NECROLOGIO

CARLO SEVERINI

L'11 maggio 1951 finiva la sua vita terrena in Pesaro, presso il suo figlio primogenito il Prof. Carlo Severini fino a tutto l'anno accademico 1941-42 Piofessore di Analisi infinitesimale nell'Università di Genova. La matematica italiana perde con Lui uno studioso che contribuì notevolmente al suo decoro.

Carlo Severini, di cospicua famiglia marchigiana, nacque in Arcevia (Ancona) il 10 aprile 1872. Laureato in scienze matematiche nell'Università di Bologna nel 1897, vi rimase fino al 1900 come assistente del prof. Pincherle. Vincitore di successivi concorsi, insegnò all'Istituto tecnico di La Spezia e ai Licei di Foggia e Torino fino al 1906 quando, vinto il relativo concorso, passò alla cattedra di Analisi infinitesimale all'Università di Catania. Chiamato poi nel 1918 all'Università di Genova vi rimase fino a che nel 1942, raggiunto dai limiti di età, lasciò l'insegnamento e poco dopo si ritirò nella nativa Arcevia. Ivi visse sereno con la Sua eletta consorte, allietato da frequenti visite dei suoi figli e nipoti e circondato dalla stima e dall'affetto dei suoi concittadini. Disgraziatamente negli ultimi anni, alle inevitabili sofferenze dell'età si aggiunse un grande indebolimento della vista che gli impedì ogni ulteriore lavoro.

Chi ha avuto, come chi scrive, la fortuna e l'onore di godere dell'amicizia e dell'intimità di Carlo Severini non può dimenticarne la rigida elevatezza morale non disgiunta, come di rado accade, dal più spinto compatimento per le debolezze altrui, anche se, anzi specialmente se si esplicavano a suo danno. La sua Famiglia ha sintetizzato l'Uomo con una sola frase sull'immagine commemorativa del trigesimo della Sua morte: *Tutta una vita di studio, di bontà, di amore,*

E noi non ci permettiamo di aggiungere altro.

L'opera scientifica di Carlo Severini è tutta di indole molto elevata fin dai primi studi pubblicati nell'anno seguente quello della laurea, e tale si mantenne fino all'ultimo. La ricorderemo brevemente seguendo per la sua classificazione il criterio che l'autore stesso seguiva quando gli occorreva di ricordarla.

a) Rappresentazione analitica delle funzioni di variabile reale. — Viene esteso alle funzioni discontinue il teorema di Weierstrass sulla rappresentazione approssimata di una funzione continua, in un dato intervallo, mediante un polinomio razionale intero, che era stato segnalato, ma non risolto dallo stesso Weierstrass, (*Atti Acc. Torino 1898, 1899; Opuscolo pubblicato personalmente,* *Bologna Gamberini e Parmeggiani, 1898; Rend. Circ. mat. Palermo, 1900*). Lo stesso teorema viene esteso pure al caso di una funzione implicita $y=y(x)$ definita da una equazione $F(x, y)=0$; si ottiene una funzione razionale intera in x ed y che definisce una funzione algebrica di x atta a rappresentare con una data approssimazione, in un certo intervallo, la $y(x)$ (*Atti Acc. Torino, 1901*).

b) EQUAZIONI DIFFERENZIALI. — Viene svolta una serie di ricerche, dapprima parallelamente alle precedenti, poi ulteriormente proseguite. Lo stesso teorema di Weierstrass viene esteso anche al caso di funzioni definite mediante equazioni differenziali lineari, ordinarie e alle derivate parziali. Viene così a risultare assegnato un metodo di integrazione approssimata di tali equazioni (*Rend. Ist. Lomb. 1898, 1899, 1900; Opuscolo pubblicato personalmente, Bologna, Zanichelli* 1899). Ma ciò che più interessa è che lo stesso procedimento conduce Severini dapprima alla dimostrazione, sotto nuove e più generali condizioni, dell'esistenza degli integrali delle equazioni differenziali ordinarie di ordine superiore al primo con valori prestabiliti in punti dati (*Atti Acc. Torino 1905*), e successivamente a un importante teorema relativo al problema di Cauchy nell'equazione $p=F(x, y, z, q)$: *l'esistenza di un integrale* $z=z(x, y)$ *di essa, che per un valore* x_0 *di* x *si riduca a una data funzione* $z_0(x_0, y)=f(y)$ *risulta provata nell'ipotesi che la* $F(x, y, z, q)$ *e la funzione iniziale* $f(y)$ *abbiano derivate prime soddisfacenti alla condizione di Lipschitz* (*Atti Acc. Gioenia, Catania 1916*).

