45/9, & tutto il binomio dirà 9 più 6 45/9, che si medesima prouar nouamente esser binomio lo sia.

5. & 5
2/5 . 10
ferma 14

binomio lo sia
9 più 6 45/9

Anchora il binomio lo si può medesimamente trouare con quella seconda regola da me posta sopra la detta medesima del secondo capo, che pigliamo due numeri quadrati ineguali, come sono 9. & 4. la differenza di detti numeri non quadrati, come sono 5. che in 4. fa 20. dipoi pigliamo per il primo nome del numero detto binomio vna radice di detto numero non quadrato, che pigliamo 9. di quello la quadratura fa 81. & a quello 20 gli aggiungiamo la sua proportione, come che è 4. al 5. & troueremo, come che è 4. al 5. così è 20. a 25. & 25 ne dà 5. opera che si dirà 100. per il quadrato del secondo nome detto binomio lo sia, onde il detto secondo nome verrà a esser 10, & tutto il binomio dirà 9 più 10, che si medesima prouar nouamente esser binomio lo sia.

binomio lo sia
9 più 10

Anchora il detto lato binomio si può formare con quella terza regola, dapoi che per il primo nome la radice sola di che numero non quadrato si pare, & di quella vn'altra linea che sia parte incommensurabile sua, che si dimostrerà di vna tal quadrata del altra sola, che numero non quadrato si pare, maggiore della quarta parte del quadrato di quella sua radice sola, & dapoi quello trouar il medio proportionale fra quelle due parti, il quale medio verrà a esser la radice di quel numero prodotto da vna parte in l'altra, & il doppio di tal medio proportionale sia il secondo nome di tal binomio detto, quale congiunto con il primo nome (cioè con quella radice sola già detta) con il termine del più, & sia tutto il detto binomio detto. Et circa do non si dubiti alcuno esempio, perche dicendo, che se non si intendessimo circa di tal regola sufficientemente, sarà da me più distintamente a ciascuno dapoi formar tutte le predette sorti di binomij, che con tal sola regola vniuersalmente posti sopra la formazione di detti sono dapoi, a questo si risponde, che alcuna cosa è il procedere particolarmente, & alcuna cosa è il procedere naturalmente a ciascuno, come fanno le dette di ragione, perche le dette sudette regole vniuersalmente prese sopra la formazione di detti binomij, altra cheneuno si possono dimostrare per la decimaterza, & decimaquarta del decimo di Euclide, da noi esemplificate nella decimaquinta, & decimasesta del secondo capo, ma anchora per vigore di tal regole, facil cosa fia a intender la causa di molte altre regole, che si narrano nelle cose che seguono, però non si fanno distinte.

binomio lo sia
9 più 6 45/9

binomio lo sia
9 più 10

Come che le predette sei linee irrationali compositi sono radici di sei binomij superficialmente comprese. Cap. VIII.

IN questo nono capo con numeri, & radici particolarmente si prouerà, come esemplificherà, come che le 6 linee irrationali compositi, cioè il binomio, la bimedial prima, la bimedial seconda, la linea maggiore, la linea potente in razionale, & mediale, & la potente in due mediali, sono radici delle superficie comprese sotto di quelle sopra assegnate 6 specie di binomij, & di vna linea razionale, & il lor contrario, mostrando anchora la regola da saper trouar le dette radici, & il lor contrario.

a Euclide

VEdi adesso la 13 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostrata, che la superficie fatta con una di 4 binomio primo, & da una linea rationale lo fatto potente sopra di quella è necessario esser binomio.

La qual sua propositione insieme con le altre cinque che seguitano fra loro affatto, che delle 13 linee irrationali, composte, & 6 primi & ordini delle 6 specie di binomij, & le altre 6 altri ordini delle 6 specie di residuali, quali di quali al suo luogo si narrano, la qual sua fermezza anchora che pare bisogni di verificatione, non accade però cosa nessuna, essendo supposto il 6 binomio da Euclide per linea, che una linea possa esser radice di un'altra linea, ma solamente di una potentia, come sopra la dimostratione della radice quadra fu anchora detto, però si vede, che Euclide non dice in questa propositione, che la radice di un binomio primo, sia un binomio, cioè un di detti 6 binomij, anzi per parlar correttamente, dice che se una superficie sarà contenuta da un binomio primo, & da una linea rationale, che il lato potente in quella (che sarà la radice di quello) sarà binomio. Egli è ben vero, che tal superficie sarà pur denominata da detti binomij, che di sopra si primo binomio, perche a multiplicar quel si voglia specie di binomio per una quantità rationale il prodotto sarà pur binomio, & di quella medesima specie, & se tal quantità rationale sarà denominata dalla unità il prodotto sarà il medesimo binomio, cioè di medesimi nomi formato, vero è che tal binomio non sarà più lui, anzi sarà pur superficie per causa della multiplicatione fatta per 13 però in tal caso si potrà convenientemente dire (essendo tal superficie binomio primo) la radice di quello esser binomio, cioè un di 6 binomij, come che si possa concludere per questa dimostratione, & in tal modo di dire sarà quasi senza inconveniente, ma volendo parlar correttamente, & per quanto si può comprendere dalla mente di Euclide, & dalle altre propositioni, che seguitano, che la radice di un binomio primo superficiale non è binomio, ma è residuo primo, & per volere parlar correttamente, & regolatamente, & per quanto si può comprendere dalla mente di Euclide, & dalle altre propositioni, che seguitano, che la radice di un binomio primo superficiale per volere non parlare impropriamente, & che non vuol dire altro, che non volere nominar la radice, che quella del detto binomio, cioè di 13 più 76 &. & la regola generale di ritrovare una tal cosa in ogni specie di binomio quadro dipende sempre dalla del maggior nome, che sia primo, che moltiplicato l'una in l'altra faccia quarta parte del quadrato del suo maggior nome, & la radice di quello sia primo, & rationale sarà la radice di quel binomio, che si cerca, per esempio volendo con tal regola trovar la radice del binomio 13 più 76. dirai di 13 due tal parti, che moltiplicate l'una in l'altra facci la quarta parte del quadrato di 76. il qual quadrato fia 5776. & la detta quarta parte fia 1444. che sarà parte del detto 13 due tal parti, che moltiplicate l'una in l'altra facci 1444. che sarà 38 & 38 sarà una di quelle due parti ricercate, cioè la maggior, che è 25. & la minore che è 13. & quelle due parti insieme sommate fanno 51 & la radice del detto 13 più 76. sarà 5 più 8. la qual sia radice di vedi che non solamente binomio, ma ben binomio primo, però che 5 & 8 sono numeri rationali quadrati, & 13 non è quadrato, & 5 più 8 fa 13. & 5 in 8 fa 40. & il doppio di 40 è 80. & 80 non è quadrato, & 5 più 8 è binomio primo, & così in altri simili binomi primi, la sua radice può venir un binomio terzo, & in alcuni un quarto, & in alcuni un quinto, & in alcuni può venire un binomio sesto, & questo sarà perche a quadrare quel si voglia specie di binomio, ciò sia prodotto sempre vien un binomio primo (ma bisogna sempre intendersi di la qual cosa non è di poca considerazione nella pratica di numeri, & radici, cioè che a multiplicare quel si voglia specie di binomio quadro in se medesimo produca binomio primo, & circa di ciò non si pongo altro esempio, perche da se medesimo con la speculatione si può chiarire, & massime che nelli seguenti di questo, & delle altre cinque propositioni abondantemente se ne parlerà, i quali seguenti ne seruiranno anchora per prova di questo, come delle altre cinque, che seguitano.

binomio primo
la 4 di 13 più 76
fia 4 più 2 12
binomio primo

binomio primo
la 2 di 13 più 52
fia 2 più 4
binomio secondo

2 Similmente Euclide nella 54 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna superficie sara contenuta da vna linea rationale, & da vn binomio secondo lo lato tetragonico di quella sara vn bimedial primo.

La qual propositione non vuol inferir altro salvo, che la radice di vna superficie contenuta da vna linea rationale, & da vn binomio secondo, che la sara vn bimedial primo, ma perche quella tal superficie sara per denominata con detti nomi, i quali detti nomi hauerano tutte quelle accidentali conditioni, che si aspetta al secondo binomio. E per tanto per accordarsi con questo, che fra pratici si costuma diremo, che la radice del secondo binomio superficiale esser la linea bimedial primo, & se di questo con la esperientia (qual e la proua de natural) ve ne vuoi chiarire, piglia vn binomio secondo, come saria R 18 piu 4. & cauane la radice, secondo l'ordine detto nella precedente, cioe fa di R 18 due tal parti, che l'vna dutta in l'altra faccia la quarta parte del quadrato del menor nome, laqual quarta parte saria 4. onde procedendo secondo l'ordine dato nella terza del quarto capo, trouarai la maggior parte esser R 4 1/2 piu R 1/2 lequali per esser communicanti gionte insieme farano R 8. & tanto sara la parte maggiore, & la menore sara R 4 1/2 men R 1/2 laqual sottratta per esser communicante restara R 2 per la detta parte menore, & con le radici di queste due parti (delequali l'una sara R R 8. & l'altra R R 2) gionte insieme formano R R 8 piu R R 2. & tanto sara la radice del detto secondo binomio, cioe di R 18 piu 4. laqual radice se ben la considerai, trouarai quella esser lo bimedial primo, come conclude il detto Euclide, il medesimo trouarai seguire nella radice di qual si voglia altro binomio secondo la proua pratica di quella, & della precedente, & delle altre 4. che seguitano si fara nelli suoi consorti.

binomio secondo
la R di R 18 piu 4
sara R R 8 piu R R 2
bimedial primo

3 Euclide anchora nella 55 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna superficie sara contenuta da vn binomio terzo, & da vna linea rationale, la linea potente in quella sara bimedial secondo.

La qual propositione (per non abondar in parole) non vuol inferir altro salvo, che la radice di vn binomio terzo superficiale esser bimedial secondo, & questo con la esperientia (come costumano li pratici) essemplificaremo con numeri, & radici. Sia questo binomio terzo R 112 piu R 84. cauane la sua radice secondo l'ordine detto nelle due precedenti, cioe fa di R 112 due tal parti, che l'vna dutta in l'altra faccia la quarta parte del quadrato di R 84. il qual quadrato sara 84. & la sua quarta parte sara 21. che sara di detta R 112 le dette due tal parti, che l'vna dutta in l'altra faccia 21. onde procedendo secondo la regola data nella quarta del quarto capo, trouarai l'una esser R 28 piu R 7. liquali gionti insieme fanno R 63. & tanto sara la parte maggiore, & la menore sara prima R 28 men R 7 laqual sottratta restara R 7 per la parte menore, & le radici di queste due parti gionte insieme sara la radice del detto binomio terzo, lequal radici l'una sara R R 63. & l'altra sara R R 7. che gionte insieme formano R R 63 piu R R 7. per la detta radice del detto binomio terzo, laqual radice se ben la considerarai, trouarai esser bimedial secondo, che e il proposito, il medesimo (esperimentando) trouarai seguire nella radice di qual si voglia altro binomio terzo, la proua si fara nel suo consorte.

terzo binomio
la R di R 112 piu R 84
sara R R 63 piu R R 7
bimedial secondo

4 Euclide nella 56 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna superficie sara contenuta da vna linea rationale, & dal quarto binomio, la linea, che puo in quella superficie e la linea maggiore.

La qual propositione in pratica non vuol inferir altro (come nelle precedenti e stato detto) salvo, che la radice del quarto binomio superficiale esser la linea maggiore, laqual cosa in questo luogo essemplificaremo solamente con numeri, & radici secondo il solito. Essempi gratia sia questo quarto binomio 4 piu R 10. cauane la sua radice, procedendo secondo il solito, cioe fa di 4 due tal parti, che l'vna dutta in l'altra faccia il quarto del quadrato di R 10. il qual quarto sara 2 1/2, onde procedendo secondo le regole date nel quarto capo, trouarai l'una esser 2 piu R 1 1/2, & l'altra 2 men R 1 1/2, & la radice di queste due parti gionte insieme sara la radice del detto quarto binomio, & perche 2 piu R 1 1/2 non si possono summar insieme, come nelle precedenti per esser incommensurabili, ne similmente 2 men R 1 1/2 si possono sottrare, e pero le lor radici saranno vniuersali, cioe la radice della prima parte, cioe della maggiore sara R v. (2 piu R 1 1/2) & quella della seconda parte (cioe della menore) sara R v. (2 men R 1 1/2) lequal due radici gionte insieme formano R v. (2 piu R 1 1/2) piu R v. (2 men R 1 1/2) & tanto sara la radice del detto quarto binomio, laqual radice,

binomio quarto
la R di 4 piu R 10
sara R v. (2 piu R 1 1/2) piu R v. (2 men R 1 1/2)
linea maggiore

ce, tratto

x = 4

quanto quella scriue la dimostrai, prouai esser la linea maggiore, la medesima prouarò qui bisogno quanto, che è il proposito. La prova di quella operatione si dara nel fine commento, cioè che il quadrato di tal linea maggiore fara il detto quinto binomio.

5 Volendo Euclide nella 115 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostrare, che se una superficie fusse contenuta da una linea rationale, & da un binomio quinto, la linea potente in quella, che è contenuta di necessita esser la linea potente irrationale, & mediale.

La qual propositione io uoglio inferire in termini altro modo, che la radice del quinto binomio superficiale esser quella linea irrationale detta potente irrationale, & mediale, laqual con principalmente con numeri, & radici lineali numerabili. Sia questo binomio quinto $\sqrt{20} + 4$, cioè la sua radice secondo la regola data nelle precedenti, sarà di $x = 2$ col detto punto, che moltiplicata in se stessa fa la quarta parte del quadrato di 4, del qual quadrato fara 1, & la quarta parte del detto 16 fara pur 4, che però sarà di x^2 come tal parti, che è detto di una in l'altra facia. Onde procedendo per le regole date nel quarto capo, prouarai la maggior parte esser $= 5$ più $\sqrt{4}$, & la minore esser $= 5$ meno $\sqrt{4}$, & le radici di queste parti giontamente fatte fanno la radice del detto quinto binomio, delle quali radici una fara $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ più } \sqrt{4})$ & l'altra fara $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ meno } \sqrt{4})$, laqual giontamente fanno $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ più } \sqrt{4})$ più $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ meno } \sqrt{4})$, & tanto fara la radice del detto binomio quinto, laqual radice è ben la essa quale prouai quella esser la linea potente in razionale, & mediale, che è il proposito, & medesimamente prouarai in ogni altro binomio quinto, la prova di questa operatione è fatta breue à comparatione di quella al suo luogo.

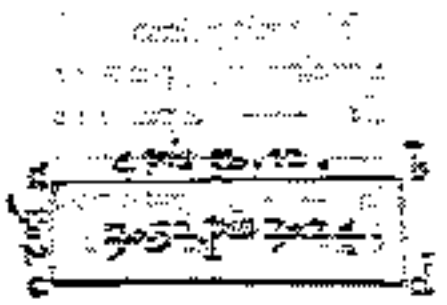
binomio quinto
la $\sqrt{x}$ di $x = 20$ più 4
fara $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ più } \sqrt{4})$ più $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ meno } \sqrt{4})$
la linea potente irrationale, & mediale

6 Similmente Euclide nella 116 propositione del suo decimo libro geometricamente approua, & dimostra, che se una superficie fusse contenuta da una linea rationale, & da un binomio sesto, la linea potente in quella, ella è la linea potente in due mediali.

Laqual propositione io uoglio anchor in questo altro modo inferire, che la radice di quel binomio superficiale, che è contenuta da una rationale, sia la linea potente due mediali, laqual cosa in questo luogo con esempio dimostrerò, & radici lineali come prossimamente dissi.

binomio sesto
la $\sqrt{x}$ di $x + 5$ più $\sqrt{x}$
fara $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ più } \sqrt{x})$ più $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ meno } \sqrt{x})$
la linea potente in due mediali

Sia questo binomio sesto $\sqrt{x} + 5$ più $\sqrt{x}$, la sua radice procedendo secondo le regole date nel quarto capo, sarà di $x = 5$ cioè di tal parti, che il detto di una in l'altra faccia, & sarà la quarta parte del quadrato di 5, il qual quadrato fara 25, & la quarta parte del detto 25 fara pur $6\frac{1}{4}$, che però sarà di x^2 cioè di tal parti, che il detto di una in l'altra faccia. Onde procedendo per le regole date nel quarto capo, prouarai la maggior parte esser $= 5$ più $\sqrt{6\frac{1}{4}}$, & la minore esser $= 5$ meno $\sqrt{6\frac{1}{4}}$, & le radici di queste parti giontamente fatte fanno la radice del detto quinto binomio, delle quali radici una fara $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ più } \sqrt{6\frac{1}{4}})$ & l'altra fara $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ meno } \sqrt{6\frac{1}{4}})$, laqual giontamente fatte $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ più } \sqrt{6\frac{1}{4}})$ più $\sqrt{x}.(x + 5 \text{ meno } \sqrt{6\frac{1}{4}})$ fanno la radice del detto binomio sesto, laqual radice è ben la essa quale prouai quella esser la linea potente due mediali, che è il proposito, & medesimamente prouarai in ogni altro binomio sesto, la prova di questa operatione è fatta breue à comparatione di quella al suo luogo.

Nelle precedenti 6 propositioni ingiustamente si pone riprendere Euclide, perche essa ripete una cosa più volte à lettori, & che si è veduto in molte sue propositioni, massimamente quella, che si denomina da numero, ma anchora quella che si denomina da una radice sorda (cioè da una radice sorda quadra) & perche nella fine della prima di questo capo, ho considerato una superficie fatta contenuta da un binomio primo, & da una rationale, la linea potente in quella superficie secondo che binomio sopra detto si prouerà esser vera dimanda, che tal linea rationale si denomina da numero, ma tal linea rationale fara denominata da una radice quadra sorda, laqual è per accidente secondo la sua propositione fatta bella, perche moltiplicando un binomio primo per una radice sorda, la superficie, che pervenira da tal moltiplicatione non sarà più binomio primo, ma si trouera esser binomio sesto, & la linea potente in tal superficie non sara binomio, come che nella proposizione l'autore consideri per la detta linea potente in tal superficie sia il binomial secondo, dimostrando che la superficie sia contenuta dalla linea a b, laqual è longa 4 più $\sqrt{x}$, cioè binomio primo, & dalla a c laqual è longa $\sqrt{x}$, laqual $\sqrt{x}$ secondo Euclide è linea rationale, onde la detta superficie

la linea potente nella sopra detta superficie fara $\sqrt{x}$ più $\sqrt{x}$. che fara il binomio secondo.

ab.cd. vien a dire 8 + più 8 ✕ 4. che farà (praticalmente parlando) vn binomio terzo superficale, & la linea potente in tal superficie (che farà la radice di tal binomio intero) farà 8 + più 8. che farà il binomio secondo, come si conviene alla radice del terzo binomio superficale. In questo luogo mi occorre seguire molte altre cinque seguenti sue propositioni da sopra seguitare, & perche il modo di dire si troverà, non solamente in quelle di sopra allegate propositioni, ma in molte altre, e per tanto bisogna avvertire quando l'autore, cioè Euclide dice vna linea razionale, alle volte si razionale s'intende largo modo, cioè, o sia tal linea denominata da numero, over da radice sorda, & alle volte si debbe intendere stretto modo, cioè tal linea effer denominata solamente da numero razionale, come che nelle sopradette 6 sue propositioni si è visto.

Le seguenti sei propositioni sono le converse delle sei precedenti ordinatamente poste.

7 EVclide nella 19 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che se vna linea razionale sia segata vn rettangolo eguale al quadrato di vn binomio, che i secondi lati di quello rettangolo siano binomio primo.

La qual propositione volendola noi intendere effettualmente con numeri, & nulla bisogna, che ne serviamo di quello, che si dette nel principio del 6 libro sopra del secondo, cioè che tutti quelli modi di dire, over vocaboli universali, Rettangolo, Superficie, Drama, Facio, Produco, Comunico, & Moltiplicazione, nella pratica di numeri, & misure s'intendono, e pigliano per vna medesima cosa. Oltra di questo aggiongere a vna linea vna superficie, vuole tanto, quanto vn rettangolo sopra di tal linea, & altezza, che la detta linea voglia esser vna delle due linee contenenti tal superficie. Et per fare tal cosa nella pratica di numeri, & misure, bisogna partire la quantità di tal superficie, per la quantità di tal linea, & lo assimigliato sarà la quantità di quella altra seconda linea, che sarà proporzionale di quella prima, mantenendo la detta superficie, & acciò meglio ne habbiamo, voglio porre vn'esempio, nel quale esempio vi sia da aggiongere a vna linea longa piedi 4. & che a tal linea si voglia aggiongere, come sopra possa quadrato di valsia linea longa piedi 5. & sapere quanto sarà l'altro lato, che pertenga alla medesima superficie, in compagnia con quella prima longa piedi 4. Dico che in questo caso, che si debbi partire il quadrato di 5. che sarà 25 piedi superficiali per quella 4. & ne verranno piedi 6 $\frac{1}{4}$, & così conchiudemo il secondo lato di tal superficie di nuovo formata esser piedi 6 $\frac{1}{4}$ & questo lato di detta superficie verrà a esser quella medesima prima linea 4. alla quale si desse di sopra in quella linea 5. & così la detta superficie verrà a esser quella medesima prima, cioè 4. & 6 $\frac{1}{4}$ & il quadrato di quella prima 4. come è detto di noi proposito, benche sia quella particolare, vogliono che tutti quelli che sono al nostro primo proposito. Dico adunque, che la sopra detta proposizione non è vera, che è contro della 33 del decimo di detto Euclide, da noi posta, over segnata nella prima di questo capo, perchè non vuol inferir altro, che a quadrare quel si voglia di binomio, & quadrato sia vn binomio primo superficiale, ma perche apparisca di bisogni binomio è inteso per linea, & non per superficie, anche per numero, di binomial superficie in linea, parendola per la quantità di vna linea (certo modo) accordi, lo assimiamo sia il secondo lato binomiale delle dua assimilate superficie. Et perche possino quali si vogli specie di binomio per numero, lo assimiamo sia per vn binomio di quella medesima specie, che sia quello, che sia stato assimilato, & per tale al binomio sia primo per la prova, lo assimiamo non solamente sia di quella medesima specie di binomio primo, ma sia anchora precisamente di quella medesima quantità, & denominazione delli medesimi nomi, ma vi sia solamente questa differenza, ch'essendo il binomio primo per la prova superficiale, lo binomio, che da tal primo si verrà sia per lineale. Accioche meglio ne'intendi si vogli addurre il converso della prima di questo capo per esempio, il qual esempio vadia anchora a servire per la prova di quella tal operazione. La qual operazione ben si accorda per vn numero, che la radice di questo binomio primo = 2 più $\frac{1}{2}$ più 7 $\frac{1}{2}$ che è binomio primo