c) FONDAMENTI DELL'ANALISI INFINITESIMALE. — Sono dedicate a quest'argomento molti lavori. In primo luogo due importanti opuscoli pubblicati dalla *Tipografia matematica di Palermo*: *Sulle funzioni di variabile reale rappresentate da integrali definiti, 1899*, e *sul concetto di integrale definito assolutamente convergente, 1904*. Nel secondo di questi (pag. 20) *vengono*, **per la prima volta,** *nel campo delle funzioni di una variabile, integrabili secondo Harnack, dedotte le condizioni caratteristiche degli integrali definiti*. Queste condizioni sono le stesse che G. Vitali considera a priori all'inizio della sua Nota « Sulle funzioni integrali » (*Atti Acc. Torino 25 giugno 1905*) nella quale, denominate *funzioni assolutamente continue* le funzioni della classe che quelle condizioni determinavano, dimostra che *le funzioni integrali sono assolutamente continue*. In altri termini Severini considerò astrattamente le funzioni integrali e determinò le condizioni necessarie e sufficienti per la loro esistenza, ciò che corrisponde a dire che esse devono equivalere a degli integrali indefiniti di Lebesgue; Vitali invece, nell'anno seguente partendo da codeste condizioni dimostrò, sia pur per altra via, che le funzioni integrali devono soddisfare ad esse. In seguito (Atti Acc. Gioenia, Catania 1917, 1918; Circ. mat. Catania 1922) vengono rispettivamente studiate le funzioni assolutamente continue anche nel caso di più variabili, le quali del pari si identificano con integrali indefiniti di Lebesgue considerati come funzioni di punto; la differenziazione per serie; il problema dell'inversione di un sistema di funzioni nel campo reale, che viene esaurientemente risolto.

d) TEORIA DELLE FUNZIONI ANALITICHE. — Ad essi sono dedicati undici lavori (*Rend. Ist. Lomb. 1901; Opuscolo edito da Stabil. tipo-litografico Foggia 1903; Rend. Acc. Lincei 1903; Atti Ist. Ven. 1904, 1905; Atti IV Congr. mat. Roma 1909; Atti Acc. Gioenia di Catania 1907, 1908, 1911, 1912, 1915*) riguardanti specialmente le sucessioni di funzioni analitiche. Essi prendono le mosse dallo studio delle successioni di f. a. i cui moduli sono equilimitati, successioni che costituiscono il primo esempio di famiglie normali di f.a. Contemporaneamente, ma con procedimenti diversi. le stesse successioni furono considerate da W. F. Osgood e da C. Arzelà. Altri risultati della massima generalità, connessi con quelli ottenuti sullo stesso argomento da Caratheodori e da Landau e una applicazione della convergenza in media alla teoria delle f. a. si trovano rispettivamente negli *Atti Acc. Gioenia, Catania 1912, 1915*.

e) Teoria dei gruppi finiti continui di trasformazioni. — Ad essa sono dedicati otto lavori (*Rend. Cir. mat. Palermo 1907, 1908; Atti Acc. Gioenia Catania 1908; Rend. Acc. Lincei 1908; Rend. Ist. Lomb. 1909*) dai quali, tra altro risultano le condizioni necessarie e sufficienti perchè la trasformazione composta con due qualsivogliano elementi di un insieme continuo ∞^r, contenga soltanto r parametri essenziali; in particolare perchè l'insieme costituisca un gruppo. Viene così generalizzato il primo teorema fondamentale di S. Lie.

f) Teoria della chiusura dei sistemi di funzioni ortogonali. — Vengono studiate largamente l'equazione di chiusura di un sistema di funzioni ortogonali e questioni ad essa connesse (*Rend. Circ. mat. Palermo 1913*); viene dimostrata la chiusura di alcuni sistemi, e in particolare, per via semplicissima, l'inesistenza di una soluzione effettiva dell'equazione integrale $\int_a^b \Theta(x)x^n dx = 0$, $(n = 1, 2, \ldots)$, e viene precisato il modo di costruire, per un dato sistema non chiuso di funzioni ortogonali, un sistema complementare (*Rend. Acc. Lincei 1921, 1934*).