2 moltiplicar 4 più $\frac{1}{2}$ = 2 fia —— 4 più $\frac{1}{2}$ = 2

8 —— 32 più 8 più 32

che è binomio primo

la qual radice è per vn binomio primo, & per fare la prova pratticale di tal operazione, bisogna quadrare la detta radice, cioè 2 detto 4 più $\frac{1}{2}$ = 2. & se tal quadrato fia precisamente 32 più 8 più 32. tal nostra operazione fia fatta bene, ma facendo altramente fia falsa, ma perche a quadrare 2 detto 4 più $\frac{1}{2}$ = 2 procedendo secondo le regole date nel primo libro si verrà a dire, che fia medesimamente 32 più 8 più 32. e però si conclude quella operazione, tal operazione esser buona. Et perche nella prova di numeri, & misure si fa questa proposizione per vera, che a quadrare qual si voglia specie di binomio si binomio primo. Onde per accordare tal proposizione pratticale con la sopra posta Euclidiana proposizione, & con il medesimo sopradetto esempio, si dice binomio primo,

primo, cioe 4 più $\sqrt{}$ 12. che tal binomio primo dimo in se medesimo, che facia medema binomio primo (secondo la sentenzia, che fu prima di sopra si è detto, cioe che el dimo di 4 più $\sqrt{}$ 12 fia 4 più $\sqrt{}$ 12 fia 28 più $\sqrt{}$ 768. che è pur binomio primo, ma el binomio primo s'intende in questo caso superficie, & non linea, laqual cosa non stimase Euclide, che el binomio fia superficie, ma solamente linea, come in assai luoghi, dove di quelli ha parlato li chiama linee, per chiarire adunque questa differenzia, voglio che essemplifichamo con questo medesimo essempio la sopra posta Euclidiana propositione, fia adunque una linea rationale longa solamente un piede, & a quella fia segata, come sopra posta la superficie equale al quadrato di quello medesimo binomio primo 4 più $\sqrt{}$ 12. il qual quadrato di 4 più $\sqrt{}$ 12. come di sopra hauemo fia 28 più $\sqrt{}$ 768. hor volendo ritornar questa tal sopra detta superficie sopra la nostra linea rationale longa un piede, partremo la detta superficie 28 più $\sqrt{}$ 768. per quel piede, il che facendo troueremo, che ne venira pur 28 più $\sqrt{}$ 768. per il lembo loro di tal superficie, il quale lembo per la sopra posta Euclidiana propositione) douera esser binomio primo, dico linealmente, come insegna Euclide, & perche il detto secondo loro, cioe 28 più $\sqrt{}$ 768. si vede, che egli è binomio primo, & linealmente, perche essendo il secondo loro di tal superficie vna linea, perche è lor di vna superficie longhe loro linee, & per cio vna linea esser conuiene la sopradetta Euclidiana propositione, & si vede anchora tal conclusione inconuersibile con quella, che di sopra fu conclusa secondo la sentenzia, che fu prima confirmata di dire, il che potremo dire essere, & laltra esser vera, & se ben quel binomio primo, che vien prodotto dal quadrato di quel altro binomio par che sia superficie, quella nondimeno, perche il prodotto non vien troppo di piedi quel prodotto per la vera, laqual parimente fu necessario nel binomio superficie in binomio lineale, ne mancho il detto prodotto in alcun misterio, che il detto binomio sia, over che debbia esser lineale, over superficiale, la causa è, che il detto prodotto non conuiene essere lineale per altra necessaria pertinenze più predetta al theorica, che al pratica, & però non bisogna marauigliarsi, essendo pratica non si vsa, over ragiona come quella lineale, & superficie debbe essere, che nella precedente lettera si dichiarata, & quello detto si per me, come per gli altri, che sopra la pratica hanno scritto, hor per non esser al nostro proposito detto, che quello, che di sopra essemplificamo si è stato, cioe che 2 moltiplicato in binomio primo in se medesimo, & per vn binomio primo (in questo alla fronte, non uolendo che sia di quelli medesimi quantita) il medesimo si trouera sopra di quel si vogliu binomio, cioe che 2 moltiplicato in se medesimo, fa per vn binomio primo, & per consequente di quello moltiplicato in se medesimo 4 più $\sqrt{}$ 12. che è binomio secondo, trouandosi che fia 52 più $\sqrt{}$ 2704. che è binomio primo. Similmente 2 moltiplicato 28 più $\sqrt{}$ 768. laqual è vn binomio primo, in se medesimo trouarai, che fia 1 più $\sqrt{}$ 3072. che è pur binomio primo. Similmente moltiplicato 2 in se medesimo 7 più $\sqrt{}$ 48. (che è vn binomio primo) trouarai, che fia 28 più $\sqrt{}$ 768. che è pur binomio primo. Similmente 2 moltiplicato in se medesimo 3 più $\sqrt{}$ 12. (che è vn binomio primo) trouarai, che fia 12 più $\sqrt{}$ 192. (che è pur binomio primo) Similmente 2 moltiplicato in se medesimo 28 più $\sqrt{}$ 768. (che è binomio secondo) trouarai, che fia 112 più $\sqrt{}$ 12288. che è pur binomio primo, & cosi se piu oltra andare ne loro, & anchor molti altri se ne potriano ordine, che hauemo detto, per non esser al nostro proposito, ci basta hauer detto.

Nolendo Euclide nella 60 propositione del suo decimo libro (da noi tradotto) ritrouare quando vna linea rationale fia aggiontoui vna superficie equale al quadrato del binomial primo, l'altro lato di quella bisognara esser il secondo binomio.

Questa propositione non altro in fatto ci, che il contenuto della seconda, cioe che parlando praticalmente non vuol dir altro, che il quadrato del binomial primo, sempre si trouera esser il secondo binomio superficiale, & che si volesse per breuemente, come insegna Euclide, prouarlo, come sopra la precedente fu detto, cioe partendosi dal binomio superficiale per la quantita di vna linea rationale longa solamente 1 & lo restante fara poi al binomio lineale, & fia denominato dalli medesimi nomi, cioe 2 denominato superficiale, & quella particolarita fiendo 2 necessaria per quelle propositioni, che seguono, perche io non fara altra replicanda per abbreuiar le parole.

Hor per voler essemplificare con numeri, & nelli quella propositione, fa mo al ditto con il contenuto della seconda di questo capo, nellaquale con essempio fu fatto manifesto, che la radice del secondo binomio era il binomial primo, & per tal essempio fu causa la radice di questo secondo binomio $\sqrt{}$ 3 più $\sqrt{}$ 2 fia $\sqrt{}$ & fu causa esser $\sqrt{}$ 2 più $\sqrt{}$ 1. che è il binomial primo, il quadrato del qual $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ per la predetta propositione douera fia binomio secondo, & lineale, per la prova di quella operazione fatta nella detta seconda di questo capo, il quadrato di questo $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ douera fia quel binomio secondo, cioe $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$. & perche 2 moltiplicato in se medesimo fa 4, & 1 in se medesimo fa 1, & 4 & 1 fa $\sqrt{}$ & $\sqrt{}$ fa 2, & 2 fa $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è quello binomio secondo, che fu detto douer esser il quadrato del binomial primo, & per tal essempio fu causa la radice di questo secondo binomio $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ esser $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$. che è il binomial primo, il quadrato del qual $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ per la predetta propositione douera fia binomio secondo, & lineale, per la prova di quella operazione fatta nella detta seconda di questo capo, il quadrato di questo $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ douera fia quel binomio secondo, cioe $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$. & perche 2 moltiplicato in

binomio secondo
2 moltiplicato $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$
& 1 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$

& 3 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è binomio primo

binomio secondo
2 moltiplicato $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$
& $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$

& 5 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è binomio primo

binomio quarto
2 moltiplicato 3 più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$
& 2 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$

& 15 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è binomio primo

binomio quinto
2 moltiplicato $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$
& 3 fia $\sqrt{}$

& 10 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è binomio primo

binomio sesto
2 moltiplicato $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$
& 1 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$

& 17 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è binomio primo

binomial primo
2 moltiplicato $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$
& $\sqrt{}$ fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$

& 1 fia $\sqrt{}$ più $\sqrt{}$ che è binomio secondo

dunque 2x più 2 più 2x = 6a 2x più 2 più 2x = 6a precisamente 4x + 2 più 4 che è binomio secondo rima 2 che primieramente verificava la soprastante proposizione, & anchora 2 che prova la dimostrazione fatta nella seconda di questo capo.

Binomiale secondo
x + 6 più 4 più 2x + 4
— x più 6 più 4 più 2x + 4

x + 1 più 4

Nchora Euclide nella 4 proposizione del suo decimo libro geometricamente approva, & dimostra, quando che a una data recisa in lunghezza sia aggiunta una linea parimente razionale, eguale al quadrato del binomiale secondo, che il tutto sia di quella medesima 2 incommensurabile 2 che è tutto binomio.

Questa proposizione per la ragione predetta adunque nelle due passate non vuol inferire altro in sostanza, che il quadrato della linea di questo capo, cioè che il quadrato di un binomiale secondo recisa 2 tutto binomio, & per ciascuna le parole venivano immediate al proposito, il quadro binomiale secondo x + 6 più 4 più 2x + 4 quadrato, & trovarai che fia 2x + 1 più 4x + 34. che è una tutta binomio, come il proponi, & medesimo seguirà in tutte le altre simili. Et sappi che questa operazione, & ogni la confidari vien 2 ciascuna anchora la prova della tutta di questo capo.

Similmente Euclide nella 5 proposizione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che la 2 una linea razionale sia aggiunta una remanente eguale al quadrato di una linea maggiore, l'altro suo di questo tutta il quarto binomiale.

Anchora questa proposizione, per la ragione addotta nelle passate non vuol inferire altro principalmente salvo, che il quadrato della linea maggiore è recisa 2 tutto binomiale per dimostrazione della proposizione applicarono questa linea maggiore, x v.(= più x + $\frac{1}{2}$) più x v.(= più x + $\frac{1}{2}$) sopra una data 2 x v.(= più x + $\frac{1}{2}$) sopra di questa, che nella quarta di questo capo provammo 2 ciascuna 2 l'altra 2 incommensurabile, & che ogni una di quelle fia 2x + 1 più 4x + 34 che è una quarta binomia, onde per applicare questa operazione, & anchora precedente in questa proposizione, si richiedono, & prendere 2 quadrati numeri quali compongano due numeri

Binomiale quarto
x + 1 più 4 più 2x + 4
— x più 1 più 4 più 2x + 4

Linea maggiore
x multiplicata x v.(= più x + $\frac{1}{2}$) più x v.(= più x + $\frac{1}{2}$)
in —— x v.(= più x + $\frac{1}{2}$) più x v.(= più x + $\frac{1}{2}$)

x —— 4 più x + 0
che è quarto binomio

che fatti binomio quinto

Vdite anchora nella 6 proposizione del suo decimo libro geometricamente dimostra, che la 2 una linea razionale fia aggiunta, overo sopra posta una sopra eguale al quadrato della linea ponente sopra razionale, & mediale, l'altro suo di questa 2 recisa, & tutto binomio quinto.

Et questa per la ragione addotta nelle cause predette non vuol inferire altro in sostanza, salvo che il quadrato della linea ponente sopra razionale, & mediale, che fia il vero, sopra una linea ponente sopra razionale, & mediale, come si pare, sia parimente quadrato 2 x v.(x 5 più x + $\frac{1}{2}$) più x v.(x 5 meno x + $\frac{1}{2}$) quadrato secondo l'ordine della proposizione, cioè sopra la quadrata delle due parti di una linea, overo quanta, che nominammo di sopra x 5 più x + $\frac{1}{2}$ & l'altro x 5 meno x + $\frac{1}{2}$ & finalmente applicarono ancora, che fiano x 10 2 punto, quali fiano la tutta di questa

x —— x 10 più 4
che fatti binomio quinto

da poi moltiplicata ciascuna parte di latera, cioè v.(3 più 2) fia v.(9 più 4) & v.(3 più 2 meno 2) in se, operando secondo la regola data nella nona del secondo, trovarai che ciascuno à ponno 2. duplicato fia 4. quali aggiunti insieme à quella 20. che fabricati da banda, fiano 24 più 4. & questo fia il quadrato della data linea potente sopra mediale, & mediale. Et perche il detto 24 più 4 è binomio sopra razionale, & mediale, e però non quella medesima moltiplicatione vengono ad hauer prouato quella medesima operatione: perche si vede, che il quadrato di tal radice risorna quel medesimo binomio quinto, della quale ioi è radice.

12
Vuole Euclide nella 54 propositione del suo decimo libro geometricamente dimostrare, che se sopra vna linea rationale fia posta vna superficie rettangola, eguale al quadrato di vna linea potente in duoi mediali, il secondo lato di quella superficie sarà pur esso binomio.

Le quali propositioni per le ragioni addutte sopra la ottava particolarmente, non vuol che altro in fustanza sia, che il quadrato della linea potente in duoi mediali, che fanno il composto della lidia. Et però per esemplificar questa, & prouar quella, sia questa linea potente in due mediali 8. v.(8 più 3) più 8. v.(8 meno 3) quadrata secondo l'ordine dato nelle due passate, cioè pigliata la quadrata delle due parti, che saranno l'uno 8 più 3. & l'altro 8 meno 3. fiano in numeri, che fanno 2 ponno 22. quali fatti, poi moltiplica l'una parte di latera, cioè 8. (8 più radice 3 più 8. v.(8 meno 3) onde proceduta secondo la regola data nella nona del secondo capo, trouarai che fanno 2 ponno 2. duplicata fiano 4. laquale giunta insieme à quella 22. che fabricata fia 26 più 8. il quale fia il quadrato della data linea potente in due mediali, & perche il detto quadrato è binomio sesto, non solamente vuol dire vera & effettiua prouatione la sopra detta Euclidea propositione, ma anchora vien à dire appunto la operatione della lidia di questo capo, come fu proposto di fare.

Conseguentemente à questa sopradetta 54 propositione il detto Euclide in 3 altre propositioni ordinatamente dimostra non solamente che ogni linea commensurabile in longhezza à quella che è posta sopra mediale, che ella binomio sesto la medesima proprietà, ma anchora il medesimo dimostra delle altre cinque linee irrationali composte, cioè del binomiale primo, & del secondo, & della terza maggiore, & delle altre due seguenti, le quali cinque propositioni le habbiamo interamente per ordine in latina, per ogni modo, che di se medesime commodissime, cioè con la operatione se possi facilmente, perche maggiormente, come parendo quel fi voglia delle dette linee, per quale si voglia quantità rationale, cioè denominata da numero lineo, quer rotto, quer lineo, & rotto, come sarà la medesima, cioè produtto ella commensurabile in longhezza à quella linea rationale data over posta, & conseguentemente ella di quella medesima qualità, & specie.

13
Similmente Euclide nella 70 propositione del detto suo decimo libro geometricamente dimostra, che fiano congiunte due superficie, delle quali l'una sia rationale, & l'altra mediale, la linea potente in tutta quella superficie da quelle composta, fia una delle quattro linee irrationali, cioè over binomio, over binomiale primo, over la linea maggiore, over la potente in rationale, & mediale.

Queste propositioni, & le seguenti fiano le colonne per sostentatione de radici di binomij, & non ci marauigliamo, ne ci turbiamo, ne ci partiamo, per non hauer la cognitione del poter formare di tali radici in particolare, per non essere ancora stato detto particolarmente con numeri, & radici. Dico adunque, che se congiunta di una superficie rationale con vn'altra mediale fiano vn binomio superficie, il quale binomio fia composto di numero, & radice, & perche tal binomio superficie composto di numero, & radice può interuenire in quattro modi, siano alle 4 specie di binomij lineali, cioè può esser fatto il primo binomio, ouero il secondo, ouero il quarto, ouero il quinto. Se per caso accade che fia fatto il primo, la linea potente in quel tal binomio superficie, che fia la radice di quello (per la prima del precedente capo) fia vn binomio, & se per caso fia fatto il secondo binomio, la radice di quello (per la seconda del detto precedente capo) fia il binomial primo, & così per ordine se quello fia fatto il quarto, la sua radice fia la linea maggiore, & se fia fatto il quinto, la detta sua radice fia la linea potente in rationale, & mediale, di modo che ogni volta che vuoi formare la detta Euclidea propositione, & perche assai chiaro è stato dichiarato nel detto precedente capo, non ne pollo fare altro esempio.

14 Similmente il detto Euclide nella 71 del suo decimo libro geometricamente dimostra, quando fiano congiunte due superficie mediali incommensurabili, che la linea potente in tutta la sua

perfide, ben fatta, o l'altra delle due irrationali, cioe over binomial seconda, over la potente in due mediali.

Anchora questa vien a esser manifesta per le ragioni, & esempi adutti nel precedente capo, perche la somma di due superficie mediali incommensurabili, formano vn binomio superficiale, & due nomi di queste hanno due radici, perche la superficie mediale, come di sopra è dimostrato è di radice, e però al binomio superficiale è necessario, che li sia fatto almeno binomio, ouero il lato. Se per lato adunque al summato sarà retto, la sua radice (come è dimostrato nel precedente capo) è necessario esser la binomial seconda. Se le per lato sarà il lato, la sua radice sarà la potente in due mediali, e però non si accorda altro di esso.

Nella 73 del suo decimo libro il detto Euclide generalmente dimostra quando sarà posta vna binomiale, ouero vn'altra delle irrationali, che seguano quella, che alcuno di loro non può esser fatto al termine dell'altra, ma perche alle proposition universali con esempi particulari possono dichiarare, ma solamente con speculative dimostrationi, e però l'habbiamo fatta. Egli è ben vero, che per natural cognitione ne par esser impossibile di poter mai dimostrare, ne poter fare di quadrato di vn binomio duro, per vna mediale, over per vna linea maggiore, over per vna delle altre due che seguita, nondimeno con pratiali esempi malamente si ne potremo certificare (come è detto) ma solamente con speculative ragioni.

Delle altre sei linee irrationali, che mancano, over restano da dire al supplimento di quelle 13 nominate nel principio di questo libro, lequali 6 sono come di composte mediante la misura del mezo. Cap. IX.

Vedde nella 77 proposizione del detto suo decimo libro specialmente dimostra, che se da vna ragionata, o vogliamo dir lunga vna linea vn'altra linea, di lunghezza commensurabile in potentia solamente, la rimanente linea sarà irrationale, la quale detta sia, che sia la prima irrationale detta residuo.

Per la qual proposizione se intende, come che la detta linea irrationale, detta residuo, sia formata di quelle mediali due linee razionali solamente in potentia commensurabili, con lequali si forma il binomio in generale, ma vi è questa differentia, che nella formatione del binomio, la maggior di esse due linee si aggionge alla maggiore con il termine del più, & nella formatione del residuo, la detta linea minore (delle dette due) si cava, over sotra della maggiore con il termine del meno. Essempi gratia siano quelle due quantità, e non due linee 18 7. lequali siano, & l'altra è minore (secondo la dimostratione di Euclide) & sono solamente in potentia commensurabili, lequal due quantità, congiongendole insieme con il termine del più in questo modo 18 più 7. formano la seconda linea irrationale chiamata binomio (come nella prima del detto capo fu dimostrato) ma se la minore di tal due linee (cioe quella 7) la sotraremo dalla maggiore (cioe da quella 18) resterà 11 mancho 7. & questo resto Euclide dice esser irrationale, & esser chiamato residuo. Si bisogna sapere, che li detti nomi formanti questo residuo possono variar in denominationi in amendue modi: quanto quelli formanti il binomio, cioe il primo nome può esser denominato da numero, & il secondo da radice, come il sopradetto 18 meno 7. & alle volte il primo nome può esser denominato da radice, & il secondo da numero, come sarà 3 radice di 12 meno 5. & alle volte l'uno, & l'altro di detti doi nomi può esser denominato da radice, come sarà 3 radice di 20 meno 2 radice di 5. & quinci variamente formano anchora loro le specie di residui, come accade anchora nel binomio, delle quali specie al suo luogo si narrerà.

Nichomaco dotto Euclide nella 14 proposizione del suo decimo libro specialmente dimostra, che se da vna ragionata vna linea da vn'altra linea, & siano ambedue mediali solamente in potentia commensurabili, & che contengano superficie razionale, la linea rimanente sarà irrationale, & dimandasi poi, che sarà linea irrationale detta residuo mediale primo.

Per dichiarar le parole, in questa proposizione Euclide ne dà ad intendere, che quelle due specie di linee mediali, lequali congiunte insieme con il termine del più, formano il binomio mediale primo, quelle medesime dispogniamo (cioe quando la minore della maggiore, con il termine del meno) formano la nona linea irrationale detta residuo binomial primo. Essempi gratia quelle due mediali 18 & 12. delle quali nella seconda del detto capo si formano il binomial primo in questo modo 18 più 12. Hor se della maggiore ne caveremo la minore, cioe 12 termine del meno in questa forma 18 meno 12. nel restante dimostra esser irrationale, & dimandasi esser detto residuo binomial primo.

Anchora

La formatione qualità è la nona linea irrationale detta residuo 4 meno 7. cioe 18 meno 7. come 12 meno 7. & altre simili.

La formatione è la nona linea irrationale detta residuo mediale primo. 18 meno 12. come 18 meno 12.

3 NOtoria è dette Euclide nella 73 propositione del decimo libro generalmente dimostra, che se una linea sarà segata da una linea, & saranno ambedue rationali commensurabili solamente in potentia, & che il contenuto superficie mediale, la linea restante sarà irrationale, & sarà detta residuo mediale secondo.

Similmente in questo Euclide ne accenna, che quelle due specie di linee mediali, con legnali congiontione (cioè quando la maggiore sarà con il termine del più) si forma il residuo mediale secondo. Essempi gratia con quelle due mediali √6 & √3. & sia una delle date, si forma il residuo mediale secondo in questo modo √6 più √3 che se dalla maggiore di queste due linee, & altre tante, ne caderanno la minore con il termine del meno in questo modo √6 meno √3. nel restante il detto Euclide dimostra esser irrationale, & essendo tal restante esser detto residuo mediale secondo.

La seconda è la detta linea irrationale detta residuo mediale secondo. √6 più √3.

4 NOtoria è detto Euclide nella 74 propositione del suo decimo libro specialmente dimostra, che se una linea sarà detta da una linea, & saranno ambedue potentialmente incommensurabili, & constituiranno superficie mediale, & ambedue le quadrate di quelle saranno insieme siano razionali, la restante linea sarà irrationale, & sarà detta una linea minore.

Similmente in questo il detto Euclide ne accenna, che quelle medesime due specie di linee, con legnali congiontione con il termine del più si forma la linea maggiore, con quelle medesime congiontione (cioè quando la minore sarà alla maggiore con il termine del meno) si forma la undecima linea irrationale detta linea minore. Essempi gratia con quelle due linee √v.(7 più √3.6) & √v.(7 meno √3.6. sarà chiara del detto capo si forma la linea maggiore in questo modo √v.(7 più √3.6 più √v.(7 meno √3.6) che se dalla maggiore di quelle due linee ne caderà la minore con il termine del meno in questo modo √v.(7 meno √3.6) nel restante il detto Euclide dimostra esser irrationale, & esser detto la linea minore.

La seconda è la undecima linea irrationale detta linea minore. √v.(7 più √3.6) meno √v.(7 meno √3.6.

5 IL detto Euclide nella 75 propositione del detto suo decimo libro, specialmente dimostra, che se una linea sarà detta da una linea, & saranno ambedue potentialmente incommensurabili, & constituiranno superficie mediale, & ambedue le quadrate di quelle insieme siano mediali, la linea, che comprende la irrationale, & detta con razionale componente il tutto mediale.

La seconda è la duodecima linea irrationale detta la prima con razionale componente il tutto mediale. 5 v.(4½ più 1½) meno √v.(4½ meno 1½)

Similmente con questa propositione Euclide ne accenna, come che quelle due specie di linee con legnali congiontione si forma la linea potente in razionale, & mediale, con quelle medesime disgiontione si forma la duodecima linea irrationale detta la prima con razionale componente il tutto mediale. Essempi gratia con quelle due linee, over quantità √v.(4½ più 1½) & √v.(4½ meno 1½) nella quinta del detto capo si forma la linea, over quantità detta la linea potente in razionale, & mediale in questo modo √v.(4½ più 1½) più √v.(4½ meno 1½) hor se dalla maggior di quelle due quantità ne caderà la minore con il termine del meno in questo modo √v.(4½ più 1½) meno √v.(4½ meno 1½) al restante Euclide dimostra esser irrationale, & esser detto la prima con razionale componente il tutto mediale.

6 VI dice ancora nella 76 propositione del suo decimo libro specialmente dimostra, che se una linea sarà detta da una linea, & saranno ambedue potentialmente incommensurabili, & constituiranno superficie mediale, & ambedue le quadrate di quelle insieme siano mediali incommensurabili al doppio della superficie di una di quelle, che rimanerà la detta irrationale, & sarà prima con mediale, che sarà il tutto mediale.

La seconda è la decimaterza, & vltima linea irrationale delle 13 di Euclide detta la prima con mediale, che sarà il tutto mediale. √v.(4½ più √3) meno √v.(4½ meno √3)

Similmente con questa propositione Euclide ne accenna quelmente quelle due specie ultime, cioè quella si forma (congiongendole insieme) quella linea chiamata potente in due mediali, con quelle medesime (cioè la minore dalla maggiore) si forma la decimaterza, & vltima linea irrationale da Euclide nominata la prima con mediale, che sarà il tutto mediale. Essempi gratia con quelle due linee √v.(4½ più √5) & √v.(4½ meno √5) nella sesta del detto capo si forma la linea, over quantità detta la potente in due mediali, in quella forma √v.(4½ più √3) più √v.(4½ meno √3) hor cauando la minore di quelle due linee dalla maggiore con il termine del meno in questo modo √v.(4½ più √3) meno √v.(4½ meno √3) al restante Euclide dimostra esser detto la prima con mediale, che sarà il tutto mediale, & quella sarà linea e la vltima delle sei medesi irrationali nate.