g) Sviluppo in serie di funzioni ortogonali e normali. — Il problema della rappresentazione di una funzione mediante una serie di funzioni ortogonali e normali, problema astrattamente connesso con la teoria della chiusura, viene trattato, utilizzando i risultati precedenti, in sedici lavori. Poichè codesto problema si riduce essenzialmente a provare che la serie costruita per la funzione data converge, è prevalentemente a questo scopo che sono dirette le ricerche. Ci limitiamo a segnalare i due seguenti risultati di importanza fondamentale. 1°) il teorema (*Atti Acc. Gioenia, Catania 1908*) che dà la naturale e completa estensione di quanto, per una serie semplice di Fourier, si verifica nei punti di convergenza per i quali la funzione generatrice ammette discontinuità di prima specie: *alla media dei due limiti destro e sinistro che rappresenta la somma della serie semplice, supposta convergente, fa riscontro, nel caso di una funzione* f(x, y) *di due variabili, l'integrale, supposto esistente,* $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \varphi(\vartheta)d\vartheta$, *ove* $\varphi(\vartheta)$ *rappresenta il limite, per ipotesi determinato e finito*

$$\varphi(\vartheta) = \lim_{\rho \to 0} f(x + \rho \cos \vartheta,\ y + \rho \operatorname{sen} \vartheta) \text{ con } (0 \leq \vartheta \leq \pi).$$

Le ipotesi per la $f(x, y)$ sono facilmente generalizzabili. 2°) Il teorema quasi generalmente attribuito a Egoroff, *sulla equiconvergenza a meno dei punti di un insieme di misura minore di un numero positivo arbitrariamente scelto, di ogni serie che converga quasi dappertutto* (*Atti Acc. Gioenia Catania 1910*). La dimostrazione di Egoroff (C. R. vol. 152, 1911) senza dubbio dedotta indipendentemente da quella di Severini che la precedette di un anno, è però sostanzialmente identica ad essa. E' degno di ricordo il fatto che Severini, pur essendo convinto del proprio diritto alla priorità dell'importante scoperta, non si decideva mai a rivendicarla pubblicamente. Fu poi il compianto Leonida Tonelli che troncò gli indugi con la breve Nota su questo Bollettino (*giugno 1924*).

h) Equazioni integrali e integrodifferenziali. — Il metodo già indicato in b) per le equazioni differenziali risultò applicabile e utile per lo studio di queste equazioni del tipo Volterra (*Atti Acc. Gioenia Catania 1911, 1912*) e del tipo Fredholm (*Rend. Acc. Lincei 1914*): *vi si danno le condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di una soluzione ed insieme l'espressione generale di essa, che viene ottenuta, una prima volta sotto la forma* $y = \Phi(x, g(x))$, *essendo* $g(x)$ *una funzione arbitraria, ed una seconda volta sotto la forma* $y = \Psi(x, d_1, d_2, \ldots)$ *essendo le* $d_1, d_2, \ldots$ *costanti arbitrarie soggette, se non sono in numero finito alla condizione che converga la serie* $\sum_1^\infty n\, d_n^2$. La seconda forma fornisce sempre, comunque si scelgano le costanti $d_1, d_2, \ldots$, una soluzione dell'equazione, e ogni soluzione è formata da essa una sola volta; altrettanto non può dirsi della prima al variare di $g(x)$.

i) Funzioni permutabili di seconda specie. — Un risultato analogo al precedente vale nella ricerca delle funzioni permutabili di seconda specie con una funzione data $F(x, y)$. *La soluzione generale del problema si può, come dianzi, far dipendere sia da una funzione arbitraria* $G(x, y)$, *sia da un insieme finito o numerabile di costanti arbitrarie, soggette, in quest'ultimo caso alla condizione che converga la somma dei loro quadrati.* Nel confronto fra codesti due modi di rappresentare la soluzione generale del problema valgono considerazioni analoghe a quelle che sono state fatte in h) relativamente all'equazione integrale di prima specie di tipo Fredholm.

l) Ricerche lasciate incomplete. — Alcuni importanti risultati ottenuti negli ultimi anni non vennero pubblicati da Severini perchè stava preparando un grande trattato su i *fondamenti dell'analisi nel campo reale e i suoi sviluppi,* che avrebbero dovuto divenire una sintesi generale, atta a condurre il lettore agli studi più elevati e complessi con i quali, dal punto di vista reale, si cerca di penetrare sempre più nei misteri dello spazio funzionale e delle funzioni dei punti di codesto spazio.

Si spera che almeno una parte del lavoro possa venire pubblicata.

Paolo Straneo