La seconda è la duodecima linea irrationale detta la prima con razionale componente il tutto mediale. √v.(4½ più 1½) meno √v.(4½ meno 1½)

Conclusione 2 quella sia 13 del suo decimo libro il detto Euclide pone 6 altre propositioni, nelle quali generalmente dimostra, che niuna linea, fuora una sola specie può esser congionta

di residuo, & finalmente ad alcuna delle sue seguenti irrationali, residuali, che siano anche loro di numero di quelle, che erano innanzi la separatione, lequali sei propositioni le habbiamo insieme aggiunte per esser poscia più facilmente intese, & più speculative dimostrationi (come in detto luoghetto della sua fine si dirà) nella fine della nostra decimaquarta del precedente capo.

Delle specie del residuo, & delle regole da saper comporre, over formare ciascuna di esse specie particolarmente con numeri, & radici. Cap. X.

DEtte specie quelli diversi nomi, con lequali (come fu detto sopra la prima del precedente capo) distintamente si formano i residui, possono variare in tanti modi, quanti si debbono poter variare i binomii.

Per lequal cosa si vengono a trovare 6 specie del detto residuo, delequal specie la prima è detta residuo primo, la seconda residuo secondo, la terza residuo terzo, la quarta residuo quarto, la quinta residuo quinto, la sesta, & ultima detta residuo sesto, lequali 6 specie facilmente intenderai, & distintamente da ciascuna altra separatamente in detto modo potrai.

Diffinitioni di Euclide del primo ordine di residui.

DOue due linee siano rationale, & l'una residuo, & aggiunta quella linea a detto residuo secondo il termine di quello, si fanno il composto di tal aggiongimento fanno più potente di quella linea aggiunta nel quadrato di una linea communicante in longhezza a detto tutto. Dapoi il medesimo tutto sia communicabile in longhezza alla linea potente rationale quel residuo, che era posto, sia detto residuo primo. Ma se sia, che la linea aggiunta communichi in longhezza alla linea potente rationale, sia detto residuo secondo, & se l'una, & l'altra sia incommensurabile in longhezza alla potente rationale si chiamano residuo terzo.

Perche il residuo se bene si accorda di quello fu detto sopra la prima di questo capo, si forma per la diffinitione di quelle medesime due specie di linee rationali, solamente in potenza communicanti di aggiongere, con lequali congiontesi si forma il binomio, cioè nella formatione del residuo si forma la minor di dette due linee della maggiore, & quello che resta si chiama residuo. Et questo residuo se ben s'accorda di quello fu detto sopra la prima di questo capo, alle volte si forma di numero non vna radice, come dire 4 meno 2 ⅓. & alle volte di radice non numero, come dire 2 ⅓ meno 4. & alle volte di radice non radice, come dire 2 ⅓ meno 2 ⅕. & questo che in detto residuo si dice, che la quantità di quello numero, che significa il suo primo nome, quanto quello, che significa il suo minor nome. Essempi grazia la quantità di 4 meno 2 ⅓. è tanto numero di 4 quanto significa 2 ⅓. Onde per ben intendere il parlar di Euclide, bisogna sempre in questo essempio, & altri simili, che il residuo s'intende 4 meno 2 ⅓. & la linea rationale secondo il termine di tal residuo s'intende esser 2 ⅓. lequal 2 ⅓ aggiunta al detto residuo di 4 meno 2 ⅓. fanno tal composto fatto a potenza 4. & il quello composto, cioè quello 4 fatta più potente di quella linea aggiunta, cioè di quella 2 ⅓ nel quadrato di una linea communicante a detto tutto (cioè a detto 4). Dapoi detto medesimo tutto sia communicabile in longhezza alla linea rationale quel residuo fatto residuo primo (perche essendo tal tutto communicante alla potta rationale fatta detto numero di numero) ma se fatta che la linea aggiunta communichi in longhezza alla linea potta rationale (cioè che sia denominata da numero) fatta detto residuo secondo, & se l'una, & l'altra fatta incommensurabile in longhezza alla potta rationale (cioè che l'una, & l'altra sia detta numero di radice) si chiamano residuo terzo. Con lequali tre diffinitioni ne insegna, come che il primo residuo si formi di numero meno radice, con quella condizione del primo binomio, & il secondo residuo si formi di radice meno numero, con la condizione del secondo binomio, & così il terzo residuo si formi di radice meno radice, con la condizione del terzo binomio, cioè non vi sia altra differenza salvo, che i binomii si rappresentano con il termine del più, & i residui con il termine del meno. Essempi grazia in questo primo binomio 4 più 2 ⅓. Volendo noi formar, over rappresentar un primo residuo di quelli medesimi nomi si rappresentano in questa forma 4 meno 2 ⅓. & con li detti medesimi nomi di questo secondo binomio 2 ⅓ più 4. volendone formare un secondo residuo si formara in questo modo 2 ⅓ meno 4. Similmente dicemo di questo terzo binomio 2 ⅕ più 2 ⅓. volendo detti medesimi nomi formar un terzo residuo si scriva in questo modo 2 ⅕ meno 2 ⅓. & medesimo si debbe intendere in altre maggior, over minor quantità, & così per il secondo ordine di residui formati come sopra.

Binomio primo
4 più 2 ⅓
residuo primo
4 meno 2 ⅓

binomio secondo
2 ⅓ più 4
residuo secondo
2 ⅓ meno 4

binomio terzo
2 ⅕ più 2 ⅓
residuo terzo
2 ⅕ meno 2 ⅓

Diffinitioni

Diffinitioni di Euclide del secondo ordine di residui, lequali si debbono intendere congionte con le altre precedenti.

1 SE una linea sarà posta potente della linea aggiunta col quadrato di una linea incommensurabile in longhezza a ella tutta, & la medesima tutta commensurabile in longhezza alla linea posta razionale, si chiama residuo quarto, & dicesi, che la linea aggiunta commensurabile in longhezza alla linea posta razionale fa il binomio residuo quinto, ma se l'una, & l'altra sarà incommensurabile alla linea posta razionale fa il binomio residuo sesto.

Semplicemente in questi sei diffinitioni (per quello, che hanno d'uso sopra alle precedenti) pongono, come prendono, come che il quarto, quinto, & sesto residuo si formano alla similitudine del quarto, quinto, & sesto binomio, & per non dimorare alla loro intelligentia alcuna cosa, dirò, che il semplice binomio, & residuo sono di una specie di binomio, & residui, & medesimamente sono formati, solo meglio vedere la loro differentia, si mette un'essempio di numeri, quando che un binomio, & un residuo sono formati di medesimi numeri, (si come quelli posti in margine) il secondo dice esser dell'altro, si come quarto, & maggiore, cioè il residuo di questo binomio, più 7. m. intende, che debbe mandare via 4. & per il contrario il binomio di questo residuo, più 7. intende dare più 4. si che dato un binomio, & volendo il suo residuo, basta in luogo del numero più posto torre di meno, & è concluso.

quarto binomio	
10 più R 72	
quarto residuo	
10 meno R 72	
quinto binomio	
R 14 più 4	
quinto residuo	
R 14 meno 4	
sesto binomio	
R 13 più R 5	
sesto residuo	
R 13 meno R 5	

Come si formano le sei specie di residui.

2 LE sei specie di residui si formano (come di sopra fu detto) con quelle medesime sei, cioè quarto con che si formano le sei specie di binomii ordinatamente, & quinto vi concorre, che dicemo che dapoi, che si hanno cavate due linee, cioè una in secondo, che è una specie di binomio, che residuo si cerca (per la regola data per la formatione di binomio) volendo di quello formare il binomio, si summano, over congiongono insieme con il numero che più (come al luogo suo fu detto) & volendo di quello formare il suo residuo si sottrahe, cioè cava tutto quanto della maggiore, & il restante sarà il desiderato residuo, & così per ordine si piglia a volere ordinare ciascuna specie di residuo, & medesimamente si piglia ciascuna specie di binomio, per trovare le dette due linee, over quantità di numeri, quando si piglia un binomio, & un residuo, si formano di diverse specie, & binomii misti a specie per specie, che il medesimo si formano di sopra 85. & 13. & 29. & 90. di sopra dicemo vero.

Come che le antedette sei linee irrationali disgiuncte sono radice delle sei specie di residui superficiali compresi, & come si cerca le dette radici, & il loro numero. Cap. XI.

1 NEquello, che capo sarà breve, comprenderà la principale intentione, & approvatione di tutta questa opera, cioè che le antedette linee irrationali disgiuncte, over residui, cioè il residuo medial primo, il residuo medial secondo, la linea, over retta, la linea, over retta, che con razionale compone tutto mediale, & la linea, over retta, che con mediale, fanno tutto delle superficie comprese sotto delle antedette sei specie di residui, & di ciascuna intende, mostrando anchora la regola praticale per quanti deve cavare, & il loro numero, il quale numero vien a dire la prima proprietà delle dette divisioni di tutti residui.

2 VEdesi nella 1. propositione del suo decimo libro generalmente dimostrato, che se una superficie sarà compresa da una linea razionale, & da un residuo primo, la linea potente di quella superficie sarà residuo secondo. Et questa propositione s'intende con le altre 5. che seguitano (come si dirà anchor sopra la prima del detto capo) fra l'una delle quali, & questa vi è questa differentia, che questa non dimostra, quello di numeri si debbe intendere di una cosa sola, & non di più, & questa è la causa, che Euclide, quando la sua propositione sarà di questa forma, cioè che la superficie in genere nomini quella medesima, non parlando di numero, dice che la superficie compresa da una linea razionale, & da un residuo primo, che il loro rettangolo (che la radice di quella superficie) è residuo escluso, & perchè s'intende con

solamente il residuo primo per una quantità razionale in longhezza, ma ogni altra specie di residuo, ogli eccettuato, che il produtto, cioè la superficie compresa sotto di tal multiplicante, e'l residuo superficiale secondo quella medesima specie di quel residuo multiplicato. Essempi grazia sia questo residuo primo √ 6 meno √ 4. Farà detto, overo multiplicato per una linea longa, potendo piedi 2. fia di superficie √ 6 meno √ 4. la qual superficie sarà per residuo primo, perciò che sarà superficiale, & non lineale, e però in tal caso rettamente si può dire, ch'ella sia compresa di un residuo primo, cioè di tal superficie che la radice di quella, over di quello) eccellentemente ella sia delle 6 specie di residui, come che di sopra pienamente si fece manifesto. Ma se la detta linea razionale sarà longa solamente piedi 1. & quella data sia il detto residuo primo di 6 meno √ 4. la superficie detta produtta sarà per √ 6 meno √ 4. & così anchora in tal caso rettamente potremo dire, che la detta del detto residuo primo di 6 meno √ 4. ella eccellentemente uno de i 6 residui, & così volendo noi hora accordare la proposizione di Euclide, con quello, che di sopra, & di sotto in più luoghi si costuma di dire, cioè che le superficie residuali ella radice delle 6 specie di residui, & questa narratione, che è posta di sopra di quella prima di questo capo, non sarà per lo suo, ma per quello, che seguirà, nelquale per liberarsi le parole, spesse volte saremo astretti parlare, come che nella pratica si costuma, per non contrapporre poi pratica con quella sopra detta di Euclide. Hor per tornare al nostro primo proposito, cioè a voler dare essempio di trovare la radice della detta proposizione di Euclide, cioè che la radice di un residuo primo superficiale eccellentemente ella uno di 6 residui, e per voler praticamente seguire quel fine, si piglierà questo residuo primo 3 meno √ 3. cauterà la radice per quella medesima regola data per cauare la radice di ogni specie di binomio, fuor che la prima del nostro capo, mancando solamente nella conditione del partire del primo termine del binomio per lo maggior nome, cioè in questo caso per 3. & così si piglierà la metà di 3 che è 1 ½. & questo si multiplicherà in se medesimo, il quale quadrato sarà 2 ¼. & la sua parte sarà 1 ½. & questa sua parte, cioè 1 ½. si aggiugnerà, & torrà del detto 3. cioè del maggior nome, & la sua metà

tal che ſi vede, che non vi occorre altro nella conſideratione di quello, che ſe in quella del binomio, eccetto che in luogo del nomine del più vi accade il nomine del meno, nel che ſi potrà quaſi vſare di eſſempio ſimile a quanto, che ſegue, purche ſempre quello ordine ſi oſſerui, che ſempre ſi è oſſeruato, cioè le conditioni date nella terza, quarta, quinta, & ſeſta del decimo ottauo capo ſopra il binomio.

1 SI deue anchora nella 91 propoſitione ſpecialmente dimoſtrare, che ſe una ſuperficie ſia contenuta da una linea razionale, & dal terzo reſiduo, la linea potente ſopra di quella ſia reſiduo mediale ſecondo.

Sia che ſi in quella contenuta in ſolamente (per le ragioni dette ſopra la prima di queſto capo) che la radice di un terzo reſiduo ſuperficiale ſia un reſiduo mediale ſecondo, per eſſempio di quello pigliando il reſiduo di quel terzo binomio $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$ cioè della terza del ottauo capo, la radice del quale ſia $\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$ poi $\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$ il quale ſia reſiduo ſia $\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}$ moltiplicando la ſua radice (per le medeſime regole date del binomio) ſi produce $\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$ che ſia un reſiduo mediale ſecondo, come ſi propone, il medeſimo ſi uerrà nelle altre ſimili.

reſiduo quarto
la $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$
linea $\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$
reſiduo mediale ſecondo

4 Similmente ſi deue dimoſtrare nella 92 propoſitione del decimo libro geometricamente dimoſtra, che ſe una ſuperficie ſia contenuta da una linea razionale, & dal quarto reſiduo, la linea potente ſopra di quella ſia la linea minore.

Sarà dunque queſta dimoſtratione (per le ragioni dette ſopra la prima di queſto capo) con una ſola differenza loro detta, che la radice di un quarto reſiduo ſuperficiale ſia una linea minore, & ſi per eſſemplificare ſia propoſitione, pigliarò di quel binomio quarto, posto nella quinta del ottauo capo, il quale ſia reſiduo ſia $\sqrt{4}+\sqrt{2}$. & di quello cauandone la radice ſecondo la regola per nelle dette trouarai, che ſia $\sqrt{\sqrt{2}+\frac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{2}-\frac{1}{2}}$ laquale è una linea minore, come ſi propone, il medeſimo trouarai nelle altre ſimili.

quarto reſiduo
la $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$
linea $\sqrt{\sqrt{2}+\frac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{2}-\frac{1}{2}}$
minore

5 SI deue anchora nella 93 propoſitione del ſuo decimo libro geometricamente dimoſtra, che ſe una ſuperficie ſia contenuta da una linea razionale, & da un quarto reſiduo, la linea potente ſopra di quella ſia la prima con razionale componente mediale.

In queſta medeſimamente in ſolamen (per le ragioni dette ſopra la prima di queſto capo) conchiude che la radice di un quarto reſiduo ſuperficiale è una linea detta la prima con razionale componente mediale. Et per eſſemplificare nel propoſitione pigliarò il reſiduo di quel quinto binomio, detto ſopra la quinta del ottauo capo, il quale ſia reſiduo ſia $\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{1}$ & di queſto cauandone la radice per quella medeſima regola in nel luogo ſuo, & trouarai la radice di ſſe quella medeſima di quel binomio, eccettuando, che il termine del più (componente quello che radici uniuerſali) ſi muterà nel termine del meno, cioè la radice in queſto luogo ſia $\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{1}$ poi $\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{1}$ laquale radice, come ui vedi è una prima con razionale componente mediale, come ſi propone, il medeſimo trouarai la detta radice di ogniſuno reſiduo quinto. Ma ioui pongo coſi li reſidui ultimi nel ottauo capo, acciochè ui vada ſolamente, che da una operatione all'altra non vi è differentia, eccetto che nella conditione, nellaquale ſolamente vi muterà il termine del più, nel termine del meno, come più volte ui ho detto.

reſiduo ſeſto
la $\sqrt{6}+\sqrt{5}+\sqrt{3}$
linea $\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{1}$
prima con razionale componente mediale

6 SImilmente ſi deue dimoſtrare nella 96 propoſitione del detto ſuo decimo libro geometricamente dimoſtra, che ſe una ſuperficie ſia contenuta da una linea razionale, & da un ſeſto reſiduo, la ſua potente ſopra di quella, ſi ſupponga eſſer la linea, che giunta con mediale coſtituiſce il tutto mediale.

Anchora in ſolamen queſta ui propoſitione (per le ragioni dette nella prima di queſto capo) uol dire ſolo questo, ſolamente che la radice di ogniſeſto reſiduo ſuperficiale eſſer quella linea irrazionale detta la giunta con mediale, coſtituiſce il tutto mediale, & per eſſemplificarla, pigliarò per il reſiduo di quel ſeſto binomio, detto ſopra la ſeſta del ottauo capo, il quale reſiduo ſia $\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{1}$ & di queſto cauandone la radice ſecondo la regola data ſopra la detta ſeſta del ottauo capo, trouarai quella eſſer $\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{1}$ poi $\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{1}$ la quale giunta con mediale coſtituiſce il tutto mediale, come ſi propone, il medeſimo trouarai ſeguire in ogniſeſto reſiduo ſeſto.

Le ſeguenti ſei propoſitioni ſono in ſoſtanza le istesſe delle ſei precedenti ordinatamente allegate.

7 SVdetta 97 propoſitione del detto ſuo decimo libro geometricamente dimoſtra, che ſe una linea razionale ſia applicata ad una ſuperficie eguale al quadrato di un reſiduo, l'altro lato del rettangolo eſſer un reſiduo primo.

Questa propositione non è altro, che il converso della prima di questo capo, perche in quella vuol inferire altro lato, che quello che voglia di 6 radice, ma quadrar quali il voglia di 6 radice, ma essendo questo lato vn radice per suo superficie, ma perche appresso di lui egli è radice cubo, però per linea, però per superficie, onde per questa radice superficie intende, vuol che sia superficie di 6 applicata, cioè equale alla 2 vna linea rationale, la qual applicatione, over superpositione è (come ho detto sopra la 6 decimo) del numero capo parente de la quantità di sua radice superficie, però quantità di sua linea rationale, & di tutto numero di sua parimente linea, & sua linea sia per radice di sua quadra, qual era la superficie parente, perche 2 parente quali è voglia radice per voglia quantità rationale in longhezza, però numero sia per vn radice di quella medesima specie, che era radice parente (come per se medesimo con la superficie se espose essere) & le per esso la quantità di sua linea rationale sia denominata solamente dalla vnità (cioè che quella sia longa piantata vna volta, come sia vn piede) lo numero non solamente sia vn radice di quella medesima specie che era quella radice superficie parente, ma sia quel medesimo radice, cioè numero di quella medesima nomi, over che vi sia questa differentia, che quel radice, che sia di parente, sia realmente lineale, & quello che sia sia puro superficiale. Ma accioche meglio si intenda la voglio addurre il comento della prima di questo capo per esempio, il qual dimostra 2 sia due cose, cioè fermo per esempio di quella, & ancora mostra che la radice di quella sia 2 cose, la qual dichiara il numero proposto, che la radice di quello radice sia 2 cose, & che quello radice sia 2 cose per 2 & che 2 per 2 sia 4, & che 2 per 4 sia 8, la qual è vera proua, che la radice di quello radice sia 2 cose, & per la prima proua manifesta che 2 cose per 2 cose sia 4 cose, & che 4 cose per 2 cose sia 8 cose. Ma perche questa è cosa assai manifesta, che sia manifestissima, che 2 cose per 2 cose sia 4 cose, però non accade altro sia proua, che la prima proua, che 2 cose per 4 cose sia 8 cose. Ma perche questa è cosa assai manifesta, che sia manifestissima, che 2 cose per 4 cose sia 8

e per o per ul caſu (per ſtreuiar le parole) per mezo regolo conſiſtente dire, che il quadrato di
ogni retiſſeo conſiſta primo ellre volte ſecondo retiſſeo, & per eſempio ſia quello primo retiſſeo
retiſſeo conſiſta primo a e 3 mezo a e + 2 che ſia quello mezo ſecondo retiſſeo volendo, che
mezo, che ne reſulta ſia + 3 mezo 4 che è un retiſſeo ſecondo, come ſi propone, il quale ſia
uguale in numeri alle ſtelle. Ma mira che queſte operatione ſi vieno à far ſu preſa proportione delle
dette ſecondo ch' queſto capo.

9
Imitando il detto Euclide nella 29 propoſitione del ſuo decimo libro ſi potranno
anco dimoſtrare, che à una linea rationale ſia applicato un ſuperficie equale al quadrato
del retiſſeo conſiſta ſecondo, lo ſecondo lato del quale ſarà una linea irrationale.

Queſte propoſitione (per le ragioni dette nelle precedenti) non vengo eſſere di
mira, che ſi conoſca della natura di queſto capo, cioè che il quadrato del retiſſeo conſiſta ſecondo
ne reſulta altre volte una linea rationale, & per eſempio ſia nel propoſitione ſu detto retiſſeo conſiſta
ſecondo a e 5 mezo a e + quadrato ſecondo le regole date, ſi conoſce, che quadrato fia e + 2
mezo 21 e 4 che è un retiſſeo ſecondo, come ſi propone, il quale ſia uguale in numeri alle
ſtelle. Il mezo che queſte operatione ſi vieno à far ſu preſa proportione delle dette ſecondo ch' queſto capo.

10
Nella 30 decimo libro nella 100 propoſitione del ſuo decimo libro ſi dimoſtra
come ſi conoſca quando, che una linea rationale ſia ſegata una ſuperficie equale al
quadrato di una linea minore ſecondo lato di quello ſia un retiſſeo quarto.

Sendomente queſte propoſitione (per le ragioni dette nelle ſettime, & ottaue) in
pratica non vengo eſſere altro ſenon, che ſi conoſca della natura di queſto capo, cioè che il quadra-
to della linea minore ſia un retiſſeo quarto ſuperficiale. Eſſempi gratia ſia quella linea minore
v. (= piu e + $\frac{1}{2}$) mezo fia v. (= mezo fia e + $\frac{1}{2}$) dico che il quadrato di queſta ultima, ſi come ſtima,
ne reſulta ſuperficiale. Et per vedere manifeſtamente ſe egli è, quadra la detta linea mi-
nore ſecondo le regole date cioè il quadrato ſia linea maggiore ſopra la detta ſi dice che
quadrato ſia, & ſi piglia di quello
metà predetta, & moltiplicata
ſi quadri la detta maggiore (cioè della prima)
il quadrato = più e + $\frac{1}{4}$, ſi quello ſia la
detta metà, più quadra la minore, cioè quella
mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$) ſi trouarà, che
fia e + mezo fia + $\frac{1}{4}$, perche mai ſi mette
fia quello quadrato,

linea maggiore	
moltiplicata	v. (= più e + $\frac{1}{2}$) mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$)
fia ——	v. (= più e + $\frac{1}{2}$) mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$)
fia ——	mezo fia +
cioè reſiduo quarto	

come
ſi dice, che ſi troua, ancora che in numeri ſia preſa ſimile proportione, ſi come moltiplicato 4 fia quello
ſi dice, che ſi troua, mezo v. (= più e + $\frac{1}{2}$) fia mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$) onde procedendo per le regole date nel
detto capo, troueremo che fia mezo = $\frac{1}{2}$ (per che non ſi può fia meno) dopo ſia la detta mezo = $\frac{1}{2}$,
dove moltiplicato per 4 ſi troua, che fia mezo = onde queſto ſenſo, che fia di quello
detto, che 4 quadrato, che fia 4 mezo =, per il quadrato della detta linea minore, il quale
4 mezo = è un retiſſeo quarto, come ſi propone, il medeſimo ancora ſi potrà dire del quadrato di
tutte altre ſimile. Et mira, che queſte operatione ſi vieno à fare per preſa proportione delle queſte
operatione della detta quarta di queſto capo.

11
Imitando il detto Euclide nella 101 propoſitione del ſuo decimo libro ſi dimoſtra
come ſi conoſca quando, che una linea rationale ſia ſegata una ſuperficie equale al
quadrato di una linea minore ſecondo lato di quello ſia un retiſſeo quarto.

Queſte propoſitione (per le ragioni dette nelle ſettime, & ottaue) in pratica non
vengo eſſere altro ſenon, che ſi conoſca della natura di queſto capo, cioè che il quadrato di una
linea con rationale coſtituente ne reſulti, ſia
pure una retiſſeo quarto ſuperficiale. Eſ-
ſempi gratia ſia queſta linea con rationale
coſtituente mezo v. (= più e + $\frac{1}{2}$) mezo v.
(= mezo fia + $\frac{1}{2}$) dico che il quadrato di queſta
fia linea, ſi vede, che ne reſulta ſuperficiale, ſi per vedere manifeſtamente ſe egli è, quadra la detta linea mi-
nore ſecondo le regole date cioè il quadrato ſia linea maggiore ſopra la detta mezo v.
(= più e + $\frac{1}{2}$) mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$) onde procedendo ſecondo le regole date ſopra nel 10 detto capo,
cioè quadrato fia, & ſi piglia di quello detto mezo v. ſi trouarà, che ſi quadrato della prima fia

linea con rationale coſtituente mezo	
moltiplicata	v. (= più e + $\frac{1}{2}$) mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$)
fia ——	v. (= più e + $\frac{1}{2}$) mezo v. (= mezo e + $\frac{1}{2}$)
fia ——	mezo fia +
cioè reſiduo quarto	

Vdite anchora nella 12a propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, Se a una linea rationale sia aggiontoa una superficie equale al quadrato della linea con medesimo componente mediale, l'altro lato di quella sia retta linea

Similmente in questa proposition (per la regola addotta sopra in fine, & circa di questo capo) non vuol inferir altro in sostanza, che il quadrato della linea di questo capo, cioe che il quadrato della linea, che giunta con mediale ordinabile a tutto mediale fa un solo e medesimo superficiale. Et imperoche la detta linea, che giunta con mediale ordinabile a tutto mediale fa (per la 5 pur di 3) tutto mediale, & (per la 5 medesima 3) bon reddito, che il quadrato di questa linea, & di detto mediale, sempre fara un medesimo tutto, & per conseguente manifestamente segue, che questa tal linea (secondo la regola posta nel detto, cioe quadra l'una, & l'altra di quelle due superficie insieme, che il quadrato della prima fara pur (per la 5 pur di 3) & il quadrato della seconda fara pur (per la 5 medesima) tutto mediale, quali giunti insieme fanno (per la 2 pur di 3) tutto mediale, & per conseguente la linea, che giunta con mediale ordinabile a tutto mediale

fa giunta con mediale ordinabile a tutto mediale
a multiplicar (per la 5 pur di 3) tutto mediale
fa —— (per la 5 pur di 3) tutto mediale

---

fa —— tutto
che è contra detto

numero sia 4 volte multiplicato per 4 fara tutto mediale, & per 2 la quale aggiunta a 12 fara 16, & tutto fara il quadrato di detta linea, che giunta con mediale ordinabile a tutto mediale, & qual quadrato facilmente potra ancora esser manifesto bon reddito, come di sopra, & medesimamente ancora di qualunque altra linea, che giunta con mediale ordinabile a tutto mediale, & per questa operatione vien a esser anchora la prova della detta 12a di questo capo.

Conseguentemente a questa 12a dimostra Euclide geometricamente dimostra le cinque propositioni, che qualunque linea commensurabile in longhezza a quale si voglia delle infinite irrationali, egli necessario, che quella sia una linea di quelle medesime specie irrationale, & ordine, le quali 5 propositioni le habbiamo interlassiate per abreuiar la fatica, & per non esser molto necessario alla prima, massimamente per dimostrar specialmente le propositioni, che seguono, & cominciando particolarmente da la medesima se pero con la operatione euidentemente chiara, cioe che ogni linea commensurabile in longhezza a quale si voglia specie di residuale necessariamente esser residuale, & di quella medesima specie, & così si trouara nelle altre residuali seguenti, cioe prima, & seconda, & nella linea maggiore, & nelle altre due, che seguono, & per dimostrar manifestamente cio con la operatione, moltiplica quella parte delle dette linee irrationali, per una quanta razionale in longhezza (come vorrai) dico prodotto sara per una quanta irrationale di quella medesima specie, che sara la moltiplicante. Essempi gratia se moltiplicarai quello residuo primo 4 men 2 per 3, farai 12 men 6, & quello ui produrra esser commensurabile in longhezza con il detto residuo primo di 4 men 2, perche il conuerte quello 3 volte, hor dico che il detto 12 men 6 è necessario esser residuo, & di quella medesima specie di quello 4 men 2 cioe necessario esser residuo primo, che se hora lo dimostrarai, manifestamente sarà, & quello che è detto, & fatto di quello residuo si trouara seguir in tutte le altre seguenti linee irrationali che se di sopra, & non solamente trouarai multiplicando per una quanta commensurabile da numero sino, over rotto, over sino, & rotto, ma anchora partendo quella per una tal quantità razionale, come si anchor detto in fine della duodecima del ottauo capo delli binomij, & delle altre cinque linee irrationali seguitando quello.

13 Dice Euclide anchora nella 13a propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra, se da una superficie razionale sia tagliata una superficie mediale, la linea potente nella superficie residuale, sara una delle due linee irrationali, cioe un residuo, over la linea maggiore.

Questa tal propositione, & le due seguenti, a me non era necessario a dichiarle altramente, perche per le dichiarationi fatte sopra le elationi delle 8 di residui (da quelli residui superficiali) vengono a esser manifeste particolarmente, perche da una superficie razionale (come detto sia)

con

ca numero) se sia agiunta, ouer sottratta con il numero del piano una superficie mediale (cioè denominata da una radice seconda) sarà tutta la intiera sia un residuo superficiale, denominato da numero non radice, onde tal residuo sarà necessariamente simile al residuo primo, cioè si quale se per sorte sarà simile al primo (per la regola, & esempio adutti sopra la prima del presente capo) la radice di quello necessariamente sarà un residuo, & se per caso si trouasse sarà simile al residuo quinto (per la quarta di questo capo) la sua radice sarà la linea maggiore, & questo è quello, che in sostanza vuol inferire questa propositione.

2 NEl 2. suo scritto Euclide nella 103. propositione del detto suo decimo libro generalmente dimostra. Se da una superficie mediale sarà detratta una superficie mediale, & la linea potente nella superficie restante sarà una delle due linee irrationali, cioè o il residuo mediale primo, ouer la linea con razionale componente mediale.

Adunque questa, che hora la considera particolarmente si troua, che essendo da una superficie mediale (cioè denominata da una radice seconda) una superficie razionale (cioè denominata da un numero) con il termine del mezo, sarà detratto alcuno la restante superficie sarà un residuo superficiale denominato da radice non numero, e però egli necessario, che sia simile al secondo, ouero al quinto residuo. Se per sorte sarà simile al secondo residuo (per la regola, & esempio nostri sopra la seconda di questo capo) la sua radice sarà il residuo mediale primo, & se per sorte sarà simile al quinto residuo (per la regola, & esempio nostri sopra la quinta di questo capo) la sua radice necessariamente sarà la linea maggiore con razionale componente mediale, & questo è quello, che in sostanza vuol inferire la predetta propositione.

3 NEl 2. suo scritto Euclide nella 104. propositione del suo decimo libro geometricamente dimostra. Se una superficie mediale sarà detratta da una superficie mediale, & la restante sarà commensurabile al tutto, la linea potente nella detta restante, sarà o l'una, o l'altra delle due irrationali, cioè ouero il residuo mediale secondo, ouero la linea mediale componente mediale.

Similmente questo manifesto, che essendo una superficie mediale (cioè denominata da radice seconda) da una altra superficie mediale simile commensurabile, la superficie restante sarà un residuo superficiale denominato da radice non radice, e però tal residuo superficiale è necessario, che sia simile al terzo, ouero al sesto residuo, & per tanto adunque la superficie restante sarà un residuo non simile (per la terza di questo capo) & se di questo egli necessario essere un residuo mediale secondo. Et se per sorte sarà un residuo simile (per la sesta di questo capo) la sua radice necessariamente sarà la linea, che giunta con mediale contiene il tutto mediale, & questo è quello, che in sostanza vuol inferire la predetta propositione. Ma perche il proposto non ha ripieno a questo loco alcune lineette di punti, cioè ogni binomio quadro, o sia lineale, ouer superficiale, da lui è detto per binomio quadro, & questo medesimo s'intende del residuo quadro, però non è da marauigliarsi se nel nostro proposito parendo per non considerar la punta con la lineetta il medesimo conuenirsi.

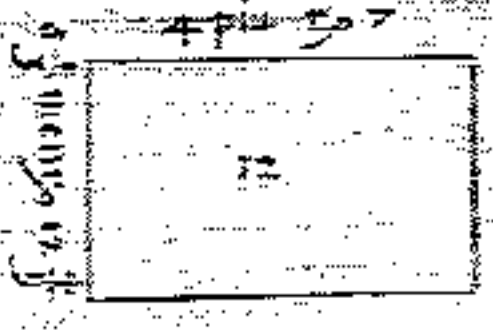
Conseguentemente a questa 103. propositione nel decimo propositi il detto Euclide generalmente dimostra, che delle linee irrationali, le quali sono il residuo, & quelle che seguitano dopo quello, esser impossibile alcuna sia loro a l'altra in somma, & in ordine, & sechora il numero, & ordine del binomio non è possibile conuenire al residuo, & al contrario la linea, che li diretta sia loro, ouero alcuna delle irrationali, che sono dopoi quella non può hauer loco il numero del binomio, ouer loco al numero, & ordine di alcuna delle altre linee irrationali, che seguitano dopo al binomio. Et chiara di questo dimostra, che l'ordine delle linee irrationali è possibile esser prodotto in infinito, & non è possibile alcuna di quelle conuenirsi in numero, & in ordine con quella, che precedera, seguendo due propositioni le habbiamo annullate per più cause, l'una è, che solamente con specolatiue dimostrationi è possibile verificare, & massime le cose pertinenti (come la materia della detta 103. propositione) cioè della nostra decimaquarta del ottauo capo delle linee binomie, & delle linee cinque irrationali, cioè che di tal propositioni, con esempi numerali, ouer practici, ouero a sensi il pare possibile non si può verificare, che colui, ne manco che colui non sia, ma vi vorria molto, come di sotto con una dimostratione di noi fatta a un gran praticone, ma poco di lettere intendente, ma prima si vuol narrar il soggetto delle dette due propositioni. Dice adunque che le dette due propositioni insieme (& similmente non vogliono inferire altra cosa, di ogni impossibile alcuna di quelle 13. linee irrationali, delle quali fino a questo luogo è stato trattato, potersi aggiungere a una delle altre, cioè esser impossibile di poter trouare un residuo, che sia eguale, ouero a una data linea maggiore, ouer trouare un residuo, che sia eguale a un dato binomio, & al contrario trouare un binomio, che sia eguale a un dato residuo, ouero ad alcuna delle altre linee irrationali

rali, lequali cose con la pura pratica è impossibile di poter intendere con la speranza, che essi sia, ne mai cosi non sia, ma solamente con dimostrationi, con lequali molte volte ho fatto fermare alcuni periti pratici, & fra gli altri vno qui in Venetia al principio, che vi venne per habitare, il quale per veder le sue buone intelligentie di Euclide, & massime del decimo, già molti mesi perse assai tempo, le buone operatione, che esso potesse fare in questo, & vna volta, che ha loro fatto vedere, che la loro fattura era in quanta, ma immediate mi rispose, che sì, & ho pregato, che me la facesse, & hai molte giorni sopra vi ha messo fermamente assai fatica, come fanno la maggior parte di pari pratici, finalmente mi mandò questo binomio ☰ 24 più ☰ 6. & questo residuo ☰ 96 meno ☰ 24 quali essendo fatti eguali l'vno all'altro in quanta, perche la linea ☰ 24 con ☰ 6 (quali fanno continuata) è vguale, che la linea ☰ 54 similmente a 10 cose qual sono ☰ 24 da quella ☰ 96 (per altre comunicate) il vguale, che resta la detta linea ☰ 54 pero non si può negare, che ☰ 24 più ☰ 6. non sia eguale a ☰ 96 meno ☰ 24 ma si può ben dire ☰ 24 più ☰ 6 non altro binomio, benche sia proferto con altri nomi, & similmente ☰ 96 meno ☰ 24 non altro residuo, come di sopra questo, si dimanda perche vn binomio, douendo altro binomio bisogna, che le sue quanta, che sono numeri siano incommensurabili in longhezza, & similmente quelle, che sono il residuo (come nelle sue diffinitioni di sopra luogo fu detto) di quelle il del binomio, come del residuo, si vede, che sono commensurabili, perche proferire vna quantità per altri nomi, che si possa proferir per vn nome solo non si gli puo dir binomio, per non hauer le condition, che si ricerca al binomio, ma si gli potria dire binomio fisico, come che noi Euclidiani sodisfaria con numeri rationali, sopra i quanta irrationali detti commensurabili in potentia, & non in longhezza, & questo medesimo si debbe intendere del residuo. Questa particolarità mi fece vscire, & effamigliare, acciò meglio intendi il fugetto delle sopradette proposition irrationali, circa che vna delle dette 25 linee irrationali non può constare, come fatto di vna delle altre.

Circa la vltima parte, cioè che l'ordine delle dette linee irrationali sia possibile di esser produtto in infinito, & che niuna di quelle possa ritornare in numero, & in ordine con la precedente, cosa che è cosa da ponerla con modi praticabili per chiarir vn chiarire, della quale diremo vna cosa. Sia fatta vna linea ponimo lunga ☰ 6 laquale linea da Euclide fatta detta rationale, sopra la quale applicaremo vna ☰ 6 per la vnità sempre ☰ 6 di superficie, la quale superficie è detta rationale, si come anco di tal superficie (che sia la predetta) sarà ☰ 6 che farà vna linea rationale, laquale non si commensura in alcun modo con quella rationale detta ☰ 6 similmente moltiplicando la detta ☰ 6 per la vnità di superficie sopra ☰ 6 sarà vno angolato, della quale superficie sarà ☰ 36 di quella dal suo rationale non si commensura con quella linea rationale detta ☰ 6. & con tal ordine procedendo si ne trouerà vna detta ☰ 216. laquale non si commensura con la sua precedente, cioè con ☰ 36 & con tal modo si potria proceder in infinito, & quelle che è stato essemplificato con quella ☰ 6 rationale, si debbe intender in tutte le dette 25 irrationali, gli essempi delle quali come di sopra fu detto, sarà bene per vltimo ordine detto, anchor che per altre vie si potria dimostrare, & non sia del tutto finita, ma per non esser troppo necessario (come è detto) in pratica le pretermetto.

QVesta sia la 115 propositione del detto suo decimo libro grandemente degna, che posta vna superficie rationale sopra vn binomio, la longhezza di quella sia vna residua, & modi delquale siano commensurabili il nome di quel binomio, & in vna medesima proportione, & oltra di questo quello, che vien prodotto dal detto residuo habbia vn medesimo ordine a quello, che vien prodotto dal detto binomio.

Questa sia propositione, & tutte le altre, che seguitano per fino in fine del detto decimo nella nostra traduttione fatta in volgare, non si trouano nella traduttione del Campano, ma solamente quella fatta dal Zamberto. Hor per tornar al proposito questa sia propositione, la fonte benche dichiarata di sopra la decimasettima, & decimaottaua del terzo capo del quinto libro, per quanto si appartiene alla pratica di quello, che in tal luogo si propone, anchor che sotto altra forma di parlare si esplichi, & medesimo circa dimostrandolo nella prima del primo capo del decimo libro, cioè che moltiplicar vn binomio sia il suo residuo, sempre produrrà quanta rationale, & che il medesimo faccia a moltiplicar vn binomio sia vn residuo, che li nomi di quel tal binomio fussero commensurabili alli nomi di quel tal residuo, & in vna medesima proportione, ma per accordare pratichamente quel modo di parlar con la predetta proportione, sarà necessaria (per la regola data di sopra la seconda del ottauo capo) che a voler ponere praticalmente vna superficie sopra di vna linea, bisogna partir la quantità di quella superficie, per la quantità di quella linea, & la commensurabilità di tal partire sarà la larghezza, cioè l'altro lato di tal forma superficie, per che hai inteso questo, volendo



27 Similmente il dato binomio nella 114 propositione geometricamente dimostra, che mettendo una superficie rationale sopra un rediso la larghezza formera un binomio, li nomi del quale saranno commensurabili alli nomi di esso rediso, & in una medesima proportione del quadrato del detto rediso (che sara un rediso primo superficiale) saranno commensurabili alli nomi del quadrato del detto binomio (che sara un binomio primo superficiale) & in una medesima proportione, & pero bisognera un medesimo ordine, come dice nel propositione.

Questa dal cominio della pallina, e però la sesta subrandora per prova della pallina. Dilli-
gentia sia questo residuo $\frac{1}{2}$ meno $\frac{1}{8}$ della precedente conditione, & sia anchora la medesima
superficie razionale denominata da 1 per numero, ingual ponendola sopra il detto residuo di $\frac{1}{2}$
meno $\frac{1}{8}$, ecco solamente il $\frac{1}{2}$ luogo di quello fara un binomio, i nomi delquale saranno com-
mensurabili alli nomi del residuo, & in una proportione (come anchora questa proposizione) una col
binomio è accaduto, che la anchora quel $\frac{1}{2}$ piano $\frac{1}{8}$ della precedente proposizione, & se questo non
fusse vero, che la operatione della precedente proposizione fusse falsa, perche questa è il contra-
rio di quella. Hora per vedere se così è per natura che detta superficie 1 sopra del detto residuo
$\frac{1}{2}$ meno $\frac{1}{8}$ sia $\frac{1}{8}$, parimi 1 per il detto residuo, & per la sua differentia in multiplicando il detto re-
siduo per il suo binomio (per la regione più volte detta) cioe per $\frac{1}{2}$ più $\frac{1}{8}$ sia $\frac{1}{8}$, & troverai, che
la pentasuperficie 1 di quali dissopra ne fu dato general parimente, poi moltiplicando anchora quella superficie
di 1 per il medesimo binomio, cioe per $\frac{1}{2}$ più $\frac{1}{8}$ sia $\frac{1}{8}$ troverai, che sara $\frac{1}{2}$ più $\frac{1}{8}$. & que-
sto parimi per il suo parimente, che fabricato, cioe per 1 & troverai, che se ne vedra precisamente
$\frac{1}{2}$ più $\frac{1}{8}$ (come di sopra fu detto) il quale è binomio della precedente, e però la operatione della
precedente vera e falsa (anchor che per altra via si potra approvare) & cosi di questa
la presente proposizione, vera e del pericolarmente vedrai, cioe che il quadrato di un superfi-
cie è un binomio, i nomi delquale sono commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una
proportione, come di sopra nella precedente fu approvato. Et finalmente il quadrato del bino-
mio causa un medesimo ordine di quadrato del detto residuo per le ragioni dette nella precedente.

13 Nobora Euclide nella 115 proposizione del suo decimo libro generalmente dimo-
stra, Se una arta sia composta sotto 2 un residuo, & 2 un binomio, delquale i nomi
siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una medesima proportione,
la linea potente la detta superficie sia razionale.

Questa sol proposizione acquisto alla prima vista di se stessa grande difficultà, perche per gli
esempi dati nelle precedenti, & in medesimi luoghi, essendo manifestamente dato manifesto,
che 1 moltiplicar un binomio in il suo residuo, over in un residuo, che i nomi di quello siano com-
mensurabili alli nomi del detto binomio, & in una medesima proportione sempre produrra
quantità razionale, laqual quantità razionale vien a esser superficie, & è anchora manifesto particol-
armente, che la linea potente la detta superficie (che sara la radice di quella) overamente che sara un
dice razionale, & dicemo, overamente che la sara lunga, e la sara razionale, e dicemo, non vi dub-
bio alcuno, che la sara razionale, & appresso di questi, come appresso di Euclide, ma se la sara radi-
ce lunga, già piu volte si ha detto, che appresso del detto Euclide è detta razionale (per esser la sua
potente razionale) anchor che appresso di questi 2 una tal linea le giudica lunga, & irrazionale. Et
questo è quello, che nella detta proposizione si vuol intendere. Egli ben vero, che tal proposizione
in quanto alla fatica a volerla specialmente dimostrare è molto ingeniosa, & bella, come che
in ello Euclide appare, ma perche di tal dimostrationi i puro genio non fanno capace, le lascio a
quelli, che nella lettera sono professione in ello Euclide.

Nelle altre quattro proposizioni, che succedono a compir il detto decimo di Euclide della nostra tra-
duttione volgare, cioe la 116. 117. 118. & 119. sono in parte fuor della mente nelle proposizioni passate
della traduttione del Campano per assai poche, ma alcune diverse in parole habbiamo in-
tralciate, cioe nella 116 si dimostra, che infinite linee irrationali vengono fatte dalla medesima, delle
quali niuna di quelle è lunga, over razionale, ma niuna di quelle, che sono per numero, il che di
sopra nella nota 15 di questo capo al medesimo fu detto, & non solamente della linea mediale, ma
generalmente di tutte le 13 linee irrationali. Nella 117 si dimostra, che ogni linea commensurabile alla
linea minore è una linea minore. Et nella 118 il medesimo si dimostra della linea con razionale
composta con mediale, delle quali n'è stato generalmente parlato nelle passate. Nella 119 si
vien del detto decimo libro a dimostrar finalmente il numero delle figure quadrate incommen-
surabile in longhezza, laqual cosa dimostra sopra la nona proposizione del detto decimo
da noi tradutto, ma nella traduttione del Campano è la settima del detto decimo di Euclide,
laqual cosa non è stata da noi in questo nostro esemplificata per altra materia pertinente pro-
prio specialmente, che al presente, sopra di che desiderando di voler intendere la dimostratione di
tal proposizione ricorra alla detta nona del detto decimo di Euclide da noi tradutto, & haverà ciò
che desidera, cioe trovarà che se possibil fusse il numero delle figure quadrate esser commen-
surabile al suo lato, seguirà questo inconveniente, che il numero dispari sarà eguale al numero pa-
ri, laqual cosa è impossibile, & con questa finemo fine a questo capo.

Come si...

Come si possa con ragione limitar il prezio delle gioie, ouero pietre preciose. Cap. XII.

Hora è da dichiarare, delle gioie sopra nominate, & di maggior valore (rispetto alla quantità) di quale è nostra intentione, che circa di esse ogni persona possa con ragione negotiare, & vsare, per quella conditione detta pietre preciose, cioè pietre, per le quali si voglia intendere (rispetto alla quantità) & qualunque altre cose si siano nella prima parte, per non dar materia a nuoua lettura del nostro negotiare, non dimeno, perche alcune regole non bisogna ignorare, & massime delle proportioni occorrenti circa il negotiare di quelle per fin dopo il trattato delle proportioni, per dire quelle (come detto) pertinenti, & di maggior valore, rispetto alla sua poca quantità di quale è nostra intentione, mi è parso, che si hauesse da dire, & in questa seconda parte, Dico adunque che le pietre preciose sono simplice, & composte, & quelle non solamente per la sua grandezza, ma per la bellezza, finezza, & per la forma di quelle fin quì dette pietre preciose non può esser dato ordine alle altre cose, che ordinate all'negotiare, perche nelle altre cose, che si vendono, & comprano a peso, si procede come è detto nella prima parte, per la quantità, che è sua ponderosità, quale mediante il valore di quella, che è sua ponderosità, si viene alla determinata ponderosità, la quale cosa non si può fare circa le pietre preciose, per la varietà, che può esser in quelle, come si dirà, & essendo le pietre preciose di maggiore, & di quella medesima bellezza, finezza, & forma, & di simile proportione delle altre pietre di maggior valore, quella per di dietro, per esempio, che è di valore di ducati 40. per libra, procederà di quella maggiore, & di maggior valore, & così per esempio, se la libra di quella pietra preciosa sarà di ducati 60. per libra, procederà di quella maggiore, & di maggior valore, & così per esempio, se la libra di quella pietra preciosa sarà di ducati 80. per libra, procederà di quella maggiore, & di maggior valore, & così per esempio, se la libra di quella pietra preciosa sarà di ducati

UNIVERSITÀ CATTOLICA S. CUORE
BRESCIA
— BIBLIOTECA —
numero ACC 2257
data